فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
ISSN:1735 – 4943
دورهٔ بیستم / شمارهٔ ۱ / پاییز ۱۳۹۳ / ۴۸ صفحه / ۸۰۰۰ ریال www.roshdmag.ir

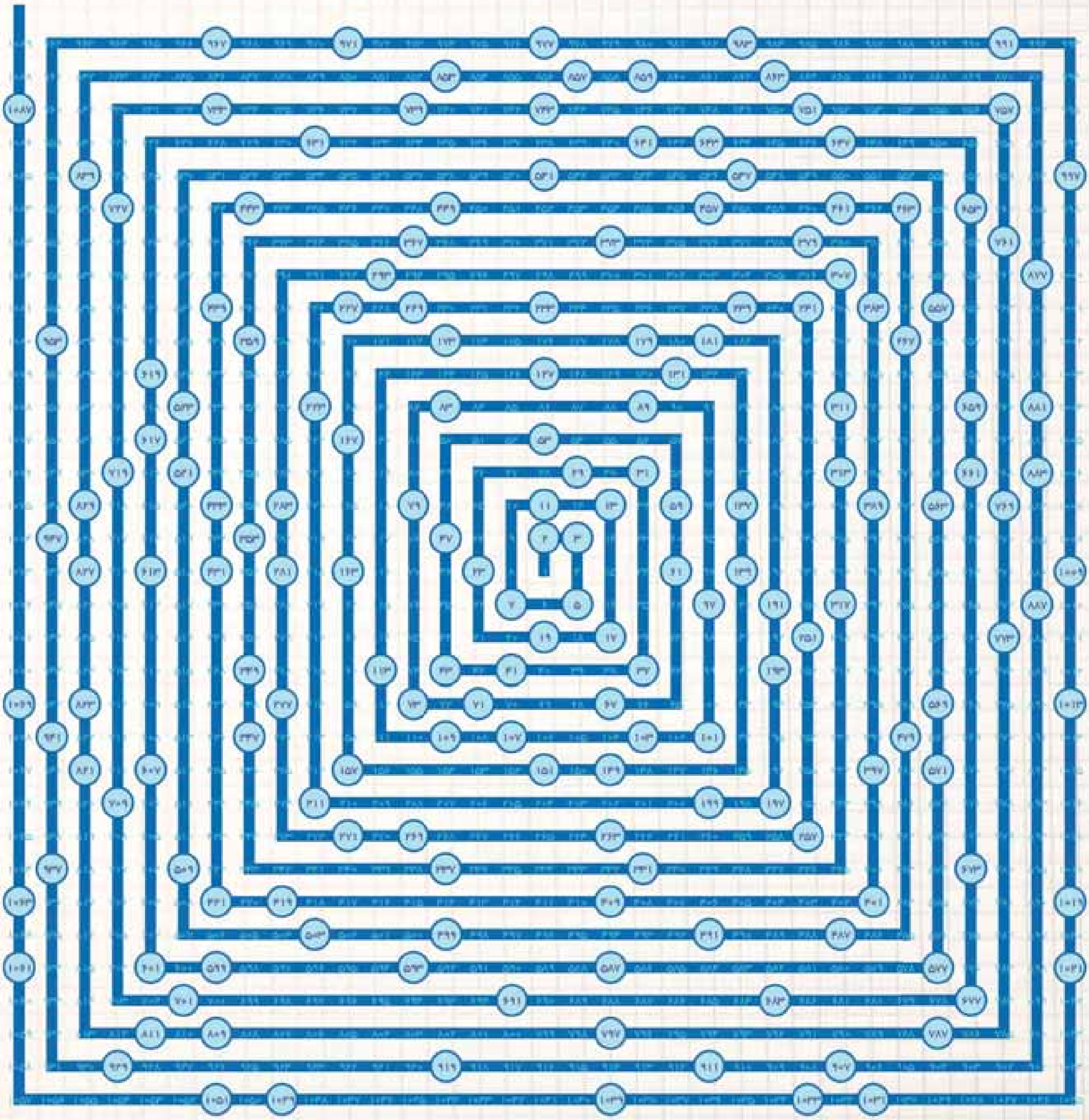
# رشد برهان ریاضی
## متوسطه اول

۷۱

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

# مارپیچ اعداد اول

بهزاد اسلامی مسلّم



استانیسواف اولام، ریاضی‌دان معروف، در جلسه‌ای نشسته بود و سخنرانی‌ای را گوش می‌کرد. کم‌کم حوصله‌اش سررفت. پس مدادش را برداشت و بر روی کاغذش طرح‌هایی کشید. مثلاً عددها را به‌شکل مارپیچ نوشت:

ادامهٔ مطلب در صفحهٔ سوم جلد

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد برهان
ریاضی
متوسطه اول
۷۱
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
دورهٔ بیستم / شمارهٔ ۷۱ / پاییز ۱۳۹۳



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

**مدیر مسئول:** محمد ناصری
**سردبیر:** سپیده چمن‌آرا
**مدیر داخلی:** حسین نامی ساعی
**هیئت تحریریه:**
آمنه ابراهیم‌زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن‌نیا، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی.
**ویراستار:** بهروز راستانی
**طراح گرافیک:** علی دانشور
**تصویرسازان:** سام سلماسی، سیّد میثم موسوی
**نشانی دفتر مجله:**
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک۲۶۶
صندوق پستی ۱۵۸۷۵/ ۶۵۸۵
تلفن ۹ـ ۸۸۸۳۱۱۶۱ـ ۰۲۱(داخلی ۳۷۴)
**نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸
**وب‌گاه:** www.roshdmag.ir
**پیام‌نگار:** borhanr@roshdmag.ir
**تلفن پیام‌گیر نشریات رشد:** ۸۸۳۰۱۴۸۲
**کد مدیر مسئول:** ۱۰۲
**کد دفتر مجله:** ۱۱۳
**کد مشترکین:** ۱۰۲
**تلفن امور مشترکین:**
۷۷۳۳۶۶۵۵ و ۷۷۳۳۶۶۵۶ـ ۰۲۱
**شمارگان:** ۱۵۰۰۰ نسخه
**چاپ:** شرکت افست (سهامی عام)

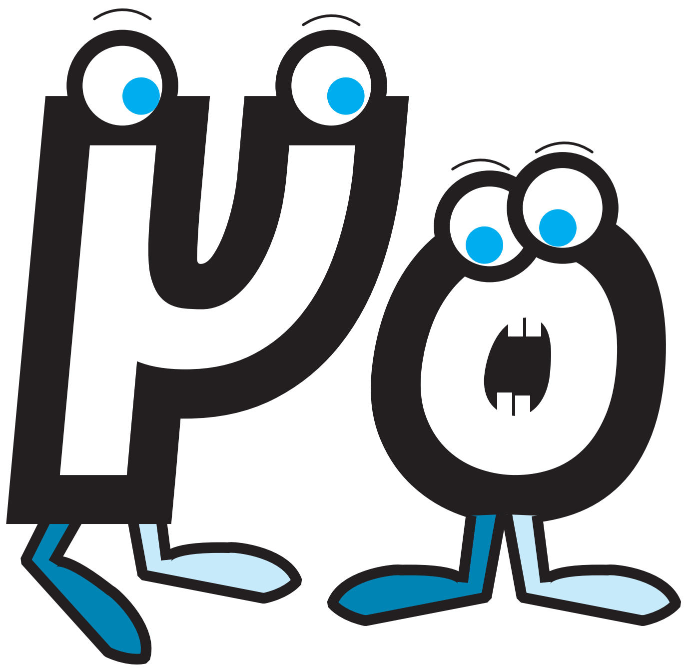
**توضیح جلد:**

اراتُستن، ریاضی‌دان و منجم و شاعر و جغرافی‌دان یونانی، سه قرن پیش از میلاد مسیح، روشی برای یافتن همهٔ عددهای اول تا عددی مشخص، ابداع کرد که به غربال اراتستن معروف است.
بدنیست بدانید که شهرت اراتستن علاوه بر غربالش، به دلیل محاسبهٔ قطر کرهٔ زمین نیز هست.
برای دیدن تصویری از چگونگی روش غربال اعداد تا ۱۲۰، به آدرس زیر مراجعه کنید:
http://fa.wikipedia.org/wiki/%D9%BE%D8%B1%D9%88%D9%86%D8%AF%D9%87:Sieve_of_Eratosthenes_animation.gif

**قابل توجه نویسندگان و مترجمان:**

◂ مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری ؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. ◂ مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان چه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◂ مقاله یك خط در میان، در یك روی كاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ◂ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◂ محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. ◂ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◂ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ◂ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◂ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ◂ مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ◂ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

# آغاز بیستمین سال پس از پنجاه سال



مهـری دیگـر آغـاز شـد. با آغاز این سـال تحصیلـی، بیسـتمین سـال از زندگی رشـد برهان ریاضی (متوسطهٔ ۱) نیـز آغاز می‌شـود. همیشـه عدد بیست برای شما دانش‌آموزان و ما معلمان، عدد خاصی بوده اسـت؛ عدد "کامل بـودن"؛ عـدد "بهترین بودن"! این بیست ساله شـدن نیز برای برهان نوعی کامل شدن است: تکمیـل یـک دوره از زندگی و آغـاز دوره‌ای جدیـد. دوره‌ای که در آن بایـد با اسـتفاده از تجارب گذشته، قدم در راه آینده گذاشـت و سعی کرد که به مراتب، "بهتر" بود – خیلی "بهتر". بنابراین، این بار برای ما، بیست، به معنی بهترین نیست! در این "آغاز"، برهان علاوه بر تغییراتی که در راستای همان "بهتر شدن درمحتوا و موضوعات خود داده است، شکل ظاهری‌اش نیز تغییر کرده اسـت: در این دوره، هشت صفحه از صفحات مجله رنگی هستند. امیدواریم در این دوره بتوانیم به "بهترین" شکل، از این ظرفیت جدید در مجله استفاده کنیم و با پایان این دوره، بتوانیم مجله را تمام رنگی در اختیار دوست‌داران آن قرار دهیم.

راستی، اگر پیش از این مجله را ورقی زده باشید، حتماً دیده‌اید که در لابه‌لای مطالب و در بعضی از صفحه‌ها، جعبه‌هایی هست کـه در آن‌ها دربارهٔ "عددهای اول" نوشـته‌ایم. ایـن روال را در شماره‌های بعد نیز ادامه می‌دهیم و جعبه‌های هر شماره را به یک موضوع اختصاص خواهیم داد.

بـد نیسـت بدانید که آغـاز بیسـتمین سـال زندگی برهـان، با اتمام چهـل سـال فعالیـت مجلات رشد که با انتشار "پیک"های دانش‌آموزی در پنجـاه سـال پیـش توسط «سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی» آغاز شـد، مصادف شده است. به مناسبت همین هم‌زمانـی، تصمیـم گرفتیم در این دوره، در هر شماره از مجله، یکی از مطالبِ خوبِ گذشـته را که در شـماره‌های قدیمی‌تر برهان چاپ شده بودند، دوباره برایتان چاپ کنیم.

و بالاخره ... از این شماره، دیگر دو تن از همراهان خوب برهان، در کنار بقیهٔ اعضای تحریریهٔ این مجله نخواهند بود: آقای حسن احمدی که مدتی است جایشان در تحریریه خالی است، و دکتر امیرحسین اصغری؛ نادر گمنام مجله. خوانندگانی که شماره‌های قبلی مجله را دیده‌اند با داستان‌های تصویری ایشان آشنا هستند. امیـدوارم بازهـم بتوانیم از نظرات و تجربه‌هـای آن‌ها در مجله بهره‌مند شویم.

سال تحصیلی خوبی در پیش داشته باشید دوستان نوجوان من

**سردبیر**

# هرچه تندتر، زودتر! اما چه قـــدر؟

■ بهزاد اسلامی مسلّم

■ کلیدواژه‌ها: سرعت، زمان، نمودار، تناسب

راننده‌ها معمولاً دوست دارند سریع برانند، فرقی هم نمی‌کند رانندهٔ دوچرخه باشند یا اتومبیل یا قطار! البته تا حدی هم حق دارند؛ هرچه تندتر برانند، زودتر به مقصد می‌رسند. مثلاً اگر سرعتشان را از ۶۰ کیلومتر بر ساعت برسانند به ۷۰ کیلومتر بر ساعت، در وقتشان صرفه‌جویی می‌کنند. اما واقعاً چند دقیقه صرفه‌جویی می‌کنند؟ آیا این مقدار صرفه‌جویی، ارزش تصادف را دارد؟ آیا می‌ارزد به این خطر که پلیس راننده را به دلیل سرعت بالا جریمه کند؟

بیایید چند مثال را بررسی کنیم. توجه کنید که در هریک از این مثال‌ها، دقیقاً ۱ ساعت طول می‌کشد تا راه طی شود.

**مثال ۱.** سرعت: ۱۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۱۰ کیلومتر

**مثال ۲.** سرعت: ۳۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۳۰ کیلومتر

**مثال ۳.** سرعت: ۵۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۵۰ کیلومتر

**مثال ۴.** سرعت: ۷۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۷۰ کیلومتر

**مثال ۵.** سرعت: ۹۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۹۰ کیلومتر.
**مثال ٦.** سرعت: ۱۱۰ کیلومتر بر ساعت،
طول مسیر: ۱۱۰ کیلومتر.

می‌خواهیم حساب کنیم در مثال ۱ با افزایش سرعت به ۲۰ کیلومتر بر ساعت، زمان رسیدن به مقصد چه‌قدر کوتاه‌تر می‌شود. شاید بدانید که:

$$\text{زمان طی مسیر} = \frac{\text{طول مسیر}}{\text{سرعت}}$$

البته در رابطهٔ بالا واحدهای اندازه‌گیری باید درست انتخاب شوند. مثلاً اگر سرعت بر حسب کیلومتر بر ساعت باشد، طول مسیر باید بر حسب کیلومتر باشد و زمان طی مسیر بر حسب ساعت به دست می‌آید.

پس وقتی با سرعت ۲۰ کیلومتر بر ساعت به طول ۱۰ کیلومتر را طی می‌کنیم، $\frac{۱۰}{۲۰}$ ساعت، یعنی نیم ساعت طول می‌کشد.

در نتیجه در مثال ۱ با افزایش سرعت به جای اینکه مسیر یک ساعت طول بکشد، این مسیر را می‌توانیم در نیم ساعت طی کنیم. پس با افزایش سرعت به ۲۰ کیلومتر بر ساعت، در زمان به اندازهٔ ۳۰ دقیقه صرفه‌جویی می‌کنیم.

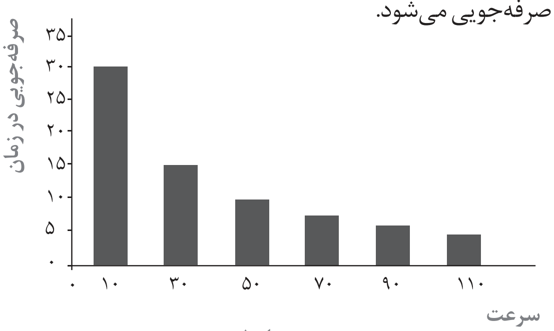
در مثال ۲ چه‌طور؟ اگر در این مثال به جای ۳۰ کیلومتر بر ساعت با سرعت ۴۰ کیلومتر بر ساعت برانیم، مسیر در $\frac{۳۰}{۴۰}$ ساعت طی می‌شود؛ یعنی در ۴۵ دقیقه. پس مدت رانندگی ۱۵ دقیقه کوتاه‌تر می‌شود.

در بقیهٔ مثال‌ها هم به همین شکل می‌توانیم زمانی را که صرفه‌جویی می‌شود، حساب کنیم. نتایج محاسبات را در ادامه می‌بینید:

**مثال ۱.** میزان صرفه‌جویی: **۳۰ دقیقه.**
**مثال ۲.** میزان صرفه‌جویی: **۱۵ دقیقه.**
**مثال ۳.** میزان صرفه‌جویی: **۱۰ دقیقه.**
**مثال ۴.** میزان صرفه‌جویی: **۷ دقیقه و ۳۰ ثانیه.**
**مثال ۵.** میزان صرفه‌جویی: **۶ دقیقه.**
**مثال ۶.** میزان صرفه‌جویی: **۵ دقیقه.**

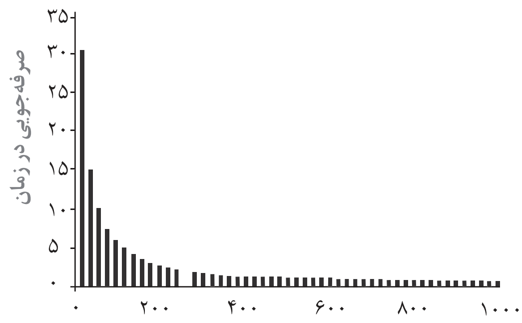
جالب است! وقتی سرعت از ۱۰ به ۲۰ می‌رسد، در نیمی از زمان حرکت صرفه‌جویی می‌شود. اما وقتی سرعت از ۱۱۰ به ۱۲۰ می‌رسد، فقط در $\frac{۱}{۱۲}$ زمان حرکت صرفه‌جویی می‌شود! انگار فایدهٔ ۱۰ کیلومتر بر ساعت افزایش سرعت، عددی ثابت نیست.

بیایید نمودار نتایجی را که به دست آورده‌ایم، رسم کنیم. در نمودار ۱، ارتفاع هریک از میله‌ها مشخص می‌کند که با افزایش سرعت به اندازهٔ ۱۰ کیلومتر بر ساعت، چند **دقیقه** در زمان صرفه‌جویی می‌شود.




**نمودار ۱**

اگر به جای شش مثال، تعداد بیشتری مثال را بررسی می‌کردیم، نمودار به شکل نمودار ۲ در می‌آمد:



**نمودار ۲**

البتــه نمودار ۲ بیشــتر بــه درد خلبان هواپیمــا می‌خورد تا راننده‌های اتومبیل! معمولاً اتومبیل‌ها نمی‌توانند با سرعتی بیش از ۲۰۰ کیلومتر بر ساعت حرکت کنند.

همان‌طور که می‌بینید، در ســرعت‌های خیلــی زیاد، افزایش سرعت در زمان رسیدن به مقصد تفاوت چندانی ایجاد نمی‌کند!

**سؤال ۱.** در چه سرعتی، با افزایش سرعت به اندازهٔ ۱۰ کیلومتر بر ساعت، کمتر از ۱ دقیقه در زمان حرکت صرفه‌جویی می‌شود؟

**ســؤال ۲.** اگر سرعت خیلی خیلی زیاد باشد، آیا ممکن است با افزایش ســرعت به اندازهٔ ۱۰ کیلومتر بر ساعت، اصلاً در زمان حرکت صرفه‌جویی نشود؟ چرا؟

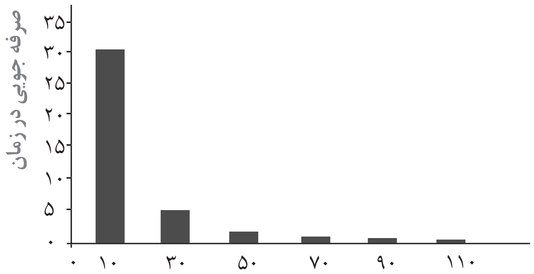
**سؤال ۳.** آیا مسئلهٔ زیر را می‌توان با تناسب حل کرد؟ چرا؟

**مســیری با ســرعت ۱۰ کیلومتر بر ســاعت، ۱ ســاعت طول می‌کشد. این مسیر با سرعت ۲۰ کیلومتر بر ساعت، چه مدت طول می‌کشد؟**

در مثال‌هایی که بررســی کردیم، طول مسیرها فرق می‌کرد: ۱۰ کیلومتر یا ۳۰ یا ۵۰ یا ۷۰ یا ۹۰ یا ۱۱۰ کیلومتر. شــاید از خودتان پرسیده باشید که «اگر طول مسیر یکسان باشد چه‌طور؟ با افزایش ســرعت چه‌قدر در زمان صرفه‌جویی می‌شود؟» مثلاً فرض کنید طول مسیر ۱۰ کیلومتر است. با همان رابطهٔ

$$\text{زمان طی مسیر} = \frac{\text{طول مسیر}}{\text{سرعت}}$$

می‌توانیــم زمان طی مســیر را حســاب کنیم. با ســرعت ۱۰ کیلومتر بر ســاعت، $\frac{۱۰}{۱۰}$ ساعت (یعنی یک ساعت) طول می‌کشد و با سرعت ۳۰ کیلومتر بر ساعت، $\frac{۱۰}{۳۰}$ ساعت (یعنی ۲۰ دقیقه) زمان لازم است. در نمودار ۳ می‌توانید ببینید که در مسیری ۱۰ کیلومتری با افزایش سرعت به اندازهٔ ۱۰کیلومتر بر ساعت، زمان طی مسیر چه‌قدر کمتر می‌شود:

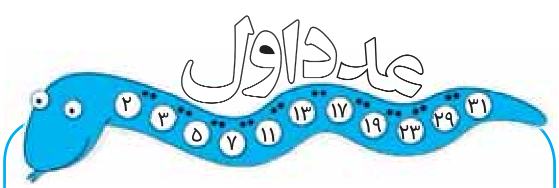


**نمودار ۳**

برای مثال، اگر این مسیر را با سرعت ۱۲۰ (به جای ۱۱۰) طی کنیم، فقط ۲۸ ثانیه زودتر به مقصد می‌رسیم!

**سؤال ۴.** آیا مسئلهٔ زیر را می‌توان با تناسب حل کرد؟ چرا؟

**در مســیری، اگر سرعت را از ۱۰ به ۲۰ برسانیم، در زمان ۳۰ دقیقه صرفه‌جویی می‌شود.**
**در همین مسیر، اگر سرعت را از ۴۰ به ۵۰ برسانیم، در زمان چند دقیقه صرفه‌جویی می‌شود؟**




بعضــی از عددهای طبیعی دقیقاً دوتا مقســوم‌علیه دارند، نه بیشتر و نه کمتر! این عددها،«عددهای اول» نامیده می‌شوند. عدد ۱ فقط یک مقسوم‌علیه دارد. پس ۱ اول نیست.

بعضی عددها، بیشــتر از دو مقســوم‌علیه دارند. این عددها«عددهای مرکب» نام دارند. پس عدد ۱، مرکب هم نیست.

# رمزنویسی به کمک تجزیهٔ اعداد

■ زهره پندی

■ کلیدواژه‌ها: رمزنویسی، عدد اول، تجزیهٔ اعداد

از قدیم استفاده از رمزنویسی در مکاتبات جنگی مرسوم بوده است.
استفاده از عددها به جای حروف یکی از قدیمی‌ترین روش‌های رمزنویسی است.
در ساده‌ترین شکل، می‌توانیم هر حرف را با یک عدد متناظر کنیم و کلمه‌ای را به صورت رمزی بنویسیم:

| الف | ب | پ | ت | ث | ج | چ | ح | خ | د | ذ | ر | ز | ژ | س | ش |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ |
| ص | ض | ط | ظ | ع | غ | ف | ق | ک | گ | ل | م | ن | و | ه | ی |
| ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ | ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ | ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ | ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ | ۳۱ | ۳۲ |

| سلام! | خوب؟ |
| --- | --- |
| ۱۵،۲۷،۱،۲۸،! | ۹ ،۳۰ ،۲،? |

اما رمزگشایی پیام‌هایی که با این روش رمزنویسی شده‌اند، بسیار ساده است و شاید دشمن به سادگی و حتی در اولین حدس بتواند آن‌ها را رمزگشایی کند و معنی پیام‌ها را دریابد.

اکنون می‌خواهیم روش رمزنویسی را کمی پیچیده‌تر کنیم!

عددهای اول را به ترتیب می‌نویسیم و عدد معادل هر حرف را به ترتیب به جای توان‌های این اعداد قرار می‌دهیم:

| سلام | خوب؟ |
| --- | --- |
| $۲^{۱۵}$، $۳^{۲۷}$، $۵^{۱}$، $۷^{۲۸}$، $۱۱^{۰}$، $۱۳^{۰}$، ... ،! | $۲^{۹}$، $۳^{۳۰}$، $۵^{۲}$، $۷^{۰}$، $۱۱^{۰}$، $۱۳^{۰}$، ...، ? |

سپس حاصل‌ضرب این عددهای توان‌دار را به دست می‌آوریم و به جای کلمهٔ مورد نظر قرار می‌دهیم:

| سلام | خوب؟ |
| --- | --- |
| $۲^{۱۵}\times ۳^{۲۷}\times ۵^{۱}\times ۷^{۲۸}$ ! | $۲^{۹}\times ۳^{۳۰}\times ۵^{۲}$ ? |

اکنون کلمهٔ مورد نظر به یک رمز پیچیده تبدیل شده است.

برای رمزگشایی متنی که با این روش رمزنویسی شده است، باید مرحله به مرحله برگردیم.

مثلاً عدد ۲۱۰۰ به دست ما می‌رسد.

ابتدا باید آن را به صورت حاصل‌ضرب عددهای اول بنویسیم:

$$۲۱۰۰=۲^{۲}\times ۳^{۱}\times ۵^{۲}\times ۷^{۱}$$

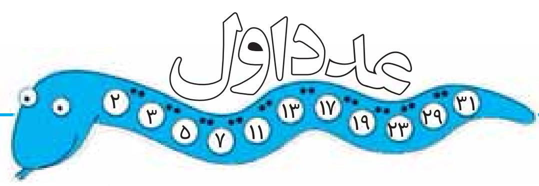
سپس باید به کمک جدول حروف، حروف معادلِ ۱-۲-۱-۲ را پیدا کنیم و به این ترتیب کلمه را بخوانیم.

آیا می‌توانید کلمهٔ مورد نظر را پیدا کنید؟

یکی از مشکلات رایج در روش‌های رمزنویسی این است که امکان دارد دو کلمهٔ متفاوت به رمز یکسانی تبدیل شوند و تشخیص آن‌ها از هم ممکن نباشد! آیا در روش رمزنویسی‌ای که معرفی شد، ممکن است این اشتباه رخ دهد؟ چرا؟

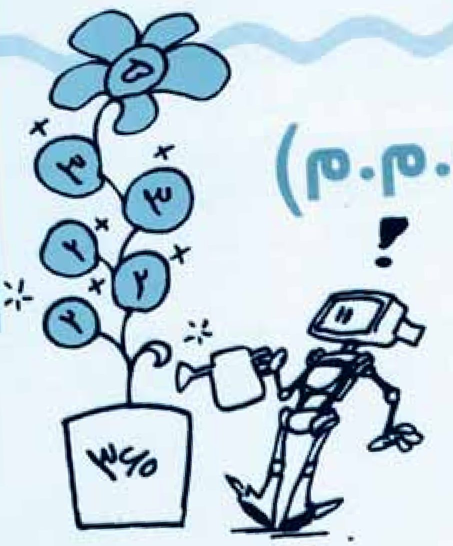
برای پاسخ دادن به این سؤال خوب است جعبهٔ زیر را بخوانید.

**منبع :** پندی، زهره (۱۳۸۹) بخش‌پذیری، مقسوم‌علیه و مضرب. انتشارات مدرسه. تهران




هر عدد مرکب را می توانیم به صورت حاصل‌ضرب تعدادی عدد اول بنویسیم.مثلاً ۵×۷=۳۵ یا ۷×۷=۴۹ یا۷×۵×۳×۲=۲۱۰.
هر عدد را فقط به یک صورت می شـود به صورت حاصل ضرب اعداد اول نوشـت.یعنی اگر من و شما جداگانه یک عدد را به صورت حاصل ضرب اعداد اول بنویسیم، عددهای اولی که پیدا می کنیم مثل هم خواهند بود. اگر بین عددهای اول من، عددی مثلاً سه بار آمده باشد، بین عددهای اول شما هم آن عدد دقیقاً سه بار می آید.
مثلاً من عدد ۸۱۰ را به صورت ۲×۵×۳×۳×۳×۳=۸۱۰ می نویسم. شما ممکن است ۸۱۰ را به صورت ۳×۳×۲×۳×۵×۳=۸۱۰ بنویسید، ولی ممکن نیست آن را به شکل ۳×۵×۷×۲×۵ بنویسید.

سپیده چمن‌آرا
معلم ریاضی منطقه‌ی ۲ تهران

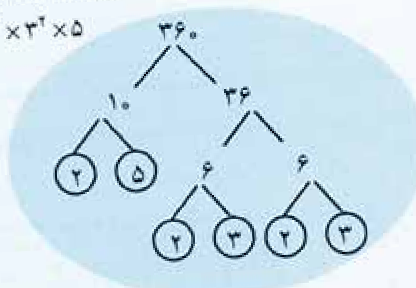



# رابطه‌ی (ب.م.م) و (ک.م.م) با نمودار درختی

## قسمت دوم

با نمودار درختی عددها آشنا شده‌اید. می‌دانید که به کمک این نمودار می‌توانیم بفهمیم مقسوم‌علیه‌های اول عدد مورد نظر ما، چه عددهایی هستند. هم‌چنین می‌بینیم که عدد ما، از حاصل ضرب چه عددهای اولی به‌دست می‌آید. مثلاً اگر عدد ۳۶۰ را تجزیه‌ی درختی کنیم (شکل ۱)، می‌فهمیم:

$$۳۶۰ = ۲\times۲\times۲\times۳\times۳\times۵ = ۲^{۳}\times۳^{۲}\times۵$$




شکل ۱. نمودار درختی عدد ۳۶۰

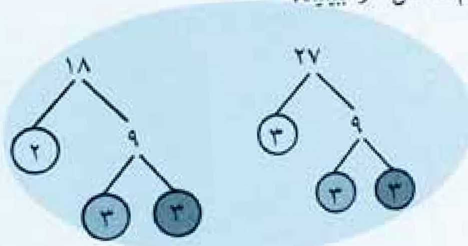
در ادامه‌ی این مقاله قصد داریم درستی یکی از روابط ریاضی که توسط آن، کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م) به وسیله‌ی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن دو عدد به دست می‌آید، را با کمک نمودار درختی بررسی کنیم. این رابطه همان رابطه‌ای است که در کتاب ریاضی اول راهنمایی معرفی شده است؛ یعنی:

$$\text{ک.م.م دو عدد} = \frac{\text{حاصل ضرب آن دو عدد}}{\text{ب.م.م آن دو عدد}}$$

نخست با هم ببینیم که چگونه با استفاده از نمودار درختی اعداد، می‌توان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها را پیدا کرد. با عددهای کوچکی مثل ۱۸ و ۲۷ شروع می‌کنیم. هم به صورت ذهنی و هم با استفاده از سایر راه‌حل‌هایی که یاد گرفته‌ایم (مثلِ نوشتن مجموعه‌های مقسوم‌علیه‌های ۱۸ و ۲۷، یا تقسیم متوالی، و یا روش نردبانی) می‌بینیم که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸ و ۲۷، عدد ۹ است؛ یعنی:

$$۱۸ \prod ۲۷ = ۹$$

حال بیایید نمودار درختی این عددها را با دقت بیش‌تری بررسی کنیم. شکل ۲ را ببینید.

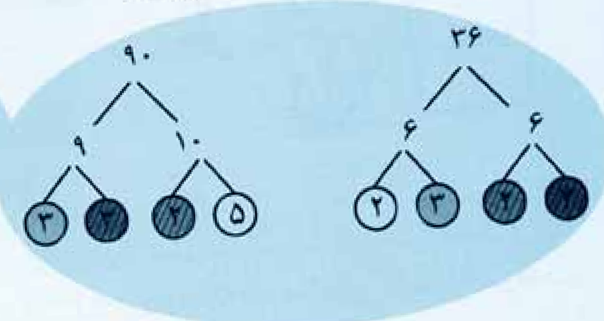



شکل ۲. نمودارهای درختی اعداد ۱۸ و ۲۷ و میوه‌های شبیه به‌هم در هر دو نمودار.

همان‌طور که در شکل ۲ می‌بینید، در نمودار هر دو عدد، میوه‌هایی وجود دارند که روی آن‌ها عدد ۳ نوشته شده است. پس ۳، مقسوم‌علیه هر دو عدد، یعنی مقسوم‌علیه مشترک اعداد ۱۸ و ۲۷ است. اما ما به دنبال بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد هستیم. بنابراین همه‌ی میوه‌هایی را که در نمودارهای درختی هر دو عدد مشترک هستند، می‌یابیم و آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم تا بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸ و ۲۷ پیدا شود.

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌کنید، هر دو نمودار، دو تا میوه‌ی ۳ مثل هم دارند. (نمودار ۲۷، یک ۳ دیگر هم دارد که نمودار ۱۸ ندارد. پس سومین ۳ در نمودار ۲۷، در هر دو نمودار، مشترک نیست.) بنابراین ۹=۳×۳، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۱۸ و ۲۷ است؛ یعنی همان عددی که از راه‌های دیگر نیز پیدا کردیم.

حال دو عدد دیگر در نظر می‌گیریم و همین مراحل را برای آن‌ها تکرار می‌کنیم: عددهای ۹۰ و ۳۶ (شکل ۳).




شکل ۳. نمودارهای درختی اعداد ۹۰ و ۳۶ و میوه‌های مشترک در هر دو نمودار.

میوه‌های مشترک در دو نمودار درختی عددهای ۹۰ و ۳۶، دو تا ۳ و یک ۲ است؛ پس:

۹۰ ∏ ۳۶ = ۳ × ۳ × ۲ = ۱۸

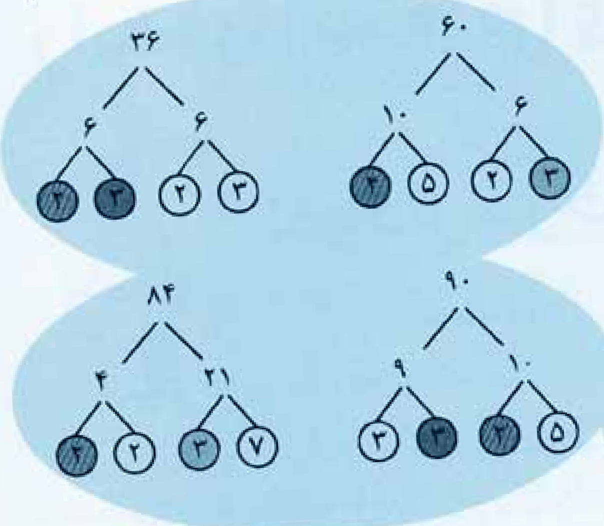
از روش تقسیم متوالی، درستی عدد به دست آمده را بررسی می‌کنیم:

| | |
|---|---|
| ۹۰ | ۳۶ |
| ۷۲ | ۲ |
| ۱۸ | |

| | |
|---|---|
| ۳۶ | ۱۸ |
| ۳۶ | ۲ |
| ۰۰ | ب.م.م |

استفاده از میوه‌های مشترک در نمودارهای درختی اعداد این مزیت را دارد که می‌توان آن را برای بیش از دو عدد نیز به‌کار برد؛ یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک سه یا چهار یا پنج عدد یا حتی بیش‌تر را نیز می‌توان به سرعت پیدا کرد. درحالی‌که روش تقسیم متوالی یا روش نردبانی، این قابلیت را ندارند و فقط برای یافتن ب.م.م دو عدد قابل استفاده هستند. از طرف دیگر، استفاده از مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها برای یافتن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک چند عدد، روشی بسیار زمان‌گیر و پرخطاست. (چرا که ممکن است بعضی از مقسوم‌علیه‌های عددهای مورد نظرمان را جا بیندازیم!)

بیایید با هم بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک چهار عدد ۳۶، ۶۰، ۸۴ و ۹۰ را با استفاده از نمودارهای درختی آن‌ها پیدا کنیم




شکل ۴. نمودارهای درختی عددهای ۳۶، ۶۰، ۸۴ و ۹۰ و میوه‌های مشترک در هر چهار نمودار.

با توجه به شکل، در هر چهار نمودار، یک ۲ و یک ۳ مثل هم است. پس:

۳۶ ∏ ۶۰ ∏ ۸۴ ∏ ۹۰ = ۲ × ۳ = ۶

اینک نوبت آن است که ببینیم از روی نمودار درختی اعداد، کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها چگونه به‌دست می‌آید؟ باز هم عددهای ۱۸ و ۲۷ را در نظر می‌گیریم (شکل ۲).

همیشه حاصل‌ضرب دو عدد، مضرب مشترکی آن دو عدد است؛ زیرا بر هر دوی آن‌ها بخش‌پذیر است:

۱۸×۲۷=۴۸۶

۴۸۶÷۱۸=۲۷

۴۸۶÷۲۷=۱۸

**استفاده از میوه‌های مشترک در نمودارهای درختی اعداد این مزیت را دارد که می‌توان آن را برای بیش از دو عدد نیز به کار برد؛ یعنی بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک سه یا چهار یا پنج عدد یا حتی بیش‌تر را نیز می‌توان به سرعت پیدا کرد**

اما این عدد، الزاماً کوچک‌ترین مضرب مشترک آن دو عدد نیست. مثلاً در مورد ۱۸ و ۲۷، اگر حاصل ضرب ۲۷×۱۸ را با استفاده از تجزیه‌ی درختی این دو عدد باز کنیم و با دقت به آن بنگریم، خواهیم دید:

$$18\times 27 = \underbrace{2\times 3\times 3}_{18}\times\underbrace{3\times 3\times 3}_{27}$$

$$162 = \underbrace{2\times 3\times \mathrlap{\overbrace{\phantom{3\times 3\times 3}}^{27}}3}_{18}\times 3\times 3$$

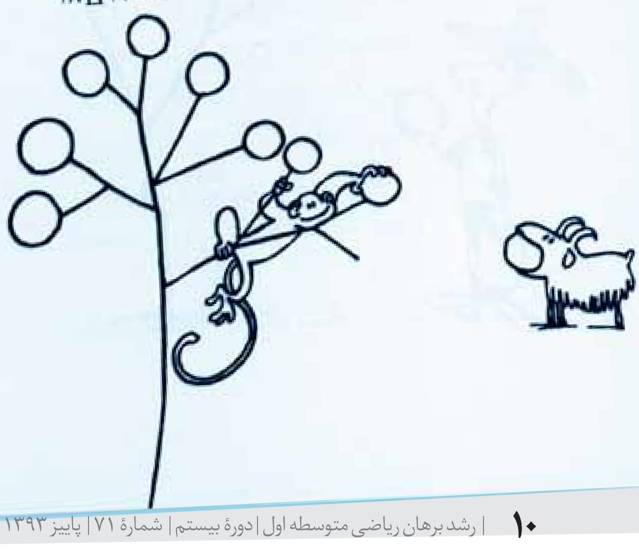
$$54 = \underbrace{2\times \mathrlap{\overbrace{\phantom{3\times 3\times 3}}^{27}}3\times 3}_{18}\times 3$$

که مثلاً با حذف یک ۳ از این حاصل ضرب، عدد کوچک‌تری به‌دست می‌آید که ثلث ۴۸۶ است، ولی هم‌چنان هم مضرب ۱۸ است و هم مضرب ۲۷؛ زیرا در دل خود، هم ۳×۳×۲ (یعنی ۱۸) را دارد و هم ۳×۳×۳ (یعنی ۲۷) را.

اما این عدد، هنوز بزرگ است و می‌توان مضرب مشترک کوچک‌تری از ۱۶۲، برای ۱۸ و ۲۷ پیدا کرد. اگر گفتید این بار باید چه تغییری در ۱۶۲ بدهیم؟ بله درست است: باز هم یک ۳ دیگر از حاصل ضرب مربوط به ۱۶۲ می‌کنیم. حالا عدد ۵۴ که ثلث ۱۶۲ است به دست می‌آید. ۵۴ نیز در دل خود هم ۳×۳×۲ (یعنی ۱۸) را دارد و هم ۳×۳×۳ (یعنی ۲۷) را.

پس ۵۴ هنوز هم مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ و درواقع کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ است؛ زیرا با حذف هریک از عامل‌ها از حاصل ضرب ۳×۳×۳×۲=۵۴، عدد حاصل یا بر ۱۸ بخش‌پذیر نیست (اگر ۲ را حذف کنیم) یا بر ۲۷ بخش‌پذیر نیست (اگر ۳ را حذف کنیم) یا بر هیچ کدام! (اگر بیش از یک عدد حذف کنیم). پس:

$$18 \amalg 27 = 2\times 3\times 3\times 3 = 54$$



خب، یک بار دیگر به آن چه انجام دادیم، مثل یک فیلم با سرعت آهسته[1] می‌نگریم:

حاصل ضرب دو عدد ۱۸ و ۲۷ را به‌دست آوردیم:

$$18\times 27=2\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3$$

---

این عدد، کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ نیست؛ زیرا می‌توان عددهای کوچک‌تری یافت که مضرب مشترک این دو عدد باشند.

---

برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷، از حاصل ضرب آن دو، تا جایی که بتوانیم، عددهای اضافه را حذف می‌کنیم، به‌طوری که عددهای باقی‌مانده هنوز ۳×۳×۲ و ۳×۳×۳ را در دل خود داشته باشند. پس ۳×۳ را حذف می‌کنیم.

---

$$\frac{18\times 27}{9}=\frac{2\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3}{3\times 3}$$
$$=2\times 3\times 3\times 3$$
$$=54$$

---

این عدد حتماً ک.م.م[2] ۱۸ و ۲۷ است، زیرا در دل خود هم ۱۸ را دارد و هم ۲۷ را و ضمناً حذف هریک از اعداد باقی‌مانده از این حاصل ضرب موجب می‌شود عدد جدید یا بر ۱۸ بخش‌پذیر نباشد یا بر ۲۷. پس مضرب مشترک کوچک‌تری برای ۱۸ و ۲۷ نمی‌توان یافت!

## یک لحظه صبر کنید!

سومین تصویر فیلم را دوباره نگاه کنید: حاصل ضرب ۱۸ و ۲۷ را بر ۳×۳، یعنی ۹ تقسیم کردیم. این ۳×۳ چه بود؟! خوب فکر کنید! بله درست است! این‌ها میوه‌های مشترک در دو نمودار درختی ۱۸ و ۲۷ بودند؛ یعنی ب.م.م ۱۸ و ۲۷. مثل این‌که به هدفمان ـ یعنی بررسی درستی رابطه‌ی ـ نزدیک شدیم. حتی بیش از آن، به نوعی دلیل درستی این رابطه را مشاهده کردیم!

$$\text{ک.م.م} = \frac{\text{حاصل ضرب}}{\text{ب.م.م}}$$

پس فیلم را با یک تصویر دیگر ادامه می‌دهیم و «پایان» فیلم را پس از آن می‌گذاریم:

اگر بخواهیم ک.م.م دو عدد را بیابیم، نخست می‌توانیم آن دو عدد را در هم ضرب کنیم تا یک مضرب مشترک از آن دو عدد به دست آید. ولی این مضرب، همیشه ک.م.م نیست. حال این حاصل ضرب را تا حد امکان کوچک می‌کنیم، به‌طوری که هنوز در دل خود، عددهای مورد نظر ما را داشته باشد. برای این کار همه‌ی عامل‌های مشترک در دو عدد را می‌یابیم (یعنی ب.م.م آن دو عدد را) و از حاصل ضرب، حذف می‌کنیم؛ پس:

$$\text{ک.م.م} = \frac{\text{حاصل ضرب}}{\text{ب.م.م}}$$

بیایید این موضوع را روی اعداد مثال بعدی‌مان، یعنی ۳۶ و ۹۰ نیز بررسی کنیم (شکل ۳).

قسمت مشترک در تجزیه‌ی دو عدد

$$90\times 36=\underbrace{3\times 3\times 2\times 5}_{90}\times\underbrace{3\times 3\times 2\times 2}_{36}$$

حال با یک‌بار حذف قسمت مشترک، یعنی ۲×۳×۳=۱۸ از حاصل ضرب فوق، عددی حاصل می‌شود که هنوز هم بر ۹۰ بخش‌پذیر است و هم بر ۳۶، ولی دیگر نمی‌توان عددی را از آن حذف کرد:

$$\underbrace{5\times\cancel{3\times 3}^{36}\times\cancel{2\times 2}}_{90}$$

یعنی:

$$90\amalg 36=\frac{90\times 36}{90\prod 36}=5\times 3\times 3\times 2\times 2=180$$

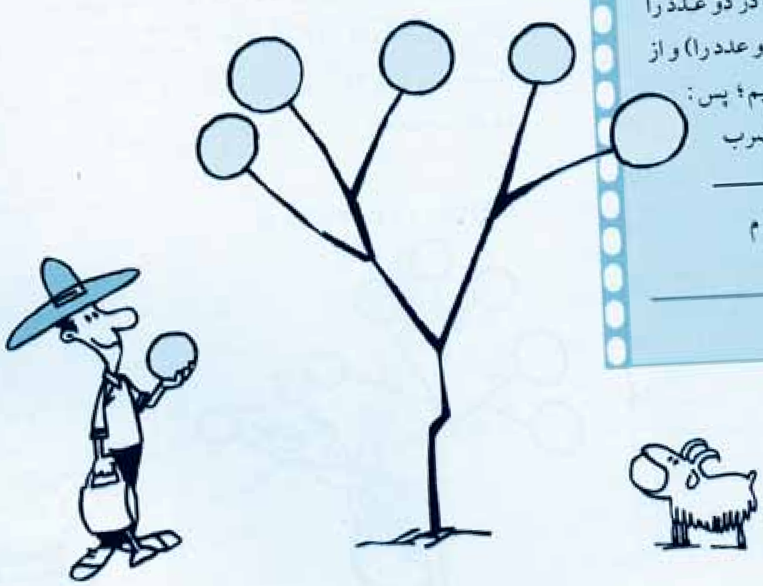
و اما آخرین کلام. این مقاله را با یک پرسش خاتمه می‌دهم:

**«آیا می‌توان با استفاده از نمودار درختی اعداد و تجزیه‌ی آن‌ها به عددهای اول، ک.م.م سه یا چهار یا تعداد بیشتری از اعداد را به‌دست آورد؟»**

**روی آن فکر کنید و منتظر پاسخ آن در شماره‌ی آینده باشید**

پی‌نوشت

1. Slow Motion



# قصّه‌هایی دربارهٔ جدول ضرب!

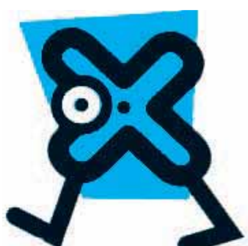
## اولین قصه: زوج و فرد

■ آمنه ابراهیم‌زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم

■ **کلیدواژه‌ها:** جدول ضرب، ضرب، عدد زوج، عدد فرد

*مدت‌هاست که با جدول ضرب آشنایید. اما ممکن است به مسئله‌های جالبی که دربارهٔ همین جدول ظاهراً ساده وجود دارد، برنخورده باشید. در هر شماره از برهان امسال، با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید. این دفعه، دربارهٔ عددهای زوج و فرد در جدول ضرب صحبت می‌کنیم.*

جدول زیر، همان جدول‌ضرب ۱۰×۱۰ است.



| × | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| ۲ | ۲ | ۴ | ۶ | ۸ | ۱۰ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ |
| ۳ | ۳ | ۶ | ۹ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۸ | ۲۱ | ۲۴ | ۲۷ | ۳۰ |
| ۴ | ۴ | ۸ | ۱۲ | ۱۶ | ۲۰ | ۲۴ | ۲۸ | ۳۲ | ۳۶ | ۴۰ |
| ۵ | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۲۵ | ۳۰ | ۳۵ | ۴۰ | ۴۵ | ۵۰ |
| ۶ | ۶ | ۱۲ | ۱۸ | ۲۴ | ۳۰ | ۳۶ | ۴۲ | ۴۸ | ۵۴ | ۶۰ |
| ۷ | ۷ | ۱۴ | ۲۱ | ۲۸ | ۳۵ | ۴۲ | ۴۹ | ۵۶ | ۶۳ | ۷۰ |
| ۸ | ۸ | ۱۶ | ۲۴ | ۳۲ | ۴۰ | ۴۸ | ۵۶ | ۶۴ | ۷۲ | ۸۰ |
| ۹ | ۹ | ۱۸ | ۲۷ | ۳۶ | ۴۵ | ۵۴ | ۶۳ | ۷۲ | ۸۱ | ۹۰ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۶۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۹۰ | ۱۰۰ |

در این جدول، عددهای زوج را نارنجی و عددهای فرد را سفید می‌کنیم:

| × | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| ۲ | ۲ | ۴ | ۶ | ۸ | ۱۰ | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ |
| ۳ | ۳ | ۶ | ۹ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۸ | ۲۱ | ۲۴ | ۲۷ | ۳۰ |
| ۴ | ۴ | ۸ | ۱۲ | ۱۶ | ۲۰ | ۲۴ | ۲۸ | ۳۲ | ۳۶ | ۴۰ |
| ۵ | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۲۵ | ۳۰ | ۳۵ | ۴۰ | ۴۵ | ۵۰ |
| ۶ | ۶ | ۱۲ | ۱۸ | ۲۴ | ۳۰ | ۳۶ | ۴۲ | ۴۸ | ۵۴ | ۶۰ |
| ۷ | ۷ | ۱۴ | ۲۱ | ۲۸ | ۳۵ | ۴۲ | ۴۹ | ۵۶ | ۶۳ | ۷۰ |
| ۸ | ۸ | ۱۶ | ۲۴ | ۳۲ | ۴۰ | ۴۸ | ۵۶ | ۶۴ | ۷۲ | ۸۰ |
| ۹ | ۹ | ۱۸ | ۲۷ | ۳۶ | ۴۵ | ۵۴ | ۶۳ | ۷۲ | ۸۱ | ۹۰ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۶۰ | ۷۰ | ۸۰ | ۹۰ | ۱۰۰ |

### چه الگوهای جالبی!

با این رنگ‌آمیزی، در جدول چند الگوی جالب دیده می‌شود:

**الگوی ۱.** بعضی ردیف‌ها کاملاً نارنجی هستند. یعنی در آن‌ها همهٔ عددها زوج هستند:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**الگوی ۲.** بقیهٔ ردیف‌ها نیمه‌نارنجی هستند. یعنی عددهای زوج، یکی‌درمیان می‌آیند:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

**الگوی ۳.** ردیف‌های نارنجی، یکی‌درمیان دیده می‌شوند. نگاه کنید:

- خانه‌های کدام ردیف‌ها کاملاً نارنجی هستند؟
ردیف‌های شمارهٔ ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰.
- خانه‌های کدام ردیف‌ها یکی درمیان نارنجی و سفیداند؟
ردیف‌های شمارهٔ ۱، ۳، ۵، ۷، ۹.

شاید منظورمان از شمارهٔ ردیف واضح نباشد. در سمت چپ جدول قبل، در ابتدای هر ردیف خانه‌ای سفید وجود دارد. شمارهٔ ردیف، عدد همین خانه است. مثلاً شمارهٔ ردیف زیر، ۳ است:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **۳** | ۳ | ۶ | ۹ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۸ | ۲۱ | ۲۴ | ۲۷ | ۳۰ |

شمارهٔ ردیف

**سؤال.** اگر به جای جدول ضرب ۱۰×۱۰، جدول ضرب ۴۰×۴۰ را بنویسیم، بازهم همین الگوها دیده می‌شوند؟ اگر جدول ضرب ۹۰۰×۹۰۰ را بنویسیم چه‌طور؟ آیا می‌توانیم بدون نوشتن جدول ضرب ۹۰۰×۹۰۰، مطمئن باشیم که الگوهای ۱، ۲ و ۳ در این جدول هم برقرارند؟

پاسخ مثبت است! بدون اینکه جدول ضرب ۹۰۰×۹۰۰ را بنویسیم، مطمئن هستیم که این الگوها در آن هم وجود دارند. از کجا می‌دانیم؟ برای ادعایمان دلیل داریم! با ما همراه باشید.

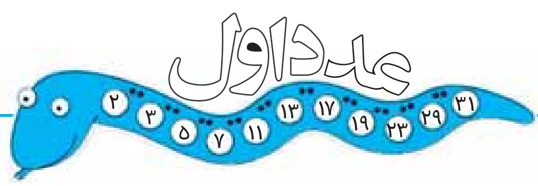
### دلیل برقرار بودن الگوها

بیایید به جدول ضرب ۹۰۰×۹۰۰ توجه کنیم. توضیح می‌دهیم که چرا الگوهای ۱ و ۲ و ۳ در این جدول هم برقرارند.

**الگوی ۱. هر ردیف با شمارهٔ زوج، کاملاً نارنجی است.**

به ردیفی توجه کنید که شماره‌اش زوج باشد. مثلاً ردیف ۸۷۲. عددهای این ردیف چه‌طور به دست می‌آیند؟ در جدول زیر، فقط ردیف ۸۷۲ را مشخص کرده ایم و به جای بقیهٔ ردیف‌ها، «. . .» گذاشته‌ایم.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **×** | **۱** | **۲** | **۳** | **۴** | **۵** | **۶** | **۷** | **...** | **...** |
| **...** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| **۸۷۲** | | | | | | | | | |




در سال ۱۷۴۲ ریاضی‌دانی به نام **گلدباخ**، حدس جالبی دربارهٔ اعداد اول زد. او حدس زد هر عدد زوجی که از ۲ بزرگ‌تر باشد را می‌توانیم به‌صورت حاصل‌جمع دو عدد اول بنویسیم. مثلاً

۴=۲+۲ و ۶=۳+۳ و ۸=۳+۵ و ۴۲=۳۷+۵ و ۱۸۰=۹۷+۸۳

ریاضی‌دان‌ها حدس گلدباخ را در مورد خیلی از عددهای زوج امتحان کردند، حتی عددهای زوج خیلی خیلی بزرگ. همهٔ عددهایی را که امتحان کردند توانستند به‌صورت جمع دو عدد اول بنویسند. برای همین احتمال زیادی می‌دهند که حدس گلدباخ درست باشد، ولی هنوز یک دلیل ریاضی برای درست بودن این حدس پیدا نکرده‌اند.

گلدباخ یک حدس بامزهٔ دیگر هم زده بود. حدس زده بود هر عدد فرد که از ۵ بزرگ‌تر باشد را می‌توانیم به‌صورت حاصل‌جمع سه عدد اول بنویسیم. مثلاً ۵+۵+۵=۱۵ یا ۳+۷+۱۱=۲۱.

این حدس برخلاف حدس قبلی، سال گذشته ثابت شد. هارالد هلفگات، ریاضی‌دانی بود که دلیلی برای درستی این حدس قدیمی پیدا کرد.

• اولین عدد این ردیف برابر است با ۱×۸۷۲.
• دومین عدد: ۲×۸۷۲.
• سومین عدد: ۳×۸۷۲.
• چهارمین عدد:۴×۸۷۲.
• پنجمین عدد: ۵×۸۷۲.

خلاصه اینکه هر عددی در این ردیف از ضرب ۸۷۲ در عددی دیگر به دســت آمده است. آیا حاصل ضرب می‌تواند فرد باشد؟ خیر، غیرممکن اســت. زیرا ۸۷۲ زوج اســت. پس در هر عددی ضرب شود، حاصل زوج می‌شود. یعنی همهٔ عددهای این ردیف زوج‌اند و ردیف کاملاً نارنجی است.

***

در توضیح بالا، مهم نبود که شــمارهٔ ردیف دقیقاً ۸۷۲ اســت! فقــط به این توجه کردیم که ۸۷۲ زوج اســت. درنتیجه، همین دلیل در مورد بقیهٔ ردیف‌های با شمارهٔ زوج هم درست است.
پس معلوم شــد که در هر ردیف با شــمارهٔ زوج، همهٔ عددها زوج‌اند. یعنی هر ردیف با شمارهٔ زوج، کاملاً نارنجی است.

**الگوی ۲. در هر ردیف با شــمارهٔ فرد، خانه‌های نارنجی یکی‌درمیان هستند.**

به ردیفی توجه کنید که شماره‌اش فرد باشد. مثلاً ردیف ۶۳۷. عددهای این ردیف چه‌طور به‌دست می‌آیند؟

| × | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ۶۷۳ | | | | | | | | | |

• اولین عدد این ردیف برابر است با ۱×۶۷۳.
• دومین عدد: ۲×۶۷۳.
• سومین عدد: ۳×۶۷۳.
• چهارمین عدد: ۴×۶۷۳.
• پنجمین عدد: ۵×۶۷۳.

و عددهای دیگر این ردیف، به همین ترتیب به دست می‌آیند.
بدون حســاب کردن ایــن حاصل‌ضرب‌هــا، می‌توانیم بگوییم کدام‌ها فردند و کدام‌ها زوج. آیا می‌توانید بگویید به چه روشی؟
به این روش: می‌دانیم که

• اگر دو عدد فرد را در هم ضرب کنیم، عددی فرد به دســت می‌آید.
• اگــر عددی فرد را در عددی زوج ضرب کنیم، به عددی زوج می‌رسیم.

در ردیف شــمارهٔ ۶۷۳، چه اتفاقــی می‌افتد؟ این عدد ابتدا در عددی فرد ضرب می‌شــود، سپس در عددی زوج، بعد در عددی فرد، بعد در عددی زوج، و به همین ترتیب.
۶۷۳ فرد اســت. پس اولین خانه، عددی فرد است. دومی زوج. بعدی فرد. بعدی زوج، و به همین ترتیب.

| × | فرد | زوج | فرد | زوج | فرد | زوج | فرد | زوج | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| **فرد** | فرد | زوج | فرد | زوج | فرد | زوج | فرد | زوج | ... |

پــس در این ردیف، خانه‌های زوج یکی‌درمیان می‌آیند، یعنی خانه‌ها یکی‌درمیان نارنجی‌اند.

***

در توضیحی که خواندید، مهم نبود که شمارهٔ ردیف دقیقاً ۶۷۳ است! فقط به این توجه کردیم که ۶۷۳ فرد است. همین دلیل در مورد بقیهٔ ردیف‌های با شمارهٔ فرد هم درست است.
پس در هر ردیفی که شماره‌اش فرد است، خانه‌ها یکی در میان زوج‌اند. یعنی خانه‌ها یکی‌درمیان نارنجی‌اند.

**الگوی ۳. سطرهای نارنجی، یکی‌درمیان هستند.**

شمارهٔ سطرهای نارنجی، عددهای زوج هستند. شمارهٔ سطرهای نیمه نارنجی، عددهای فردند. عددهای زوج یکی‌درمیان هستند. پس سطرهای نارنجی هم یکی‌درمیان دیده می‌شوند.

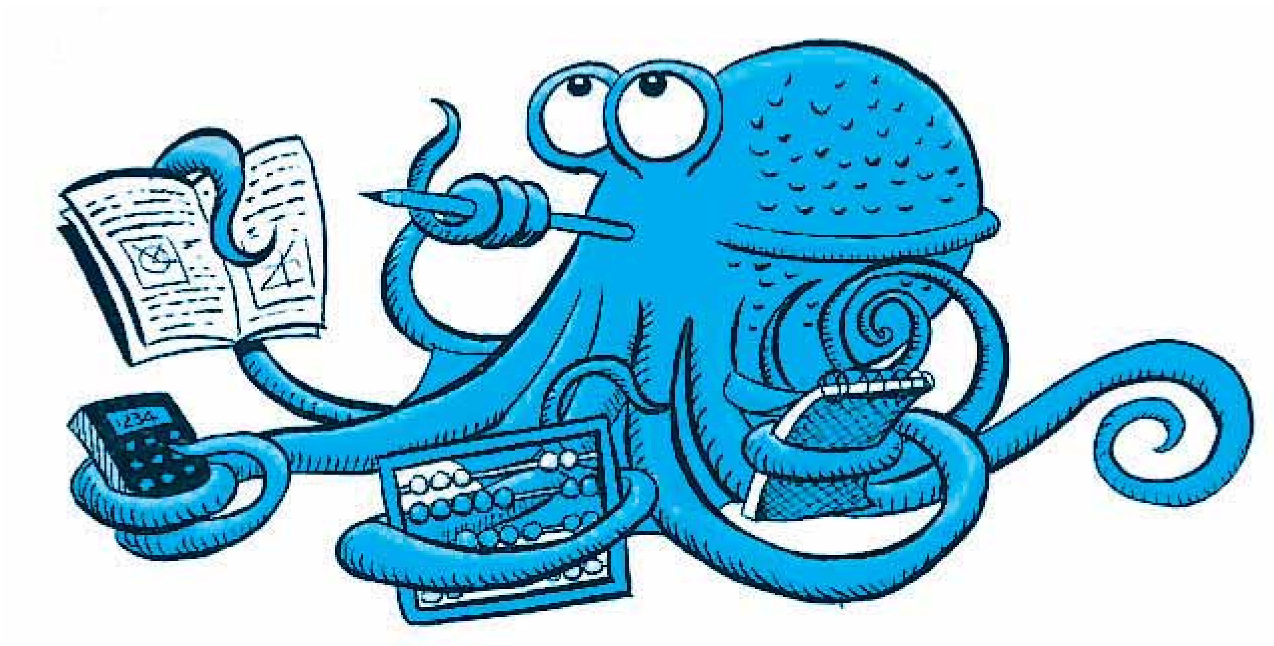
***

در شــمارهٔ بعدی برهــان، دربارهٔ مســئله‌ها و الگوهای جالب دیگری از جدول ضرب صحبت خواهیم کرد.

# محاسبه؛ چه ساده

■ لیلا خسروشاهی

■ **کلیدواژه‌ها:** محاسبه، تقسیم بر ده، قوانین سادهٔ محاسبه

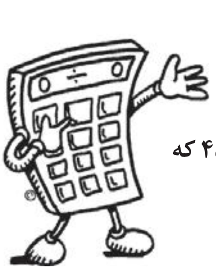


انجام برخی محاسبات ممکن است برایمان خسته‌کننده باشد و زمان زیادی را از ما بگیرد. برای انجام برخی محاسبات، قوانین سادهٔ سرانگشتی وجود دارد که کار ما را راحت‌تر می‌کند.

■ مثلاً وقتی می‌خواهیم یک عدد را بر ۱۰ تقسیم کنیم، کافی است ممیز را یک رقم به سمت چپ ببریم و با این کار مرتبهٔ هر یک از ارقام را یک مرتبه کاهش دهیم؛ مثلاً:

**۳۲/۸÷۱۰=۳/۲۸**

**ممیز به اندازهٔ یک رقم به سمت چپ منتقل شده است.**



**۴۵۶۷÷۱۰=۴۵۶/۷**

**این عدد ظاهراً ممیز نداشت، اما در واقع ممیز عدد در سمت راستش بوده: ۴۵۶۷/۰ که با تقسیم بر ۱۰ یک رقم به سمت چپ رفته است.**

**۷۹۰÷۱۰=۷۹**

**این عدد هم در واقع ۷۹۰/۰ بوده که با تقسیم بر ۱۰ به ۷۹/۰۰ یعنی ۷۹ تبدیل شده است.**

■ برای تقسیم اعداد بر ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... نیز قوانین مشابهی وجود دارد.

$$۴۷۰۰۰ \div ۱۰۰ = ۴۷۰$$
$$۶۳۹ \div ۱۰۰ = ۶/۳۹$$

**در این مثال‌ها با تقسیم عدد بر ۱۰۰، ممیز، به اندازهٔ دو رقم به سمت چپ رفته است.**

$$۳۸/۲ \div ۱۰۰۰ = ۰/۰۳۸۲$$
$$۲۳۴۰۰ \div ۱۰۰۰ = ۲۳/۴$$

**در این مثال‌ها با تقسیم عدد بر ۱۰۰۰، ممیز، به اندازهٔ سه رقم به سمت چپ رفته است.**

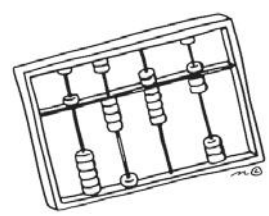
گاهی برای ساده کردن محاسبات می‌توان به جای انجام یک محاسبه، آن را به محاسبهٔ سادهٔ دیگری تبدیل کرد؛ بدون اینکه پاسخش تغییری کند.

■ مثلاً وقتی می‌خواهیم یک عدد را بر ۵ تقسیم کنیم، می‌توانیم به‌جای این کار، عدد را دو برابر کرده و سپس تقسیم بر ۱۰ کنیم. دوبرابر کردن عدد کار ساده‌ای است. برای این کار کافی است عدد را یک بار با خودش جمع کنیم. تقسیم بر ۱۰ هم که با یک قانون سادهٔ سرانگشتی انجام می‌شود:

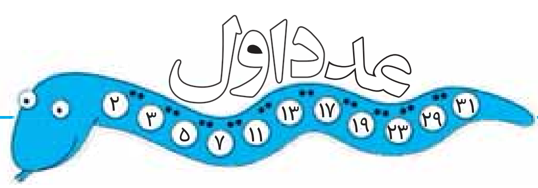
$$۴۷۳ \div ۵ = (۴۷۳ \times ۲) \div ۱۰ = ۹۴۶ \div ۱۰ = ۹۴/۶$$

دلیل درستی این کار را شاید بتوان با استفاده از کسرها راحت‌تر مشاهده کرد.

$$\frac{۴۷۳}{۵} = \frac{۴۷۳ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۹۴۶}{۱۰} = ۹۴/۶$$



■ در کار کردن با کسرها هم گاهی می‌توان از همین ایده استفاده کرد. مثلاً فرض کنید بخواهیم کسر $\frac{۵۷۹}{۱۵}$ را به‌صورت یک عدد اعشاری بنویسیم.




چند تا عدد اول داریم؟ هزارتا؟ نه، بیشتر! ۱میلیون‌تا؟ نه، بیشتر! هزار میلیاردتا؟ نه، باز هم بیشتر! اصلاً هر عددی که می‌خواهید بگویید. هرقدر هم عددتان بزرگ باشد، می‌شود به اندازهٔ عددی که گفتید، عدد اول پیدا کرد، و حتی بیشتر از آن!

حدود ۲۳۰۰ سال پیش، اقلیدس ادعا کرد اگر کسی شروع کند اعداد اول را بنویسید، کارش هیچ وقت تمام نمی‌شود. اقلیدس، خودش هم مثل بقیه نمی‌توانسته تمام اعداد اول را بنویسد.پس چطور از درستی حرفش مطمئن بود؟ او توانست با یک دلیل ریاضی ادعایش را ثابت کند.

چون صورت و مخرج هر دو بر ۳ بخش‌پذیرند، آن‌ها را بر عدد ۳ تقسیم می‌کنیم و به یک کسر ساده نشدنی می‌رسیم.

$$\frac{۵۷۹\div۳}{۱۵\div۳}=\frac{۹۳}{۵}$$

حالا به‌جای اینکه تقسیم ۵ ÷۹۳ را انجام دهیم، مخرج ۵ (یعنی تقسیم بر ۵) را به مخرج ۱۰ (یعنی به تقسیم بر ۱۰) تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{۹۳}{۵}=\frac{۹۳\times۲}{۵\times۲}=\frac{۱۸۶}{۱۰}=۱۸/۶$$

■ به همین ترتیب برای تقسیم یک عدد بر ۲۵ (یعنی ۵×۵) هم کافی است عدد را ۴ برابر (یعنی ۲×۲ برابر) کرده و بر ۱۰۰ (یعنی ۱۰×۱۰) تقسیم کنیم:

$$۲۸۱\div۲۵=(۲۸۱\times۴)\div۱۰۰=۱۱۲۴\div۱۰۰=۱۱/۲۴$$

به همین روش وقتی به کسری با مخرج ۲۵ رسیدیم، می‌توانیم با ضرب صورت و مخرج در عدد ۴، مخرج کسر را به عدد ۱۰۰ تبدیل کنیم:

$$\frac{۶۱}{۲۵}=\frac{۶۱\times۴}{۲۵\times۴}=\frac{۲۴۴}{۱۰۰}=۲/۴۴$$

■ حالا نوبت شماست تا روشی برای تقسیم عدد بر۱۲۵ (یعنی ۵×۵×۵) بیان کنید.

**تمرین**: با استفاده از روش‌هایی که در این نوشته مطرح شد، حاصل هر یک از عبارات زیر را به‌دست آورید (جواب‌های درست را می‌توانید در صفحهٔ ۴۷ همین مجله ببینید).

**(۱)** $۴۷۰۰\div۱۰=$

**(۲)** $۷۸۳/۵\div۱۰۰=$

**(۳)** $۳۵۰۱\div۱۰۰۰=$

**(۴)** $۶۵۱\div۵=$

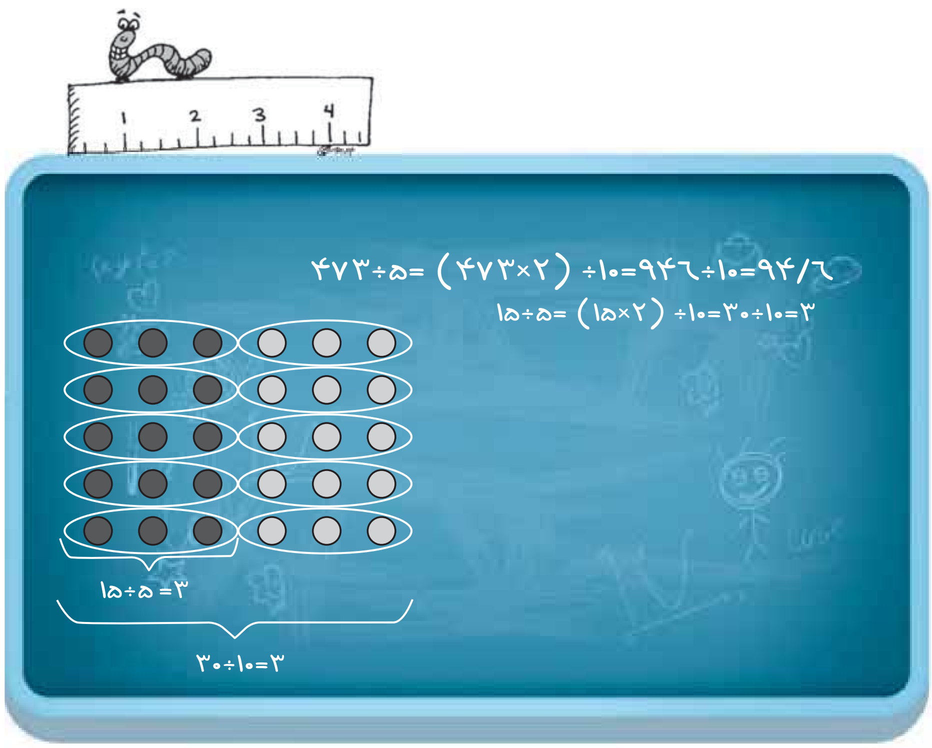
**(۵)** $۳۲۳/۱\div۲۵۵=$

**(۶)** $۱۳۹۳\div۱۲۵۵=$

**(۷)** $\frac{۱۸۱}{۵}=$

**(۸)** $\frac{۳۱۱}{۲۵}=$

**(۹)** $\frac{۳۶۳}{۳۷۵}=$



# شعبده‌های ریاضی
# آقای شبّده‌چی

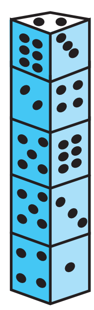
بهزاد اسلامی مسلّم

**کلیدواژه‌ها:** شعبدۀ ریاضی، شعبده‌های تاس، آموزش ریاضی

***اشاره***

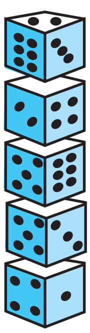
***در هشت شـــمارۀ دوره‌های قبل مجله، با آقای شبّده‌چی آشنا شدید. ایشان شعبده‌باز ریاضی است. یعنی شعبده‌بازی می‌کند و در شعبده‌بازی‌هایش، از ریاضی استفاده می‌کند. او پسری به اســم شُبّی دارد. شُبّی قرار است در آینده راه پدر را ادامــه دهد. به همین دلیل، آقای شــبده‌چی کم‌کم به شُــبی فوت‌وفن‌های شــعبده‌بازی‌های ریاضی‌اش را یاد می‌دهد و این بار، به ســراغ شعبده‌بازی‌هایی با چند تاس رفته است.***

آقای **شبّده‌چی** به شُبی گفت: «پنج‌تا تاس را مانند یک ستون روی هم بچین.»
**شُبی** تاس‌ها را مثل شکل زیر روی هم چید.



**شــبّده‌چی** گفت: «هریک از این تاس‌هــا، ۶ وجه دارد:  ،  ،  ،  ،  ،  . وقتــی تاس‌هــا را به صورت ستون بچینیم، بعضی وجه‌ها مخفی می‌شوند. یعنی از هر طرفی هم که به ســتون تاس‌هــا نگاه کنیم، آن وجه‌هــا را نمی‌توانیم ببینیم. کدام وجه‌ها؟»

**شُــبّی** نگاهی به ستون تاس‌ها انداخت و پاسخ داد: «کف‌های همۀ تاس‌ها مخفی شــده‌اند. ســقف‌های همه‌شان به‌جز سقف بالاترین تاس هم مخفی شده‌اند. یعنی این‌ها.»
و شکل زیر را کشید:

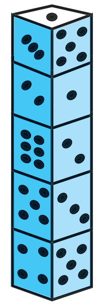



**شبّده‌چی** گفت: «خب. هرجور که این تاس‌ها را چیده باشی، من می‌توانم بگویم حاصل‌جمع عددهای وجه‌های مخفی، چند می‌شود!»

**شُــبّی** پرسید: «این که کار سختی نیســت! حتماً دور ستون تــاس را نگاه می‌کنید تا بفهمید از هر تاس، کدام وجه‌ها مخفی شده است. مثلاً اگر ببینید که از تاس اول، عددهای  ،  ،  و  مخفی نشده‌اند، می‌فهمید که  و  مخفی هستند. بعد در مورد بقیۀ تاس‌ها، همین کار را می‌کنید.»

شبده‌چی گفت: «نه پســرم! این کاری که گفتی، خیلی طول می‌کشــد. من فقط یک نگاه خیلی سریع به تاس‌ها می‌اندازم و فوراً حاصل‌جمع عددهــای وجه‌های مخفی را می‌گویم. یک بار

دیگر تاس‌ها را بچین تا برایت بگویم.»
شبی تاس‌ها را روی هم چید. طوری این کار را کرد که پدرش تاس‌ها را نبیند.



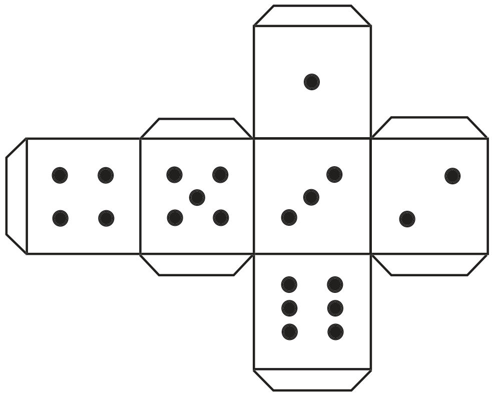
سپس گفت: «بابا! فقط یک لحظه اجازه دارید نگاه کنید!» و اجازه داد پدرش ستون تاس‌ها را ببیند. شبده‌چی یک لحظه نگاه کرد و سریع گفت: «حاصل‌جمع عددهای وجه‌های مخفی برابر است با ۳۴.»
شبی تاس‌ها را تک‌تک برداشت و عددهای وجه‌های مخفی را نگاه کرد:

| | |
|---|---|
| کف تاس اول | ⚅ |
| سقف تاس اول | ⚃ |
| کف تاس دوم | ⚂ |
| سقف تاس دوم | ⚃ |
| کف تاس سوم | ⚂ |
| سقف تاس سوم | ⚅ |
| کف تاس چهارم | ⚀ |
| سقف تاس چهارم | ⚅ |
| کف تاس پنجم | ⚀ |

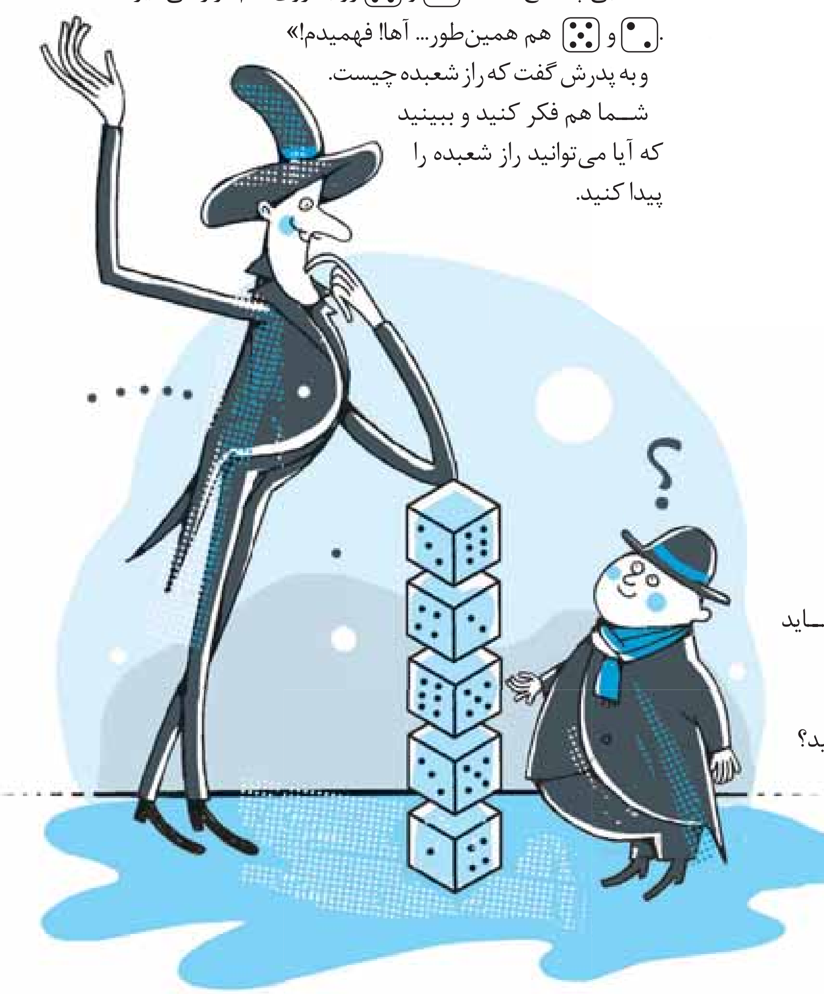
حاصل‌جمع این عددها دقیقاً ۳۴ شد!
شُبی گفت: «تا وقت شام فکر خواهم کرد. شاید بتوانم روش این شعبده را پیدا کنم.»

***

بعد از شام، شُبی گفت: «بابا! راهنمایی می‌کنید؟ نتوانستم مسئله را حل کنم.»
شبده‌چی گفت: «باشد، کاغذ و مداد بیاور. خب... ببین! برای اینکه تاس درست کنی، می‌توانی از این شکل استفاده کنی.»
و این شکل را روی کاغذ کشید:

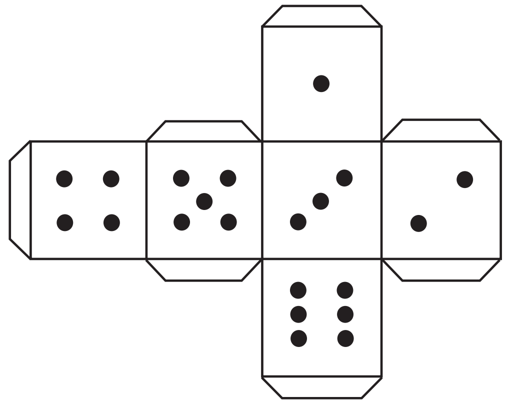


سپس ادامه داد: «باید این شکل را با قیچی ببرّی و بعد لبه‌ها را به هم بچسبانی تا تاس درست شود.»
شبده‌چی گفت: «همان‌طور که می‌بینی، عددها به شکل خاصی در کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر عددها این ترتیب را نداشته باشند، نمی‌شود این شعبده را اجرا کرد. اگر تاس را درست کنیم، کدام وجه‌ها دقیقاً روبه‌روی هم قرار می‌گیرند؟»
شُبی پاسخ داد: «⚀ و ⚅ رو به روی هم قرار می‌گیرند. ⚁ و ⚄ هم همین‌طور... آها! فهمیدم!»
و به پدرش گفت که راز شعبده چیست.
شما هم فکر کنید و ببینید که آیا می‌توانید راز شعبده را پیدا کنید.



## راز شعبده

دوباره به این شکل نگاه کنید:



وقتی تاس را درست کنید،

- و روبه‌روی هم قرار می‌گیرند،
- و هم روبه‌روی یکدیگر خواهند بود.
- و هم در مقابل هم قرار خواهند گرفت.

پس حاصل‌جمع هر وجه با وجه روبه‌رویش برابر با ۷ می‌شود:

+ = ۷

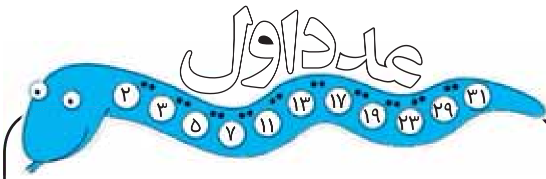
+ = ۷

+ = ۷

پس حاصل‌جمع کف و سقف هر تاس برابر است با ۷. وقتی ۵تا تاس روی هم چیده شده‌اند، حاصل‌جمع همهٔ کف‌ها و سقف‌ها برابر با ۷×۵ می‌شود، یعنی ۳۵. اما هنوز به حاصل‌جمع وجه‌های مخفی‌شده نرسیده‌ایم! سقف تاس بالایی مخفی نمی‌شود. پس باید از این حاصل‌جمع کم شود.

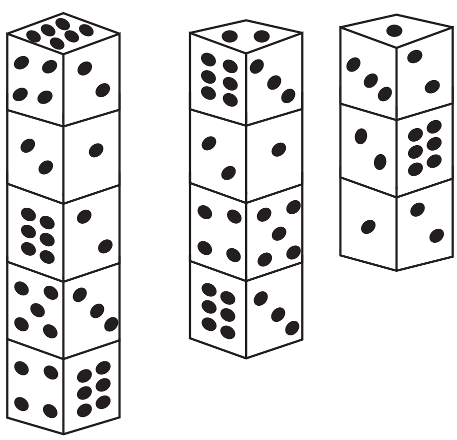
شبده‌چی باید سقف بالاترین تاس را نگاه کند. هر عددی که بود، از ۳۵ کم کند. مثلاً اگر روی سقف بالاترین تاس باشد، حاصل‌جمع وجه‌های مخفی برابر است بـا ۳۴=۱-۳۵. اگر آن عدد باشـد، حاصل‌جمع وجه‌های مخفی برابر می‌شـود با ۳۳=۲ - ۳۵، و در حالت‌های دیگر هم به همین ترتیب حاصل جمع را می‌توان یافت.

حالا شـما بگویید که در هریک از سـتون‌های تـاس مقابل، حاصل‌جمع عدد وجه‌های مخفی‌شده برابر چند است.




اگر شـروع کنیم اعداد اول را به‌ترتیب و پشـت سر هم بنویسـیم، اعداد اول هیچ‌وقت تمام نمی‌شـوند. اعداد زیر کوچک‌ترین عددهای اول هستند:

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷, ....

پاسخ‌ها به ترتیب از راست به چپ:

بیست

بیست وشش

بیست ونه

منبع

http://mathematicalmagic.com

# یک بازی دو نفره

■ آمنه ابراهیم‌زاده طاری

■ **کلیدواژه‌ها:** بازی شانسی، اعداد اول

جدول زیر، صفحهٔ یک بازی دونفره است. در این بازی، هر بازیکن باید در نوبت خودش یک بار تاس بیندازد و بعد با توجه به عددی که تاس نشـــان می‌دهد، یکی از خانه‌ها را  علامت بزنند: اگر عدد تاس، عددی اول باشـــد، باید، به دلخواه یکی از خانه‌های صفحه را که عدد اول رویش نوشته شده است، علامت بزنند. اما اگر عدد تاس، عددی مرکب یا ۱ بود، باید یکی از خانه‌های صفحه را که عدد رویش اول نیست ـ باز هم به دلخواه ـ علامت بزنند و بازی ادامه یابد.

بازی چه زمانی تمام می‌شـــود؟ زمانی که یک نفر توانســـته باشـــد سه خانهٔ پشت سر هم عمودی، افقی و یا مورب را علامت بزند و برندهٔ بازی شود. توجه کنید، برای اینکه برندهٔ بازی به درستی معلوم بشود، لازم است علامت‌های دو بازیکن با هم فرق داشته باشد.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۹ | ۷ | ۲۱ | ۱۵ | ۱۱ | ۱۴ |
| ۳۵ | ۵۱ | ۳ | ۲۵ | ۱۷ | ۱۸ | ۲ |
| ۴۹ | ۱۳ | ۸ | ۵ | ۱۲ | ۴ | ۱۰ |
| ۱۲ | ۳۵ | ۱۶ | ۷ | ۳۲ | ۱۹ | ۲۴ |
| ۱۷ | ۴۱ | ۹۹ | ۲۷ | ۱۳ | ۹ | ۴۲ |
| ۵۴ | ۱۹ | ۲۱ | ۱۱ | ۳۴ | ۵۲ | ۱۷ |
| ۹ | ۳۱ | ۱۴ | ۲۵ | ۲ | ۸ | ۳۳ |

# کارخانۀ عددسازی

زهره‌پندی    تصویرگر: سام سلماسی

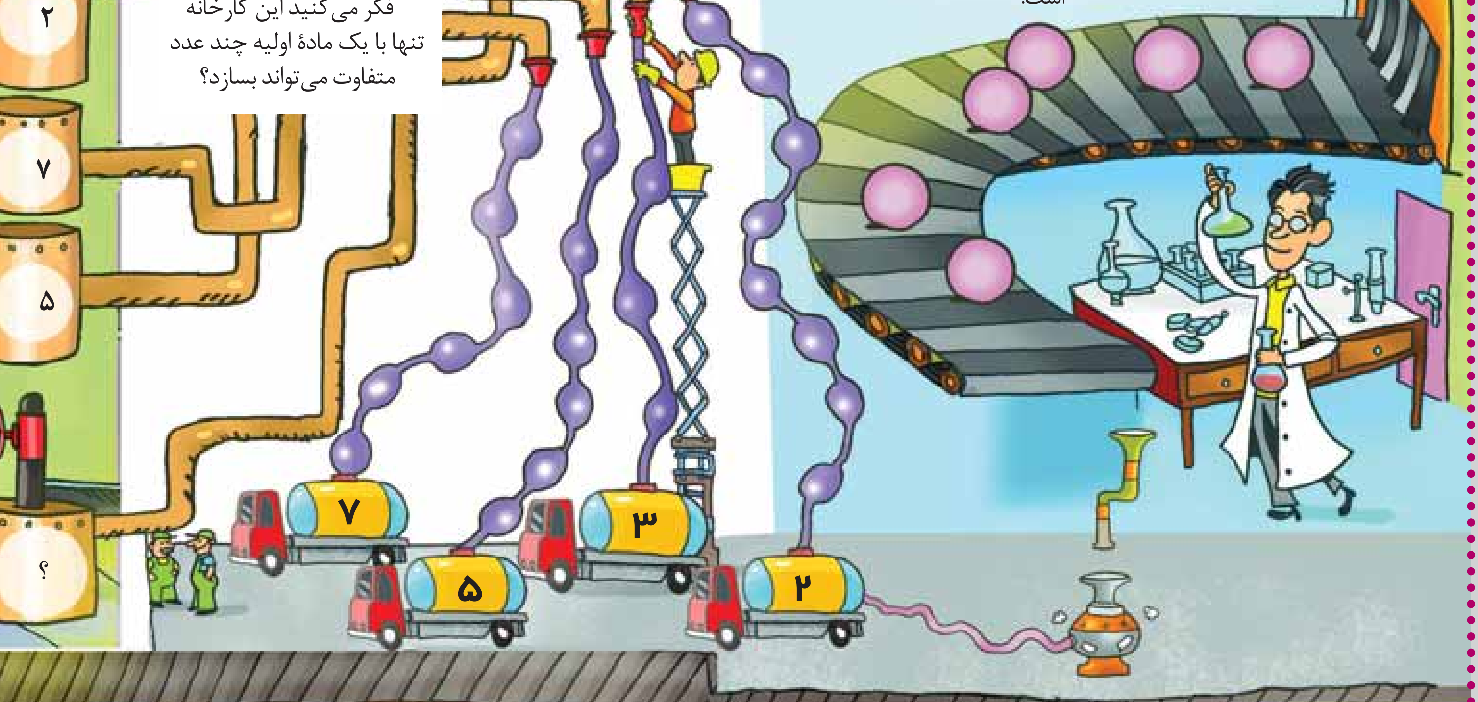
**کلیدواژه‌ها:** عدد اول، عدد مرکب، تجزیۀ اعداد به شمارنده‌های اول، عدد یک

**واحد پژوهش**

در این واحد، مواد اولیۀ واحدهای تولیدی کارخانه به همت پژوهشگران، کشف و آماده می‌شود.
تاکنون تعداد زیادی مادۀ اولیه در این واحد کشف شده است، اما هنوز الگویی برای یافتن مواد اولیه بعدی در دست نیست.
نام عددهایی که در این واحد آماده می‌شوند، عددهای اول است.

**واحد تولید (۱): واحد تولید عددهای تک‌ماده‌ای**

در این واحد، عددها تنها با یک مادۀ اولیه تولید می‌شوند.
عدد ۲۴۳ هم در این واحد ساخته می‌شود! چگونه؟
پنج عدد پیدا کنید که تنها با مادۀ اولیه ۲ ساخته و تولید می‌شوند.
فکر می‌کنید این کارخانه تنها با یک مادۀ اولیه چند عدد متفاوت می‌تواند بسازد؟




**واحد مدیریت**

در این واحد، کارخانه عددی را در اختیار دارد که در هیچ‌یک از واحدهای پژوهش و تولید کارخانه قابل تولید نیست! استفاده از آن در تولید هم تنها قیمت عددها را بالا می‌برد! بنابراین به عنوان مادۀ اولیه در واحدهای تولید هم استفاده نمی‌شود. این عدد بی‌قیمت است! یعنی نمی‌توان برای آن قیمتی تعیین کرد.


این عدد چه عددی است؟

**واحد قیمت‌گذاری**

در این واحد، عددها متناسب با تعداد مواد اولیۀ به کار رفته در آن‌ها قیمت‌گذاری می‌شوند: واحد پول در این کارخانه عودود است.

| تعداد مواد اولیه به‌کاررفته در عدد | قیمت عدد |
|---|---|
| ۱ | ۱ عودود |
| ۲ | ۲ عودود |
| ۳ | ۳ عودود |
| .... | ... عودود |

### واحد تولید (....): واحد تولید عددهای ...

بی‌شمار واحد تولید در این کارخانه وجود دارد که در هر کدام عددهایی با تعداد مواد اولیه یکسان ساخته می‌شود.

کوچک‌ترین عددی که در واحد تولید (۳) ساخته می‌شود، چه عددی است؟

بله! عدد ۳۰، یعنی ۵×۳×۲.

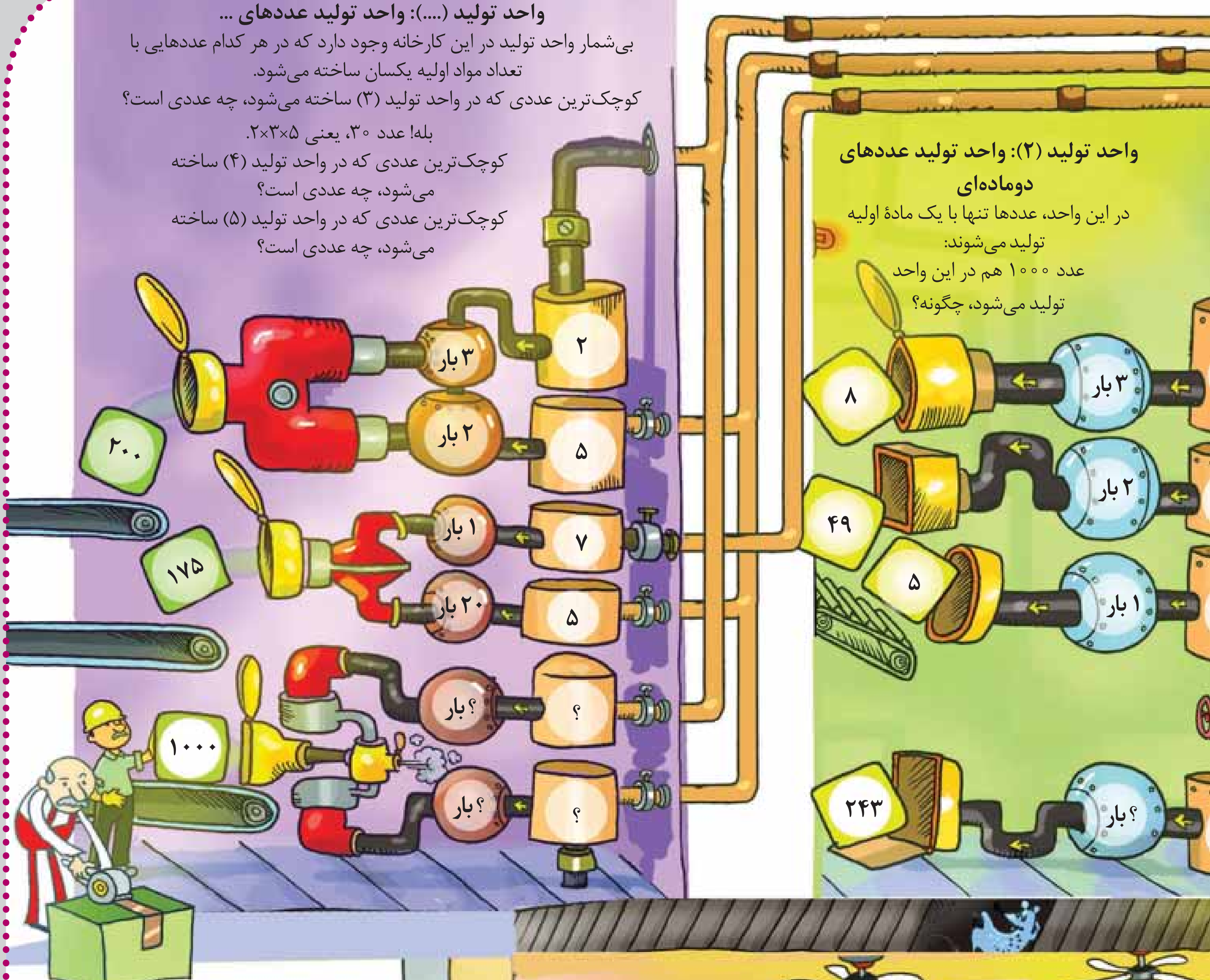
کوچک‌ترین عددی که در واحد تولید (۴) ساخته می‌شود، چه عددی است؟

کوچک‌ترین عددی که در واحد تولید (۵) ساخته می‌شود، چه عددی است؟

### واحد تولید (۲): واحد تولید عددهای دوماده‌ای

در این واحد، عددها تنها با یک مادهٔ اولیه تولید می‌شوند:

عدد ۱۰۰۰ هم در این واحد تولید می‌شود، چگونه؟




### واحد رسیدگی به سؤال‌ها

**۱.** قیمت عدد ۳۰۰۰ را پیدا کنید.

**۲.** قیمت ۲۶ بیشتر است، یا ۲۷؟

**۳.** دست‌کم ۵ عدد پیدا کنید که قیمت هر کدام ۳ عودود باشد؟

**۴.** دست‌کم ۵ عدد پیدا کنید که اگر آن‌ها را دوبرابر کنیم، قیمتشان تغییر نکند.

**۵.** دوبرابر کردن چه عددهایی قیمت آن‌ها را تغییر نمی‌دهد؟

**۶.** عددی را دوبرابر کردیم، قیمت آن بیشتر شد! قیمت این عدد چه‌قدر بیشتر شده است؟


در دنیـای اطرافمـان از کنار هم قـرار گرفتن اتم‌ها و ترکیـب شـدن آن‌ها بـا یکدیگر مولکول‌ها سـاخته می‌شوند.

در دنیـای اعداد هم، وقتی اعداد اول کنار هم قرار می‌گیرند در هم ضرب می‌شوند، همهٔ اعداد طبیعی ساخته‌می‌شوند.

سپیده چمن‌آرا تصویرگر: سام سلماسی

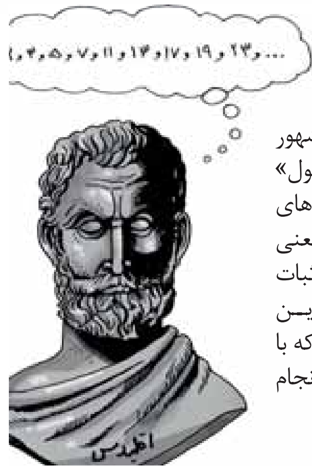
# اعــــداد اول در بســـتر تـــاریـــــخ

قدیمی‌ترین اطلاعاتی که دربارهٔ عددهای اول به‌دســت آمده، به مصر باستان برمی‌گردد؛ یعنی سه ـ چهار هزار سال پیش ...

نمی‌دانیم آیا پیش از آن‌ها یا هم‌زمان با آن‌ها در تمدن‌های دیگر مثل چین و هند و بابل و سومر، این اعداد شناخته شده بودند یا نه؟

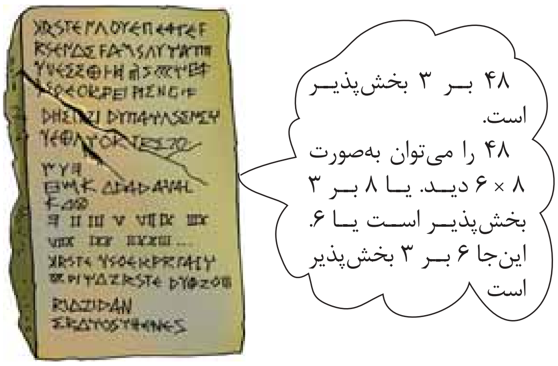
البته مصری‌های باســتان هم دانش بسیار اندکی دربارهٔ عددهای اول داشــتند. در پاپیروس رایند، کسرهای مصری که برای نمایش اعــداد به کار می‌رفتنــد، بــرای عددهــای اول و عددهای مرکب شکل‌های متفاوتی داشتند و این نشان می‌دهد که آن‌ها، تفاوت این دو نوع عدد را می‌دانستند.

نخســتین مدارک موجود دربارهٔ مطالعهٔ آشکار عددهای اول، به دوران یونان باســتان باز می‌گردد، یعنی حدود ۳۰۰ ســال پیش از میلاد مسیح:

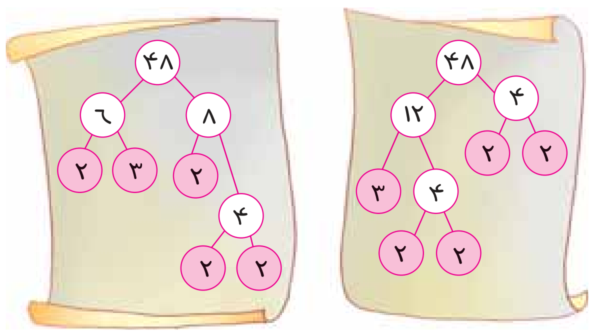




اقلیدس، ریاضی‌دان مشهور یونانــی، در کتــاب « اصول» خود، ثابت کــرد که عددهای اول نامتناهی هســتند، یعنی هیچ‌گاه تمام نمی‌شوند. اثبات اقلیــدس، یکــی از زیباتریــن اثبات‌های ریاضی اســت که با روش « برهــان خلــف» انجام شده است.

اقلیــدس هم‌چنین ثابت کرد که اگــر حاصل‌ضرب دو تا عدد، بر یک عدد اول بخش‌پذیر باشــد، حتماً یکی از آن دو عدد ـ یا شاید هردوتایشان ـ برآن عدد اول بخش‌پذیر خواهند بود. این موضوع، به «لِم اقلیدس» شــهرت دارد و از درستی آن، برای اثبات قضیه‌های مهم دیگری دربارهٔ عددهای اول، استفاده شده است.




می‌دانستید که این موضوع را که هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ را می‌توانیم تنها به یک صورت به شکل حاصل ضربی از عددهای اول بنویسیم نیز اقلیدس در کتاب **اصول** ثابت کرده است؟ به قدری این موضوع مهم اســت که به « قضیهٔ اساسی حساب» شهرت دارد. به خاطر همین موضوع اســت که هر کس با هر شــروعی، یک عدد را تجزیهٔ درختی کند، در آخر کار، عددهای اول همه، یکسان خواهد شد.




ارَتُســتِن، ریاضــی‌دان یونانــی دیگــری نیز ۲۳۰۰ ســال پیش، الگوریتمــی ســاده برای پیــدا کردن عددهــای اول ارائه کرد که به « غربال» اراتستن مشهور است.

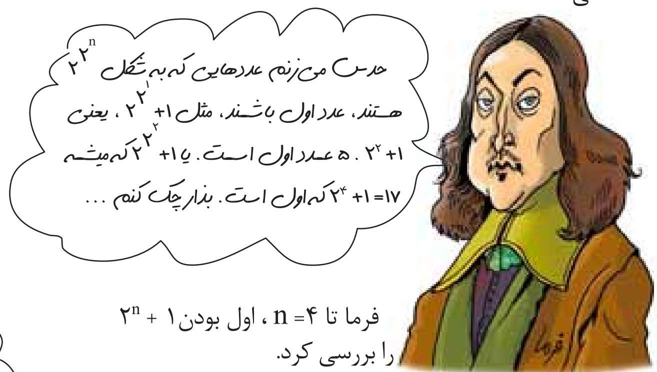
ولــی امروزه که به کمک کامپیوترهــا عددهای اول خیلی خیلی بزرگ را کشف کرده‌اند، دیگر از این روش استفاده نمی‌کنند.

**بعد از یونان باستان، مطالعات خیلی خیلی کمی روی اعداد اول صورت گرفت تا ...**

## قرن هفدهم میلادی:

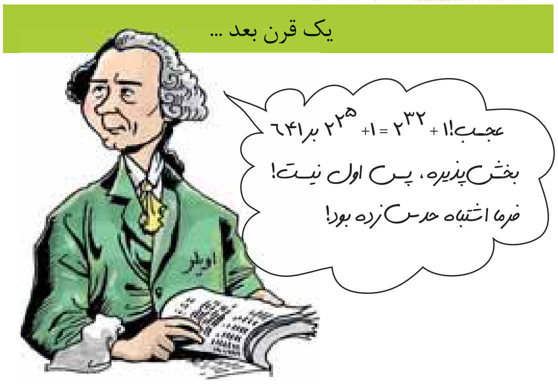
در سال ۱۴۴۰، ریاضی‌دان مشهور فرانسوی، پیر دو فرما، حدسی زد که به « قضیهٔ کوچک فرما» مشهور شد و بعدها، دو ریاضی‌دان دیگر، اویلر و لایب نیتس آن را مستقلاً ثابت کردند.

حدس فرما این بود که اگر یک عدد اول داشته باشیم مثل $p$ و یک عدد صحیح مثل $a$ که مضرب $p$ نباشد و $a$ را $p-۱$ بار در خودش ضرب کنیم و بعد حاصل ضرب را بر $p$ تقسیم کنیم، باقی‌مانده حتماً ۱ می‌شود. این قضیه، به یافتن عددهای اول خیلی کمک می‌کند.




فرما تا $n=۴$، اول بودن $۲^n+۱$ را بررسی کرد.

## یک قرن بعد ...




و در واقع، هیچ عدد اول فرمایی تا کنون شناخته نشده به جز همان چهارتایی که خود فرما بررسی کرد.

از زمان فرما تاکنون، بیشتر کارهایی که دربارهٔ عددهای اول توسط ریاضی‌دان‌ها انجام شده، برای این بوده که بتوانند یک فرمول برای عددهای اول پیدا کنند تا از این طریق، عدد اول تولید کنند یا اول بودن یک عدد را تشخیص دهند.

## قرن هجدهم میلادی:



این موضوع به قضیه ویلسون مشهور است.

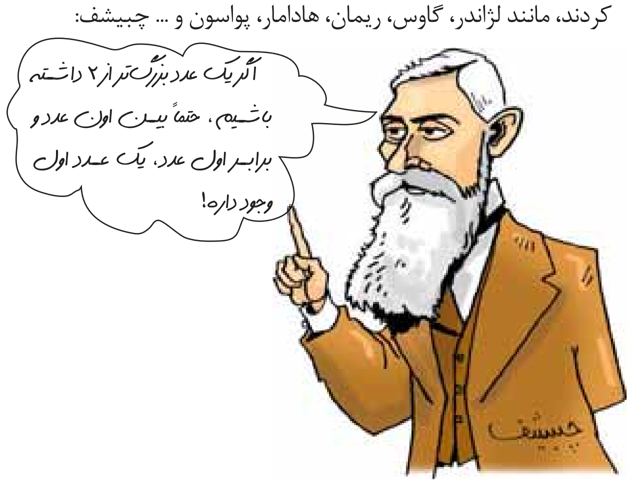


جالب است بدانید که اویلر، تحت تأثیر دوست خود گلدباخ در سن‌پطرزبرگ به نظریهٔ اعداد علاقه‌مند شد ( نظریهٔ اعداد همان شاخه‌ای از ریاضیات است که اعداد اول به آن مرتبط می‌شود).

اویلر در سال ۱۷۷۲ ثابت کرد که $۲^{۳۱}-۱ = ۲۱۴۷۴۸۳۶۴۷$، عددی اول از نوع مرسن است. این عدد تا سال ۱۸۶۷، یعنی تا حدود یک قرن بعد، بزرگترین عدد اول شناخته شده بود!

## قرن نوزده و بیست میلادی:

در قرن ۱۹ و ۲۰ هم ریاضی‌دانان زیادی روی عددهای اول کار کردند، مانند لژاندر، گاوس، ریمان، هادامار، پواسون و ... چبیشف:



و بالاخره:


در قرن بیستم میلادی، از سال ۱۹۵۱، اعداد اول بسیار بزرگ توسط رایانه‌ها و توسط پروژه‌هایی که برای این کار تعریف می‌شدند، شناخته شدند.

تا سال ۱۹۷۰، یافتن اعداد اول بیشتر شبیه یک تفریح یا رقابت بود! ولی از این زمان، با کشف مفاهیم مرتبط با رمز شناسی که در آن، اعداد اول، اساس نخستین الگوریتم‌های سیستم‌های رمز کردن و رمزگشایی را تشکیل می‌دادند، عددهای اول در واقع کاربرد واقعی پیدا کردند.

و بالاخره، جالب است بدانید که هنوز ....

هیچ فرمول شناخته شده و مفیدی وجود ندارد که بتوان به کمک آن، تشخیص داد که یک عدد، اول هست یا نه؟!

# عدد انتخاب کن امتیاز بگیر!

■ سپیده چمن‌آرا

این بازی بین دو نفر یا دو گروه انجام می‌شود.

بازی از یک صفحه تشکیل شده که روی آن، عددهای ۱ تا ۷۲ نوشته شده است.

با قرعه‌کشی، بازیکن یا گروه اول را مشخص می‌کنیم.

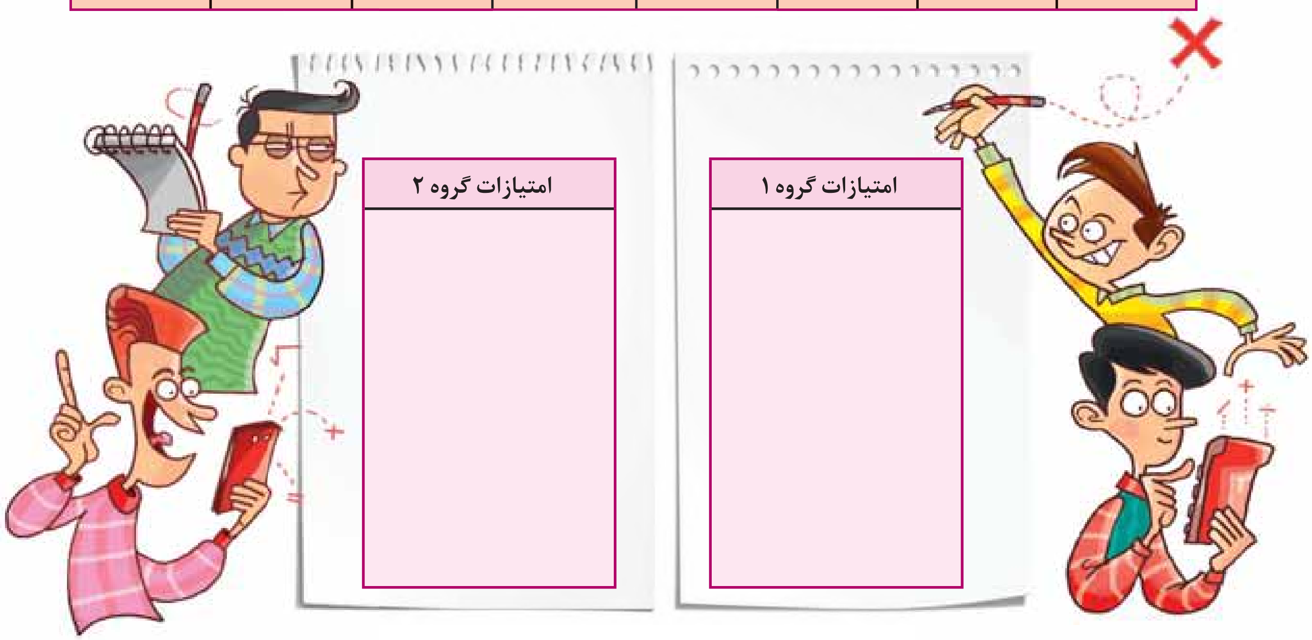
سپس بازیکن (یاگروه) اول یکی از عددهای جدول را انتخاب می‌کند و آن عدد را از جدول خط می‌زند و در جدول امتیازات خود می‌نویسد.

بازیکن (یا گروه) دوم باید تمام مقسوم‌علیه‌های این عدد را بیابد. هر یک را پیدا و اعلام کند، از جدول اعداد خط می‌زند و اگر قبلاً خط نخورده باشد، در جدول امتیازات خود می‌نویسد. سپس از بین اعداد خط‌نخورده در جدول اعداد، یک عدد نیز انتخاب می‌کند و آن عدد را از جدول خط می‌زند و در جدول امتیازات خود نیز می‌نویسد.

دوباره بازیکن ( یا گروه) اول باید تمام مقسوم‌علیه‌های این عدد را بیابد و از جدول اعداد خط بزند و اگر قبلاً خط نخورده باشد، در جدول امتیازات خود بنویسد. سپس از بین اعداد خط نخورده در جدول اعداد نیز، یک عدد انتخاب کند و آن عدد را از جدول خط بزند و در جدول امتیازات خود بنویسد.

این بازی تا جایی ادامه می‌یابد که همهٔ عددهای جدول خط بخورند. بازیکن یا گروهی برنده است که مجموع امتیازاتش بیشتر باشد.

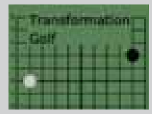
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ |
| ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ |
| ۱۷ | ۱۸ | ۹۱ | ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ | ۲۴ |
| ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ | ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ | ۳۱ | ۳۲ |
| ۳۳ | ۳۴ | ۳۵ | ۳۶ | ۳۷ | ۳۸ | ۳۹ | ۴۰ |
| ۴۱ | ۴۲ | ۴۳ | ۴۴ | ۴۵ | ۴۶ | ۴۷ | ۴۸ |
| ۴۹ | ۵۰ | ۵۱ | ۵۲ | ۵۳ | ۵۴ | ۵۵ | ۵۶ |
| ۵۷ | ۵۸ | ۵۹ | ۶۰ | ۶۱ | ۶۲ | ۶۳ | ۶۴ |
| ۶۵ | ۶۶ | ۶۷ | ۶۸ | ۶۹ | ۷۰ | ۷۱ | ۷۲ |

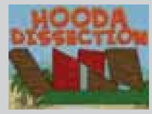


# HOODA MATH

■ زهرا صباغی

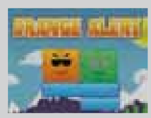
اگــر به بازی‌های ریاضی منطقی، هندســی، فیزیکی، عددی، ســاختنی و ... علاقه‌مند هســتید، پیشنهاد می‌کنم با وارد کردنِ نشانی: www.hoodamath.com به این سایت مراجعــه کنید. برای انتخــاب بازی‌ها می‌توانید در صفحهٔ اول یــا از طریق موضوع‌ها که دسته‌بندی شده‌اند یا از طریق اعدادی که در بالای صفحه نوشته شده است و نشانگر سال تحصیلی هستند، بازی مورد علاقهٔ خود را انتخاب کنید. هم‌چنین در پایین صفحه امکان جست‌وجوی بازی از نظر موضوع و سطح بازی وجود دارد.



Transformation Golf


Hooda Dissection


Count The Cubes

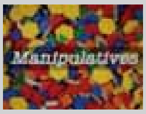

Suit Up


Orange Alert


Vehicles Game

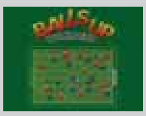

Escape Paris


Find My Sunglasses

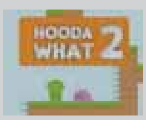

Manipulatives


Timed Tests


Multiplication Skydive

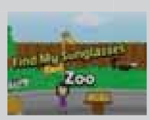

World Cup Balls Up

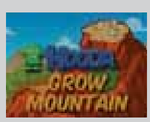

Shell Heroes


Hooda What 2


Hooda Bridge


Mini Train


Find My Sunglasses Zoo


Hooda Grow Mountain


Grow Farm


Gravity Stacker

# جدول

تهیه کنندگان: شهین بزرگ‌تبار و سعیده خرقانیان، دبیر ریاضی منطقه ۱۸

**افقی:**

**۱.** مستطیلی به ابعاد ۴ و ۱۵ را حول کدام ضلع دوران دهیم تا استوانه ساخته شده بیشترین حجم را داشته باشد؛
عددی که مقسوم‌علیه‌های اول آن ۲ و ۳ و ۵ باشد.

**۲.** حاصل عبارت ۲۰+۲۵۲ - ۵۴۲ ؛

**۳.** مقدار عددی عبارت ۹ + ۱۱x - ۵y به ازای x = ۱۴ و y= ۸ ؛
عدد زوج اول.

**۴.** پنجمین مضرب ۸ ؛
مکمل زاویهٔ ۱۴۲ درجه.

**۵.** تعداد رأس‌های منشور ۴ پهلو؛
عدد مناسب در جای خالی زیر
........ × ( - ۴) = - ۲۸۴

**۵.** حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش؛
متمم زاویهٔ ۶۲ درجه.

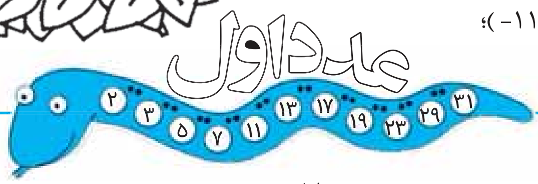
**عمودی:**

**۱.** عددی که مقسوم‌علیه اول ندارد ؛
حجم مکعب مستطیلی به ابعاد ۳۱ و ۴ و ۲.

**۲.** بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۸۹ و ۵۳۴۰ .

**۳.** علی یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهرهٔ او روی نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۲ خانه به راست و سپس ۵ خانه به بالا و در انتها ۴ خانه به چپ می‌آورد. در حال حاضر مهرهٔ علی روی کدام نقطه قرار دارد؟
مقدار x در معادلهٔ ۱۰ + ۲x = ۳ + ۳ x .

**۴.** حاصل عبارت (۲ - ) × ( ۲۰ -۱۱- )؛
یازدهمین عدد اول.


سعی کنید عددهای زوج زیر را به صورت مجموع دو عدد اول بنویسید:

| | | |
|---|---|---|
| ۴ برابراست با ۲+۲ | ۲۰ برابراست با .....+ ...... | ۳۶ برابراست با .....+ ...... |
| ۶ برابراست با .....+...... | ۲۲ برابراست با .....+ ...... | ۳۸ برابراست با .....+ ...... |
| ۸ برابراست با ۳+ ۵ | ۲۴ برابراست با .....+ ...... | ۴۰ برابراست با .....+ ...... |
| ۱۰ برابراست با .....+ ...... | ۲۶ برابراست با .....+ ...... | ۴۲ برابراست با .....+ ...... |
| ۱۲ برابراست با .....+ ...... | ۲۸ برابراست با .....+ ...... | ۴۴ برابراست با .....+ ...... |
| ۱۴ برابراست با .....+ ...... | ۳۰ برابراست با .....+ ...... | ۴۶ برابراست با .....+ ...... |
| ۱۶ برابراست با .....+ ...... | ۳۲ برابراست با .....+ ...... | ۴۸ برابراست با .....+ ...... |
| ۱۸ برابراست با .....+ ...... | ۳۴ برابراست با .....+ ...... | ۵۰ برابراست با .....+ ...... |

## ریاضی‌ورزی در محیط نرم‌افزار Excel

# پرتاب دو سکه شبیه‌سازی‌شده!

## (قسمت سوم)

■ زهره پندی

■ **کلیدواژه‌ها:** اکسل، پرتاب دو سکه، احتمال، عددهای تصادفی، سکه شبیه‌سازی شده

**برای آن‌که بتوانید از محیط «Excel» برای انجام این پروژه و دیگر پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای «Microsoft Office» را روی رایانهٔ خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم‌افزار کاربردی است که یکی از آن‌ها «Microsoft Office Excel» است.**
**برای آشنایی بیشتر با این نرم‌افزار به مقالاتی که در شماره‌های قبل در همین مجله با عنوان «آمادگی برای به‌کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی» آمده است، مراجعه کنید.**

در دو شمارهٔ قبل همراه با هم در محیط این نرم‌افزار یک شبیه‌ساز پرتاب سکه ساختیم و با استفاده از آن، نتیجهٔ صد بار پرتاب یک سکه را با یک عدد که نشان‌دهندهٔ تعداد رو آمدن‌ها بود، نشان دادیم. آن فایل را ذخیره کردیم تا هم در پروژهٔ دوم و هم این بار از آن استفاده کنیم.
ما این فایل را با نام «Random Generator1» به معنی «مولد تصادفی ۱» نام گذاری کرده‌ایم. (برای دسترسی به آن می‌توانید به وبلاگ مجله به نشانی
http:// roshdmag.ir/ weblog/borhanrahnemaiee
مراجعه کنید.)
فایل مربوط به پروژهٔ شبیه‌ساز پرتاب سکه را باز کنید.
چند بار دکمهٔ F۹ صفحهٔ کلید را بزنید و هر بار نتیجهٔ صد آزمایش جدید را ببینید.

### رو یا پشت؟

پس از هربار فشردن دکمهٔ F۹ صفحهٔ کلید، در هریک از خانه‌های ۱ تا ۱۰۰ ستون B ، یکی از دو رقم ⓪ یا ❶ قرار می‌گیرد. در این ستون ❶ را به معنی رو آمدن سکه در نظر گرفته‌ایم. بنابراین عددی که در خانهٔ B۱۰۱ از حاصل جمع عددهای مربوط به خانه‌های ۱ تا ۱۰۰ این ستون به دست آمده است، تعداد رو آمدن‌ها در صد بار پرتاب سکه را نشان می‌دهد.
می‌خواهیم در ستون C به ازای هر بار به پشت افتادن همین سکه رقم ⓪ را قرار دهیم و در خانهٔ C۱۰۱ تعداد پشت آمدن‌ها در ۱۰۰ بار پرتاب سکه را حساب کنیم! چگونه؟
در خانهٔ C۱ عبارت «=۱-B۱» را بنویسید و سپس دکمهٔ «Enter» را بزنید.

=1-B1

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.02976 | 0 | =1-B1 | |
| 2 | 0.46075 | 0 | | |
| 3 | 0.16576 | 0 | | |
| 4 | 0.76151 | 1 | | |

پنج بار دکمهٔ F۹ صفحه کلید را بزنید و هر بار عدد نمایان شده در خانه‌های B۱ و C۱ را در جدول زیر بنویسید:
چه ارتباطی میان عددهای این دو خانه مشاهده می‌کنید؟ چرا؟
خانهٔ C۱ را بگیرید و تا سطر صدم به سمت پایین بکشید.
در خانهٔ C۱۰۱ عبارت «=SUM(C۱:C۱۰۰)» را

بنویسید و دکمهٔ Enter را بزنید تا مجموع اعداد خانه‌های C۱ تا C۱۰۰ را در این خانه ببینید.
پنج بار دکمهٔ F۹ صفحه کلید را بزنید و هر بار عدد نمایان‌شده در خانه‌های B۱۰۱ و C۱۰۱ را در جدول زیر بنویسید:

| خانهٔ C۱۰۱ | خانهٔ B۱۰۱ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

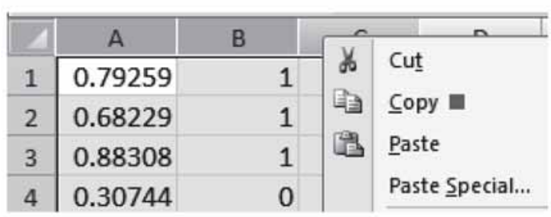
چــه ارتباطی میان عددهای این دو خانه مشــاهده می‌کنید؟ چرا؟

## دومین سکه

نشــانگر ماوس را روی حرف A در بالای خانه‌های ســتون A قرار دهید، کلیک کنید و تا ســتون C بکشید تا ستون A، B و C را در اختیار داشته باشید.

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.79259 | 1 | 0 | |
| 2 | 0.68229 | 1 | 0 | |
| 3 | 0.88308 | 1 | 0 | |
| 4 | 0.30744 | 0 | 1 | |
| 5 | 0.12635 | 0 | 1 | |
| 6 | 0.86288 | 1 | 0 | |
| 7 | 0.81265 | 1 | 0 | |
| 8 | 0.25539 | 0 | 1 | |
| 9 | 0.75424 | 1 | 0 | |
| 10 | 0.42874 | 0 | 1 | |

این سه ستون را کپی (copy) کنید:




سپس در ستون‌های E، F و G قرار دهید (paste کنید).


بدین ترتیب دو شبیه‌ســاز پرتاب ســکه دارید! مــا به احترام ستون‌های سازندهٔ این دو سکه، آن‌ها را A و E می‌نامیم!
پنــج بار دکمهٔ F۹ صفحهٔ کلید را بزنیــد و هر بار عدد نمایان شده در خانه‌های ستون F و G را مشاهده کنید.
نمایــش ❶ در هر یک از خانه‌های ســتون F را به معنای رو آمدن ســکهٔ E و نمایش ❶ در هر یک از خانه‌های ستون G را به معنای پشت آمدن سکهٔ E فرض کنید.

## فقط نمایش سکه‌ها

خط مرز ستون‌های A و B را بگیرید و به سمت چپ بکشید تا ستون A دیده نشود. خط مرز ستون‌های E و F را هم به سمت چپ بکشید تا ستون های D و F نمایش داده نشوند.

## نتایج ممکن برای پرتاب دو سکه

دکمهٔ F۹ صفحهٔ کلید را بزنید و عددهای مربوط به ۱۰ خانهٔ اول هریــک از ســتون هــای B، C، F و G را در جــدول زیر بنویسید:

| | B | C | F | G |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |

به هر یک از سطرها نگاه کنید. کدام سطرها با هم مساوی‌اند؟ چند سطر متفاوت ممکن است در این جدول دیده شود؟

به جدول زیر نگاه کنید. آیا حالت دیگری برای پرتاب دو سکه می‌توان پیدا کرد؟ چرا؟

| سکه E | سکه A |
|---|---|
| رو | رو |
| پشت | |
| رو | پشت |
| پشت | |

حالا به جدول زیر نگاه کنید و آن را سطر به سطر با جدول بالا مقایسه کنید. آیا حالت دیگری برای پر کردن سطرهای این جدول با رقم‌های ۰ و ۱ می‌توان یافت؟ چرا؟

| B | C | F | G |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |

**بررسی نتایج پرتاب دو سکه**

در جدول مقابل، نتایج ۳۰ بار پرتاب دو سکه نشان داده شده است:

| | B | C | F | G |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 14 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 15 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 16 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 18 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 19 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 20 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 21 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 22 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 23 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 24 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 25 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 26 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 27 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 28 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 29 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 30 | 0 | 1 | 0 | 1 |

| ۱۹۹۰ | ۲۰۰۰ | ۲۰۱۰ | ۲۰۱۴ |
|---|---|---|---|
| ۶۵۰۸۷ | ۲۰۹۸۹۶۰ | ۱۲۹۷۸۱۸۹ | ۱۷۴۲۵۱۷۰ |

این جدول را سطر به سطر بررسی کنید. در هر سطر سکهٔ A به رو افتاده یا به پشت؟ سکهٔ E چه‌طور؟ تعداد پیشامدن هر یک از حالت‌ها را بشمارید و در جدول زیر بنویسید.

| سکهٔ A | سکهٔ E | تعداد |
|---|---|---|
| رو | رو | |
| | پشت | |
| پشت | رو | |
| | پشت | |

در برخی از آزمایش‌های مربوط به احتمال، لازم است یک سکه را بارها و بارها پرتاب کنیم و تعداد رو آمدن‌ها و پشت آمدن‌های آن را ثبت کنیم. ما انجام این آزمایش‌ها را با شبیه‌سازی یک سکه به رایانه سپردیم. جمع‌آوری نتایج مربوط به ۱۰۰ بار آزمایش را هم با جمع کردن یک‌های هر ستون در سطر صدو یکم آن به راحتی به کمک رایانه انجام دادیم.

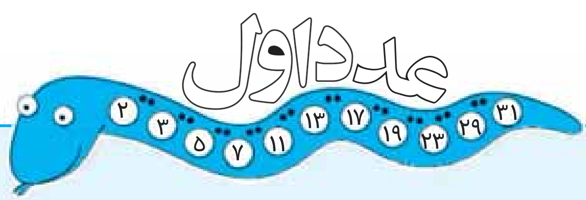
اما در انجام برخی آزمایش‌های مربوط به احتمال، لازم است بارها و بارها دو سکه را بیندازیم و تعداد پیشامدن هر یک از چهار حالت متفاوت را بشماریم.

موافقید که این شمارش را هم به رایانه بسپاریم؟ اما چگونه؟ آیا می‌توانید راه‌حلی برای این مسئله پیدا کنید؟

در شمارهٔ بعد مجله با ما همراه باشید.

فایل مربوط به این پروژه را ذخیره کنید تا در شمارهٔ بعد بتوانید از آن استفاده کنید.

ما این فایل را با نام «Random Generator3» به معنی «مولد تصادفی ۳» نام‌گذاری کرده‌ایم. برای دسترسی به آن می‌توانید به وبلاگ مجله به نشانی
http: // weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
مراجعه کنید.




| سال به میلادی | ۱۸۸۰ | ۱۹۶۰ | ۱۹۷۰ | ۱۹۸۰ |
|---|---|---|---|---|
| بزرگ‌ترین عدد اول کشف شده چند رقم دارد؟ | ۳۹ | ۹۶۹ | ۳۳۷۶ | ۱۳۳۹۵ |

# ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی!

■ ابوالفضل طاری

■ **کلیدواژه‌ها:** کدهای دو دویی، کدهای گری، فاصلهٔ همینگ

**اشاره**

**همینگ کارگر جوانی بود که در کارخانه‌ی ساخت چوب‌های رنگی مشغول به کار بود. از سوزاندن چوب‌های تولیدی این کارخانه، یکی از دو رنگ آبی یا قرمز حاصل می‌شد. بعد از اینکه فریب‌کاری کارخانه در ساخت چوب‌هابی رنگی حاکم مشخص شد، همینگ با فداکاری توانست تمامی اعضای کارخانه را از مجازات نجات دهد و خودش به یک سال تبعید به قبیله‌ای ناشناخته محکوم شد. همینگ راهی این قبیله شد و ماجراجویی‌های او آغاز شد. اولین چیزی که همینگ را شگفت‌زده کرده این بود که مردم این قبیله از چوب‌هایی که او می‌ساخت برای نمایش حروف الفبای خود استفاده می‌کردند! به این ترتیب که به هر حرف ترتیبی از رنگ‌ها ( قرمز و آبی ) را نسبت می‌دادند و سپس به همان ترتیب چوب‌ها را آتش می‌زدند تا همان ترتیب حاصل شود!**

**اما همینگ به یاد آورد چوب‌هایی که او ساخته بود همگی رنگ درست را تولید نمی‌کردند و همینگ هنگام سفارش غذا با این مشکل برخورد کرد!**

**و ادامهٔ ماجرا ...**

دسته‌های چوب را به ترتیب زیر آتش زد:

قرمز ، آبی، قرمز، قرمز، قرمز
قرمز ، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز
قرمز ، قرمز، آبی، قرمز، قرمز
قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی

که به ترتیب حروف «ق»، «ی»، «م» و «هـ» را نمایش می‌دهند. سپس منتظر ماند تا غذا برسد. وقتی غذا رسید، **همینگ** در کمال تعجب گفت: « این غذای من نیست! من قیمه سفارش داده بودم و شما قرمه آورده‌اید!»

ـ ما همین سفارش را از شما گرفته‌ایم. این آدرس شماست و اگر مشکلی دارید، می‌توانید با رئیس قبیله صحبت کنید!

از آنجایی که همینگ بسیار گرسنه بود، غذا را گرفت و به خانه رفت. اما منتظر بود تا صبح شود و دو سؤالی که برایش مطرح شده بود را با رئیس قبیله در میان بگذارد!

صبح نزد رئیس قبیله رفت و با عصبانیت گفت: «من گمان می‌کردم در قبیلهٔ شما همه چیز منظم و مرتب و روی حساب و کتاب است! اما کاملاً اشتباه می‌کردم!»

ـ مگر چه شده است که این‌چنین عصبانی هستی؟!

ـ من دیشب غذا سفارش دادم، اما برای من غذای

اشتباهی آوردند؟!

ـ چه غذایی سفارش دادید و به چه شکلی این کار را انجام دادید؟!

ـ من از جدول حروف شما استفاده کردم. به ترتیب حروف غذای مورد علاقه‌ام را به کمک چوب‌ها بیان کردم و قیمه سفارش دادم! اما برای من قرمه آوردند!!

رئیس قبیله با لبخندی گفت: «اما این مشکل از ما نیست! این مشکل را شما به وجود آورده‌اید! شما و کارخانهٔ شما! در آن حروفی که شما به این شکل نمایش داده‌اید، گویا حرف «ی» و «ر» با هم اشتباه شده‌اند! بیا همینگ عزیز به نمایش این دو حرف کمی با دقت بیشتری نگاه کنیم:

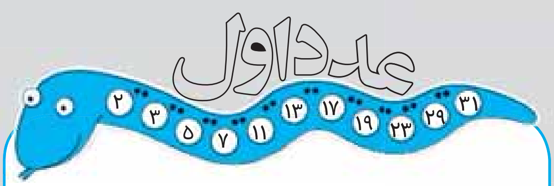
ی – قرمز ، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز

ر – آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز

می‌بینی! این دو حرف تنها در یک رنگ با هم تفاوت دارند! و کارخانهٔ شما کاری کرده است که ممکن است بعضی چوب‌ها رنگ نادرستی را نمایش دهند! مشکل از اینجاست! احتمالاً آن چوبی را که تو گمان کرده‌ای قرمز رنگ است، دودی آبی رنگ نمایش داده است و باعث شده که به جای «قیمه» سفارش تو «قرمه» باشد!»

همینگ شگفت‌زده به حرف‌های رئیس قبیله گوش می‌داد!

آری، کارخانهٔ شما باعث شد که ما دچار این مشکلات شویم! پیگیری‌های و تلاش‌های ما نتیجه نداد و کارخانهٔ شما زیر بار خطای خود نرفت و ما مجبور شدیم خود این مشکل را برطرف سازیم!




با گذشت زمان اعداد اول بزرگ‌تری کشف می‌شوند. ولی هرچه عددها بزرگ‌تر می‌شوند، پیدا کردن عدد اول سخت‌تر می‌شود. استفاده از کامپیوتر پیدا کردن اعداد اول بزرگ را راحت‌تر کرده است. به‌همین دلیل زمانی‌که برای پیدا کردن اعداد اول از کامپیوتر استفاده شد، یک‌باره اعداد اول خیلی خیلی بزرگی کشف شدند. بزرگ‌ترین عدد اول شناخته شده، در سال ۲۰۱۴ میلادی کشف شد این عدد برابر با $2^{57885161}-1$ است و ۱۷۴۲۵۱۷۰ رقم دارد!

ـ حاکم ما گفته بود که شما این مشکل را حل کرده‌اید! اما چگونه؟!

ـ عجله نکن دوست من! برو و کمی در شهر قدم بزن و استراحت کن! بعداً در این مورد صحبت خواهیم کرد!

ـ اما سؤال دیگری نیز داشتم! نظم و ترتیب جدول حروف شما بسیار دلرباست! چگونه این کار را انجام داده‌اید و این جدول را ساخته‌اید؟!

رئیس قبیله دوباره با لبخندی پاسخ داد: «ما در اینجا افراد هنرمندی داریم! یکی از آن‌ها به نام گری این جدول را تنظیم کرده است. بهتر است با او آشنا شوی! او ماجرای این جدول را برای تو توضیح خواهد داد!»

همینگ آدرس گری را گرفت و راهی شد تا او را بیابد! گری در بازار شهر مغازه‌ای داشت که بسته‌های چوب را می‌فروخت. او این بسته‌ها را به شکلی که می‌خواست به کارخانه سفارش می‌داد و سپس آن‌ها را به مردم شهر می‌فروخت تا بتوانند با یکدیگر ارتباط برقرار کنند!

در شمارهٔ بعدی با همینگ همراه باشید تا کمی از مغازهٔ گریِ هنرمند خرید کنیم. راستی به نظر شما مردم قبیله چگونه مشکلاتشان را با خطاهای احتمالی در رنگ چوب‌ها برطرف ساخته‌اند؟!

| | | | |
|---|---|---|---|
| ا | آبی، آبی، آبی، آبی، آبی | ب | آبی، آبی، آبی، آبی، قرمز |
| پ | آبی، آبی، آبی، قرمز، آبی | ت | آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز |
| ث | آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی | ج | آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز |
| چ | آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی | ح | آبی، آبی، قرمز، قرمز، قرمز |
| خ | آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی | د | آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز |
| ذ | آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی | ش | آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز |
| ز | آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی | ژ | ابی، قرمز، قرمز، آبی، قرمز |
| س | آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی | ر | آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز |
| ص | قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی | ض | قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز |
| ط | قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی | ظ | قرمز، آبی، آبی، قرمز، قرمز |
| ع | قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی | غ | قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز |
| ف | قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی | ق | قرمز، آبی، قرمز، قرمز، قرمز |
| ک | قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی | گ | قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز |
| ل | قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی | م | قرمز، قرمز، آبی، قرمز، قرمز |
| ن | قرمز، قرمز، قرمز، آبی، آبی | و | قرمز، قرمز، قرمز، آبی، قرمز |
| ه | قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی | ی | قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز |

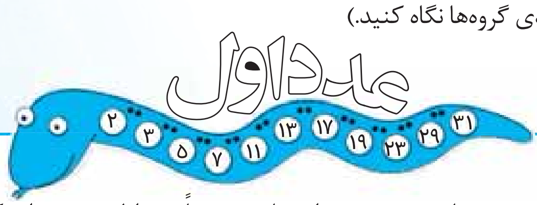
# نقش اعداد صحیح در جام جهانی ۲۰۱۴

**کلیدواژه‌ها:** عددهای صحیح، جدول رده‌بندی، تیم‌های فوتبال، تفاضل گل

**جعفر اسدی گرمارودی**

در تابستانی که گذشت بیستمین دورهٔ مسابقات جام جهانی فوتبال برگزار شد. فارغ از نتایج و نحوهٔ بازی تیم‌ها در مستطیل سبز، این جشنوارهٔ بزرگ مانند تمام مسابقات ورزشی دارای حواشی غیر فوتبالی جالبی نیز بوده است. یکی از این حواشی، مسائل مرتبط با دانش ریاضیات است. موضوعاتی از قبیل آمارها، نمودارها، احتمالات، جدول زمان‌بندی مسابقات و ... . یکی از موضوعات درگیر در دورگروهی مسابقات، نقش عدد صحیح در جدول رده‌بندی تیم‌هاست.

نقش عدد صحیح درجدول رده‌بندی تیم‌ها، در ستونی به نام **تفاضل گل** خود را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانید و در شمارهٔ گذشتهٔ این مجله، در مطلبی با عنوانِ « جام جهانی فوتبال با طعم حل مسئله» اشاره شد در پایان مسابقات هر گروه، جدولی برای رده‌بندی تیم‌های هر گروه تشکیل می‌شود. جدول مورد نظر دارای ستون‌های مختلف است که یکی از ستون‌ها، ستون **تفاضل گل** است.تفاضل گل عبارت است از اختلاف گل‌های زده و گل‌های خوردهٔ هر تیم در سه مسابقهٔ گروهی که انجام داده است. اگر تعداد گل‌های زدهٔ یک تیم بیشتر از تعداد گل‌های خورده باشد تفاضل گل مثبت می‌شود و اگر تعداد گل‌های زده کمتر از تعداد گل‌های خورده باشـد تفاضل گل منفی می‌شـود. یک عدد صحیح در ستون تفاضل گل نشان‌دهندهٔ این موضوع خواهد بود.(برای نمونه به ستون تفاضل گل در جدول رده‌بندی گروه‌ها نگاه کنید.)




یک عدد طبیعی را درنظر بگیرید. عددتان هرچه می‌خواهد باشد، حتماً عدد اولی وجود دارد که از عدد شما بزرگ‌تر است، و از دوبرابر عددتان کوچک‌تر است!


مثلاً بین ۵۰ و ۱۰۰ حتماً عدد اول وجود دارد. همین طور بین ۲۰۰۰ و ۴۰۰۰. یا مثلاً بین ۳۰۰۰۰۰۰ و ۶۰۰۰۰۰۰.

حال سؤالی که اینجا مطرح می‌شود این است که دلیل وجود ستون تفاضل گل چیست؟ گاهی در مسابقات ورزشی و نه فقط در فوتبال، تیم‌ها هم‌امتیاز می‌شوند و برای اینکه رتبهٔ تیم‌های هم‌امتیاز را مشخص کنند، از تفاضل گل بهره می‌برند. به طور مثال در جام جهانی فوتبال در تابستان ۲۰۱۴ برزیل، تیم ایران در صورت شکست بوسنی با تیم نیجریه هم امتیاز می‌شد و در این حالت، تفاضل گل، تیم برتر را تعیین می‌کرد. جدول ۱ با فرض برد ایران تنظیم شده است.

**جدول گروه F در صورت برد ایران در برابر بوسنی**

| رتبه | نام تیم | برد | مساوی | باخت | تفاضل | امتیاز |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | آرژانتین | ۳ | ۰ | ۰ | | ۹ |
| | ایران | ۱ | ۱ | ۱ | | ۴ |
| | نیجریه | ۱ | ۱ | ۱ | | ۴ |
| ۴ | بوسنی | ۰ | ۰ | ۳ | | ۱ |

**جدول ۱**

همان طور که می‌دانید در مسابقات جام جهانی تیم‌های اول و دوم هر گروه به دور حذفی صعود می‌کنند و تیم‌های سوم و چهارم هر گروه از ادامه‌ی مسابقات حذف می‌شوند. متأسفانه پیروزی ایران در برابر بوسنی رخ نداد و در گروه خود با کسب یک امتیاز از بازی با نیجریه چهارم و در نتیجه حذف شد.

اگرچه در شش گروه از هشت گروه مسابقات از تفاضل گل در رده‌بندی جدول استفاده نشد، ولی تفاضل گل در دو گروه A و G نقش تعیین کنندهٔ خود را نشان داد. همان‌طور که در جدول‌های این دو گروه مشاهده می‌کنید(جدول‌های ۲ و۳ در صفحهٔ بعد)، در گروه A مکزیک با تفاضل گل ۳+ در برابر تفاضل گل ۵+، به دلیل تفاضل گل کمتردر رتبه دوم قرار گرفت. اوج حساسیت در گروه G به وقوع پیوست: صعود یکی از دو تیم هم‌امتیاز آمریکا و پرتغال فقط با مقایسهٔ دو عدد صحیح مشخص می‌شد. بزرگتر بودن عدد صفر در مقابل عدد ۳- باعث قرار گرفتن آمریکا در رتبه‌ی دوم و صعود این کشورو حذف پرتغال از مسابقات شد.

جدول گروه A

| رتبه | نام تیم | برد | مساوی | باخت | زده | خورده | تفاضل | امتیاز |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | برزیل | ۲ | ۱ | ۰ | ۷ | ۲ | +۵ | ۷ |
| ۲ | مکزیک | ۲ | ۱ | ۰ | ۴ | ۱ | +۳ | ۷ |
| ۳ | کرواسی | ۱ | ۱ | ۱ | ۶ | ۶ | ۰ | ۴ |
| ۴ | کامرون | ۰ | ۰ | ۳ | ۱ | ۹ | -۸ | ۰ |

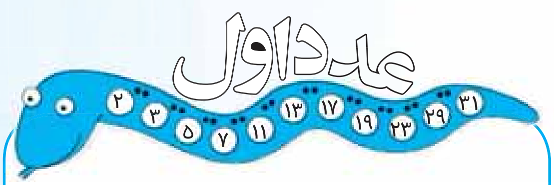
**جدول ۲**

جدول گروه G

| رتبه | نام تیم | برد | مساوی | باخت | زده | خورده | تفاضل | امتیاز |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | آلمان | ۲ | ۱ | ۰ | ۷ | ۲ | +۵ | ۷ |
| ۲ | آمریکا | ۱ | ۱ | ۱ | ۴ | ۴ | ۰ | ۴ |
| ۳ | پرتغال | ۱ | ۱ | ۱ | ۴ | ۷ | -۲ | ۴ |
| ۴ | غنا | ۰ | ۱ | ۲ | ۴ | ۶ | -۲ | ۰ |

**جدول ۳**

راستی؛ هیچ دقت کرده‌اید مجموع تفاضل گل همهٔ تیم‌ها در یک گروه چند است؟




رقم یکان اعداد اول فقــط می‌تواند یکی از رقم‌های ۱، ۲،۳، ۵،۷ یا ۹ باشد. یعنی هر عددی که رقم یکانش یکی از ارقام ۴، ۶، ۸ یا ۰ باشد، حتماً مرکب است.

ولی تصور نکنید که اگر عددی یکانش یکی از اعداد ۱، ۲،۳، ۵،۷ یا ۹باشد، حتماً اول است! مثلاً هیچ‌یک از اعداد ۲۱، ۲۲، ۳۳، ۱۵، ۲۷ و ۴۹ اول نیست!

راستی، یکان هیچ عدد اولی به‌جز خود ۵، برابر ۵ نیست. همین‌طور، یــکان هیچ عدد اولی به‌جز خــود ۲، برابر ۲ نیست.

# زنگ‌ها برای که هم‌زمان به صدا درمی‌آیند؟

■ حسین غفّاری

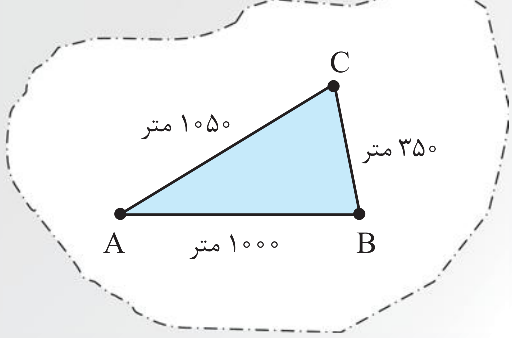
■ **کلیدواژه‌ها:** عمود منصف، فاصله، سرعت صدا

در یک شهر قدیمی دو برج ساعت به فاصلهٔ یک کیلومتر از هم قرار داشتند. هر کدام از آنها رأس هر ساعت یک زنگ می‌زد و همهٔ مردم شهر می‌توانستند صدای زنگ هر دو برج را بشنوند. مهندسانی که مسئول تنظیم و نگهداری ساعت‌ها بودند؛ خیلی در کار خود دقیق بودند، اما فقط بعضی از مردم شهر صدای زنگ دو ساعت را هم‌زمان می‌شنیدند. بسیاری از مردم شهر اعتقاد داشتند که ساعت‌ها با هم هماهنگ نیستند و هم‌زمان زنگ نمی‌زنند.

به‌نظر شما این موضوع چگونه قابل توجیه است؟ مشکل از ساعت‌ها بوده یا از گوش مردم شهر؟!

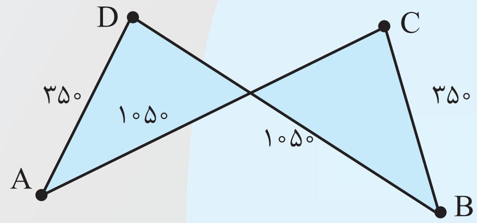
اگر مهندسان زنگ‌ها را هم‌زمان به صدا دربیاورند، آیا ممکن است صدای یکی از زنگ‌ها زودتر از دیگری به گوش یک شخص برسد؟ به‌نظر شما آیا همان لحظه که زنگی نواخته می‌شود، مردم صدای آن را می‌شنوند یا ممکن است کمی طول بکشد تا صدای زنگ به گوش مردم برسد؟ ممکن است بدانید که سرعت صوت (صدا) ۳۵۰ متر در ثانیه است. یعنی برای اینکه صدا مسافت ۳۵۰ متر را از یک جا تا جایی دیگر طی کند، نیاز به یک ثانیه وقت دارد!

نقاط A و B در شکل زیر، محل قرار گرفتن دو برج را نشان می‌دهند. فرض کنیم شخصی که محل زندگی‌اش با نام C روی شکل نشان داده شده است، از برج A، ۱۰۵۰ متر و از برج B، ۳۵۰ متر فاصله داشته باشد.



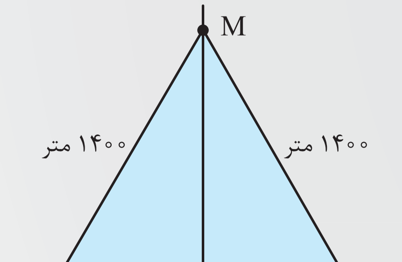
صدایی که از برج A تولید می‌شود باید فاصلهٔ ۱۰۵۰ متر را طی کند تا به C برسد. پیمودن این مسیر ۳ ثانیه به‌طول می‌انجامد، زیرا سرعت صوت ۳۵۰ متر بر ثانیه است و۳ =۳۵۰ ÷ ۱۰۵۰. بنابراین سه ثانیه طول می‌کشد تا شخص در نقطهٔ C، صدای تولید شده از برج A را بشنود. هم چنین یک ثانیه طول می‌کشد تا همین شخص صدای تولید شده از برج B را بشنود ( ۱ =۳۵۰ ÷ ۳۵۰ ). با این حساب صدای زنگ B دو ثانیه زودتر از صدای زنگ A به گوش این شخص می‌رسد.

به‌همین ترتیب، شخصی که در نقطهٔ D زندگی می‌کند برعکسِ C، صدای زنگ A را دو ثانیه زودتر از صدای B می‌شنود.




مثل این‌که مشکل نه از ساعت‌ها بوده است و نه از گوش مردم. اختلاف فاصلهٔ هر شخص نسبت به دو برج، باعث شده است که صدای یک زنگ را دیرتر از زنگ دیگر بشنود. اما تکلیف گروهی از مردم که صدای زنگ دو ساعت را هم‌زمان می‌شنیدند چه می‌شود؟ آنها احتمالاً کسانی بودند که محل زندگی‌شان فاصله‌ای یکسان از دو برج داشته است.

اگر نقاط A و B را با یک خط راست به هم وصل کنیم، نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، روی عمود منصف پاره‌خط AB قرار می‌گیرند؛ یعنی روی خطی که هم بر AB عمود است و هم از وسط AB می‌گذرد. (دلیل آن را در کتاب ریاضی خود دیده و یا خواهید دید!) بنابراین افرادی که روی عمودمنصف AB زندگی می‌کنند، صدای زنگ‌ها را هر چند با تأخیر، اما هم‌زمان می‌شنوند. مثل M با فاصلهٔ ۱۴۰۰ متر از A و B، پس از نواخته شدن زنگ‌ها چهار ثانیه طول می‌کشد تا صدای دو زنگ را بشنود.




گاهی افراد، اتفاقاتی را که هم‌زمان رخ می‌دهند، هم‌زمان درک نمی‌کنند. به نظر می‌رسد مردمی که در سمت راست خط عمود منصف زندگی می‌کردند، صدای زنگ B را زودتر می‌شنیدند. آنهایی که سمت چپ عمود منصف بودند صدای A را زودتر می‌شنیدند و فقط کسانی که روی خط عمود منصف زندگی می‌کردند، صدای زنگ‌ها را هم‌زمان می‌شنیدند.

منبع: کتاب "هندسه دلپذیر" اثر دکتر احمد شرف الدین، انتشارات مدرسه.

# بخش‌پذیری، مقسوم‌علیه و مضرب

■ علی مبین

**بخش‌پذیری، مقسوم‌علیه و مضرب**
**نویسنده: زهره پندی**
**ناشر: انتشارات مدرسه**
**(تلفن: ۹ـ ۸۸۸۰۰۳۲۴ )**
**چاپ اول: ۱۳۸۹**

کتاب‌های مختلفی برای کمک به دانش‌آموزان در درک بهتر مفاهیم ریاضی و لذت بردن از فعالیت‌های هوشمندانه وجود دارد. از جملهٔ این کتاب‌ها می‌توان مجموعهٔ «کتاب‌های کوچک ریاضی» را نام برد. این کتاب‌ها به بررسی موضوعی مطالب دورهٔ متوسطه اول می‌پردازند و متناسب با توانایی‌های دانش آموزان این دوره نوشته شده‌اند.

کتاب «بخش‌پذیری، مقسوم علیه و مضرب» یکی از کتاب‌های این مجموعه است که نه فصل به ترتیب زیر دارد:

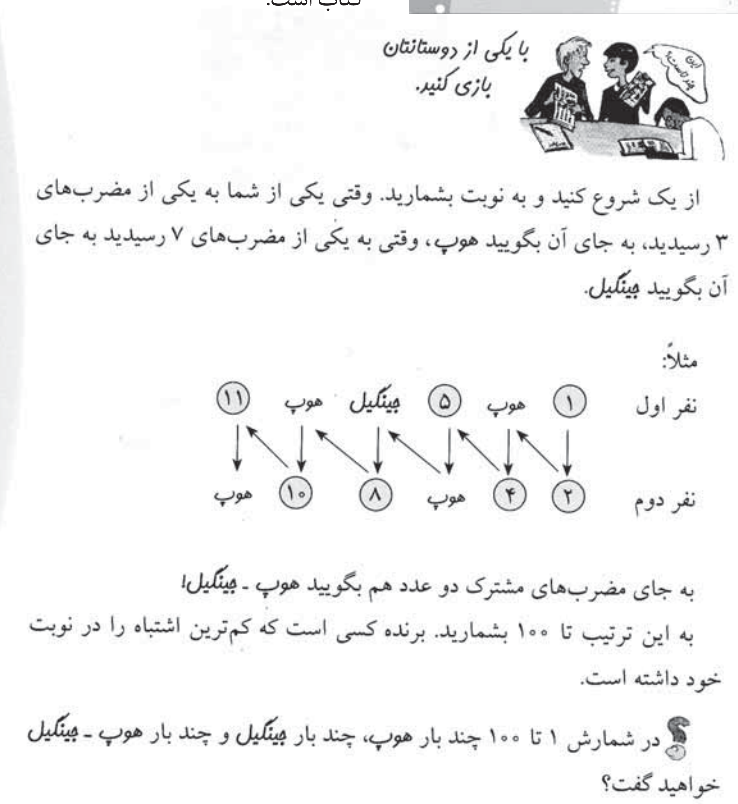
۱. ضرب و تقسیم اعداد طبیعی
۲. ضرب ذهنی
۳. بخش‌پذیری
۴. مقسوم‌علیه و عدد اول
۵. تجزیهٔ عددها
۶. همهٔ مقسوم علیه‌های یک عدد
۷. ب.م.م
۸. مضرب و ک.م.م
۹. مسئله‌های ترکیبی

هر یک از فصل‌های ۱ تا ۸ این کتاب شامل فعالیت‌ها، مثال‌ها و تمرین‌های متنوع مربوط به آن فصل است.

در پایان هر فصل نیز یک مطلب خواندنی یا یک بازی مربوط به موضوع آمده است.

در فصل ۹ کتاب، تعدادی مسئلهٔ ترکیبی و پیچیده برای دانش‌آموزان علاقه‌مند قرار گرفته است.

این کتاب نه تنها برای دانش آموزان، بلکه برای معلمان ریاضی و دانشجویان تربیت معلم نیز می‌تواند سودمند باشد. معرفی بازی ساده‌ای که در ادامه می‌خوانید، قسمتی از فصل هشتم این کتاب است.

با یکی از دوستانتان بازی کنید.

از یک شروع کنید و به نوبت بشمارید. وقتی یکی از شما به یکی از مضرب‌های ۳ رسیدید، به جای آن بگویید هوپ، وقتی به یکی از مضرب‌های ۷ رسیدید به جای آن بگویید جینگیل.

مثلاً:

نفر اول: ۱ هوپ ۵ جینگیل هوپ ۱۱
نفر دوم: ۲ ۴ هوپ ۸ ۱۰ هوپ

به جای مضرب‌های مشترک دو عدد هم بگویید هوپ ـ جینگیل!

به این ترتیب تا ۱۰۰ بشمارید. برنده کسی است که کم‌ترین اشتباه را در نوبت خود داشته است.

در شمارش ۱ تا ۱۰۰ چند بار هوپ، چند بار جینگیل و چند بار هوپ ـ جینگیل خواهید گفت؟

# زبان ما
# زبان ریاضی

■ لیلا خسروشاهی

■ **کلیدواژه‌ها:** زبان ما، زبان ریاضی، دقت

**همهٔ آدم‌ها بیست تا انگشت دارند.**
**هر آدمی بیست تا انگشت دارد.**

دو جملهٔ بالا هم‌معنی‌اند. این جمله‌ها را ممکن است از زبان خیلی‌ها بشنویم. البته ممکن است در اطراف خود دیده یا شنیده باشیم که آدم‌هایی هم هستند که انگشتانشان بیشتر و یا کمتر از بیست‌تاست. این افراد ممکن است به‌طور مادرزادی تعداد بیشتر یا کمتری انگشت داشته باشند و یا طی یک حادثه، بعضی از انگشتان خود را از دست داده باشند. بنابراین این قاعده که «هر آدمی بیست تا انگشت دارد» موارد استثنایی هم دارد. اما معمولاً به‌خاطر وجود این استثناها نمی‌گوییم که این جمله اشتباه است. حتی ممکن است چنین جملاتی را در نوشته‌های علمی هم ببینیم.

حتماً اگر به صحبت‌های خود و اطرافیان خود بیشتر دقت کنیم، چنین جملاتی را زیاد خواهیم شنید. «جملاتی که یک قاعدهٔ کلی را بیان می‌کنند؛ درحالی‌که آن قاعده استثناهایی هم دارد» و اگر کمی بیشتر دقت کنیم، می‌بینیم «مردم با اینکه ممکن است از وجود موارد استثنا هم آگاه باشند، معمولاً نمی‌گویند که این جمله اشتباه است.» مثلاً ممکن است یکی بگوید که «رنگ برگ درختان در فصل بهار سبز است» و ما هیچ اعتراضی نکنیم؛ با وجود اینکه می‌دانیم «درختانی هم هستند که برگ‌هایشان اصلاً سبز نیستند.»

همان‌طور که دیدیم، **زبان ما ــ یعنی زبانی که با استفاده از آن با هم حرف می‌زنیم ــ خیلی هم دقیق نیست. اما حواسمان باشد که زبان ریاضی ــ یعنی زبانی که در آن دربارهٔ عددها و شکل‌ها و موجودات ریاضی دیگر حرف می‌زنیم ــ کاملاً دقیق است.**

جملهٔ «همهٔ اعداد اول فرد هستند»، فقط یک استثنا دارد. یعنی فقط یک عدد اول وجود دارد که فرد نیست: و آن عدد ۲ است. بی‌شمار عدد اول دیگر غیر از ۲ همگی فرد هستند. با وجود این، در زبان ریاضی جملهٔ «همهٔ اعداد اول فرد هستند» جمله‌ای نادرست است؛ مگر اینکه بگوییم «همهٔ اعداد اول به‌جز یکی از آن‌ها، اول‌اند.»

زبان ریاضی از دقت زیادی برخوردار است. حواسمان باشد که وقتی به زبان ریاضی حرف می‌زنیم، قواعد آن را رعایت کنیم و ما هم دقیق باشیم. به‌خصوص وقتی از کلمات «همه» و «هر» استفاده می‌کنیم، حواسمان به موارد استثنا هم باشد. در شماره‌های بعد بیشتر دربارهٔ تفاوت‌های «زبان ما» و «زبان ریاضی» حرف خواهیم زد.

گزارش

# روز ریاضی کانگورو در راهنمایی «راه رشد»

■ سپیده چمن‌آرا

امسال، **روز ریاضی کانگورو** با همکاری «شورای خانه‌های ریاضیات ایران» و «مؤسسهٔ انتشارات فاطمی» در آخرین هفتهٔ فروردین ۱۳۹۳ در ایران برگزار شد. در این روز، دانش‌آموزان از پایهٔ دوم دبستان تا پایهٔ سوم راهنمایی، در یک مسابقهٔ ریاضی که سؤالات آن توسط انجمن بین‌المللی «کانگورو بدون مرز» طراحی می‌شود، شرکت می‌کنند و از آن جا که هدف طراحان اصلی این سؤالات، این است که دانش‌آموزان درگیر حل مسئلهٔ ریاضی شده و توانایی‌های‌شان را بدون مقایسه شدن با دیگران افزایش دهند، به همهٔ شرکت‌کنندگان در این مسابقه، جوایزی نیز اهدا می‌شود. مدرسهٔ راهنمایی راه رشد «منطقه ۲» از اولین سالی که این مسابقه در ایران برگزار شد، در آن شرکت کرده است و مسئولان آن تلاش کرده‌اند که هم سو با اهداف این مسابقه، آن را در مدرسه برگزار کنند.

امسال در روزهای چهارشنبه، ۲۷ فروردین و شنبه، ۳۰ فروردین ۱۳۹۳، همهٔ دانش‌آموزان پایه‌های هفتم و سوم

راهنمایی مدارس دخترانه و پسرانهٔ راه رشد منطقه ۲، در سالن مدرسه‌های‌شان جمع شدند و در گروه‌های ۳ تا ۵ نفری که خودشان انتخاب کرده بودند، به سؤالات پاسخ دادند. هیجان زیادی فضای سالن را پر کرده بود و با وجود این که دانش‌آموزان، دوران آزمون‌های میان‌ترم را پشت سر می‌گذاشتند و انتظار داشتیم که شاید خیلی از این مسابقه استقبال نکنند، و لیکن همهٔ آن‌ها تا آخرین دقایق مسابقه دست از فکر کردن روی مسئله‌ها برنداشتند و حسابی درگیر مسائل جالب کانگورو شدند. پس از آن، جایزه‌هایشان را که مؤسسهٔ انتشارات فاطمی به آن‌ها اهدا کرده بود و بازی فکری و منطقی **جور** بود، با خود به کلاس‌های‌شان بردند و در زنگ‌های ریاضی، آن‌را بازی کردند.


## عدد اول

۲ ۳ ۵ ۷ ۱۱ ۱۳ ۱۷ ۱۹ ۲۳ ۲۹ ۳۱

**هزارمین عدد اول،**

## عدد ۷۹۱۹ است...

برای دیدن فهرست هزار عدد اولِ از ۲ تا ۷۹۱۹، به نشانی زیر مراجعه کنید:

http://www.997.blogfa.com/post-20.aspx

# کـــی می‌تونه حـــل کنه؟!

■ آمنه ابراهیم‌زاده طاری

■ **کلیدواژه‌ها:** آموزش ریاضی، حل مسئله

**۱.** روی محور اعداد، کسرهای $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۱}{۳}$ را مشخص کرده‌ایم. قسمتی از این محور را در شکل زیر می‌بینید. حالا شما روی همین شکل، جای کسر $\frac{۱}{۴}$ را مشخص کنید.

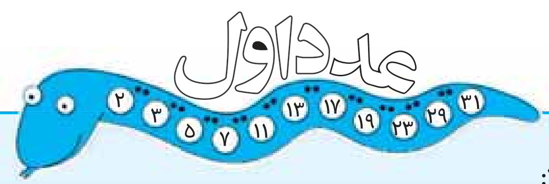

**۲.** ۲۰تا مکعب داریم، با شماره‌های ۱ تا ۱۰. این مکعب‌ها به ترتیب شماره‌شان، در یک ردیف چیده شده‌اند:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |

می‌خواهیم ترتیب این مکعب‌ها را عوض کنیم، اما برای این کار باید این قانون را رعایت کنیم:

**قانون:** هر بار جای فقط دوتا از مکعب‌ها را با هم عوض می‌کنیم.
مثــلاً اجــازه داریم یک بار جــای ۴ و ۵ را با هم عوض کنیم، بار دیگر مثلاً جای ۷ و ۸ را با هم عوض کنیم، و دفعهٔ بعد جای ۴ و ۸ را با هم عوض کنیم و به همین ترتیب ادامه دهیم. حالا شما با قانونی که گفته شد، ردیف بالا را به ردیف زیر تبدیل کنید.

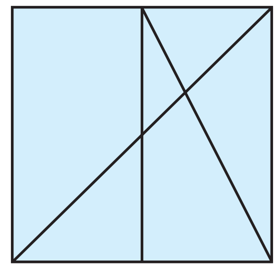
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۸ | ۲ | ۳ | ۵ | ۱۰ | ۱ | ۶ | ۷ | ۹ | ۴ |



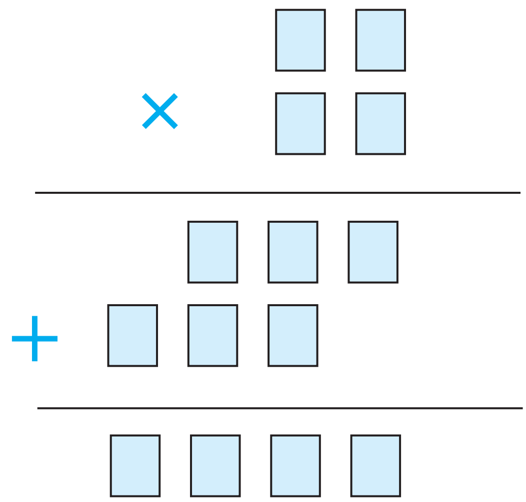

**اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰۰:**

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۱، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۳، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۳۹، ۱۴۹، ۱۵۱، ۱۵۷، ۱۶۳، ۱۶۷، ۱۷۳، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۹۱، ۱۹۳، ۱۹۷، ۱۹۹، ۲۱۱، ۲۲۳، ۲۲۷، ۲۲۹، ۲۳۳، ۲۳۹، ۲۴۱، ۲۵۱، ۲۵۷، ۲۶۳، ۲۶۹، ۲۷۱، ۲۷۷، ۲۸۱، ۲۸۳، ۲۹۳، ۳۰۷، ۳۱۱، ۳۱۳، ۳۱۷، ۳۳۱، ۳۳۷، ۳۴۷، ۳۴۹، ۳۵۳، ۳۵۹، ۳۶۷، ۳۷۳، ۳۷۹، ۳۸۳، ۳۸۹، ۳۹۷، ۴۰۱، ۴۰۹، ۴۱۹، ۴۲۱، ۴۳۱، ۴۳۳، ۴۳۹، ۴۴۳، ۴۴۹، ۴۵۷، ۴۶۱، ۴۶۳، ۴۶۷، ۴۷۹، ۴۸۷، ۴۹۱، ۴۹۹، ۵۰۳، ۵۰۹، ۵۲۱، ۵۲۳، ۵۴۱، ۵۴۷، ۵۵۷، ۵۶۳، ۵۶۹، ۵۷۱، ۵۷۷، ۵۸۷، ۵۹۳، ۵۹۹، ۶۰۱، ۶۰۷، ۶۱۳، ۶۱۷، ۶۱۹، ۶۳۱، ۶۴۱، ۶۴۳، ۶۴۷، ۶۵۳، ۶۵۹، ۶۶۱، ۶۷۳، ۶۷۷، ۶۸۳، ۶۹۱، ۷۰۱، ۷۰۹، ۷۱۹، ۷۲۷، ۷۳۳، ۷۳۹، ۷۴۳، ۷۵۱، ۷۵۷، ۷۶۱، ۷۶۹، ۷۷۳، ۷۸۷، ۷۹۷، ۸۰۹، ۸۱۱، ۸۲۱، ۸۲۳، ۸۲۷، ۸۲۹، ۸۳۹، ۸۵۳، ۸۵۷، ۸۵۹، ۸۶۳، ۸۷۷، ۸۸۱، ۸۸۳، ۸۸۷، ۹۰۷، ۹۱۱، ۹۱۹، ۹۲۹، ۹۳۷، ۹۴۱، ۹۴۷، ۹۵۳، ۹۶۷، ۹۷۱، ۹۷۷، ۹۸۳، ۹۹۱، ۹۹۷

**۳.** در شکل زیر چند مثلث می‌بینید؟



**۴.** شکل زیر، عملیات ضرب دو عدد دو رقمی را نشان می‌دهد. در هر کدام از مربع‌ها یک عدد اول یک رقمی قرار دهید، به طوری که عملیات ضرب دو عدد، درست باشد.




جواب
**محاسبه، چه ساده**
از صفحه ۱۷

(۱) ۴۷۰
(۲) ۷/۸۳۵
(۳) ۳/۵۰۱
(۴) ۱۳۰/۲
(۵) ۱۲/۹۲۴
(۶) ۱۱/۱۴۴
(۷) ۳۶/۲
(۸) ۱۲/۴۴
(۹) ۰/۹۶۸

## اقتصاد و فرهنگ با عزم ملی و مدیریت جهادی

## برگ اشتراک مجله‌های رشد

**نحوهٔ اشتراک:**

**شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:**

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: **www.roshdmag.ir** و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ **نام مجلات درخواستی:**

........................................

........................................

........................................

◆ **نام و نام خانوادگی:**........................................

◆ **تاریخ تولد:**.................... ◆ **میزان تحصیلات:**....................

◆ **تلفن:**........................................

◆ **نشانی کامل پستی:**........................................

**استان:**.............. **شهرستان:**.............. **خیابان:**..............

**شمارهٔ فیش بانکی:**.................... **مبلغ پرداختی:**....................

**پلاک:**.................... **شمارهٔ پستی:**....................

........................................

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

........................

**امضا:**

- **نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱**
- **وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir**
- **اشتراک مجله: ۱۴ـ۷۷۳۳۹۷۱۳/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۶۶۵۶ـ۰۲۱**

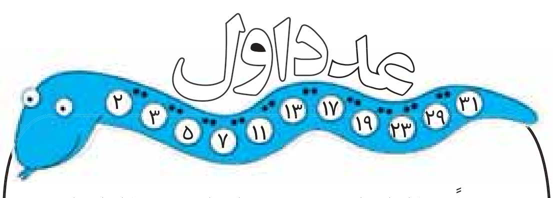
◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

# نامه‌های رسیده

از دوستان زیر نامه و ایمیل دریافت کرده‌ایم. از همگی سپاسگزاریم.

زهرا حقی، از تهران؛ رقیه شهبازی النجق، از عجب‌شیر؛ متین راقبی، از بیرجند؛ محمد اسحاقی، از مشهد؛ شقایق شریف‌پور، از شهریار؛ سپهر یاری، از تهران؛ محمد کشاورز، از شیراز؛ کیمیا عینعلی، از تهران؛ محمد راسخی کازرونی، از کازرون فارس؛ محمدرضا مصطفوی، از شیراز؛ محمدامین فخاری مقدم، از کاشان؛ مرتضی حاج‌آبادی، از بیرجند؛ علی‌رضا عظیمی‌نیا، از کاشان؛ عادل بالایی؛ زهرا شاهی؛ امیرحسین وکیلی، از تهران؛ احسان مرادی‌مطلق، از تهران؛ نرمین معماری، از بانهٔ کردستان؛ کیان کریمی خراسانی، از تهران؛ فریده کمالی محمدزاده، از تهران؛ سعیده خرقانیان و خانم قورچیان، از تهران.




دقیقاً ۴ تا از اعداد یک رقمی، اول‌اند. ۲۱ تا از اعداد دو رقمی،اول‌اند. ۱۴۳ تا از اعداد سه رقمی، اول‌اند و ....

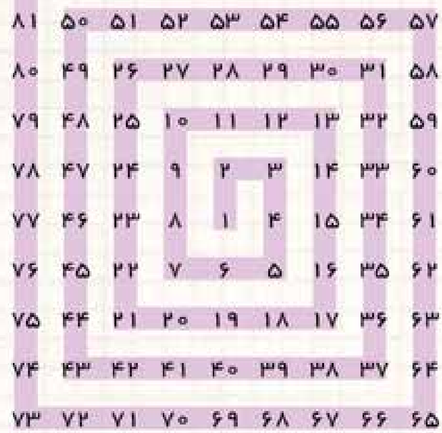
در زیر، به‌طور خلاصه تعداد اعداد اول، با توجه به تعداد رقم‌هایشان آمده است:

| | |
|---|---|
| تعداد اعداد اول ۱ رقمی | ۴ |
| تعداد اعداد اول ۲ رقمی | ۲۱ |
| تعداد اعداد اول ۳ رقمی | ۱۴۳ |
| تعداد اعداد اول ۴ رقمی | ۱۰۶۱ |
| تعداد اعداد اول ۵ رقمی | ۸۳۶۳ |
| تعداد اعداد اول ۶ رقمی | ۶۸۹۰۶ |
| تعداد اعداد اول ۷ رقمی | ۵۸۶۰۸۱ |

**لطفاً اصلاح کنید:**

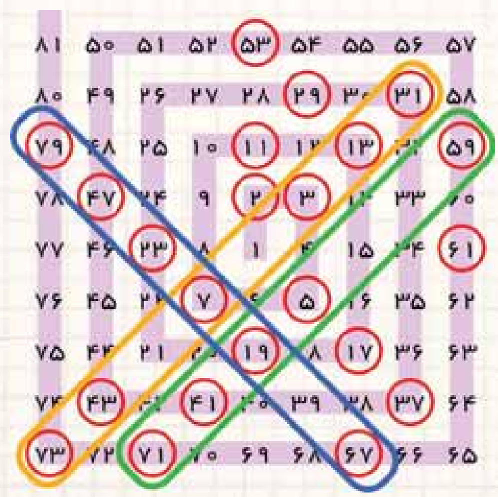
در شمارهٔ ۶۸ ( زمستان ۹۲) در ستون اول ص ۳، یک عدد ۴ در حاصل جمع‌های نوشته شده جا افتاده است.

ادامهٔ مطلب از صفحهٔ دوم جلد

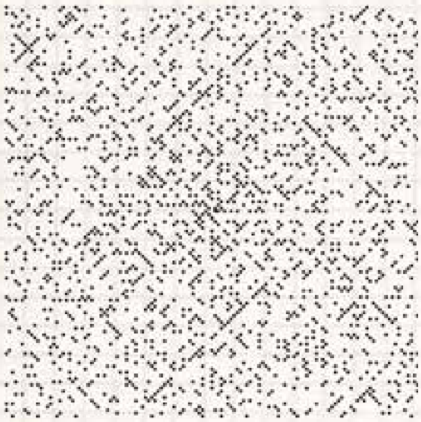



سـپس بدون این که دلیلی داشته باشد، محض سرگرمی دور عددهای اول دایره کشید: ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ... .


ناگهـان چیز عجیبی دید: تعـداد زیادی از دایره‌هـا در امتداد هم قرار داشتند! نگاه کنید:



مدتی بعد، اولام برای بررسـی بیشتر ماجرا، با استفاده از رایانه، مارپیچ را تا عددهای خیلی بیشـتری رسم کرد. سـپس عددهای اول را علامت زد. همچنان همان الگوها دیده می‌شـد! در شکل زیر، این مارپیچ تا عدد ۱۷۱۶۱ رسـم شده اسـت. البته فقط عددهای اول مشخص شده‌اند. به جای هر عدد اول، نقطه‌ای سیاه‌رنگ و به جای بقیهٔ عددها، نقطه‌ای سفید گذاشته شده است. همان الگوها هنوز هم دیده می‌شوند:



چرا از دیدن این الگوها تعجب می‌کنیم؟دلیلش این اسـت که وقتی به عددهای اول نگاه می‌کنیم، ممکن است تصور کنیم کاملاً بی‌نظم و بدون الگو هسـتند. گویـی بین عددها، بعضی به صـورت تصادفی به عدد اول تبدیل شده‌اند! اما اگر واقعاً این قدر بی‌نظم هستند، باید سؤالی از خودمان بپرسیم: الگوهایی که در شکل بالا دیده می‌شوند، چرا تشکیل شده‌اند؟!

برای این‌که به عجیب بودن الگوها بیشتر پی ببرید، به شکل زیر توجه کنید. این شکل مانند شکل بالا تولید شده است، با این تفاوت که عددها را تصادفی انتخاب کرده‌ایم. پس دیگر به دنبال عددهای اول نبودیم.

می‌بینید که شکل اول، از این شکل بسیار منظم‌تر است.پس می‌توانیم حدس بزنیم که شـاید عددهای اول برخلاف ظاهرشـان، آن قدرها هم بی‌نظم نباشند. اگر عددهای اول هم تصادفی بودند، انتظار داشتیم شکل آن‌ها تا حدود زیادی مثل همین شکل باشد.

راستی! وقتی عددها را به‌صورت مارپیچی می‌نویسیم و عددهای اول را علامت می‌زنیم، به شکلی که تشکیل می‌شود «مارپیچ اولام» یا «مارپیچ اعداد اول» گفته می‌شود.

هنوز که هنوز است، ریاضی‌دان‌ها تلاش می‌کنند تا دلیل ریاضی وجود این الگوها در مارپیچ اولام رابیشتر بفهمند.

**منبع:**

http://en.wikipedia.org/wiki/Ulam_spiral

محمد
رسول الله
۲۸صفر۱۴۳۵ / رحلت حضرت محمّد(صل الله علیه وآله وسلم)