



وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی  
دفتر انتشارات کمک آموزشی

# رشد

## ریاضی

### دوره راهنمایی تحصیلی

فصلنامه آموزشی، تحصیلی و اطلاع رسانی



روی جلد: سه ماه تعطیلی چقدر  
عمر می‌کنید؟! (ر.ک. صفحه ۳۳)

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن‌آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی  
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری،  
زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. ویراستار: مرتضی حاجعلی‌فرد  
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی، فرینا فاضل‌زاد  
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ داخلی: ۳۷۴ نمابر: ۰۱۴۷۸۸۳  
وبگاه: www.roshdmag.ir پیام‌نگار: borhanr@roshdmag.ir  
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲  
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲  
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵  
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶  
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)  
شمارگان: ۲۵۰۰۰ نسخه



## فهرست

### یادداشت سردبیر

● **تابستان و تعطیلات، یاران جدانشدنی!** / سپیده چمن‌آرا / ۲

### ریاضیات و مدرسه

● **مختصات در چند نگاه** / لیلا خسروشاهی / ۳ ● **بهترین راه کدام**

**است؟** / سپیده چمن‌آرا / ۶ ● **بچرخ تا بچرخیم** / مجید منشوری /

۱۱ ● **ندانستن عیب نیست!** / بهزاد اسلامی مسلم / ۱۴ ● **توضیحی**

**در باره مقاله « $\sqrt{2}$  وجود ندارد!**» / بهزاد اسلامی مسلم / ۱۷ ●

### ریاضیات و فناوری

● **ماشین حساب شکسته** / لیلا خسروشاهی / ۱۸ ● **استفاده از**

**محیط لوگو (آشنایی با چند دستور مهم در Logo)** / هما ملک /

۲۰ ● **آمادگی برای به‌کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی**

**(سومین تلاش)** / زهره پندی / ۲۲

### ریاضیات و بازی

● **بازی کشف رمز** / بهزاد اسلامی مسلم / ۲۶ ● **مسابقه ربات‌ها**

**(بازی دونفره)** / علی مبین / ۳۰ ● **پازل از نوعی دیگر - کهکشان‌ها**

/ علی مبین / ۳۲

### ریاضیات و کاربرد

● **سه ماه تعطیلی چقدر عمر می‌کنید؟!** / حسین نامی ساعی /

۳۳ ● **زاویه و بالگرد** / معصومه برزگر فر / ۳۶

### ریاضیات و مسئله

● **معماها و سرگرمی‌های ریاضی** / محمد عزیزی‌پور / ۲۵ ●

**سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا (آگوست ۲۰۱۱)** / ترجمه

سپیده چمن‌آرا / ۳۹ ● **پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی**

**استرالیا** / ۴۱ ● **پاسخ پازل از نوعی دیگر** / ۴۵ ● **پاسخ معما و**

**سرگرمی‌های ریاضی** / ۴۷

### معرفی کتاب

● **معماهای المپیک اندیشه** / جعفر ربانی / ۴۴

### از میان نامه‌ها

● **نامه‌های رسیده و رسم‌های ابتکاری** / ۴۶

### جدول موضوعی مجله / ۴۸

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

● مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعه تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. ● مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می‌کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ● مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله‌ها می‌توانند با نرم‌افزار word یا بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ● نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ● محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. ● مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ● کلمات حاوی مفاهیم نمایی (کلیدواژه‌ها) از متن استخراج و روی صفحه‌ای جداگانه نوشته شوند. ● مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. ● مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده آزاد است. ● مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. ● آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رای و نظر مسئولان مجله نیست.



## تابستان و تعطیلات، یاران جدانشدنی!

کم کم سال تحصیلی به پایان می‌رسد و گرمای سوزان هوا، که در گوشه و کنار کشورمان با شدت و ضعف متفاوت نمایان شده است، از راه رسیدن تعطیلات تابستان را نوید می‌دهد. واژه‌های «سه» و «ماه» و «تعطیلات» و «تابستان»، مانند یاران قدیمی و دوستان جدانشدنی، همیشه باهم بوده‌اند. بلافاصله همراه با این کلمات، ترکیب «اوقات فراغت» نیز به یادمان می‌آید و «پُر کردن» آن... راستی نظر شما درباره «پُر کردن اوقات فراغت» چیست؟ دوست دارید در سه ماه تعطیلات تابستان به چه کارهایی بپردازید؟ ورزش و کارهایی که با تحرک جسمی همراه هستند؛ یا مطالعه و کارهای فکری؟ یا شاید کارهایی بازهم مرتبط با درس‌های مدرسه، مانند مرور دروس سال قبل یا یادگرفتن درس‌های سال بعد؟ یا پرداختن به کارهای هنری و رفتن به کلاس‌های هنری مثل صنایع دستی کشورمان؟ یا فقط بازی تو کوچه؟ و یا رفتن به سرِ کار؟ اصلاً برای گذراندن تعطیلات تابستان چگونه برنامه‌ریزی می‌کنید؟ والدینتان برایتان برنامه می‌ریزند و نوع فعالیت‌های شما را تعیین می‌کنند، یا خودتان به آن فکر می‌کنید و برای اجرای آن از پدر یا مادران کمک می‌گیرید، یا اساساً تنها خودتان هستید که در تعیین کارهایی که تابستان انجام می‌دهید نقش دارید؟

اگر نظر من را بخواهید، راستش من فکر می‌کنم از آنجا که شما دوستان نوجوان من، سن کودکی را پشت سر گذاشته‌اید، بهتر است خودتان به سه ماه تعطیلات تابستان فکر کنید و با توجه به علاقه‌ها و نیازهایتان برای آن برنامه‌ریزی کنید. اگر واقعاً احساس می‌کنید از درس و مدرسه خسته شده‌اید و نیاز به استراحت فکری دارید، و مثلاً با مطالعه کتاب‌های داستان این نیاز شما برطرف می‌شود، خوب تعطیلات خود را بیشتر به مطالعه اختصاص دهید. یا اگر حس می‌کنید به یادگیری موضوعات مختلف علمی علاقه‌مندید ولی از این که درس‌های سال بعد را بخوانید، خوشتان نمی‌آید، خوب تابستان خود را به مطالعه کتاب‌های علمی مناسب و دیدن برنامه‌های علمی تلویزیون اختصاص دهید. شاید هم ناگزیر باشید برای کمک به خانواده، به سرِ کار بروید؛ به هر حال چند ساعتی از شبانه‌روز را که در اختیار خودتان هست، آن کاری را انجام دهید که فکر می‌کنید برایتان مفید است. البته اگر اولین بار است که قصد دارید برای تابستان برنامه‌ریزی کنید، از مشورت با بزرگ‌ترها غافل نشوید. ما فکر می‌کنیم مطالب مجله برهان راهنمایی نیز منبع مناسبی برای پر کردن اوقات فراغت شما دوستان است.

بد نیست پیش از برنامه‌ریزی برای تابستان، مقاله «سه ماه تعطیلی چقدر عمر می‌کنید؟!» را که در همین شماره چاپ شده است، مطالعه کنید. راستی، سرزدن به وبگاه مجله یادتان نرود! برای اطلاعات بیشتر درباره آن، به پشت جلد همین شماره مراجعه کنید. تابستان خوبی داشته باشید؛ به امید دیدار در مهرماه سال تحصیلی آینده...

سردبیر



# مختصات در چند نگاه

کلیدواژه‌ها: مختصات، دستگاه مختصات، دستگاه مختصات دکارتی، مبدأ مختصات، محور طول‌ها، محور عرض‌ها، اطلاعات، آمار

## نگاه دوم

برای نشان دادن و توصیف برخی اطلاعات علمی و آماری از دستگاه مختصات استفاده می‌شود. نتایج آزمایشی در کتاب علوم دوم راهنمایی در جدول زیر آمده است:

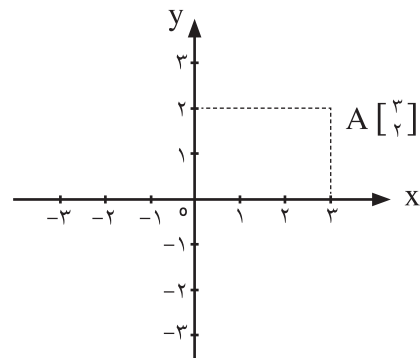
طول سایه جسم (mm)	فاصله چراغ‌قوه از جسم (cm)
۱۳۲	۵
۱۲۳	۱۰
۱۱۱	۱۵
۱۰۵	۲۰
۹۹	۲۵

اگر بخواهیم این اطلاعات را در یک دستگاه مختصات نشان دهیم، باید روی یکی از محورها تا عدد ۲۵ و روی دیگری حداقل تا عدد ۱۳۲ را نشان دهیم.

همان‌طور که می‌بینید چون طول سایه از ۹۰ کمتر نیست، برای صرفه‌جویی در فضا، اعداد روی محور عمودی از ۹۰ شروع می‌شوند، در حالی که روی محور افقی از صفر شروع شده‌اند. در این مثال، محور

## نگاه اول

در کتاب درسی ریاضی خود و در شماره‌های پیشین مجله با مختصات آشنا شده‌اید. دستگاه مختصات دکارتی از دو محور اعداد عمود بر هم تشکیل شده است که محور افقی، محور طول‌ها (Xها) و محور عمودی، محور عرض‌ها (Yها) نامیده می‌شود. محل برخورد این دو محور، مبدأ مختصات نام دارد و هر یک از محورها از دو طرف شامل تمام اعداد حقیقی مثبت و منفی هستند. مختصات هر نقطه مثل A شامل یک طول و یک عرض است. طول نقطه A همان فاصله نقطه A تا محور عرض‌ها و عرض A، فاصله A تا محور طول‌هاست.

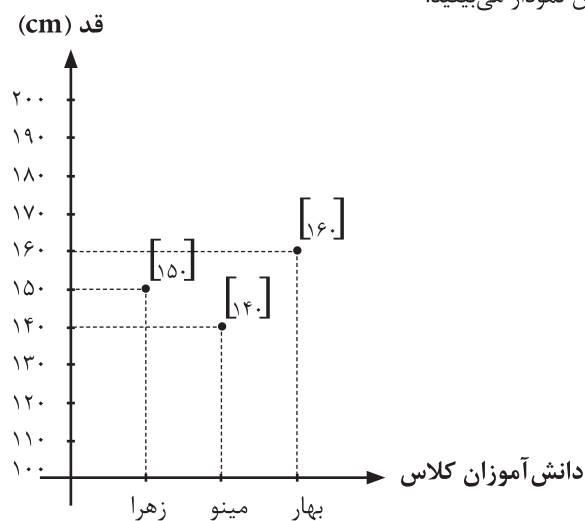


این نمودار نشان می‌دهد که در زمان ۱۵۰ ثانیه، اتومبیل در مکان ۲۵۰۰ متر است، یعنی با گذشت ۱۵۰ ثانیه از شروع حرکت، اتومبیل ۲۵۰۰ متر از نقطه شروع فاصله گرفته است. چنین نمودارهایی در علم فیزیک کاربرد فراوان دارند و با استفاده از آن‌ها می‌توان به توصیف حرکت و بررسی سرعت و شتاب آن پرداخت. همان‌طور که می‌بینید، در این نمودار اعدادی که روی محور طول‌ها هستند، از جنس زمان با واحد متر هستند.

بنابراین گاهی ممکن است اعداد روی محور طول و عرض دستگاه مختصات از یک جنس نباشند.

## نگاه چهارم

دانش‌آموزان یک کلاس قد خود را اندازه گرفتند و اطلاعات به دست آمده را در یک دستگاه مختصات ثبت کردند. بخشی از این اطلاعات را در این نمودار می‌بینید:

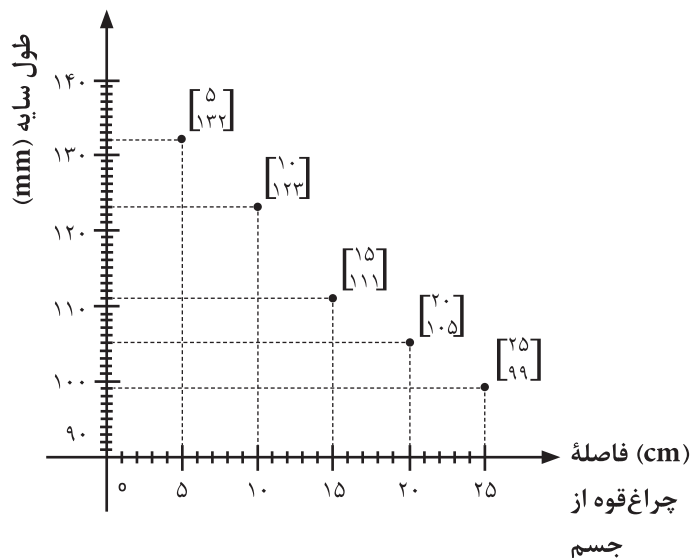


همان‌طور که در نمودار پیداست، قد زهرا ۱۵۰ cm، قد مینو ۱۴۰ cm، و قد بهار ۱۶۰ cm است.

گاهی روی یکی از محورها عدد (اندازه) دیده نمی‌شود و به جای آن از اسامی استفاده می‌شود. در این صورت فاصله بین اسم‌های پشت سر هم لازم نیست به یک اندازه باشد، اما برای زیبایی نمودار بهتر است آن‌ها را مساوی بگیریم.

گاهی می‌توان اعداد روی محورها را از صفر شروع نکرد و واحدهای اندازه‌گیری مربوط به اعداد محور طول‌ها و عرض‌ها را طوری انتخاب کرد که شبیه به هم نباشند (مثل cm و mm) یا حتی اندازه واحد روی محور طول‌ها و عرض‌ها یکسان نباشد

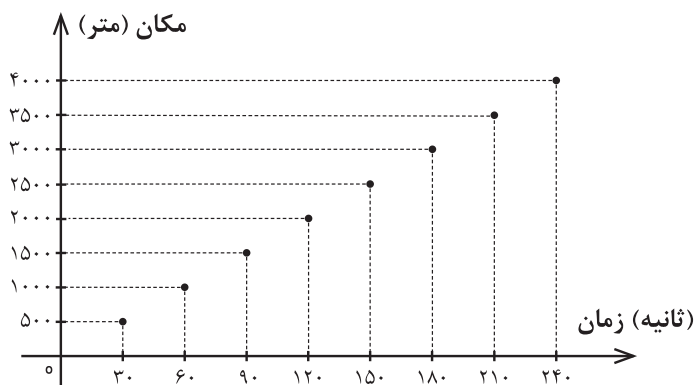
طول‌ها و محور عرض‌ها هر دو شامل اعدادی هستند که طول را اندازه می‌گیرند. فاصله چراغ‌قوه از جسم و طول سایه عددی از جنس طول است و البته یکی از آن‌ها بر حسب سانتی‌متر (cm) و دیگری بر حسب میلی‌متر (mm) بیان شده است. هم‌چنین اندازه واحد روی محور طول‌ها با اندازه واحد روی محور عرض‌ها برابر نیست.



بنابراین گاهی می‌توان اعداد روی محورها را از صفر شروع نکرد و واحدهای اندازه‌گیری مربوط به اعداد محور طول‌ها و عرض‌ها را طوری انتخاب کرد که شبیه به هم نباشند (مثل cm و mm) یا حتی اندازه واحد روی محور طول‌ها و عرض‌ها یکسان نباشد.

## نگاه سوم

اتومبیلی از یک نقطه در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. با گذشت سی ثانیه از شروع حرکت، اتومبیل ۵۰۰ متر حرکت کرده است. مکان اتومبیل را هر سی ثانیه یک بار ثبت کرده‌ایم. شکل زیر اطلاعات بیشتری از حرکت اتومبیل را در چهار دقیقه اول حرکت نشان می‌دهد.





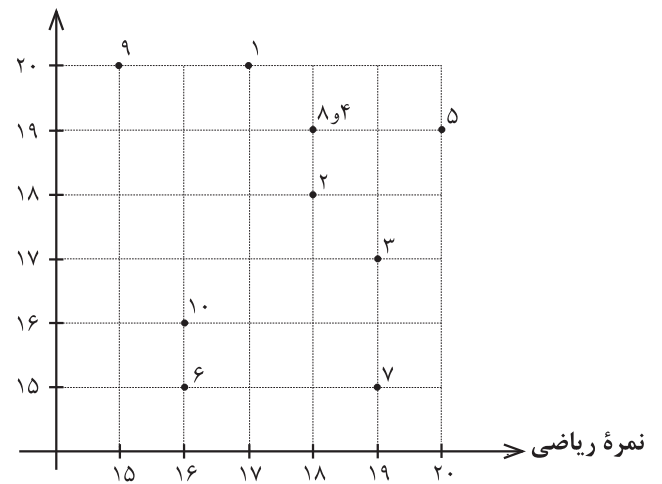
## نگاه پنجم

نمرات پایانی درس ریاضی و ورزش دانش‌آموزان یک کلاس در جدول زیر آمده است:

شماره دانش‌آموز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
نمره ریاضی	۱۷	۱۸	۱۹	۱۸	۲۰	۱۶	۱۹	۱۸	۱۵	۱۶
نمره ورزش	۲۰	۱۸	۱۷	۱۹	۱۹	۱۵	۱۵	۱۹	۲۰	۱۶

اطلاعات این جدول را می‌توان در یک دستگاه مختصات قرار داد:

نمره ورزش



در این نمودار هریک از نقاط، نشان‌دهنده یک دانش‌آموز است که

شماره او کنار نقطه نوشته شده است. برای مثال نقطه با شماره ۳،

مختصاتش  $\begin{bmatrix} ۱۹ \\ ۱۷ \end{bmatrix}$  است، یعنی نمره ریاضی دانش‌آموز شماره ۳، ۱۹ و

نمره ورزش او ۱۷ است. همان‌طور که می‌بینید، به مختصات  $\begin{bmatrix} ۱۸ \\ ۱۹ \end{bmatrix}$  دو

نقطه در نمودار مربوط به دانش‌آموزان شماره ۴ و ۸ موجود است. در واقع

نمره‌های این دو دانش‌آموز دقیقاً شبیه به هم است. با این نمودارها بعدها

در درس آمار آشنا خواهید شد. به کمک چنین نمودارهایی می‌توان به

رابطه بین نمرات ریاضی و نمرات ورزش دانش‌آموزان پی برد.

بنابراین گاهی در برخی نمودارهای آماری ممکن است دو نقطه

دقیقاً در یک محل قرار گیرند و مختصات یکسان داشته باشند.

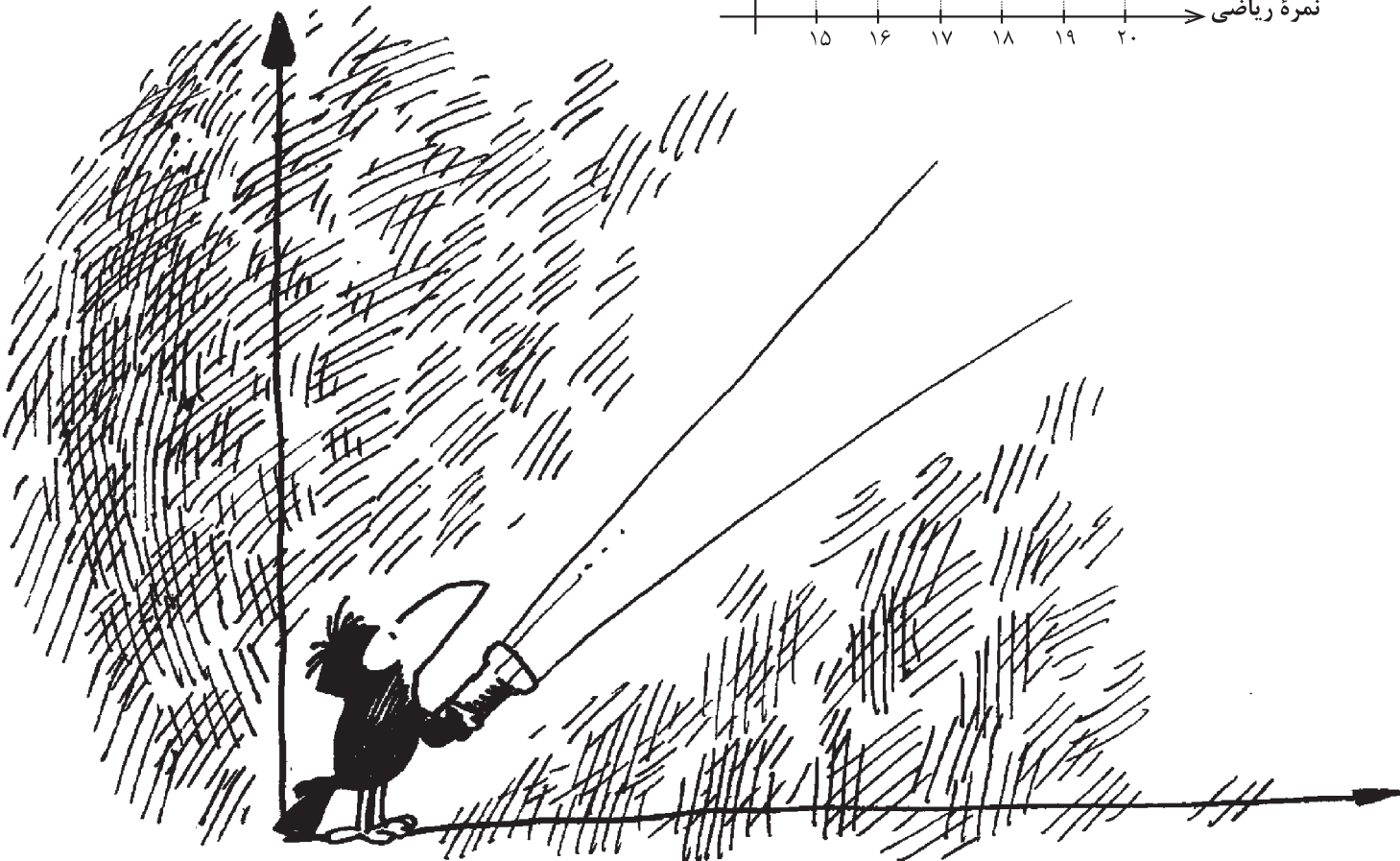
## نگاه آخر

همان‌طور که دیدید، دستگاه مختصات کاربردهای متعدد و متفاوتی

در ریاضی، علوم و آمار دارد و به شکل‌های مختلف و گاه حتی با قوانین

متفاوتی ظاهر می‌شود. بنابراین خوب است که در مواجهه با کاربردهای

مختلف مختصات، در آن‌ها دقیق شویم تا فنون کار، دستمان بیاید!





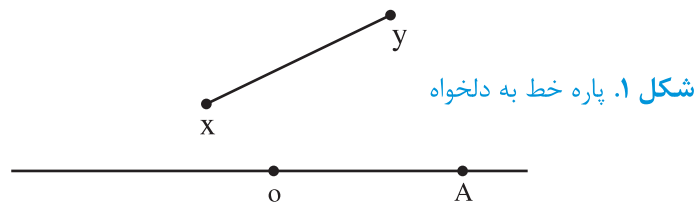
# بهترین راه کدام است؟

## اعداد گنگ، $\sqrt{n}$ ها و محور اعداد

**کلیدواژه‌ها:** عددهای حقیقی، عددهای گویا، عددهای گنگ، محور اعداد حقیقی، قضیه فیثاغورس

عددهای حقیقی، همه جا در اطراف ما هستند: وزن، طول، مساحت و حجم چیزهای دور و برمان، قیمت‌ها، سن افراد؛ و خلاصه هر کمیتی که بتوانیم آن را اندازه بگیریم یا بشماریم یا عددی به آن نسبت دهیم، بیانگر یک عدد حقیقی است. یکی از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری طول پاره‌خط‌هاست. به همین دلیل است که می‌توانیم اعداد را روی یک محور (یعنی یک خط راست) که دارای مبدأ (یعنی صفر) و واحد اندازه‌گیری مشخص (یعنی طول ۱) است، نمایش دهیم.

مجموعه اعداد حقیقی، در واقع از دو زیرمجموعه کاملاً جدا از هم تشکیل شده است: مجموعه عددهای گویا و مجموعه عددهای گنگ. با این که هر دو مجموعه نامتناهی هستند و ابتدا و انتهای مشخصی ندارند و بی‌نهایت عضو دارند، اما بد نیست بدانید که تعداد عددهای گنگ، خیلی خیلی بیشتر از تعداد عددهای گویاست. بنابراین اگر یک پاره‌خط دلخواه به طور تصادفی روی کاغذ بکشید یا یک نقطه دلخواه تصادفی روی محور اعداد بگذارید، احتمال اینکه طول آن پاره‌خط یا عدد متناظر با آن نقطه روی محور، عدد گنگ باشد، خیلی بیشتر است.

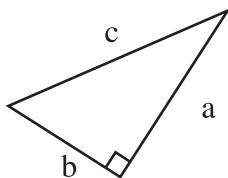


**شکل ۲.** محور اعداد و یک نقطه  $A$  که به تصادف روی آن

گذاشته شده است

فیثاغورس که می‌گوید «در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که وتر آن  $c$  و اضلاع زاویه قائمه آن  $a$  و  $b$  هستند، داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



**شکل ۳.** مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع  $a$  و  $b$  و  $c$

اما از آنجا که ابزارها و اندازه‌گیری‌ها تنها می‌توانند بیانگر عددهای اعشاری باشند که تعداد ارقام قسمت اعشاری‌شان محدود است، هرگز نمی‌توانیم با اندازه‌گیری با خط‌کش یا حتی ابزارهای خیلی دقیق مثل کولیس و زیرسنج یا ابزارهای اندازه‌گیری دقیقه‌تر (اگر وجود داشته باشد)، پاره‌خطی را که طول آن  $\sqrt{2}$  است، اندازه بگیریم.

توجه کنید! نمی‌توانیم اندازه بگیریم! ولی می‌توانیم بفهمیم که طول پاره‌خط،  $\sqrt{2}$  است. چگونه؟ با استفاده از قضیه معروف



طبیعی است). البته توجه کنید که اگر  $n$  جذر کامل نداشته باشد،  $\sqrt{n}$  یک عدد گنگ خواهد بود. دلیل این موضوع از حوصله بحث ما خارج است. شما این موضوع را از من بپذیرید. برای مثال می‌خواهیم جای  $\sqrt{3}$  را روی محور اعداد پیدا کنیم و قصد داریم مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنیم که وتر آن  $\sqrt{3}$  باشد. پس باید

$$(\sqrt{3})^2 = a^2 + b^2$$

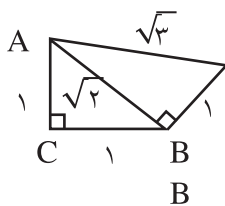
یعنی

$$3 = a^2 + b^2$$

پس باید عدد ۳ را به صورت مجموع دو عدد مثبت بنویسیم که این اعداد، در واقع مجذور اندازه‌های ضلع‌های مثلث مورد نظر ما هستند. تنها حاصل جمعی که برای ۳ می‌توان نوشت

$$3 = 1 + 2$$

است. یعنی  $a^2 = 1$  و  $b^2 = 2$ ، پس  $a = 1$  و  $b = \sqrt{2}$ . یعنی باید مثلثی بکشیم که یک ضلع آن  $\sqrt{2}$  و ضلع دیگر آن، ۱ واحد باشد. از شکل (۴) کمک می‌گیریم و روی ضلع  $AB$  که  $\sqrt{2}$  است، پاره‌خطی در نقطه  $A$  (یا  $B$ ) به طول ۱ واحد عمود می‌کنیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع مورد نظر ما تشکیل شود و تر آن، طبق قضیه فیثاغورس،  $\sqrt{3}$  باشد.

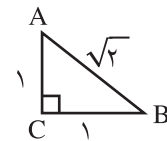


شکل ۴. ترسیم پاره خطی به طول  $\sqrt{3}$

بنابراین، اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ای داشته باشیم که هر ضلع زاویه قائمه آن، ۱ واحد باشد، داریم:

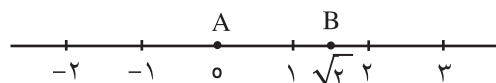
$$2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1$$

پس مجذور وتر آن مثلث، ۲ است، یعنی طول وتر  $\sqrt{2}$  است.



**شکل ۴.** مثلث قائم‌الزاویه‌ای که وتر آن  $\sqrt{2}$  است، یعنی طول پاره خط  $AB$ ،  $\sqrt{2}$  است.

به همین ترتیب اگر بخواهیم بدانیم عدد  $\sqrt{4}$ ، کجای محور اعداد حقیقی است، کافی است از مبدأ محور، پاره‌خطی به طول  $\sqrt{2}$  را (که وتر همان مثلث  $ABC$  در شکل ۴ است) روی محور اعدادی که طول واحد آن با طول ضلع‌های این مثلث هم‌اندازه باشد، در سمت راست مبدأ (یعنی قسمت مثبت محور) جدا کنیم. به این ترتیب، یک سر این پاره‌خط روی صفر و در نتیجه، انتهای آن، نقطه  $\sqrt{4}$  روی محور است.



**شکل ۵.** نقطه متناظر با  $\sqrt{n}$  روی محور اعداد حقیقی.

به این ترتیب به کمک قضیه فیثاغورس می‌توانیم روی محور اعداد، هر نقطه‌ای متناظر با هر  $\sqrt{n}$  ای را پیدا کنیم. ( $n$  عددی

$$20 = 3 + 17$$

$$20 = 4 + 16$$

$$20 = 5 + 15$$

$$20 = 6 + 14$$

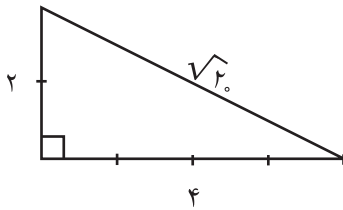
$$20 = 7 + 13$$

$$20 = 8 + 12$$

$$20 = 9 + 11$$

$$20 = 10 + 10$$

و اگر برای مثال حاصل جمع  $20 = 7 + 13$  را انتخاب کنیم، باید مثلث قائم‌الزاویه‌ای بکشیم که ضلع‌های زاویه قائمه آن،  $\sqrt{13}$  و  $\sqrt{7}$  واحد باشند تا وتر آن  $\sqrt{20}$  بشود. خود ترسیم  $\sqrt{7}$  و  $\sqrt{13}$  را **دردسر** دارد! اما یک لحظه صبر کنید! حاصل جمع  $20 = 4 + 16$  را ببینید. اگر این حاصل جمع را انتخاب کنیم، چون هم ۴ و هم ۱۶ جذر کامل دارند، اضلاع مثلث مورد نظر ما باید ۲ و ۴ واحد باشد و ترسیم آن به مراتب از ترسیم ۱۹ تا مثلث روش قبلی که در شکل ۸ دیدیم، ساده‌تر است. شکل ۹ را ببینید.



شکل ۹. یکی از مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای که وتر آن،  $\sqrt{20}$  است

پس دیدید که با کمی فکر کردن و بررسی همه حالت‌های ممکن و انتخاب مناسب، توانستیم به هدفمان برسیم. این روش به مراتب دقیق‌تر از روش قبلی است، زیرا تعداد دفعات استفاده از ابزارهای مختلفی مثل خط‌کش و گونیا (یا نقاله) در آن، خیلی کمتر از روش قبل است و می‌دانیم که به هر حال ما در استفاده

## عددهای حقیقی، همه‌جا در اطراف

ما هستند: وزن، طول، مساحت و حجم

چیزهای دور و برمان، قیمت‌ها، سن

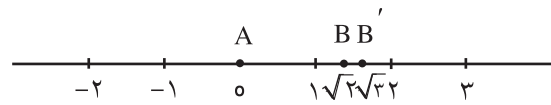
افراد؛ و خلاصه هر کمیتی که بتوانیم آن

را اندازه بگیریم یا بشماریم یا عددی

به آن نسبت دهیم، بیانگر یک عدد

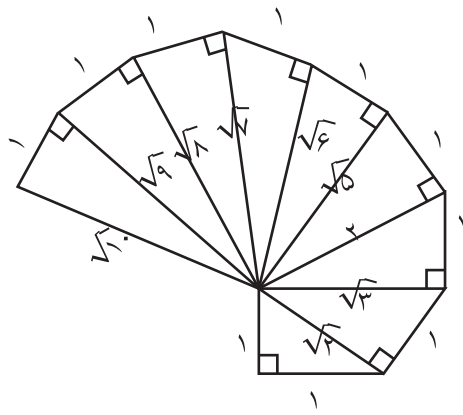
حقیقی است

پس نقطه متناظر با  $\sqrt{3}$  نیز روی محور اعداد مشخص می‌شود؛



شکل ۷. نقطه متناظر  $\sqrt{3}$  روی محور اعداد حقیقی

با این ترتیب، با عمود کردن پاره‌خط‌هایی به طول ۱ واحد به پاره‌خطی به اندازه  $\sqrt{n}$ ، مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل می‌شود که طبق قضیه فیثاغورس، وتر آن  $\sqrt{n+1}$  است. در شکل ۸،  $\sqrt{4}$  (که همان ۲ است)،  $\sqrt{5}$ ،  $\sqrt{6}$ ،  $\sqrt{7}$ ،  $\sqrt{8}$  و  $\sqrt{9}$  را می‌بینید. مشابه این شکل روی جلد کتاب‌های ریاضی شما ترسیم شده است.



شکل ۸

حال اگر بخواهیم  $\sqrt{20}$  را رسم کنیم، خوب همین کار را ادامه می‌دهیم تا به  $\sqrt{20}$  برسیم. این کار، خیلی بی‌دردسر است. یک دقیقه صبر کنید! بی‌دردسر به چه معنا؟! کشیدن ۱۹ تا مثلث قائم‌الزاویه‌ای دقیق با اندازه‌های دقیق، کار کم‌دردسری نیست. اما از یک لحاظ این روش بی‌دردسر است که نیاز به فکر کردن ندارد! اما آیا همیشه، کاری که فکر کمتری نیاز دارد، ولی به کار دستی بیشتر نیازمند است، بهتر است؟ مثلاً برای ترسیم  $\sqrt{20}$  به کمک قضیه فیثاغورس، می‌توانیم تصور کنیم که اگر وتر مثلث مورد نظر ما،  $\sqrt{20}$  باشد، اضلاع آن باید چه اندازه‌هایی داشته باشند؟ یعنی

$$(\sqrt{20})^2 = a^2 + b^2$$

یا

$$20 = a^2 + b^2$$

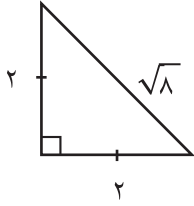
می‌دانیم که تمام حاصل جمع‌های ممکن برای عدد ۲۰، با در

نظر گرفتن جابه‌جایی در جمع، این‌ها هستند:

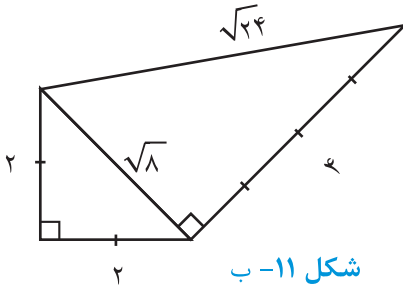
$$20 = 1 + 19$$

$$20 = 2 + 18$$

روش دیگر یافتن حاصل جمعی مناسب برای ۲۴ است که اعداد آن حاصل جمع، مجذور کامل باشند، یا لااقل یکی از آنها مجذور کامل باشد. شما چه حاصل جمعی را انتخاب می‌کنید؟ من  $۸+۱۶=۲۴$  را انتخاب کردم، زیرا در هیچ یک حاصل جمع‌های ممکن برای عدد ۲۴ دو مجذور کامل نداریم، لذا بین آنهایی که یک مجذور کامل دارند، به نظرم ۱۶، ۸ مناسب‌ترند، زیرا خود ۸ می‌تواند به صورت  $۴+۴$  درآید، یعنی  $\sqrt{۸}$  وتر مثلثی به اضلاع ۲ و ۲ باشد. شکل ۱۱ را ببینید:



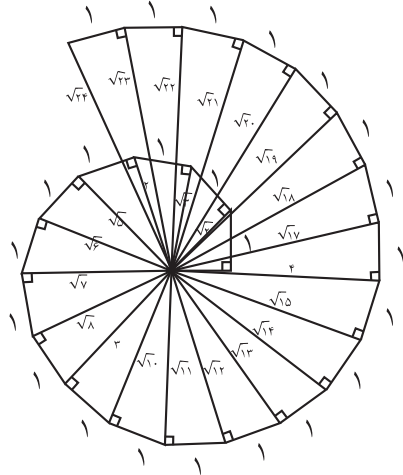
شکل ۱۱- الف



شکل ۱۱- ب

از ابزار، ممکن است خطا داشته باشیم و هرچه تعداد این خطها بیشتر باشد، دقت کار ما کمتر می‌شود. حال بیایید  $\sqrt{۲۴}$  را بکشیم. شما چه روشی را انتخاب می‌کنید؟

بله درست است؛ یک روش، همان ترسیم مثلث‌های متوالی است که به شکل حلزون خواهد شد و پس از چند مرحله مثلث‌ها روی همدیگر می‌افتند و شکل، خیلی شلوغ می‌شود!



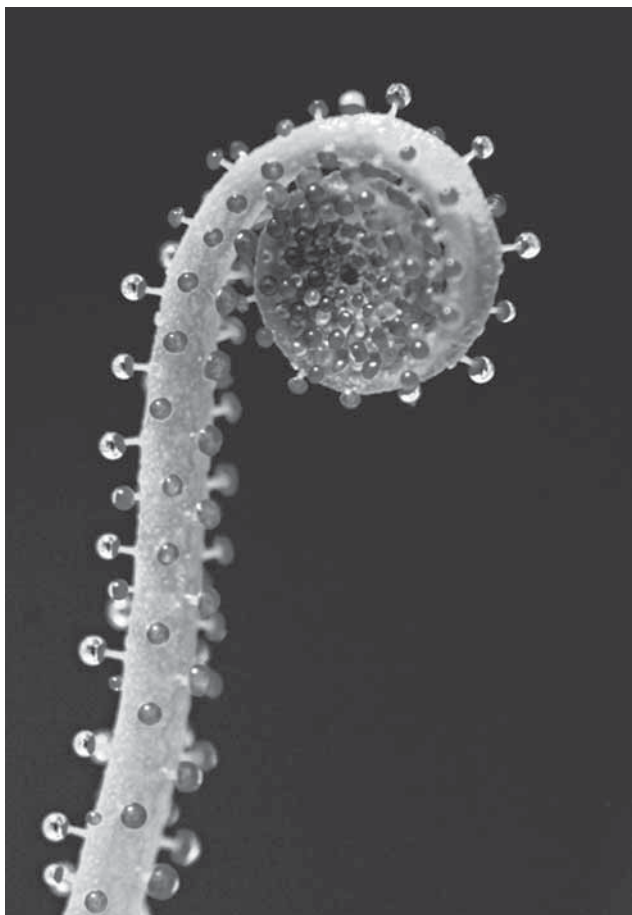
شکل ۱۰



پس دیدید که برای ترسیم  $\sqrt{24}$ ، تنها یک رویکرد و تنها یک روش وجود ندارد و آخرین روش به دلیل تعداد مراحل کمتری که در آن از ابزار استفاده می‌شود، از دقت و سرعت بالاتری برخوردار است.

حال شما بهترین راه برای ترسیم  $\sqrt{27}$  و  $\sqrt{28}$  را انتخاب کنید و دلیل انتخاب خود در هر مورد را توضیح دهید.

**مجموعه اعداد حقیقی،  
در واقع از دو زیرمجموعه  
کاملاً جدا از هم تشکیل  
شده است: مجموعه  
عددهای گویا و مجموعه  
عددهای گنگ**



خوب مثل این که کار تمام شد. اما یک لحظه صبر کنید! چرا باید حتماً  $\sqrt{24}$  وتر یک مثلث قائم‌الزاویه باشد. شاید یکی از اضلاع مثلث قائم‌الزاویه باشد، یعنی در واقع در یک مثلث قائم‌الزاویه داشته باشیم:

$$c^2 = (\sqrt{24})^2 + b^2$$

یا

$$c^2 = 24 + b^2$$

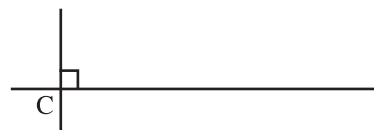
یا

$$24 = c^2 - b^2$$

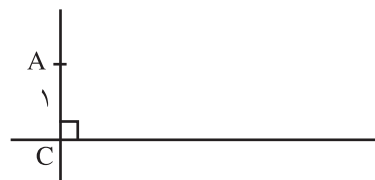
یعنی باید ۲۴ را به صورت تفاضل دو عدد ببینیم که ترجیحاً هر دو آن‌ها مجذور کامل باشند. خوب این خیلی راحت‌تر است، زیرا:

$$24 = 25 - 1$$

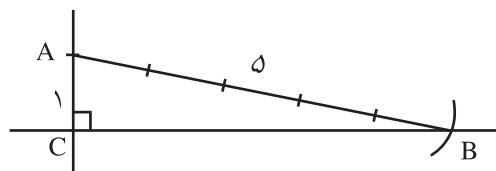
پس مثلث قائم‌الزاویه ما، یک ضلعش ۱ واحد، یک ضلع دیگرش  $\sqrt{24}$  واحد و وترش ۵ واحد است. می‌توانیم با روشی که در سال دوم راهنمایی آموخته‌ایم، این مثلث را به حالت «وتر یک ضلع» رسم کنیم تا ضلع دیگرش که  $\sqrt{24}$  است، به دست آید. شکل ۱۲ را ببینید.



**۱۲. الف)** دو خط عمود بر هم رسم کنید.



**۱۲. ب)** روی یکی، یک واحد جدا کنید.



**۱۲. پ)** با پرگار به مرکز A و شعاع ۵، کمانی بزنید تا ضلع دیگر زاویه قائمه را در B قطع کند. مثلث ABC دارای ضلع  $BC = \sqrt{24}$  است.

**شکل ۱۲.** مراحل ترسیم مثلث قائم‌الزاویه با وتر ۵ و ضلع ۱





# بچرخ تا بچرخیم

■ **کلیدواژه‌ها:** دوران، دوران نقطه، دوران خط، دوران سطح، سطح مقطع، حجم، مخروط، مخروط ناقص

شکل حاصل از چرخاندن یک دور کامل یا دوران  $360^\circ$  درجه‌ای گلوله شیشه‌ای چیست؟ اگر طول نخ را کوچک‌تر یا بزرگ‌تر کنیم، شکل چگونه تغییر می‌کند؟

همان‌گونه که در کتاب درسی خوانده‌اید به آن نقطه ثابت، مرکز دوران و به فاصله دو نقطه (طول نخ کاموا) شعاع دوران می‌گوییم. در ریاضیات به این حلقه ایجادشده دایره می‌گوییم.

## گام دوم: دوران یک خط

**وسایل مورد نیاز:** مقوا، قیچی، چسب مایع یا حرارتی، مداد چوبی. ابتدا با قیچی از لبه مقوا یک مستطیل باریک (شبهه یک خط) ببرید. یک سر آن را با چسب به مداد بچسبانید. وقتی چسب خشک شد، مداد را به آرامی بچرخانید.

همان‌گونه که می‌بینید، شکل حاصل از دوران، بستگی به زاویه چرخش (دوران) دارد. شکل حاصل از دوران  $360^\circ$  چیست؟ در این‌جا مرکز دوران همان محل اتصال خط (نوار باریک مقوا) با مداد است. آیا می‌توان یک خط را غیر از دو سرش از نقطه دیگری دوران داد؟ این موضوع را به کمک یک نوار باریک مقوا و یک سوزن ته‌گرد بررسی کنید.

محاسبه حجم یا فضای که یک جسم اشغال می‌کند، همیشه مورد توجه بوده است. این موضوع فقط یک مطلب ریاضی نیست، بلکه اغلب دانشمندان در رشته‌های مختلف علمی بدان توجه داشته‌اند و در شاخه‌های پزشکی، دندان‌پزشکی، هوا و فضا و صنعت، کاربردهای ویژه دارد.

به تازگی مطلبی خواندم با عنوان «تعیین حجم تومور مغزی، راهی به سوی سلامت» که توضیح می‌داد پیدا کردن حجم دقیق یک تومور در تصمیم‌گیری پزشکان برای چگونگی برخورد با آن تا چه اندازه مهم است. شاید مناسب باشد کمی دقیق‌تر به دور و بر خود نگاه کنیم و به بررسی کاربردهای علمی فراوان حجم و محاسبه آن بپردازیم.

## گام اول: دوران یک نقطه

**وسایل مورد نیاز:** یک مداد پاک‌کن‌دار، سوزن ته‌گرد، مقداری نخ کاموا، یک گلوله شیشه‌ای، چسب مایع یا چسب حرارتی ابتدا یک تکه نخ کاموا  $20$  سانتی‌متری را جدا می‌کنیم و یک سر آن را با چسب به گلوله شیشه‌ای می‌چسبانیم. بعد از محکم شدن آن، سوزن ته‌گرد را در پاک‌کن ته مداد فرو می‌بریم و سر آزاد نخ را به آن گره می‌زنیم. اکنون مداد را طوری تکان می‌دهیم تا گلوله شروع به چرخیدن کند. به هر دور کامل گلوله یک دوران کامل یا  $360^\circ$  می‌گوییم.



مرحله اول

شعاع قاعده = ۱۰ cm

ارتفاع = ۲۰ cm

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه شماره ۱

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (10)^2 \times 20 = 6280 \text{ cm}$$

و در استوانه مرحله دوم

شعاع قاعده = ۲۰ cm

ارتفاع = ۱۰ cm

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه شماره ۲

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (20)^2 \times 10 = 12560 \text{ cm}$$

## گام‌های بعدی

اکنون موضوع را با چند نمونه دیگر ادامه می‌دهیم.

یک لیوان یک بار مصرف انتخاب و به شکل آن توجه کنید. چه

روشی برای محاسبه حجم آن پیشنهاد می‌کنید؟



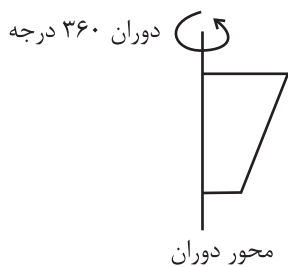
آیا قطر دهانه باز لیوان با قطر دهانه بسته لیوان برابر است؟

بنابراین، لیوان مورد نظر یک استوانه نیست.

لیوان مورد نظر از دوران چه شکلی پدید آمده است؟

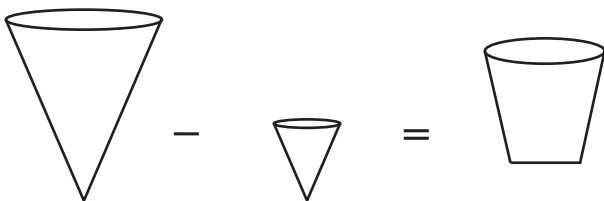
پاسخ شما درست است؛ یک دوزنقه قائم‌الزاویه که پیرامون ضلع

قائم، دوران یافته است.



با نگاه به لیوان درمی‌یابیم که یک مخروط ناقص است.

به شکل زیر توجه کنید:



در ریاضیات به این سطح گرد (دوار) ایجادشده دایره می‌گوییم. می‌توانید

تفاوت این دو دایره در گام اول و گام دوم را توضیح دهید. آیا محاسبه محیط

حلقه (محیط دایره) و محاسبه سطح گرد (مساحت دایره) فقط به شعاع

دوران بستگی دارد؟ چه عامل دیگری در محاسبه مؤثر است؟

## گام سوم: دوران یک سطح

وسایل مورد نیاز: یک قطعه مقوا، قیچی، دو عدد مداد، چسب مایع

حرارتی، خط‌کش.

ابتدا به کمک خط‌کش و مداد، دو مستطیل به طول ۱۵ سانتی‌متر

و عرض ۱۰ سانتی‌متر روی مقوا رسم کنید. سپس به کمک قیچی دور

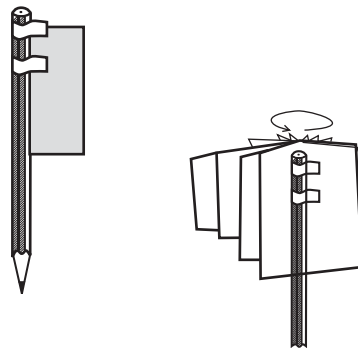
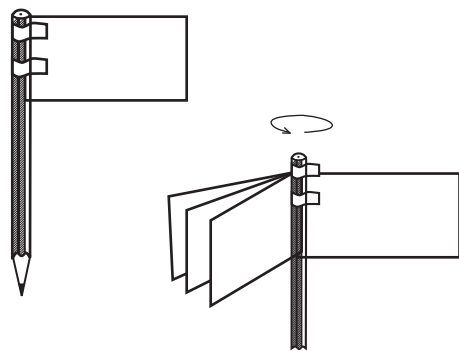
تا دور آن را ببرید.

در مرحله اول، یکی از مستطیل‌ها را از عرض به مداد بچسبانید و

منتظر شوید تا خشک شود. مداد مرحله اول را بچرخانید. حجم حاصل

از این دوران یک استوانه است. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را مشخص

کنید و حجم آن را از روشی که در کتاب یاد گرفته‌اید، به دست آورید.



اکنون مداد مرحله دوم را بچرخانید و شعاع قاعده و ارتفاع حجم

پدیدآمده را به دست آورید و سپس حجم آن را محاسبه کنید.

با توجه به محاسبه‌های انجام‌داده در مورد حجم دو استوانه حاصل از

مرحله اول و مرحله دوم به چه نتیجه‌ای می‌رسید؟

محاسبه‌های خود را با محاسبه‌هایی که در زیر آمده‌اند، مقایسه کنید.

اگر مستطیلی که استفاده کرده‌اید، ۲۰ در ۱۰ باشد، در استوانه

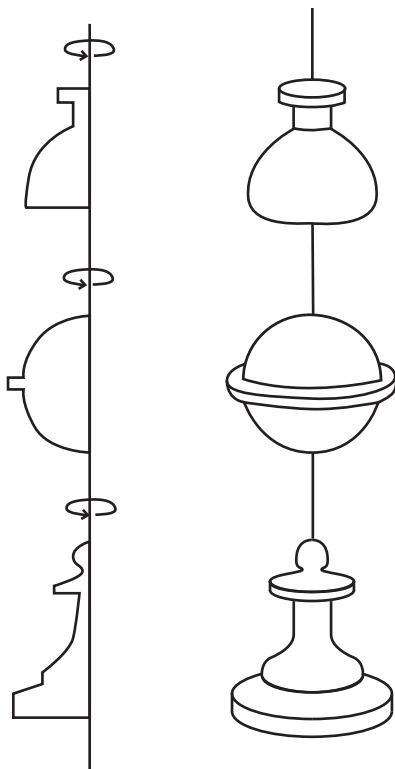
اکنون می‌توانیم بگوییم:

حجم مخروط حذف‌شده - حجم مخروط اولیه = حجم لیوان  
 دوزنقه‌ای را رسم کنید که از دوران آن لیوانی درست شده است. قطر دهانه باز لیوان ۷ سانتی‌متر، قطر دهانه بسته آن ۵ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۸ سانتی‌متر است. اکنون دو ساق دوزنقه را ادامه دهید تا یکدیگر را قطع کنند.  
 به کمک قضیه تالس اندازه مجهول را به دست می‌آوریم.

حجم مخروط کوچک - حجم مخروط بزرگ = حجم لیوان

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \times \pi (3/5)^2 \times 28 - \frac{1}{3} \times \pi (7/5)^2 \times 20 \\ &= \frac{1}{3} \times 3 \times 12/25 \times 28 - \frac{1}{3} \times 3 \times 49/25 \times 20 \\ &= 343 - 125 \\ &= 218 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

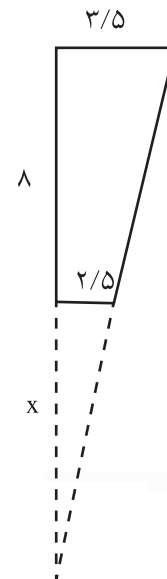
در محاسبه حجم یک چیز، فهمیدن سطح مقطع شکل که حجم با دوران آن ایجاد می‌شود، اهمیت دارد.  
 در زیر، چند نمونه از حجم‌ها و سطح مقطع آن‌ها رسم شده‌اند.



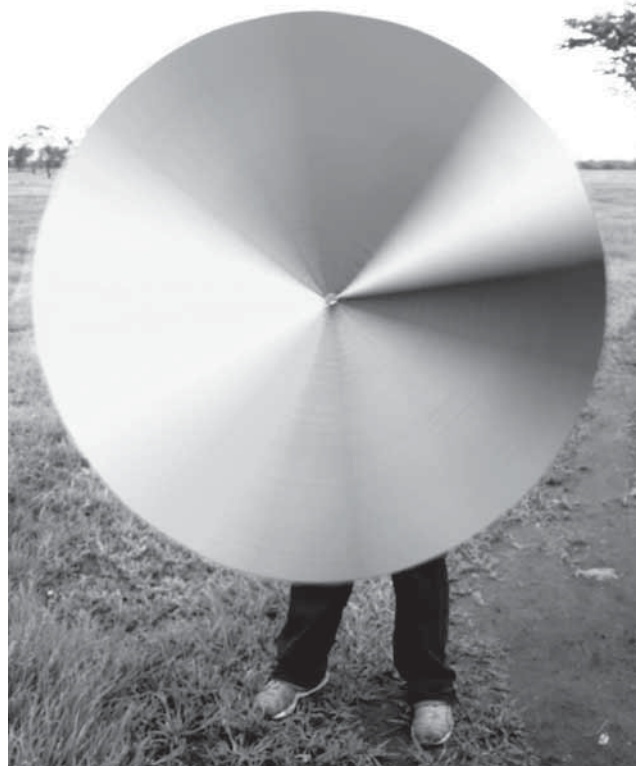
در پایان، حجم یک شیشه آب معدنی کوچک، حجم یک نوشابه خانوادگی و حجم یک حلقه چسب برق نواری را با یافتن سطح مقطع دوران آن‌ها بیابید.  
 آیا شکلی در پیرامون شما هست که نتوانید با آن روش حجم آن را بیابید؟ مثال بزنید.

### پی‌نوشت:

\* در رسم اشکال از مجله رشد برهان راهنمایی شماره ۱۹، استفاده شده است.



$$\begin{aligned} \frac{x}{x+8} &= \frac{2/5}{7/5} = \frac{2}{7} \\ 7x &= 2x + 16 \\ 5x &= 16 \\ x &= 3.2 \text{ cm} \end{aligned}$$



# ندانستن عیب نیست!

**کلیدواژه‌ها:** حل مسئله، استدلال، مسائل منطقی

**مسئله ۱.** مسئول بهداشت محله، به خانهای مراجعه کرد و زنگ را به صدا درآورد. خانم فلاح در را باز کرد. مسئول بهداشت از او سن فرزندانش را پرسید. خانم فلاح گفت «من سه فرزند دارم و حاصل ضرب سن آنها برابر است با ۳۶ و حاصل جمع سن آنها برابر است با شماره پلاک خانه‌مان.» مسئول بهداشت به پلاک نگاه کرد و شماره‌اش را خواند و گفت «خانم! حتی با شنیدن این حرف شما، نمی‌دانم که سن بچه‌هایتان چقدر است.

● شماره پلاک چند بوده است؟ چرا؟

**مسئله ۲.** فاطمه دو عدد پشت سر هم را در نظر گرفته و هریک را روی تکه کاغذی نوشته و یک تکه را به آمنه داده است و تکه دیگر را

در این نوشته، چند مسئله جالب را کنار هم می‌بینید. من این مسئله‌ها را در زمان‌های مختلفی دیده‌ام: اولی را وقتی اول دبیرستان بودم. دومی را بعد از دوره پیش‌دانشگاهی، سومی و چهارمی را سال پیش؛ و پنجمی را وقتی این مقاله را می‌نوشتیم دیدم. چه دلیلی وجود داشت که آنها را در کنار هم بیاورم؟ دلیلش این بود که چند وقت پیش، به فکر رسیدن این مسئله‌ها شباهتی با هم دارند: در همه آنها، ندانستن عیب نیست! مسئله‌ها را که بخوانید، خودتان متوجه می‌شوید منظور چیست. اگر در نگاه اول به نظرتان عجیب و حل‌نشده آمدند، کوتاه نیاید و باز هم تلاش کنید. مطمئن باشید که حل می‌شوند!

✓ همان‌طور که خواهید دید، در هر مسئله، افرادی حضور دارند.

✓ این افراد به قدر کافی

منطقی و اهل فکر هستند. مثلاً اگر بگویند چیزی را نمی‌دانند، هرکس دیگر هم جای آنها می‌بود، نمی‌توانست آن چیز را بدانند.

✓ حرف‌هایشان راست

است و قصد ندارند یکدیگر و شما را گول بزنند!

✓ وقتی پاسخی

می‌دهند، به درستی پاسخشان اطمینان دارند و شانس پاسخ نمی‌دهند.





## راه حل مسئله ۱. بیایید ببینیم کدام سه عدد هستند که

ضربشان برابر ۳۶ می شود:

$$1 \times 1 \times 36$$

$$1 \times 2 \times 18$$

$$1 \times 3 \times 12$$

$$1 \times 4 \times 9$$

$$1 \times 6 \times 6$$

$$2 \times 2 \times 9$$

$$2 \times 3 \times 6$$

حالا باید ببینیم حاصل جمع این سن ها برابر چه عددهایی می شود:

$$1 + 1 + 36 = 38$$

$$1 + 2 + 18 = 21$$

$$1 + 3 + 12 = 16$$

$$1 + 4 + 9 = 14$$

$$1 + 6 + 6 = 13$$

$$2 + 2 + 9 = 13$$

$$2 + 3 + 6 = 11$$

در مسئله گفته شده است که مسئول بهداشت به پلاک نگاه کرد، ولی نتوانست بفهمد سن بچه ها چه عددهایی است. اگر شماره پلاک برابر ۱۶ بود، همان طور که در بالا می بینید، مسئول بهداشت می توانست بفهمد که سن ها برابر ۱، ۳ و ۱۲ هستند یا اگر شماره پلاک برابر ۱۱ بود، می توانست نتیجه بگیرد که بچه ها ۲ ساله، ۳ ساله و ۶ ساله اند. فقط اگر پلاک ۱۳ باشد، مسئول بهداشت نمی تواند بفهمد که سن بچه ها چیست، چون چه سن آن ها ۲، ۲ و ۹ باشد و چه ۱، ۶ و ۶، حاصل جمعشان یکسان است و برابر ۱۳ می شود. پس شماره پلاک حتماً ۱۳ بوده است.

## راه حل مسئله ۲. در حل این مسئله باید به یاد داشته

باشیم که عددهای آمنه و سمانه، پشت سرهم اند. بیایید ببینیم از هر حرف آمنه و سمانه، چه می فهمیم:

**آمنه:** من عددت را نمی دانم.

از این حرف معلوم می شود که عدد آمنه ۱ نبوده است، چون اگر ۱

بود آمنه نتیجه می گفت که عدد سمانه برابر است با ۲.

**سمانه:** من هم عددت را نمی دانم.

پس آمنه مانند بالا نتیجه می گیرد که عدد سمانه ۱ نیست. این عدد

۲ هم نیست، چون اگر ۲ می بود، سمانه که می دانست عدد آمنه ۱ نیست،

به سمانه. فاطمه به آن ها می گوید که روی کاغذها، دو عدد طبیعی پشت سر هم نوشته شده اند. بین سمانه و آمنه، این مکالمه رخ داد:

**آمنه:** من عددت را نمی دانم.

**سمانه:** (کمی بعد): من هم عددت را نمی دانم.

**آمنه:** (چند دقیقه بعد): من عددت را می دانم! عددت ۳ است.

● آمنه چطور عدد سمانه را پیدا کرد؟

● عدد آمنه چند است؟

## مسئله ۳. در اتاقی، علی و مهدی به صف ایستاده اند.



سعید چراغ را خاموش می کند و روی سر هر یک، کلاهی می گذارد. سپس چراغ را روشن می کند و به آن ها می گوید این دو کلاه را از بین سه کلاه انتخاب کرده است که رنگ دوتایشان قرمز است و رنگ دیگری آبی.



سعید اعلام می کند که مهدی و علی حق ندارند با هم صحبت کنند و هیچ یک نباید به نفر عقبش نگاه کند و هر کسی باید یا رنگ کلاهش را بگوید یا اعلام کند که رنگ کلاهش را نمی داند.

**علی** کمی فکر کرد و گفت: «من رنگ کلاهم را نمی دانم.»

چند لحظه بعد، **مهدی** گفت: «من رنگ کلاهم را می دانم!»

● مهدی چطور رنگ کلاهش را فهمید؟

● کلاه مهدی چه رنگی است؟

می‌فهمید که عدد آمنه ۳ است.

آمنه: من عددت را می‌دانم! عددت ۳ است.

آمنه حالا می‌داند که عدد سمانه نه ۱ است و نه ۲؛ و با این اطلاعات نتیجه گرفت عدد او ۳ است.

اگر عدد آمنه بیشتر از ۴ می‌بود، نمی‌توانست با اطلاعاتی که به دست آورده بود، عدد سمانه را بیابد. پس عدد آمنه یا ۳ است یا ۴ و چون عدد سمانه ۳ است، پس عدد آمنه ۴ است.

حالا می‌توانید بگویید چرا نام مقاله را «ندانستن عیب نیست!» گذاشته‌ام. در هر سه مسئله، وقتی کسی اعلام می‌کند که چیزی را نمی‌داند (یعنی نمی‌تواند آن را به دست بیاورد) بقیه افراد و کسی که می‌خواهد مسئله را حل کند، اطلاعاتی به دست می‌آورد

علی کمی فکر کرد و گفت: «من رنگ کلاهم را نمی‌دانم.»

مهدی هم بعد از کمی فکر گفت: «من هم رنگ کلاهم را نمی‌دانم.»

هابیل چند لحظه بعد گفت: «ولی من رنگ کلاهم را می‌دانم!» و

رنگ کلاهش را درست گفت.

● هابیل چگونه رنگ کلاهش را فهمید؟

● کلاه هابیل چه رنگی بوده است؟

**مسئله ۵.** لیلادو عدد متفاوت را در نظر گرفته و یکی را به افسانه گفته است و دیگری را به هدی. هم‌چنین به آن‌ها اعلام کرده است که حاصل ضرب این دو عدد یا ۸ است یا ۱۶. گفت‌وگوی زیر بین افسانه و هدی اتفاق افتاد:

افسانه: من عددت را نمی‌دانم.

هدی (کمی بعد): من هم عددت را نمی‌دانم.

افسانه (چند دقیقه بعد): من هنوز عددت را نمی‌دانم.

هدی (چند دقیقه بعد): من هم هنوز عددت را نمی‌دانم.

در این لحظه، یکی از این دو نفر عدد دیگری را به درستی یافت.

● این شخص افسانه بود یا هدی؟

● عدد افسانه چند است؟

● عدد هدی چند است؟

منابع:

<http://mathforum.org/library/drmath/view/55655.html>

<http://en.wikipedia.org/wiki/prisoners-and-hats-puzzle>



**راه حل مسئله ۳.** دو تا از کلاه‌ها قرمز بوده‌اند و یکی آبی.

مهدی با خودش به این صورت فکر می‌کند: «اگر علی کلاهی آبی را بر سر من می‌دید، می‌توانست بگوید کلاه خودش قرمز است، زیرا فقط یک کلاه آبی وجود دارد. پس علی کلاهی قرمز بر سر من دیده است.»

\* \* \*

حالا می‌توانید بگویید چرا نام مقاله را «ندانستن عیب نیست!» گذاشته‌ام. در هر سه مسئله، وقتی کسی اعلام می‌کند که چیزی را نمی‌داند (یعنی نمی‌تواند آن را به دست بیاورد) بقیه افراد و کسی که می‌خواهد مسئله را حل کند، اطلاعاتی به دست می‌آورد. راستی! قول می‌دهم که مقاله‌ای با عنوان «نپرسیدن عیب نیست» ننویسم! در پایان، چند مسئله آورده‌ام تا حلشان کنید و مطمئن شوید ندانستن عیب نیست!

**مسئله ۴.** در ادامه مسئله ۳، هابیل به اتاق می‌آید و در جلوی

صف می‌ایستد.



علی



مهدی



هابیل

سعید دوباره چراغ را خاموش می‌کند و روی سر هر یک، کلاهی می‌گذارد. سپس چراغ را روشن می‌کند و به آن‌ها می‌گوید که این سه کلاه را از بین پنج کلاه انتخاب کرده است که رنگ سه‌تایشان قرمز است و رنگ دو تا آبی.



علی



مهدی



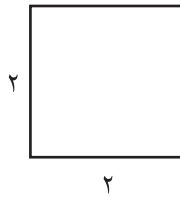
هابیل





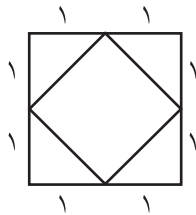
# توضیحی درباره مقاله « $\sqrt{2}$ وجود ندارد!»

کلیدواژه‌ها: بسط، اعشاری، قضیه فیثاغورس



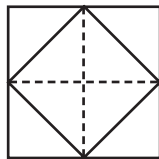
وسط‌های ضلع‌های آن را به هم وصل می‌کنم. با این کار، به مربعی

جدید می‌رسم.



مساحت مربع بزرگ برابر ۴ است و مساحت مربع وسط برابر ۲ است

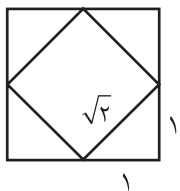
(به شکل زیر نگاه کنید).



طول ضلع مربع وسط، عددی است که وقتی در خودش ضرب شود

برابر مساحت مربع می‌شود. یعنی طول ضلع مربع وسط عددی است که

وقتی در خودش ضرب شود، حاصل برابر ۲ می‌شود. این عدد،  $\sqrt{2}$  است!



در همین شماره مجله، در مقاله  $\pi$  بهترین راه کدام است؟ نیز در مورد

پاره‌خط‌هایی با طول اعدادی مثل  $\sqrt{2}$ ، بحث شده است.

در مقاله « $\sqrt{2}$  وجود ندارد!» استدلال کردم که آخرین رقم اعشار  $\sqrt{2}$  هیچ‌یک از رقم‌های ۰، ۱، ۲، ... و ۹ نیست. یعنی هیچ عددی نیست که مثلاً ۱۰ رقم اعشار یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰۰ رقم اعشار داشته باشد و وقتی در خودش ضرب شود، برابر ۲ شود.

اگر به یاد داشته باشید، در آن مقاله نوشتم که «راستی، می‌خواهم جمعه این هفته که سرم خلوت است، با روشی شبیه به روشی که در بالا گفتم، ثابت کنم  $\frac{1}{3}$  وجود ندارد!» اگر  $\frac{1}{3}$  وجود داشته باشد، وقتی آن را در ۳ ضرب کنیم، حاصل برابر ۱ می‌شود. آیا عددی وجود دارد که ضرب در ۳ برابر ۱ شود؟ آخرین رقم اعشار این عدد چه رقمی می‌تواند باشد؟ مشابه مقاله قبل، می‌توانیم استدلال کنیم که آخرین رقم اعشار چنین عددی، نه برابر ۰ است، نه ۱ و نه هیچ‌یک از ارقام دیگر. آیا می‌توانیم از این حرف نتیجه بگیریم که  $\frac{1}{3}$  وجود ندارد؟ خیر! فقط می‌توانیم بگوییم که وقتی بخواهیم  $\frac{1}{3}$  را به صورت اعشاری بنویسیم، رقم‌های اعشارش هیچ‌وقت تمام نمی‌شوند، یعنی این عدد، آخرین رقم اعشار ندارد! مگر در هر عددی، حتماً رقم‌های اعشار تمام می‌شوند؟!

در استدلالی که در مقاله آمد، فرض شده بود که رقم‌های اعشار  $\sqrt{2}$  حتماً تمام می‌شوند و مشکل استدلال در همین جا بود. اتفاقاً از استدلالی که در مقاله آمده بود، معلوم می‌شود که در مورد  $\sqrt{2}$  هم وضع مانند  $\frac{1}{3}$  است: اگر بخواهیم  $\sqrt{2}$  را به صورت اعشاری بنویسیم، هیچ‌وقت رقم‌های اعشار آن تمام نمی‌شوند. اما از این حقیقت نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که  $\sqrt{2}$  وجود ندارد، همان‌طور که نمی‌توانیم نتیجه بگیریم  $\frac{1}{3}$  وجود ندارد. حالا برای این که خیالتان راحت شود  $\sqrt{2}$  وجود دارد، پاره‌خطی برایتان رسم می‌کنم و برایتان دلیل می‌آورم که طولش برابر  $\sqrt{2}$  است.

مانند شکل، ابتدا مربعی با طول ضلع ۲ رسم می‌کنم.



# ماشین حساب

■ **کلیدواژه‌ها:** ماشین حساب، محاسبه، تفریق، تقسیم، ضرب، صفر

الهام به جای  $75 \times 65$  نیز،  $(75 \times 5) - (75 \times 70)$  را محاسبه کرد، زیرا:

$$75 \times 65 = 75 \times (70 - 5) = 75 \times 70 - 75 \times 5$$

شما اگر جای الهام بودید، به جای انجام هریک از محاسبه‌های زیر،

چه محاسبه‌هایی را با ماشین حساب شکست‌الهام انجام می‌داید؟

$$851 - 600 \quad ; \quad 3 \times 6 \quad ; \quad 15 - 6$$

$$66 + 45 + 6/5 \quad ; \quad 851 - (6 \times 4) + 6 \quad ; \quad 360 \div 6$$

$$62 \times 62 \quad ; \quad 2600 \div 4$$

xxx

این بار می‌خواهیم با استفاده از ماشین حسابی که دکمه  $\div$  آن خراب

است، حاصل  $358 \div 4$  را به دست آوریم

$$358 \div 4 = 358 \times \frac{1}{4} = 358 \times 0.25$$

چگونه با استفاده از ماشین حسابی که دکمه  $\times$  آن خراب است،

حاصل ضرب زیر را به دست می‌آورید؟

$$4923 \times 5$$

گاهی ممکن است چند دکمه ماشین حساب خراب باشند. برای مثال

می‌خواهیم با استفاده از ماشین حسابی که در آن فقط دکمه‌های  $0$ ،  $1$ ،

$2$ ،  $\div$ ،  $\times$ ،  $M+$ ،  $MRC$ ،  $AC$  سالم‌اند و بقیه خراب شده‌اند، عددهای

زیر را روی صفحه ماشین حساب نشان دهیم (بقیه را شما کامل کنید).

$$4 : 2 \times 2 =$$

$$3 : 12 \div 2 \div 2 =$$

$$7 : 12 \div 2 \div 2 \quad M+ \quad 21 \div MRC =$$

ماشین حساب‌ها هم گاهی خراب می‌شوند. ممکن است بعضی

قسمت‌های ماشین حساب در اثر ضربه یا استفاده زیاد از کار بیفتند. این

اتفاق برای ماشین حساب الهام هم افتاد.

آن روز معلم از بچه‌ها خواسته بود تعدادی محاسبه را با استفاده از

ماشین حساب در خانه انجام دهند.

اما ماشین حساب از دست الهام افتاد و دکمه عدد  $6$  شکست و

دکمه عدد  $8$  دیگر کار نکرد که نکرد! ولی الهام ناامید نشد و با همان

ماشین حساب شکسته شروع به کار کرد. متأسفانه تمام محاسبه‌هایی که

الهام باید انجام می‌داد، به رقم  $6$  احتیاج داشتند. اما الهام از آن آدم‌هایی

نیست که به این راحتی تسلیم مشکلات شوند و تلاش کرد کمبود  $6$  را

با فکر کردن جبران کند!

برای مثال به جای  $300 - 65$  حاصل  $310 - 75$  را به دست آورد. چرا

این دو عبارت حاصل یکسان دارند؟

$$300 - 65 = 300 + (10 - 10) - 65 = 300 + 10 - 10 - 65$$

$$= (300 + 10) - (10 + 65) = 310 - 75$$

به زبان دیگر، الهام  $10$  تا به  $300$  و  $10$  تا به  $65$  اضافه کرد و به  $310$

و  $75$  رسید، چون می‌دانست بعد از تفریق کردن،  $10$  تایی که به  $300$

اضافه کرده منهای  $10$  تایی که به  $65$  اضافه کرده است صفر می‌شود و

حاصل تفریق تغییری نمی‌کند. البته او می‌توانست کارهای دیگری هم

انجام دهد. برای مثال می‌توانست  $300 - 70 + 5$  را محاسبه کند. چرا؟

# باب شکسته

ماشین حساب‌ها هم گاهی خراب می‌شوند



- ۸ :
- ۵ :
- ۶ :
- ۹ :
- ۱۱ :

برای حل مسائل بیشتر می‌توانید به وبگاه زیر مراجعه کنید:

<http://www.woodbands-junior.kent.sch.uk/maths/>

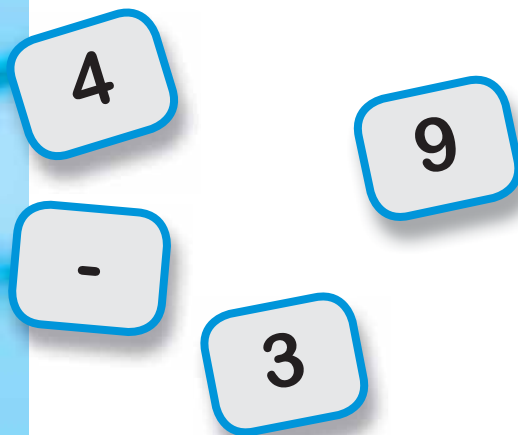
broken-calculator

هم‌چنین وبگاه زیر ماشین‌حسابی در اختیار شما قرار می‌دهد که

می‌توانید بعضی از دکمه‌های آن را به دلخواه خوتان غیر فعال (خراب)

کنید و بکوشید اعداد مختلف را با استفاده از این ماشین‌حساب پدید

آورید.



<http://seeingmath.concord.org/broken-calculator>



# استفاده از محیط لوگو

## آشنایی با چند دستور مهم در Logo

■ **کلیدواژه‌ها:** اجرای دستور لوگو، ذخیره کردن، باز کردن فایل

حالا می‌خواهیم ۱۰۰ قدم از خط کشیده شده را پاک کنیم. برای این منظور از دستور `pe` استفاده می‌شود..  
حالا دستور زیر را می‌نویسیم.

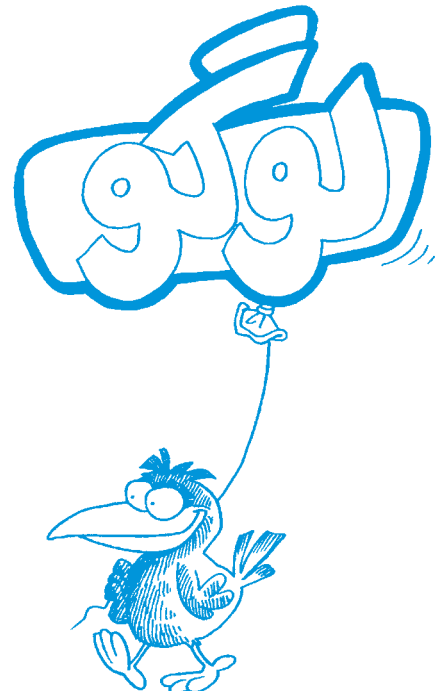
```
pe
BK 100
```

یعنی قلم در حالت پاک کردن قرار گیرد و نشانه‌ی لوگو ۱۰۰ قدم به سمت عقب حرکت کند که با این کار ۱۰۰ قدم از خط کشیده شده حذف می‌شود.

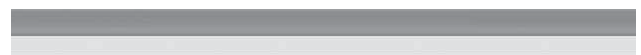


اجرای این دستور در محیط لوگو، چنین است:

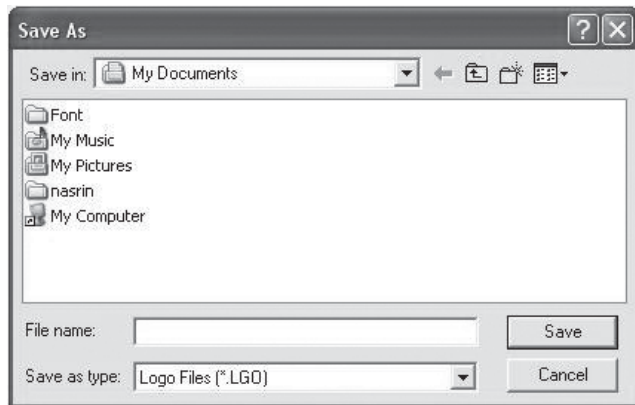
```
Commander
fd 200
pe
bk 100
ppt
ppt
```



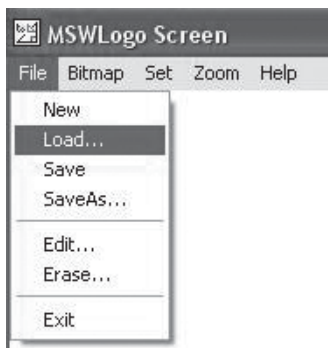
در این شماره می‌خواهیم روش پاک کردن بخشی از تصویر کشیده شده را آموزش دهیم.  
دستور `FD 200` را اجرا کنید.



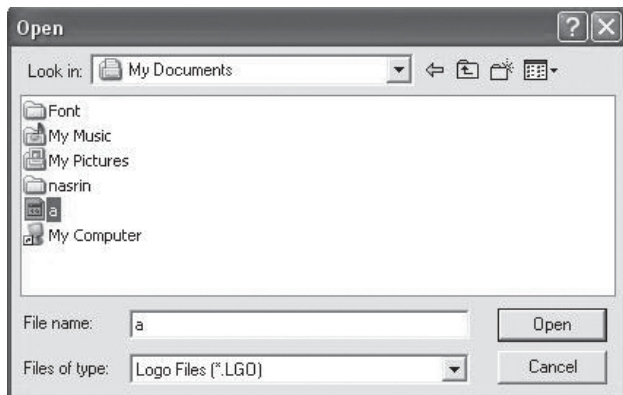
در صفحه نمایان شده نام دلخواه را وارد کنید سپس روی دکمه Save کلیک کنید.



برای باز کردن فایلی که ذخیره کرده‌اید از منوی File، Load را انتخاب می‌کنیم.



حالا فایل موردنظر را از بخش اشاره شده انتخاب می‌کنیم و سپس روی دکمه Load کلیک می‌کنیم.



حالا برای اجرای برنامه کافی است نام تصویر را وارد کنیم و کلید Execute صفحه کلید را فشار دهیم.



از این به بعد هر دستوری بنویسید شکل موردنظر روی صفحه رسم می‌شود.

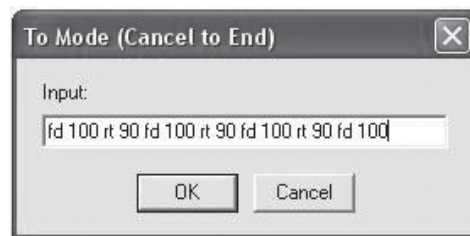
## ذخیره کردن برنامه

برای این که دستورات مربوط به شکلی را که در Logo می‌کشیم در جایی نگه داریم، مراحل زیر را دنبال می‌کنیم.

To A

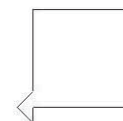
نامی که می‌خواهیم به تصویر کشیده شده بدهیم

با نوشتن این دستور صفحه‌ای به شکل زیر نمایان می‌شود.

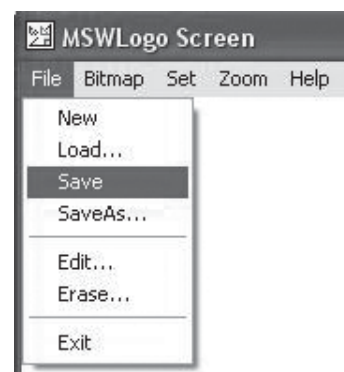


برای مثال دستور مربوط به کشیدن تصویر مربع را در بخش اشاره شده وارد کنید. سپس در پایان روی دکمه cancel کلیک کنید.

حالا اگر بخواهیم مربع را بکشیم فقط کافی است نام تصویر (A) را در بخش نوشتن دستور وارد کنیم و سپس کلید Enter صفحه کلید را فشار دهیم.



برای ذخیره کردن نام شکل از منوی File، Save را انتخاب می‌کنیم.





# آمادگی برای به کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی

(سومین تلاش)

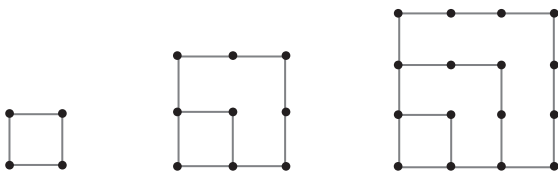


**کلیدواژه‌ها:** برنامه Excel، پروژه ریاضی، اعداد شکلی، اعداد مربعی، اعداد مثلثی، اعداد پنج‌ضلعی، اعداد شش‌ضلعی، ضرب یک عدد، اعداد فیثاغورسی

## پیش‌پروژه سه - اعداد شکلی

### اعداد مربعی

تعداد نقاط پر رنگ شده در شکل زیر، اعداد مربعی را نمایش می‌دهند.



۱، ۴، ۹، ۱۶ و ... اعداد مربعی هستند. می‌خواهیم در محیط Excel اعداد مربعی را به ترتیب از اولی تا صدمین عدد پیدا کنیم. با دو رویکرد به حل این مسئله می‌پردازیم.

### رویکرد اول

اعداد مربعی به ترتیب برابر مربع (مجذور) اعداد طبیعی‌اند. پس در ستون A اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب قرار می‌دهیم و در ستون B مربع

همان‌طور که در شماره قبل گفتیم، برای آن‌که بتوانید از محیط Excel برای انجام پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای Microsoft Office را روی رایانه خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم‌افزار کاربردی است که یکی از آن‌ها Microsoft Office Excel است.

در این ستون می‌خواهیم در چند شماره پایایی، یک پروژه برایتان تعریف کنیم تا با انجام آن‌ها کمی با امکاناتی که این نرم‌افزار می‌تواند در اختیارتان قرار دهد، آشنا شوید و از آن استفاده کنید. در هر پیش‌پروژه ممکن است از حاصل پیش‌پروژه‌های قبلی استفاده کنیم. پس لازم است پیش‌پروژه‌ها را از اولین شماره و به صورت مرتب انجام دهید.

یک صفحه Excel باز کنید و در صفحه گسترده باز شده، انجام پیش‌پروژه این شماره را آغاز کنید.

پس از انجام هر قسمت از پیش‌پروژه‌ها، فایل‌تان را ذخیره کنید تا در انجام پیش‌پروژه‌های بعدی هم بتوانید از تجربه‌های قبلی‌تان استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش‌پروژه‌های این شماره را سومین تلاش بگذارید!



اعداد را قرار می‌دهیم. برای این منظور در خانه B1 عبارت  $A1^2$  را می‌نویسیم:

سپس خانه B1 را می‌گیریم و در امتداد ستون B تا سطر صدم به سمت پایین می‌کشیم:

	A	B	C	D	E	F
1	1	1				
2	2					
3	3					
4	4					
5	5					
6	6					
7	7					
8	8					
9	9					

پس می‌توانیم اعداد مربعی را به این ترتیب بسازیم.  
در خانه D1 عدد 1 و در خانه D2 عدد 3 را می‌نویسیم. هر دو خانه را با هم می‌گیریم و در امتداد ستون D به سمت پایین می‌کشیم:

	D	E	F
	1		
	3		

اعداد فرد در این ستون به ترتیب قرار خواهند گرفت.  
حالا در خانه E1 عدد 1 یعنی اولین عدد مربعی را قرار می‌دهیم.

	D	E	F
	1	1	
	3		
	5		
	7		
	9		
	11		
	13		
	15		
	17		
	19		

در خانه E2 عبارت  $E1 + D2 = E1 + D2$  را می‌نویسیم و بدین ترتیب عدد 3 را به اولین عدد مربعی اضافه می‌کنیم.

	D	E	F
	1	1	
	3	4	
	5		
	7		
	9		
	11		
	13		
	15		
	17		
	19		

بدین ترتیب اعداد مربعی به ترتیب در ستون B قرار می‌گیرند:

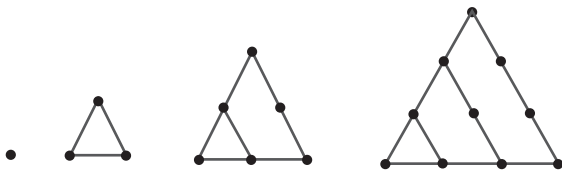
	A	B	C	D	E	F
1	1	1				
2	2	4				
3	3	9				
4	4	16				
5	5	25				
6	6	36				
7	7	49				
8	8	64				
9	9	81				
10	10	100				
11	11	121				
12	12	144				
13	13	169				
14	14	196				
15	15	225				

## رویکرد دوم

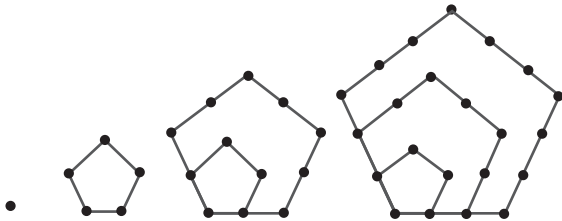
به شکل اعداد مربعی نگاه کنید. اولین عدد مربعی برابر 1 است. دومین عدد مربعی با اضافه کردن 3 به 1 به دست می‌آید. عدد مربعی بعدی با اضافه کردن 5 به عدد قبلی ساخته می‌شود و به همین ترتیب با اضافه کردن اعداد فرد می‌توان اعداد مربعی بعدی را به دست آورد.

.				
1	1+3	1+3+5	1+3+5+7	1+3+5+7+9

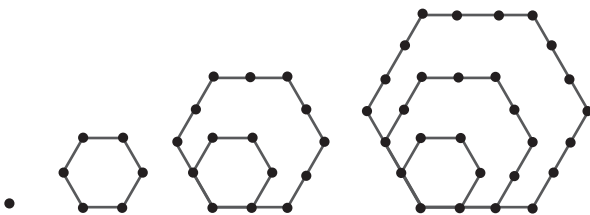
### اعداد مثلثی:



### اعداد پنج ضلعی:



### اعداد شش ضلعی:



برای اضافه کردن اعداد فرد بعدی به هر عدد مربعی و ساختن اعداد مربعی بعدی، کافی است خانه E2 را بگیریم و در امتداد ستون E به سمت پایین بکشیم:

fx =E1+D2		
D	E	F
1	1	
3	4	
5		
7		
9		
11		
13		
15		
17		
19		

بدین ترتیب اعداد مربعی به ترتیب در ستون E قرار خواهند گرفت. شکل‌های زیر اعداد شکلی دیگری را نمایش می‌دهند. سعی کنید با هر دو رویکرد، صد عدد اول از هر یک از مجموعه‌های اعداد مثلثی، اعداد پنج‌ضلعی و اعداد شش‌ضلعی را در محیط Excel بسازید.





# معماها و سرگرمی‌های ریاضی

..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰

۴. چگونه می‌توانیم این مربع را با اعداد دیگر اول کوچک‌تر از ۱۰۰ کامل کنیم تا مربع جادویی شود، به این معنا که مجموع اعداد نوشته شده در هر سطر، هر ستون و هر قطر با هم مساوی باشد.  
 توجه: اعداد اول مانند ۲، ۷ و ۱۳ جز بر خودشان و عدد ۱ بر عدد دیگری بخش‌پذیر نیستند.

		۷
۱		
	۱۳	

۵. به این معما خوب دقت کنید، زیرا با معماهای معمولی اندکی تفاوت دارد! چند رقم در این چهار عدد را باید عوض کنید تا حاصل جمع ۲۰۰۱ شود؟

899  
 919  
 601  
 809



پاسخ در صفحه ۴۷ همین شماره

۱. دیوفانت (Deophante) از ریاضی‌دانان معروف یونان است که در حدود ۳۳۵ میلادی در اسکندریه مصر به دنیا آمد و اغلب او را کاشف جبر و مقابله می‌دانند و هنوز هم عده‌ای از تألیفات او در دست است. مسئله زیر به شکل کتیبه روی قبرش مربوط به زندگی اوست: «ای کسی که از این محل می‌گذری، بدان که این‌جا مقبره دیوفانت است و اگر می‌خواهی بدانی چند سال عمر کرده است، بدان که جوانی او یک ششم عمرش بود و دوران کودکی یک دوازدهم آن؛ وقتی یک هفتم عمرش گذشته بود، عروسی کرد و پنج سال بعد، دارای پسری شد و همین که عمر پسر نصف عمر پدرش شد وفات کرد و پدرش نیز از این غم و غصه، چهار سال بعد وفات کرد. اینک پس از این تفصیلات، سن دیوفانت را پیدا کنید.»

۲. هنگامی که مهرداد سن کنونی پدرش را داشته باشد، خواهرش دو برابر سن فعلی خود را خواهد داشت و وقتی خواهرش به سن فعلی پدرش برسد سن پدرش ۲ برابر سن فعلی مهرداد خواهد بود. اگر اکنون مجموع سن این سه نفر ۱۰۰ سال باشد، سن هریک را تعیین کنید.

۳. در نه سطر زیر چگونه می‌توان با به کارگیری ۹ روش متفاوت، عدد ۲۰ را به دست آورد، به شرط اینکه:

- در سطر اول فقط از رقم ۱ استفاده کنیم.
- در سطر دوم فقط از رقم ۲ استفاده کنیم.
- در سطر سوم فقط از رقم ۳ استفاده کنیم.
- و به همین ترتیب ...
- در سطر نهم فقط از رقم ۹ استفاده کنیم.

سعی کنید بیش از ۶ بار از هر رقم در هر سطر، استفاده نکنید.

..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰  
 ..... = ۲۰



# بازی کشف رمز

کلیدواژه‌ها: کشف رمز، بازی‌های ریاضی، بازی‌های منطقی

شود. من رمز ۱۲۳۴ را انتخاب کرده‌ام.

حدس	پاسخ
۱۵۸۳	●
۲۴۹۷	○ ○ ○
۱۹۴۲	○ ● ●
۱۹۴۶	○ ●

در این مقاله، می‌خواهیم بازی فکری دو نفره‌ای را به شما معرفی کنیم. در این بازی قرار است رمزی را کشف کنید! برای بازی فقط به قلم و کاغذ نیاز دارید. در بازی، یک نفر رمز را طرح می‌کند و نفر دیگر باید آن را کشف کند. رمز، عددی چهار رقمی است که در آن ارقام ۱ تا ۹ به کار رفته‌اند ولی رقمی تکرار نشده است. برای مثال عدد ۱۱۲۳ را نباید به عنوان رمز انتخاب کرد.

فرض کنید من و شما می‌خواهیم بازی کنیم. عدد رمز را انتخاب کرده‌ام. شما باید با چند بار حدس زدن، رمز را پیدا کنید. در مقابل هر عددی که حدس بزنید، من به شما پاسخی می‌دهم که با آن بتوانید بفهمید عددتان چقدر به رمز نزدیک است؛ به این صورت:

۷ بعضی رقم‌های حدسی شما در رمز وجود دارند و جای آن‌ها را هم درست حدس زده‌اید.

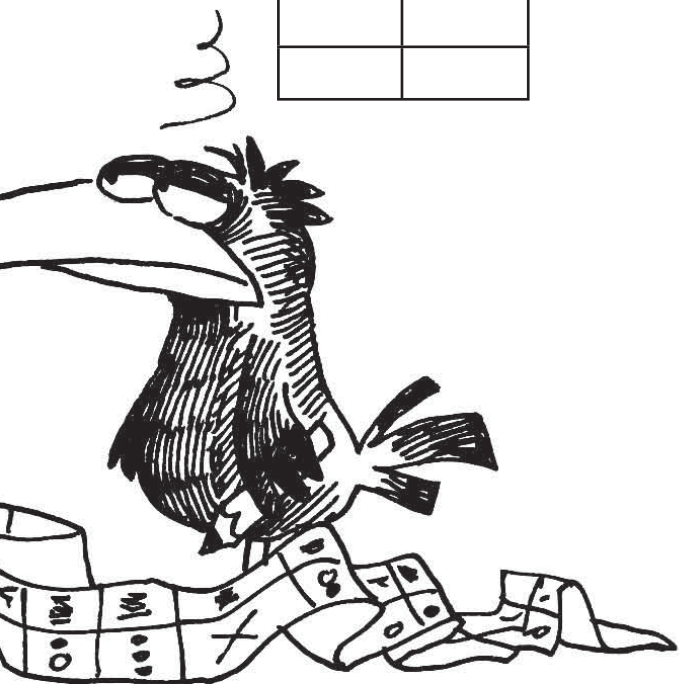
به تعداد این رقم‌ها، شکل ● را می‌نویسم.

۷ بعضی رقم‌های حدسی شما در رمز وجود دارند، ولی جای آن‌ها را درست حدس نکرده‌اید.

به تعداد این رقم‌ها، شکل ○ را می‌نویسم.

شما با توجه به پاسخ‌هایی که از من می‌گیرید باید حدس‌های بهتری بزنید تا کم‌کم به رمز نزدیک شوید و آن را کشف کنید.

بباید چند مثال را بررسی کنیم تا روش پاسخ دادن، بیشتر مشخص



**مثال ۱.۱.** اگر شما عدد ۸۴۳۶ را حدس زده باشید:

✓ رقم ۳ در رمز هست و جایش هم درست است (یک ●).

✓ رقم ۴ در رمز هست و آن در یکان آمده است، اما در حدس شما

در صدگان قرار دارد (یک ○).

پس ما به حدس شما با نوشتن ● ○ پاسخ می‌دهیم.

**مثال ۱.۲.** اگر شما عدد ۵۲۳۶ را حدس بزنید، باید با ● ● به شما

پاسخ دهیم، زیرا:

✓ هر دوی رقم‌های ۲ و ۳ در رمز وجود دارند و جایشان هم درست

است (دو تا ●).

✓ هیچ رقمی وجود ندارد که در رمز باشد ولی جایش درست

نباشد (هیچی ○).

**مثال ۱.۳.** اگر عدد ۱۲۴۹ را حدس بزنید، پاسخ من ● ● ○ خواهد

بود، زیرا:

✓ رقم‌های ۱ و ۲ در جای درست هستند (دو تا ●).

✓ رقم ۴ در رمز هست ولی در جای درست نیست، زیرا در حدس

شما در دهگان است ولی در رمز در یکان (یکی ○).

**مثال ۱.۴.** اگر عدد ۵۶۷۸ را حدس بزنید، در پاسخ نه ○ می‌نویسم

و نه ●. زیرا هیچ رقمی در عدد شما وجود ندارد که در رمز هم آمده باشد،

چه برسد به این که جایش درست باشد!

**توجه!** مهم نیست که دایره‌های توپر و توخالی به چه ترتیبی

نوشته شوند. برای مثال هیچ فرقی بین پاسخ ● ● ○ و پاسخ ○ ● ●

نیست.



حدس	پاسخ
۹۳۲۱	○ ○
۱۲۹۸	●
۶۵۱۹	○ ○ ○
۵۶۸۲	○ ●
۵۱۶۸	○ ○ ○
۱۶۵۲	● ● ●

در هریک از مسئله‌های زیر، در جدول بازی حدس‌هایی زده شده و پاسخ‌هایی داده شده است. با توجه به جدول، مسئله‌ها را حل کنید.

### مسئله ۳.

در بازی زیر، رمز چه عددی ممکن است باشد؟ دو مثال بیاورید.

حدس	پاسخ
۷۹۱۵	○ ○ ○ ●

### مسئله ۴.

در بازی زیر، رمز چه عددی ممکن است باشد؟ همه رمزهای ممکن را پیدا کنید.

حدس	پاسخ
۲۸۶۷	○ ○ ● ●

### مسئله ۵.

در بازی زیر، رمز چه عددی ممکن است باشد؟ دو مثال بیاورید.

حدس	پاسخ
۲۸۹۷	○ ○
۲۹۱۷	● ● ●

### مسئله ۶.

به بازی زیر توجه کنید:

حدس	پاسخ
۱۲۳۴	○ ○ ○
۱۵۳۴	○ ○ ○

(الف) رمز چه عددی ممکن است باشد؟ دو مثال بیاورید.

(ب) آیا ممکن است در رمز، عدد ۲ باشد ولی عدد ۵ نباشد؟ اگر بله، مثال بزنید. اگر نه، چرا؟

(ج) آیا ممکن است در رمز، عدد ۵ باشد ولی عدد ۲ نباشد؟ اگر بله، مثال بزنید. اگر نه، چرا؟

اگر این روش پاسخ با ○ و ● را به خوبی یاد بگیرید، برای شروع بازی آماده‌اید. برای اطمینان، تمرین زیر را حل کنید.

**تمرین.** شما عدد ۴۵۶۱ را به عنوان رمز انتخاب کرده‌اید. به

هریک از حدس‌های زیر پاسخ دهید:

۲۳۵۱

۴۶۱۵

۳۱۲۴

**پاسخ:**

●●: ۲۳۵۱

○○○●: ۴۶۱۵

○○: ۳۱۲۴

در خلال بازی دوست شما رمزی را طرح می‌کند، شما پی‌درپی حدس می‌زنید و دوستان به حدس‌هایتان پاسخ می‌دهد. باید با توجه به پاسخ‌ها، کم‌کم حدس‌های بهتری بزنید و رقم‌های درست و جای آن‌ها را پیدا کنید. برای راحتی، می‌توانید حدس‌ها و پاسخ‌ها را در جدولی بنویسید. برای مثال جدول زیر بازی‌ای را نشان می‌دهد که به پایان رسیده است!

حدس	پاسخ
۱۵۸۳	●
۲۴۹۷	○ ○ ○
۱۹۴۲	○ ● ●
۱۹۴۶	○ ●
۱۸۶۲	●
۴۵۹۲	○ ○ ● ●
۹۵۴۲	● ● ● ●

### مسئله ۱.

شما در خلال بازی عدد ۱۲۳۴ را حدس زده‌اید. آیا ممکن است پاسخ ●●●○ را دریافت کنید؟ اگر نه، چرا؟ اگر بله، مثال بزنید که رمز چه عددی ممکن است باشد.

### مسئله ۲.

در جدول زیر، قسمتی از یک بازی را می‌بینید. رمز را حدس بزنید و به نشانی مجله برهان بفرستید. اگر این مسئله برایتان دشوار است، ابتدا مسئله‌های دیگر را حل کنید.



## مسئله ۷.

به بازی زیر توجه کنید.

پاسخ	حدس
○ ○	۲۱۶۳
○ ○	۳۸۱۲
○ ○	۵۳۷۹

اگر بدانیم که ۳ در رمز هست، جایش کجاست؟

## مسئله ۸.

به بازی زیر توجه کنید:

پاسخ	حدس
○ ○ ○	۱۶۲۵
○ ○	۱۸۲۵

(الف) آیا ممکن است در رمز، عدد ۶ باشد؟ اگر بله، رمزی مثال بزنید که عدد ۶ را داشته باشد. اگر نه، چرا؟

(ب) آیا ممکن است در رمز، عدد ۸ باشد؟ اگر بله، رمزی مثال بزنید که عدد ۸ را داشته باشد. اگر نه، چرا؟

(ج) آیا ممکن است در رمز، عدد ۶ نباشد؟ اگر بله، مثال بزنید. اگر نه، چرا؟

## مسئله ۹.

به بازی زیر توجه کنید:

پاسخ	حدس
○ ○	۱۸۹۳
○ ○ ●	۱۸۹۴

(الف) آیا ممکن است عدد ۱ را داشته باشد؟ اگر بله، رمزی مثال بزنید که عدد ۱ را داشته باشد. اگر نه، چرا؟

(ب) آیا ممکن است در رمز، عدد ۳ باشد؟ اگر بله، رمزی مثال بزنید که عدد ۳ را داشته باشد. اگر نه، چرا؟

(ج) آیا درباره عدد ۴ می‌توان نتیجه‌ای گرفت؟

## مسئله ۱۰.

به بازی زیر توجه کنید:

پاسخ	حدس
○ ○ ●	۸۷۱۳
○ ○ ○	۸۹۱۳

(الف) آیا در رمز حتماً عدد ۹ است؟ اگر بله، چرا؟ اگر نه، رمزی مثال

بزنید که عدد ۹ را نداشته باشد.

(ب) آیا در رمز حتماً عدد ۷ هست؟ اگر بله، چرا؟ اگر نه، رمزی مثال

بزنید که عدد ۷ را نداشته باشد.

## مسئله ۱۱.

در خلال بازی، عدد ۴۵۶۷ را حدس زده‌اید و با ○ ○ ○ ○ به شما

پاسخ داده شده است. همهٔ عددهای دیگری را که همین پاسخ را خواهند داشت، پیدا کنید.



## سخن آخر

شما می‌توانید قانون‌های بازی را عوض کنید. برای مثال رمز می‌تواند

عددی پنج رقمی یا سه رقمی باشد یا یک رقم تکراری داشته باشد.

نوعی از بازی کشف رمز وجود دارد که در آن به جای رقم، از رنگ

استفاده می‌شود (هر رقمی، یک رنگ) و در آن رمز از چهار رنگ تشکیل

شده است. ممکن است در رمز رنگ تکراری هم وجود داشته باشد. این

بازی به فکرِ بکر<sup>۱</sup> معروف است. ریاضی‌دانان و کارشناسان علوم رایانه

تلاش کرده‌اند به رایانه یاد بدهند که خوب فکر بکر بازی کند. روشی پیدا

شده است که اگر رایانه با آن روش بازی کند، می‌تواند رمز را با حداکثر ۶

حدس پیدا کند! در روشی دیگر، فقط ۵ حدس کافی است! البته اجرای

بعضی از این روش‌ها برای انسان‌ها خسته‌کننده و وقت‌گیر است.

برنامه‌هایی رایانه‌ای برای کشف رمز وجود دارند. یکی از آن‌ها «رمز

رنگی» نام دارد که مانند بازی فکر بکر، در آن به جای رقم از رنگ

استفاده می‌شود. با این بازی هم می‌توانید از رایانه بخواهید رمزی مطرح

کند و شما آن را کشف کنید و هم این‌که شما رمز را طرح کنید و رایانه

حدس بزند و رمز را کشف کند. این بازی را از این نشانی دریافت کنید:

<http://colorcode.laebisch.com/download/ColorCode->

[7,2.0.zip](http://colorcode.laebisch.com/download/ColorCode-7,2.0.zip)

پی‌نوشت:

1. Mastermind



# مسابقه روبات‌ها

## بازی دو نفره

کلیدواژه‌ها: بازی ریاضی، ترتیب منطقی

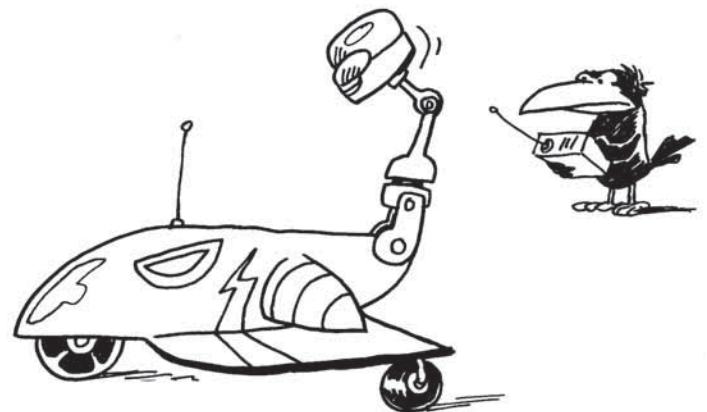
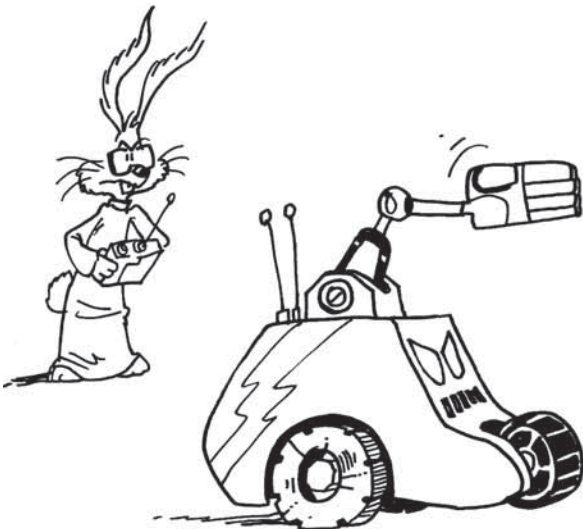
وسایل لازم: صفحه بازی، ۴۰ کارت بازی ۴ سانتی‌متر در ۶ سانتی‌متری و یک مهره برای هر بازیکن.

### آماده‌سازی

مهره‌های بازی را با توجه به راهنمایی زیر صفحه بازی، درست کنید. سپس ۴۰ کارت بازی مقوایی تهیه کنید و روی آن‌ها عبارت‌های زیر را بنویسید:

- ۱۸۰ درجه چرخش (۲ کارت)
- ۹۰ درجه چرخش به راست (۳ کارت)
- ۹۰ درجه چرخش به چپ (۳ کارت)
- ۹۰ درجه چرخش به جهت دلخواه (۱ کارت)
- دوران حول لبه سمت راست (۲ کارت)
- دوران حول لبه سمت چپ (۲ کارت)
- دوران حول نقطه چین (۲ کارت)
- دوران حول محور عمودی وسط صفحه (۱ کارت)
- دوران حول محور افقی وسط صفحه (۱ کارت)
- به جلو هل بده (۱ کارت). می‌توانید این کارت را برای حرکت دادن روبات بازیکن مقابل استفاده کنید.
- به عقب هل بده (۱ کارت). می‌توانید این کارت را برای حرکت دادن روبات بازیکن مقابل استفاده کنید.

- یک خانه به جلو (۳ کارت)
- یک خانه به عقب (۳ کارت)
- یک خانه به راست (۳ کارت)
- یک خانه به چپ (۳ کارت)
- دو خانه به جلو (۳ کارت)
- دو خانه به عقب (۳ کارت)
- سه خانه به جلو (۳ کارت)



## شرح بازی

○ بازیکن اول و دوم را با قرعه‌کشی انتخاب کنید و هریک، روبات خود را به هر جهتی که می‌خواهید در نقطه شروع قرار دهید.

○ سپس هریک چهار کارت را به صورت تصادفی از میان کارت‌ها بردارید و دو تا از کارت‌ها را برای برنامه‌ریزی اولیه روباتان انتخاب کنید. این دو کارت را رو کنید و با توجه به آن‌ها روبات را حرکت دهید. دقت کنید که روبات پس از دوران حول یک محور، پشت و رو می‌شود.

○ به نوبت، کارت سومتان را بازی کنید.

○ باز هم به نوبت کارت چهارم را بازی کنید و کارت‌های بازی‌شده را کنار بگذارید.

○ هریک چهار کارت جدید بردارید و بازی را مانند مراحل بالا ادامه دهید.

○ برنده بازی کسی است که زودتر از دیگری به خانه پایان حرکت خود برسد.

## توضیحات

- هر حرکت باید با توجه به جهت روبات انجام شود. برای مثال جلو یعنی سمتی که سر روبات قرار گرفته است و چپ یعنی سمت چپ روبات.
- اگر یکی از روبات‌ها وارد خانه روبات دیگر شود، آن را از همان جهتی که وارد شده است، یک خانه به جلو هل می‌دهد.
- اگر روبات در پایان یک حرکت به یکی از خانه‌های نوشته‌دار وارد شود، باید دستور آن خانه را اجرا کند.
- اگر کارتی برای برداشتن باقی‌مانده باشد، کارت‌های بازی‌شده بر می‌خورند و به جای آن‌ها قرار می‌گیرند.
- اگر روباتی از صفحه خارج شد، از سمت مقابل صفحه وارد می‌شود.
- اگر کارت «هل بده» برای روبات بازیکن مقابل استفاده شد، بازیکن می‌تواند یک کارت دیگر را برای روبات خودش بازی کند.



- چرخش‌ها حول نقطه وسط صفحه انجام می‌شوند.
- در هنگام بازی به سؤالات زیر فکر کنید:
  - ✓ چه کارت جدیدی را برای اضافه کردن به بازی پیشنهاد می‌کنید؟
  - ✓ استفاده از کدام کارت برای برایتان سخت‌تر بود؟
  - ✓ چه فرقی بین دوران حول محور عمودی و چرخش ۱۸۰ درجه وجود دارد؟

منبع

Math Games For Skills and Concepts

Original material © 2001-2006, John Golden, GVSU

### صفحه بازی

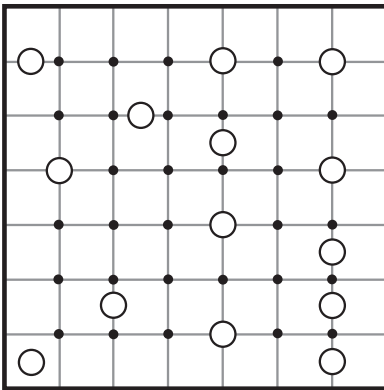
آغاز حرکت روبات ۲					پایان حرکت روبات ۱
		۹۰ درجه چرخش به چپ حول مرکز صفحه			
	دو خانه به جلو				
				دو خانه به چپ	
		۹۰ درجه چرخش به چپ حول مرکز صفحه			پایان حرکت روبات ۱
آغاز حرکت روبات ۱					
	برای ساختن دو مهره لازم برای بازی، این دو شکل که هر کدام جلو و پشت یکی از روبات‌ها را نشان می‌دهند، ببرید و از وسط تا کنید.				



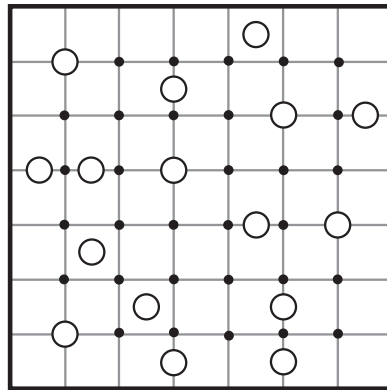
# پازل از نوعی دیگر - کهکشان‌ها

کلیدواژه‌ها: رأس، ضلع، مرکز تقارن، پازل، بازی‌های ریاضی

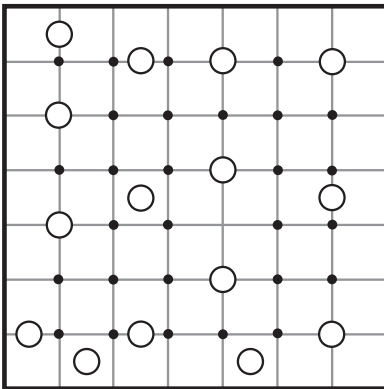
Galaxy # 1



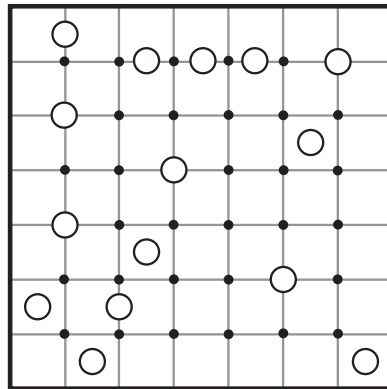
Galaxy



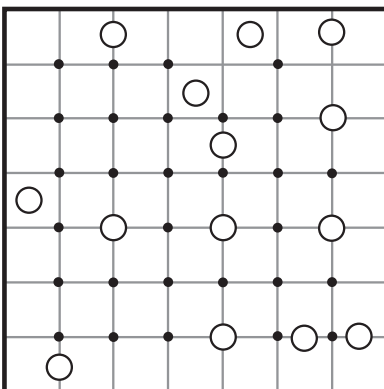
Galaxy # 3



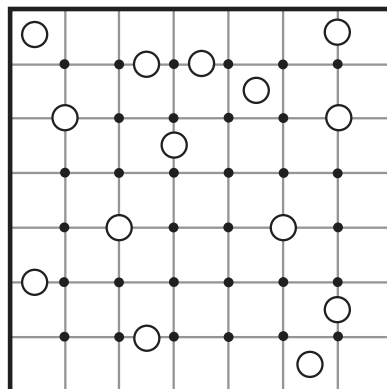
Galaxy # 4



Galaxy # 5



Galaxy # 6



نقطه‌ها را به هم وصل کنید و هر صفحه را به تعدادی کهکشان با شرایط زیر تقسیم کنید.

- رأس‌های همهٔ کهکشان‌ها باید روی نقطه‌ها قرار بگیرند.
  - ضلع‌های همهٔ کهکشان‌ها باید افقی یا عمودی باشند.
  - کهکشان‌ها باید صفحه را کاملاً پر کنند.
  - هر هر دایره باید مرکز تقارن یکی از کهکشان‌ها باشد.
- منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیارتان قرار می‌دهد.

منبع

<http://www.krazydad.com/galaxies>



# سه ماه تعطیلی چقدر عمر می‌کنید؟!

کلیدواژه‌ها: طول عمر، شبانه‌روز، ساعت، دقیقه، ثانیه

شرط این‌که به پرسشم پاسخ دهی.  
پیرمرد گفت: پرشت چیست؟  
اسکندر گفت: چرا روی سنگ قبرها نوشته شده است: ده دقیقه، یک ساعت، یک ماه و ... زندگی کرد و مُرد؟!  
پیرمرد گفت: مدت عمر هر فرد در این شهر مدت علم‌آموزی و هنرآموزی و تلاش در جهت بهبود معاش زندگی مردم محاسبه می‌شود. بنابراین بعد از مرگ هر نفر از مردم این شهر، مدت زمانی را که او به علم و هنرآموزی و علم آموختن به دیگران و بهبود معاش آنان پرداخته است محاسبه و روی سنگ قبر او حک می‌کنیم.  
اسکندر با حیرت و شگفتی بسیار شمشیرش را غلاف کرد و به لشگر خود دستور داد: هیچ‌کس حق آسیب‌رساندن به مردم این شهر را ندارد. سپس با لشگر خویش از آن شهر خارج شد.

\*\*\*

بچه‌ها، اگر قرار باشد شما از نقطه A (برای مثال یک شهر) به نقطه B بروید، به یقین آن کسی که فاصله A تا B را با دقت و سرعت بیشتری پیماید و بتواند از زمان بهره بیشتری ببرد، موفق است. این فرض در حالی است که دو نقطه A و B به عنوان مبدأ و مقصد مشخص باشند. حالا در نظر بگیرید اگر در مسابقه‌ای تنها نقطه مبدأ (برای مثال نقطه A) معین باشد و شرط برنده شدن، پیمودن مسافتی بیشتر در زمانی ثابت باشد، بی‌گمان برنده آن مسابقه کسی است که از زمان و وقت خود

می‌گویند هنگامی که اسکندر مقدونی به ایران حمله کرد به دروازه یکی از شهرها رسید و با کمال تعجب دید که دروازه شهر باز است و مردم بدون هیچ ترسی مشغول زندگی عادی خود هستند. اسکندر با تعدادی از سربازانش به شهر وارد شدند و دقایقی بعد به قبرستانی رسیدند. قبرستان نظر اسکندر را به خود جلب کرد. اسکندر روی برخی سنگ‌ها را خواند و شگفت‌زده شد. روی آن‌ها نوشته شده بود: این اسد یک ساعت زندگی کرد و مُرد؛ ابن عاصم یک روز زندگی کرد و مُرد؛ ابن ابی‌العوجا یک ماه زندگی کرد و مُرد؛ ابن یوسف تنها ده دقیقه در این دنیا زندگی کرد و مُرد!!!

اسکندر که از دیدن قبرستان بسیار شگفت‌زده بود با خود فکر کرد که خواب است یا بیدار ...؟!

سپس با لشگرش در پی بزرگ و پیر شهر روانه شدند. به پیرمردی با مو و ریش سفید و لاغر اندام رسیدند که گروهی از مردم شهر به دور او حلقه زده بودند. اسکندر نزد پیرمرد رفت و پرسید: تو بزرگ این شهری؟ پیرمرد گفت: آری. اسکندر گفت: اگر بخواهم تو را بکشم چه می‌کنی؟ پیرمرد، آرام و خونسرد گفت: خب بکش! خواست خداوند این است که به دست تو کشته شوم!

اسکندر گفت: و اگر نکشم!

پیرمرد گفت: باز هم خواست خداوند این است که زنده بمانم.

اسکندر سردرگم و شگفت‌زده گفت: پیرمرد، من تو را نمی‌کشم به

بهره بیشتری ببرد و بتواند با سرعت بیشتر مسافت زیادی را بپیماید. ما با تولدمان در نقطه آغاز زندگی قرار می‌گیریم و از آن نقطه، زمانی را در اختیار داریم که خداوند در اختیارمان قرار داده است. هر کس از این فرصت استفاده بیشتری ببرد، به یقین برنده مسابقه زندگی است. هر یک از ما که پا به دنیا می‌گذاریم، با به دنیا آمدنمان روی نقطه‌ای از محور زمان قرار می‌گیریم که حرکتی ثابت و همیشگی و رو به جلو از گذشته به آینده دارد و ما از مبدأ و آخر آن محور آگاهی نداریم. تنها این را می‌دانیم که بردار کوچک زندگی و هستی ما بر برداری منطبق است که با سرعتی معین و مثبت در حرکت است و حیات و عمر ما را با خود می‌برد. در طول زندگی ما، تنها زمان است که آشکارترین و بیشترین حضور را دارد و در تمام لحظات زندگی جزء جدانشدنی ما است. زمان مانند حرکت رودخانه‌ای است که مستقل از هر پدیده خارجی پیوسته در جریان است و ما شناور روی آن به پیش می‌رویم. در این جریان، ثانیه‌ها، دقیقه‌ها، ساعت‌ها، روزها، شب‌ها، هفته‌ها، ماه‌ها، سال‌ها، قرن‌ها و هزاره‌ها بی‌هیچ مانعی به پیش می‌روند و ما را خواسته یا ناخواسته با خود می‌برند. عده‌ای از ما در این جریان بهترین بهره‌برداری را می‌کنیم و تعدادی کمتر و شاید بعضی‌ها عمر خود را بیهوده هدر دهند.

\*\*\*





بگذریم؛ بچه‌ها آیا می‌دانید سه ماه تابستان چه روزهای ارزشمندی هستند؟

هر ماه تابستان ۳۱ روز و هر روز ۲۴ ساعت و هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است. پس سه ماه تابستان برابر است با:

$$\text{روز} \times ۳۱ = ۹۳ \times ۳ = ۲۷۹ \text{ ماه}$$

$$\text{ساعت} \times ۲۴ = ۲۲۳۲ \times ۲۴ = ۵۳۵۶۸ \text{ روز}$$

$$\text{دقیقه} \times ۶۰ = ۱۳۳۹۲۰ \times ۶۰ = ۷۹۷۵۲۰۰ \text{ ساعت}$$

$$\text{ثانیه} \times ۶۰ = ۸۰۳۵۲۰۰ \times ۶۰ = ۴۸۲۱۱۲۰۰ \text{ دقیقه}$$

پس ۹۳ روز، ۲۲۳۲ ساعت، ۱۳۳۹۲۰ دقیقه و ۸۰۳۵۲۰۰ ثانیه است.

بعضی‌ها خوب می‌دانند که حتی چگونه از ثانیه‌های عمر خود هم استفاده کنند و بعضی‌ها حتی هنر استفاده از ماه‌ها و سال‌ها را هم ندارند! برای ۱۵ میلیون دانش‌آموز ایرانی، سه ماه تعطیلی، یعنی:

$$\text{روز} \times ۹۳ = ۱۳۹۵۰۰۰۰ \times ۹۳ = ۱۲۸۷۳۵۰۰۰$$

$$\text{ساعت} \times ۲۴ = ۳۳۹۵۰۰۰۰ \times ۲۴ = ۸۱۴۸۰۰۰۰۰$$

$$\text{دقیقه} \times ۶۰ = ۲۰۰۸۸۰۰۰۰۰ \times ۶۰ = ۱۲۰۵۲۸۰۰۰۰۰۰$$

$$\text{ثانیه} \times ۶۰ = ۱۲۰۵۲۸۰۰۰۰۰۰ \times ۶۰ = ۷۲۳۱۶۸۰۰۰۰۰۰۰۰$$

و به عبارتی: یک میلیارد و سیصد و نود و پنج میلیون روز!

سی و سه میلیارد و چهارصد و هشتاد میلیون ساعت!

دو بیلیون و هشت میلیارد و هشتصد میلیون دقیقه!

و صد و بیست بیلیون و پانصد و بیست و هشت میلیارد ثانیه! است.

بیاییم حساب کنیم که با این ثانیه‌ها، دقیقه‌ها، ساعت‌ها و روزهای

تابستان چه می‌کنیم.

از سی و سه میلیارد و چهارصد و هشتاد میلیون ساعت هر یک از ۱۵

میلیون دانش‌آموز، حداقل ۸ ساعت در شبانه‌روز خواباند، یعنی:

$$\text{ساعت} \times ۸ \times ۹۳ \times ۱۵ = ۱۱۱۱۶۰۰۰۰۰۰ \times ۸ \times ۹۳ = ۸۲۲۰۰۰۰۰۰$$

پس می‌ماند:

$$\text{ساعت} \times ۲۲۳۲ - ۱۱۱۱۶۰۰۰۰۰۰ = ۱۱۲۰۴۰۰۰۰۰۰$$

و حداقل سه ساعت را هم صرف آماده شدن و خوردن صبحانه، نهار و

شام و عصرانه و ... می‌کنند. پس:

$$\text{ساعت} \times ۳ \times ۹۳ \times ۱۵ = ۴۱۸۵۰۰۰۰۰$$

و اگر ۴۱۸۵۰۰۰۰۰ را از ۲۲۳۲۰۰۰۰۰ کم کنیم، خواهیم داشت:

$$۲۲۳۲۰۰۰۰۰ - ۴۱۸۵۰۰۰۰۰ = ۱۸۱۳۵۰۰۰۰۰$$

طبق آمار، دانش‌آموزان در سه ماه تعطیلی به طور میانگین حداقل سه

ساعت از وقت خود را در شبانه‌روز صرف دیدن برنامه‌های تلویزیونی می‌کنند:

$$۱۵۰۰۰۰۰۰ \times ۹۳ \times ۳ = ۴۱۸۵۰۰۰۰۰$$

و اگر این را از ۱۸۱۳۵۰۰۰۰۰ کم کنیم، خواهد ماند:

$$۱۸۱۳۵۰۰۰۰۰ - ۴۱۸۵۰۰۰۰۰ = ۱۳۹۵۰۰۰۰۰$$

دانش‌آموزان در هر شبانه‌روز در تابستان حداقل دو ساعت از زمان خود

را صرف بازی‌های رایانه‌ای می‌کنند.

$$\text{پس:} \quad ۱۵۰۰۰۰۰۰ \times ۹۳ \times ۲ = ۲۷۹۰۰۰۰۰۰$$

و اگر ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ را از ۱۳۹۵۰۰۰۰۰ کم کنیم، می‌ماند:

$$۱۳۹۵۰۰۰۰۰ - ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ = ۱۱۱۶۰۰۰۰۰۰$$

حداقل چهار ساعت را هم در شبانه‌روز صرف گپ زدن با دوستان و

آشنایان و بیرون رفتن و گردش می‌کنند، یعنی:

$$۱۵۰۰۰۰۰۰ \times ۹۳ \times ۴ = ۵۵۸۰۰۰۰۰۰$$

و اگر ۵۵۸۰۰۰۰۰۰ را از ۱۱۱۶۰۰۰۰۰ کم کنیم، خواهد ماند:

$$۱۱۱۶۰۰۰۰۰ - ۵۵۸۰۰۰۰۰۰ = ۵۵۸۰۰۰۰۰۰$$

دو ساعت را هم صرف خریدهای شخصی، کمک به پدر و مادر و خریدهای

بیرون از منزل و آشپزی و غیره می‌کنند که در نتیجه خواهیم داشت:

$$۱۵۰۰۰۰۰۰ \times ۹۳ \times ۲ = ۲۷۹۰۰۰۰۰۰$$

و اگر ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ را از ۵۵۸۰۰۰۰۰۰ کم کنیم، خواهد ماند:

$$۵۵۸۰۰۰۰۰۰ - ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ = ۲۷۹۰۰۰۰۰۰$$

اگر هر دانش‌آموز در کل سه ماه تعطیلی حداقل به صورت میانگین دو

ساعت از شبانه‌روزش را هم به مسافرت‌های تابستانی اختصاص دهد (که

خیلی بیشتر از دو ساعت است) خواهیم داشت:

$$۱۵۰۰۰۰۰۰ \times ۹۳ \times ۲ = ۲۷۹۰۰۰۰۰۰$$

و اگر ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ را از ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ کم کنیم، خواهد ماند:

$$۲۷۹۰۰۰۰۰۰ - ۲۷۹۰۰۰۰۰۰ = ۰$$

می‌ماند صفر!!

بچه‌ها، اگر ادامه بدهیم، وقت هم کم می‌آوریم!!

ما در این سه ماه چه میزان علم‌آموزی و هنرآموزی کرده‌ایم و چه مقدار

به دیگران علم آموخته‌ایم و به حل مشکلات آنان کمک کرده‌ایم؟! حساب

کنید اگر ما ۱۵ میلیون دانش‌آموز در آن شهری زندگی می‌کردیم که اسکندر

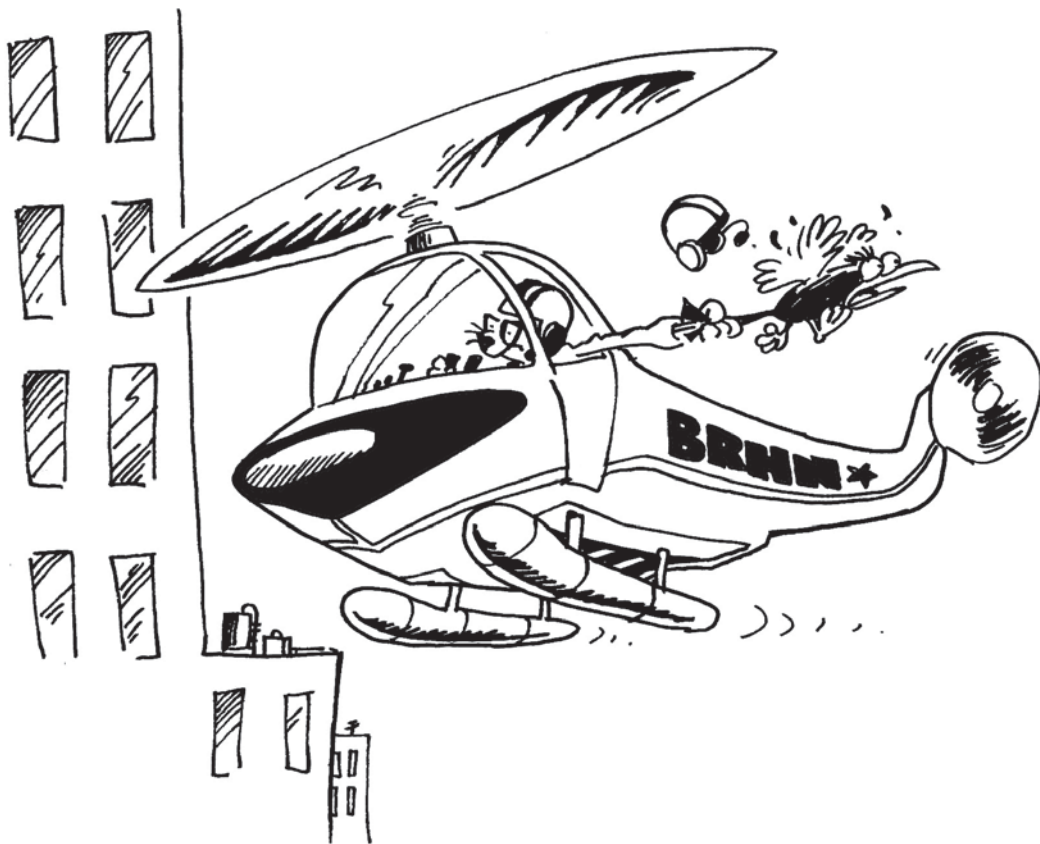
وارد آن شده بود و معیار عمر مردمان آن شهر علم و هنرآموزی و علم آموختن

به دیگران و کمک به هم‌نوعان بود، در سه ماه تابستان چقدر عمر می‌کردیم!!!





# زاویه و بالگرد



**کلیدواژه‌ها:** بالگرد، پروانه (ملخ) بالگرد، حرکت معکوس، نیروی جلو برنده، زاویه پروانه، نیروی بالا برنده، پروانه ایستایی، زاویه حمله پروانه.

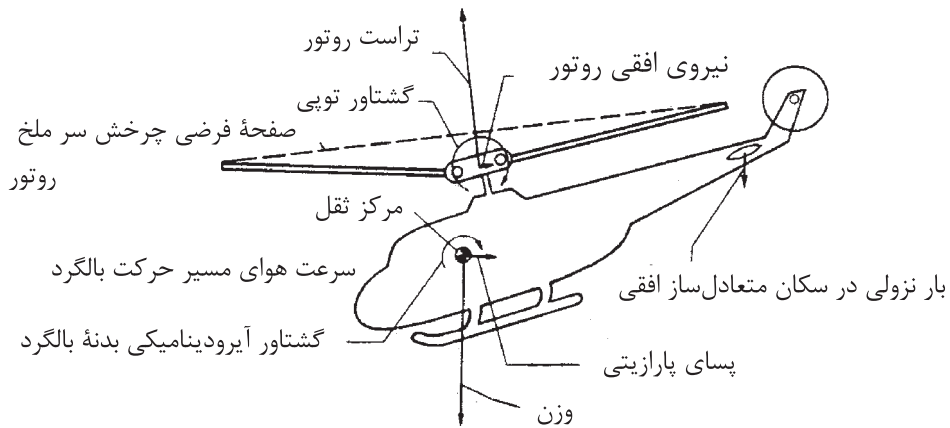
اختراع بالگرد<sup>۱</sup> نقطه عطفی در ساخت وسایل پرنده به شمار می‌آید. نخستین بار خو آن دولا سیروا<sup>۲</sup> در سال ۱۳۲۲ هجری شمسی بالگردی را اختراع کرد که کارایی زیادی نداشت. ولی اکنون این دستگاه حیرت‌انگیز قادر است از عهده پروازهای عمودی، افقی و نیز ایستایی<sup>۳</sup> در هوا به خوبی برآید و حتی مانند یک پروانه به دور خود بچرخد. بالگرد نه تنها احتیاج به باند فرود و برخاست ندارد، بلکه می‌تواند روی ساختمان‌های شهری یا در قسمت‌های خالی جنگل فرود بیاید.

حال به نظر شما نقش زاویه در چگونگی پرواز و کنترل بالگرد و نیز طراحی آن چیست؟

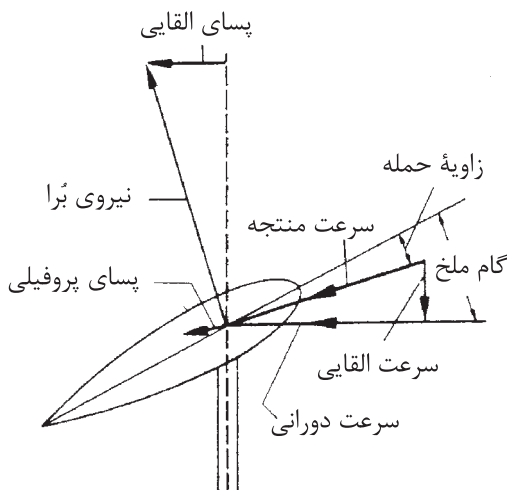
پروانه (ملخ) بالگرد سطح مقطعی شبیه به بال هواپیما دارد، لذا هنگامی که شروع به گردش می‌کند، بدنه بالگرد به کمک پروانه عقبی، مانع از چرخش کل سازه می‌شود. البته انواع دیگر بالگرد نیز وجود دارند که با استفاده از پروانه‌هایی با حرکت معکوس یا روش‌های دیگر توانمندی و قدرت مانور را حفظ می‌کنند یا افزایش می‌دهند.

شما فکر می‌کنید نیروی جلو برنده بالگرد چگونه تأمین می‌شود؟

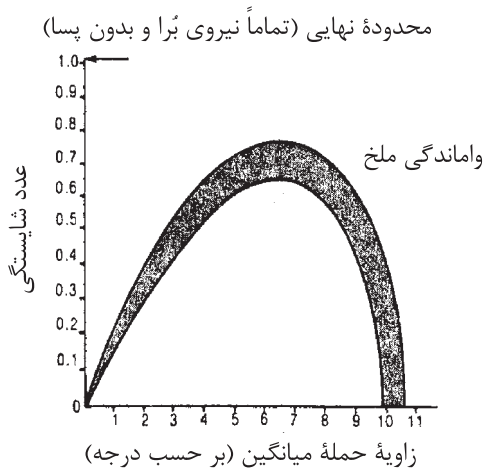
حرکت بالگرد به طرف جلو، عقب و طرفین با تغییر زاویه پروانه<sup>۴</sup> انجام می‌شود.



تصویر الف، تعادل و توازن در پرواز مستقیم



تصویر ب، شرایط در مقطع برشی ملخ روتور



تصویر پ، عدد شایستگی پرواز ایستایی (A)

در پرواز به طرف بالا، تمام تیغه‌های پروانه بالگرد در جهت زاویه حداکثر قرار می‌گیرد<sup>۵</sup>. و برای کاهش ارتفاع، زاویه پره‌ها (پروانه‌ها) به تدریج کاهش می‌یابد.

برای جلو رفتن، زاویه قسمت جلو تیغه‌ها به حداقل و به تدریج به زاویه طرف انتهایی افزوده می‌شود.

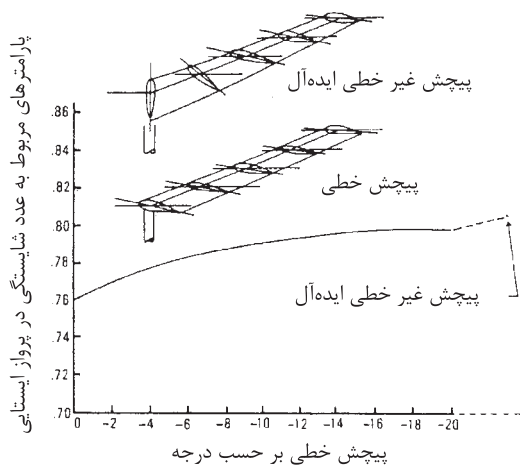
خلبان برای بالا رفتن و پایین بردن بالگرد، دسته فرمان را که کنترل کننده زاویه پروانه است، حرکت می‌دهد. دسته فرمان در عین حال که زاویه پروانه را تغییر می‌دهد، نیروی جلوبرنده یا قدرت موتور را نیز کاهش یا افزایش می‌دهد. این عمل برای مقابله پروانه با میزان فشار هوا لازم است.

در بالگردهای اولیه، زاویه پروانه‌ها هم در پروانه اصلی و هم در پروانه انتهایی ثابت بود و این مسئله سقوط بالگرد و حوادث دیگر را فراهم می‌کرد.

شما فکر می‌کنید حرکت دورانی بالگرد چگونه انجام می‌شود؟

چنانچه زاویه پروانه انتهایی زیاد شود، دم بالگرد به یک طرف حرکت می‌کند و بدین ترتیب با کاهش زاویه آن جهت حرکت دورانی معکوس می‌شود. این کنترل معمولاً با پدال‌های پایی بالگرد انجام می‌شود. مهندسان طراح با استفاده از عوامل مؤثر بر حرکت و ایستایی بالگرد و بررسی نقاط بهینه شکل و سطح مقطع مناسب برای ملخ بالگرد را انتخاب می‌کنند.

برای مثال همان‌طور که در نمودار مقابل مشاهده می‌شود، بهترین زاویه پروانه بالگرد برای پرواز ایستایی بین ۶ تا هفت درجه است.



تصویر ت، تأثیرات پیش بر پارامترهای مربوط به کارایی روتور

از طرف دیگر، مقدار پیش پروانه (ملخ) بالگرد نیز در کارایی آن مؤثر است، به طوری که اگر پیش طولی ملخ زیاد باشد ایستایی بالگرد در هوا مطلوب تر خواهد بود و اگر پیش طولی ملخ کم باشد، بارهای ملخ و لرزش بالگرد در پرواز مستقیم کاهش می یابد. طراحان مشتاق اند تا در بالگرد خود از ملخ های پیش دار استفاده کنند تا بدون هیچ مشکلی در ساخت آن به میزان بار مفید  $20^\circ$  درصد بیفزایند. شما فکر می کنید چه رابطه ای بین پیش ملخ و زاویه وجود دارد؟ در حقیقت پیش بال چیزی جز تغییر تدریجی زاویه بال حول محور خنثی (محور دوران) نیست.

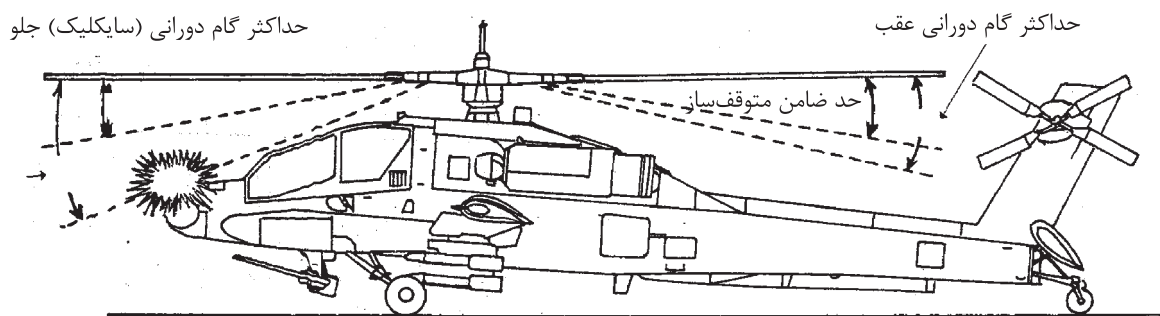
از برش عرضی یک بال بالگرد شکل زیر به دست می آید.



حال اگر در مقاطع مختلف برش های متعدد دیگری زده شود و این مقاطع بدون دوران روی یک صفحه تصویر شود، زاویه دوران یا پیش بال قابل مشاهده است.

به منظور کنترل شرایط، هنگام صعود و فرود بالگرد، بال ها به صورت «تاشو» طراحی می شوند. این تا شدن بال باعث می شود تا خلبان بتواند به جریان های پر آشوب هوا در هنگام فرود یا صعود به کمک زاویه دادن به بال ها مقابله کند.

بیشتر بالگردها با استفاده از سامانه «ضامن لولا» که در قسمت لولایی بال چرخان تعبیه می شود، میزان بالا و پایین رفتن تیغه (زاویه) کنترل می شود ولی از آن جا که این سامانه کاملاً نزدیک به لولای بال چرخان قرار دارد و نیز به دلیل وجود نیروی پر قدرت آیرودینامیکی<sup>۷</sup>، عملاً این ضامن توان کنترل زاویه را نخواهد داشت. این امر موجب می شود که بال بعضی از بالگردها (برای مثال AH-64) با بالگرد برخورد کند و باعث سقوط آن شود.



تصویر ت، مشکل حفظ فاصله تیغه روتور در بالگرد AH-64

پی نوشت:

1. Helicopter
2. Juan deli Cierva
3. Hover
4. Pitch
۵. بیشترین نیروی بالا برنده
6. Payload
7. Airody namic Force

منبع:

اصول و مبانی طراحی بالگرد، ترجمه: علی اکبر اکبر زاده، پروانه شیروانی، ویراستار علمی و فنی: مهندس محمد تقی دینانی، چاپ: پیمان



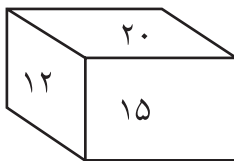
# سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

## آگوست ۲۰۱۱



اشاره

**۱۸.** مساحت سه وجه یک مکعب مستطیل، ۱۲ سانتی‌متر مربع، ۱۵ سانتی‌متر مربع و ۲۰ سانتی‌متر مربع است. حجم این مکعب مستطیل بر حسب سانتی‌متر مکعب چقدر است؟



- الف) ۳۰
- ب) ۴۸
- پ) ۵۶
- ت) ۶۰
- ث) ۷۲

**۱۹.** حسین یک کاغذ به ابعاد ۸ سانتی‌متر در ۱۲ سانتی‌متر دارد. او کاغذ را سه بار از وسط تا کرد و هربار یک مستطیل کوچک به دست آورد. کمترین محیط ممکن برای مستطیل به دست آمده پس از سه بار تا کردن چیست؟ (cm = سانتی‌متر)

- الف) ۲۴cm
- ب) ۱۶cm
- پ) ۱۴cm
- ت) ۱۰cm

**۲۰.** اعداد روی وجه‌های مکعب زیر، اعداد زوج متوالی است. اگر مجموع اعداد روی وجه‌های مقابل یکسان باشد، مجموع همه اعداد روی مکعب چند است؟



- الف) ۱۹۶
- ب) ۱۸۸
- پ) ۲۱۰
- ت) ۱۸۶
- ث) ۱۹۸

در این شماره، ۱۵ سؤال دیگر از سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا برای پایه اول راهنمایی را که در مرداد ۱۳۹۰ (آگوست ۲۰۱۱) برگزار شد، به همراه پاسخ سؤال‌های شماره قبل و این شماره و توضیحاتی درباره راه حل برخی از سؤالات، می‌خوانید.

**۱۶.** علی از برادر خود، رضا، دو سال بزرگ‌تر است. رضا نیز ۳ سال از خواهرهای دوقلویشان، سارا و مریم بزرگ‌تر است. اگر مجموع سن آنها ۴۰ سال باشد، رضا چند ساله است؟

- الف) ۸
- ب) ۹
- پ) ۱۰
- ت) ۱۱
- ث) ۱۳

**۱۷.** شهریار مستطیلی به ابعاد ۵۶ سانتی‌متر و ۹۸ سانتی‌متر کشیده است. شهرزاد شکل شهریار را با ترسیم پاره‌خط‌هایی که اضلاع مقابل مستطیل را به هم وصل می‌کنند، به مربع‌هایی تقسیم کرده است. کمترین تعداد پاره‌خط برای این کار چندتاست؟

- الف) ۹
- ب) ۱۰
- پ) ۱۱
- ت) ۱۳
- ث) ۱۵

## پرسش‌های ۲۱ تا ۲۵ هر کدام ۵ امتیاز دارند.

۲۱. در جمع زیر برخی از ارقام پوشانده شده است.

$$\begin{array}{r} \square \quad ۹ \quad \square \\ + \square \quad ۸ \quad ۷ \\ \hline \square \quad ۰ \quad \square \quad ۲ \end{array}$$

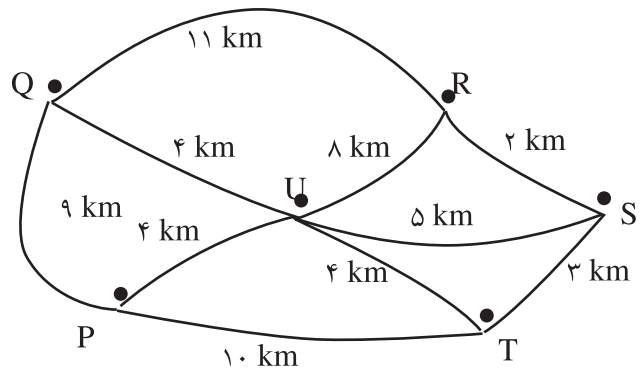
مجموع رقم‌های پوشانده شده، برابر است با:

- الف) ۲۳ (ب) ۲۱ (پ) ۲۰  
ت) ۱۸ (ث) ۱۵

۲۲. شش روستا با حروف P, Q, R, S, T, U نام‌گذاری شده‌اند و به وسیله جاده‌های رسم شده در شکل زیر با هم ارتباط دارند.

شروع حرکت از روستای P است. علی یک پستی است که باید به همه روستاها برود بدون این که دوباره به روستای P برگردد. او می‌خواهد با انتخاب کوتاه‌ترین مسیر در زمان خود صرفه‌جویی کند. بدین ترتیب علی باید چند کیلومتر را بپیماید؟

(۱ کیلومتر = ۱ km)



- الف) ۱۹ (ب) ۲۰ (پ) ۲۱  
ت) ۲۲ (ث) ۲۳

۲۳. با استفاده از کارت‌هایی که روی آنها اعداد ۲، ۳، ۴ و ۵ نوشته شده بود، مجموعه‌ای از اعداد چهار رقمی ساخته شد که هر عدد، همه چهار رقم را داشت. چند تا از این اعداد بر ۸ بخش پذیرند؟

- الف) ۴ (ب) ۶ (پ) ۸  
ت) ۱۰ (ث) ۱۲

۲۴. مریم ۶۲ کاشی مربع‌شکل آبی‌رنگ و

تعدادی کاشی مربع‌شکل قرمز رنگ دارد. همه کاشی‌ها هم‌اندازه‌اند. مریم با این کاشی‌ها یک مستطیل درست کرد که کاشی‌های درونی آن، قرمز رنگ و کاشی‌های دور آن آبی‌رنگ بودند. بیشترین تعداد کاشی‌های قرمز که می‌تواند استفاده کند چند تا است؟

- الف) ۶۲ (ب) ۱۸۲ (پ) ۲۱۰  
ت) ۲۲۴ (ث) ۲۴۰

۲۵. کتابیون با استفاده از یک زبان جدید، یک داستان طنز

می‌نویسد. او قصد دارد شکل حروف الفبای زبان جدیدش، تنها از سه پاره‌خط که ۴ نقطه را به هم وصل می‌کنند تشکیل شود. این چهار نقطه گوشه‌های یک مربع هستند و هر پاره‌خط ۲ نقطه را به هم متصل می‌کند. در هر یک از حروف، شکل پاره‌خط‌ها طوری است که بدون برداشتن مداد از روی کاغذ، می‌توان آنها را رسم کرد و هر چهار نقطه را نیز در بر می‌گیرد. سه نمونه از این حروف در شکل زیر نشان داده شده است:



کتابیون در الفبای جدید خود، چند حرف می‌تواند داشته باشد؟

- الف) ۱۲ (ب) ۱۶ (پ) ۲۴  
ت) ۳۲ (ث) ۳۶

سؤال ۲۶، ۶ نمره - سؤال ۲۷، ۷ نمره - سؤال ۲۸، ۸ نمره - سؤال ۲۹، ۹ نمره و بالاخره سؤال ۳۰، ۱۰ نمره دارد.

۲۶. کوچک‌ترین عددی که بر ۷ و ۶ بخش پذیر است و دو

رقم فرد دارد، چیست؟

۲۷. کدام عدد دو رقمی است که اگر رقم اول و مجذور رقم

دومش را با هم جمع کنیم با خودش برابر است؟

۲۸. علیرضا به چهار عدد پشت سر هم فکر می‌کند. مجموع

سه تای اول، ۱۰۰ تا بیشتر از عدد چهارم است. حاصل جمع این چهار عدد چیست؟

۲۹. کاوه یک سال از همسرش بزرگ‌تر است. آنها دو فرزند

دارند که با هم یک سال اختلاف سن دارند. کاوه متوجه شد که در



روز تولدش در سال ۲۰۱۱، حاصل ضرب سن او و سن همسرش به اضافه مجموع سنین فرزندانشان روی هم، ۲۰۱۱ خواهد شد. این حاصل، ۱۳ سال پیش، چند می‌شد؟

**۳۰.** جواد، موظف است شماره پلاک‌های خانه‌های یک خیابان را که در آن ۸۰ خانه جدید پشت هم بدون پلاک هستند، نصب کند (پلاک‌ها، از کنار هم قرار دادن ارقام تشکیل می‌شود). او شماره پلاک‌های این خانه‌ها را از ۱ تا ۸۰ نصب کرد. بعد متوجه شد که در این خیابان، قبلاً خانه‌هایی با شماره پلاک ۱ تا ۶۴ وجود داشته است. بنابراین او مجبور شد شماره‌های قدیم را با شماره‌های ۶۵ تا ۱۴۴ عوض کند. اگر او بتواند تا حد امکان از همان رقم‌های قبلی برای شماره پلاک‌های جدید استفاده کند (حتی در صورت نیاز می‌تواند با برعکس کردن ۶ آن را به جای ۹ استفاده کند یا برعکس) به چند رقم جدید نیاز دارد؟ (توجه کنید که استفاده از رقم ۶ به جای ۹ تنها با رقم‌های انگلیسی امکان‌پذیر است).

## پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

۱۳. ت؛ زیرا قسمت ۲،  $\frac{1}{6}$  کل شده است، پس احتمال آن،

$\frac{1}{6}$  کل دفعاتی است که فرفره می‌چرخد. لذا ۱۲ بار انتظار داریم

روی ۲ متوقف شود.

۱۴. ت؛ کافی است گزینه‌ها را یکی یکی بررسی کنید و ببینید

کدام یک شرایط مسئله را دارد.

۱۵. پ؛ ثلث دور اول، یعنی  $\frac{1}{6}$  کل مسیر، پس  $\frac{1}{6} + \frac{3}{6}$  یعنی  $\frac{4}{6}$  یا  $\frac{2}{3}$  مسیر را طی کرده است.

### پاسخ‌های سؤال‌های این شماره:

۱۶. ت؛ زیرا رضا در واقع ۵ سال از سارا و مریم بزرگ‌تر است،

پس اگر از مجموع سن این چهار نفر، ۳+۵، یعنی ۸ را کم کنیم،

حاصل جمع سن‌های آنها بدون اختلاف به دست می‌آید، یعنی انگار

هر چهار نفر هم‌سن بوده‌اند. پس  $8 \times 4 = 32$ ، یعنی سن سارا و

مریم، هریک ۸ سال، رضا ۱۱ سال و علی ۱۴ سال دارد.

۱۷. مستطیل  $56 \times 98$  را در نظر بگیرید. از آن‌جا که خط‌هایی

که می‌کشیم، از یک ضلع به ضلع مقابل وصل شده‌اند، پس همه

### پاسخ سؤال‌های شماره ۶۰:

۱. ث
۲. پ
۳. ب
۴. الف
۵. ت
۶. ب
۷. ت
۸. ت
۹. پ

۱۰. پ؛ زیرا اگر ۱۰۰ را بر ۳ تقسیم کنیم، تقریباً می‌شود  $76\frac{2}{3}$

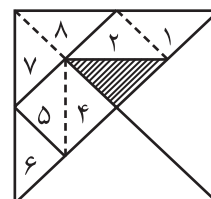
کیلوگرم که به ۸۰ نزدیک‌تر است.

۱۱. ث

۱۲. ب؛ زیرا در واقع شکل اصلی از ۱۶ قطعه به شکل قطعه

هاشورخورده تشکیل شده است (زیرا نیمی از آن از ۸ قطعه تشکیل

شده است) پس کافی است مساحت مربع را بر ۱۶ تقسیم کنیم.





حاصل جمع آنها ۱۰ شده است. و به این ترتیب رقم یکان هزار حاصل جمع باید ۱ باشد. پس مجموع ارقام نامعلوم، عبارتست از  $۲۳=۱+۹+۸+۵$ .

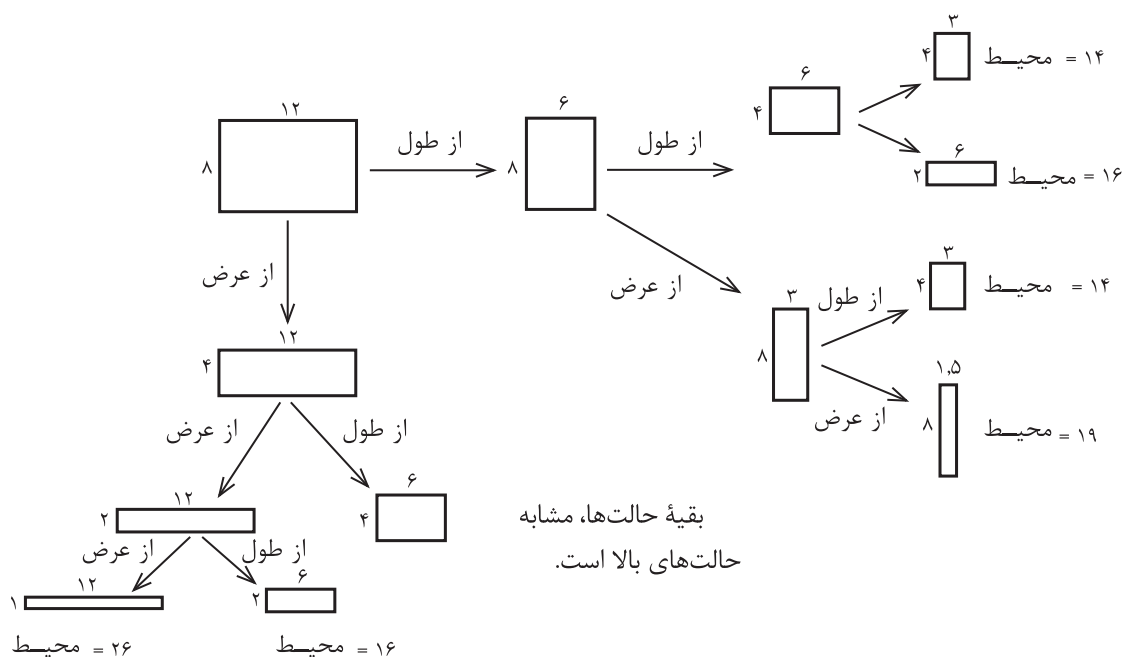
۲۲. با توجه به این که باید مسیری را انتخاب کنیم که حتی الامکان هیچ راهی را مجبور نباشیم دوباره برگردیم یا به هیچ شهری دوباره مراجعه نکنیم، کوتاه ترین مسیر ممکن مسیری  $۲۰=۴+۳+۲+۳+۴+۴$  است، یعنی جمعاً  $Q \leftarrow U \leftarrow R \leftarrow S \leftarrow T \leftarrow U \leftarrow P$  کیلومتر طی می شود که گزینه (ب) می باشد.

۲۳. گزینه (الف). زیرا یک عدد چهاررقمی، زمانی بر ۸ بخش پذیر است که سه رقم سمت راست آن به عنوان یک عدد سه رقمی بر ۸ بخش پذیر باشد (چون رقم چهارم در واقع

مربعها باید هم اندازه باشند. طول ضلع بزرگ ترین مربعی که در این مستطیل می توان به این صورت کشید، بزرگ ترین عددی است که هر دو عدد ۹۸ و ۵۶ بر آن بخش پذیر باشند، یعنی ب.م.م ۵۶ و ۹۸. این عدد ۱۴ است. حال با توجه به این که  $۱۴=۷ \times ۲$  و  $۱۴=۴ \times ۳$  پس نیازمند سه پاره خط افقی و ۶ پاره خط عمودی هستیم، یعنی جمعاً ۹ پاره خط. پس گزینه (الف) صحیح است.

۱۸. ت؛ زیرا با توجه به اعداد ۱۲، ۱۵ و ۲۰ و مقسوم علیه های آنها، متوجه می شویم ابعاد مکعب، ۳، ۴ و ۵ سانتی متر بوده است. پس حجم آن  $۳ \times ۴ \times ۵ = ۶۰$  سانتی متر مکعب است.

۱۹. پ؛ زیرا حالت های مختلفی را که حسین می تواند کاغذ مورد نظر را تا کند، در شکل زیر می بینید:



مضربی از ۱۰۰۰ است که ۱۰۰۰ هم بر ۸ بخش پذیر است). در میان اعداد سه رقمی که با ارقام ۲، ۳، ۴ و ۶ ساخته شده اند، تنها اعداد ۵۳۶ و ۲۵۶ و ۶۳۲ و ۳۵۲ بر ۸ بخش پذیرند، پس چهار عدد چهار رقمی ۲۵۳۶ و ۳۲۵۶ و ۵۶۳۲ و ۶۳۵۲ بر ۸ بخش پذیرند

۲۴. همیشه در میان مستطیل هایی که محیط ثابت دارند، مربع دارای بیشترین مساحت ممکن است. پس باید به دنبال نزدیک ترین مستطیل به مربعی باشیم که محیطش ۶۲ باشد. اضلاع چنین مستطیلی، حول و حوش عدد ۱۵ هستند. مستطیل  $۱۶ \times ۱۵$  را امتحان می کنیم: محیط این مستطیل  $۴+۶۲=۵۸$  است. زیرا گوشه های مستطیل دو بار شمرده می شوند. مستطیل  $۱۶ \times ۱۷$

۲۰. الف؛ زیرا سه وجه از مکعب را می بینیم که وجه مقابل آنها معلوم نیست، ولی این موضوع مهم نیست، زیرا حاصل جمع وجه های مقابل با هم برابر است. پس حاصل جمع همه وجه ها، ۲ برابر حاصل جمع سه وجه مقابل آنها است، یعنی:

$$۲ \times (۲۸+۳۴+۳۶) = ۱۹۶$$

۲۱. گزینه (الف)؛ زیرا رقم یکان عدد بالا، حتماً ۵ بوده است که جمعش با ۷، عدد ۱۲ شده که رقم ۲ آن در ستون یکان مانده و رقم ۱ آن به ستون دهگان منتقل شده، لذا رقم دهگان حاصل جمع، عبارتست از ۸ (چون  $۱+۹+۸=۱۸$ )، پس مجموع رقم های صدگان هر دو عدد داده شده، ۹ بوده که با رقم ۱ انتقال یافته، این مرتبه،



محیطی برابر  $۴۶-۴=۴۲$  دارد، پس می‌تواند به عنوان مستطیل بیرونی با کاشی‌های آبی در نظر گرفته شود. پس بیشترین تعداد کاشی قرمز مورد نیاز درون این مستطیل  $۱۵ \times ۱۴ = ۲۱۰$  کاشی است. یعنی گزینه (پ) صحیح است.

۲۵. با شرایطی که برای این حروف برش‌مردیم، تنها به چهار شکل ممکن می‌توان این ۴ نقطه را به هم وصل کرد و حرف ساخت:



تمام دوران‌ها یا تقارن‌های این حروف نیز، یک حرف جدید محسوب می‌شوند، پس کلاً  $۱۶ \times ۴ = ۶۴$  حرف داریم. یعنی گزینه (ب) صحیح است.

۲۶. از آن‌جا که ۶ و ۷ هیچ مقسوم‌علیه مشترکی ندارند، اعدادی که هم بر ۶ بخش‌پذیر باشند و هم بر ۷، باید مضارب  $۶ \times ۷ = ۴۲$  باشند. این مضارب را بررسی می‌کنیم:

... ۳۳۶، ۲۹۴، ۲۵۲، ۲۱۰، ۱۶۸، ۱۲۶، ۸۴، ۴۲، ...

پس اولین عددی که دو رقم فرد و یک رقم زوج دارد، ۳۳۶ است.

۲۷. اگر عدد دو رقمی  $\overline{ab}$  دارای شرایط مسئله باشد، داریم:

$$10a + b = a + b^2$$

پس

$$9a = b^2 - b = b(b-1)$$

جدول تمام حالت‌های ممکن برای  $a$  و  $b$  را تشکیل می‌دهیم و می‌بینیم تنها در حالتی که  $b=9$  باشد، رقم  $a$  وجود دارد و برابر با ۸ است. یعنی عدد مورد نظر، ۸۹ است. (جدول زیر را ببینید)

b	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
b(b-1)	۰	۰	۲	۶	۱۲	۲۰	۳۰	۴۲	۵۶	۷۲
a	۰	۰	-	-	-	-	-	-	-	۸

۲۸. جمع سه عدد اول، ۱۰۰ تا بیشتر از عدد چهارم است و از آن‌جا که  $۵۰+۵۰+۵۰-۵۰=۱۰۰$ ، پس این اعداد باید حول و حوش ۵۰ باشند، ولی  $۵۲+۵۱+۴۹-۵۰=۹۸$ ، که از ۱۰۰ کمتر است و  $۵۳+۵۲+۵۱-۵۰=۱۰۰$  پس این اعداد ۵۰ و ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ هستند که مجموعشان ۲۰۶ است.

توجه: این مسئله از روش تشکیل معادله نیز می‌توان حل کرد.

۲۹. نخست یک تخمین می‌زنیم. فرض کنیم مجموع سن

فرزندانِ کاوه، از ۴۰ کمتر باشد، پس با توجه به این‌که حاصل ضرب سنین کاوه و همسرش به اضافه مجموع سنین فرزندان ۲۰۱۱ شده، سن کاوه و همسرش باید نزدیک به عدد  $\sqrt{۱۹۷۰}$  باشد. با توجه به این‌که  $۴۰^۲=۱۶۰۰$  و  $۴۲^۲=۱۷۶۴$  و  $۴۴^۲=۱۹۳۶$  و  $۴۵^۲=۲۰۲۵$ ، پس سن کاوه و همسرش، نزدیک به ۴۴ سال است. اگر کاوه ۴۴ ساله باشد، همسرش ۴۳ سال دارد و  $۴۳ \times ۴۴ = ۱۸۹۲$  و مجموع سنین فرزندان آنها  $۱۸۹۲ - ۲۰۱۱ = ۱۱۹$  سال می‌شود و فرزندان باید ۵۹ و ۶۰ ساله باشند! (یعنی بزرگتر از پدر و مادرشان!!!) اگر همسر کاوه ۴۴ ساله باشد، کاوه ۴۵ خواهد بود و  $۴۴ \times ۴۵ = ۱۹۸۰$  و این یعنی مجموع سنین فرزندان ۳۱  $۱۹۸۰ - ۲۰۱۱ = ۳۱$  سال است و بچه‌ها ۱۵ و ۱۶ ساله هستند. پس یک امکان برای سن کاوه و همسر و فرزندانشان به ترتیب ۴۵ و ۴۴ و ۱۶ و ۱۵ است.

اگر کاوه را ۴۶ ساله فرض کنیم، همسرش ۴۵ ساله است و  $۴۶ \times ۴۵ = ۲۰۷۰$  که از ۲۰۱۱ بیشتر می‌شود. پس همان اعدادی که یافتیم، سن آنهاست و ۱۳ سال قبل، آنها به ترتیب ۳۲ و ۳۱ و ۳ و ۲ ساله بودند و حاصل ضرب سنین کاوه و همسرش به اضافه مجموع سنین فرزندان در ۱۳ سال قبل، برابر با  $۳۲+۳+۲=۹۷$   $(۳۲ \times ۳۱)$  بوده است.

۳۰. از آن‌جا که در این دو روش شماره‌گذاری، ارقام یکان، به تعداد یکسان به کار می‌روند، در محاسباتمان می‌توانیم آنها را در نظر نگیریم و تنها با انتقال آنها از خانه‌ای به خانه دیگر، شماره‌گذاری را تغییر دهیم.

برای رقم‌های مرتبه دهگان، در روش قبلی، از ارقام ۱ تا ۷، هر کدام ۱۰ مرتبه و از رقم ۸، یک مرتبه استفاده شده است. برای ارقام همین مرتبه، در روش جدید، از هر یک از ارقام ۴ و ۶ پنج‌تا و از رقم‌های ۷ و ۸ و ۹ هر کدام ۱۰ تا و از رقم‌های ۵ تا ۳ نیز هر یک ۱۰ تا استفاده می‌شود. در روش جدید برای مرتبه صدگان، از رقم ۱، ۴۵ بار استفاده می‌شود. این اطلاعات در جدول زیر خلاصه شده است:

رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	مجموع
روش قبلی (۱ تا ۸)	۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۰	۷۱
روش جدید (۱ تا ۱۴۴)	۱۰	۵۵	۱۰	۱۰	۵	۵	۵	۱۰	۱۰	۱۰	۱۲۵
ارقام موردنیاز	۱۰	۴۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۹	۱۰	$۷۴-۵=۶۹$

\* از ۵ تا از رقم‌های ۶ باقی‌مانده به جای ۹ (در انگلیسی) می‌توان استفاده کرد، پس تعداد ارقام  $۷۴-۵=۶۹$  رقم است.

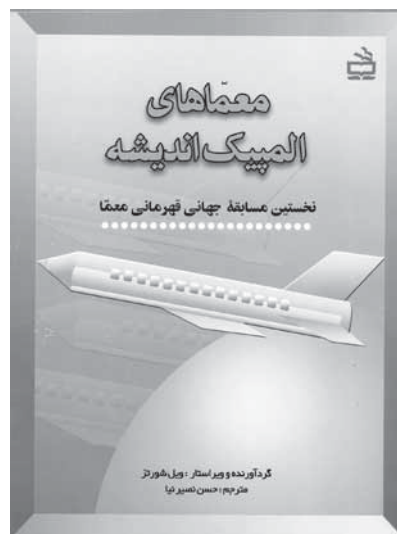
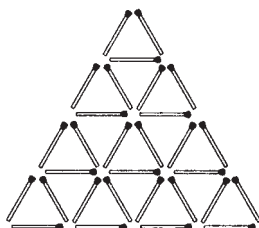


# معماهای المپیک اندیشه

۱. در این عمل جمع، هر حرف نشان‌دهنده یک رقم از ارقام صفر تا ۹ است. اعداد را پیدا کنید و صحت جمع را آزمون نمایید.

$$\begin{array}{r}
 C \ O \ C \ A \\
 + C \ O \ L \ A \\
 \hline
 S \ O \ D \ A
 \end{array}$$

۲. در این جا ۲۷ مثلث می‌بینید. حداقل چند چوب کبریت را باید بردارید تا هیچ مثلثی باقی نماند؟



## گردآورنده و ویراستار: ویل شورتر مترجم: حسن نصیرنیا انتشارات مدرسه، چاپ دوم، بها ۹۰۰۰ ریال

«المپیک اندیشه» یا «مسابقه جهانی قهرمانی معما»، مسابقه‌ای بود که در سال ۱۹۹۲ برای نخستین بار در نیویورک و با شرکت ۱۲ کشور - از هر کشور یک گروه چهار نفری - برگزار شد. از آن پس این مسابقه به یک مسابقه دائمی و سالانه تبدیل شد و اکنون هر سال در یک کشور برگزار می‌شود.

کتاب حاضر، مجموعه‌ای متنوع از گیراترین و پرکشش‌ترین سرگرمی‌های ریاضی، بازی‌های فکری، معماهای علمی، انواع جدول‌های جذاب و دیگر فعالیت‌های سرگرم‌کننده است که در نخستین المپیاد برای شرکت‌کنندگان مطرح شد.

چه خوب است که گروه‌های آموزشی ریاضی در ایران نیز ابتکار به خرج داده و مسابقاتی را بین مدارس منطقه یا شهرستان خود برگزار کنند و بچه‌های علاقمند به ریاضیات را به شوق آورند. در هر حال این کتاب سرمشق خوبی برای این کار است.

حالا ۳ مورد از سرگرمی‌های کتاب را با هم مرور می‌کنیم. به امید آن‌که شما دانش‌آموزان عزیز، و نیز معلمان شما را به مطالعه این کتاب مفید ترغیب نموده باشیم.



۳. تفاوت‌ها را پیدا کن.



دفتر انتشارات کمک آموزشی

## با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

### مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد **کودک** (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد **نوآموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد **دانش‌آموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره دبستان)

رشد **نوجوان** (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد **دوان** (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

### مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد آموزش ابتدایی • رشد آموزش راهنمایی تحصیلی • رشد تکنولوژی  
آموزشی • رشد مدرسه فردا • رشد مدیریت مدرسه • رشد معلم

### مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی) •  
رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه) • رشد آموزش  
قرآن • رشد آموزش معارف اسلامی • رشد آموزش زبان و ادب فارسی • رشد آموزش  
هنر • رشد مشاور مدرسه • رشد آموزش تربیت بدنی • رشد آموزش علوم اجتماعی  
• رشد آموزش تاریخ • رشد آموزش جغرافیا • رشد آموزش زبان • رشد آموزش  
ریاضی • رشد آموزش فیزیک • رشد آموزش شیمی • رشد آموزش زیست‌شناسی  
• رشد آموزش زمین‌شناسی • رشد آموزش فنی و حرفه‌ای • رشد آموزش پیش‌دبستانی

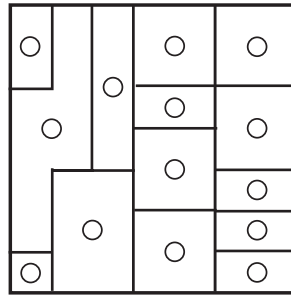
مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران  
و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های  
دیبری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴  
آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

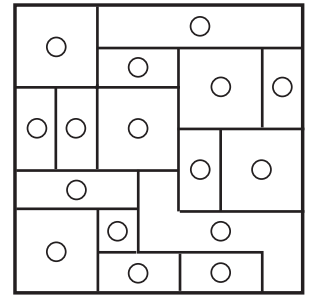
تلفن و نمابر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰۱۴۷۸

# پاسخ پازل از نوعی دیگر - کهکشان‌ها (از صفحه ۳۲)

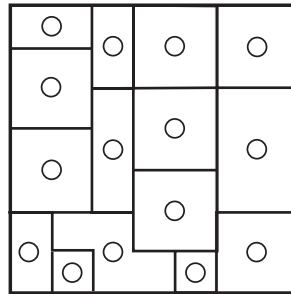
Galaxy # 1



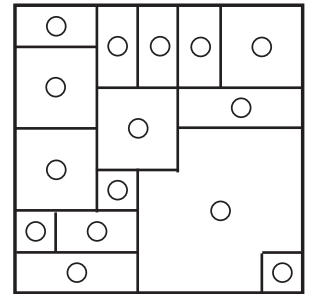
Galaxy



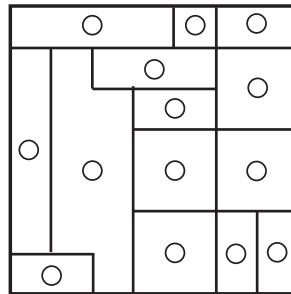
Galaxy # 3



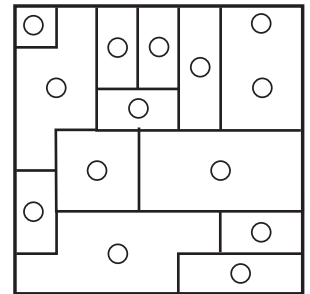
Galaxy # 4



Galaxy # 5



Galaxy # 6





خوانندگان عزیز، مطالب و نامه‌های زیادی از جانب شما دریافت کرده‌ایم. از همه این دوستان سپاسگزاریم:

✉ مطالب رسیده:

- محمد کنفچیان، از تهران
- زینب گلبراری، از ساری
- صدیقه قبادی، از ساری
- سید فرهاد مدرسی، از بیرجند
- ایمان رحیمی، از قشم
- سید محمد حسینی راد
- علیرضا عظیمی نیا
- الهه امیدوار، از بابل.

✉ پاسخ به مسائل مسابقه‌ای شماره‌های پاییز و زمستان:

دوستان زیر، از طریق پست یا ایمیل، پاسخ‌هایی به مسئله‌های مسابقه‌ای شماره‌های ۵۹ و ۶۰ مجله برهان راهنمایی ارسال کرده‌اند که پس از بررسی همه پاسخ‌ها، به قید قرعه به پاسخ‌های درست، جوایزی تعلق می‌گیرد:

- حسین نریمانی از تهران
- علیرضا برفی از استان ایلام
- شکرالله ابراهیمی از اصفهان
- میلاد دلفانی از تهران
- مریم کریمی از همدان
- مرضیه کسمانی از نجف‌آباد اصفهان
- سجاد سیفی‌پور از گنبد کاووس
- زینب مهرابی از خمینی‌شهر
- زهرا مهرابی از خمینی‌شهر
- مسعود رستگار
- مرادحسین سالمی‌پور
- محمدحسین خودنما
- عصمت سهولی واحد از بوشهر.

✉ رسم‌های ابتکاری و رسم‌های کامپیوتری:

از طریق پست و ایمیل، رسم‌های ابتکاری دستی یا کامپیوتری فراوانی دریافت کرده‌ایم که تعدادی از رسم‌های برگزیده را در صفحه مقابل می‌بینید. اسامی این دوستان به شرح زیر است:

• دانش‌آموزان مدرسه راهنمایی پروین اعتصامی قشم؛  
 ماریه یوازی، مریم یوازی، فاطمه رحیمی، فروزان رحیمی، فرشته رحیمی، سعیده شرف، فاطمه خدره.

• دانش‌آموزان مدرسه راهنمایی پسرانه شاهدشهرستان رودان؛  
 علیرضا معلمی، حمیدرضا شریفی، احمدرضا یزدانی، امیراحمد صالحی، محمدرضا مرادپور، امیرحسین شریفی، عبدالله داوودی، احمدرضا داوودلی، مهدی مختاری، امیرحسین محمدی. • دانش‌آموزان سوم راهنمایی شهید بهشتی بیرجند:

علی ولی‌زاده، امیرحسین ابراهیمی، مهران حسین‌زاده.  
 • محمد ایمانی، دانش‌آموز راهنمایی از قشم.  
 • دانش‌آموزان مدرسه راهنمایی نمونه دولتی دخترانه خضراء شهرستان نهبندان:

رقیه اردونی، مهرناز هاشم‌پور، فاطمه شفیعی، زهرا ایمانپور، مظهره زارعی، سعیده فاطمه‌حسینی.

دوستان عزیز، همچنان منتظر نامه‌های شما هستیم ....

## برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دوروش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir) و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

◆ نام مجلات درخواستی:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◆ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

امضا:

• نشانی: تهران، صندوق پستی امورمشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

• وبگاه مجلات رشد: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir)

• اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال

◆ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال

# پاسخ معماهای سرگرمی

## ( از صفحه ۲۵ )

۱. دیوفانت ۸۴ سال داشته است، زیرا:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2} = 14 + 7 + 12 + 42 = \frac{75}{84}$$

او تا تولد پسرش گذشته و ۴ سالی که پس از وفات آن پسر، خود دیوفانت هم فوت کرد.

۲. سن مهرداد، خواهر و پدرش را به ترتیب M، S، P می‌نامیم.

می‌دانیم که:

$$M + S + P = 100 \quad (1)$$

بنا فرض اول داریم:

$$S + P - M = 2S \rightarrow P - S - M = 0 \quad (2)$$

از جمع رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$2P = 100 \rightarrow P = 50$$

با استفاده از فرض دوم، داریم:

$$P + P - M = 2(M + P - S)$$

$$\rightarrow 3M - 2S = 0 \quad \text{پس:}$$

چون  $M + S = 50$  است، پس  $M = 20$  و  $S = 30$  است. یعنی در

حال حاضر مهرداد ۲۰ سال، خواهرش ۳۰ سال و پدرش ۵۰ سال سن دارند.

$$11 + 11 - (1 + 1) = 20 \quad 6 + 6 + 6 + \frac{6+6}{6} = 20 \quad 3$$

$$22 - 2 = 20 \quad 7 + 7 + 7 - \frac{7}{7} = 20$$

$$3^3 - (3 + 3 + \frac{3}{3}) = 20 \quad 8 + 8 + \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 20$$

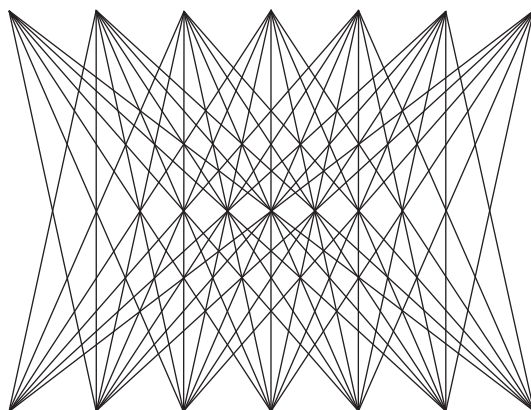
$$(4 \times 4) + 4 = 20 \quad 9 + 9 + \frac{9+9}{9} = 20$$

$$(5 \times 5) - 5 = 20$$

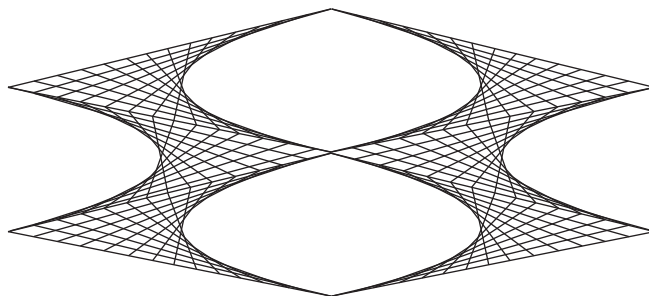
۴۳	۶۱	۷
۱	۳۷	۷۳
۶۷	۱۳	۳۱

۴.

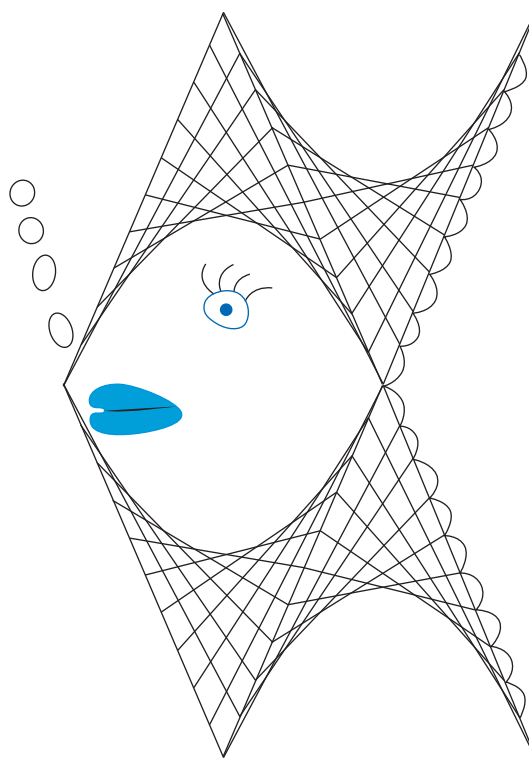
۵. هیچ یک. کافی است که صفحه مجله را ۱۸۰ درجه بچرخانید.



• ماریه یوازی - قشتم



• مهدی مختاری - رودان



• امیرحسین محمودی - رودان



## جدول موضوعی مطالب مجله رشد برهان راهنمایی، شماره ۶۲

جدول زیر در هر شماره مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شماره مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفاده بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

مهارت‌های ریاضی	ارتباط با زندگی	موضوع کلی	فهرست مقالات
۲۰۶	✓	بررسی چند کاربرد دستگاه مختصات در ریاضی، علوم و آمار	مختصات در چند نگاه
۱۰،۶،۲،۱		طرح و حل مسئله‌هایی پیرامون نمایش پاره خطهایی با طول‌های حقیقی غیر گویا	بهترین راه کدام است؟
۱۰،۶،۵،۴	✓	نگاهی دقیق به حجم‌هایی که از دوران یک سطح حول یک محور پدید می‌آیند	بچرخ تا بچرخیم
۱۰،۸		طرح چند مسئله منطقی جالب که در همه آن‌ها، «ندانستن» حاوی اطلاعات مفیدی برای حل است.	ندانستن عیب نیست
۸،۷،۶،۵،۴		بررسی اشکال استدلال ارائه شده در شماره گذشته	توضیحی در باره مقاله رادیکال ۲ وجود ندارد
۱۰،۸،۹،۴		به‌کارگیری روش‌های جبری برای استفاده از یک ماشین حساب، که برخی از دکمه‌های آن خراب است و معرفی یک سایت الکترونیکی برای تمرین این روش‌ها به شیوه‌ای مهیج	ماشین حساب شکسته
۹		معرفی چند دستور جدید در محیط "لوگو"	استفاده از محیط لوگو
۱۰،۹		معرفی یک پیش‌پروژه (اعداد شکلی) و انجام آن در محیط "اکسل" و طرح یک تمرین مرتبط با آن برای آماده شدن برای استفاده از این برنامه در پروژه‌های دانش‌آموزی	آمادگی برای به‌کارگیری Excel
۱۰،۵		معرفی یک بازی منطقی و ارائه روش‌هایی برای برنده شدن! معرفی یک سایت الکترونیکی برای انجام این بازی و طرح چند مسئله مرتبط با آن	بازی کشف رمز
۱۰		معرفی یک بازی مرتبط با دوران و انتقال	مسابقه روبات‌ها
۱۰،۷		طرح یک نوع بازی عددی و قوانین حل آن	پازل از نوعی دیگر
۱۰،۴،۳	✓	محاسبه زمانی که دانش‌آموزان ایرانی می‌توانند در طول تابستان صرف علم آموزی، هنرآموزی، کمک به دیگران و ... کنند	سه ماه تعطیلی چقدر عمر می‌کنید؟!
۵	✓	آشنایی با محاسبات ریاضی در ساخت بالگرد	زایویه و بالگرد

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش ۲. اندازه‌گیری ۳. تخمین و تقریب عددی ۴. محاسبات عددی و عملیات ذهنی ۵. الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی ۶. استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۷. فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی ۸. کشف و استدلال ۹. استفاده از ابزار و تکنولوژی ۱۰. حل مسئله.