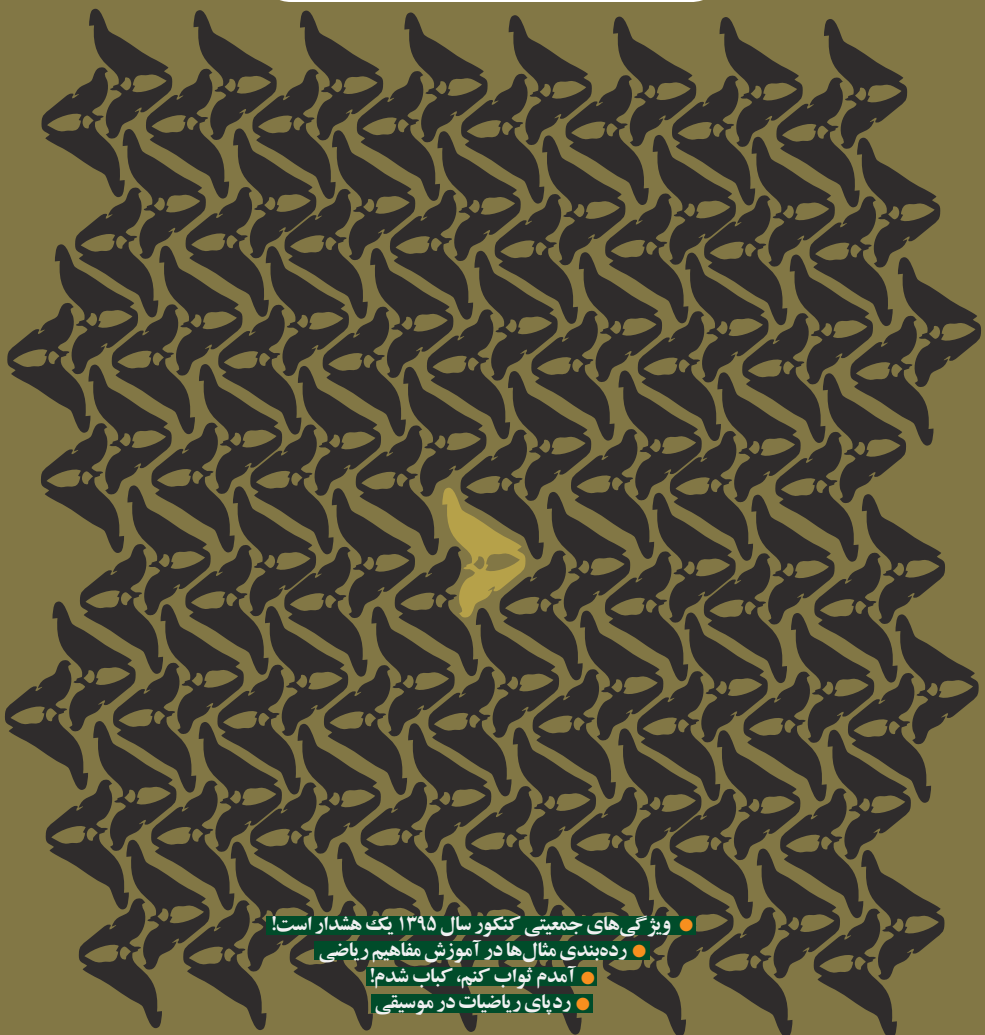
ISSN-1606-9188

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

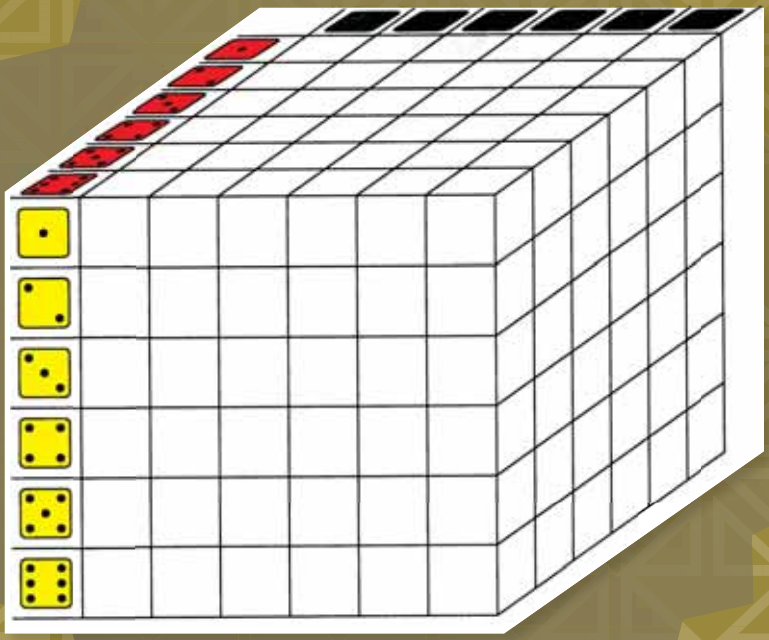
رشد آموزش ریاضی ۱۲۴

فصل نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی | برای معلمان، مدرسان و دانشجویان |
دورهٔ سی و چهارم | شمارهٔ ۱ | پاییز ۱۳۹۵ | ۶۴ صفحه | ۱۳۰۰۰ ریال | پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ |
www.roshdmag.ir



- ویژگی‌های جمعیتی کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشدار است!
- رده‌بندی مثال‌ها در آموزش مفاهیم ریاضی
- آمدم ثواب کنم، کباب شدم!
- ردپای ریاضیات در موسیقی

جدول سه‌بعدی تمام پیشامدهای ممکن ریختن سه تاس



بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۱۲۴

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری
سردبیر: زهرا گویا
مدیر داخلی: پری حاجی‌خانی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، اسمعیل بابلیان، مهدی رجبعلی‌پور، مانی رضائی، شیوا زمانی، بیژن ظهوری زنگنه، سیدحسن علم‌الهدایی، سهیلا غلام‌آزاد و محمدرضا فدائی
طراح گرافیک: مهدی کریم‌خانی

فصل نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی
برای معلمان، مدرسان و دانشجویان
دورهٔ سی و چهارم | شمارهٔ ۱ | پاییز ۱۳۹۵

سخن سردبیر: ویژگی‌های جمعیتی کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشدار است!	۲	زهرا گویا
رده‌بندی مثال‌ها در آموزش مفاهیم ریاضی	۴	احمد واشقانی فراهانی
مروری بر خلاقیت با تأکید بر ریاضی	۱۱	نرگس یافتیان
نقش کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه در کنکور سراسری	۱۷	افشین خاصّه‌خان، شادی دوست‌طلب دیلمقانی
سه مفهوم کلیدی ریاضی دورهٔ ابتدایی	۲۳	محمدحسام‌قاسمی
«میرزای جلیل» آموزش ریاضی ایران سفر کرد!	۳۲	جواد حاجی‌بابایی
آمدم ثواب کنم، کباب شدم!	۴۶	محمدامین پایندان
ردپای ریاضیات در موسیقی	۴۸	جمشید سعیدیان، مهسا شبرنگ مریدانی
کاغذ و تا؛ هنری برای معلم	۵۵	زهرا افشارپور
هزاران سؤال شبیه آن سؤال!	۵۸	فاطمه فرجیان‌پور
گزارش: منتخبان دریافت جوایز فیلیکس کلاین و هانس فرودنتال در سال ۲۰۱۵	۵۹	افسانه مرادعلیزاده
نامه‌های رسیده	۶۳	

نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۵۵ ● تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۴) ● نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ ● وبگاه: www.roshdmag.ir
پیام‌نگار: riyazi@roshdmag.ir ● پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ ● roshdmag: ● تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ ● کد مدیرمسئول: ۱۰۲ ● کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد امور مشترکین: ۱۱۴ ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱ ● تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۷۳۳۶۶۵۵ ● چاپ: شرکت افست (سهامی عام) ● شمارگان: ۶۲۰۰

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به‌ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

● مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. ● شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
● نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود. ● برای ترجمهٔ مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمهٔ یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمهٔ ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستندهٔ مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمهٔ مقاله را به مترجم دیگری بدهد. ● در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود. ● پی‌نوشت‌ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد. ● چکیده‌ای از اثر و مقالهٔ ارسال‌شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
● در مقاله‌های تحقیقی یا توصیفی، واژه‌های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود. همچنین: ● مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است. ● مطالب مندرج در مجله، الزاما مبین نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. ● مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

ویژگی های جمعیتی

کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشدار است!

زهرا گویا

تعلیم‌وتربیت یا آموزش عمومی، یک مفهوم امروزی و مدرن اســت که با تشــخیص ضروری بودن «سواد» برای همه، نهادهای متولــی آموزش طی دو قرن اخیر و با اندکی تقدم و تأخر، در نقاط مختلف جهان تأسیس شده‌اند. ماهیت آموزش عمومی، یعنی آموزشی که جزو حقوق شهروندی است، میراث ماندگار مدرنیته و عصر روشنگری اســت. البته جدال پسامدرن، بر سر تعبیر و تفسیر آموزشگران و سیاست‌گزاران آموزشی از «ماهیت آموزش» اســت، وگرنه درباره وجود و ضرورت آموزش همگانی، بین طرفداران مدرنیته و پسامدرن، مناقشه‌ای نیســت. با این مقدمه، می‌خواهم به موضوعی بپردازم که برای نظام آموزشــی ایران، اهمیت ویــژه‌ای دارد و آن، «کنکور» اســت که به‌عنوان پلی دیده می‌شود که آموزش عمومی را به آموزش عالی، متصل می‌کند. علت تمرکز این نوشته بر این مسئله مهم آموزشی در ایران، تغییرات شــدید جمعیت دانش‌آموزی است که با خود، مسائل تازه‌ای به‌وجود آورده که نیازمند چاره‌اندیشی‌های متفاوت و مبتنی بر یافته‌های پژوهشی حوزه‌های مختلف معارف بشری و به‌خصوص، مطالعات آینده‌پژوهی است.

ریاضی و علوم دقیقه، قانون‌مند هستند. برای مثال، تا زمانی‌که در فضای اقلیدســی قرار داریم، نمی‌توانیم منتظر رســیدن یا برخورد دو خط موازی با هم باشیم! نمی‌شود که نمی‌شود! یا صرف‌نظر از اینکه اندازه طول ضلع‌های هــر مثلث قائم‌الزاویه چقدر باشــد، تا زمانی که در فضای اقلیدســی اســتدلال می‌کنیم، همیشه و همیشه، «مربع وتر، مساوی مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر اســت». این در حالی است که در هنر و فلسفه و بســیاری حوزه‌های دیگر، می‌توان از زاویه انتزاعِ صرف به یک موضوع نگریســت و ایــده‌ای را در ذهن پرورش داد، بدون آنکه قاعده‌ای بر آن مترتب باشد. مثلاً در هنر آبستره (هنر انتزاعی)، می‌توان فیلی را بر گُردهٔ مورچه‌ای نهاد! سیمرغی را نگهبان کودکی کرد! موجود افسانه‌ایِ شتر ـ گاو ـ پلنگ را در تخیل خود خلق کرد و همه قواره‌ها و تناســب‌ها را بر هم زد. این در حالی است که بسیاری از حوزه‌ها از جمله تعلیم‌وتربیت (آموزش) و پزشکی، در واقعیت رشد می‌کنند و پرورش می‌یابند. در این حوزه‌ها، نظریه و عمل به شــدت درهم تنیده‌اند و دائم، در حال بازسازی یکدیگرند. قانون‌مندی‌های این حوزه‌ها، نه به قطعیت علوم دقیقه و نه بــه بی‌پروایی و بی‌مرزی هنر و ادبیات و فلســفه و نظایر آن است. در حوزه‌هایی که نظریه و عمل، تحت‌تأثیر حقایق و شــرایط جدید و در تعامل مستمر با هم، بازسازی می‌شوند، طرح نظریه‌های عمل‌گرایی[1] و دوباره‌سازی[2] و نظایر آن، موضوعیت دارد. زیرا شــرایط در حال تغییرند و بــا هر وضعیت تازه‌ای، نیازهای قبلی با نیازهای جدید، جایگزین می‌شوند. در حقیقــت در این حوزه‌ها، در حالی‌که توجه به «الان» و واقعیت‌های آن، یک مسئله مهم است، اما گرفتار شدن در چنبرهٔ آن و عدم توانایی پیش‌بینی آینده، خطرناک است و بسیاری از سرمایه‌گذاری‌ها را تلف می‌کند. بدین ســبب است که در چند دهه اخیر، بحث‌هایی از جنس «آینده‌پژوهی»، بســیار جدی شده است و خوشبختانه علوم ریاضــی، ابزارهای دقیق و نظریه‌های قابل اتکایی تولید کرده تا بتوان به کمک آن‌ها، مختصات جامعه را در آینده و با ضریب اطمینان بالایی، پیش‌بینی کرد.

یکی از مباحثی که در ایران، باعث تصمیم‌گیری‌های مقطعی و موضعی در آموزش و پزشــکی شــد، رشــد بی‌ســابقه جمعیت در دهه‌هــای ۶۰ و ۷۰ بود؛ اتفاقی که می‌شد با استفاده از تحلیل‌های تاریخی، وقوع آن را پیش‌بینی نمود و به جای تصمیم‌گیری‌های دراز مدت، برای بسیاری از مسائل آموزش‌وپرورش، به راه‌حل‌های موقتی و ضربتی بســنده نمود تا بحران کمیت، برطرف شود که در این کار، موفقیت‌های قابل ثبت در تاریخ به دســت آوردیم. برای مثال، همزمان با افزایش جمعیت دانش‌آموزی، پوشــش آموزش نیز به‌طور چشمگیری گسترده‌تر شــد و به‌خصوص در آموزش ابتدایی، ایران یکی از درخشان‌ترین کارنامه‌ها را در بین کشورهای در

حال توسعه، از آنِ خود کرد، یا اینکه از نظر رفع نیاز به پزشکان بومی، کاری ماندگار انجام شد. با این وجود، راه‌حل‌های زودبازده و ضربتی، در حال تبدیل شدن به «فرهنگ» بود و از آن، تا حدود زیادی غافل شدیم که به این مهم، تنها از بُعد جمعیتی، اشاره کوتاهی می‌کنم.

نقطه اوج افزایش جمعیت دانش‌آموزی در ایران، سال ۱۳۷۹ بود که تعداد آنان از مرز ۱۹ میلیون گذشت و تعداد داوطلبان ورود به دانشگاه که در آن سال در کنکور شرکت کردند، نزدیک به دو میلیون شد. در این شرایط، به موضعی و مقطعی بودن این پدیده، کمتر توجه شد و زیرساخت‌های آموزشی، یکی پس از دیگری، توسعه کمّی یافت تا پاسخ‌گوی نیازهای این جمعیت شود و در تصمیم‌گیری‌ها، از روش‌های آینده‌پژوهی کمتر استفاده شد و آنچه که در کوتاه‌مدت رخ داده بود، مبنای تصمیم‌گیری‌های کلان آینده قرار گرفت. برای نمونه، تعداد مدارس غیردولتی بیشتر و بیشتر شد و رقابت برای ورود به مدارسی که گذشتنِ آبرومندانه از سد کنکور را نوید می‌دادند، بالا گرفت. همچنین، ابهت کنکور آن‌چنان زیاد شد که مؤسسات کنکور یکی پس از دیگری، تأسیس شدند و به دنبال آن، محصولات و ملزومات کنکور نیز، روانه بازار شده و کنکور به خودی خود، تبدیل به یک «نشان[3]» شد و با خود، فرهنگ جدیدی به وجود آورد! در این وانفسا، بازار کنکور مدام بر طبل خود کوبید، مدارس به خانواده‌ها و دانش‌آموزان فشار آوردند، ناشران به تولیدات خود افزودند و افزودند، رسانه‌ها و تابلوهای تبلیغاتی، همه مردم ایران را با «نشان» کنکور مأنوس کردند و در دل همه، بیم و امید انداختند و شد آنچه که نباید می‌شد!

جامعه مطالبات خود را از آموزش‌وپرورش بیشتر کرد. معلمان زحمت‌کش و کم‌توقع، در تمام ساعت‌های رسمی کوشیدند تا سرفصل‌ها را بپوشانند، کتاب‌های درسی را تمام کنند، و از چیزی کم نگذارند و در همان حال، نسل تازه‌ای از معلمان و دانشجویان، به‌عنوان متخصصان «آموزش تست و نکته» برای کنکور، به خدمت مدارس ویژه درآمدند. در این بین، دردناک‌ترین حالت، در مدارس دخترانه اتفاق افتاد که در بسیاری از آن‌ها، زحمات شبانه‌روزی معلمان زن، با ارائه خدمات کنکور توسط معلمان مرد، نادیده گرفته شد! خلاصه، بازار کنکور از طریق رسانه‌های در اختیار، نیاز می‌آفرید، رعب ایجاد می‌کرد و اشتیاق پریدن از سد نفوذناپذیر کنکور، در خانواده‌ها و دانش‌آموزان فزونی می‌گرفت و پارچه‌نویسان مدارس، آماده بودند تا اسامی و عکس قبول‌شدگان خود را به همه نشان دهند! اما افسوس و صدافسوس که این هیاهو، مانع از این شد که واقعیتِ تغییرات جمعیتی، مسئله اشتغال، جهت‌گیری جدید نوجوانان نسبت به درس و سرنوشت خود، معنا و مفهوم نوین «موفقیت» و ده‌ها و ده‌ها حقیقت و واقعیت دیگر، دیده و فهمیده شود. تا اینکه به کنکور ۱۳۹۵ رسیدیم که اجازه می‌خواهم از اینجا به بعد، قصه پر غصه خود را از زبان آماری که از رسانه‌های رسمی گرفته شده، بار دیگر با برنامه‌ریزان، سیاست‌گزاران و تصمیم‌گیران آموزشی، به اشتراک بگذارم.

در کنکور سال ۱۳۹۵، تعداد ۸۶۰ هزار و ۱۰۹ نفر ثبت‌نام کردند که ۵۰۹ هزار و ۱۹ نفر زن (۵۹/۸۲) و ۳۵۱ هزار و ۹۰ نفر مرد (۴۰/۸۲) مرد هستند. توزیع رشته‌ای در این کنکور، به قرار زیر بوده است:

گروه ریاضی: ۱۶۲ هزار و ۸۷۹ نفر
گروه علوم انسانی: ۱۶۱ هزار و ۵۰۰ نفر
گروه علوم تجربی: ۵۱۹ هزار و ۴۸۸ نفر
گروه زبان‌های خارجی: ۶ هزار و ۶۶۱ نفر
گروه هنر: ۹ هزار و ۸۸۱ نفر

با نگاهی گذرا به این آمار و ارقام، چندین و چند سؤال پژوهشی جدی در ذهن‌های جست‌وجوگر آموزشگران ایجاد می‌شود که برای پاسخ به هر کدام، انجام تحقیقات دقیق، ضروری است. مثلاً، چه شد که ناگهان، داوطلبان ورود به دانشگاه‌ها در رشته ریاضی، تا این اندازه کاهش یافتند؟ چرا تمایل به ادامه تحصیل در رشته ریاضی در دوره متوسطه، ناگهان تا این اندازه کم شد؟ تبلیغات، خانواده‌ها، اشتغال، تغییرات برنامه‌ای، دیدگاه‌ها، ارزشیابی‌ها، ده‌ها مؤلفه دیگر، چه سهمی در این ماجرا داشته‌اند؟ چرا افزایش تولیدات کتاب‌های کمکی، برگزاری انواع مسابقات و آزمون‌ها، سخت‌گیری در انتخاب و نگهداری معلمان و بسیاری موارد دیگر، نسبت معکوس با میزان جذب دانش‌آموزان به رشته ریاضی داشته است؟ برای جمعیت زنانی که ۲۰ درصد بیش از مردان هستند، چه چاره‌ای اندیشیده شده است؟ با ترکیب جمعیتی رشته‌ها، چه باید کرد؟ با هجوم ورودی‌ها به رشته تجربی چه می‌توان کرد؟ و سؤال‌های بی‌شماری که در این نوشته، جای طرح ندارند.

در هر صورت، طبیعی بود که تعداد داوطلبان ورود به آموزش عالی، کاهش یابد، زیرا نرخ رشد جمعیت تغییر کرده بود. فواره با هر حدت و شدتی که بالا رود، بالاخره برمی‌گردد و جامعه ما هم از این قاعده، مستثنی نبوده و نیست. نگرانی اصلی این است که باز هم برای عبور از موانع، به راه‌حل‌های ضربتی و مقطعی بسنده کنیم، تا بحرانی دیگر و راه‌حلی دیگر، که چنین مباد!

پی‌نوشت‌ها

1. Pragmatism
2. reconstructionist
3. Brand

رده‌بندی مثال‌ها در آموزش مفاهیم ریاضی

احمد واشقانی فراهانی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهر اراک

چکیده

توجه ویژه به مثال‌ها، در افزایش توانمندی یادگیرندگان و توسعه مهارت حرفه‌ای معلمان ریاضی، مفید و مهم است. کاربرد وسیع مثال‌ها از زمان‌های دور، در متون ریاضی ثبت شده است و نشان‌دهنده اهمیت و اقبال عمومی، نسبت به درک مفاهیم از طریق مثال‌های آشناست تا از این طریق، تجرید ریاضی ملموس شود. تعریف‌ها کلی و انتزاعی‌اند و به‌عنوان مرجع استفاده می‌شوند، در صورتی‌که معناها عموماً به کمک مثال‌ها، شکل می‌گیرند. معناهای عمیق، از طریق ورزیدگی با مثال‌های آشنا بیرون می‌آیند و یادگیرندگان، از طریق مثال‌های ملموس، استنباط و تعمیم، مفاهیم را بازسازی می‌کنند. مثال‌ها می‌توانند مانند ابزار تبادل فرهنگی بین یادگیرندگان و مفاهیم، یا نظریه‌ها و تکنیک‌های ریاضی باشند. مثال‌ها ابزار مهمی برای ایجاد ارتباط با ایده‌های انتزاعی ریاضی و ارتباط‌ها و تبادلات ریاضی یک فرد با خود و دیگران است. با توجه به اهمیتی که مثال‌ها در جریان یاددهی- یادگیری ریاضی دارند، در این مقاله، چند طبقه‌بندی از مثال‌های ریاضی، ارائه می‌شوند.

کلیدواژه‌ها: مثال آموزشی، تولید مثال، رده‌بندی مثال

مثال آموزشی[1]

از «مثال آموزشی»، به‌عنوان نمونه، شاهد، تصویر، مورد یا مؤلفه‌ای از یک ایده، فرایند یا رده‌ای[2] از مفاهیم استفاده می‌شود (زازکیس و لیکین، ۲۰۰۸). مثال‌ها در واقع، بیان ویژگی‌های کلیدیِ تعریف‌ها و توضیح‌های آموزشی هستند که در شکل‌گیری حل یک مسئله، دخالت دارند. به تعبیر زاسلاوسکی(۲۰۰۸)، هر مثالی که معلم در فرایند آموزش و در یک زمینه، از مفهومی خاص ارائه می‌دهد، یک مثال آموزشی است. البته مثال آموزشی در حوزه ریاضی، می‌تواند مثالی از زمینه‌های سایر علوم و خارج از حوزه ریاضی مانند فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی و ادبیات و غیره باشد که حاوی نکات مفهومی و مؤثر در تدریس ریاضی‌اند. مثلاً عبارت «اگر باران به کوهستان نبارد، به سالی دجله

گردد خشـــک رودی»، یک بیت شـــعر از حوزه ادبیات اســـت، ولی می‌توان به وســـیله آن، ترکیب شرطی در ریاضی را به یادگیرنده، معرفی کرد. طبق نظر محققان آمـــوزش ریاضی، مثال‌های آموزشـــیِ ریاضی را از نظر فراینـــد تولید، ماهیت و نوع کاربردشـــان، می‌توان در طبقه‌بندی‌های مختلف قـــرار داد که در این بخش، به بعضی از آنها می‌پردازیم.

۱. رده‌بندی مثال‌ها با توجه به فرایند یا نحوه تولید آن‌ها

دالبرگ و هاســـمن (۱۹۹۷، نقل شده در کثیری، ۱۳۸۸) از منظر نحوه تولید، مثال‌ها را در چهار رده زیر، دسته‌بندی کرده‌اند:

● **مثال‌هایی که از حافظه فراخوانی می‌شوند:** این‌گونه مثال‌ها، معمولاً اولین مثال‌های در دســـترس بـــوده و بدون تفکر زیاد در مورد مســـئله، و با تکیه بر محفوظات، به عنوان اولین جواب ممکن بیان می‌شوند. در ایـــن مثال‌ها، به دلیل فوریت در ارائه یا عدم تفکر و تمرکز کافی، ضریب اشـــتباه و خطا بالاست و همین، باعث می‌شود که مثال‌های نادرستِ فراوانی بین آن‌ها دیده شـــود. برای نمونه، در بیان مثال برای دو عددی که مجموعشان برابر ۱۰۰ است، ممکن است بلافاصله، فقط پاســـخ ۵۰ +۵۰ داده شود و برای تولید مثال‌های بیشتر، تولیدکننده، پاسخ‌های نادرستی ارائه دهد.

● **مثال‌هایـــی که متکی بـــر آزمون وخطا هستند:** این نوع مثال‌ها، گاهی به اتکای یک رهیافت ســـاده و آشـــنا، عرضه می‌شـــوند و یادگیرنده، تنها با اســـتفاده از روش‌های مبتدی، آن‌ها را می‌ســـازد. این گونه مثال‌ها، اعتبار زیادی ندارند و به نتیجه رسیدن یا نرسیدن آن‌ها، بیشتر شانسی است. مثلاً فرض کنید که وقتـــی از دانش‌آموز بخواهید که دو عدد مثال بزند که مجموعشان ۱۰۰ باشـــد، پاسخ‌های ۵۰+۵۰، ۹۰+۱۰ یـــا ۸۰+۲۰ را دریافت کنید. ولـــی اگر از وی بخواهید دو عددی را مثال بزند که هیچ‌کدام رقم صفر نداشـــته باشند، برایش مشکل باشد.

● **مثال‌هایی که به‌وسیله بازبینی و تغییر یا اصلاح پاسخ‌های قبلی، ارائه می‌شوند:** این مثال‌ها با همان رویکـــرد آزمون و خطا به دســـت می‌آیند، با این تفـــاوت که آزمون‌ها با یک رهیافتِ ذهنی، هدایت می‌شـــوند و مانند حالت قبل، شانســـی نیستند. این مثال‌ها در واقع، یک مرحله پیشرفته‌تر و سازمان‌یافته‌تر از حالت قبل هستند و یک قدم به پاسخ، نزدیک‌ترند و با کمی صبر و حوصله، می‌توانند به پاسخ درست منتهی شـــوند. مثلاً ممکن است اولین مثال‌ها برای دو عددی که حاصل‌ضربشان ۷۲ است، ۹×۸ یا ۱×۷۲ باشد. ولی اگر از دانش‌آموزان بخواهید تا مثال‌های بیشتری تولید کنند، ممکن است اتفاقی مشابه زیر، بیفتد:

- پاسخ نادرست ۱۱۲=۵۶×۲ ارائه شود که حاصل آن، بیشـــتر از ۷۲ اســـت. با فرصت دادن برای اصلاح مثال، تولید کننده عدد ۲ را ثابت نگاه داشته و عدد ۵۶ را به۲۶ تغییر می‌دهد (۵۲=۲۶×۲).
- در حالت (۵۲=۲۶×۲)، حاصل کمتر از ۷۲ است.
- در حالـــت ســـوم، بـــا تغییر ۲۶ بـــه ۳۶ و ثابت نگاه‌داشـــتن ۲، تولیدکنندهٔ مثال، به پاســـخ درســـت می‌رســـد. در این نمونه، انتخاب عددی با یکان ۶ برای ضـــرب در عدد ۲ در مثال اول نیز، می‌تواند ناشـــی از وجود یک «رهیافت ذهنی» باشد.

● **مثال‌هایی که بـــا روش‌های نظام‌وار تولید می‌شوند:** اســـتفاده از یک رهیافـــت منظم ذهنی در تولید مثال‌ها، نشـــانه تسلط یادگیرنده به مفهوم مورد نظر اســـت. با این رویکرد، شـــخص قادر است چندین پاسخ درست یا در بعضیِ موارد، رده‌هایی از پاسخ‌های درســـت را بیان کند. مثلاً در بیـــان مثال‌هایی فراتر از ۵۰ +۵۰ برای دو عدد که مجموعشـــان ۱۰۰ است، تولیدکننده برای ارائه مثال‌های بیشتر، از روش نظام‌وارِ افزودن به یکی از عددها و کاســـتنِ به همان مقدار از عدد دیگر اقدام کرده و مثال‌های بسیاری مانند ۴۹+۵۱ و ۴۸+۵۲ تولید می‌شوند.

۲. رده‌بندی مثال‌ها با توجه به ماهیت آن‌ها

ریسلند و میشـــنر[۳] (۱۹۷۸)، واتســـون و میسون (۲۰۰۲)، لیـــز و همـــکاران (۲۰۰۶)، الکـــوک و انگلیز(۲۰۰۸) و ریسلند (۱۹۹۴، نقل شده درگلدنبرگ و میسون، ۲۰۰۸)، چهار دسته مثال به شرح زیر ارائه دادند که دارای اهمیت زیادی هستند، ولی الزاماً از هم مجزا نیســـتند و با هم اشتراک دارند که به هر کدام به اختصار، پرداخته می‌شود.

● **مثال‌های شروع‌کننده[۴]:** این مثال‌ها در ابتدای هر بحث، برای ایجاد انگیزه و تحریک علاقه، شـــروع و ورود به مطلب، و توضیحِ چگونگی رشـــد و توسعه یک ایده، به کار می‌روند و می‌توانند زمینه مناســـبی برای ورود به تعریف‌ها و اصول و اســـتنتاج‌ها باشند. ویژگی

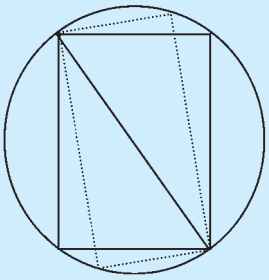
مثال‌ها می‌توانند مانند ابزار تبادل فرهنگی بین یادگیرندگان و مفاهیم، یا نظریه‌ها و تکنیک‌های ریاضی باشند. مثال‌ها ابزار مهمی برای ایجاد ارتباط با ایده‌های انتزاعیِ ریاضی و ارتباط‌ها و تبادلات ریاضیِ یک فرد با خود و دیگران است

مهم این مثال‌ها این اســت که قادرند مفاهیم اساسی را منتقــل کنند، درکشــان به آســانی و بدون کمکِ ابزارهای اضافی ممکن است و قابل تعمیم به حالت‌های کلی‌اند کــه برای نمونه، می‌توان بــه نمودار گرافیکی $y=x^2$ در تدریس ســهمی‌ها اشــاره نمــود. مثال‌های الگویابی که هدفشــان کشف یک الگو یا ارائه شواهدی برای قابل قبول بودن یک ادعاست، در رده «مثال‌های شروع‌کننده» قرار می‌گیرند.

● **مثال‌های مرجع**[5]: ایــن مثال‌ها قبلاً آموخته شــده‌اند و برای بررســی حدس‌ها یا بازبینیِ مفاهیم استفاده می‌شوند و درشکل‌دهی و توسعه درکِ و فهم، به کار می‌روند. به این مثال‌ها، به طور مکرر ارجاع داده می‌شــود، زیرا برای ایجاد ارتباط بین نتایج و مفاهیم، توانایی بالقوه و نقش اساسی دارند. برای نمونه، $y=|x|$ مثالی از یک تابع پیوسته در R است که در یک نقطه از دامنه‌اش یعنی نقطه صفر، مشتق‌پذیر نیست.

● **مثال‌هــای عــام**[6]: ایــن مثال‌هــا، کلی و انعطاف‌پذیرنــد و مانند الگو و مدل هســتند و به این دلیل، مثال‌های کلی و عام نامیده شده‌اند. این مثال‌ها می‌توانند کلیتی از مفاهیم، رویه‌ها یا اثبات‌ها را نشان دهنــد و به عنوان نماینده‌ای از یــک کلاس یا رده به حســاب آیند. فرودنتال (۱۹۸۳؛ نقل شــده در لیز و همــکاران، ۲۰۰۶)، مثال‌هایی بــا چنین قابلیت‌هایی را «پیش الگو[7]» نامیده اســت. از نظر میســون و پیم (۱۹۸۴) نیــز مثال‌های عام، بازنمایی‌های شــفافی از موضوعات کلی هستند که اجازه می‌دهند شخص، یک کلیت را از طریق یک حالت خاص، دریافت کند. برای نمونه، انتخاب حرف x برای نشــان دادن «مجهول»، اســتفاده از عبارت $2n$برای معرفی اعداد زوج، یا به کار بــردن ضابطه $y = f(x)$ برای معرفی تابع، مصداق‌هایی برای مثال‌های عام هستند.

● **مثال‌های نقض**[8]: این مثال‌ها، برای ایجاد تغییر در قضیه‌هــا، تعریف‌ها و نظریه‌ها و نیز در رد و تکذیب حدس‌ها و فرض‌های نادرست به کار می‌روند. بعضی از مثال‌های نقض مانند مجموعــه کانتور، به‌عنوان مثالِ مرجع نیز به کار می‌روند. پلد و زاسلاوســکی(۱۹۹۷)، سه نوع از مثال‌های نقض را با عنوان «مثال‌های نقض خاص»، «مثال‌های نقض نیمه عمومی» و «مثال‌های نقض عمومی یا عام[9]» مشخص نموده و برای هر کدام، نمونه‌ای معرفی کردند. مثال نقض خاص مانند عدد ۲ در رد این ادعا که «تمام اعداد اول، فرد هستند»، تنها یک مثال در این زمینه است و مثال نقض نیمه‌عمومی مانند $\sqrt{16} = \sqrt{8}\times\sqrt{2}$ در رد ایــن ادعــا که «حاصل‌ضرب دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ اســت» که با ایجاد تغییری در آن (مانند تغییر عدد ۸ به ۱۸)، می‌توان به مثال‌های بیشتری دست یافت. مثالِ نقض‌های عمومی در اغلب موارد، برای اثبات نادرستیِ یک ادعا، استفاده می‌شوند و زمینه تولید مثال‌های نقضِ بیشتری را هم فراهم می‌کنند. مثلاً این حدس که «دو مســتطیل با قطر یکسان، باید بر هم منطبق باشند» نادرست است و شکل ۱، یک مثال نقض عمومی و کلی (عام) است، زیرا بدون ارجاع به هیچ مقدار خاصی- یعنی بدون داشتن مقادیر خاص روی شکل- نادرستیِ حدس فوق را بیان می‌کند. به‌علاوه، نکته مهم این است که این مثال نشان می‌دهد بی‌نهایت مستطیلِ متفاوت و نامنطبق برهم و با قطر یکسان، وجود دارند.



شکل ۱: نشانگر بی‌نهایت مستطیل
متفاوت با قطر یکسان (لیز و دیگران، ۲۰۰۶)

علاوه بر این‌ها، واتســون و میســون (۲۰۰۲) از «مثال‌های مرزی[10]» صحبت کرده‌اندکه از طریق آن‌ها، شــرایط لازم و مورد نیاز را بــرای برقراری یک قضیه، تعیین می‌کنند و نشــان می‌دهند کــه چگونه با عدم وجود آن شــرایط، قضیه نادرست خواهد شد. حقیقت، مثال‌های مرزی برای قضاوت در مورد حدود و شرایط درستی یا نادرســتی مفاهیم به کار می‌روند. مثلاً «هر مثلث قائم‌الزاویــه»، یک «مثال مــرزی» برای قضیه فیثاغــورث در بین انواع مثلث‌هاســت. لیز و همکاران (۲۰۰۶)، معتقدند که از دیدگاهی وســیع‌تر، می‌توان مثال‌ها را در سه دســته «مثال‌های عام»، «مثال‌های نقض» و «نامثال‌ها»، قرار داد.

به اعتقــاد گلدنبرگ ومیســون (۲۰۰۸) ارتباط ظریفی بین مثال و مثال نقض وجود دارد، با این توضیح که مثالی از یک مفهوم یا نظریه، مثال نقضی از تغییری نامناســب در ارائه همان مفهوم یا قضیه است که نقش و اهمیت آن را بیــان می‌کند و می‌تواند محرکی برای

اصلاح و بازبینی در تعریف باشد. مثلاً |x|، مثالی از یک تابع پیوسته در R (مجموعه اعداد حقیقی) است که در همان حال، مثال نقضی برای این ادعاست که «هر تابع پیوسته، در همه‌جا مشتق‌پذیر است» و فرد را به بازبینی و دقت در قضیه وایراشتراس[11] با عنوان «ساختن یک تابع پیوسته که در هیچ‌جا مشتق‌پذیر نیست»، تشویق می‌کند. به طور مشابه، عدد ۰/۹ یک نامثال از عددی است که مربع آن از خودش بزرگ‌تر است، یک مثال از عددی مثبت است که مربع آن از خودش کوچک‌تر است و یک مثال نقض برای این حدس است که «مربع کردن، عدد را بزرگ‌تر می‌کند». این واقعیت که ۲- و ۲ در تقسیم بر ۳ باقیمانده متفاوت دارند، یک مثال نقض برای این حدس است که «a و a- در تقسیم بر ۳، باقیمانده یکسان دارند» و یک مثال، برای چگونگی تعمیم و توسعه تعریف باقیمانده برای اعداد منفی است.

۳. رده‌بندی مثال‌ها با توجه به کاربرد آن‌ها

بعضی از آموزشگران ریاضی، مثال‌ها را در رده‌هایی مطابق با موقعیت‌های ویژه استفاده از آن‌ها، طبقه‌بندی می‌کنند.

مفاهیم اغلب در رده‌بندی اشیای ریاضی نقش دارند و تعیین این که آیا یک شیء ریاضی به یک رده تعلق دارد یا نه، از طریق درک مفاهیم و مقایسه اشیاء با مفاهیم، صورت می‌گیرد.

رولند و زاسلاوسکی (۲۰۰۵)، بین مثال‌هایی که جهت ارائه استدلال و به‌ویژه نمونه‌هایی از تعمیم، و مثال‌هایی که برای ایجاد مهارت در به‌کارگیری رویه‌ها به کار می‌روند، تمایز قائل شده‌اند. از نظر آنان، به دلیل نقشی که مثال‌ها در درک عمیق‌تر بعضی مفاهیم دارند، می‌توان آن‌ها را به‌عنوان تسهیل‌کننده درک و جذب یک مفهوم، رده‌بندی نمود. در مواردی دیگر، استفاده از مثال‌ها مهارت- محور هستند و اغلب برای یادگیری یک رویه مثلاً مخرج مشترک‌گیری یا حل معادله و نظایر آن به کار می‌روند؛ بدین ترتیب که یادگیرندگان، آن رویه را در چندین مثال به کار می‌برند و استفاده از آن را تمرین می‌کنند و این موضوع در ابتدا به خاطر کمک به ضبط و نگهداری فرایند رویه در ذهن و سپس رشد و توسعه اثر آن بر یادگیری استفاده می‌شود.

از بیان‌گری وتال[12] (۱۹۹۴، نقل شده در لیز و همکاران، ۲۰۰۶)، از یک مثال می‌توان در دو جنبه متفاوتِ رویه و مفهوم، استفاده کرد. مثلاً در تابع $y=2x+3$، معلم ممکن است آن را به‌عنوان مفهوم یک تابع خطی ارائه دهد، ولی دانش‌آموز آن را به‌عنوان رویه‌ای برای رسم نمودار تابع‌خطی در نظر بگیرد. بنابراین از دیدگاه پداگوژیکی، می‌توانیم بین مثال‌هایی از یک مفهوم (از قبیل مثلث‌ها، اعداد صحیح و بخش‌پذیر بر ۳، چندجمله‌ای‌ها) و مثال‌هایی از کاربرد یک رویه (مانند یافتن مساحت یک مثلث، یافتن خارج‌قسمت یک عدد صحیح بخش‌پذیر بر ۳، یافتن ریشه‌های یک جمله‌ای)، تمایز قائل شویم.

مثال‌ها می‌توانند علاوه بر نوع یا ماهیت، در هدف نیز متفاوت باشند. مثلاً از نظر ماهیت، یک مثال از مفهوم عدد حقیقی، با مثالی مانند «یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک» که چگونگی انجام یک رویه را شرح می‌دهد، کاملاً متفاوت است. هم‌چنین در خصوص اهداف ارائه مثال‌ها، معلم می‌تواند چگونگی پیدا کردن مخرج مشترک را با هدف آموزشِ جمع دو کسر، تشریح کند یا این که بخواهد آن را به‌عنوان یک مبنا برای یک رویه جبری تعمیم داده و به منظور توانمندی در حل مسائل و معادلات پیشرفته‌تر، عنوان کند.

چند نوع از مثال‌های کاربردی به شرح زیر، معرفی می‌شوند.

● مثال‌های حل شده[13]

منظور از «مثال‌های حل شده»، مسائلی هستند که دارای حل گام‌به‌گام‌اند و به‌صورت مرتب و منظم، تهیه و تدوین شده‌اند و بالقوه، خودآموز و خود- تشریحی‌اند. معمولاً این‌گونه مثال‌ها، توسط آموزشگران یا تهیه‌کنندگان منابع درسی، برای یادگیرندگان طراحی می‌شوند و آنان با الگوبرداری، از آن‌ها در موقعیت‌های مشابه استفاده می‌کنند (رایس و رنکل، ۲۰۰۲). از این مثال‌ها به دلیل راه حل گام به گام و تشریح هر گام، می‌توان برای معرفی و شرح تکنیک‌های خاص به کار گرفته شده استفاده نمود و آن‌ها را به‌عنوان نمونه و الگو، به یادگیرندگان ارائه کرد (آتکینسون و همکاران، ۲۰۰۰). طی دهه‌های گذشته، استفاده از مثال‌های حل شده توسط آموزشگران ریاضی، مورد تأکید قرار گرفته و تمایل یادگیرندگان به استفاده از مثال‌های حل شده، معلوم شده است (رایس و رنکل، ۲۰۰۲). زو وسیمون (۱۹۸۷؛ نقل شده در رایس و رنکل، ۲۰۰۲) بیان می‌کنند که این نوع مثال‌ها، باید به دقت طراحی و با توالی مناسبی ارائه شوند. یک عامل بسیار مهم که تأثیرگذاری مثال‌های حل شده را افزایش می‌دهد، درک عمق و چگونگی فرایندهای موجود در مثال، توسط یادگیرندگان است. به‌ویژه، پژوهشگران دریافتند که میزان تأثیر این نوع مثال‌ها، بستگی به نحوه تشریح آن‌ها دارد؛ تشریحی که هر یادگیرنده برای خودش

به اعتقاد گلدنبرگ ومیسون (۲۰۰۸) ارتباط ظریفی بین مثال و مثال نقض وجود دارد، با این توضیح که مثالی از یک مفهوم یا نظریه، مثال نقضی از تغییری نامناسب در ارائه همان مفهوم یا قضیه است که نقش و اهمیت آن را بیان می‌کند و می‌تواند محرکی برای اصلاح و بازبینی در تعریف باشد

انجام می‌دهد و بدین سبب، چی[14] و همکاران (۱۹۸۹)، آن را «اثر خود- تشـــریحی»[15] نامیده‌اند. محققان بر این عقیده‌اند که اســـتفاده مناسب از مثال‌های حل شده، به شرط درک فرایندها و ارتباطات موجود، تأثیر به‌سزایی در آموزش روش حل مسئله و کسب مهارت‌های شناختی دارد. تحقیقات ســـولر و کوپر[16] (۱۹۸۵) نشـــان داد که آموزش حل مسئله مبتنی بر مثال‌های حل شده، بسیار بهتر و مؤثرتر از آموزش حل مســـئله به شـــیوه تکرار و تمرین[17] (مسائل تمرینی/ تکراری) است. آنان همچنین، نشان دادند که استفاده از مثال‌های حل شده در ابتدای آموزش مهارت‌های شناختی، بسیار مؤثر است.

● مثال‌های تمرینی[18]

به اعتقاد واتســـون و میسون (۲۰۰۶)، «مثال‌های تمرینـــی» بدون حل هســـتند و به‌عنـــوان تکلیف، به یادگیرنده ارائه می‌شـــوند و هدفشان، ایجاد تبحر حل مســـائل در وی اســـت. این مثال‌ها می‌توانند یادگیری فراگیران و به‌ویژه عملکرد حل مســـئله آنان را افزایش دهند، به شرطی که طراحی و ارائه آن‌ها طوری باشدکه فراگیران را تشویق به خود- تشریحی وخود- استدلالی کنند (لیـــز و همـــکاران، ۲۰۰۶). مثال‌های تمرینی می‌توانند برای امتحانِ عملکرد و ارزیابیِ درک فراگیران مورد استفاده قرار گیرند. این نوع مثال‌ها، احتمالاً باید نســـبت به مثال‌هایی که جهت بالا بـــردن قوه تعمیم طراحی می‌شوند، ساختاری مشکل‌تر داشته باشند.

● مثال‌های از پیش طراحی شـــده[19] و مثال فی‌البداهه[20] (فوری)

«مثال‌هـــای از پیـــش طراحـــی شـــده»، آن‌هایی هســـتند که معلم، قبلاً طراحی‌شـــان کـــرده و در مورد نحوه اجرایشـــان، آگاهی دارد و قصدش این اســـت که آن مثال‌ها را با تدریس خـــود تلفیق کند. بنابراین، این مثال‌ها در طراحی تدریس معلمان، متن درسی که برای دانش‌آموزانشـــان آماده می‌کنند، کتاب درســـی، منابع تدریس یا گفته‌ها و فعالیت‌های معلمان، دیده می‌شوند (زودیک و زاسلاوسکی، ۲۰۰۸). در حالی که «مثال‌های فی‌البداهه (فوری)»، از قبل طراحی نشده‌اند و در لحظه و فوری و بر حســـب نیاز، ساخته می‌شوند و انتخابشان، مســـتلزم تصمیم‌گیری در لحظه است. این نوع مثال‌ها ممکن است کاملاً جدید باشند یا آن که جرح و تعدیلی از مثال‌هـــای قبلی و مثال‌های ارائه شـــده کلاس درس باشند (زودیک و زاسلاوســـکی، ۲۰۰۸). برای شناخت ایـــن نوع مثال‌ها، می‌تـــوان از عواملی مانند بیان وگفتار از پیش طراحی نشـــده معلم، مدت زمان اختصاص داده شده به تولید مثال، درنگ و تأمل یا تردید و دودلی معلم در ارائه مثـــال و حتی ظاهر معلم، به فی‌البداهه و فوری بودن یک مثال، پی برد. یک مثال از پیش تعیین شـــده، می‌توانـــد چند مؤلفه فی‌البداهه و فوری را در درون خود داشته باشـــد که معلم موقع طراحی مثال‌های معین، از آن آگاه نباشد، ولی درتعاملات کلاسی بروز کند. عموماً مثال‌های از پیش طراحی شـــده، از منابع در دســـترس معلمان و عمدتاً از کتاب‌های درسی استخراج می‌شوند و می‌توانند برای سطح خاصی از دانش‌آموزان یا مثلاً به صورت درجه‌بندی شده (از آسان به مشکل)، ارائه شوند. در حالی که مثال‌های فی‌البداهه و فوری معلمان، اغلب در پاسخ به سؤال‌ها یا ادعاهای دانش‌آموزان، در لحظه تولید می‌شوند. مثال‌های فوری، در تعاملات تدریس و بلافاصله و معمـــولاً با اســـتفاده از فضای مثال‌های در دســـترس معلمان، تولید می‌شـــوند. این لحظه‌ها، می‌توانند برای معلمان، فرصت‌هایی برای یادگیری باشند و این یادگیری منجر به غنی شدن فضای مثال آن‌ها نیز می‌شود. از نظر زودیک و زاسلاوسکی (۲۰۰۸)، دو هدف عمده و مهم از کاربرد مثال‌های فی‌البداهه و فوری عبارتند از:

۱. پاسخ به اظهارات دانش‌آموزان از قبیل ادعاهای نادرست (معمولاً با مثال‌های نقض).

۲. تشریح بیشتر مثال‌های از پیش طراحی شده و محدودیت‌ها و شرایط آنان.

زودیک و زاسلاوســـکی (۲۰۰۸)، احتمال انتخاب پارامترهـــای مبهم و دوپهلو یا پارامترهای متضادی که مثـــال را به حالتی غیرممکن و نشـــدنی تبدیل کنند، یک خطر جدی بـــرای کارآمدی مثال‌های فی‌البداهه، دانسته‌اند.

● مثال‌های تاریخی[21]

در بیانیه مشهور ۷۵ نفر از مشهورترین ریاضی‌دانان که در سال ۱۹۶۱ درباره برنامه درسی ریاضی دبیرستان منتشر شـــد و یکی از معتبرترین سندهای تاریخی در زمینه آموزش ریاضی محسوب می‌شود، آمده است که «یکی از بزرگترین امتیازها برای دانش‌آموزان هر رشته یا موضوع، خواندن سرگذشت و تاریخچه آن است، زیرا علم همیشه هنگامی به‌طور کامل ذاتی و هضم می‌شود که از نقطه آغازین آن شـــروع شـــود» (نقل شـــده در فدایی، ۱۳۸۵). به عقیده غروی‌مهدوی (۱۳۸۹)، یکی از مهم‌ترین راه‌هایی که برای یادگیری ریاضی، علاقه و انگیزه ایجاد می‌کند، بیان ریشه‌های تاریخی آن است.

گالاگـــر[22] (۱۹۹۱، نقـــل شـــده در پاپ‌آنتونیو و اجیلاپولوس، ۲۰۰۸) اشاره می‌کند که معلمان، دانش محدودی در زمینه فرایند تولید علم دارند و در بعضی

موارد، در طراحی تدریسی که به توسعه تصور علمی دانش‌آموزان کمک کند، ناتوان هستند. بدین سبب، طرح مثال‌های تاریخی که حاوی اطلاعاتی غنی در مورد تاریخ و ماهیت علم، فرایند تکامل علمی، باورهای مردم معمولی نسبت به پدیده‌های علمی در زمان‌های گوناگون تاریخی و چگونگی تطور مفاهیم علمی، می‌تواند بسترهای تحقیقاتی و علمیِ مناسبی برای معلمان ریاضی فراهم کند. توانمند شدن معلمان در این زمینه، می‌تواند به توسعه درک مفهومی دانش‌آموزان در بسیاری از زمینه‌های ریاضی و ایجاد انگیزه در آنان، کمک زیادی کند. البته ساختن مثال‌هایی که قابل استفاده در کلاس‌های درس باشند و در ارائه دیدگاه‌های تاریخیِ ریاضی، پشتیبان تدریس معلمان باشند، یک مشکل جدی است. بعضی از این مشکلات، مربوط به ماهیت مثال‌ها یا محدودیت‌های فیزیکی و تاریخی آن‌هاست و همین، معلمان را در استفاده از مثال‌ها به دانش‌آموزان، دچار چالش جدی می‌کند.

● مثال‌های نوعی[۲۳]

منظور از «مثال نوعی»، مثالی است که به‌صورت نمونه‌ای برای یک مفهوم، در ذهن یادگیرنده وجود دارد که در اولین قدم، وی با آن نمونه، درستی یا نادرستیِ آن مفهوم را با آن، می‌سنجد. این الگوها به صورت مستقیم و بی‌واسطه (یا شهودی) درک شده و به عنوان نشانگر یا نماینده مفهوم و بدون نیاز به تأیید یا استدلال خاصی، توسط یادگیرنده پذیرفته می‌شوند (تسامیر و همکاران، ۲۰۰۸). البته، تکیه صِرف به مثال‌های نوعی، محدودکننده است و ممکن است تأثیر منفیِ ناخواسته‌ای بر درک مفهومی و توانایی‌های استدلالیِ یادگیرندگان بگذارد (فیشباین، ۱۹۹۳). مثلاً، موازی بودن ارتفاع مثلث با لبه عمودی کاغذ یا موازی بودن اضلاع مربع با لبه‌های کاغذ به عنوان الگوهای اولیه، ممکن است یادگیرنده را در تشخیص مثلث یا مربعِ دوران یافته، دچار اشتباه کنند. بنابراین، آموزشگران ریاضی مثال‌های نوعی را دارای یک نقش دوگانه می‌دانند که هم کمک‌کننده و پشتیبان و هم مانعی در شکل‌گیری مفهوم هستند. مثال‌های نوعی به‌دلیل اینکه به سادگی قابل تشخیص‌اند، می‌توانند در شکل‌گیری اولیه مفهوم، کمک‌کننده باشند (ویلسون[۲۴]، ۱۹۹۰، نقل شده در تسامیر و همکاران، ۲۰۰۸).

● مثال‌های اساسی[۲۵] و مثال‌های پیوندی[۲۶]

زازکیس و چرنوف (۲۰۰۸)، به نقش «مثال‌های اساسی» و «مثال‌های پیوندی» در شناخت اشتباهات و حل مجدد مسائل، اشاره کرده‌اند. یک مثال اساسی، نقطه شروعی در درک شناختی فراگیران یا در رویکرد حل مسئله آنان، ایجاد کند، مانند مثال‌هایی که برای معرفی و شناساندن اشتباهات دانش‌آموزان و اصلاح و بازبینی و حل مجدد مسائل، ارائه می‌شوند. در واقع، مثال‌های اساسی، یادگیرندگان را در رسیدن به یک دگرگونی و تغییرمفهومی[۲۷]، کمک می‌کنند (فرشافل و ووسنیادو[۲۸]، ۲۰۰۴ و تیروش و تسامیر، ۲۰۰۴ نقل شده در زازکیس و چرنوف، ۲۰۰۸).

وقتی یک مثال اساسی، دانش‌آموزان را در شناخت اشتباهات و مرور مجدد حل مسائل یاری می‌کند، به یک مثال اساسی- پیوندی[۲۹] تبدیل می‌شود. «مثال پیوندی» مانند پلی ارتباطی، می‌تواند فراگیران را از درک‌های ناقص یا نادرست، به سوی درک مفهومی و عمیق، هدایت کند (زازکیس و چرنوف، ۲۰۰۸). البته برای یادگیرندگان، تشخیص اساسی بودن یا پیوندی بودن یک مثال در عمل، ساده نیست. ولی محققان می‌توانند قبل از به کار بردن مثال یا بعد ازکاربست یک مثال، نحوه عملکرد مثال‌ها و نقشی را که در درک مفهوم‌ها و حل مسئله‌ها ایفا می‌کنند، به استناد یافته‌های پژوهشی، پیش‌بینی کنند. بنابراین، مثال‌های پیوندی آن‌هایی هستند که یادگیرنده را از یک درک شخصیِ ناپخته و ناقص[۳۰]، به یک درک رایج و مناسب ریاضی[۳۱]، هدایت می‌کنند که این، یک ظرفیت پداگوژیکی بالاست.

در تحقیقی در این زمینه، زازکیس (۲۰۰۴) از یادگیرندگان خواست تا کسر $\frac{۱۷*۱۳}{۲۳*۱۹}$ را ساده کنند؛ تمرینی که دارای پیچیدگی و ظرافت خاصی است، زیرا صورت و مخرج آن، حاصل‌ضربی از دو عدد اول هستند. برای محقق جالب بود بداند که آیا فراگیران، متوجه می‌شوند که این کسر ساده‌شدنی نیست؟ اکثر فراگیران، صورت و مخرج کسر را به صورت ضرب شده یعنی $\frac{۲۲۱}{۴۳۷}$ نوشتند و دوباره، سعی کردندکه صورت و مخرج را ساده کنند. آنان برای این کار، ابتدا تقسیم‌پذیری مخرج یعنی ۴۳۷ را به اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷، بررسی کردند و دریافتند که این عدد، بر هیچ‌یک از اعداد ۲ تا ۷، بخش‌پذیر نیست و به این دلیل، به اشتباه نتیجه گرفتند که ۴۳۷، عددی اول است. پس از آن، یادگیرندگان با کمک معلم، عدد ۴۳۷ را بر عدد ۱۹ تقسیم کرده و به خارج قسمت ۲۳ رسیدند و دریافتند که ۱۹×۲۳ = ۴۳۷. آن‌گاه نتیجه

تحقیقات سولر و کوپر (۱۹۸۵) نشان داد که آموزش حل مسئله مبتنی بر مثال‌های حل شده، بسیار بهتر و مؤثرتر از آموزش حل مسئله به شیوه تکرار و تمرین (مسائل تمرینی/ تکراری) است. آنان همچنین، نشان دادند که استفاده از مثال‌های حل شده در ابتدای آموزش مهارت‌های شناختی، بسیار مؤثر است

گرفتند که «مسئله، به حالت اولیه تبدیل شد». در حقیقت، عدم تشخیص این که عددی که از ضرب هر دو عدد اول یا غیراول - به غیر از ۱- حاصل شده است، دیگر اول نیست، این باور نادرست را در ذهن بسیاری از یادگیرندگان ایجاد کرد که «حاصل‌ضرب دوعدد اول هم اول است». آن‌ها با کمک معلم، فهمیدند که حاصل‌ضرب هر دو عدد به غیر از ۱- اول یا غیراول- دیگر اول نیست، زیرا که بر هر یک از آن دو عدد، بخش‌پذیر است.

برای این کار، معلم از مثال‌های عددی بیشتری مانند ۶ و ۱۵ استفاده کرد که هر کدام، یک مثال اساسی برای این فعالیت محسوب می‌شوند و به دانش‌آموزان نشان داد که ۵×۳=۱۵ که ۳ و ۵، هر دو اول هستند. هم‌چنین، ۳×۲=۶ که ۲ و ۳ نیز هر دو اول‌اند، ولی ۱۵و ۶، هیچ‌کدام اول نیستند. با این فعالیت، دانش‌آموزان دریافتند که «مجموعه اعداد اول نسبت به عمل ضرب، یک مجموعه بسته نیست» و حاصل‌ضرب دوعدد اول، یک عدد اول نیست. به کمک این مثال‌ها، دانش‌آموزان یک نقطه شروع و سرنخی به‌دست آوردند تا با این درک جدید، بدفهمی خود را اصلاح کرده و به حل مجدد مسئله، بپردازند.

البته زازکیس و لیلدال (۲۰۰۴)، بیان می‌کنند که وقتی از فراگیران خواستند که اول بودن یک عدد را بررسی کنند، اکثرشان تقسیم‌پذیری را تنها با اعداد اولِ کوچک‌تر از آن عدد یعنی ۲ و ۳ و۵ و۷ امتحان کردند زیرا باور داشتند که هر عدد مرکبی، یک مقسوم‌علیه اول کوچک‌تر از خود دارد. زازکیس(۲۰۰۴) در رویارویی با این باور نادرست و اصلاح آن، از مثال پیوندی ۷۷ استفاده کرد. انتخاب عدد ۷۷ به این دلیل بود که نه مانند ۱۵و۶ کوچک و مأنوس و نه مانند ۴۳۷ بزرگ و نامأنوس بود. این در حالی است که اگرچه ساختار اعداد ۶، ۱۵، ۷۷، ۲۲۱ و ۴۳۷، مشابه هستند و همگی، حاصل‌ضربی از دو عدد اول‌اند، ولی اعداد ۶، ۱۵ و۷۷، مثال‌های نقضی بودند که در به چالش کشیدن باور نادرستی که آنان داشتند، نقش مهمی بازی کردند. در خصوص ساده کردن اعداد در کسر $\frac{۱۷*۱۳}{۲۳*۱۹}$ این ادعا که چهارعدد اول متفاوت نمی‌توانند ساده شوند و این که هیچ عدد اولی تجزیه‌شدنی نیست و فقط به یک صورت قابل نمایش است، یک نتیجه از «قضیه اساسی حساب» است. ولی باور این حقیقت، وقتی که اعداد از ۱۰ بزرگ‌تر بودند، برای دانش آموزان ساده نبود.

مثال‌های پیوندی آن‌هایی هستند که یادگیرنده را از یک درک شخصیِ ناپخته و ناقصِ، به یک درک رایج و مناسب ریاضی، هدایت می‌کنند که این، یک ظرفیت پداگوژیکی بالاست

پی‌نوشت‌ها

1. Instructional example
2. Process or Class
3. Rissland & Michener
4. Start-up Examples
5. Reference Examples
6. Model or Generic Examples
7. Paradigms
8. Counterexamples
9. Specific, Semi-General and General Counterexamples
10. Boundary Examples
11. Weierstrass
12. Gray and Tall
13. Worked Examples
14. Chi
15. Self-Explanation Effect
16. Sweller & Cooper
17. Practice
18. Exercise Examples
19. Pre-planned Examples
20. Spontaneous Examples
21. Historical Examples
22. Gallagher
23. Prototypical Example
24. Wilson
25. Pivotal
26. Bridging
27. Conceptual Change
28. Vosniadou and Verschaffel
29. Pivotal –Bridging
30. Naïve or Incomplete Personal Conceptions
31. Mathematicaly Coventional Appropriate Conceptions

منابع

۱. کثیری، حسین. (۱۳۸۸). **نقش مثال در آموزش ریاضی**. پایان‌نامه کارشناسی ارشد منتشر نشده آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی دانشکده علوم ریاضی.

2. Zaslavski,O. & Lavi , O.. Teacher's use of instructional Examples. (2008)
3. Goldenberg, P. & Mason, J.. Shedding light on and with example Spaces. (2008)
4. Watson, A. & Shipman, S.. Using learner generated Examples to introduce new Concepts. (2008)
5. Zodik, I. & Zaslavsky, O. Characteristics of teacher's choice of examples in and for the Mathematics classroom .(2008)
6. Zazkis, R. Lelcin, R. Examplifying definitions: a case of a square. (2008)
7. Rowland, T. The purpose,design and use to examples in the teachery elementary mathermatics. (2008)
8. Liz. Bills. Dreyfus, T. Mason, J. Tsamir, P. Watson, A Zaslavsky, O.Examplification in mathematics Edueation . (2006)
9. Alcock, L. Matthew, I. Doctoral student use of examples in evaduation and provting contiecture. (2008)

مروری بر خلاقیت
با تأکید بر ریاضی

نرگس یافتیان
استادیار آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی

چکیده

مرور پژوهش‌های انجام شـــده در رابطه با خلاقیت و تفکر واگرا در آموزش ریاضی، در دنیا می‌تواند راه را برای انجام پژوهش‌های بنیادی‌تری در کشور، هموارتر کند. هدف مقاله حاضر که به‌صورت مروری و به روش کتابخانه‌ای و متکی بر نتایج تحقیقی معاصر انجام شده است، معرفی تعریف‌ها و ویژگی‌های خلاقیت، با تأکید بر ریاضی است. همچنین در این مقاله، عوامل مؤثر بر خلاقیت به منظور تقویت مبانی نظری خلاقیت ریاضی، تدوین شده است.

کلیدواژه‌ها: خلاقیتِ ریاضی، آموزش ریاضی، تفکر واگرا

مقدمه

در دنیای پرشتاب امروزی، پیشـــرفت روزافزون بشر در علوم و فن‌آوری، بر کســـی پوشـــیده نیست. در مسیر این ترقی، بشـــر با چالش‌ها و مسائل جدیدی روبه‌روست. حل مســـئله و طرح مســـئله[1] به نحو چشـــمگیری جزء جدانشـــدنی این پیشرفت محسوب می‌شود. مسائلی که با این پیشـــرفت‌ها پیش‌روی بشـــر قرار می‌گیرند، با مسائل دوره‌های قبلی متفاوت اســـت. تمرکز دنیای امروز؛ تنها بر حل کردن این مسائل نیست، بلکه بشر برای ادامه پیشرفت جامعه و رســـیدن به دســـتاوردهای بهتر، نیاز دارد که در فرایند حل این مسائل، از شیوه‌های خلاقانه کمک گرفته و بهترین و مناســـب‌ترین راه‌حل‌ها را پیدا کند یا انتخاب نمایـــد. توجه به این واقعیت، هشـــداری بـــرای نظام‌های آموزش‌وپرورش اســـت وآن‌ها را موظف می‌نماید تا با اتکا بـــر یافته‌های علمی، به تبیین دقیق‌تری از فرایند یاددهی ـ یادگیری دست یابند. ایجاد این تغییرات سازنده در نظام آموزشـــی و فراهم کردن محیطی پویا، یادگیرندگان را با وضعیت‌ها و مسائل چالش‌برانگیز مواجه کنند تا در حین دســـت‌وپنجه نرم کردن با این مســـائل، و تلاش برای حل آن‌ها زمینه را برای پرورش خلاقیت در دانش‌آموزان، مهیا نمایند.

ریاضی حوزه‌ای اســـت که در رأس حوزه‌های عقلانی قرار دارد (ســـیلور[2]، ۱۹۹۷)، خلاقیـــت باید در طراحی و برنامه‌ریزی فعالیت‌های آموزشـــی این حوزه در نظر گرفته شـــود. ســـریرامن[3] و همکاران (۲۰۱۳)، وسل[4] (۲۰۱۴) و

شارما[5] (۲۰۱۴) نیز بیان می‌کنند که خلاقیت در ریاضی، باید یکی از مؤلفه‌های اصلی آموزش ریاضی در نظر گرفته شود. پس برای برنامه‌ریزی بهتر جهت تقویت این توانایی در آموزش ریاضی، نیاز است تا ساختار خلاقیت و خلاقیت در ریاضی و ویژگی‌های آن‌ها، شناسایی شوند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز، بسیاری از ابعاد و وجوه خلاقیت ریاضی در محیط‌های آموزشی برای صاحب‌نظران ناشناخته است بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد در زمینه خلاقیت ریاضی، ضروری به‌نظر می‌رسد. همچنین باتوجه به این که پژوهش‌های مرتبط با خلاقیت با تأکید بر ریاضی در ایران کمتر انجام گرفته است، مرور پژوهش‌های انجام شده در دنیا می‌تواند راه را برای انجام پژوهش‌هایی در کشور، هموارتر کند. هدف این مقاله که به روش کتابخانه‌ای است، معرفی تعریف‌ها و ویژگی‌های خلاقیت با تأکید بر ریاضی و نقش عوامل مؤثر بر آن است.

خلاقیت در ریاضی

عده‌ای از ریاضی‌دان‌ها (اروینک[6]، ۱۹۹۱؛ آدامار[7]، ۱۹۴۵؛ پوآنکاره[8]، ۱۹۵۶، ۱۹۴۸؛ بُدِن[9]، ۲۰۰۴)، خلاقیت در ریاضی را ناشی از ترکیب ایده‌ها می‌دانند و ترکیب کردن ایده‌های شناخته شده را به شیوه‌های جدید، یک کار خلاقانه در نظر می‌گیرند. اروینک (۱۹۹۱) بیان می‌کند که خلاقیت ریاضی، نقش حیاتی در تفکر ریاضی پیشرفته دارد و باعث حدسیه‌سازی و خلق نظریه‌های ریاضی می‌گردد. او شکل‌گیری تعریف یک مفهوم جدید و ارزشمند ریاضی را با استفاده از مفاهیم قبلی، مثالی از فعالیت خلاقانه در ریاضی می‌داند. وی معتقد است نیروی محرکه خلاقیت ریاضی، از تعامل عناصر مختلفی از جمله درک[10]، شهود[11]، بصیرت[12] و توانایی تعمیم دادن[13] تشکیل شده است.

اگر چه برخی از افراد، خلاقیت ریاضی را حوزه خاص ریاضی‌دانان حرفه‌ای می‌دانند، اما خلاقیت در ریاضی، تنها مرتبط با کار اصیل و بکر ریاضِی‌دانان نیست، بلکه شامل کشف بعضی موارد توسط شخصی که این کشف برای او جدید است اما از قبل با آن آشنا نبوده نیز، می‌شود بعضی از محققان (از جمله سریرامن ۲۰۰۹؛ *لی‌لی‌دا*[14] و سریرامن، ۲۰۰۶؛ شیریکی[15]، ۲۰۱۰)، بین تعریف خلاقیت ریاضی در سطح حرفه‌ای و سطوح آموزشی، تمایز قائل می‌شوند. بسیاری از محققان بر این باورند که در سطوح آموزشی، خلاقیت ریاضی عموماً مرتبط با حل مسئله یا طرح مسئله است (چمبرلین و مون[16]، ۲۰۰۵؛ سیلور، ۱۹۹۷؛ سریرامن، ۲۰۰۹؛ *لی‌لی‌دا* و سریرامن، ۲۰۰۶؛ الوود[17] و همکاران، ۲۰۰۹؛ پُسامنتی‌یر[18] و همکاران، ۲۰۱۰؛ هایلاک، ۱۹۸۷؛ کیم[19]، ۲۰۰۹؛ یان[20] و سریرامن، ۲۰۱۲؛ کنترویچ و همکاران، ۲۰۱۱؛ لیکین و لو، ۲۰۱۳؛ سریرامن و همکاران، ۲۰۱۳، لانگ[21]، ۱۹۹۷). برای مثال، کُنترویچ و همکاران (۲۰۱۱)، طرح مسئله را ابزار قدرتمندی برای ارزیابی خلاقیت ریاضی نیز می‌دانند، اما معتقدند هر مسئله‌ای که افراد طرح می‌کنند، به‌عنوان نمودی از خلاقیت آن‌ها محسوب نمی‌شود. آن‌ها در تحقیق خود در مورد دانش‌آموزان دبیرستانی، از آن‌ها خواستند تا مسائل متعددی را طرح کنند. سپس به ارزیابی کمی مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و بِکر بودن در زمینه طرح مسئله پرداختند در تحقیق آن‌ها، سیالی را به تعداد مسائل طرح شده مناسب، بِکر بودن را به مسائلی که توسط تعداد بسیار معدودی از آن‌ها طرح شده و انعطاف‌پذیری را به انواع مسائل طرح شده و استراتژی‌های طرح مسئله، نسبت دادند و به این نتیجه رسیدند که اهمیت این مؤلفه‌های سه‌گانه، در زمینه طرح مسئله و ارزیابی خلاقیت ریاضی، مهم بوده است، ولی به تنهایی، ماهیت خلاقیت را در افراد نشان نمی‌دهد. برای این منظور، آن‌ها تنها به نتایج نهایی بسنده نکردند بلکه فرایند طرح مسئله، افراد را نیز تحلیل کردند و به این نتیجه رسیدند که علاوه بر این مؤلفه‌ها، شایستگی‌های[22] افراد نیز می‌تواند عامل مکملی برای خلاقیت آنان محسوب شود.

پارکر و بگناد[23] (۲۰۰۴) معتقدند که افراد در فرآیند حل مسئله، دائم و به تناوب، نیازمند به کارگیری تفکر واگرا و همگرای خود هستند. هم‌چنین، آن‌ها با تأکید بر اهمیت تفکر منطقی، معتقدند که تفکر منطقی و تفکر خلاق در این فرایند، کامل‌کننده یکدیگرند و ایده‌های جدید، از تعامل بین این دو نوع تفکر، شکل می‌گیرند. برخی از محققان (از جمله کیماز[24] و همکاران، ۲۰۱۲؛ لیکین و لِو، ۲۰۰۷، ۲۰۱۳؛ بهار و میکر[25]، ۲۰۱۱ والیا[26]، ۲۰۱۲؛ لیکین ۲۰۰۹؛ کاون[27] و همکاران، ۲۰۰۶؛ کُنترویچ و همکاران، ۲۰۱۱) با مطالعه بر روی مؤلفه‌های تفکر واگرا ـ سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن و بسط ـ سعی در توصیف و تحلیل رفتارهای خلاقانه ریاضی افراد دارند.

هدف اصلی در مطالعه کیماز و همکاران (۲۰۱۲)، تعیین ویژگی‌های مهارت تفکر خلاق در دانشجو ـ معلمان ریاضی دوره متوسطه در حین فرایند حل مسائل ریاضی براساس عوامل سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن بود. آن‌ها معتقدند که مدارس، فرصت کسب تجربه‌های کافی مرتبط با خلاقیت ریاضی را در اختیار افراد قرار نمی‌دهند. در حالی که ایجاد مهارت‌های تفکر خلاق دانشجو ـ معلمان ریاضی که قرار است عهده‌دار مسئولیت تدریس ریاضی باشند، از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق، از دانشجو ـ

پارکر و بگناد (۲۰۰۴) معتقدند که افراد در فرآیند حل مسئله، دائم و به تناوب، نیازمند به کارگیری تفکر واگرا و همگرای خود هستند. هم‌چنین، آن‌ها با تأکید بر اهمیت تفکر منطقی، معتقدند که تفکر منطقی و تفکر خلاق در این فرایند، کامل‌کننده یکدیگرند و ایده‌های جدید، از تعامل بین این دو نوع تفکر، شکل می‌گیرند

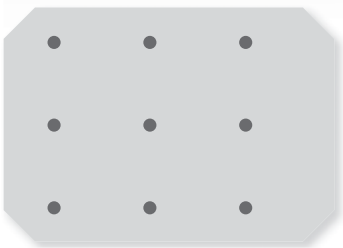
معلمان خواسته شد که مسائل ریاضی را از راه‌های متنوع و مختلفی حل کنند. دانشجو ـ معلمان، رفتارهای حل مسئله مختلفی از خود نشان دادند و مهارت‌های تفکر خلاق آن‌ها بر حسب سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن، وابسته به عوامل شخصی و غیرشخصی متعددی گزارش شده است. نتایج این مطالعه، منجر به ارائه عوامل مرتبط با خلاقیت شد. کیماز و همکاران معتقدند که هیچ یک از این عوامل به تنهایی، نمی‌تواند بر مهارت‌های تفکر خلاق تأثیرگذار باشد و وجود تعامل بین آن‌ها اساسی است. آن‌ها در تحقیق خود، به اهمیت مواردی از جمله تفکر شهودی، تفکر منطقی، استراتژی‌های حل مسئله، جست‌وجوی روابط و الگوها و غلبه بر تفکر جزمی تأکید کردند. کیماز و همکاران به برخی از ویژگی‌های تفکر شهودی از جمله اجتناب از انجام عملیات الگوریتمی،عدم علاقه به نوشتن، خطرپذیری در حل مسائل و استفاده از شکل‌ها و نمودارها در حل مسائل جبری، اشاره می‌کنند همچنین آنان، برخی از ویژگی‌های تفکر منطقی مانند اجتناب نکردن از عملیات الگوریتمی، ادامه به حل مسئله در یک مسیر از پیش تعیین شده، خطر نکردن در حل مسائل و اجتناب نکردن از نوشتن جزئیات تفکر را برشمرده‌اند (ص ۱۸۷). علاوه بر این، به گفته آنان، افرادی که بیشتر بر تفکر منطقی خود در حل مسائل وابسته هستند، سیالی در ارائه ایده‌ها در آن‌ها، بیشتر دیده می‌شود و افرادی که بر تفکر شهودی خود تکیه بیشتری می‌کنند، منعطف‌تر فکر کرده و خطرپذیری بیشتری در حل مسائل از خود نشان می‌دهند. آن‌ها در تحقیق خود، به اهمیت عوامل شخصی از جمله داشتن اعتمادبه‌نفس، انگیزه، اراده و سماجت در حال مسائل نیز تأکید کرده‌اند.

همچنین، عده‌ای از محققان (لیکین، ۲۰۰۷، ۲۰۰۹؛ اروینک، ۱۹۹۱؛ تال[۲۸]، ۱۹۹۱؛ لیکین و لو، ۲۰۱۳، ۲۰۰۷؛ کاون و همکاران، ۲۰۰۶) نیز معتقدند که به کارگیری شیوه‌های چندگانه در حل مسائل، می‌تواند باعث ارتباط دادن بین مفاهیم و ایده‌های مختلف ریاضی و عمق بخشیدن به فهم و درک افراد گردد و بر این باورند که می‌توان از آن برای پرورش خلاقیت ریاضی در سطوح مختلف استفاده کرد. لیکین ولو (۲۰۰۷؛ ۲۰۱۳) با دادن مسائل و تکلیف‌هایی با جواب‌های چندگانه، از دانش‌آموزان پایه‌های دهم و یازدهم خواستند که آن‌ها را با شیوه‌های متنوع، حل نمایند. آن‌ها جهت ارزیابی خلاقیت ریاضی در حل این مسائل، از ارزشیابی مؤلفه‌های بِکر بودن، انعطاف‌پذیری و سیالی جواب‌ها استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که تکلیف‌هایی با جواب‌های چندگانه، برای ارزیابی خلاقیت ریاضی افراد، مفیدند.

هدف بهار و میکر (۲۰۱۱) و والیا (۲۰۱۲) از مطالعه روی مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری، بکر بودن و بسط، نشان دادن رابطه معنادار بین خلاقیت ریاضی و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی بوده است. آنان به این نتیجه رسیدند که این مؤلفه‌های چهارگانه، می‌توانند پیش‌بینی‌های معناداری از پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در ریاضی باشند. بهار و میکر (۲۰۱۱) معتقدند که دانش‌آموزان، از تفکر تجربه‌های خلاق لذت می‌برند و در حالی‌که این تفکرشان را در ریاضی به خدمت می‌گیرند، مفاهیم و فرایندهای ریاضی را بهتر درک کرده و موفقیت‌های بالاتری را در زمینه ریاضی کسب می‌کنند. آن‌ها همچنین، با ترکیب نتایج تحقیق خود با تحقیقات دیگری، خطاب به آموزشگران و معلمان بیان می‌کنند که در تمام پایه‌های تحصیلی و با توسعه تفکر خلاق در ریاضی، می‌توان پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان را بهبود بخشید.

علاوه بر این‌ها هدف از مطالعه کاون و همکاران (۲۰۰۶) که در مورد دانش‌آموزان پایه ۷ انجام گرفت تحقیق روی تفکر واگرا در ریاضی، مبتنی بر مسائل باز پاسخ بود. آن‌ها به مؤلفه‌های تفکر واگرا شامل سیالی، انعطاف‌پذیری و بِکر بودن پرداختند و با تحقیق خود، تلاش در ارائه راهکارهایی داشتند تا معلمان را جهت بهبود مهارت های تفکر خلاقانه دانش‌آموزان در کلاس خود، یاری نموده و راهکارهای مفیدی پیشنهاد کنند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با استفاده از رویکرد باز ـ پاسخ، می‌توان اهداف چندگانه‌ای را دنبال کرد و در استفاده از این رویکرد، باید توجه خاصی به مسائل انتخاب شده داشت. هایلاک (۱۹۷۸) نیز ضمن بیان این امر که بین فرایندهای حل مسئله و تفکر خلاق پیوندی وجود دارد، جهت شناخت تفکر خلاق افراد در ریاضی، به ارائه مثال‌هایی از تکلیف‌های مناسب ریاضی برای این کار می‌پردازد. این تکلیف‌ها به‌گونه‌ای انتخاب شده که افراد را تشویق به داشتن ذهنی باز و رها کردن قالب‌های کلیشه‌ای می‌کند، زیرا به مؤلفه‌های انعطاف‌پذیری و بِکر بودن از تفکر خلاق، توجه خاصی می‌کند. مثال زیر، به‌عنوان یک تکلیف حل مسئله در ریاضی است که می‌تواند باعث تقویت تفکر واگرا گردد.

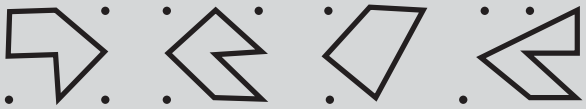
مثال: در شکل زیر با وصل کردن نقاط با خط مستقیم، شکل‌های متعددی با مساحت ۲ واحد مربع ایجاد کنید (هایلاک، ۱۹۸۷، ص ۷۲).



افرادی که بیشتر بر تفکر منطقی خود در حل مسائل وابسته هستند، سیالی در ارائه ایده‌ها در آن‌ها، بیشتر دیده می‌شود و افرادی که بر تفکر شهودی خود تکیه بیشتری می‌کنند، منعطف‌تر فکر کرده و خطرپذیری بیشتری در حل مسائل از خود نشان می‌دهند

بســیاری از افراد، آسان‌ترین جواب را که مستطیلی به طول ۲ و عرض ۱ اســت، ارائه کردند. بعضی از جواب‌ها با درصد دانش‌آموزانی که آن پاسخ را داده بودند، در زیر نشان داده شده اســت. (هایلاک، ۱۹۸۷، ص۷۲). همان‌طور که مشاهده می‌شود شــکل چهارم نیازمند استفاده از سطوح بالای خلاقیت اســت زیرا در آن، ایده‌های شکل‌های قبلی با هم ترکیب شــده‌اند. هایلاک معتقد اســت که این نوع تکلیف‌ها، می‌تواند مشوقی برای بروز خلاقیت در افراد باشد.

شکل ۱. جواب‌ها با مساحت ۲ واحد مربع با درصد دانش‌آموزانی که آن را ارائه کرده‌اند (هایلاک، ۱۹۸۷، ص ۷۲)



شکل ۲. ایده‌ای در سطح بالای خلاقیت (هایلاک، ۱۹۸۷، ص ۷۲)

دیگر پیشــینه‌های تحقیقی در زمینه خلاقیت ریاضی

تحقیقات متعدد دیگــری در زمینه خلاقیت ریاضی انجام شده است که آن‌ها نیز تلاش کرده‌اند تا به خلاقیت ریاضی و نقــش آن در فراینــد یاددهــی ـ یادگیری در محیط‌های آموزشی، و شناســایی عوامل تأثیرگذار بر آن بپردازنــد. می‌توان به عواملی چــون دانش ریاضی و درک و بصیرت نســبت به آن،گفتمان‌هــای ریاضی در کلاس درس، تجسم و شهود، دانش فراشناختی نظام باوری فرد و تمایلات او اشــاره کرد. در ادامه، به بعضی از این تحقیقات اشاره شده است.

در تحقیــق یان و ســریرامن (۲۰۱۲) کــه در مورد دانش‌آموزان دبیرســتانی در دو کشور چین و آمریکا انجام یافته، توانایی طرح مســئله ریاضی به‌عنوان شــاخصی از خلاقیت ریاضی مورد بررســی قرار گرفته اســت. آن‌ها با مقایسه عملکردهای این دو دسته از جوامع مختلف، به این نتیجه رســیدند که دانش ریاضی، عامل مهمی در توانایی افراد جهت طرح مسئله است و بین این دو، رابطه معناداری وجود دارد. آن‌ها بیان می‌کنند که دانش پایه و مهارت‌های اساسی، ارتباط زیادی با خلاقیت ریاضی دارد و باید تعادلی بین این دو وجود داشته باشد.

کاتوو[۲۹] و همکاران (۲۰۰۹) در مطالعه خود، تلاش بر شناســایی عواملی داشتند که توانایی خلاق را در ریاضی، پیش‌بینــی کند. آن‌ها دریافتند که دانش موضوعی، مانند توانایی‌های فضایی و استدلال استقرایی و استنتاجی، جزو عوامل پیش‌بینی‌کننده خلاقیت هستند.آن‌ها مانند بسیاری از محققان (اروینک، ۱۹۹۱، آدامار، ۱۹۴۵، پوآنکاره، ۱۹۴۸، ۱۹۵۶) معتقدند که خلاقیت در ریاضی یعنی توانایی دیدن روابط جدید و ایجاد ارتباط بین ایده‌های به ظاهر نامرتبط اســت. از آن جا که شــخص نیاز به دوباره ترکیب کردن ایده‌هــا دارد. بنابراین دانش و توانایی‌های ریاضی از جمله عوامل مهم و تأثیرگذار در خلاقیت ریاضی هســتند. آن‌ها معتقدند که اگر دانش حوزه‌ای فرد محدود باشد، وی منابع کمتری جهت شکل دادن به ایده‌های جدید دارد.

بهار و میکر (۲۰۱۱) معتقدند که دانش‌آموزان، از تفکر تجربه‌های خلاق لذت می‌برند و در حالی‌که این تفکرشان را در ریاضی به خدمت می‌گیرند، مفاهیم و فرایندهای ریاضی را بهتر درک کرده و موفقیت‌های بالاتری را در زمینه ریاضی کسب می‌کنند

نتیجه‌گیری

ریاضی حوزه‌ای مناسب برای تقویت مهارت‌هایی است که از ملزومات بروز خلاقیت و پرورش آن است. لذا، پرورش خلاقیت باید از اهداف طراحی فعالیت‌های این حوزه باشد. نظــام آموزش‌وپرورش باید تا با اتکا بر یافته‌های علمی، به تبیین دقیق‌تری از فرایند یاددهی ـ یادگیری دســت یابد و فرصت‌های زیادی را در کلاس‌های درسی ریاضی، برای افراد فراهم ســازد تا با حل مسائل ریاضی چالش‌برانگیز و تکلیف‌هایی که باعث می‌شــود که آنان خلاقیت ریاضی را تجربه نمایند، دست و پنجه نرم کنند. هم‌چنین، براهمیت و وارد کــردن طرح مســئله در فرایند یاددهی ـ یادگیری ریاضــی تأکیــد و آن را به‌عنوان یک فعالیت وابســته به خلاقیت ریاضی در نظر بگیرند.

پی‌نوشت‌ها

1. problem posing
2. Silver
3. Sriraman
4. wessels
5. sharma
6. Ervynck
7. Hadamard
8. poincare
9. Boden
10. understanding
11. intuiton
12. insight
13. generalization
14. Liljedahl
15. shriki
16. chamberlin and Moon
17. Ellwood
18. posamentier
19. kim
20. Yuan
21. Leung

22. Aptness
23. parker & Begnaud
24. kiymaz
25. Bahar & Maker
26. Walia
27. kwon
28. David Tall
29. kattou

منابع

۱.سیف، ع. (۱۳۹۲). روانشناسی پرورشی نوین. نشر دوران، ویرایش هفتم.

1. Bahar, A. K. & Maker, C.J. (2011).Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education, 3(1), 33-48.
2. Beghetto, R. A., & Kaufman, J. C. (2009). Do we all have multicreative potential? ZDM Mathematics Education, 41, 39–44.
3. Boden, M. (2004).The creative mind: Myths and mechanisms (2nd ed.). London: Routledge.
Brinkmann, A., &Sriraman, B. (2009). Aesthetics and creativity: An exploration of the relationship between the constructs. Festschrift celebrating Paul Ernest's 65th birthday, 57-80.
4. Brunkalla, K. (2009). How to increase mathematical creativity-An experiment. The Montana Mathematics Enthusiast, 6(1), 257-266.
5. Burton, L. (1999). The practices of mathematicians: What do they tell us about coming to know mathematics?. Educational Studies in Mathematics, 37(2), 121-143.
6. Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. Journal of Secondary Gifted Education, 17(1), 37–47.
7. Ellwood, S., Pallier, G.,Snyder, A., Gallate,J, (2009). The Incubation Effect: Hatching a Solution? Creativity Research Journal, 21(1), 6–14.
8. Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall,Advanced mathematical thinking (pp. 42-52).Kluwer Academic Publishers New York.
9. Freiman, V. &Sriraman, B. (2007). Does mathematics gifted education need a working philosophy of creativity? Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 6(1-2), pp. 23-46.
10. Guilford, J. P. (1959). Traits of creativity.In H. H. Anderson (Ed.), Creativity and its cultivation (pp. 142-161). New York: Harper & Brothers Publishers.
11. Guilford, J. (1967). The nature of human intelligence. New York: McGraw-Hill.
12. Hadamard, J. (1945), The Psychology of Invention in the Mathematical Field. Princeton University Press.
13. Hayes, J.R. & Mellon, C. (1990).Cognitive Processes in Creativity.Occasional Paper, 18.
14. Haylock, D.W. (1987): A framework for assessing mathematical creativity in school children. – In: Educational Studies in Mathematics 18 (1), 59–74.
15. Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., Christou, C., &Cleanthous, E. (2009) PREDICTING MATHEMATICAL CREATIVITY.
16. Kim, K. H. (2009). Creative Problem Solving. In B. Kerr (Ed).Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent.Sage Publications. . pp. 188-191.
17. Kiymaz, Y., Sriraman, B., & Lee, K. H. (2012). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Mathematical Creativity in Problem Solving. The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics, 173-191.
18. Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they?. In Proceedings of the 6th international conference on creativity in mathematics education and the education of the gifted studentsUniversity of Latvia, Riga, Latvia/Angel Kanchev University of Ruse, Ruse, Bulgaria (pp. 120-125).
19. Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach.Asia Pacific Education Review, 7(1), 51-61.
20. Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks.In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students. (Ch. 9, pp. 129-145). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publisher.
21. Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. WORKING GROUP 14. Advanced mathematical thinking 2220, 2330.
22. Leikin, R., & Lev, M. (2007, July). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In PME CONFERENCE (Vol. 31, No. 3, p. 3).
23. Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference?. ZDM, 1-15.
24. Leung, S. K. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing.ZDM, 29(3), 81-85.
25. Liljedahl, P. (2004). The AHA! experience: mathematical contexts, pedagogical implications, Unpublished doctoral dissertation, Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia, Canada.
26. Liljedahl, P., &Sriraman, B. (2006).Musings on mathematical creativity.For The Learning of Mathematics, 26(1), 17-19.
27. Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. Creativity Research Journal, 21(4), 338-348.
28. Mann, E. L. (2005). Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical

Biopsichosocialinispožiūris, (2), 55-82.
44. Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. ZDM, 1-11.
45. Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. The International Journal on Mathematics Education [ZDM], 41, 13-27.
46. Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. The Journal of Secondary Gifted Education, 17, 20–36.
47. Sriraman, B., & Dahl, B. (2009). On bringing interdisciplinary Ideas to Gifted Education.In L.V. Shavinina (Ed).The International Handbook of Giftedness (pp. 1235-1256). Springer Science.
48. Sriraman, B. &Kýymaz, Y. (2009).Relationship of Creativity to Intelligence.In B. Kerr (Ed). Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent. Sage Publications. pp. 726-728.
49. Sternberg, R. J. (2001). What is the common thread of creativity? Its dialectical relation to intelligence and wisdom.American Psychologist, 56(4), 360-62.
50. Sternberg, R. J., &Lubart, T. I. (1995).Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity. New York: Free Press.
51. Sternberg, R. J., &Lubart, T. I. (2000). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Ed.), Handbook of creativity (pp. 93–115). New York: Cambridge University Press.
52. Sternberg, R. J., Lubart, T. I., Kaufman, J. C., &Pretz, J. E. (2005).Creativity.In K. J. Holyoak& R. G. Morrison (Eds.), Cambridge handbook of thinking and reasoning (pp. 351–370). Cambridge: Cambridge University Press.
53. Tall, D. (1991) (Ed).Advanced mathematical thinking (pp. 3-21).Kluwer Academic Publishers New York.
54. Walia, P. (2012). Achievement In Relation To Mathematical Creativity Of Eighth Grade Students. Indian Streams Research Journal, 2.
55. Wallace, B. (1986) Creativity some definitions: The creative personality; the creative process; the creative classroom. Gifted Education International, 4(2), pp. 68-73.
56. Wallas, G. (1926).The art of thought. New York: Harcourt Brace.
57. Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities.Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(9), 22-40.
58. Yuan, X., &Sriraman, B. (2012).An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. The elements of creativity and giftedness in mathematics, 5-28.
creativity in middle school students (Doctoral dissertation, University of Connecticut).
29. Mina, F.(2008). Promoting Creativiy for all students in mathematics educations.Proceedings of the discussing group 9: Promoting Creativity for all students in mathe- maticseducation. In the 11th ICME (Monterrey, Mexico, 2008).
30. Neumann, C. J. (2007). Fostering creativity—A model for developing a culture of collective creativity in science. EMBO Reports, 8(3), 202–206.
31. Parker, J. P., &Begnaud, L. G. (2004). Developing creative leadership.Libraries Unlimited.
32. Plucker, J., Beghetto, R. A., & Dow, G. (2004). Why isn't creativity more important to educational psychologists? Potential, pitfalls, and future directions in creativity research. Educational Psychologist, 39, 83-96.)
33. Poincaré, H. (1948). Science and method. New York: Dover.
34. Poincaré, H (1956): Mathematical Creation. In: J. R. Newman (ed.): The world of mathematics, v4, New York, NY: Simon and Schuster, pp. 2041-2050.
35. Posamentier, A. S., Smith, B. S. &Stepelman, J. (2010).Teaching secondary mathematics: techniques and enrichment units.(8th ed.). Columbus, Ohio: Merrill Prentice Hall.
36. Runco, M. A. (2005). Motivation, competence, and creativity.In A. Elliott & C. Dweck (Eds.), Handbook of competence and motivation (pp. 609–623). New York: Guilford.
37. Savic, M. (2012). What do mathematicians do when they have a proving impasse? In Proceedings of the 15th Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education.
38. Sharma, Y. (2014). The Effects of Strategy and Mathematics Anxiety on Mathematical Creativity of School Students.Mathematics Education, 9(1), 25-37.
39. Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. Educational Studies in Mathematics.
40. Silver, E.A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. ZentralblattfürDidaktik der Mathematik29 (3), 75–80.
41. Simonton, D. K. (2004).Creativity as a constrained stochastic process. In R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko& J. L. Singer (Eds.), Creativity: From potential to realization .pp. 83–101.
42. Sinitsky, I.(2008). Both for teachers and for Students: on some essential features of creativity-stimulating activities. Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, Mexico.
43. Sousa, F. C. (2008). Still the elusive definition of creativity.Tarptautinispsichologijosžurnalas:

نقش کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه در کنکور سراسری

افشین خاصّه‌خان، کارشناس ارشد ریاضی کاربردی و دبیر ریاضی نواحی ۱و ۲ ارومیه
شادی دوست‌طلب دیلمقانی، کارشناس ارشد جامعه‌شناسی و مشاور تحصیلی دبیرستان ناحیه ۱ ارومیه

چکیده

در این مقاله، سعی شده است کفایت مطالب موجود در کتاب‌های درسی ریاضی در رشته‌های نظری (علوم ریاضی، علوم تجربی و علوم انسانی)، برای حل سؤال‌های کنکور سال‌های ۹۱، ۹۲، ۹۳ و ۹۴، نشان داده شود. هم‌چنین، مشخص شود یک طراح چگونه انواع سؤال‌های ساده، ترکیبی و پیچیده را با استفاده از متن کتاب‌های درسی ریاضی، طراحی می‌کند و یک دانش‌آموز مسلط به این کتاب‌ها چگونه می‌تواند به آن‌ها، در آزمون کنکور سراسری پاسخ دهد. بر این اساس، میزان تطابق هر سؤال با کتاب‌های درسی و سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، به صورت تطابق بالا، متوسط، پایین و عدم تطابق، دسته‌بندی شده است. تحلیل‌های صورت گرفته از داده‌های به‌دست آمده، نشان می‌دهد که هر سال، بالغ بر ۷۰٪ سؤال‌ها با کتاب‌های درسی و یا سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، مطابقت بالا دارند و سؤالی که با کتاب‌های درسی تطابق نداشته باشد، وجود ندارد. این مقاله، بیان می‌کند که چرا دانش‌آموزان دوره متوسطه، جهت آماده شدن برای آزمون کنکور سراسری باید به کتاب‌های درسی ریاضی به‌عنوان منبع اصلی اهمیت لازم را بدهند و برای پیشگیری و درمان عدم اقبال دانش‌آموزان از کتاب‌های درسی، چه اقداماتی می‌توان انجام داد.

کلیدواژه‌ها: کتاب‌های درسی ریاضی، سؤال‌های کنکور سراسری، میانگین نمرات خام

مقدمه

کنکور سراسری در ایران، پدیده منحصربه‌فردی است که هر سال، خانواده‌های زیادی را درگیر می‌کند. بسیاری از دانش‌آموزان در آخرین سال تحصیلی خود، علاوه بر مدرسه برای تقویت بیشتر از کلاس‌های خارج از مدرسه نیز بهره می‌گیرند. به عقیده این دانش‌آموزان، کتاب‌های درسی برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های کنکور سراسری کافی نیستند. به‌علاوه آن‌ها معتقدند که برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های چهارگزینه‌ای، فن تستزنی را نیز باید بیاموزند و این فن را مقوله‌ای جدا از آموزش تشریحی رایج در مدرسه می‌دانند. این دو موضوع باعث شده است که اکثر دانش‌آموزان، باور داشته باشند که اولاً آموزش در خارج از مدرسه از آموزش در خود مدرسه بهتر صورت می‌گیرد و ثانیاً مطالب موجود در کتاب‌های کمک درسی و جزوه‌های درسی، از مطالب کتاب‌های درسی مفیدترند (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. الف.)

روش پژوهش

در این مجموعه، هر سؤال ریاضی رشته‌های علوم ریاضی، علوم تجربی و علوم انسانی در کنکور سال‌های ۹۱، ۹۲، ۹۳ و ۹۴ با مطالب کتاب‌های درسی پاسخ داده شده و بر اساس میزان تطابق آن سؤال با کتاب‌های درسی، در سه دسته سؤال‌های با تطابق بالا، متوسط و پایین، طبقه‌بندی شده است. دسته اول یعنی سؤال‌های با تطابق بالا، آن‌هایی هستند که طراح در مثال یا تمرین مطرح شده در کتاب، فقط داده‌ها یا تابع را تغییر داده و در ساختار سؤال، تغییری ایجاد نکرده است و یا سؤال بدون تغییر از متن کتاب، تعریف‌ها و قضیه‌ها، مطرح شده است. در موارد معدودی هم از ترکیب دو تمرین کاملاً ساده از کتاب تشکیل یافته است. دسته دوم، سؤال‌ها با تطابق متوسط هستند که از ترکیب دو یا حداکثر سه مثال، تمرین، تعریف و یا قضیه، از متن کتاب‌های درسی طرح می‌شوند و طراحان از دانش‌آموزان انتظار دارند که این موضوع‌ها را در مسئله تشخیص داده و با هم تلفیق نمایند، دسته سوم، سؤال‌های با تطابق پایین‌اند که پیچیده‌تر بوده و بدون خلاقیت و ارائه ایده جدید، حل نمی‌شوند. معمولاً دانش‌آموزان ممتاز با این سؤال‌ها، رتبه‌بندی می‌شوند. علاوه بر این، هر سؤال با سؤال‌های کنکور سال‌های قبل خود نیز مقایسه شده و بر اساس میزان شباهتشان، در چهار دسته تطابق بالا، متوسط، پایین و عدم تطابق گنجانده شده‌اند. در زیر، نمونه‌هایی تصادفی از هر دسته از سؤال‌ها و از هر سه رشته، آمده است:

الف) سؤال با تطابق بالا از کتاب ریاضی عمومی رشته تجربی سال ۹۴:

۱۴۲- کارایی کارگر عادی در کارخانه‌ای پس از t ماه، روزانه به تعداد $f(t)= ۹۰-۴۰e^{-۰/۰۲t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ ($\ln ۲=۰/۶۸$).

۱) ۱۷ ۲) ۳۴

۳) ۵۱ ۴) ۶۸

حل: $f(t)$ را مساوی ۷۰ قرار داده و t را محاسبه می‌کنیم.

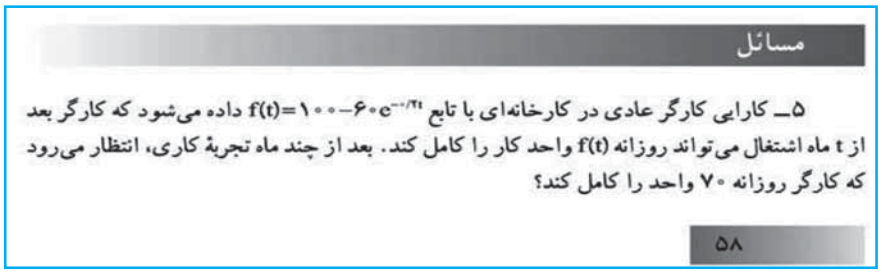
$$۹۰-۴۰e^{-۰/۰۲t}=۷۰ \rightarrow ۴۰e^{-۰/۰۲t}=۲۰$$

$$\rightarrow e^{-۰/۰۲t}=\frac{۱}{۲} \rightarrow \ln e^{-۰/۰۲t}=\ln\frac{۱}{۲}$$

$$-۰/۰۲t=-\ln ۲ \rightarrow t=\frac{۰/۶۸}{۰/۰۲}=۳۴$$

لذا گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

هر سال، بالغ بر ۷۰٪ سؤال‌ها با کتاب‌های درسی و یا سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، مطابقت بالا دارند و سؤالی که با کتاب‌های درسی تطابق نداشته باشد، وجود ندارد


مسائل

۵ــ کارایی کارگر عادی در کارخانه‌ای با تابع $f(t)=۱۰۰-۶۰e^{-t/۲۰}$ داده می‌شود که کارگر بعد از t ماه اشتغال می‌تواند روزانه $f(t)$ واحد کار را کامل کند. بعد از چند ماه تجربهٔ کاری، انتظار می‌رود که کارگر روزانه ۷۰ واحد را کامل کند؟

۵۸

شکل۱. تصویر صفحه ۵۸ از کتاب ریاضی عمومی رشته تجربی

همچنان که مشاهده می‌شود، طراح در مسئله ۵ صفحه ۵۸ از کتاب ریاضی عمومی، فقط ضرایب را تغییر داده است. [۲] در مقایسه با سؤال‌های کنکور سال‌های قبل در رشته علوم تجربی سال ۹۱ خارج از کشور نیز، مورد مشابهی با تطابق بالا وجود دارد:

۱۴۳- در یک نوع کشت، تعداد باکتری‌ها پس از گذشت t دقیقه برابر $f(t)=۲۰۰۰e^{۰/۰۱۲t}$ است که پس از چه مدت تعداد باکتری‌ها ۱۰۰۰ می‌شود؟

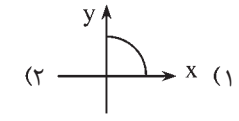
۱) ۲ ساعت و ۱۰ دقیقه ۲) ۲ ساعت و ۲۰ دقیقه

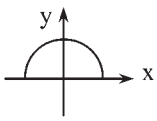
۳) ۲ ساعت و ۲۵ دقیقه ۴) ۲ ساعت و ۳۵ دقیقه

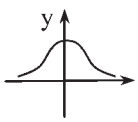
در این سؤال هم، ساختار کتاب در قالب کشت باکتری‌ها مطرح شده است. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. ب.)

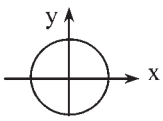
ب) سؤال با تطابق متوسط از کتاب حسابان رشته علوم ریاضی سال ۹۱:

۱۱۱- نمودار تابع با ضابطه $y= \cos(\sin^{-1}x)$ کدام است؟

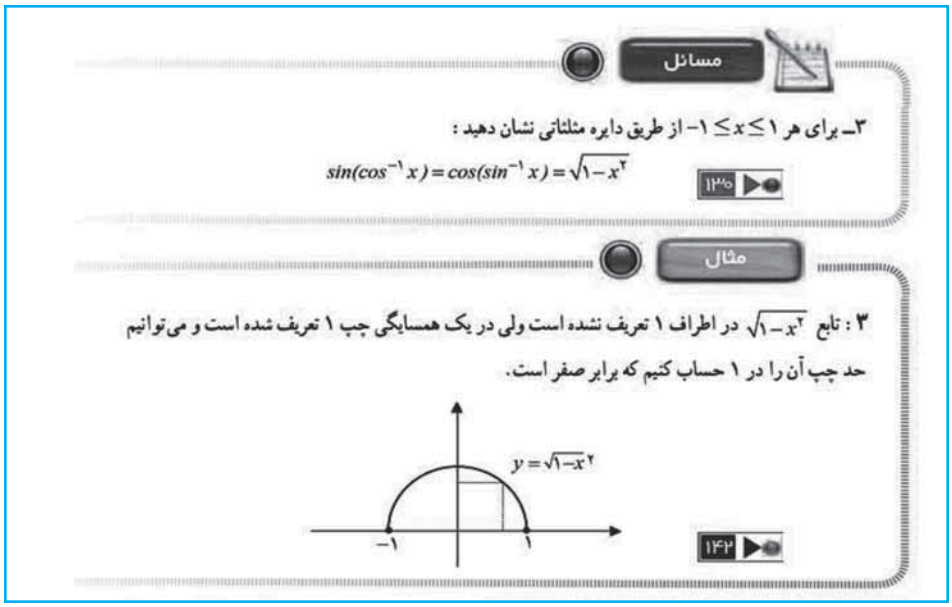
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حـــل: می‌دانیم دامنه $\cos(\sin^{-1}x)=\sqrt{1-x^2}$ و نمودار تابع $y=\sqrt{1-x^2}$ نیم‌دایره‌ای به مرکز مبداء مختصات و شعاع ۱ واحد است. پس مطابق شکل، گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

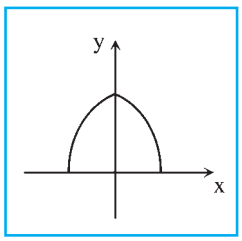


شکل۲. تصویر صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۲ از کتاب حسابان رشته علوم ریاضی

با نگاهی به کتاب درســـی، مشاهده می‌شود که طراح، مســـئله ۳ صفحه ۱۳۰ و مثال ۳ صفحه ۱۴۲ را با هم ترکیب کرده است. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. الف.)

اگر ســـؤال‌های کنکور ســـال‌های قبل را بررسی کنیم. در کنکور۸۶ خارج از کشـــور در رشته ریاضی، سؤالی با تطابق متوسط به شرح زیر آمده است:

۱۱۲- شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟



۱) $y=\text{Arc}\cos\sqrt{x}$

۲) $y=\text{Arc}\cos|x|$

۳) $y=\text{Arc}\sin\sqrt{x}$

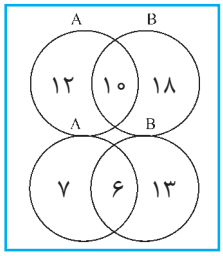
۴) $y=\text{Arc}\sin|x|$

تفاوت دو سؤال تنها در تغییر معلوم و مجهول سؤال است. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. الف.)

ج) سؤال با تطابق پایین از کتاب ریاضی پایه رشته علوم انسانی سال ۹۴:

۱۰۱- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های (A-B) و (B-A) به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند.

اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آن ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

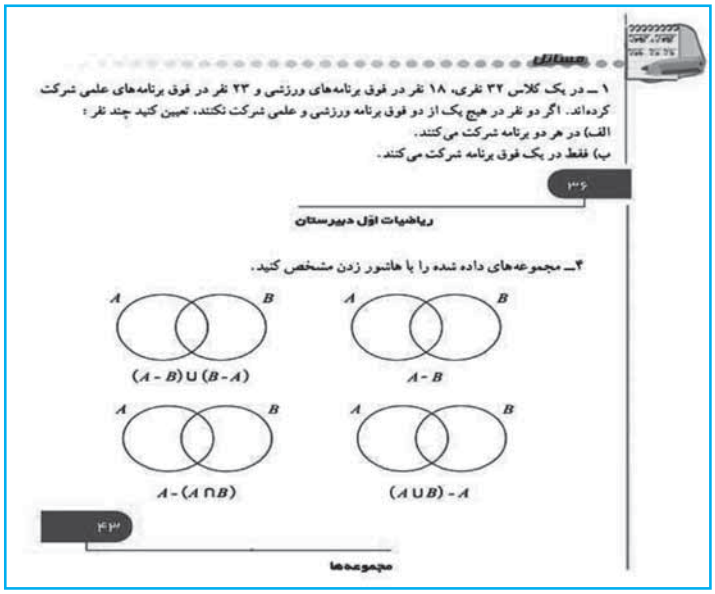


۱) ۲۲
۲) ۲۳
۳) ۲۴
۴) ۲۶

حل: طبق تعریف اجتماع، اشتراک و تفاضل دو مجموعه و با توجه به شکل:

اگر از اشـــتراک A و B ۴ واحد کم شـــود ۵ واحد باقی‌مانده از (A-B) و (B-A) کم می شود، یعنی A و B جدید به صورت زیر خواهد بود. بنابراین، اجتماع دو مجموعه ۲۶ عضو خواهد داشت.

پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



شکل ۳. تصویر صفحه‌های ۳۶ و ۴۳ از کتاب ریاضی ۱ رشته عمومی

در این ســـؤال، طراح به زیبایی از تلفیق مســـئله ۱ صفحه ۳۶ و مســـئله ۴ صفحه ۴۳، ســـؤال را طرح کرده اســـت. (خاصه‌خان، ۱۳۹۴. پ.) ولی در کنکور سال‌های قبل در رشته علوم انسانی، مورد مشابهی یافت نشد (عدم تطابق)

تحلیل و نتیجه‌گیری

به علت حجیم بودن داده‌ها در سه رشته برای چهار سال و نگنجیدن آن‌ها در این نوشته، هم‌چنین مشابه بودن آن‌ها با هم، تنها به تحلیل سال ۹۴ از رشته تجربی بسنده می‌شود.

در سال ۹۴، حدود ۷۰٪ سؤال‌های ریاضی در گروه آزمایشی علوم تجربی، در مقایسه با کتاب‌های درسی و سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، از مطابقت بالائی برخوردار بودند (مخصوص دانش‌آموزان متوسط و ضعیف). تعداد ۵ سؤال با تطابق متوســـط بوده و ۱۶/۷٪ سؤال‌های را تشـــکیل دادند (برای دانش‌آموزان متوسط تا عالی) و ۴ سؤال با تطابق پائین بوده و ۱۳/۳٪ ســـؤال‌ها را شامل می‌شدند که دانش‌آموزان عالی و ممتاز را به رقابت کشیدند. به عبارت ساده‌تر، فقط ۹ سؤال با ساختار جدید در کنکور ۹۴ مطرح شده است. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. ب.)

با نگاهی به آمار منتشر شده در هفته‌نامه پیک سنجش (۱۳۹۴، شماره ۹۶۰) شکاف بزرگی بین مطالب آموخته شده توسط دانش‌آموزان و سؤال‌های ریاضی مطرح شده در کنکور سراسری، دیده می‌شود. مطابق این آمار، از بین ۴۵۱۹۵۸ نفر

داوطلب، حدود ۴۷/۶٪ نمره خام منفی، ۸۵/۶٪ نمره خام زیر ده درصد و حدود ۰/۴۶٪ داوطلبان، نمره خام بالای پنجاه درصد کسب کرده‌اند و میانگین نمرات خام ۴/۴٪ می‌باشد.

یک مقایسه ساده بین این دو آمار، نشان می‌دهد که جهت‌گیری دانش‌آموزان برای مطالعه درس‌های ریاضی در کنکور، تا چه اندازه با منطق طراحی سؤال‌ها که مبتنی بر متن کتاب‌های درسی است، زاویه دارد. یعنی با آنکه حدود ۷۰٪ سؤال‌ها، ساختار کاملاً مشابهی با مثال‌ها، تمرین‌های کتاب‌های درسی و سؤال‌های کنکور سال‌های قبل دارند و تنها ۹ سؤال با ترکیبی جدید طرح شده است، با این حال ۸۵٪ از داوطلبان نتوانسته‌اند به بیش از ۳ سؤال از ۲۱ سؤال مطرح شده با ساختاری آشنا، پاسخ درست بدهند. این ۸۵٪ که یقیناً فقط شامل دانش‌آموزان متوسط و ضعیف نیستند و نمره آزمون نهایی آن‌ها در درس ریاضی ۳، به احتمال زیاد بهتر از درصد ریاضی‌شان در کنکور سراسری است، قربانیان اصلی‌اند به این دلیل که این گروه نتوانسته‌اند به سؤال‌هایی که طراحان برایشان درنظر گرفته‌اند، پاسخ صحیح دهند.

اگر سؤال‌های با تطابق بالا را به‌عنوان سؤال‌های مطرح شده برای دانش‌آموزان متوسط و ضعیف در نظر بگیریم (۷۰٪ سؤال‌ها) می‌توانیم انتظار داشته باشیم که یک دانش‌آموز متوسط و ضعیف بتواند نمره خام ۳۰ تا ۴۰ درصد را کسب کند به شرطی که واقعیت طراحی سؤال‌های کنکور را که بارها نیز توسط مسئولان سازمان‌سنجش اعلام شده، قبول کند و تحت‌تأثیر تبلیغات پرتنش قرار نگیرد.

جدول۱. آمار پاسخ‌دهی درس ریاضی داوطلبان کنکور در رشته علوم تجربی در سال‌های اخیر

درس	سال	میانگین نمرات	نمره خام منفی	کمتر از ۱۰٪	بیشتر از ۵۰٪	کل داوطلبان
ریاضی	۸۶	٪۱۱/۲	٪۱۳	٪۶۰	٪۲/۳	۱۲۴۲۷۷
	۸۷	٪۸	٪۲۶/۳	٪۷۱/۴	٪۱/۱	۱۰۶۰۲۰
	۸۸	٪۶	٪۳۹/۴	٪۷۹/۹	٪۰/۹	۱۳۸۴۶۰
	۸۹	٪۵/۶	٪۳۷/۵	٪۸۳/۸	٪۱	۱۳۷۷۹۵
	۹۰	٪۶/۱	٪۱۵/۳	٪۸۱/۴	٪۱/۲	۱۹۱۲۱۶
	۹۱	٪۵/۸	٪۳۳/۷	٪۷۸/۹	٪۱/۶	۱۹۸۸۳۱
	۹۲	٪۲/۹	٪۴۹/۵	٪۸۴/۲	٪۰/۹	۴۴۲۵۵۱
	۹۴	٪۲/۹	٪۴۹/۵	٪۸۴/۲	٪۰/۹	۴۵۱۹۵۸

در میانگین نمرات خام داوطلبان در عرض این چند سال، افت معنی‌دار و یکنواختی وجود دارد که عمده‌ترین دلیل آن، شکافی است که بین مطالب درسی اضافی که دانش‌آموزان آموخته‌اند (به دور از محتوای کتاب‌های درسی) و نوع سؤال‌های طرح شده توسط طراحان کنکور (رویکردی کتاب محور) ایجاد شده و در ده سال اخیر، با رشد کتاب‌ها و کلاس‌های نکته محور، این افت محسوس‌تر، بیشتر و با سرعت بیشتری در حال نزول است

جدول ۱ آمار داوطلبان کنکور در درس ریاضی در رشتهٔ علوم تجربی را در ۸ سال گذشته، نشان می‌دهد. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۴. ب.)

جدول ۲

سال	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۴
میانگین خام نمرات	٪۳۳/۴	٪۳۰	٪۲۴/۶	٪۲۳/۱	٪۱۱/۹	٪۱۵/۵	٪۱۲/۷	٪۱۰	٪۶/۶	٪۷/۱	٪۱۰	٪۴/۹	٪۴/۶

جدول ۲ نیز میانگین نمرات خام داوطلبان کنکور در درس ریاضی در رشته علوم ریاضی را در ۸ سال گذشته نشان می‌دهد: (خاصّه خان، ۱۳۹۴. الف)

هم‌چنان‌که جدول‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهند، در میانگین نمرات خام داوطلبان در عرض این چند سال، افت معنی‌دار و یکنواختی وجود دارد که عمده‌ترین دلیل آن، شکافی است که بین مطالب درسی اضافی که دانش‌آموزان آموخته‌اند (به دور از محتوای کتاب‌های درسی) و نوع سؤال‌های طرح شده توسط طراحان کنکور (رویکردی کتاب محور) ایجاد شده و در ده سال اخیر، با رشد کتاب‌ها و کلاس‌های نکته محور، این افت محسوس‌تر، بیشتر و با سرعت بیشتری در حال نزول است.

واضح است که مدرسه و کتاب‌های درسی، باید نقش اصلی را در آموزش علمی دانش‌آموزان ایفا نمایند و سایر مؤسسه‌ها و کتاب‌های کمک درسی و تستی، تنها نقش مکمل را ایفا کنند. اما در دهه گذشته، مدرسه و کتاب‌های درسی به‌تدریج، نقش خود را به مؤسسه‌های علمی و کتاب‌های کمک درسی و تستی واگذار کرده است. این تغییر به‌خصوص در عملکرد دانش‌آموزان دو پایه آخر متوسطه، کاملاً مشهود است. آنچه از این تغییر به‌جا مانده، عدم توانایی و تحمل دانش‌آموزان در فکر کردن برای حل یک مسئله است و نمود بیرونی آن، میانگین نمرات خام دانش‌آموزان در سال‌های

گذشته است که سقوط آن، کاملاً معنی‌دار است. بسیاری از دانش‌آموزان که مسائل موجود در کتاب‌های کمک درسی را حل می‌کنند، معمولاً چند دقیقه فکر کردن برای حل مسئله را تحمل نمی‌کنند و به دنبال جواب مسئله در آن کتاب می‌گردند و روند جواب را حفظ می‌کنند. حل مسئله به این صورت، هیچ کیفیتی ندارد و نتیجه آن نیز از قبل، قابل پیش‌بینی است.

پیشنهادها

الف) پیشنهاد به معلمان در مورد چگونگی کمک به دانش‌آموزان

ریاضی درسی است که یادگیری مفاهیم آن، حوصله زیادی را می‌طلبد و دانش‌آموز برای یادگیری یک موضوع و کسب مهارت در حل سؤال‌های کنکور، بهتر است فرآیند زیر را طی کند:

۱. در محاسبات اولیه (چهار عمل اصلی، توان، رادیکال، محاسبات عددی، اتحادهای جبری، عبارت‌های گویا و حل معادلات و نامعادلات)، مهارت کافی داشته باشد. به زبان ساده‌تر، بتواند مثال‌ها و مسائل کتاب ریاضی ۱ را با کمترین نوشتار یا بدون نوشتار و در حداقل زمان ممکن، حل کند. (خاصّه‌خان، ۱۳۹۲.)

۲. تعریف‌ها و قضیه‌های مربوط به یک موضوع را، در کتاب‌های درسی خود با دقت و تأمل کافی بخواند و بفهمد و در قالب یک یا چند مثال ساده عددی، برقراری و یا عدم برقراری آن‌ها را با هم، مقایسه کند.

۳. روابط اصلیِ مرتبط با آن موضوع را یاد بگیرد و پیگیری کند که این روابط، چگونه از تعریف‌ها و قضیه‌های مربوط، حاصل شده‌اند و از به‌خاطر سپردن روابط زائد (روابطی که در کتاب‌های درسی به آن اشاره نشده است)، خودداری نماید یا آن‌ها را به حداقل برساند.

۴. این روابط را در حل سؤال‌های تشریحی (تمرینات کتاب‌های درسی) به کار ببرد، به این ترتیب که دانش‌آموز با تأمل و فکر کردن، بدون توجه به وقت و بدون نگاه کردن به جواب مسئله، با به‌کارگیری دانسته‌های قبلی خود، به روابط جدید یادگرفته شده جهت دهد و با استفاده از داده‌های مسئله، این فرآیند را به سمت حل مسئله پیش ببرد.

۵. سؤال‌های کنکور سراسری سال‌های قبل را با دقت مطالعه نماید و کشف کند که هر سؤال،چگونه با ترکیب تعریف‌ها، قضیه‌ها، مثال‌ها و تمرین‌های کتاب‌های درسی طرح شده است.

۶. سؤال‌های چهارگزینه‌ای استاندارد را (سؤال‌های مشابه کنکور سراسری که از چارچوب کتاب‌های درسی فراتر نرفته و در ۹۰ ثانیه قابل پاسخ‌گویی است)، با به‌کارگیری اصل‌ها، تعریف‌ها، قضیه‌ها و ایده‌های نهفته در مثال‌ها و مسئله‌های کتاب‌های درسی، با تناوبی منطقی و دقت و سرعتی قابل قبول، در بازه‌های زمانی محدود حل کند و با تکرار منظم آن‌ها تسلط خود را افزایش دهد.

ب) پیشنهاد به معلمان گرامی

آزمون کنکور سراسری، یکی از مهم‌ترین ارزشیابی‌های موجود در این کشور است. لذا ضروری است که معلمان سال‌های آخر متوسطه، پس از آموزش مفصل تشریحی، مهارت‌های تندنویسی و کم‌نویسی را در دانش‌آموزان ایجاد کنند. تا دانش‌آموزان به جای به کار بردن نکات زائد، با همان روش تشریحی که آموزش می‌بینند، در مدت زمان مطلوب، مسئله را هم حل نمایند. به این ترتیب، اعتمادشان به مدرسه و کلاس، بیشتر می‌شود.

ج) پیشنهاد به مسئولان ارجمند آموزش‌وپرورش

یکی از معضلات اصلی آموزش در کشور این است که افراد بسیاری بدون احراز مدرک آموزش معتبر، در حال آموزش دادن برای کنکور هستند. اکثر این افراد که در حل سؤال‌های تستی مهارت فراوانی دارند، از علم آموزش کم‌بهره‌اند و بیشتر، مهارت حل سؤال‌ها را به رخ دانش‌آموزان می‌کشند و این موضوع را نوعی تجارت می‌پندارند. اگر مسئولان آموزش‌وپرورش بتوانند مانند مسئولان بهداشت و درمان (که افراد بدون داشتن نظام پزشکی اجازه طبابت ندارند)، از تدریس بی‌رویه این اشخاص که حتی به رسانه ملی هم دست یافته‌اند جلوگیری کنند، دست بخش بزرگی از سودجویان از عرصه آموزش کوتاه می‌گردد و افت موجود و سیر نزولی آن، تغییر خواهد کرد.

منابع

۱. خاصّه خان، افشین(۱۳۹۴. الف)، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم ریاضی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۲. خاصّه خان، افشین(۱۳۹۴. ب)، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم تجربی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۳. خاصّه خان، افشین(۱۳۹۴. پ)، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم انسانی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۴. خاصّه خان، افشین(۱۳۹۲)، هشت مهارت هشت آزمون، تألیف، انتشارات تایماز، تهران.
۵. (۱۳۹۴)، پیک سنجش، شماره ۹۶۰.

محمدحسام‌قاسمی
کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان شهریار

سه مفهوم کلیدی ریاضی دورهٔ ابتدایی

اشاره

اضطراب از ریاضی، اهداف تدریس ریاضی و مدل‌سازی ریاضی سه مفهوم کلیدی از کتاب «مفاهیم کلیدی در تدریس ریاضیات دوره ابتدایی» هستند که «درک هایلوک و فیونا تانگاتا» نویسندگان این کتاب، با تألیف آن تلاش دارند چهل و چهار مفهوم مطرح (موضوع کلیدی و مهم) در برنامه درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی را به شیوه‌ای موجز و به نسبت جذاب و با ادبیاتی علمی اما نه چندان پیچیده معرفی و تبیین نمایند.

کلیدواژه‌ها: خطاها، جنسیت و ریاضی، کمتر موفق (ضعیف)، یادگیری طوطی‌وار، ریاضی بین برنامه‌ای، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی، سواد عددی، استفاده و به‌کارگیری ریاضی، مدل‌سازی (نمایش)، فرایند، برقراری ارتباط، استفاده و به‌کارگیری ریاضی

اضطراب از ریاضی[1]

تعریف

«اضطراب» را می‌توان به‌عنوان یک «پاسخ احساسی پیچیده[2]» و اغلب ناخودآگاه که مهم‌ترین خصوصیت آن ترس و وحشت است، تعریف کرد (پیج و توماس[3]، ۱۹۷۹). این تعریف، به خصوصیتِ منفی اضطراب، یعنی ترس و وحشت اشاره می‌کند که در مورد برخی از افراد، مانع از به فعل در آمدن توانایی‌های بالقوهٔ آن‌ها در یک زمینهٔ خاص (به‌ویژه در مورد ریاضی) می‌شود. برخی از تجربه‌های یادگیری و سنجش در کلاس ریاضی، می‌تواند منشأ این نوع پاسخ روانی و عاملی برای ترس یا وحشت باشد.

توضیح و بحث

اضطرابِ برخی از دانش‌آموزان برای بهترین بودن در مدرسه و نگرانی آن‌ها از نتایج آزمون‌ها و اشتباه در تکلیف‌هایشان، امری کاملاً عادی است. اما منظور از پدیده‌ای که تحت عنوان اضطراب از ریاضی شناخته می‌شود، سطحی ناکارآمد و نامناسب از اضطراب است که باعث اختلال در توانایی افراد، برای یادگیری و انجام بهتر ریاضی می‌شود. هایلاک (۱۹۸۶) عنوان می‌کند که ۲۶ درصد از دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۱ ساله که از دید معلمانشان، در درس ریاضی ضعیف محسوب می‌شدند، دارای سطحی غیرعادی از اضطراب از ریاضی بودند که

در گزارش وی، این سطح در دختران، بسیار برجسته‌تر از پسران بود. مطابق گزارش فورد[4] و همکاران (۲۰۰۵)، برخی از دانش‌آموزان ۱۰ ساله در زمینهٔ اضطراب ریاضی، احساسی مشابه با اکثر بزرگسالان دارند و اضطراب از ریاضی، با حافظهٔ کاری[5] که برای انجام محاسبات به آن نیاز داریم، مرتبط است؛ به این صورت که افراد مضطرب در عمل، کارایی کمتری نسبت به بقیه دارند. اضطراب ناشی از رقابت کردن و مقایسه شدن در بین دانش‌آموزان هنگام انجام کارهای ریاضی، خود پدیدآورندهٔ افکار مزاحم و ناخواسته‌ای می‌شود که کاهش فضای ذهنی و حافظه و اختلال در فرایندهای ریاضی را به دنبال خواهد داشت.

اشکرافت و کیرت[6] (۲۰۰۱) معتقدند که اضطراب ریاضی، به دو صورت باعث اختلال در عملکرد می‌شود. اول اینکه نوعی ممانعت در مسیر یادگیری ایجاد می‌کند و در نتیجه منجر به کاهش میزان شایستگی می‌گردد و دوم اینکه، اضطراب به‌طور موقت، مانع بازخوانی یا بهره‌گیری مفید از ظرفیت حافظه می‌شود. هم‌چنین، آن‌ها توضیح می‌دهند که چرا مداخله‌هایی که متأثر از اضطراب از ریاضی هستند، جزو رفتارهای شناختی قرار می‌گیرند. لازم است معلمان با آگاهی از این موضوع، به دانش‌آموزان مضطربشان یاد دهند که چگونه اضطراب خود را کنترل کنند. آن‌ها در ادامه، بیان می‌کنند که اضطراب ریاضی آموخته می‌شود، پس می‌توان از طریق آموزش مانع ایجاد اضطراب شده و بر آن غلبه نمود.

اضطراب از ریاضی، به شیوه‌های مختلفی خود را نشان می‌دهد که در زیر، به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

۱. زمانی که دانش‌آموز با یک تکلیف ریاضی روبه‌رو می‌شود، ترس او را فرا می‌گیرد و این ترس باعث می‌شود که او نتواند به خوبی فکر کند و حتی از عهدهٔ کارها و چیزهایی که قبلاً یاد گرفته است و انتظار می‌رود آن‌ها را انجام دهد، برآید.

۲. زمانی‌که دانش‌آموز با یک تکلیف ریاضی روبه‌رو می‌شود، هراسان شده و به شدت نگران می‌شود که مبادا به آن پاسخ غلط بدهد.

۳. دانش‌آموز در مورد توانایی خود در انجام یک موضوع خاص ریاضی دچار باور و عقیده‌ای نادرست است و تصور می‌کند که در هنگام مواجهه با هر نوع ارزشیابی دربارهٔ آن موضوع، عملکرد بدی خواهد داشت.

۴. اگر دانش‌آموز خود را متقاعد کند که ریاضی را نمی‌فهمد، سعی می‌کند همه چیز را طوطی‌وار یاد بگیرد و به‌جای درک عمیق از قوانین و اصول ریاضی، آن‌ها را حفظ کند.

این نوع اضطراب‌ها، اغلب ریشه در تعامل بین تجارب دانش‌آموزان از کلاس درس و ویژگی‌های فردی آن‌ها دارد، به این معنی که برخی از دانش‌آموزان در رابطه با کنار آمدن با اشتباه‌ها و شکست‌هایشان به خوبی دیگران نیستند. یکی از نکات منفی در مورد ریاضی مدرسه‌ای این است که پس از حل یک مسئله، درستی و نادرستی پاسخ آن مورد ارزیابی و قضاوت قرار می‌گیرد و یادگیری هر فرد با دیگر دانش‌آموزان کلاس، مقایسه می‌شود.

والدینِ کودکان و معلمان مدارس ابتدایی نیز ممکن است اضطراب بالایی از ریاضی داشته باشند و این اضطراب را به کودکانشان نیز، انتقال دهند. هایلاک (۲۰۰۶: ۴-۳) گزارش می‌دهد که بعضی از دانشجو- معلمان رشتهٔ آموزش ابتدایی، دوره‌های کارورزی خود را، با اضطراب بالایی از ریاضی شروع می‌کنند که این امر می‌تواند، ریشه در تجربهٔ آن‌ها از یادگیری ریاضی در دوران مدرسه، داشته باشد. برای مثال، هنگامی که از دانشجو- معلمان خواسته شد که دربارهٔ خاطرات خود از کلاس‌های درس ریاضی صحبت کنند، آن‌ها به تجربهٔ ترس، وحشت و حتی کابوس‌های شبانه از ریاضی، اشاره کردند.

منظور از پدیده‌ای که تحت عنوان اضطراب از ریاضی شناخته می‌شود، سطحی ناکارآمد و نامناسب از اضطراب است که باعث اختلال در توانایی افراد، برای یادگیری و انجام بهتر ریاضی می‌شود

مثال‌های عملی

معلمان باید در کلاس‌های درس خود، از احتمال بروز اضطراب از ریاضی در دانش‌آموزان که ناشی از روش‌های تدریس نامناسب است، آگاه باشند. برخی از روش‌های عملی که معلمان می‌توانند برای مهار اضطراب از ریاضی به‌کار گیرند، در زیر آورده شده است.

۵. نسبت به دانش‌آموزانی که اضطراب غیرسازنده دارند، حساس باشیم. هدف‌هایی را برای کاهش اضطراب آن‌ها از طریق تشویق، تضمین و ممانعت از

اِعمال فشـــار غیرضروری بر ایشان، تنظیم کنیم. برای مثال، نباید از آن‌ها انتظار داشته باشیم که حتماً به همهٔ سؤال‌ها پاســخ دهند و یا فرایندهای ریاضی را به‌طور کامل توضیح داده و اثبات کنند.

۶. انجام تکلیف‌های ریاضی را به درست یا نادرست بودن پاسخشان، محدود نکنیم.

۷. در طراحــی فعالیت‌های دانش‌آموزان، مطمئن شــویم که بین میزان دشــواری و چالشی بودن آن‌ها از یــک طرف و موفقیت در انجامشــان از طرف دیگر، تعادل وجود دارد. دانش‌آموزان به چالش‌ها علاقه‌مندند، درگیرشان می‌شوند، به آن‌ها پاسخ می‌دهند. اما نباید ســطح این چالش‌ها به‌گونه‌ای باشد که موفقیت‌های محدود و شکســت‌های مکــرر دانش‌آمــوزان، باعث اضطراب و پایین آمدن اعتماد به نفسشان شود.

۸. بدانید که جوابِ درســت، تنها چیزی نیســت که دانش‌آموزان بایــد در کلاس‌های ریاضی به خاطر آن تشویق شــوند. تشویق، ستاره دادن، جایزه و غیره، می‌تواند برای ارائهٔ نظرات سازنده، افکار خلاقانه، حضور در فعالیت‌ها، خطرپذیری و پیشرفتِ درسی نیز، در نظر گرفته شود.

۹. بدانید که برخی از دانش‌آموزان به زمان بیشتری بــرای فکر کردن نیاز دارند؛ بنابراین تأکید بیش از حد بر انجام سریع تکلیف‌های ریاضی، کار درستی نیست و انتظار نداشته باشید که کودکان، فوراً به سؤال‌ها پاسخ دهند.

۱۰. ریاضــی را طوری برای کــودکان لذت‌بخش کنید که خودشان بخواهند در انجام آن شرکت کنند و از ریاضی فراری نباشند.

۱۱. نسبت به ریاضی، نگرش‌های مثبت ایجاد کنید و موضوع درسی را با شور و شوق و شوخی و سرگرمی همراه سازید و به دانش‌آموزان خود نشان دهید که خود شما نیز از ریاضی لذت می‌برید و برای آن، ارزش قائل هستید.

۱۲. جــوّی در کلاس درس ایجــاد کنیــد کــه دانش‌آمــوزان، احســاس کننــد معلمشــان پذیرای سؤال‌هایشان است و دوست دارد بداند که آن‌ها، کدام مطالب را نفهمیده‌اند.

۱۳. هنگامی که دانش‌آموزان را مورد ارزشــیابی قرار می‌دهید، حتماً تأکید داشــته باشــید که هدف اصلی از این کار، سنجش کیفیت آموزش آن‌ها و ارائهٔ آموزش‌هــای بهتری در آینده اســت و هدف، مؤاخذه کردن آن‌ها نیست.

۱۴. در طرح درس‌های خود، هدف‌هایی را نیز برای توسعهٔ انگیزشــی دانش‌آموزان در نظر بگیرید و سعی کنید هر چند وقت یک بــار، دانش‌آموزان این فرصت را داشته باشند که دربارهٔ احساسشان نسبت به ریاضی صحبت کنند و یا مطالبی را مکتوب بنویسند.

مطالعهٔ بیشتر

باکســتن[۷] (۱۹۹۱) در کتاب جذاب خود، دربارهٔ ترس ناشی از ریاضی، بیان می‌کند که باید برای هیجان و احساســات نیز مانند شــناخت در آموزش ریاضی، اهمیت قائل شــد. اگر به دنبال خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در این زمینه هستید، به فصلی تحت عنوان «دربارهٔ پیامدهای شناختی اضطراب ریاضی[۸]» نوشته شــده توسط اشکرافت و همکاران (در دانلن[۹]، ۱۹۹۸)، مراجعه فرمایید.

اهداف تدریس ریاضی[۱۰]

تعریف

اهــداف تدریــس ریاضــی، اهداف بلنــد مدتی هســتند که باهــم، توجیهــی برای حضــور پررنگ ریاضی در برنامهٔ درســی مدرســه‌ای‌اند. این هدف‌ها، پاســخی برای این ســؤال هســتند که «چرا ریاضی تدریــس می‌شــود؟». به‌طور عمده، اهــداف تدریس ریاضــی در پنج مقولهٔ «ســودمندی[۱۱]»، «کاربرد[۱۲]»، «مهارت‌هــای قابل‌انتقال[۱۳]»، «زیبایی‌شــناختی[۱۴]» و «معرفت‌شناسی[۱۵]» قرار می‌گیرند.

توضیح و بحث

برنامهٔ درســی ملی انگلستان شــامل بخش‌های گوناگونی است که بخش ریاضی‌اش، با مقدمه‌ای شروع می‌شــود که در آن، به نوعی به هــر پنج مقولهٔ بالا از اهداف تدریس ریاضی، اشاره شده است:

«ریاضی، دانش‌آموزان را به مجموعه‌ای از ابزارهای منحصربه‌فــرد و قدرتمند بــرای درک بهتر جهان و ایجاد تغییــر در آن، مجهز می‌ســازد. مهم‌ترینِ این ابزارها عبارت‌اند از: استدلال منطقی، مهارت‌های حل مســئله و توانایی فکر کردن به شکل انتزاعی. ریاضی از نقش ویژه‌ای در زندگی انســان‌ها برخوردار است و

اشکرافت و کیرت (۲۰۰۱) معتقدند که اضطراب ریاضی، به دو صورت باعث اختلال در عملکرد می‌شود. اول اینکه نوعی ممانعت در مسیر یادگیری ایجاد می‌کند و در نتیجه منجر به کاهش میزان شایستگی می‌گردد و دوم اینکه، اضطراب به‌طور موقت، مانع بازخوانی یا بهره‌گیری مفید از ظرفیت حافظه می‌شود

این نقش، به‌خوبی در بسیاری از مشاغل، شاخه‌های مختلف علم و فن‌آوری، پزشکی، اقتصاد، محیط زیست و تصمیم‌گیری‌های اجتماعی جهت پیشرفت‌های اجتماعی، مشهود است. در طول تاریخ، فرهنگ‌های مختلفی بر توسعه و استفادهٔ هر چه بیشتر از ریاضی تأثیرگذار بوده‌اند. امروزه ریاضی به‌عنوان یک موضوع جهانی و فراتر از مرزهای انسانی، شناخته می‌شود. ریاضی، یک نظام علمی پویا و خلاق است که مملو از لحظه‌ها و فرصت‌های لذت‌بخش، چالش‌برانگیز، تعجب‌آور و تحریک‌کنندهٔ تفکر است. هنگامی که یک دانش‌آموز راه‌حلی ظریف و زیبا برای مسئلهٔ پیش روی خود کشف می‌کند و به‌طور ناگهانی متوجه ارتباطات پنهان بین اجزای یک مسئله می‌شود، به خوبی طعم هر کدام از این حس‌ها را می‌چشد» (DFEE, 1999a: ۶۰).

ریاضی، دانش‌آموزان را به مجموعه‌ای از ابزارهای منحصربه‌فرد و قدرتمند برای درک بهتر جهان و ایجاد تغییر در آن، مجهز می‌سازد. مهم‌ترینِ این ابزارها عبارت‌اند از: استدلال منطقی، مهارت‌های حل مسئله و توانایی فکر کردن به شکل انتزاعی

اهداف سودمندانه

هدف‌های سودمندانهٔ تدریس ریاضی در مدرسه، بیشتر با سواد عددی افراد گره خورده است. به این معنی که ریاضی به‌خصوص سواد عددی، ابزاری است که انسان به کمک آن، می‌تواند از عهدهٔ نیازهای ریاضی خود در زندگی روزانه‌اش برآید و در کار و شغل خود، از آن بهره گیرد. امروزه در بیشتر کشورها، برخورداری از یک سطح پایه‌ای و حداقلی از حساب عددی، جزو نیازهای ابتدایی برای اکثر مشاغل است. تسلط بر اعداد و شمارش، اندازه‌گیری، شناخت و به‌کارگیری شکل‌ها و محاسبهٔ طول، سطح و حجم، کار با پول و درک حساب و کتاب‌های مالی و شخصی، پردازش داده‌های عددی، کار با نمودارها، گراف‌ها و تفسیر آن‌ها، از جمله مهم‌ترین موضوعات سواد عددی هستند که در محیط کار و زندگی روزانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. این واقعیت که برای مواجه شدن با بسیاری از موقعیت‌های موجود در زندگی واقعی و محیط کسب‌وکار، داشتن مهارت‌های محاسباتی ضروری است، به خودی خود می‌تواند دلیلی کافی برای قرار گرفتن ریاضی به‌عنوان یک موضوع مهم در برنامهٔ درسی باشد (گولدینگ[۱۶]، ۱۹۹۷: ۱۲۸).

کاربرد

یک هدف مهم برای تدریس ریاضی، مجهز کردن دانش‌آموزان به اطلاعات و مهارت‌هایی است که در موضوعات درسی دیگرِ برنامهٔ درسی نیز، به آن‌ها نیاز پیدا می‌کنند. برای مثال، قبلاً در نقل‌قولی از برنامهٔ درسی ملی انگلستان، به اهمیت این هدف (کاربردی بودن ریاضی) در علوم و تکنولوژی، پزشکی، اقتصاد و غیره اشاره شده بود. گولدینگ (۱۹۹۷: ۱۲۹)، برخی موارد نیاز به مهارت‌های عددی و کار با داده‌ها را در تاریخ و جغرافی، زیست‌شناسی، سنجش و اندازه‌گیری، تناسب و مقیاس در کارهای هنری، تکنولوژی، علوم و مهارت‌های جبری در علوم را شناسایی کرده است. فرودنتال[۱۷] (۱۹۷۳: ۶۷) در کتاب خود با عنوان «ریاضی به‌عنوان یک تکلیف آموزشی[۱۸]»، درحالی‌که به اهمیت کاربرد در ریاضی توجه می‌کند، یک تذکر واقع‌بینانه را نیز بیان می‌نماید که «تمام ما، درک می‌کنیم که ریاضی اجازهٔ کاربردهای متعدد را می‌دهد و دانش‌آموزان بیشتری نسبت به قبل، باید ریاضی را به‌کارگیرند. اگر بتوانیم به هر یک از آن‌ها بگوییم که در آینده به کدام مفاهیم و تکنیک‌های ریاضی نیاز پیدا خواهند کرد، باعث خوشوقتی است».

مهارت‌های قابل‌انتقال

ممکن است هدف از تدریس ریاضی، پرورش انواع خاصی از مهارت‌های فکری باشد و اغلب فرض بر این است که فعالیت‌های ریاضی، باعث افزایش ظرفیت هوش عمومی دانش‌آموزان می‌شود و آن‌ها را برای به‌کارگیری انواع استدلال‌ها در موقعیت‌های حل مسئله، آماده می‌کند. این هدف، به نوعی در نقل‌قولی که پیشتر، از برنامهٔ درسی انگلستان آمده، مستتر است. نشانهٔ آن هم سهم بالقوهٔ ریاضی برای ارائه و پرورش استدلال منطقی، حل مسئله و تفکر انتزاعی است که در این سند، به آن اشاره شده است. در سال‌های اخیر، گرایش‌های قابل‌توجهی به توسعهٔ «مهارت‌های فکری[۱۹]» در آموزش دورهٔ ابتدایی در بریتانیا، قابل مشاهده هست؛ اما با همهٔ این‌ها، آنچه هنوز به‌طور روشن مشخص نشده است، میزان قابل‌انتقال بودن مهارت‌های فکریِ ریاضی به دیگر موقعیت‌هایی است که دانش‌آموزان با آن‌ها، در آینده مواجه می‌شوند. حتماً انجام دادن ریاضی در سطحی قابل‌اطمینان، به انواع خاصی از تفکر منطقی مانند استدلال تحلیلی، استدلال استنتاجی و آگاهی نسبت به تفاوت‌های بین یک حدسیه و یک تعمیم اثبات‌شده نیازمند است.

هم‌چنیـــن، در نقطهٔ مقابـــل در زندگی واقعی و جایی که ادعا داریم ریاضی می‌تواند به کمک انســـان آمده و کاربردی شود نیز، انواع قدرتمند تفکر و استدلال وجود دارد؛ اما ســـؤال اصلی این اســـت که اگر پرورش تفکر ریاضی و اســـتدلال منطقی بر استدلال‌ها و تفکرها و تصمیم‌گیری‌های انسان در زندگی شخصی مؤثر است، دامنهٔ این تأثیر تا کجا و تا چه اندازه است؟ آیا همیشه و همـــواره در همهٔ موقعیت‌ها، کاربـــرد آن‌ها را حس می‌کنیـــم؟ یعنی تا چه حد تفکر و اســـتدلال ریاضی، قابل‌انتقال به زندگی شخصی ماست؟ آیا می‌توان تفکر منطقی و توانایی استدلال کردن را که از طریق ریاضی پرورش یافته اســـت، برای حل مسئله‌های شخصی در محل کار، امور مالی و بحث‌های سیاسی، منتقل کرد؟

مهارت زیبایی‌شناختی

در نقل‌قول بیان‌شـــده از برنامهٔ درسی انگلستان، بر احســـاس شـــگفتی و لذت بردن از درگیر شدن با ریاضی توســـط دانش‌آموزان، اشاره شده است. در این سند، عنوان می‌شود که جنبهٔ زیبایی‌شناختی، با همان کیفیتی که برای آموزش هنر، موسیقی و شعر و ادبیات مطرح است، برای تدریس ریاضی نیز موضوعیت دارد. ریاضی منبع سرشاری از تجارب زیبایی‌شناسانهٔ انسانی اســـت و این امر، مسئولیت ما را در گشایش پنجره‌ای به‌ســـوی زیبایی و لطافت‌های ریاضی در برابر چشمان دانش‌آموزانمان، افزایش می‌دهد. فرودنتال (۱۹۷۳: ۶۳) اعتقاد دارد کـــه «از هدف‌های تدریس ریاضی، همین بس کـــه می‌توان کودکان را با نظـــمِ زیبای نهفته در نظام ریاضی آشنا کرد، نظمی درخشان از افسون‌های انکارناپذیر و دلربایی‌های زیبا ...». هم‌چنین فرودنتال، به این نکته نیز اشاره می‌کند که «به‌هرحال این زیبایی‌ها، توسط افرادی که فاقد دانش و درک عمیقی از ریاضی هستند، قابل مشاهده نیست». اگر آگاهی از زیبایی‌ها و چشیدن لذت‌های ریاضی را یک حق طبیعی و متناسب با فطرت انســـانی بدانیم، تدریس ریاضی و ورود آن به برنامهٔ درســـی مدرســـه‌ای، تنها با تکیه بر همین حقِ دانش‌آموز، قابل توجیه است.

مهارت معرفت‌شناسانه

یکی از مباحثی که پیرامون اهداف زیبایی‌شناسی مطرح است، آن اســـت که آیا این اهداف، واقع‌بینانه و قابل‌طرح برای همهٔ دانش‌آموزان هســـت یا خیر؟ (آیا این حس لذت و زیبابینی ریاضی مشـــمول همه است یا فقط برای تعدادی خاص و آن‌هایی که نکته‌ســـنج هستند، قابل درک اســـت؟)، به‌خصوص این بحث در مورد پنجمین جنبه از اهـــداف تدریس ریاضی یعنی معرفت‌شناسی، بیشتر مطرح می‌شود. ریاضی حوزه‌ای متمایز و جهان شمول از دانش بشری است که همان طور که در نقل‌قول برنامهٔ درســـی نیز بیان شده، طی قرن‌های متمادی و توســـط فرهنگ‌هـــا و تمدن‌های مختلف بشری و متناســـب با نیاز آن‌ها، شکل گرفته است. یک تعریف از انسان تحصیل کرده می‌تواند این باشد که چنین فردی، کســـی است که درکی نسبت به موضوعات اصلی دانش داشته باشد. در نتیجه برای چنین انسانی، آشنایی با اصول حوزهٔ آکادمیک ریاضی، به همان اندازه اساســـی اســـت که آشـــنایی با شواهد تاریخی یا شناخت ماهیت نظریه‌های علمی لازم است؛ بنابراین، لازم است که دانش‌آموزان، با ریاضی و راه‌هایی که ریاضی‌دان‌ها از طریق آن‌ها استدلال می‌کنند، آشنا شوند. این به این معنا نیست که می‌خواهیم تظاهر کنیم که تمام دانش‌آموزان را به گونه‌ای آموزش می‌دهیم که بالقوه، ریاضی‌دان شوند. این موضوع به خوبی، در نگاه و گفته‌های فرودنتال قابل مشاهده است:

«یک چیز را می‌توان با اطمینان بالایی پیش‌بینی کرد و آن اینکـــه احتمالاً دانش‌آموزِ مـــن [دانش‌آموز متوســـط] به یک ریاضی‌دان تبدیل نمی‌شود ... اما باید دوباره و دوباره، بر این نکتهٔ ســـاده و به راحتی فراموش شـــده تأکید کنم که به‌غیر از ریاضی‌دانان آینده، اغلبِ انســـان‌ها باید ریاضی را یاد بگیرند. چه کســـانی که به ریاضی در سطح عالی و ظریف و دقیق آن احتیاج دارند که در اقلیت‌اند، چه کسانی که تنها به کاربردهای محدود ریاضی نیازمندند و حتی کسانی که هیچ‌گاه ریاضی را به‌کار نمی‌بندند، به ریاضی، به‌عنوان یکی از جنبه‌های انسانی، نیاز دارند.» (فرودنتال، ۱۹۷۳: ۹-۶۸).

مثال‌های عملی

شـــاید چنین گفته شـــود که معلمان، طرح کار و طرح درس‌های روزانه و سالیانهٔ خود را براساس منابع پیشنهادی و مجاز درسی و اهدافِ میان‌مدت طراحی می‌کنند، اما این به آن معنا نیست که این طرح درس‌ها و برنامه‌های سالیانهٔ مدارس، بی‌ربط با پنج جنبهٔ عنوان

شـــده از اهداف تدریس ریاضی هســـتند. این پنج نوع هدف، در سطح سیاســـت‌گزاری و طراحی برنامه‌های درسی مدرســـه‌ای برای ریاضی مطرح‌اند که قرار است در مرحلـــهٔ عمل نیز دیده شـــوند. در ادامهٔ این بخش، بـــه مثال‌هایی از موقعیت‌هایـــی می‌پردازیم که بیانگر توجه به هدف‌های بالا هســـتند. وقتـــی این هدف‌ها به‌عنوان سیاست‌های برنامهٔ درسی به تصویب می‌رسند، بازرســـان و ناظران انتظار دارند که شواهدی از آن‌ها را در طرح‌های میان‌مدت و به‌طور واقعی در کلاس درس مشاهده کنند. در ادامه، به پنج رویکرد عملی که لازم است معلمان، متناسب با این پنج هدف، در برنامه‌های تدریس خود اتخاذ کنند، می‌پردازیم.

- برخوردار کـــردن دانش‌آموزان از یک شـــالودهٔ محکمِ مهارت‌های ریاضی پایه، برای آنکه آن‌ها را قادر سازد تا در مواجهه با موقعیت‌های عددی، موقعیت‌هایی کـــه به‌طور طبیعـــی در زندگی روزمرهٔ خـــود با آن‌ها مواجهند، در زندگی آیندهٔ خود به‌عنوان یک بزرگسال، یک شـــاغل در محیط کار خود و حتی یک شـــهروند معمولی، عملکرد مطمئنی داشته باشند.
- مجهز کردن دانش‌آموزان بـــه دانش و مهارت‌هایی که برای به‌کارگیری ریاضی در سایر موضوعات برنامهٔ درسی، به آن‌ها نیازمندند؛ هم‌چنین آگاه کردنشان از نقش مهم ریاضی در حوزه‌های دیگر یادگیری.
- توسعهٔ توانایی دانش‌آموزان در ریاضیات برای داشتن تفکر منطقی، توضیح استدلال‌ها و تحلیل و به‌کارگیری اســـتراتژی‌های حل مسئله، تشخیص الگوها و تعمیم مفاهیم و اصول.
- ترویج نگرش مثبت نســـبت به چیزی که در ذهن دانش‌آموز، به عنوان ریاضی شـــکل گرفته است و این کار، از طریـــق در اختیار قـــرار دادن فرصت‌هایی برای تجربـــهٔ ریاضیات پویا، خلاق، لذت‌بخش، زیبا و جذاب تضمین می‌شود.
- اطلاع‌رسانی و آگاه کردن دانش‌آموزان از نقش، سهم و تلاش‌های تاریخی فرهنگ‌ها و تمدن‌های مختلف در شکل‌گیری بدنهٔ اصلی دانش ریاضی.

منظور از «مدل‌سازی ریاضی»، به‌کارگیری زبان و نمادهای ریاضی برای نمایش دادن یک مسئله در دنیای واقعی و انتقال آن به دنیای ریاضی است تا با دست‌ورزی با نمادها و انجام محاسبات ریاضی، راه حلی ریاضی برای آن مسئله پیدا شود

مطالعهٔ بیشتر

برای داشـــتن یک دید متفاوت از اهداف تدریس ریاضـــی، می‌توان فصل «چرا تدریـــس ریاضی؟[۲۰]» از پاول ارنست[۲۱] (نقل شده در وایت و برامال[۲۲]، ۲۰۰۰) را مطالعـــه کرد. گفته‌های ارنســـت بســـیار جذاب و پرچالش‌انـــد. دیگر فصل‌های این منبـــع نیز با اهداف تدریس ریاضی مرتبط هستند و می‌توان به آن‌ها ارجاع نمود.

فرایند مدل‌سازی (نمایش)[۲۳]

تعریف

منظور از «مدل‌ســـازی ریاضی»، به‌کارگیری زبان و نمادهای ریاضی برای نمایش دادن یک مســـئله در دنیای واقعی و انتقال آن به دنیای ریاضی اســـت تا با دست‌ورزی با نمادها و انجام محاسبات ریاضی، راه حلی ریاضی برای آن مسئله پیدا شود. بعد از یافتن راه حل ریاضی، تفســـیر و تبدیل آن به راه حلی واقعی، مکمل این فرآیند اســـت. به‌طور خلاصه، فرآیند مدلسازی به معنای حرکت میان دنیای واقعـــی و دنیای نمادهای مجرد در ریاضیات است.

توضیح و بحث

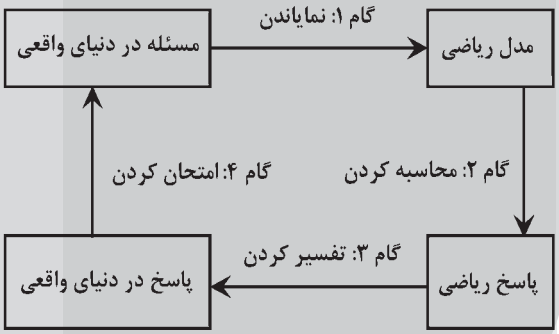
استفاده از ریاضی برای حل مسائل واقعی زندگی، همیشـــه به‌عنوان یکی از هدف‌های کلیدی این شاخه از دانش مطرح بوده اســـت. در حقیقت، این به معنای اختصـــاص انـــواع مختلفـــی از مدل‌هـــای ریاضی به موقعیت‌های واقعی زندگی و نمایاندن این موقعیت‌ها در نمادهای ریاضی است. برای مثال در نظریهٔ سنجش[۲۴]، یکی از موضوع‌های مهم، میزان پایا بودن[۲۵] یک آزمون است. یکی از مدل‌های ریاضی برای اندازه‌گیری میزان پایایی آزمون‌ها، اســـتفاده از متغیر r (r عددی اســـت بین ۰ تا ۱۰۰ درصد که نزدیکی این عدد به ۰ نشانهٔ ناپایایی و نزدیکی آن به ۱۰۰ نشـــانهٔ پایایی بیشـــتر یک آزمون اســـت) در فرمول $r=200c\div(1+c)$ است. در این فرمول، c نشـــانهٔ مقدار همبستگی بین نمرات دانش‌آموزان در دو نیمهٔ یک آزمون است. طراح آزمون می‌تواند به کمک این مدل، میزان پایایی یک آزمون را بسنجد. مثلاً با قرار دادن همسبتگی به میزان $c=0/25$ در این فرمول، مقدار پایایی $r=40$ به دست می‌آید که می‌توان آن را این طور تفســـیر کرد که سطح دشواری آزمون ۴۰ درصد اســـت و در نتیجه ســـطح آزمون به اندازهٔ کافی بالا نیست و می‌بایست با تغییر دادن برخی از سؤال‌های آزمون، این عدد را بهبود بخشید.

مثال فوق، نمونهٔ مناسبی است که به‌طور خلاصه

فرآیند مدلســـازی را برای ما آشکار می‌سازد. در سطح عالی‌تر، فرآینـــد به‌کار رفته در این مثـــال را می‌توان این‌طور نیز بیان کرد: نمایاندن یک موقعیت واقعی در نمادهای جبری، کار بر روی نمادها با استفاده از قواعد ریاضی برای دست‌یابی به یک جواب ریاضی، تفسیر این پاسخ برای درک بهتر آن و در نهایت بازگشت به دنیای واقعی. انگلیش[۲۶] و همـــکاران (۲۰۰۲: ۷۹۰)، ضمن مطالعه و بحث بر روی مســـیرهای پیش روی آموزش ریاضی، عنوان می‌کنند که کاربـــرد ایده‌های کلیدی ریاضی در «مدلســـازی از موقعیت‌های متنوع دنیای واقعـــی» از «اصول موفقیت در محیـــط کار و زندگی روزانه» به حساب می‌آید.

بحث دیگر، میزان و کیفیت استفادهٔ دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایـــی از این فرآیند اســـت. شـــکی نیســـت کـــه اولین تجربه‌های مدلســـازی، خواه یـــا ناخواه در ســـال‌های اولیهٔ دورهٔ ابتدایی شکل می‌گیرند. انگلیش و واترز[۲۷] (۲۰۰۵: ۵۹) معتقد هســـتند که بسیاری از تحقیقات در این زمینه، این ایده که «مدارس ابتدایی، محیط‌هایی آموزشی هستند که باید بچه‌ها به شکلی معنی‌دار استفاده از مدلســـازی ریاضی را آغاز کرده و در آن پیشرفت کنند» را پشتیبانی و تقویت می‌کنند. این همان ایده‌ای اســـت که استراتژی مدارس ابتدایی انگلســـتان نیز به آن توجه کرده و آن را تحت اصطلاح «نمایاندن»[۲۸] به‌عنوان یکی از پنج مشـــخصهٔ استفاده و به‌کارگیـــری ریاضیـــات (b,DfES ۲۰۰۶) به‌کار برده است. طبق این سند (در پاراگراف ۷)، «فرآیند انتخاب اطلاعات کلیدی مورد نیاز [از بطن یک مسئلهٔ واقعی]، نمایاندن مسئله [به کمک نمادهای ریاضی]، استفاده از محاسبات ریاضی، جداول و نمودارها، اساس فرآیندی را تشـــکیل می‌دهند که به مدل‌سازی ریاضی موسوم است». همچنین در این سند (پاراگراف ۸) آمده است که «آن هنگام که کودکان برای شمارش اشیا و یافتن تعداد آن‌ها از چوب خط‌ها و بلوک‌ها استفاده می‌کنند یا از جملات ریاضی برای نمایش محتوای یک مسئلهٔ کاربردی کمک می‌گیرند، در واقع آن‌ها سفر خود برای تبدیل شدن به یک مدل‌ساز ریاضی را آغاز کرده‌اند».

هایـــلاک (۲۰۰۶: فصل ۴) برای روشـــن شـــدن چگونگی به نمایش درآوردن (نمایاندن) ســـاختارهای مختلف موقعیت‌های زندگی در قالب جمله‌های ریاضی، یک جملهٔ تفریـــق (مثـــلاً ۵= ۷-۱۲) را مثال می‌زند



شکل ۱. فرآیند مدل‌سازی ریاضی

و ایـــن جمله را نمایش دو نوع دیدگاه به مســـئله‌های واقعی عنوان می‌کند. این دو نوع دیدگاه در اصل دو راهِ نمایاندن یا «مدلسازی شدنِ»[۲۹] مسائل در قالب عمل تفریق است که یکی عکس عمل جمع‌کردن (مثلاً در موقعیت واقعی، داشتن پس انداز ۷پنی و یافتن مقدار پول مورد نیاز برای خرید یک کالای ۱۲پنی) و دیگری مقایسه کردن است (مثلاً یک کودک ۱۲کیلویی چقدر از یک کودک ۷کیلویی سنگین‌تر است؟).

در شـــکل ۱، فرآیند مدل‌ســـازی ریاضی را به‌طور خلاصه مشاهده می‌کنید. این فرآیند از یک مسئله در دنیای واقعی آغاز می‌شـــود. در گام اول، این مسئله به شکل نمادهای ریاضی به نمایش در می‌آید و اصطلاحاً مسئلهٔ نمایانده یا فرموله می‌شود. این مرحله شامل تغییر در بافت اولیهٔ مسئله است. یا به‌طور واضح‌تر، ساختارهای ریاضی و اصلی نهفته در متن واقعی مســـئله استخراج می‌شـــود و عددهای لازم از بستر اصلی مسئله، معمولاً به کمک اندازه‌گیری، جمع‌آوری می‌شـــوند. اکنون فرد مســـئله حل‌کن در حال قدم زدن در دنیای ریاضیات است. در این دنیا که «یک دنیای منظم و عموماً پایدار اســـت، بســـتر لازم برای کار کردن و فکر کردن فراهم اســـت» (b,DfES ۲۰۰۶:۷)، بـــدون آن که عواملِ غیر ریاضیِ مسئله، مزاحمتی در راه‌کار و تفکر ریاضی شخص ایجـــاد کنند. گام دوم، مرحلهٔ انجام محاســـبات لازم و اجـــرای برخی از فرآیندهای ریاضی بر روی اطلاعات یا مدل به‌دســـت آمده است تا یک جواب ریاضی به‌دست آید. در گام سوم، این پاسخ باید از بافت ریاضی به بافت واقعی و اصلی خود برگردانده شود و آن را تفسیر کنیم تا به یک پاسخ ملموس برسیم. گام آخر، مرحلهٔ آزمون کردن است. در این مرحله، پاسخ را امتحان می‌کنیم تا

فرودنتال (۱۹۷۳: ۶۷) در کتاب خود با عنوان «ریاضی به‌عنوان یک تکلیف آموزشی»، درحالی‌که به اهمیت کاربرد در ریاضی توجه می‌کند، یک تذکر واقع‌بینانه را نیز بیان می‌نماید که «تمام ما، درک می‌کنیم که ریاضی اجازهٔ کاربردهای متعدد را می‌دهد و دانش‌آموزان بیشتری نسبت به قبل، باید ریاضی را به‌کارگیرند. اگر بتوانیم به هر یک از آن‌ها بگوییم که در آینده به کدام مفاهیم و تکنیک‌های ریاضی نیاز پیدا خواهند کرد، باعث خوشوقتی است»

مطمئن شـــویم که متناسب با مسئلهٔ واقعی بوده و بامحدودیت‌ها و قیود آن مسئله همخوانی دارد.

باید این موضوع را در نظر داشـــت که این فرایند چرخه ماننـــد تا حـــدودی آرمانی به نظر می‌رســـد، به‌خصـــوص در مورد مراحل اولیهٔ رشـــد درک و فهم کـــودکان که هنـــوز عددها به‌صـــورت ملموس حس می‌شـــوند تا به‌صورت مفهومی مجرد، در حقیقت این طور دیده می‌شود که از نگاه دانش‌آموزان، مدل‌سازی، یک فرآیند رفت و برگشتی دو مرحله‌ای است و نه یک چرخهٔ چهار مرحلـــه‌ای. یعنی یک بار فکر کردن برای حرکت رو به جلو از بدنهٔ دنیای واقعی به بدنهٔ ریاضی و یک بار نیز حرکت رو به عقب از بدنهٔ نمادین ریاضیات به بدنهٔ دنیای واقعی؛ اما با وجود این نوع نگاه از جانب دانش‌آموزان، ایـــن فرآیند چرخه‌مانند بیشـــتر برای معلمان و افزایش شـــناخت آن‌ها از مدل‌سازی اهمیت دارد. معلمان مدارس ابتدایی باید بدانند که در جریان یک مدل‌ســـازی، چهار اتفاق ذهنی بـــا ارزش در حال وقوع است: نمایاندن، محاسبه کردن، تفسیر کردن و امتحان کردن[۳۰]. معلمان باید بدانند که امروزه ریاضیات صرفاً چیزی مانند گام ۲ نیست.

مثال های عملی

فرض کنید که از یک دانش‌آموز خواســـته باشیم تـــا قیمت ۱۶ باتری از یک نوع مشـــخص را پیدا کند، در صورتی که می‌دانیم آن نوع مشخص از باتری‌ها در بازار تنها در بسته‌هایی ۳ تایی و با قیمت هر بسته ۶۵ پنی عرضه می‌شود. در آغاز، دانش‌آموز تلاش می‌کند که تعداد بسته‌هایی که لازم اســـت خریداری شود را مشخص کند و معمولاً این کار را به صورت ۳÷۱۶ (یا جمع ســـه‌تا سه‌تای بسته‌ها برای رسیدن به ۱۶ یعنی ... + ۳+ ۳+ ۳) انجـــام می‌دهـــد. در حقیقت این کار او اولین گام فرآیند مدل‌سازی یعنی نمایاندن مسئله در قالب نمادهای ریاضی محسوب می‌شود. او با این کار از مفاهیم ملموس، مانند تعداد بسته‌ها و باتری‌ها، به‌سمت مفاهیم مجرد، مانند اعـــداد ۳ و ۱۶ و نمادهای ÷ و +، حرکت کرده اســـت. در گام دوم، او به کمک روش‌های محاســـبه‌ای که یاد گرفته اســـت مشغول به محاسبه خواهد شد تا این که به جواب «۵تا بستهٔ ۳تایی می‌شود و یکی هم باقی می‌ماند» برسد. در این مرحله، نمی‌توان در مورد میزان فهم دانش‌آموز از عملیات و محاسبه‌ای کـــه انجام می‌دهد قضاوت کرد. یعنی واقعاً مشـــخص نیســـت که او در حین انجام عمـــل ۳÷ ۱۶، به ارکان مســـئلهٔ واقعی نیز توجهی دارد یا این‌که کاملاً در این مرحله، در دنیای ریاضیات سیر می‌کند؟ اگر دانش‌آموز درگیر انجام تقسیم از روش رسمی آن باشد، اعداد ۱۶ و ۳ تنهـــا برای او حکم همان عـــدد را دارند تا این که به منزلهٔ تعداد باتری‌ها باشـــند؛ اما اگر از روش جمع سه‌تا سه‌تای باتری‌ها و رسیدن به ۱۶ استفاده کند، در این صورت ممکن اســـت این سه‌تا سه‌تاها در ذهن او به منزلهٔ ۳ تا باتری ۳ تا باتری باشـــد تا به ۱۶ تا باتری برسد. در این روش دوم، او هنوز به‌طور کامل به دنیای ریاضی وارد نشده است و در واقع، کاری انتزاعی به آن معنا اتفاق نیفتاده است. به هر حال، حاصل مرحلهٔ دوم، «۵تا بستهٔ ۳تایی می‌شـــود و یکی هم باقی می‌ماند» خواهد بود و این پاسخ باید در گام سوم به قالب اصیل خود که مســـئلهٔ واقعی در آن قالب مطرح بوده است، تفســـیر شود. مثلاً به پاسخ «ما برای داشتن ۱۶ باتری به ۵ بسته از آن و یک باتری تک احتیاج داریم» تفسیر شـــود. دانش‌آموز باید در گام چهارم، این پاسخ را چک کند و ببیند که آیا از آن نتیجه و معنایی منطقی حاصل می‌شود که با محدودیت‌ها و شروط مسئلهٔ واقعی نیز همخوانی داشـــته باشـــد یا خیر؟ پاسخ صحیح بعد از مرحلهٔ امتحان کردن و مطابقت دادن با محدودیت‌های مسئلهٔ واقعی این خواهد بود که «شما اصلاً نمی‌توانید یک باتری تک از این نوع را بخرید و مجبورید باتری‌ها را در تعداد مشخصی از بسته‌ها بخرید، مثلاً برای داشتن ۱۶ باتری، لازم است که ۶ بسته از آن را بخرید».

با دقت بیشتر به پاسخ نهایی مسئلهٔ فوق، متوجه آن می‌شویم که باید فرآیند مدل‌سازی از نو آغاز شود! یعنی این بار مســـئله یافتن قیمت ۶ بســـته از آن نوع باتری‌هاست. گام اول عمل نمایاندن این مسئله با یک قالب نمادین مثل ۶×۶۵ می‌باشـــد (و اگر واحد قیمت بر حسب پوند باشـــد، عبارت ۶×۰/۶۵ لازم است). در

گام دوم، عملیات محاسبهٔ این عبارت انجام می‌شود که ممکن اســت این محاسبه به سه صورت ذهنی، کتبی و یا بهره‌گیری از ماشــین حســاب انجام شود و پاسخ ۳۹۰ بدست می‌آید (در حالتی که واحد پول بر حسب پوند باشــد پاسخ ۳/۹ اســت). در گام سوم، این پاسخ را به شــرایط واقعی در دنیایی که مســئله در آن قرار دارد برمی‌گردانیم (تفسیر می‌کنیم). در مرحلهٔ آخر هم میزان تناسب پاسخ با شرایط و محدودیت‌های مسئلهٔ اصلی سنجیده می‌شود. در واقع در این مرحله، میزان منطقی و قابل قبول بودن پاســخ را ارزیابی می‌کنیم. مثلاً ممکن است دانش‌آموزی که با ماشین حساب کار می‌کند و قرار اســت پاسخ را بر حسب واحد پنی ارائه کند به اشــتباه عدد ۳۹۰ پوند (که بر روی نمایشــگر ماشین‌حساب درج شده است) را می‌خواند. یعنی پاسخ این دانش آموز این اســت که برای خرید ۶ بسته از آن باتری‌ها باید ۳۹۰ پوند هزینه کنیم! با کمی فکر کردن، اکثر دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که وقتی قیمت هر بسته چیزی کمتر از یک پوند است، امکان ندارد قیمت ۶ بســته از آن‌ها در حدود ۳۶۰ پوند و به شدت گران باشد، لذا جایی از کار ایراد دارد.

یک دختر بچهٔ ۱۰ســاله، عبارت ۱۲÷۵۰ را برای مدل‌سازی این ســوال که «چند جعبهٔ ۱۲تایی برای بسته‌بندی ۵۰ ماشین‌حســاب احتیاج است؟»، به‌کار برده اســت. او پس از چند لحظه فکر کردن، پاســخ «شــما در واقع ۴ بســته لازم دارید»، یا این که «باید ۲ تا از ماشین‌حســاب‌ها را بی‌خیال شویم و در کشوی میز معلم نگهداری کنیم» را ارائه می‌کند. فکر می‌کنید او با این پاسخ‌ها در برداشتن کدام گام از ۴ گام فرآیند مدل‌ســازی، خیلی خوب عمل کرده است؟ پاسخ گام چهارم است. او با این پاسخ نشان می‌دهد که به خوبی از عهدهٔ این گام از چرخهٔ مدل‌سازی برآمده است.

مطالعهٔ بیشتر

فصل سوم از هایلاک (۲۰۰۶)، حاوی توضیحاتی مکمل برای مبحث مدل‌سازی است که در بخش حاضر نیز به قســمت‌هایی از آن اشاره کرده‌ایم. در این فصل، به‌طور دنباله‌داری چگونگی فرآیند مدل‌سازی و درک و فهم دقیق از آن در مسائل مبتنی بر چهار عمل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اشاره شده است. برای پی بردن به چگونگی ارتباط مدل‌سازی درست و دقیق در ریاضی بــا توانایی دانش‌آموزان پایه‌های بالاتــر دورهٔ ابتدایی، می‌تــوان به یکی از گزارش‌های پژوهشــی از انگلیش (در پــوت[31] و همکارانش، ۲۰۰۴) با نام «مدلســازی ریاضی در مدرســهٔ ابتدایی[32]» مراجعه کنید. انگلیش متوجه چندین عامل اجتماعی و عامل ریاضی در حین این پژوهش می‌شــود و آن‌ها را در مدل‌سازی درست و دقیــق، دخیل و مؤثر می‌داند. این عوامل عبارتند از: تفسیر کردن داده‌ها و باز تفسیر آن‌ها، اتخاذ تصمیم‌های درست، استدلال‌های موجه و قابل دفاع، فرضیه‌سازی و بیان مباحــث گوناگون به همــراه بحث‌های مقابل آن‌ها. همچنین در یک پژوهش مشابه، انگلیش و واترز (۲۰۰۵)، نتایج و مثال‌هایی مشابه را برای دانش‌آموزان پایه‌های پایین‌تر ابتدایی ارائه کرده‌اند.

پی‌نوشت‌ها

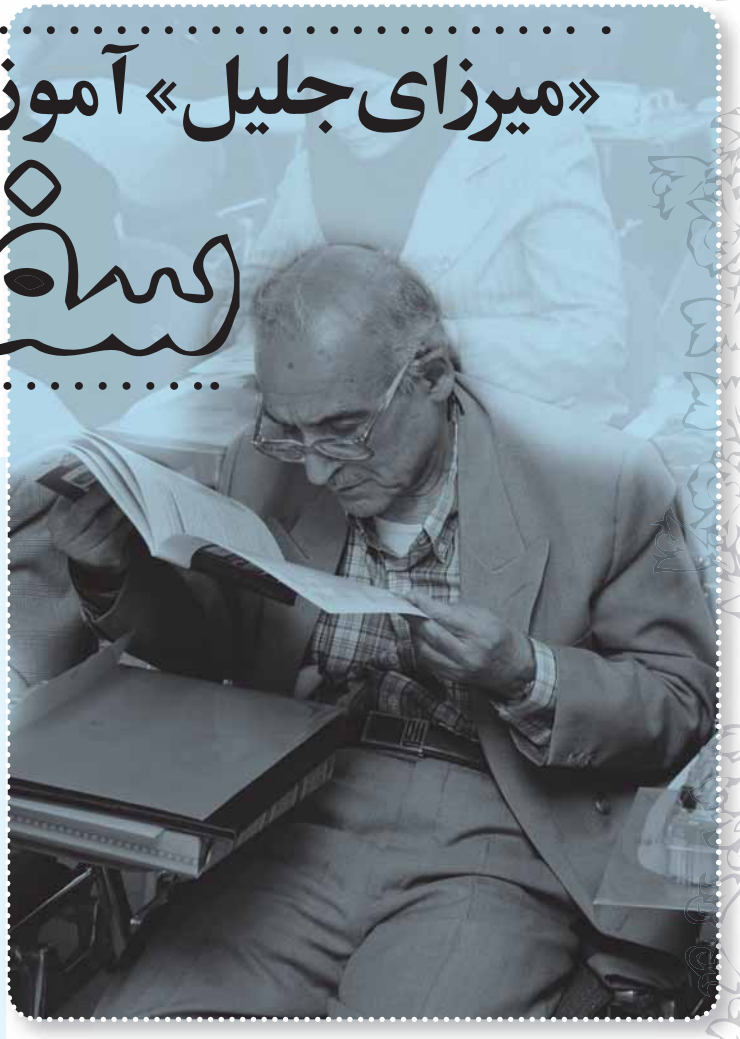
1. Anxiety about mathematics
2. Complex emotional response
3. Page and Thomas
4. Ford
5. Working Memory
6. Ashcraft and Kirt
7. Buxton
8. On the cognitive consequences of mathematics anxiety
9. Donlan
10. Aims of mathematics teaching
11. Utilitarian
12. Application
13. Transferable skills
14. Aesthetic
15. Epistemological
16. Goulding
17. Freudenthal
18. Mathematics as an Educational Task
19. Thinking skills
20. Why teach mathematics?
21. Paul Ernest
22. White and Bramall
23. Modeling Process (Representing)
24. Assessment theory
25. Reliable
26. English
27. Watters
28. Representing
29. Modeled
30. Representing, Calculating, Interpreting, Checking
31. Putt
32. Mathematical Modeling in the Primary school

جواد حاجی‌بابایی، گروه ریاضی- دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی

بسم الله الرّحمن الرّحیم

الحمدلله ربّ العالمین و صلّی الله علی سیّدنا محمّد و آله الطاهرین

«میرزای جلیل» آموزش ریاضی ایران سفر کرد!



برای پیروی حقیقی و واقعی از اسوهٔ حسنهٔ الهی در هر موقعیتی، و به‌طور خاص در چنین مواقعی نیازمند شناخت موقعیت و فهم حقیقی و دقیق از اندیشه، عمل و حالت نورانی پیامبر اکرم(ص) هستیم.

چرا سراسر اندوهگین می‌شد؟ چرا در سکوت فرو می‌رفت؟ حدیث نفس آن حضرت چیست که او را در چنین موقعیتی چنان مستغرق می‌کند که دیگر سخن نمی‌گوید! و آیا او این‌چنین در خود فرو می‌رفت و در احوال خویش تفکّر و تأمّل می‌کرد؟ او که سراسر نور بود، پاک و معصوم بود، خطا در او راه نداشت، فنای در الله بود، همهٔ اعمال او صد درصد مورد رضای خدای سبحان و مطابق رسالت و ارادهٔ الهی بود! «وَ مَا یَنطِقُ عَنِ الهَوَی» بود! اشرف انبیای الهی و برتر از همهٔ ملائکه بود! پس در خود فرو رفتن برای محاسبهٔ نفس دیگر چیست؟

آیات قرآن و زندگی پیامبر، گواه این مطلب است که او همچون پدری مهربان، بلکه بسیار بیشتر از یک پدر ـ که نهایت سعی‌اش را برای رشد فرزندش به‌کار می‌برد و اگر فرزندش را به بیراهه ببیند، خون دل می‌خورد ـ برای هدایت امت خویش تلاش می‌کرد و از گمراهی آنان رنج می‌برد؛ تا آنجا که گاهی از شدت غصه نزدیک بود جان دهد؛ چنانچه در آیات قرآن به‌طور صریح به رنج و اندوه شدید پیامبر می‌پردازد. برای نمونه، در آیهٔ ۶ از سورهٔ کهف می‌فرماید: «گویی می‌خواهی به خاطر اعمال آنان، خود را از غم و اندوه هلاک کنی اگر به این گفتار ایمان نیاورند.» یا در آیهٔ ۳ از سورهٔ شعرا می‌فرماید: «گویی می‌خواهی جان

انا لله و انا الیه راجعون

«وَ ما هذِهِ الْحَیوةُ الدُّنْیا إِلاَّ لَهْوٌ وَ لَعِبٌ وَ إِنَّ الدَّارَ الْآخِرَةَ لَهِیَ الْحَیَوانُ لَوْ کانُوا یَعْلَمُونَ».

و این زندگی دنیا چیزی جز سرگرمی و بازیچه نیست. و به‌درستی [او یقین] که زندگی حقیقی [و راستین] در سرای آخرت است، اگر [مردم دانا می‌بودند] می‌دانستند. (سورهٔ عنکبوت، آیهٔ ۶۴)

در سنن النبی (ص) آمده است:

«إِذَا تَبِعَ جِنَازَةً غَلَبَتْهُ کَآبَةٌ وَ أَکْثَرَ حَدِیثَ النَّفْسِ وَ أَقَلَّ الْکَلَامَ».

«رسول خدا (ص) وقتی به تشییع جنازهٔ کسی می‌رفت، حزن و اندوه بر دلش مستولی می‌شد و بسیار حدیث نفس می‌کرد [در خود فرو می‌رفت و در احوال خویش تأمل می‌کرد] و بسیار کم سخن می‌گفت.» (الدعوات، قطب راوندی، ص ۲۵۶)

خود را از شدّت اندوه از دست بدهی به سبب اینکه آن‌ها ایمان نمی‌آورند.» آری، پیامبر روشـــنایی و رحمت(ص) که می‌دانســـت گمراهان به‌سوی چه عاقبت وحشتناکی می‌روند و چگونه زندگی ابدی خود را به آتش می‌کشند، نهایت سعی خود را برای نجات آن‌ها به‌کار می‌بست و از روی‌گردانی آن‌ها به شدّت رنج می‌برد. (اقتباس از تفسیر موضوعی آیت‌الله جوادی آملی، جلد ۸ ، صفحهٔ ۲۹۰)

یکی از حقایق بلند الهی که ملازم و مقارن موقعیت تشییع جنازه اســـت و پیامبر اکرم(ص) در این موقعیت غمگین می‌شدند، سخن نمی‌گفتند و بسیار حدیث نفس می‌کردند، محتوای عظیم و سراســـر نور این آیهٔ شریفه است:

«وَ ما هذه الْحَیوةُ الدُّنْیا إِلاَّ لَهْوٌ وَ لَعِبٌ وَ إِنَّ الدَّارَ الْآخِرَةَ لَهِیَ الْحَیَوانُ لَوْ کانُوا یَعْلَمُونَ.»

و این زندگی دنیا چیزی جز سرگرمی و بازیچه نیست. و به‌درستی [و یقین] که زندگی حقیقی [و راستین] در سرای آخرت است، اگر [مردم دانا می‌بودند] می‌دانستند. (سورهٔ عنکبوت، آیهٔ ۶۴)

با احتمال زیاد، معقول و منطقی است که در چنین مواقعی ظاهر و باطن این آیهٔ شریفه جلوی چشم پیامبر رحمت(ص) بوده است و وقتی در خود فرو می‌رفتند شاید تمنّا و آرزو می‌کردند: ای کاش، مردم به درستی محتوای گران‌ســـنگ و هدایت‌گر این آیه را می‌فهمیدند، تفاوت غیرقابل مقایسهٔ زندگی دنیوی و زندگی اخروی را درک می‌کردند، به معارف و حقایق الهی دانا می‌شدند، چنان دانا می‌شدند که ایمان می‌آوردند، چنان ایمانی که عمل صالح انجام می‌دادند و ســـعادتمند و رستگار می‌شدند! آری، این است نتیجهٔ دانایی واقعی و نور هدایت!

بنابراین، آیا نزدیک‌تر به صواب و منطقی این نیست که: حدیث نفس پیامبر دانایی و روشنایی(ص) در چنین مواقعی حدیث نفس خویشتن نبوده، بلکه حدیث نفس امّت بوده است؟ در احوال خویش تفکر و تأمّل نمی‌کرده، بلکـــه در احوال امّت تفکر و تأمّل می‌کرده اســـت؟ برای اینکه حقیقت الهی سراســـر نور این آیهٔ شـــریفه را بهتر درک کنیم تفسیر المیزان دربارهٔ آن را زیر نگاه موشکافانه قـــرار می‌دهیم و با مداقّه در آن در خود فرو می‌رویم و با معانی آن به احوال خود! می‌اندیشـــیم و تأمل می‌کنیم! آری، ما نیاز به حدیث نفس داریم! توجه داریم که ما هم در موقعیتی مشابه موقعیت پیامبر(ص) در تشییع جنازه هستیم، به‌تازگی استاد فرزانه‌ای سفر کرده است! به‌دلیل حساسیت تفسیر و اینکه در حوزهٔ علم تفسیر، ما استفاده کننده هســـتیم نه مُفسِّر یا کارشـــناس! لذا متن تفسیر گران‌سنگ المیزان را بی‌کم و کاست در کانون توجه قرار می‌دهیم.

تفسیر المیزان از آیهٔ ۶۴ سورهٔ عنکبوت: کلمهٔ «لهو» به معنی هر چیز و هر کار بیهوده‌ای است که انسان را از کار مهم و مفید باز بدارد و به خود مشـــغول ســـازد. بنابراین، یکی از مصادیق لهو، زندگی مادّی اســـت، برای اینکه آدمی را با زرق و برق و آرایش فانی و فریبندهٔ خود از زندگی باقی و دائمی باز می‌دارد و به خود مشـــغول و سرگرم می‌کند.

کلمهٔ «لعب» به معنای کار یا کارهای منظمی است با نظم خیالی و برای غرض خیالی؛ مثل بازی‌های بچه‌ها؛ زندگی دنیا همان‌طور که به اعتباری لهو است، همین‌طور لعب نیز هســـت؛ زیرا فانی و زودگذر است، همچنان که بازی‌ها این‌طورند. عده‌ای بچه با حرص و شور و هیجان عجیبی یک بازی را شروع می‌کنند و خیلی زود از آن سیر شده و از هم جدا می‌شوند.

و نیز همان‌طور که بچه‌ها بر سر بازی، داد و فریاد راه می‌اندازند و پنجه بر روی هم می‌کشند، با اینکه آنچه بر سر آن نزاع می‌کنند جز وهم و خیال چیزی نیست، مردم نیز بر سر امور دنیوی با یکدیگر می‌جنگند، با اینکه آنچه این ســـتمگران بر سر آن تکالب می‌کنند؛ از قبیل اموال، همسران، فرزندان، مناصب، مقام‌ها، ریاست‌ها، مولویت‌ها، خدمتگزاران، یاران و امثال آن چیزی جز اوهام نیستند و در حقیقت سرابی هستند که از دور آب به‌نظر می‌رسد؛ و انسان منافع مذکور را مالک نمی‌شود، مگر در ظرف وهم و خیال.

به خلاف آن، در زندگی آخرت که انسان در آن عالم با کمالات واقعی که خود از راه ایمان و عمل صالح کسب کرده زندگی می‌کند، و مهمی اســـت که اشتغال به آن، آدمـــی را از منافعی باز نمی‌دارد؛ چون غیر از آن کمالات واقعی واقعیت دیگری نیســـت و جدّی اســـت، که لهو و لعب و تأثیم (ســـخن ناروا و گناه‌آلـــود) در آن راه ندارد، بقایی اســـت که فنایی با آن نیست، لذتی است که با الم آمیخته نیســـت، سعادتی است که شقاوتی در پی ندارد، پس آخرت، حیاتی است واقعی و به معنای حقیقی کلمه؛ و این معنای فرمودهٔ خدای تعالی است.

در این آیهٔ شریفه به‌طوری که ملاحظه می‌فرمایید، زندگی دنیا را منحصر در لهو و لعب کرده و با کلمهٔ «هَذه این زندگی دنیا» آن را تحقیر کرده است و زندگی آخرت را منحصر در حَیَوان، یعنی زندگی واقعی کرده و این انحصار را بـــا ادوات تأکیدی چون حـــرف «اِنَّ» و حرف «لام» و ضمیر فصل «هِیَ» و آوردن مطلب با جملهٔ اسمیه، تأکید نموده است. «لَو کَانُوا یَعلَمُونَ» یعنی اگر مردمی دانا بودند می‌دانستند که مطلب از همین قرار است که ما گفتیم.

اکثر مـــا کم‌وبیش چنین حقایق الهـــی در قرآن را شنیده یا مطالعه کرده‌ایم و آن‌ها را تصدیق می‌کنیم. با

این حال، در زندگی واقعی دچار حجاب غفلت می‌شویم و ممکن است زندگی‌مان موجب تعجب اهل یقین شود! از پیامبر اکرم(ص) نقل شده است که فرمودند: تعجب تمام از کســی است که سرای حیات واقعی اخروی را تصدیق می‌کند، ولی همهٔ سعی و کوشش او برای خانه [دار] غرور است [الدّرّ المنثور]. تذکر و یادآوری می‌تواند مانع غفلت شود. رخداد مرگ وقتی با تفکّر و تأمل همراه شود فرصتی برای تذکر و یادآوری و بیدارباش است.

همان‌گونه که اشــاره رفت اکنون استادی فرزانه به سرای باقی سفر کرده است، حزن و اندوه مستولی شده و زبان خاموش گشته است! چنانچه پیرو صادق نبیّ مکرّم اسلام(ص) باشیم باید بسیار حدیث نفس کنیم، در خود فرو رویم و به تأمل بپردازیم؛ زیرا که پیامبر رحمت(ص) اســوهٔ حسنهٔ ماست و این عمل ســیرهٔ ایشان است. در حقیقت در چنین مواقعی این عمل، شایسته‌ترین عمل است. حدیث نفس ما در این وضعیت می‌تواند دست‌کم شامل سه منظر مهم باشد:

۱. **یک منظر**، تفکر و تأمل دربارهٔ حقایق الهی سراسر نور همانند حقیقت زندگی در سرای فانی و حقیقت زندگی در سرای آخرت، نقش ایمان و عمل صالح در زندگی در حیات واقعی و سرای آخرت است. این کار موجب تذکّر اســت و رهایی و نجات از خواب غفلت‌ها، سبب افزایش ایمان و یقین است. **آنچه تاکنون طرح شد از جنس این منظر از حدیث نفس ماست!**

۲. از آنجا که پیر ســفر کردهٔ ما استادی فرزانه بود، از منظر اقتصادی در خانواده‌ای غیرمرفّه رشــد کرده بود، با تلاش بی‌وقفه، سخت‌کوشی و استعداد خدادادی مراحل پیشرفت و تعالی را طی کرده بود و با مجاهدت‌های بسیار به انسانی نافع و خدوم برای جامعه تبدیل شده بود، زندگی او درس‌ها و پندهای فراوان دارد، لذا **منظر دوم** حدیث نفس ما درس‌آموزی از زندگی سراسر مجاهدت ایشان است.

۳. **منظر ســوم**، تفکر و تأمل در احوال خویشتن اســت. پیش روی خود قراردادن حقایق سراسر نور الهی و محاسبهٔ نفس همراه با درس‌های پندآموز زندگی این مرد جلیل، و در پی آن اندیشــیدن، تدبیر و برنامه‌ریزی برای ادامه زندگی است. سپس تلاش و مجاهدت بی‌وقفه برای ســعادت اخروی و حیات جاویدان و ابدی در سرای آخرت اســت. **این منظر از حدیث نفس به احوال هر فرد وابسته است و فقط در اختیار اوست. بنابراین، به‌طور کامل خارج از دسترسی این نوشته قرار دارد.**

اکنون، منظر دوم از حدیث نفس را با تمرکز و تأمّل در زندگی اســتاد و درس‌آموزی از آن پیش می‌گیریم. پیش از آن لازم اســت برای درست و دقیق دیدن!، مجموعه‌ای از حقایق بنیادی و سراسر نورانی الهی را طرح کنیم تا چارچوب و مبنایی برای شناخت، تفکر و تأمّل صحیح در زندگی استاد بوده واز هر نوع غفلت و به حاشیه رفتن جلوگیری شود. ضمناً تفکر و تأمّل در این مجموعه از حقایق نورانی الهی خود بخش دیگری از منظر اوّل حدیث نفس ماست!

هرگاه یکی از بندگان خدا به ســرای آخرت و ابدی سفر می‌کند دست‌کم یک حقیقت نهیب زننده و بیدارگر به همراه دارد که غفلت‌ها مانع از توجه به آن می‌شود. این حقیقت بی‌کلام! این است: این سفر قطعی است! به بیان دقیق‌تر اینکه: این سفر برای همه قطعی است! به‌زودی نوبت شما هم می‌رسد! برو برگرد ندارد! آیا فکر زاد و توشهٔ سفر بوده‌اید؟ برنامه‌ریزی داشته‌اید؟ چه توشه‌ای از پیش فرستاده‌اید؟ چه توشه‌ای از پس برای شما خواهد آمد؟ تا هنوز فرصت دارید اقدامی کنید!

تا که دستت می‌رسد کاری بکن
پیش از آن کز تو نیاید هیچ کار!

ایمان و عمل صالح، زاد و توشــهٔ راه اســت. نخست اینکه ایمان به زندگی جهت می‌دهد، معنا می‌بخشد، و مبنای عمل صالح است.علاوه بر این، **«ایمان، گذرنامه اعتقادی برای ورود به دارُالسّرور است!»** و باید آن را به همراه داشت! و دوّم، اعمال صالح توشه‌ای است که از پیش فرستاده می‌شود و به مقصد می‌رسد. سوّم، باقیات صالحات است که پس از ســفر برایت توشه می‌فرستد. پس تا فرصت باقی است در این جهات تلاش و مجاهدت حداکثری کنید.

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی، آفرینش و عمر ما از بزرگ‌ترین نعمت‌ها و موهبت‌های پروردگار متعال به ماســت. همچنین بر اساس همین نظام اعتقادات بر هر نعمتی، شُــکری واجب است. در مفهوم «شُکر» این‌گونه آمده است: به‌کارگیری، بهره‌برداری و استفاده درست از نعمت‌ها مطابق با دستورات و احکام الهی. به بیان دیگر، بهره‌برداری و استفاده درست از نعمت‌ها مطابق با رضایت الهی. شُــکر نعمتِ عمر، معیار و شاخصی اساسی برای شناخت و قضاوت، تفکر و تأمّل، و درس‌آموزی از زندگی یک انسان فرهیخته است.

مسلّم است که تجلیل و تکریم هر عزیز سفر کرده‌ای یک سنّت حسنه است و موجب تجلیل و تکریم خانواده او و تســلی دل بازماندگان می‌شود، اما هنگامی که یک انسان فرهیخته به سفر آخرت می‌رود مهم‌تر از این سنّت حســنه، پیش رو قرار دادن زندگــی او، تفکر و تأمّل در چگونه زیســتن او و درس‌آموزی از آن است. پیر فرزانهٔ سفر کردهٔ ما،

«میرزای جلیل» آموزش ریاضی ایران است!

در این سخن سر سوزن مبالغه‌ای وجود ندارد!

هرگاه یکی از بندگان خدا به سرای آخرت و ابدی سفر می‌کند دست‌کم یک حقیقت نهیب زننده و بیدارگر به همراه دارد که غفلت‌ها مانع از توجه به آن می‌شود. این حقیقت بی‌کلام! این است: این سفر قطعی است! به بیان دقیق‌تر اینکه: این سفر برای همه قطعی است

شایسته و زیبنده است که برای نگاه به زندگی ایشان، که یکپارچه و به تمامی وقف تعلیم‌وتربیت رسمی کشور بود، و پندگیری از آن با اســـتدلال ریاضی شروع کنیم! زیرا او از همین طریق با تربیت و رشد قدرت تفکر چندین نسل ـ حـــدود چهار دهه ـ از فرزندان این مرز و بوم مجاهدت کرده است! با توجه به اینکه شغل او، بلکه تمام زندگی او تعلیم‌وتربیت بود، شناخت جایگاه و منزلت تعلیم‌وتربیت در بین مشاغل بر اساس نظام ارزش‌های اسلامی، ما را در مسیر درست و دقیق دیدن، و تفکر و تأمّل صحیح یاری می‌رساند. این موضوع فی‌نفسه یک معیار است.

شناخت جایگاه و منزلت تعلیم‌وتربیت در بین مشاغل، بر اساس نظام ارزش‌های اسلامی

در روزگار ما مشـــاغل فراوانی وجود دارد، از پزشکی، مهندسی، کشاورزی و صنعت و کارگری گرفته تا مشاغل مربـــوط به علم و فناوری، بازار و تجارت، و تعلیم‌وتربیت. در همهٔ این مشـــاغل هرگاه کار و عمل قربةً الی‌الله شد مقبول حق سبحانه و تعالی می‌شود. نیّت الهی، تلاش و کار مجدّانه و صادقانه شرط پذیرش است. در هر صورت و خواه و ناخواه، هر کس در هر شـــغلی مشـــغول گردید زندگـــی او و گذران عمر او یـــا صرف‌کردن عمر او حول محور آن شـــغل خواهد بود. اکنون پرسش اساسی این است که آیا شغل‌ها نسبت به هم برتری، فضیلت و شرافت ندارند؟[صد البته با معیارهای الهی] یا همه نسبت به هم یکسان هستند؟ آیا طبیب جسمانی مهم‌تر است یا طبیب روحانی؟ آیا تغذیهٔ روح شـــرافت دارد یا تغذیهٔ جسم؟ آیا هدایت انسان مهم‌تر است یا مهندسی خودرو؟ آیا تربیت و پرورش انســـان افضل است یا شهرسازی و تجارت؟ آیا رشد و تعالی و هدایت انسان با ارزش‌تر است یا تولید مواد غذایی و خورد و خوراک؟

از منظری دیگر به این پرسش اساسی توجه می‌کنیم. انبیـــای الهی و اولیا صلـــوات‌الله علیهم اجمعین همگی برای تمام عمر به تعلیم‌وتربیت بشر مطابق با برنامهٔ الهی پرداختنـــد. آیا می‌توان کاری مهم‌تر از این تصوّر کرد که خداونـــد متعال پیامبران و اولیای خودش را به آن مأمور نکرده باشد؟ این موضوع از بدیهیات عقلی است که خداوند پیامبران و اولیا را به مهم‌ترین رسالت مأمور کرده باشد و همچنین از بدیهیات عقلی اســـت که پیامبران و اولیای الهی به عالی‌ترین صورت از عمر خودشان بهره‌برداری و استفاده کرده باشند، و شکر نعمت عمر کرده باشند.

برای اتمام حجّت و اتقان بحث، از منظر قرآن و حدیث به این موضوع می‌پردازیم. در باب فضیلت و شرافت علم و دانش، علما و معلمان، و متعلّمان و شاگردان، آیات نورانی بســـیار در قرآن کریم و احادیث حکیمانه و حقیقت‌نگر فراوانی از پیامبر اکرم(ص) و ائمهٔ اطهار(ع) وجود دارد. در اینجا چند نمونه را بیان می‌کنیم تا هم پنجره‌ای به‌سوی حقایق بلند و سراســـر نور الهی و معارف ناب و هدایت‌گر خانـــدان عصمت و طهارت صلـــوات‌الله علیهم اجمعین گشوده شود، و هم به بحث‌مان استحکام و اتقان بخشیده شود.

خداونـــد متعال در اولین ســـوره‌ای کـــه بر آخرین پیامبرش حضرت محمد(ص) فرو می‌فرستد امر می‌کند که:

«ای پیامبر، به نام پـــروردگارت خواندن را آغاز کن. پروردگاری که آدمی را از لخته خونی بیافرید. بخوان ای پیامبر، و پروردگار تو کریم‌ترین [کریمان] و ارجمندترین [ارجمندان] است. پروردگاری که به وسیلهٔ قلم به انسان تعلیم و آموزش داد. به انسان آنچه را نمی‌دانست تعلیم و آموزش داد.» [درشأن و مقام معلم همین بس که خدا خود به انسان تعلیم می‌دهد!]

اقْرَأْ بِاسْمِ رَبِّکَ الَّذی خَلَقَ، خَلَقَ الْإِنْسانَ مِنْ عَلَقٍ، اقْرَأْ وَ رَبُّکَ الْأَکْرَمُ، الَّذی عَلَّمَ بِالْقَلَمِ، عَلَّمَ الْإِنْســـانَ ما لَمْ یَعْلَمْ. (سورهٔ علق، آیات ۱ تا ۵)

تناسب و همبستگی در ترتیب این آیات الهی بسی جای تفکّر و تأمل دارد و روشـــنگر حقایق ژرفی اســـت. آفرینش انسان در پایین‌ترین سطح حیات که همان لختهٔ خون است و تکامل و تعالی آن بر اساس تعلیم و آموزشِ علم و دانش و رسیدن به انسانی عالِم و آگاه که عالی‌ترین سطح حیات است. کتاب الهی نخست با سخن از نعمت آفرینش عالَم و آدم آغـــاز می‌کند و بلافاصله پس از آن تعلیم نعمت علم و دانش به انسان را قرار می‌دهد!

در علـــم اصول فقه، یک قاعدهٔ اصولی وجود دارد که می‌گوید: «اگر حکمی مبتنی بر وصف و حالت خاص باشد، آن‌گاه این وصف و حالت، علت و دلیل آن حکم است». بر اساس این اصل، چون در آیات سورهٔ علق خداوند متعال از آن جهت به وصف «اکرمیّت» توصیف شده است که علم و دانش را به انسان آموخت و ارزانی داشت. لذا اگر امتیاز و مزیّت دیگری غیر از علم و دانش، معیار کرامت و فضیلت به‌شمار می‌رفت شایسته بود که صفت اکرمیّت با همان مزیّت قرین و همطراز می‌شد و آن مزیت به‌عنوان معیار کرامت نامحدود خداوند به‌شمار می‌رفت. به علاوه، کرامت الهی با تعبیر «الاکرم» بیان شده است که در صیغهٔ «افعل تفضیل» اســـت [در فارسی از نوع صفت عالی است]، لذا نتیجه می‌شود عالی‌ترین نوع کرامت پروردگار نسبت به انسان علم و دانش است که والاترین مقام و منزلت انسان است. بنابراین، چنین ترتیبی علت اکرمیت خدا را برای ما روشن می‌کند که همان تعلیم علم و دانش به انسان است و نیز اشـــاره دارد که نعمت علم و دانش والاترین کرامت

الهی نسبت به بشر است. (برگرفته از کتاب آداب تعلیم و تعلم در اســلامِ شهید ثانی ترجمهٔ محمد باقر حجتی، ص ۳۶)

در مقام و منزلت علما و دانشمندان، خداوند متعال در قرآن کریم به صراحت می‌فرماید:

قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذينَ يَعْلَمُونَ وَ الَّذينَ لا يَعْلَمُونَ إِنَّما يَتَذَكَّرُ أُولُوا الْأَلْبابِ .(سورهٔ زمر، آیهٔ ۹)

بگو: آیا آن‌هایی که می‌دانند با آن‌هایی که نمی‌دانند برابر و یکسان هستند؟ تنها اندیشمندان و خردمندان پند می‌پذیرند.

و برای این تفاوت عظیم بین دانایان و نادان‌ها و مقام رفیع دانایان درآیه زیر می‌فرماید:

يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَ الَّذينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجاتٍ وَ اللَّهُ بِما تَعْمَلُونَ خَبيرٌ. (سورهٔ مجادله، آیهٔ ۱۱)

خداوند متعال به آنان که به حق ایمان آوردند و نیز به آنان که از علم و دانش بهره‌مند هستند [دارای علم و دانش هستند]، مقامی رفیع و بلندمرتبه عطا می‌کند، و خدا به آنچه می‌کنید آگاه است.

آری، ایمان و علم دو نعمتی هستند که مقام عظیمی به انسان می‌بخشند. از آنجا که علم تأویل قرآن، اهداف و معانی نهایی، و اسرار قرآن فقط در اختیار خداوند متعال و راســخون در علم است و طبق روایات فراوان، راسخون در علم، پیامبر اکرم(ص) و امامان معصوم(ع) هســتند و ایشان ترجمان حقیقی قرآن بوده و مصون از هر خطایی هستند، لذا سخنان ایشان به بهترین شکل و عالی‌ترین صورت حقایــق را بیان می‌کند. از میان روایات بســیارِ حضرات معصومین(ع)، تنها چند نمونه ذکر می‌گردد تا شرافت و فضیلت علم و دانش، علما و معلمان، و متعلمان و شاگردان زیباتر و کامل‌تر نمایان شود.

۱. فضیلت و برتری مقام عالم و دانشــمند بر عابد و پارسا، مانند فضیلت و رجحان منِ پیامبر بر پایین‌ترین افراد جامعه است. زیرا خداوند و فرشتگان و اهل آسمان‌ها و زمین حتّی مورچگان در لانهٔ خود و ماهیان در دریا بر معلّمی که مردم را به خیر و ســعادت رهنمون می‌کند، درود می‌فرستد. (بحار الأنوار (ط بیروت)؛ ج۲؛ ص۲۴)

۲. فضیلت و برتری مقام عالم و دانشــمند بر عابد و پارسا به اندازهٔ هفتاد درجه است، درجاتی که در میان هر دو درجــهٔ آن، چنان فاصلهٔ طولانی وجود دارد که هفتاد سال طول می‌کشد یک اسب راهوار آن را بپیماید. (منیة المرید؛ ص۱۰۱)

۳. عالم و دانشمند و متعلّم و شاگرد در اجر و پاداش الهی شــریک هستند، و خیر و سعادت (واقعی) در میان دیگر طبقات جامعه وجود ندارد. (منیة المرید؛ ص۱۰۵)

۴. یا عالم و دانشمند باش، یا متعلّم و شاگرد باش، و یا اهل علم و دانش را دوســت بدار و از دســتهٔ چهارم (دشــمن اهل علم) مباش که به سبب دشمنی با آن‌ها هلاک می‌شوی. (اصول کافی؛ ترجمهٔ مصطفوی؛ ص۴۱)

سه حدیث نخســت از پیامبر گرامی(ص) و حدیث چهارم از امام صادق(ع) است، که البته بی‌نیاز از توضیح هستند.

برای رفع هرگونه شائبه و برداشت نادرست از مفهوم علم، لازم است بیان شــود که در فرهنگ اسلام علم به مفهوم **«علم نافع»** موردنظر است که شامل تمام علوم و دانش‌های مفید و ضروری، از نظر اسلام، برای انسان و جامعهٔ انسانی است [جادوگری و امثال آن خارج از شمول علم نافع قرار دارند]. **رسول اکرم(ص)** با بیان اینکه علم دارای دامنه‌ای بلند است، آدمی را به بهره‌گیری از بهترین و برترین علوم توصیه می‌کند و می‌فرماید: **«العلم اکثر من ان یحصی. فخذ من کل شیء احسنه** (کنزالفوائد، ۲، ۳۱). [گسترهٔ] علم‌افزون از آن است که به شمارش آید. پس از کل دانش‌ها، بهتریــن آن‌ها را فراگیرید.» به‌طور

اخصّ، علم توحید در قلب و مرکز گسترهٔ علم نافع واقع اســت و مهم‌تر و برتر از همهٔ علوم دیگر اســت. در حال حاضر، در جامعهٔ علمی از بدیهیات علمی و عینی است که رشد و توســعهٔ همهٔ حوزه‌های علم و فناوری وابسته به علم ریاضی است و قریب به اتفاق پژوهش‌ها در همهٔ حوزه‌های علم و فناوری، و حتی علوم انسانی متکی به علم ریاضی است. بنابراین، علم ریاضی از علوم مفید وضروری برای زندگی انســان و جامعهٔ انسانی، و زیر مجموعهٔ علم نافع است. افزون بر این، با توجه به ماهیت آموزش‌پذیری علم ریاضی از دوران نونهالی، به‌خصوص ویژگی و ظرفیت منحصربه‌فرد علم ریاضی برای تربیت و رشد تفکر منطقی، تفکر انتزاعی و صــوری، و قدرت اســتدلال، می‌توان از

دیدگاهی بدیع و اصیل بر اساس اصولی از علم اصول فقه، به ویژه قاعدهٔ «مقدمهٔ واجب، واجب است.» و قاعدهٔ «نفی سبیل»، وجوب آموزش ریاضی در مدرسه را اثبات کرد!

بر اساس این بحث روشن و دلایل متقن که استدلالی بی‌نقص را شکل می‌دهد، نه تنها شغل تعلیم‌وتربیت همطراز بقیهٔ مشاغل نیست، بلکه شرافت و فضیلت تعلیم‌وتربیت و شغل معلمی بر مشاغل دیگر مسلّم و قطعی، و حقیقتی انکارناپذیر است. در نتیجه هرکس در مشاغل حوزهٔ تعلیم‌وتربیت در گسترهٔ علم نافع در جامعهٔ اسلامی مشغول بوده یا مشغول است بهترین امکان و شرایط را برای عالی‌ترین بهره‌برداری و استفاده از نعمت عمر خود داشته یا دارد. چنانچه نیت الهی یا قربة الی‌الله را، تلاش صادقانه و مجدّانه و با اخلاص را بر این صرف عمر حاکم کنیم با شغل انبیا و اولیاء عمر خویش را گذرانده‌ایم و این عالی‌ترین صورت و بهترین نوع، شکر نعمتِ عمر است!

اکنون نگاهی به زندگی مرد «**جلیل**» آموزش ریاضی ایران می‌اندازیم.

۱. ایشان پس از تحصیل مدرسه‌ای در بوشهر، وارد دانشسرای مقدماتی شیراز شده و پس از فارغ‌التحصیلی آموزگار شهر کازرون می‌شود. پس از چند سال آموزگاری با تلاش مجدانه در رشته دبیری ریاضی در دانشسرای عالی در تهران پذیرفته شده و پس از پایان تحصیل و اخذ لیسانس دبیری ریاضی، بلافاصله دبیر ریاضی شهر کازرون می‌شود. پس از چندین سال تدریس ریاضی به سازمان پژوهش دعوت می‌شود و حدود سه دهه و نیم محور کارشناسی ریاضی برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی و تربیت‌معلم بوده و تا هفته‌های پایانی عمر در مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نقش آفرین بوده است. در مجموع حدود پنج دهه و نیم! در جایگاه معلم ریاضی، کارشناس برنامه‌ریزی و تألیف و عضو هیئت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی به تلاش خالصانه و مجدّانه در آموزش ریاضی کشور پرداخته است.

۲. عزیز سفر کردهٔ ما در تمام طول زندگی به هیچ شغل و حرفهٔ دیگری نپرداخت. همهٔ زندگی او تعلیم‌وتربیت و آموزش ریاضی برای همهٔ فرزندان کشور بود. در حالی که او خیلی زود به شهرت رسید و در اکثریت این سال‌ها مراکز غیردولتی آموزشی با پیشنهادات و پرداخت‌های فراتر از نظام رسمی خواهان او بودند، به همگی جواب رد داد! و همهٔ توان و تلاش خود و زندگی خود را وقف تعلیم‌وتربیت رسمی کرد. این روحیه و منش مردمان درستکار، خدوم و پاکیزه‌زیست است.

۳. این مرد با عزّت‌نفس از فعالیت‌های خصوصی و جانبی که درآمد و منافع مادّی چشمگیر دارد اجتناب می‌کرد. کما اینکه برخی از هم‌قطاران او به سمت منافع مادّی رفتند. فراتر از این، فرهیختگی او چنان والا بود که ظواهر مادی دنیوی نتوانست او را بفریبد. زندگی او از نظر مادی و امکانات رفاهی بسیار معمولی و در حد متوسط زندگی معلمان ریاضی بود. او در مواقعی با مشکلات مادّی هم مواجه بود. زمانی که نیاز به عمل جراحی چشم داشت یا با بیمارهای دیگر درگیر بود، با عُسر و حرج مواجه می‌شد! این‌گونه نبود که زندگی مرفّهی داشته باشد و دغدغه‌های تأمین هزینهٔ زندگی نداشته باشد. همانند فرهیختگان، معلمی ساده‌زیست بود.

۴. این معلم فرهیخته و درستکار آموزش ریاضی ایران در اواخر دههٔ چهل شمسی، برای تحوّل در آموزش ریاضی که هم‌زمان با نظام جامع آموزش متوسطه در آغاز دههٔ پنجاه شمسی بود، به مدت دو سال در خارج از کشور مشغول مطالعه و تحصیل در دوره‌های آموزش تخصصی ریاضیات جدید، آموزش ریاضی جدید متوسطه و برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های جدید ریاضی، پیاده‌سازی و اجرای برنامهٔ درسی جدید و آموزش معلمان ریاضی آموزش می‌شود. ریاضیات جدید حوزهٔ جدیدی از ریاضیات است که تا پیش از آن در برنامهٔ ریاضیات مدرسه وجود نداشته است و معلمان ریاضی کشور از آن اطلاعی نداشتند! در حوزهٔ دانشگاه نیز تنها اساتیدی که تازه در غرب تحصیل کرده و به کشور بازگشته بودند بر این حوزهٔ از ریاضیات تسلّط داشتند. بنابراین، در بین معلمان ریاضی باتجربهٔ کشور او از معدود افرادی بود که بر ریاضیات جدید مسلط بود! در واقع از منظر تخصص ریاضیات جدید در دههٔ پنجاه شمسی در جامعهٔ آموزش ریاضی و معلمان ریاضی کشور یک شخصیت بسیار ارزشمند علمی بوده است! او این سوابق علمی برجسته را به زبان نمی‌آورد! حتی برخی از همکاران او اطلاع دقیقی از آن نداشتند!

۵. میرزای جلیل آموزش ریاضی کشور برای حدود سه دهه و نیم ارزشمندترین کارشناس ریاضی کشور بود و در سه مقطع زمانی محوری‌ترین کارشناس در تحوّل و تغییر بنیادین برنامهٔ درسی ریاضی و اصلاح و بازنگری برنامهٔ درسی و کتاب‌های جدیدالتألیف بوده است. در اکثر این سال‌ها ایشان مسئولیت گروه ریاضی را نیز بر عهده داشته‌اند. از این منظر نیز ایشان در سازمان پژوهش منحصر به‌فرد و استثناء بودند. این سه مقطع عبارت‌اند از:

الف. آغاز دههٔ پنجاه شمسی و دگرگونی اساسی برنامهٔ درسی ریاضی دورهٔ چهارساله دبیرستان و تألیف کتاب‌های کاملاً جدید. در این مقطع بخش اعظم محتوای ریاضی تغییر کرد. کتاب‌های ریاضی جدید در هر چهار سال دبیرستان همگی با موضوعات و محتوایی بدیع متولد شدند! محتوای هندسه تغییرات اساسی کرد. کتاب‌های جبر سال سوم ریاضی فیزیک و جبر و آنالیز سال چهارم

یا عالم و دانشمند باش، یا متعلّم و شاگرد باش، و یا اهل علم و دانش را دوست بدار و از دستهٔ چهارم (دشمن اهل علم) مباش که به سبب دشمنی با آن‌ها هلاک می‌شوی

ریاضی فیزیک با محتوای متحول شده و رویکرد جدید شامل حسابان، حد، مشتق و پیوستگی با رویکرد اپسیلن - دلتا و انتگرال، برنامه‌ریزی و تولید شدند! در این دوران به دلیل تغییر بخش اعظم محتوای ریاضی کتاب‌های درسی، آموزش معلمان ریاضی بسیار چالش برانگیز و دشوار بود. کارکشته‌ها و باتجربه‌ها می‌دانند این کار چقدر پیچیده، سخت و دشوار است!

ب. در آغازین سال‌های پس از انقلاب شکوهمند اسلامی برنامهٔ درسی دورهٔ ابتدایی و راهنمایی هشت پایهٔ تحصیلی به‌طور کامل متحوّل شد. علوم پداگوژیک (علم و هنر یاددهی و یادگیری) به‌صورت وسیعی وارد آموزش ریاضی مدرسه‌ای شد و برنامهٔ درسی ریاضی و کتاب‌های درسی ریاضی کاملاً دگرگون و جدیدالتألیف شد. این اولین بار بود که در فرایند برنامه‌ریزی و تألیف، سند راهنمای برنامهٔ درسی، کتاب درسی و کتاب راهنمای معلم به‌صورت یکپارچه تولید شد و همهٔ کتاب‌های تولید شده برای یک سال در تعدادی مدارس و کلاس منتخب، اجرای آزمایشی شده و با استفاده از نتایج آن بازسازی و اصلاح شدند. همچنین، معلمان دورهٔ اجرای آزمایشی قبل از اجرا و هم‌زمان با اجرای آزمایشی برنامهٔ جدید آموزش دیدند و پس از آن آموزش نمایندگان معلمان استان‌ها انجام شد. کاری بس عظیم!

پ. سومین مقطع به آغاز دههٔ هفتاد شمسی باز می‌گردد که هم‌زمان با تغییر نظام آموزش متوسطه و نظام ترمی واحدی، برنامهٔ درسی ریاضی به‌صورت کامل متحوّل گردید. نظام ترمی واحدی تغییرات مهمی در سنّت‌های آموزشی معلمان ریاضی و فرهنگ آموزش ریاضی دبیرستانی به وجود آورد و طبیعی بود که با چالش‌های وسیع و غیرقابل پیش‌بینی مواجه شود. همچنین تلفیق دو درس کاملاً موضوع محور و تا حدودی نظریه محور در یک درس در سال اوّل دبیرستان با عادت‌ها و سنّت‌های آموزشی معلمان ناسازگار بود و چالش‌های زیادی به دنبال داشت. مرد باتجربه و کار کشتهٔ آموزش ریاضی ما محور کنترل اوضاع و مدیریت این تغییرات و دگرگونی‌های بنیادی بود.

۶. برنامه‌ریزی و تألیف و اجرای برنامهٔ جدید در هر یک از این سه مقطع مذکور بین پنج تا هشت سال طول کشیده است. تغییرات و تحول بنیادی در برنامهٔ درسی ریاضی هم از نظر محتوای ریاضی و هم از نظر روش‌های یاددهی و یادگیری در هر سه مقطع مذکور، آموزش معلمان را بسیار چالش برانگیز و گسترده کرده بود. بدین سبب آموزش معلمان، هم در طول تغییر برنامه و تألیف کتاب‌های جدید ریاضی و هم پس از آن به کاری عظیم تبدیل شده بود. کانون و محور این کار عظیم و مؤثرترین فرد در آموزش‌های معلمان این مرد جلیلِ بی‌اعتنا به شهرت بود.

۷. محور دیگر مجاهدت‌های این مرد خدوم تعلیم‌وتربیت و آموزش ریاضی رسمی کشور، آموزش معلمان است. همچنان که اشاره رفت این مرد جلیل مؤثرترین و محور اصلی کار عظیم آموزش معلمان در هر سه مقطع تغییر برنامهٔ درسی ریاضی در طی بیش از سه دهه بوده است. **در طول این سه دهه و نیم او تنها کارشناسی بوده است که بر همهٔ برنامهٔ درسی ریاضی از پایهٔ اوّل دبستان تا پایهٔ دوازدهم در هر سه رشتهٔ علوم انسانی، علوم تجربی، و علوم ریاضی (ریاضی فیزیک) و همچنین برنامهٔ آموزش ریاضی مراکز تربیت‌معلم مسلّط بوده است.** بنابراین در آموزش معلمان ابتدایی با آن حجم عظیم، آموزش معلمان ریاضی دورهٔ راهنمایی و آموزش معلمان ریاضی دبیرستان نقش اساسی داشته است. طبق روال، دیگر مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی تا یک سال پس از تألیف کتاب، درآموزش‌های معلمان حضور کامل دارند، و پس از آن آموزش معلمان بر دوش کارشناسان است. مرد اصلی میدان بازآموزی‌ها و همایش‌های یک یا چند روزهٔ معلمان ریاضی در استان‌ها و شهرستان‌های سراسر کشور در طول این سی و چند سال! اوست، که حجم آن خارج از شمارش است! در واقع، تعداد کثیری از معلمان ریاضی و بخش بزرگی از معلمان ابتدایی در کلاس‌های درس ایشان تلمّذ کرده‌اند!

۸. این معلم فرزانه از آغاز تولد مجلهٔ رشد آموزش ریاضی که بیش از سه دهه از عمر آن می‌گذرد در هیئت تحریریه جایگاه ممتاز داشت. تجربهٔ گران‌بها و بی‌بدیل او در آموزش ریاضی کشور، شناخت وسیع و میدانی از محیط اجرای برنامهٔ درسی ریاضی و تسلط و شناخت عمیق از سنّت‌ها و فرهنگ آموزشی معلمان ریاضی کشور، شناخت مشکلات گوناگون و عظیم تغییر برنامهٔ درسی ریاضی و آموزش معلمان ریاضی موجب شده بود در نشر دانش ریاضی مناسب و دانش‌آموزش ریاضی و رشد و توسعهٔ توانایی‌های حرفه‌ای معلمان ریاضی و جامعهٔ آموزش ریاضی ایران نقش برجسته‌ای داشته است که تا روزهای پایانی عمرش ادامه داشت.

۹. مرد جلیلِ بی‌سروصدای آموزش ریاضی ایران همچنان که در مدرسه و دانشگاه ممتاز بود در کسوت معلم ریاضی و کارشناس برنامه‌ریزی و تألیف نیز ممتاز بود. تسلط مثال‌زدنی او بر دانش ریاضی، ریاضیات جدید، ریاضیات مدرسه‌ای و هنر معلمی همراه با شخصیت خودساخته، سختی کشیده، منظم، دقیق و با پشتکار، توانایی عالی در کلاس درس، در مباحثات کارشناسی

و در آمـــوزش معلمان ریاضی او را به یک معلم حکیم و کارشناس خبره تبدیل کرده بود. تسلط بر زبان انگلیسی و روحیهٔ مطالعه بی‌وقفه و کسب تجربه‌های ناب و مختصّ آموزش ریاضی کشـــور طی ســـالیان متمـــادی او را به گنجینه‌ای عظیم و بی‌بدیل در حوزهٔ «آموزش ریاضی در عمل» تبدیل کرده بود و در بین معلمان ریاضی و جامعهٔ آمـــوزش ریاضی به جایگاه ممتاز و رفیعی رســـانده بود، طوری که اکثر اساتید دانشگاه هم او را «استاد» خطاب می‌کردند و در آمـــوزش ریاضی نظر او را بر نظرات خود مقدم می‌شمردند!

۱۰. همان‌گونه که اشـــاره شـــد این اســـتاد جلیل گنجینه‌ای عظیم از دانش و تجربه‌های ناب و دست‌نیافتنی در گســـترهٔ پهناور آموزش ریاضی کشـــورمان بود. برای درک درســـت ارزش این تجربه‌های ناب، لازم است این دو حقیقت را در نظر بگیریم: «تجربهٔ یک معلم حکیم و کارکشته و یک کارشناس عالم و خبره از چه درجهٔ اتقان و کیفیت بالایی برخوردار است و چه تفاوت‌ها که با تجربهٔ دیگر افراد ندارد! همچنین، ماهیت آموزش وابســـته به فرهنگ و درهم‌تنیده با فرهنگ است و تجربهٔ آموزشی در فرهنگ‌های دیگر نمی‌تواند معیار عمل در فرهنگی متمایز از آن‌ها باشد!» استادِ بی‌ریا، مانند پدری دلسوز هم به طور صریح و هم به طور ضِمنی، در مواقع مناسب و به خصوص ســـر بزنگاه‌ها! صادقانه دانش و تجربه‌هایش را در اختیار کارشناســـان و مؤلفان قرار مـــی‌داد. در حقیقت آموزش می‌داد! و **به معنای حقیقی کلمه، استاد کارشناسان گروه بود.** موضوع غیرمعمول و تحسین‌برانگیز این بود که علاوه بر تجربه‌های موفّق، تجربه‌های ناموفّق وناکارآمدی را که خود محورش بوده، مطرح می‌کرد و می‌گفت: تعّمد دارم روی آن‌ها تأکید کنم، نباید اشـــتباهات ما را تکرار کنیـــد! او تجربه‌های ناموفّق را تجزیه و تحلیل می‌کرد و دلایل آن را تشـــریح می‌نمود! این ویژگی نایاب اشارتی بـــه فرزانگی، اخلاص و از خود گذشـــتگی او دارد. آری، این گونه لطیف، با عمل و «بِغَیرِ اَلسِنَتِکُم» درس اخلاق می‌داد! برای چشیدن طعم معجون معجزه‌گر و شفابخش درس‌های استاد، واجب اســـت پای درسش بنشینیم و جرعه‌ای از دریای دانش وتجربه‌های ناب او بنوشیم!

رفتار موقّرانه‌ای داشـــت، به آرامی با پشت انگشتان دست به در نیم‌باز اتاق زد، سلام کرد، جواب سلام شنید، پرسید: آیا کتاب‌های ریاضی دبستان در اینجا برنامه‌ریزی و تولید می‌شود؟ مسئول گروه پاسخ داد، بله. گفت: من با مؤلفان و کارشناسان کتاب‌های ریاضی دبستان کار دارم. مسئول گروه: بفرمایید خدمت استاد جلیلی. استاد جلیلی از روی صندلی بلند شـــد و خوش‌آمـــد گفت، بفرمایید بنشینید [با اشاره به صندلی کنار میزش]، من در خدمت شما هســـتم. هنوز حالت چهره‌اش سرد بود! من استاد ریاضی هســـتم، دخترم دیشب ســـؤالی از درس ریاضی پرســـید که خیلی باعث تعجبم شـــد، او در درس‌هایش نیازی به کمک ما نداشـــته است، از نظر مدیر و معلّمش فوق‌العاده اســـت، دوست دارم مستقل بار بیاید، گفتم: از روی درس می‌توانی جواب را پیدا کنی، گفت: جواب این تمرین در درس نیست! کتاب ریاضیش را باز کرد و گفت تا اینجا خوانده‌ایم و ادامه داد، سؤال من دربارهٔ این تمرین است [با انگشت اشاره کرد، تمرین آخر]، من این تمرین را می‌فهمم، جمع است، من جمع را نوشتم ولی جواب را ... . از روی کتاب تمرین را خواندم، به دفتر تمرین دخترم نگاه کردم، دیدم در جواب نوشته است:

این تمرین جمع است، ۹۴ = ۶ +

گفتم: آفرین دخترم، درســـت اســـت، چـــرا جواب را ننوشـــتی؟ گفت: نمی‌دانم جواب چند اســـت! گفتم: دختـــرم پس جمع را خوب یاد نگرفته‌ای! گفت: جمع را خوب بلدم، و با انگشتانش یکی یکی به ۹۴ اضافه کرد؟ ۹۹،۹۸،۹۷،۹۶،۹۵ گفتـــم: عدد بعدی ۱۰۰ می‌شـــود. تعجب کرد و گفت: صد یعنی چه؟ این عدد را نمی‌شناسم، نخوانده‌ایم! [بتدریج کلام و لحن اســـتاد ریاضی جوان، تندتر و طلبکارانه‌تر می‌شد! ولی استاد جلیلی با آرامش و با دقت گوش می‌داد و نکاتی را یادداشت می‌کرد.] متحیّر شـــدم، اگر درس نداده‌اند چرا تمرین وابسته به آن آمده است؟ کتاب را تا صفحهٔ آن تمرین با دقت بررسی کردم، دوبار! کاملاً درســـت می‌گفت، تا عـــدد ۹۹ آموزش داده شده بود! مرتبهٔ سوّم درس‌های بعدی را بررسی کردم، با کمال تعجّب معلوم شد که آموزش عدد ۱۰۰ و اعداد سه رقمی از درس بعدی شـــروع می‌شود. مگر می‌توان توقع داشـــت دانش‌آموز مســـئله‌ای را حل کند که به مفاهیم جدیدِ آموزش داده نشده نیاز دارد؟ آن هم دانش‌آموز اول دبستان؟ من استاد ریاضی هستم، کارم این است، می‌دانم چگونه باید ریاضی را آموزش داد! ما از دانشجویان دکتری می‌خواهیم که مسئلهٔ جدید و تا کنون حل نشده را حل کنند. حل مســـئله جدید، کشـــف ریاضی، ابداع ریاضی کار اســـاتید و دانشجویان دکتری است نه دانش‌آموز اول دبستان! خیلی ناراحت شدم! با این کارها به همهٔ کودکان این مرز و بوم ضرر می‌زنیم! ذهن آن‌ها را خراب می‌کنیم! بچه‌ها از ریاضی متنفّر می‌شوند! من می‌خواهم فرزندم در دوران دبستان در حل‌کردن تمرین‌های درس ریاضی‌اش همواره موفق باشد، اگر شکست بخورد روحیّه‌اش ضعیف می‌شود، اعتماد به نفس او رشد نمی‌کند و از بین می‌رود! البتـــه فرقی نمی‌کند، بچه‌های دیگر هم همین طور! ... . قطعاً کتاب اشکال دارد! ما که دیگر کتاب خوب ریاضی را از کتاب بد تمییز می‌دهیم!

تسلط مثال‌زدنی او بر دانش ریاضی، ریاضیات جدید، ریاضیات مدرسه‌ای و هنر معلمی همراه با شخصیت خودساخته، سختی کشیده، منظم، دقیق و با پشتکار، توانایی عالی در کلاس درس، در مباحثات کارشناسی و در آموزش معلمان ریاضی او را به یک معلم حکیم و کارشناس خبره تبدیل کرده بود

در این اثنا اســـتاد جلیلی گفتند: آقـــای دکتر، اگر اجـــازه بفرمایید پـــس از صرف یک چـــای، موضوع را با هم بررسی می‌کنیم. ســـفارش چای قندپهلو دادند! و با لحنی مهربانانه گفتند: از دقت نظر شما تشکر می‌کنم، نگرانی و دغدغه‌های شـــما نشان از شخصیت فرهیخته، مسئولیت‌پذیر و متعهد شما نسبت به آیندهٔ کشور دارد و شایستهٔ تحسین و تقدیر است. چند سؤالی دربارهٔ سوابق تحصیلی و پژوهشی و تدریس ایشان پرسیدند. معلوم شد خارج از کشـــور در رشتهٔ جبر تحصیل کرده‌اند و تازه در دانشگاه مشغول شده‌اند. سپس گفتند: دخترتان فرزند اوّل اســـت و حتماً خیلی دوستش دارید؟ با خنده پاسخ دادند درست حدس زدید! استاد جلیلی گفتند: اگر اجازه بفرمایید در حالی که شـــما چای را صرف می‌کنید، من بررســـی را شـــروع کنم.[در طول این گفت‌وگو ما - سه کارشناس دیگر گروه - ساکت و با دقت گوش می‌دادیم، هیچ‌یک از ما در ابتدایی کار نکرده بودیم و از پاسخ استاد اطلاعی نداشتیم. گویی ما هم بعضی از همان سؤال‌ها را داشتیم! این حالت بتدریج در استاد ریاضی اثر گذاشته بود و شاید کمی تعجب هم کرده بود.]

شما مطالب مهمّی را مطرح نمودید. به زبان ریاضی، گزاره‌های تأثیرگذار و تعیین‌کننده‌ای را مبنا قرار دادید، ابتدا مسئلهٔ اصلی را بررسی می‌کنیم. یکی از موضوعات اساسی در آموزش «**انگیزه**» است، انگیزه برای یادگیری. تشنه می‌شویم، به سمت آب می‌رویم. گرسنه می‌شویم، تلاش می‌کنیم به غذا برســـیم. تشـــنگی و گرســـنگی انگیزه‌های غریزی [و درونی] بـــرای اقدام و تلاش ما در رســـیدن به آب و غذا هستند. برای یادگیری چطور؟ آیا نیرویی وجود دارد که ما را برای یادگیری برانگیزاند؟ در علم آموزش یک اصل آموزشـــی وجود دارد [مثلاً مانند اصل توازی در هندســـه!] که می‌گوید: «**برای یادگیری انگیزه لازم اســـت.**» در اقدام و تلاش برای رسیدن به آب یا غذا انگیزهٔ غریزی ناشی از تشنگی و گرسنگی وجود دارد، برای یادگیری چه انگیزه یا انگیزه‌هایی وجود دارد؟ آیا انگیـــزه در کودک، نوجوان یا جوان، و در بزرگســـال یکسان است یا متفاوت؟ آیا انگیزهٔ یادگیری مانند تشنگی و گرسنگی غریزی و غیر ارادی است؟ و سؤال‌های دیگر از این دست، همگی مربوط به حوزهٔ علوم آموزشی است و به طور خاص مربوط به موضوع پژوهشـــی «انگیزش» اســـت. یافته‌های پژوهشـــی این حوزه می‌گوید: «برای یادگیری باید انگیزه ایجاد کرد.» این گزاره بر اساس آن اصل آموزشی و شواهد پژوهشـــی و مشکلات آموزشی فرضیه‌سازی شده و به وسیلهٔ همان اصل و پژوهش‌های علمی بعدی در حوزهٔ علوم آموزشی استوار و اثبات شده اســـت [مثلاً مانند قضیهٔ تالس در هندســـه که بر اساس مسائل واقعی یا مسائل ریاضی پدید آمده و با اصل توازی و دیگر اصول و مفاهیم اثبات می‌شود!]. آری، برای آموزش هر مفهوم جدید باید کنجکاوی دانش‌آموز را برانگیخت، باید برای دانش‌آموز سؤال ایجاد شود، باید برای یادگیری احساس نیاز کند مثل احساس تشنگی! اگر کسی تشنه نباشد آب نمی‌خواهد.

در ایـــن حوزه از علمِ آموزش بر اســـاس پژوهش‌ها، راهکارهایی بـــرای ایجادِ انگیزهٔ یادگیـــری در کودکان دبستانی پیشنهاد شده است. یکی از این راهکارها طراحی تمرین یا مســـئله‌ای در اواخر تمرینات و مســـائل درس قبلی است، طوری که با همان درس نتوان به حلّ کامل آن دســـت یافت! و حلّ کامل آن نیازمند مفاهیم جدید درس بعدی است! از این راهکارِ ایجاد انگیزه در طراحی کتاب‌های ریاضی دبستان بارها استفاده شده است. البته یک راهکار مرسوم و قدیمی این است که در مقدمهٔ درس جدید ایجاد انگیزه صـــورت گیرد. ما از این راهکارِ ایجاد انگیزه هم استفاده کرده‌ایم. همچنین راهکارهای دیگری برای ایجاد انگیزه وجود دارد. لازم به توضیح اســـت که ظرافت‌هـــا و تفاوت‌های مهمّی بین این دو راهکار وجود دارد! در راهـــکار قدیمی دانش‌آموز با ســـؤال به کلاس نمی‌آید، ایجاد انگیزه به وســـیلهٔ معلم و کتاب در کلاس و در آغـــاز درس انجام می‌شـــود. از نظر زمانی فاصله‌ای با ارائهٔ مفهوم جدید نیســـت و ممکن است ایجاد انگیزهٔ واقعی و مؤثری شـــکل نگیرد، در صورتی که در راهکار جدید معلم حضور ندارد، کلاس درس و هم‌شـــاگردی‌ها نیستند، دانش‌آموز هدفش حل کردن تمرین‌های درس گذشته است، نگاهش به درس جدید نیست، در تنهایی با مشکل مواجه می‌شود، تلاش می‌کند آن را حل کند، ســـؤال به طور طبیعی و مستقل از دیگران برایش پیش می‌آیـــد، زمان دارد، روی آن فکر می‌کند، و با ســـؤال به کلاس می‌آید. کدام راهکار قوی‌تر و مؤثرتر اســـت؟ البته روش قدیم حذف نمی‌شود و وجود خواهد داشت. در واقع نقشهٔ کتاب برای ایجاد انگیزه مضاعف است. در این روش، هدف کشف یا ابداع مفهوم جدید نیست. امّا در عملکرد دختر شما، هدف اصلی و بیشتر از آن محقق شده است! او مسئله را کامل و دقیق فهمیده است، اینکه مسئله، مسئلهٔ جمع است، عمل جمع و اعداد جمع را درست به صورت ریاضی نوشته است، برای به دست آوردن حاصل جمع با مشکل مواجه می‌شود، سؤال جدّی برایش پیش می‌آید. حلّ مسئله تا همین‌جا بوده است! این عالی‌ترین عملکرد اســـت! آیا آقای دکتر ابهامی یا سؤالی دارند؟ اگر خسته شـــده‌اند، دیگر ادامه ندهیم؟ بحث شما بسیار زیبا است، مرا شگفت‌زده کرده است! سراپا گوش هستم تا بیش‌تر از استاد استفاده کنم! خواهش می‌کنم ادامه دهید!

برای آموزش هر مفهوم جدید باید کنجکاوی دانش‌آموز را برانگیخت، باید برای دانش‌آموز سؤال ایجاد شود، باید برای یادگیری احساس نیاز کند مثل احساس تشنگی! اگر کسی تشنه نباشد آب نمی‌خواهد

دوّمیـــن موضوع اساســـی و جهت دهنـــده‌ای که مطرح نمودید و من یادداشـــت کرده‌ام این گزاره اســـت که فرمودید:«*من اســـتاد ریاضی هستم، کارم این است، می‌دانـــم چگونه باید ریاضـــی را درس داد، کتاب خوب ریاضی را می شناسم!*»

اجازه دهید با دقت ریاضی و ریاضی‌گونه این سخن را مورد مدقّه قرار دهیم. جملهٔ اوّل سخن شما کاملاً دقیق و درست است، کارتان هم به طور دقیق تدریس ریاضی در دانشگاه و پژوهش در رشتهٔ جبر است. امّا جملهٔ سوم و چهارم محل بحث است و نیاز به بررسی دارد. با مثال‌های ساده و عمومی شـــروع کنیم. اگر یک ریاضی‌دان یا یک دکتر ریاضی آدم بداخلاقی باشد، استاد خوبی خواهد بود؟ ریاضیات را خوب تدریس می‌کند؟ اگر این ریاضی‌دان یا دکتر ریاضی از تدریس خوشـــش نیاید، تدریسش خوب خواهد بـــود؟ تصدیق می‌فرمایید کـــه خوش‌اخلاقی و دوست‌داشـــتن کارِ تدریس، لازمهٔ خوب تدریس کردن اســـت. [آقای دکتر] کاملاً قبـــول دارم. افزون بر این اگر استاد دانشجویانش را دوست داشته باشد، رابطهٔ عاطفی بادانشجویان داشته باشـــد، تدریس او مؤثرتر نمی‌شود؟ البته، فقدان این خصوصیات مانع پژوهشگر خلاق بودن نیست. به ویژگی‌های تخصصی‌تر می‌رویم. ابتدا مثالی از حرفه‌ای دیگر، همهٔ فوتبالیست‌های مشهور به مربی‌گری علاقـــه ندارند، آن‌هایی که به مربی‌گری علاقه دارند باید دوره‌های مربی‌گری متعددی را با موفقیت بگذرانند، یعنی علم مربی‌گری با هنـــر فوتبال فرق دارد! همچنین همهٔ کســـانی که این دوره‌ها را با موفقیت می‌گذرانند مربیان موفقی نمی‌شوند، باید بر اساس علم مربی‌گری تجربه‌ها بیندوزنـــد! تا علم خود را به هنر مربی‌گری تبدیل کنند! به حرفهٔ خودمان باز می‌گردیم. تقریباً در تمام نظام‌های تعلیم‌وتربیت دنیا دانشـــگاه‌های مخصوص تربیت‌معلم، مراکز تربیت‌معلم، رشـــتهٔ دبیری و یا دوره‌هایی معینی برای تربیت‌معلم وجود داشـــته و دارد که بخش مهمی از برنامهٔ درسی آن مختصّ علوم پداگوژیک [علم و هنر یاددهی و یادگیری] اســـت. حتی کلاس‌های کارورزی دارند. در همین بحث نخســـت مـــا، اگر معلم اطلاعی از موضـــوع انگیزش و راهکارهای ایجاد انگیزه و اهمیت آن نداشته باشـــد، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا کارش را درست انجام می‌دهد؟ روشن است که برای شغل معلمی، دانش تخصصی مانند ریاضی، فیزیک، شیمی کافی نیست، بلکه علوم آموزشـــی [علم پداگوژی] نیاز است. معلم ریاضی علاوه بر اینکه باید بر علم ریاضی مسلّط باشد، باید بر علم پداگوژی هم مســـلّط باشد. ضمناً باید عرض کنم دانش ریاضیِ معلم ریاضی مطابق ریاضیات استانداردی که در دانشگاه‌ها تدریس می‌شود نقص‌هایی دارد! مهم‌تر از این، تبدیل این دانش‌ها به هنرِ معلمی به تلاش وافر، مستقل و مضاعفی نیاز دارد که فقط از طریق تجربهٔ هوشمندانه و عالمانه حاصـــل می‌گردد. البته این‌ها حداقل‌های لازم برای معلمی است! حتی از نظر دانش‌های ضروری برای معلم ریاضی، غیر از علم ریاضی و علم پداگوژی دانش‌های دیگری مورد نیاز اســـت! صد البته تعلیم و هدایت یک سالک طریق و استاد حکیم کارستان می‌کند.

جملهٔ چهارم را زیر تیغ دقت ریاضی و نقد ریاضی‌گونه می‌بریم! کتاب ریاضی خوب، چگونه کتابی اســـت؟ چه ویژگی‌ها و ساختاری دارد؟ کتاب ریاضی خوب دانشگاهی یا کتاب ریاضی خوب مدرســـه؟ آیا کتاب ریاضی خوب دانشگاهی مانند کتاب ریاضی خوب مدرسه است؟ کتاب ریاضی خوب دانشـــگاهی چه ویژگی‌ها و چه ساختاری دارد؟ به کاربرد ریاضی بپردازد یا نه؟ نظریه- محور باشد یا مسئله- محور؟ مستقیماً به ارائهٔ ایده‌های اصلی بپردازد یا ایده‌هـــای فرعی را هم طرح کند؟ یا ایده‌های فرعی را به بخش مسائل ببرد؟ ساختار «تعریف- قضیه- اثبات» را محور قرار دهد یا ساختارهایی مانند «مثال- تعریف»، «تعریف- مثال»، «مثال- قضیه- اثبات»، «قضیه- اثبات- مثال»، و یا ترکیب‌های دیگری از این دســـت را؟ فرایند ارائـــهٔ مفهوم از کل به جزء باشـــد یا از جـــزء به کل؟ در ســـازماندهی محتوا از رویکرد تاریخی استفاده شود یا از رویکرد دقیق شده و آرایش شده و نظریه محورِ کنونی؟ آیـــا فرایند انگیزه‌ها، سرچشـــمه‌ها، پیدایـــش و تطوّر و تکامل ایده‌هـــای ریاضی محور قرار گیرد؟ به فرایندهای کشـــف و ابداع ریاضی توجه شود یا تمرکز بر مفاهیم و اندیشه‌های نهایی شده باشد؟ ملاحظه می فرمایید که با چه پرسش‌هایی روبه‌رو هستیم! پرسش‌ها در این زمینه بسیارند! اگر تفاوت‌های عظیم شناختی، روانی و عاطفی دانشـــجو و دانش‌آموز را در نظر بگیریم، آن‌گاه با سؤالات روان‌شناســـانهٔ دیگری در مورد کتاب ریاضی مدرسه نیز مواجه می‌شـــویم. حقیقت این است که برای طراحی و تألیف یک کتاب ریاضی خوب مدرســـه به شدّت به علم پداگوژی نیاز هست! موضوع بسیار حیاتی و تعیین‌کننده در طراحی وتألیف یک کتاب خوب ریاضی علاوه بر ریاضی به شناخت ماهیت مفاهیم ریاضی، معرفت‌شناسی ریاضی، گونه‌های تفکر ریاضی، مهارت‌ها و فرایندهای تفکر ریاضی احتیاج مبرم اســـت! اغلب این مباحث به حوزهٔ فلســـفهٔ ریاضی تعلق دارند. بنابراین پای فلســـفهٔ ریاضی به میان کشیده می‌شود! آقای دکتر اگر خسته شده‌اند، ادامهٔ بحث و گفت‌وگو را به زمانی دیگر واگذاریم؟ نه، نه استاد، واقعاً بحث شما به جان من می‌نشیند! اگر اجازه بفرمایید، پیش از ادامه بحث، سؤالی طرح کنم. [استاد جلیلی] خواهش می‌کنم، طرح بفرمایید. شـــما پیش از این فرمودید که

دانش ریاضی که به صورت کلاسیک در دانشگاه تدریس می‌شود نقص‌هایی دارد، تصوّر کردم از نظر حجم مباحث و نوع موضوعات کمبود وجود دارد ولی با توضیحات شما به اشتباه تصوّر خودم پی‌بردم، اگر امکان دارد مثالی بزنید.

توجه و دقت شما عالی است! آنچه شما می‌خواهید، واقعـاً در این گروه اتفاق افتاده اسـت و بیش‌تر از مثال است و بسـیار درس‌آموز اسـت. این کتاب‌های ریاضی دورهٔ ابتدایی در نخستین سال‌های پس از انقلاب اسلامی برنامه‌ریزی و تألیف شد که مصادف با انقلاب فرهنگی و تعطیلی دانشگاه‌ها بود. فرصتی عالی برای گروه ریاضی تا شورایی بزرگ از اسـاتید ریاضی و معلمان باتجربه و کارشناسان تشـکیل دهد. همواره در سطح بین‌المللی، آموزش ریاضی در سال اول دبستان با آموزش عدد شروع می‌شود و سپس عمل جمع به میان می‌آید، بنابراین اولین بحث ما در شورای ریاضی موضوع آموزش عدد بود. تصوّر اولیهٔ اساتید این بود که کار ساده است! خیلی زود معلوم شـد که کار ساده نیسـت! به‌تدریج اختلاف نظر دربارهٔ مفهوم عدد نمایان شـد! اساتید جبر، اگر چه مثال‌هایی ملموس و عینی می‌زدند، اما خیلی زود به سـمت تلقی انتزاعـی و صوری از عدد می‌رفتنـد، جمع را یک عمل دوتایی روی یک مجموعهٔ ناتهی تفسیر می‌کردند و ادامهٔ آموزش را به سوی ساختار جبری اعداد می‌کشاندند! در واقع از سـاختارهای جبری مانند گروه، نیم‌گروه و حلقه تأثیر گرفته بودند. اساتید هندسه نیز پس از چند مثال ملموس و عینی به سمت مثال‌هایی می‌رفتند که با طول و فاصلـه درگیر بود! می‌توان حدس زد که آن‌ها تصوّری هندسـی از عدد را محور قرار می‌دادنـد. آنالیزدان‌ها به طریقی دیگر. البته هر چـه بحث‌ها به موضوعات بالاتر برسد، تفاوت دیدگاه‌ها آشکارتر می‌شود و مستقیماً روی گزینش محتوا و سازماندهی محتوا تأثیر می‌گذارد. برای نمونه وقتی به آموزش اعداد گنگ می‌رسـیم، آنالیزدان روی بسط اعشاری، تقریب‌های اعشاری اعداد گنگ مانند «عدد پی» و «رادیکال دو» تأکید می‌کند و بسـط‌های اعشـاری تکرار ناپذیر را محور آموزش اعداد گنگ قرار می‌دهد، هندسه‌دان با مثلث قائم‌الزاویه‌ای شروع می‌کند که اضـلاع زاویهٔ قائمهٔ آن طول واحـد دارد، جبردان با سـاده‌ترین معادلهٔ درجهٔ دوم، یعنی«ایکس به توان دو مساوی دو »، آغاز می‌کند. خلاصه کار بالا گرفت و بحث به حوزهٔ فلسفه کشید، واقعاً عدد چیست؟!

سـرتان را درد نیاورم، بحث‌ها طولانی و واگرا شـد! تصمیم گرفته شـد کتابهای ریاضی مدرسهٔ چند کشور پیشرفته بررسی شود، در شورا ارائه گردد، و بر اساس آن تصمیم‌گیری شود. اکثر منابع غربی از نظریهٔ پیاژه و رویکرد او در آموزش عدد استفاده کرده بودند. تصمیم بر این شد که ما هم روش پیاده شـدهٔ پیاژه را از یک سری از منابع اقتباس کنیم. در روش پیاژه، مفهوم عدد به مفهوم عدد اصلیِ [کاردینال نامبرِ!] مجموعه‌ها است و برای آموزش اعداد از نظریهٔ مجموعه‌ها و توپولوژی اسـتفاده می‌شود. در این روش، منظر ترتیبی اعداد محور آموزش نیسـت! پیـاژه به کمک یک ریاضی‌دان، که ظاهراً منطق‌دان هم بوده، این روش آموزش عدد را ابداع کرده اسـت. ترکیب یک روان‌شناس آموزشی و یک ریاضیدان! اما موضوع به اینجا ختم نمی‌شود! و بسیار پیچیده‌تر از این حرف‌هاست! وقتی به آموزش کسر می‌رسیم روش پیاژه کار نمی‌کند! به آموزش اعداد حقیقیِ گنگ می‌رسیم، چه کار کنیم؟ سؤالات اساسی متعددی در اینجا پیش می‌آید، از جمله اینکه آیا روش و رویکرد آموزش اعداد به آموزش کسـر، عدد اعشـاری، عدد گنگ، و به طور کلی اعداد حقیقی تعمیم‌پذیر باشد بهتر است یا نه؟ و سؤال عمیق‌تر اینکه آیا مفهوم عدد برای همهٔ اعداد حقیقی یکسان است؟ آیا دانش‌آموز باید درک یکپارچه‌ای از همهٔ اعداد کسب کند؟ آیا روش پیاژه برای آموزش عدد بهترین روش است؟ در ریاضیات دورهٔ کارشناسی مباحثی دربارهٔ ماهیت مفاهیم ریاضی، انـواع تفکر ریاضی، مهارت‌ها و فرایندهای تفکر ریاضی، روش‌های کشف و ابداع ریاضی یا مطرح نمی‌شود یا محور قرار نمی‌گیرد. در حال حاضر این پرسـش‌ها به «علم آموزش ریاضی» تعلق دارند. [حوزهٔ علمی آموزش ریاضی، یک نظام علمی دانشگاهیِ مستقل از علم ریاضی است، که براساس روان‌شناسی یاددهی- یادگیری، برنامهٔ درسـی، ریاضیات، تاریخ ریاضی و فلسفهٔ ریاضی شکل گرفته، و با حوزه فرهنگ و جامعه شناسـی، سیاست و اقتصاد درگیر است! موضوع حوزهٔ علمی آموزش ریاضی، یاددهـی و یادگیری ریاضی اسـت و هر آنچه که به آن مربوط اسـت، البته در تمام مقاطع و سطوح تحصیلی.] یکی دیگر از گزاره‌های مهم شما باقی مانده است، اما ما دیگر توان شـما جوان‌ها را نداریم، اگر آقای دکتر موافق باشند بحث را به زمانی دیگر واگذاریم. استاد، من آن‌قدر مجذوب بحث شـدم که رعایت حال شما را نکردم، واقعاً پوزش می‌طلبم، امروز مرا شـگفت‌زده کردید! تشـکر و خداحافظی. اسـتاد تا بیرون از اتاق آقای دکتر را بدرقه کردند!؟

هفته‌ای بعد و روزی دیگر، آقای دکتر با رفتار بسیار مؤدّبانه‌تر و با سـلامی گرم به گروه ریاضی آمدند. برای عرض تشکر و دست‌بوسی استاد آمده‌ام! از آن روز تا کنون با بحث‌های شما درگیر هسـتم! شما مرا از خواب بیدار کردید! در حقیقت، من تصوّرات بسیار نادرستی داشتم، به حوزه‌های علمی مربوط به آموزش بی‌توجه بودم! متوجه شدم بدون اطلاع از حوزه‌های تخصصیِ علوم آموزشی و

علم آموزش ریاضی نظر می‌دهم، اظهار نظر علمی می‌کنم، قضاوت می‌کنم، حکم صادر می‌کنم، تجربه‌ای هم در آموزش مدرسه‌ای ندارم! با این حال، فکر می‌کنم نظرم کاملاً درست است و دیگران درک نمی‌کنند! فهمیدم مانند کبک سرم را زیر برف کرده‌ام، هیچ جا را نمی‌بینم! بحث شما سراسر درس‌آموز و عبرت‌آموز بود. وقتی دوران تحصیل در دانشگاه را از نظر می‌گذراندم، به یادم آمد که یکی از اساتید برای هر هفته مسائلی به عنوان تکلیف منزل می‌داد که بعضی از آن‌ها به طور کامل با مفاهیم درس حل نمی‌شد و زمینه‌ساز درس بعدی بود! دقیقاً مشابه روش شما! افزون بر این، بحث شما درس‌های بسیار برای من داشت. نگاه من به آموزش، به تدریس ریاضی، و به کتاب ریاضی را زیر و رو کرد! دگرگون و متحول ساخت! خوب که فکر کردم دیدم در علم ریاضی هم، من فقط در یک شاخهٔ باریک از رشتهٔ جبر تخصص دارم و در همایش‌های علمیِ ریاضی از پژوهش‌های دیگر شاخه‌های ریاضی چیزی متوجه نمی‌شوم. پس چرا در حوزه‌های تخصصی علوم آموزشی اظهار نظر عالمانه می‌کنم؟ به یاد این سخنان حکیمانه [از معارف دین] افتادم: «در آنچه که علم نداری مجادله نکن!» [آیهٔ ۶۶ سورهٔ آل عمران]، «جهل ریشهٔ تمام بدبختی‌ها و فسادهای انسان است» و «جهل اصل و اساس هر بدی است.» [امیرالمومنین علی (ع)]، که من به آن‌ها توجه نمی‌کردم! بیشتر از این، متوجه شدم در خانه و در حضور بزرگ‌ترها در برخی موضوعات و مسائل، بدون مطالعه و تجربه‌ای نظراتی می‌دهم و معمولاً آن‌ها سکوت می‌کنند! اکنون می‌فهمم که سکوت آن‌ها به معنای درستی نظرات من نیست، بلکه صرفاً احترام مرا حفظ می‌کنند! واقعاً اخلاق علمی من اشکالات اساسی دارد! شما فقط درس علمی ندادید، درس خودشناسی به من دادید! استاد جلیلی حرف ایشان را قطع کردند و گفتند: این سخنان نشانهٔ سلامت نفس شماست، از صفای باطن شماست! من انجام وظیفه کردم، معمولاً این دلایل و توضیحات را برای معلمان و هر مراجعه کننده‌ای که همین سؤالات شما را بپرسد، بیان می‌کنیم. البته چون شما استاد ریاضی هستید، بحث را دقیق‌تر و ریاضی‌گونه مطرح کردیم. قطعاً شما در یک خانوادهٔ فرزانه و فرهیخته با فرهنگ غنی دینی رشد کرده‌اید که این قدر سلیم‌النفس هستید. خلاصه اینکه همهٔ خوبی از خودتان است! در این جلسه هم بحث‌های جانانه‌ای مطرح شد که مقاله‌ای مستقل می‌طلبد! آقای دکتر با تشکر مجدد، خداحافظی کردند و استاد جلیلی تا درب آسانسور [حدود بیست گامی بیرون از اتاق] ایشان را بدرقه نمودند! قابل توجه است که سن استاد بیش از دو برابر سن آقای دکتر بود! آیا این فرهنگ و اخلاق و آداب معلمیِ استاد الگو نیست؟ مخفی نماند آنچه در اینجا بیان گردید گزینشی چند از مباحث متعدد مطرح شده در طی دو جلسهٔ دو و نیم ساعته است. واژگان تخصصی و ادبیات این روایتِ پُر از درس و پند و اندرز، بر اساس واژگان تخصصی و ادبیات پژوهشیِ حوزهٔ آموزش ریاضی به روز رسانی شده و با حفظ امانت اندیشه‌های اصلی، بعضی شرح و بسط‌ها و مثال‌ها افزوده شده، و برخی از مضامینِ اشاره‌ای با ذکر منبع به صورت کامل بیان شده است.

البته درس‌های استاد بسیار وسیع‌تر از درس‌های کارشناسی و آموزش ریاضی بود. مجموعه‌ای بزرگ از حکایات عبرت‌آموز اخلاقی و لطایف پندآموز با طعم عرفانی در گنجینه داشت که استادانه آن‌ها را با درس‌ها و تجربه‌هایش تلفیق می‌کرد و تأثیر درس‌هایش را دوچندان می‌نمود. افزون بر این، ایشان درس‌هایی اخلاقی و تربیتی مستقل و تلفیق نشده با موضوع ریاضی هم در موقعیت‌های مناسب مطرح می‌نمودند. یک روز، یکی از معلمین میان‌سال که در کلاس‌های بازآموزی استاد تلمّذ کرده بود به گروه آمد و بسیار اظهار ارادت کرد. در بین کلمات اوّلیه‌ای که خطاب به استاد بیان کرد از واژهٔ «چاکریم» هم استفاده کرد. استاد به آرامی گفتند: از واژهٔ چاکریم استفاده نفرمایید، از واژهٔ «شاکریم» استفاده بفرمایید! پس از بدرقهٔ ایشان، چند دقیقه‌ای در باب این دو واژه صحبت کرد، مانند یک استاد ادبیات بر این دو واژه مسلّط بود، تفاوت عظیم آن‌ها را در فرهنگ اسلامی تشریح کرد نه مثل یک استاد ادبیات، مانند یک استاد اخلاق!

۱۱. فرهنگ و اخلاق کاری این استاد آموزشِ کارشناسان در آموزش ریاضی، سراسر درس‌آموز و الگوست. پیش از این نمونه‌هایی از آن گذشت، در اینجا جلوه‌های دیگری از فرهنگ و اخلاق کاری این معلم شریفِ کم‌گوی و گزیده‌گوی را بیان می‌کنیم. به تناوب اظهار می‌داشت، و مکرّر یادآوری می‌کرد، که ما - کارشناسان گروه ریاضی - برای یک مدرسه برنامه و محتوای آموزش ریاضی تهیه نمی‌کنیم، برای یک منطقه یا یک شهر برنامه‌ریزی و تألیف نمی‌کنیم، ما برای آموزش ریاضی همهٔ فرزندان این مرز و بوم برنامه‌ریزی و تألیف می‌کنیم، مسئولیت بسیار خطیری بر عهده داریم! علم و فناوری با آهنگی غیر معمول و سرعتی شتابان در حال رشد و تحوّل است، باید با مطالعه و تحقیقِ مضاعف خود را به‌روز نگه داریم، **کارشناس گروه ریاضی باید همزمان از آخرین یافته‌های پژوهشی در سطح بین المللی و از آخرین وضعیت، مشکلات و مسائل مدرسه و کلاس‌های درس، معلمان، دانش‌آموزان و فرهنگ آموزشی جاری در سراسر کشور آگاه باشد، اگر بین**

کارشناس گروه ریاضی باید همزمان از آخرین یافته‌های پژوهشی در سطح بین المللی و از آخرین وضعیت، مشکلات و مسائل مدرسه و کلاس‌های درس، معلمان، دانش‌آموزان و فرهنگ آموزشی جاری در سراسر کشور آگاه باشد، اگر بین ما و این دو حیطه فاصله بیفتد، دیگر ما کارشناس نیستیم کارنشناس هستیم

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی ما هر معلم، خواه به طور مستقیم و خواه به طور غیر مستقیم از طریق کتاب‌هایش، از ثواب و پاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردانش بهره‌مند و برخوردار است

ما و این دو حیطه فاصله بیفتد، دیگر ما کارشناس نیستیم کارنشناس هستیم! بنابراین کار ما، کاری تمام وقت اســت، بلکه تمام زندگی ما باید وقف این کار باشد! باید یک اتاق کار هم در منزل داشــته باشیم تا در آن به مطالعه و تحقیق در حوزهٔ تخصصی کارمان بپردازیم. حتی وقتی زمان تنگ است و کارها انبوه و متراکم، باید پس از پایان ساعت کار پوشهٔ کارهای در دست اقدام را به خانه ببریم و آنجا انجام دهیم. اسلاف ما این‌گونه بوده‌اند! آری، او به حق این گونه بود، چشم‌داشتی نداشت، منتظر تشکر نبود، بلکه آن را وظیفه می‌دانست!

۱۲. شخصیت وارسته، متعهد و مقید به احکام دینی این معلم فرزانه و حکیم موجب شــده بود که نگاه او به تعلیم‌وتربیت و آموزش ریاضی رنگ قداست بگیرد. او هر روز صبح کارش را با گشــودن قرآن مجید و قرائت آیاتی از کلام الهــی و توجه به ترجمهٔ آن شــروع می‌کرد و به همهٔ همکاران خود توصیه می‌کرد چنین کنند، مقید به شرکت در نماز جماعت سازمان پژوهش و نماز جماعت مسجد محل خویش بود. بارها اتفاق افتاده بود که در طول هفته یا تعطیلات پایان هفته در کوچه، خیابان یا بوستان محله با رفتارها یا گفتارهای ناهنجار و غیر اخلاقی برخورد کرده بود و ناراحت شــده بود و در اولین روز کاری آن‌ها را طرح می‌کرد و با ناراحتی می‌گفت: «به تعلیم‌وتربیت باز می‌گردد، ما هم مســئول هستیم! باید به این موضوع اندیشید. معلم ریاضی هم باید به تربیت اخلاقی و رفتار و گفتار مؤدبانه دانش‌آموزان توجه کند! اغلب اوقات معلم ریاضی اثرگذارتر اســت.» و این جلوه‌ای اســت از نظام اعتقادات و ایمان او که حاکم بر زندگی‌اش بود!

۱۳. این مرد اهل فضل و ادب، هر تلاشــی در حوزهٔ تعلیم‌وتربیت و آموزش ریاضی را مجاهدت تلقی می‌کرد، همهٔ مجاهدت‌ها در این حوزه را مقدّس و الهی می‌دانست، معتقد بود تعلیم‌وتربیت و معلمی شریف‌ترین کار در این عالم است و بارها می‌گفت: اگر اخلاص باشد قطعاً خداوند متعال می‌پذیرد و رستگاری حاصل آن است، زرق و برق دنیا و چرب و شــیرین دنیا فریبنده اســت، شهرت‌های ظاهری دنیا پوچ و توخالی اســت، موجب غرور و غفلت است! بارها و بارها و به تواتر دعایش این بود:

خدایا، چنان کن سرانجام کار
تو خشنود باشی و ما رستگار

این نیز نمودی دیگر از ایمان و بنیان‌های اعتقادی اوست!

اکنون با این نگاه کلان به زندگی ایشان آیا نمی‌توان گفت که نعمت عمر را به بهترین شــکل شُــکر کرد؟! عمر خویش را در شــریف‌ترین، مهم‌ترین و عالی‌ترین شــغل‌ها صرف کرد؟ اگر دنیا مزرعهٔ آخرت اســت، آیا او بهترین کشــت و زرع را انجــام نداد؟ آیا این زندگی، مرتبه‌ای از حیات طیبه نیســت؟ توجه داریم که نمونهٔ کامل و مصداق تامّ و تمام حیات طیبه، زندگی پیامبر گرامی (ص) و ائمه اطهار (ع) اســت. در حیات طیبه، زندگی مادّی دنیا فقط در حدّ ضرورت (با قناعت یعنی راضی‌بودن به تقســیم روزی الهی) و در محدودهٔ حلال الهی اســت. آیا مجاهدات بی‌وقفه و تمام عمر ایشــان مصداق‌های عمل صالح نیست؟ می‌توان حدس زد چه زاد و توشهٔ عظیمی از پیش فرستاده است! ممکن است جوان‌ترها خوب متوجه نشوند؛ اما کهن‌سالان و سر و رو سفیدکردگان خوب درک می‌کنند، غبطه می‌خورند و تحسین می‌کنند چنین زندگی و زیستنی را!

این شاهکار اوّل میرزای جلیل ماست! توشهٔ عظیمی که پیش از سفر فرستاده است! و ایمان عمیقی که به همراه داشت! و حتّی یکبار هم دیده نشد که به آن تظاهر کند! شــاهکار دوم، زاد و توشهٔ بسیار عظیم‌تر، وسیع‌تر و بی‌پایان مربوط به «باقیات صالحات» اوست که پس از سفر به‌طور مستمر و همیشگی برایش خواهد رفت!

باز هم از حساب و استدلال ریاضی کمک می‌گیریم تا تصویری و تخمینی از توشــهٔ باقیات صالحات ایشان به‌دست آوریم! دو نسل فارغ‌التحصیلان دبیرستانی قبل از انقلاب - ســال ۵۶ و ۵۷ - همگی براساس ریاضیات دبیرســتانی آموزش دیده‌اند که مــرد جلیل ما نقش محوری و اصلــی در برنامه‌ریــزی و تألیف کتاب‌های ریاضی، آموزش معلمان ریاضی و اجرای برنامهٔ آموزش ریاضی جدید آن زمان داشته است. همهٔ فارغ‌التحصیلان دبیرســتانی این دو ســال نیروی جوان بعد از انقلاب بوده‌اند. دانشگاه‌ها، مراکز کار و تولید، بخش‌های دولتی و خصوصی، بخش‌های صنعتی و علمی همگی بهره‌مند از ایــن فارغ‌التحصیلان شــده‌اند. آن‌هایی که به مراکز تربیت‌معلم رفتند یا به دانشــگاه رفتند و معلم شدند، اکنون اغلب آن‌ها بازنشسته شده‌اند!

پس از انقلاب، برنامهٔ آموزش ریاضی جدید در دورهٔ ابتدایی و راهنمایی با محوریت و ســکان‌داری میرزای جلیل آموزش ریاضی برنامه‌ریزی و تولید شد و به اجرا در آمد. تا دههٔ هفتاد شمسی همهٔ دانش‌آموزان از پایهٔ اوّل تا پایهٔ دوازدهم بر اساس برنامهٔ آموزش ریاضی رشد کردند و تربیت شــدند که سهم اصلی در تولید آن‌ها از آنِ ایشان است. در دههٔ هفتاد شمسی که برنامهٔ آموزش متوسطه تغییر کرد باز هم نقش و سهم ایشان برجسته اســت، به خصوص برنامهٔ آموزش ریاضی دو سال اوّل دبیرســتان در این دوره نیز کاملاً با محوریت ایشــان به‌وجود آمد. تا اواخر دههٔ هشــتاد شمسی بخش اعظم

برنامهٔ آموزش ریاضی کشـــور متکی به مجاهدت‌های ایشان است. در طی این سالیان دراز! همهٔ آن‌هایی که از دبیرستان فارغ‌التحصیل شدند و به همهٔ بخش‌های جامعه- دانشگاه، صنعت، کار و کسب، کشاورزی، علم و فناوری و پژوهش، مهندسی و پزشکی- رفتند، آن‌هایی که معلم و استاد شدند و شـــاگردان آن‌ها، و نسل‌های بعدی، همگی از برکات مجاهدت‌های این بزرگمردِ عبور کرده از حجاب تعریف‌ها و تمجیدها، بهره‌مند شده‌اند.

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی ما هر معلم، خواه به طور مســـتقیم و خواه به طور غیر مستقیم از طریق کتاب‌هایش، از ثواب و پاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردانش بهره‌مند و برخوردار است. در واقع و به‌طور کلی، معلم و شـــاگرد در اجر و پاداش شریک هستند و معلم اجر و پاداشی مثل ثواب و پاداش شاگردانش دارد بدون آنکه از و پاداش شـــاگردانش کم شود. به علاوه، معلم از اَجر و پاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردانِ شاگردانش هم بهره‌مند و برخوردار است و این سلسله تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد و گویی با رشد نمایی [تابع توانی] تا سلسلهٔ شـــاگردان و شاگردانِ شاگردان ادامه دارد آن معلـــم اَجر و ثواب دریافت می‌کند. در حقیقت، هر نوع هدایت وتعلیم‌وتربیت صحیح با معیار اسلامی این‌گونه اســـت. گویی این مجاهدت‌ها در طـــول زمان و توالی نسل‌ها استمرار می‌یابد، و رو به بی‌نهایت دارد!

همان‌گونه که قبلاً بیان شـــد، در باب فضلِ علم، و ثواب عالم (و معلّم) و متعلّم احادیث معتبرِ فراوان وجود دارد. در اینجا دو نمونه از کتاب شـــریف و معتبر اصول کافی را به عنوان حجّت و برای استحکام بحث و اتقان نتیجه‌گیریِ اخیر می‌آوریم:

۱. ابوبصیر گوید شـــنیدم امام صادق علیه‌السلام می‌فرمود: کســـی که به دیگری مطلب خیری بیاموزد، برای او اَجر و ثوابی اســـت مثل اَجر و پاداش کسی که بـــه آن عمل کند. عرض کردم: اگر باز به دیگری آموزد همین اَجر و ثواب برای او هســـت؟ فرمود: اگر به همهٔ مردم بیاموزد همان اَجر و ثواب برای او جاریست، گفتم: اگرچه معلم بمیرد؟ فرمود: اگرچه بمیرد.

۲. امام باقر علیه‌السلام فرمود: هر که به مردم دری از هدایت آموزد مثل پاداش ایشان را دارد بدون اینکه از پاداش آن‌ها چیزی کم شود، و کسی که به مردم دری از گمراهی آموزد مثل گناه ایشان دارد بدون اینکه از گناه آن‌ها چیزی کم شود.

دقت در حدیث نخســـت این نکتهٔ لطیف و مهم را نمایان می‌ســـازد که اجر و پـــاداش معلم منوط به عمل‌کردن وعامل بودن شاگردان نشده است! بلکه اجر و پاداش معلم برابر اجر و پاداش کسی است که عمل می‌کند، و در حسابرسی الهی محاسبه شده و محفوظ خواهد بود. (هر دو حدیث از ترجمه و شـــرح اصول کافی آیت‌الله مصطفوی، صفحهٔ ۴۲ و ۴۳ اخذ شـــده است.)

اکنـــون می‌توان تصوّر کرد و تخمین زد که اجر و پاداشِ باقیات صالحات بزرگمرد آموزش ریاضی چقدر اســـت؟ آیا اجر و پاداش او پایانی دارد؟ فقط می‌توان گفت که هر روز بیشـــتر و بیشـــتر می‌شود، لاینقطع ادامه دارد تا روز حشر! وه، که چه زیبا زیستنی است این زیســـتن! جای غبطه خوردن ندارد؟ نباید از آن درس گرفت؟ آیا حدیث شریف: «مِدَادُ العُلَمَاءِ أفضَلُ من دِمَاءِ الشُّهَدَاءِ» اینجا مصداق پیدا نمی‌کند؟ راستی! آیا جملهٔ «میرزای جلیل آموزش ریاضی ایران ســـفر کرد» توصیف دقیقی اســـت؟ آیـــا توصیف دقیق این نیســـت که: «میرزای جلیل آموزش ریاضی ایران به سرای رستگاران سفر کرد؟»

آری، «میرزای جلیل آموزش ریاضی ما زیبا و پاکیزه زیست و رستگار شد.» ان‌شاءالله.

برایش هدیه‌ای! صلواتی، حمد و سوره‌ای ...

... و اینک هنگام درنگ است! هنگام تفکر و تأمل در احوال خویشتن است. لحظاتی، دقایقی یا که ساعتی! در حقیقت اینجا سرآغاز منظر سوّم از حدیث نفس است!

والعاقبهٔ للمتقیـــن و الحمدلله رب العالمین و صلی‌الله علی محمد و آله الطاهرین

* حقیـــر هم این دین عظیم را به گـــردن دارد و هم این افتخار عظیـــم را دارد که با برنامهٔ آموزش ریاضی و کتاب‌های ریاضـــی برنامه‌ریزی و تألیف شده با محوریت و سکان‌داری این استاد فرزانه در دههٔ پنجاه شمسی رشد و نمو کرده، به ریاضی آن چنان علاقه‌مند شده که در دانشگاه شریف در رشتهٔ ریاضی تحصیل نموده، معلم ریاضی شده و همان برنامهٔ آموزش ریاضی و همان کتاب‌های درســـی ریاضی را با شـــور و اشتیاق تدریس کرده، وسپس هم‌زمان با تحصیل در رشتهٔ ریاضی در مقطع بعدی در همان دانشگاه، به گروه ریاضی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی دعوت شده وحدود یک دهه در یک اتاق، در محضر استاد تلمذ کرده است! صد البته این نوشته از سنخ درسِ استاد پس‌دادن است.

* **الجهل فساد کل امر، الجهل اصل کل شر.**
امیرالمومنین علی(ع)

آمدم ثواب کنم کباب شدم!

محمدامین پایندان
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان و دبیر ریاضی شهرستان جیرفت

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلـــم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار اســـت. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرســـتند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در ضمن، گاهی هم به‌جای شـــنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشـــاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشـــاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

من بـــرای اولین‌بار جهت تدریـــس به منطقه‌ای روســـتایی در پنجاه کیلومتری شهرســـتان جیرفت فرســـتاده شدم (۸۸/۷/۱)، ســـال اول تدریسم بود، به ایستگاه خط رفتم و منتظر ماندم که راننده مسافرانش را تکمیل کند، راننده اســـم روستاهای متفاوت را صدا می‌زد، کریم‌آباد، اســـماعیلیه، دهنـــو و... با خود گفتم چقدر روستا در مسیر است، بالاخره سوار شدم ماشین راه افتاد. بغل‌دستی‌ام خیلی چاق بود اما گفتم اشکالی ندارد میانه‌های راه احســـاس تنگی و خفگی می‌کردم. خـــودم را به بهانه ســـؤال از راننده که کی می‌رســـیم مقداری به جلوی صندلی کشـــیدم تا نفسی تازه کنم، تا اینکه راننده پس از طی مسافتی حدود ۴۵ کیلومتر من را سر یک دو راهی پیاده کرد و گفت: پنج کیلومتر جاده خاکی رو بایست پیاده بروی تا به روستای محل کارت برسی. به ناچار پیاده شدم. از یک طرف احساس راحتی کردم چون تحت فشـــار مسافران بغل دستی‌ام نبودم و از طرف دیگر کلی راه رو می‌بایستی پیاده بروم با خود گفتم این‌جور مناطق دور افتاده هم داریم! یعنی هر روز بایستی این پنج کیلومتر رو پیاده سر کار بروم؟ خلاصه مقداری ســـر جاده منتظر ماندم اما خبری از وسیله نقلیه‌ای نشد. خورشید هم خودش را بالا کشیده بود و خودنمایی می‌کرد تا اینکه یک کیلومتری را پیاده

رفتم، یک ماشـــین از دور داشت می‌آمد به طوری‌که به‌دنبال خـــودش گردوغبار زیادی ایجاد کرده بود. من هم از خدا خواســـته و دست تکان دادم، ایستاد و سوار شدم؛ خوشبختانه به روستای محل کارم می‌رفت. مرا به نزدیکی مدرسه رساند، قدم‌زنان با انرژی زیادی به طرف مدرسه رفتم انگار زنگ کلاس تازه خورده بود و بچه‌ها به سر کلاس رفته بودند مدرسهٔ کوچک و کم‌جمعیتی بود وارد دفتر مدرسه شدم مدیر و یکی از معلمان داخل دفتر بودند گفتم سلام، بعد از کمی مکث مدیر نگاهی کرد و یه ســـلام خشک و خالی کرد و به کارش پشت میز ادامـــه داد خودم را کمی جمع‌وجور کردم و گفتم من معلم ریاضی اینجا هستم و این هم ابلاغم، معلم و مدیر مقداری جا خوردند و مرا حسابی تحویل گرفتند و خوشـــامدگویی کردند آخه چهره بچگانه‌ای داشتم وگاهی وقت‌ها با دانش‌آموز من را اشتباه می‌گرفتند؛

بعـــد از معرفی خود به مدیر کـــه از بومیان همان روستا بود، به ســـر کلاس درس ریاضی رفتم، در آنجا مدرســـه من، خاص دوره راهنمایی بـــا دانش‌آموزان مختلط بود، احســـاس کردم با وجود این شـــرایط کار برایم مقداری ســـخت اســـت، چرا که جدا از دوری راه و بد مســـیر بودن، به زبان محلی و فرهنگ آن منطقه آشنایی کافی نداشتم، با این حال من کارم را با اشتیاق شروع کردم و سعی کردم با بچه‌ها آن‌جور که شایسته است تعامل و تدریس کنم، طی هفته‌های بعد متوجه شدم بعضی از دانش‌آموزان دختر نامزد دارند و یا عقد کرده‌انـــد، این موضوع برایم تعجب‌انگیـــز بود، اما بعد دانستم در این منطقه ازدواج در سنین۱۴ الی۱۵ سال برای دختر خانم‌ها امری معمولی و رایج هست، با این حال طبق برنامه، تدریســـم را با شور و اشتیاق فارغ از هر مســـئله‌ای جانبی، پیش بـــردم و تمرین و تکالیف کلاســـی به آن‌ها دادم و جلسات بعدی دانش‌آموزان را برای سؤال و نشان دادن تکالیف به پای تخته می‌آوردم و اشـــکالات و ایرادات آن‌ها را رفع می‌نمودم، همه‌چیز خوب پیش می‌رفت و بر وفق مراد بود، تا اینکه نوبت به دانش‌آموزان دختر کلاس رسید دیدم چقدر با زحمت و تلاش از میان همکلاسی‌های خود عبور و چادر خود را درســـت کرده تا بیاد پهلوی تخته و تکالیف درسی خود را نشان دهد، این موضوع برای اکثر دانش‌آموزان دختر کلاسم وجود داشت و احساس می‌کردم، هم وقت کلاس گرفته می‌شود و هم اینکه یک زحمت پوشیدن چادر و جابه‌جایی از پشـــت ردیف و نیمکت پسرها و عبور از میان همکلاسی‌هایشان برایشان سخت است. این موضوع مـــرا در فکر فرو برد که چکار کنم که این مشکل رفع شود؟ بی‌آنکه نظری از دانش‌آموزان بخواهم این‌جور تشخیص دادم به جای آنکه آن‌ها به پیش من بیاینـــد من خود بین دانش‌آموزان بروم و تکالیف آن‌ها را بررســـی کنم و در مواقع انجام کار در کلاس‌ها این رفتار را نیـــز انجام می‌دادم و برای خود دلیل معقول و منطقی داشتم اینکه هم وقت کلاس گرفته نمی‌شود و هـــم نظارت بر آن‌ها و هم کمک جهت رفع بدفهمی و اشکالات دانش‌آموزان باشم، خلاصه این موضوع ادامه داشـــت تا اینکه در هفته چهارم سال تحصیلی، مدیر مدرسه من را خواســـت و گفت دانش‌آموزان دختر از شما گله و شکایت دارند گفتم موضوع چیست؟ نکند شـــوخی می‌کنید یا شـــاید از خوبی معلم ریاضی‌شان گفته‌اند و یا می‌خواهید تشویق کنید من را؟ بهم گفت شـــما خوبید، اما موضوع جدی‌تر از این حرف‌هاست، مدیر گفـــت دخترها می‌گویند معلـــم ریاضی همش می‌آید بالای ســـر ما و بین نیمکت‌ها می‌ایســـتد و یا گاهی رفت‌وآمد می‌کند و ما (دانش‌آموزان دختر) از این موضوع ناراحت‌ایم و چنین رفتاری را نمی‌پسندیم، من با شنیدن این موضوع به کلی شکه شدم و بهم ریختم، اصلاً باورم نمی‌شد که کار دلسوزانهٔ من را این‌گونه تعبیر کنند، چون من کارم را با عشق پیش گرفته بودم و به خود گفتم درسته این بچه‌ها از امکانات رفاهی دورند اما از معلم خوب که دور نیســـتند و این حداقل کاری بود که می‌توانســـتم برایشان کنم، و بعد دانستم توضیح و توجیه کار من اگرچه برای مدیر قابل فهم بود ولی برای دانش‌آموزان دختر قابل درک نبود، درواقع احســـاس می‌کنم این برمی‌گشت به فرهنگ و قومیت آن منطقه؛ و در آنجا به این ضرب‌المـــثل معروف پی بردم:

آمدم ثواب کنم، کباب شدم!

در نهایت این موضوع باعث شد من به یک مدرسه پسرانه و از قضا نزدیک‌تر که در مسیر اصلی جاده هم بود بروم و تدریسم را در آنجا ادامه دادم.

رد پای ریاضیات در موسیقی

جمشید سعیدیان
استادیار دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه خوارزمی
مهسا شبرنگ مریدانی
دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه خوارزمی

چکیده

هنر در طول تاریخ، وسیله‌ای برای سازگاری، خلاقیت، ابراز عشق، دوستی و آرامش مردم بوده است. در میان هنرها، موسیقی به‌دلیل داشتن انرژی، تحرک و جاذبهٔ ذاتی، بسیار نافذ بوده و به طرز فوق‌العاده‌ای بشر را به خود مشغول کرده است. در ذهنیت بسیاری از افراد، دنیای ریاضی در تقابل با ویژگی‌های بی‌نظیر موسیقی است. لیکن این تفکر برخلاف آن است که در واقعیت رخ می‌دهد. همان‌طور که همیلتون (ریاضی‌دان ایرلندی) بیان نموده، «هنر و ریاضی مانند یکدیگرند زیرا در هر دو تقارن، تناظر و تطابق وجود دارد.»

هدف این مقاله، آشکار نمودن رد پای ریاضی در موسیقی است.

کلیدواژه‌ها: ریاضی، هنر، موسیقی، ریاضیات در موسیقی

مقدمه

ریاضیات و موسیقی، هر یک به نوبهٔ خود از ابتدای خلقت در مسیر تکامل تمدن بشری، نقش مؤثری داشته‌اند. ریاضیات به‌طور مستقیم، با پیشرفت شاخه‌های مختلف علوم تجربی، نظری، مهندسی و غیره، در ارتباط بوده و موسیقی علاوه بر تأثیر مستقیم بر سایر هنرها، همه‌روزه در حال تعامل با انسان در تمام نقاط جهان است، به گونه‌ای که از آن، حتی به‌عنوان ابزاری برای جهت دادن به پدیده‌های اجتماعی، سیاسی و فرهنگی استفاده می‌شود. برای بسیاری از مردم که با ریاضیات سروکاری ندارند، فرمول‌ها و قوانین ریاضی ، ممکن است خشک و پیچیده به‌نظر آیند و گاهی هم برای آن‌ها، به‌عنوان رمز و رازی که در دنیای اعداد، نشانه‌ها و علائم عجیب و غریب وجود دارد، مطرح می‌شود. بسیاری از افراد بر این باورند که ریاضیات یک علم عقلانی است و حداکثر توانایی آن، مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی است. حال آنکه اگر به مسائل و رخدادهای اجتماعی نگاهی بیندازیم، در می‌یابیم که مثلاً توزیع پدیده‌های تصادفی اجتماعی غالباً از رفتار توزیع نرمال «گاوس»[1] پیروی می‌کند، بنابراین نمی‌توان به این صراحت، از ریاضیات به‌عنوان یک علم صرفاً نظری و محض، نام برد. اما اگر ریاضیات با عقل انسان در ارتباط است، در مقابل موسیقی را می‌توان از مهم‌ترین هنرهایی دانست که به سادگی، روح آدمی را تحت‌تأثیر خود قرار می‌دهد و در جوامع مختلف، تا حد زیادی، با زندگی مردم عجین شده است.

جالب این است که از نظر بسیاری، ریاضیات که علمی عقلی تصور می‌شود، با موسیقی که بیشتر احساسی است، مشابهت‌ها و همگرایی‌های بسیاری دارند. در این مقاله، ابتدا نشان خواهیم داد که ریاضیات و موسیقی، دو

پدیده دور از هم نیستند. در واقع، موسیقی برخاسته از طبیعت و ریاضیات و زبان طبیعت است و نگاه دقیق‌تر به ماهیت ایـــن دو، وجود ارتباطی منطقی بین اجزای این دو پدیده را نشان خواهد داد. هدف این مقاله، ارائهٔ توصیفی کلی از روابط پیچیده بین این دو موضوع نیست و قصد نداریم از جزئیات ارتباطی بین شاخه‌های مختلف ریاضی مثل جبر خطی یا آنالیز هارمونیک با موسیقی، صحبت کنیم، بلکه هدف اصلی، نشـــان دادن بعضی از ارتباط‌های زیبا بین موسیقی و ریاضی است. ارتباطی که ای بسا علاقه‌مندی موسیقی‌دانان به ریاضیات و عشق ریاضی‌دانان به موسیقی در تاروپود آن نهفته باشد.

انگیزه‌های بررسی ارتباط ریاضیات و موسیقی

از بین هنرها، این مهم که ریاضیات و موسیقی به‌طور باطنی در ارتباط با هم هستند و بر یکدیگر تأثیر دارند، موضوعی پذیرفته شده است. حال اینکه چگونگی این ارتباط و تبیین میزان تأثیر ابعاد متفاوت این دو پدیده بر روی هم، تا حد زیادی مغفول مانده است. این مقاله و مطالعات مشابه می‌توانند مقدمه‌ای برای کشف و تبیین دقیق‌تر ارتباط و تعامل بین ریاضیات و موسیقی باشد، اما نویســـندگان این مقاله، براساس مشاهدات تجربی و نظری خود، تعامل بین ریاضی و موســـیقی را به‌طور غیررسمی، به سه رده یا عنوان دسته‌بندی نمودند:

دسته اول: ســـاختار ریاضی و موسیقی، هر دو ساختارمند و قائم به نظم هستند. ساختار ریاضی بر پایهٔ اصول موضوعی قضایا و گزاره‌های دقیق اســـتوار است و موســـیقی نیز، دارای نظم غیرقابل عدولی در ساختار و نت‌هاســـت، به گونه‌ای که هر تغییری هرچند جزئی، بر موزون بودن موسیقی، تأثیر به‌سزایی دارد. به‌عنوان مثال، آوردن مطالب اضافه در یک تعریف ریاضی، باعث ایجاد مشـــکل در اثبات قضایای مرتبط می‌شود، یعنی تعریف باید جامع و مانع باشد. همچنان که در موسیقی نیز، هر نت نابه‌جا، نظم آهنگ را تغییر می‌دهد. به علاوه، ویژگی ســـازگاری، هم در ریاضی و هم در موســـیقی، جایگاه ویژه‌ای دارد و از ارکان زیبایی و نظم است که هر دو حوزه، از آن برخوردارند.

دسته دوم: شـــواهد تاریخی گـــواه بعدی این است که بســـیاری از ریاضی‌دانان به‌نوعی در گرایشی از موســـیقی با علاقه کار کرده‌اند. به گونه‌ای که امثال فیثاغورث و فارابی را نه‌تنها ریاضی‌دان بلکه موسیقی‌دان نیز می‌توان برشـــمرد. در این زمره، می‌توان از ارسطو، تالس، ابوعلی‌سینا، لایب نیتز، انیشتین و بقیه نام برد. ارسطو موسیقی را یکی از شاخه‌های ریاضی می‌دانسته و فیلسوفان اســـلامی نیز این نظر را پذیرفته‌اند، مانند ابن‌سینا که در بخش ریاضی کتاب شفا، از موسیقی نام برده و بر این باور بوده اســـت که موسیقی، علمی است ریاضی کـــه در آن، از چگونگی نغمه‌ها از نظر ملایمت و ســـازگاری و چگونگی زمان‌هـــای بین نغمه‌ها، بحث می‌شـــود. ابونصر فارابی هم بر این عقیده بوده است که موسیقی، علم شناسایی الحان است و شامل دو بخش موسیقی عملی و موسیقی نظری است.

دســـته ســـوم: مشـــابهت هنری اما شاید شگفت‌انگیزترین شاهد موجود در زمینهٔ تشابه موسیقی و ریاضیات، در تأثیر یادگیری این دو «هنر» در کنار هم، نهفته باشد. نتایج پژوهشی نشان می‌دهد کودکانی که پیانو می‌نوازند، در جورچینی، بازی شطرنج و استنتاج ریاضی، از مهارت‌های اســـتدلالی بالاتری برخوردارند (موتلوک، ۱۹۹۷). از این گذشـــته، در یک بررسی که توســـط هِنل (۱۹۹۶) انجام پذیرفت، مشاهده شد که درصد دانشجویان ریاضی که در دوره کارشناسی، درس موسیقی گرفته‌اند، یازده درصد بیشتر از مقدار میانگین برای همه دانشجویان است. محقق دیگری به نام راشِر (۱۹۹۷) نشـــان داد که آموزش موســـیقی در سنین خردسالی، می‌تواند در رشد سلول‌های عصبی که برای درک پیچیدگی‌های ریاضی و مفاهیم علمی لازم است، مؤثر باشد. در همین راستا، گاردنیر (۲۰۰۰) دریافت که آموزش‌های ابتدایی در موسیقی و هنرها، می‌تواند

بر روی نمرات ریاضیات کودکان مؤثر باشد و آنان را در کسب مهارت‌هایی در ریاضی و زبان، انعطاف‌پذیر سازد.

حال که انگیزه‌هـــای لازم را برای این ارتباط مرور نمودیـــم، در ادامه هر کدام از این مشـــاهدات را به‌طور دقیق‌تر تبیین می‌نماییم. برای این منظور، ابتدا رابطهٔ ســـاختاری ریاضیات و موسیقی را از ســـه چشم‌انداز متفاوت بررسی می‌کنیم.

چشم‌انداز اول: شـــرح ایده‌هایـــی اســـت دربارهٔ هم‌آهنگـــی (هارمونی)، پرده و نحوهٔ کوک کردن ســـاز که یونانی‌های باســـتان نخســـتین بار بیـــان کردند و همچنین، چگونگی کشف ارتباط ریاضیات و موسیقی توسط فیثاغورث است. **چشم‌انداز دوم**، نمونه‌هایی از الگوهای ریاضی در آهنگ‌ســـازی را نشان می‌دهد. در نهایت، آخرین چشـــم‌انداز نگاهی به ویژگی‌های هنری ریاضیات[۲] دارد. در تبیین مشاهدهٔ دوم نگاهی کوتاه به زندگی سه دانشمند و ریاضی‌دان برجستهٔ تاریخ (یعنی فارابی، انیشتین و ابوعلی‌سینا) خواهیم داشت. در پایان، شاهد ســـوم را که به نوبه‌ای ملموس‌ترین شاهد است، و به بررســـی امتیاز یادگیری موسیقی در زندگی افراد می‌پردازد، بیان می‌کنیم.

ارتباط ساختاری

چشـــم‌انداز اول: آهنگ و تنظیم، استنباط فیثاغورثی از موسیقی

در یونان باســـتان، موسیقی و حساب و هندسه در کنار نجوم، تشکیل علوم چهارگانه را می‌دادند و در واقع یونانیان قدیم به این چهار شـــاخه از علم، به دید واحد ریاضیات نگاه می‌کردند. در آن دوران از تمدن بشـــری، موســـیقی به‌عنوان علمی مطرح بود که توســـط آن، روابط و نســـبت‌های ریاضی به عمل تجربه می‌شد و به موســـیقی در مدارس، به اندازهٔ حساب، هندسه و نجوم بها داده می‌شد. دانش‌آموزان مجبور بودند در موسیقی نیز به اندازهٔ ســـه علم دیگر، معلومات کسب نمایند. در تقســـیم‌بندی علوم در یونان قدیم، از ریاضی به‌عنوان علم مطالعهٔ تغییرناپذیرها یاد می‌کردند. آن‌ها این مقولهٔ علمی را به دو دستهٔ بزرگ‌تر یعنی علوم مربوط به مقادیر گسسته[۳] و علوم مربوط به مقادیر پیوسته[۴] تقسیم‌بندی کرده بودند که مقادیر گســـسته، شامل دو علم از علوم چهارگانه یعنی حساب و موسیقی بود. آن‌ها مقوله‌های مربوط به حساب را معادل بررسی مقادیر قابل شمارش و گسستهٔ مستقل و موسیقی را بررسی مقادیر گسسته‌ای که با یکدیگر در تناسب و ارتباط هستند، می‌دانستند. در مقابل علوم مقادیر گســـسته، علوم مقادیر پیوسته وجود داشـــت که شامل هندسه و نجوم بود. هندسه به بررسی ســـکون و نجوم به بررسی هر آنچه به حرکت مربوط می‌شد، می‌پرداخت. بنابراین همان‌گونه که از این تقسیم‌بندی برمی‌آید جایگاه موسیقی هم‌ردیف سایر شاخه‌های علم ریاضی بوده است. اما در یک کلام شاید بتوان علم موسیقی‌ای را که یونانیان باستان آن را تعریف کرده‌اند، علم بررســـی روابط بین صداهای خوشایند و ناخوشـــایند[۵] نامید. تالس از بزرگ‌ترین متفکران یونان باستان است و بسیاری از دانشـــمندان او را پدر علم و بعضی از موســـیقی‌دانان پدر موســـیقی می‌داند. شاید تعریف او از موسیقی بعد از گذشت بیست و شش قرن، هنوز یکی از زیباترین تعریف‌ها باشد:

«موسیقی، هارمونی‌ای از تضادها، جمعی از اضداد و آشتی عناصر متضاد است... موسیقی اساس یکپارچگی وجود در طبیعـــت و بهترین حکمران در عرصه گیتی است. موسیقی جهان هســـتی را ملبس به هارمونی و قانون‌گرایی می‌کند و روش خردمندانه‌ای برای زندگی ارائه می‌دهد. موســـیقی یگانگی و وحدت را به ارمغان می‌آورد.»

نت و تم. روزی فیثاغورث[۶] جـــوان از کنار مغازه آهنگری می‌گذشـــت کـــه ناگهان صدایی بـــا فواصل منظـــم که از طرف ســـندان می‌آمد توجـــه او را جلب کرد. فیثاغورث متوجه شـــد که وزن چکشی که آهنگر از آن استفاده می‌کند، در صدا مؤثر است. ممکن است او نخستین کسی باشد که تطابق آکوستیکی تارهایی با طول‌های متناسب را توضیح داده باشد. هنگامی که تارهایی با کشیدگی یکسان طول‌های متناسب را (بدون توجه به جنس آن: فولاد، ریســـمان و...) به ارتعاش در می‌آوریم، صداهایی با فرکانس یکســـان تولید می‌کند. به‌عنوان مثال، زهی با طول ۶۰ سانتی‌متر X مرتبه در هـــر ثانیه لرزش خواهد کـــرد، آن‌گاه زهی با طول ۳۰ سانتی‌متر، ۲X مرتبه (یعنی دو برابر) لرزش خواهد کرد. به‌علاوه این دو فرکانس اکتاو کاملی را خلق می‌کند.

اهمیت عدد ۱۲. مغز با استفاده از ریاضیات، دستور زبان موسیقی را دیکته می‌کند.

تقارن یکی از مباحث هندســـه است. با این وجود می‌تـــوان آن را در کار بســـیاری از موســـیقی‌دانان یافت. آثار باخ[۷] شـــاید مشـــهورترین نمونـــه تقارن در موسیقی باشـــد. دقت و توجه زیاد به قوانین هارمونی، وضوح ریتم و عبارت‌نویســـی در آثار باخ، آن‌ها را برای شـــنوندگان، به آثاری مملو از ریاضی همراه با چاشنی احساس تبدیل کرده است. قطعات موسیقی که باخ در ســـال ۱۷۴۷ نوشته، یکی از بارزترین این نمونه‌هاست. فیثاغورث گام‌های دیگری نیز برداشت. او می‌دانست که کوچک‌ترین عددی که بیشترین خاصیت تقسیم شدن

را دارد، ۱۲ اســت. پس عدد ۱۲ مناسب‌ترین عدد در موسیقی است. پس از گذشت هزار سال، موسیقی‌دانان هنوز این ایده را تصدیق می‌کنند. اوایل قرن بیســتم، آرنولد شوئنبرگ[۸] روش جدیدی برای آهنگ‌سازی ارائه کرد. در این روش، هیچ‌کدام از فاصله‌ها لحاظ نشده بود، در حالی‌که به همه آن‌ها توجه شده بود. او این روش را «دوازده پرده‌ای» نامید که در آن، همه فاصله‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شــوند و همهٔ نت‌ها، اهمیت یکسانی دارند.

ملودی. آماده‌ســازی یک ملودی در یکی از آلات موســیقی و انگشــت‌گذاری صحیح در ترتیب نت‌ها، در واقع نوعی مســئله ریاضی است. این همان مفهوم سازگاری موجود در هر دو «هنر» است. استفاده از آلات موسیقی مختلف برای نواختن ملودی مشابه ساختارهای ریاضی اســت. حتی اســتفاده از کلیدهای متفاوت در نواختن ملودی مشابه نیز، با تفکر ریاضی مرتبط است. موسیقی‌دان خوب، اغلب می‌تواند به آهنگی گوش دهد و بدون اینکه آن را قبلاً تمرین کرده باشد یا ترتیب نت‌ها را بداند، آن آهنگ را بنوازد، زیرا او ترتیب و شــکل‌های آشنا را تشخیص می‌دهد. این نوع تفکر، بسیار شبیه به کسی است که ریاضیات می‌خواند.

نظام‌های شمارشــی در موســیقی: دو نظام شمارشــی در موســیقی وجود دارد که یکــی در گام و دیگــری در کلید اســت. ابتدا به این نظــام در گام می‌پردازیم. هفت نت در گام وجود دارد. ترتیب فاصله‌ها با فاصله بین این هفت نت است که یک قطعه موسیقی را، بی‌همتا می‌کند. فرمول گام‌ها به‌صورت پرده، پرده، نیم‌پرده، پرده، پرده، پرده، نیم‌پرده (روش دوازده‌پرده‌ای) است. بنابراین، اولین برخورد با موسیقی، فهمیدن دوازده نت گام نیم‌پرده است. اگر در گام شش نت وجود داشت، می‌توانستیم آن‌ها را به‌صورت فاصله مساوی یک پرده از یکدیگر در نظر بگیریم، اما هفت نت وجود دارد. بنابراین احتیاج به دو نیم پرده اســت. این هفت نت را کسی از زمان‌های قدیم انتخاب نکرده اســت، آن‌ها را موسیقی یا دقیق‌تر بگوییم، کسر انتخاب کرده است. آکوردها از ترکیب نت‌های مختلف گام استفاده می‌شود. ساده‌ترین آکورد[۹]، آکورد سه‌تایی[۱۰] است که در آن، از سه نت گام اســتفاده می‌شــود. می‌توان از نت‌های دیگر گام، برای بزرگ‌تر شدن آکورد استفاده کرد. نظام شمارشی دیگر، در کلید است. هر یک از هفت نت گام، می‌تواند به‌عنوان شــروع‌کننده یک آکورد حساب شود و اغلب به‌صورت اعداد یونانی نوشته می‌شوند. ممکن است به‌صورت زیر نیز دیده شوند:

I-II-III-IV-V-VI-VII

اســتفاده از این اعــداد، روش خوبی اســت زیرا می‌تواند ماژور یا مینور بودن آکورد را نشــان دهد. در واقع، مهم اســت که بدانیم کدام آکورد مرتبط به کدام کلید است. آهنگ‌ســازان، اغلب آهنگ‌ها را با استفاده از اعداد می‌نویسند. اگر دامنه صدای خواننده را ندانند، از کلید مناســبی در اســتودیو اســتفاده می‌کنند. در این هنگام اســت که نوازنده، اعداد را تبدیل به آکورد می‌کند. نشــویل[۱۱] در این نوع نت‌نویسی مشهور است. البته کسرهای میزان و ضرب (سرعت) هم، با ریاضیات مرتبط هستند. تجزیه‌وتحلیل موسیقی نشان می‌دهد که اعداد در آن، نقش برجســته‌ای دارند و هنگامی که اعداد را به موسیقی تبدیل می‌کنیم، دلنشین و گوش‌نواز می‌شود. مردم خیلی زود دریافتند که نواختن هم‌زمان هر دو نتی همواره خوش‌آیند (هم‌ســاز) نیست. علاوه بر این، یونانیان باســتان کشف کردند که نتی با بسامد (فرکانس) مشخص را فقط با نت‌هایی می‌توان ترکیب کرد که بسامدشــان مضرب صحیحی از بسامد آن نت باشد. هم‌چنین، بررســی آواهای مختلف نشان داد که هنگام نواختن نت پایه، مضرب‌های صحیح بسامد پایه، همیشه با شدتی ضعیف‌تر، نت پایه را همراهی می‌کنند.

چشم‌انداز دوم: موسیقی ریاضیاتی؛ عددهای فیبوناچی و نسبت طلایی در ترکیبات موسیقیایی. مســائل مربوط بــه تعریف پرده و کوک‌ســاز، یکی از جنبه‌های ورود اندیشه‌های ریاضی به دنیای موسیقی اســت. اما دســت‌کم در تعبیر نوین، موسیقی را فقط نت و هارمونی نمی‌سازد. جنبه مهم‌تر، تغییرات زمانی نت‌هاســت یعنی آنچه به ضرب آهنگ (ریتم) و نغمه (ملودی) مربوط می‌شود. البته تنها نمادگذاری موسیقی نیست که همهٔ جنبه‌هایش با ریاضیات رابطه دارد، بلکه در برخی قطعات موســیقی، می‌توان تأثیرات حساب و هندسه را هم دید. یکی از جنبه‌های بسیار جالب مفاهیم ریاضی که در ســاخت قطعات موسیقی ظاهر می‌شود، عددهای فیبوناچی و نسبت طلایی است.

اما مهم‌ترین ویژگی این عددها این است که دنباله کســرهای فیبوناچی (یعنی نسبت هر عدد فیبوناچی به نزدیک‌ترین عدد کوچک‌تر از آن)، به ســمت حدی ثابت (۰۰۰۱/۶۱۸۰۳۳۹۸) میل می‌کند که به نسبت طلایی، تناسب طلایی، یا مقطع طلایی معروف است. تعبیر هندسی نسبت طلایی شناخته‌تر است: تقسیم خط به دو قســمت نابرابر هنگامی به نســبت طلایی است که نسبت طول خط به طول بخش بزرگ‌تر برابر با نسبت طول بخش بزرگ‌تر به بخش کوچک‌تر باشد.

راشر (۱۹۹۷) نشان دادَ که آموزش موسیقی در سنین خردسالی، می‌تواند در رشد سلول‌های عصبی که برای درک پیچیدگی‌های ریاضی و مفاهیم علمی لازم است، مؤثر باشد

چون نسبت طلایی، زیبا، پویا و متعادل انگاشته می‌شود، در هنر به ویژه در نقاشی و عکاسی، کاربردهای گوناگون پیدا کرده است. اغلب عناصر مهم تصویر، درازا یا پهنای تصویر را به نسبت طلایی تقسیم می‌کنند اما این تقسیم‌بندی، همیشه آگاهانه نیست، بلکه از درک زیبایی و حس هماهنگی سرچشمه می‌گیرد. بررسی‌های گوناگون نشان داده‌اند که همین مفهوم، در ساخت قطعات موسیقی نیز بسیار معمول است. نسبت طلایی به صورت کسرهای فیبوناچی، یا برای تغییر ضرب آهنگ و یا گستراندن ملودی به کار برده می‌شود. نمونه‌های کاربرد آگاهانهٔ این نسبت را در «سیستم آهنگ‌سازی شلینگر»[۱۲] می‌توان دید.

شاید آن‌قدر مهم نباشد که بدانیم افراد در کاربرد یا ادراک نسبت طلایی آگاهند یا ناآگاه، این نکته مهم است که زیبایی و هماهنگی را می‌توان دست‌کم از این جنبه با ابزار ریاضی بیان کرد. رابطه بخش‌بندی قطعه موسیقی با کسرهای فیبوناچی و رابطه نسبت عددهای صحیح به فاصله فیثاغورثی موسیقی، نمونه‌هایی از این واقعیت هستند که گاهی هماهنگی را نیز می‌توان با اعداد (حتی عددهای صحیح) توصیف کرد و این هماهنگی، جنبه‌ای ریاضی دارد و شاید از این راه بتوان این ایده را مطرح کرد که «زیبایی، در ذات ریاضیات نهفته است».

چشم‌انداز سوم: ریاضیات موسیقیایی؛ جلوه‌های یک‌جنبه هنری از ریاضیات

با توجه به ذات هنری ریاضیات، گرایش ریاضی‌دانان به موسیقی را نمی‌توان تنها به جنبه‌ها و الگوهای ریاضیاتی در آوا، هارمونی و ساخت قطعه‌های موسیقی نسبت داد. ریاضی‌دان بودن به معنای کشف اعداد در هر مکانی و تنها مرتبط ساختن مسائل با مفاهیم ضمنی ریاضیات نیست. بنابراین، برای یافتن ارتباط اصولی بین ریاضی و موسیقی، باید تراز دیگری را جست‌وجو کرد.

همان‌طور که موسیقی‌دان‌ها گاهی ملودی منحصربه‌فرد و ظریفی ارائه می‌دهند یا هارمونی فوق‌العاده‌ای را به‌کار می‌برند، ریاضی‌دان‌ها نیز در جست‌وجوی اثبات‌های ظریف و ساده هستند. علاوه‌بر این، احساساتی که در یافتن پاسخ برای یک مسئله ریاضی بروز می‌کنند، شبیه به احساساتی است که هنگام اجرای قطعه‌ای موسیقیایی ابراز می‌شود. مهم‌ترین جنبه‌ای که در هر دو زمینه وجود دارد، خلاقیت است. شواهد جالب برای این ایده را هنل (۱۹۹۷) ارائه می‌دهد که براساس سه ادعای زیر تاریخ موسیقی را با تاریخ ریاضیات مقایسه کرده است.

۱. ریاضیات بسیاری از ویژگی‌های یک هنر را دارد.

۲. مانند هنر، باید بتوان دوران‌هایی هم چون دوران رنسانس، باروک، کلاسیک و رومانتیک در موسیقی را، در ریاضیات نیز پیدا کرد.

۳. این دوران‌ها، تطابق خوب با دوران‌های موسیقی و بسیاری ویژگی‌های مشترک دارند، اما با دوران‌های مختلف نقاشی و ادبیات تفاوت عمده دارند.

با بررسی مفاهیم دوگانی (باروک)، جهان‌شمولی (کلاسیک) و جاودانگی (رومانتیک)، تشابهات زیادی بین سیر تکامل ریاضیات و موسیقی، دیده می‌شود.

ریاضی‌دانان و موسیقی

ابونصر فارابی. ابونصر محمدبن محمد فارابی (۲۵۲-۲۵۹ یا ۲۶۰ هجری قمری) فیلسوف، ریاضی‌دان و موسیقی‌دان بزرگ ایرانی و سر سلسله حکمای اسلامی است که با بررسی آثار حکما و فلاسفه یونان، به‌ویژه ارسطو، اسرار آن‌ها را کشف کرد و مشکلات کتاب‌های آن‌ها را توضیح داد؛ نواقص کار آنان را دریافت و شرح‌هایی بر آثار ارسطو نوشت و بدین سبب به وی لقب **معلم ثانی** را دادند. فارابی از بزرگ‌ترین نویسندگان کتاب‌های موسیقی است. فارابی علاوه‌بر شرح و توضیح آثار حکمای یونان، خود نیز آثار مهمی به‌وجود آورد و کتاب‌ها و رساله‌های متعددی در حکمت، فلسفه، منطق، نجوم و موسیقی نوشت. مجموعاً ۱۲۰ جلد کتاب و رساله را به او نسبت می‌دهند. از جمله کتاب‌های او در موسیقی عبارت‌اند از:

۱. المدخل الی صناعة الموسیقی
۲. کلام فی‌الموسیقیا و احصاء الابقاع
۳. فی‌النقرة مضافا الی الایقاع
۴. الحصاء العلوم
۵. الموسیقی الکبیر
۶. رساله‌ای موسوم به مقالات

در کتاب احصاءالعلوم و در فصل مربوط به موسیقی، رئوس مطالب مربوط به موسیقی نظری و موسیقی عملی و برنامه‌ای را که برای اندیشمندان و پژوهشگران این علم ضروری است، بیان می‌دارد و دربارهٔ طرز تألیف الحان و تعیین نسبت بین وزن نغمه‌ها، بحث می‌کند. از تألیفات و تصنیع الحان موسیقی و تلفیق آن با کلام منظوم گفت‌وگو می‌کند و اینکه آن را چگونه باید به کار برد تا تأثیر الحان موسیقی، بیشتر گردد و منظور حاصل شود. مهم‌ترین و مفصل‌ترین کتاب فارابی و بزرگ‌ترین اثری که تاکنون در موسیقی مشرق زمین نوشته شده، **الموسیقی الکبیر** است که در دو جلد تهیه شده است؛ جلد اول که مفصل‌تر بوده اکنون در دست است و جلد دوم آن‌که کوتاه‌تر بوده، از بین رفته است. فارابی در این کتاب، درباره اصول فیزیکی صوت و دیگر مطالب مربوط

تجزیه‌وتحلیل موسیقی نشان می‌دهد که اعداد در آن، نقش برجسته‌ای دارند و هنگامی که اعداد را به موسیقی تبدیل می‌کنیم، دلنشین و گوش‌نواز می‌شود

بـــه آن تحقیقاتی دارد. فارابی نه‌تنها یکی از بزرگ‌ترین دانشـــمندان علم نظری موســـیقی بود، بلکه در عمل موسیقی نیز استادی به‌نام و زبردست و نوازنده‌ای توانا و ماهر بود و معروف است که در نواختن قانون، مهارت داشته است.

فارابی در کتاب الموســـیقی الکبیر، پس از تعریف موســـیقی، راجع به موسیقی‌شناســـی بحث می‌کند و از تأثیر آن در روح از دید روان‌شناســـی و تصویری که از شـــنیدن الحان در ذهن حاصل می‌شـــود، گفت‌وگو می‌نماید و صداشناسی و موسیقی عملی و نظری را با هم بررسی می‌کند. او آهنگ‌ها را از حیث ایقاع، به دو بخش متصل و غیرمتصل تقسیم می‌کند و ضرب متصل یا دو ضرب و ضرب غیرمتصل را که ضرب مخلوط و پیچیده نامیده شده است، توضیح می‌دهد. هم‌چنین، به توضیح و توصیف بعضی از سازهای زمان خود و پیش از اسلام پرداخته و چون عود را کامل‌ترین ســـازها می‌دانسته، نخست آن را برگزیده و بر روی آن بحث کرده است.

ابن‌سینا. حسین‌ابن‌ســـینا ابن عبدالله معروف به ابن‌سینا دانشـــمند، فیلسوف و پزشـــک بزرگ ایرانی قرن چهار و پنجم هجری قمـــری، از بزرگان و علمای موســـیقی‌دان زمان خود بوده اســـت. او مباحث اصلی موسیقی را با نهایت دقت تشریح نموده و در این مباحث پیرو فارابی است، عقاید او را تشریح می‌کند و در بسیاری موارد دارای ابداعات و ابتکار است. ابن‌سینا در تألیفات موسیقی خود در جستارهای گوناگون وارد شده و آن‌ها را مختصر، مفید و با دلایل منطقی بیان کرده که نه تنها به اصول فیزیکی و ریاضی تکیه می‌کند، بلکه دامنه بحث را به فلسفه و علم‌النفس نیز می‌کشاند.

ابن‌سینا سه کتاب موسیقی - دوتا به زبان عربی و یکی به زبان فارســـی دری - دارد که از همه مبسوط‌تر و مهم‌تر، بیســـت‌هزار کلمه از فصل دوازدهم از بخش ریاضی کتاب الشـــفا و بعدی ســـه هزار کلمه در کتاب النجات اســـت که خلاصه‌ای از همان کتاب شفاست و ســـومی به فارسی، در کتاب دانش‌نامه که خلاصه‌ای از کتاب النجات است، قرار دارد.

امتیازات یادگیری موسیقی

هنگامی که مزایای آموزش موســـیقی بر همگان آشکار گردد، دســـت‌اندرکاران امر آموزش‌و برنامه‌ریزان امور تحصیلی، موظف خواهند شـــد در همه سطوح، از آموزش موسیقی به هنرآموزان مجرب، حمایت جدی به عمل آورند. بدین ترتیب، هر دانش‌آموز از مزایای آموزش هنر به‌صورت کلی و نیز آموزش موسیقی به صورت ویژه، بهره‌مند خواهد گردید.

موفقیت در جامعه. موســـیقی بخشی از ساختار جامعه اســـت و ایـــن مهم‌ترین دلیل لـــزوم، یادگیری موسیقی توسط همه کودکان است. همه افراد در همه جوامع و فرهنگ‌ها به ارزش واقعی موسیقی پی برده‌اند، در حقیقت همه فرهنگ‌های بشـــری، از موسیقی بهره می‌گیرنـــد تا ارزش‌هـــا و باورهای خـــود را بیان دارند. هم‌چنین، نباید اهمیت موسیقی و نقش موسیقی را در اقتصاد هر کشور نادیده گرفت. ارزش موسیقی و اهمیت آن، در شکل بخشیدن به شخصیت و توانایی‌های تک تک افراد جامعه نیز اثبات شده است.

موفقیت در مدرسه. می‌توان پیش‌بینی کرد که موفقیت در جامعه، پیامد موفقیت در دوران تحصیل در مدرسه است. هر هنرآموز موسیقی یا والدین کودکانی که به یادگیری موســـیقی می‌پردازند، می‌توانند درباره یادگیری موسیقی بر دانش‌آموزان و میزان موفقیت آن‌ها در تحصیل، نکاتی را یـــادآوری کنند. مهارت‌هایی که یادگیری موسیقی موجب تقویت آن‌ها می‌شود عبارت‌اند از خواندن، برقراری ارتباط و شناختی که این سه دسته مهارت، در همه بخش‌هـــای برنامه تحصیلی مؤثرند و نقش مهمی ایفا می‌کنند. علاوه بر این، پژوهش‌هایی که به تازگی درباره موســـیقی، یادگیری و نقش آن در موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان انجام شده، نشانگر آن است که یادگیری موسیقی دانش‌آموزان را یاری می‌کند تا بیاموزند چگونه می‌توانند بدون روی آوردن به خشونت و رفتارهای ناهنجار، خود را با محیط مدرسه و شرایط آن هماهنگ سازند.[۱۲]

تقویت هوش. داده‌های حاصل از مطالعات انجام یافته درباره هوش کودکان، که تعداد این مطالعات نیز روزبه‌روز افزایش می‌یابد، نشانگر این حقیقت است که موسیقی و نیز آموزش آن به کودکان، آنان را باهوش‌تر می‌کند. آنچه تازه و به‌ویژه جالب به نظر می‌رســـد این است که ترکیب پژوهش‌های انجام یافته در حوزه علوم رفتاری و تحقیقاتی که در حوزه علوم مغز و اعصاب انجام یافته، نشانگر آن اســـت که چگونه آموزش و یادگیری موســـیقی می‌تواند به صورت فعال، موجب گســـترش فعالیت‌های مغزی شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله ارتباط ریاضی و موسیقی از سه دیدگاه مختلف، تبیین شد. در دیدگاه اول، سعی بر این بود که از سه چشم‌انداز مختلف، به این ارتباط پرداخته شـــود. چشـــم‌انداز اول، درک خاص موســـیقی توسط

پژوهش‌هایی که به تازگی درباره موسیقی، یادگیری و نقش آن در موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان انجام شده، نشانگر آن است که یادگیری موسیقی دانش‌آموزان را یاری می‌کند تا بیاموزند چگونه می‌توانند بدون روی آوردن به خشونت و رفتارهای ناهنجار، خود را با محیط مدرسه و شرایط آن هماهنگ سازند

یونانیان باستان را نشان داد که به ملودی و حرکت کمتر از پرده، تنظیم و هارمونی استاتیک اهمیت می‌دهد. در چشم‌انداز دوم، مفهوم تقسیم طلایی در ارتباط با نسبت‌های عددی و پیدایش آن‌ها در ترکیبات متعدد مطرح شد. با این حال احساسی‌ترین نگاه چشم‌انداز سوم بود که در آن روابط، با در نظر گرفتن جنبه هنری، طرز تفکر ریاضیاتی مشخص شدند.

در ادامه، در خصوص ارتباط ناشناخته ذات موسیقیایی ریاضی و الهاماتی که اندیشمندان و علم دوستان از هنر و موسیقی گرفته‌اند به اختصار اشاره شد. در پایان، نقش غیرقابل انکار موسیقی در آموزش مورد تأکید قرار گرفت.

البته این موارد، تنها نمونه‌هایی از بررسی چنین ارتباطی هستند و می‌توان مقایسه‌های دیگری نیز انجام داد. با این حال، این سه ارتباط شاید بیشترین مفاهیم و ایده‌های مطرح شده را ارائه دهند. هر رابطه‌ای بین ریاضی و موسیقی وجود داشته باشد، مشخص است که هردوی آن‌ها همچنان، جزو رشته‌های دشوار و بهتر است یکی بر دیگری تحمیل نشود. تلاش برای توضیح تمام شکل‌های موسیقی توسط ریاضیات، اشتباه است. از طرف دیگر، مطالعه ریاضیات از لحاظ موسیقی‌شناسی هم بی‌فایده است ولی جا دارد که این روابط در آموزش ریاضی مطرح شود.

مهم است که به افراد نشان دهیم ریاضیات از یک جنبه بیشتر هنر است تا یک علم. شاید با این عمل، مفهوم رایج آن تغییر کند و افراد ماهیت و جهان‌شمولی آن را بهتر درک کنند.

تشکر و قدردانی

سپاس‌گزاریم از آقایان دکتر اسمعیل بابلیان و دکتر عین‌الله پاشا که با راهنمایی و نظرات ارزنده خود، مشوق ما بودند و ویراستاری ایشان بر غنای متن افزوده است.

پی‌نوشت‌ها

1. Gauss

۲. لازم به توضیح است که اکثر مطالب این بخش، برگرفته از بیر (۲۰۰۸) و ماروف (۱۹۸۳) است.

3. discrete

4.continous

5. consonance و dissonance

۶. ریاضی‌دان معروف و از شاگردان تالس

7. Bach

8. Shoenberg

۹. هرگاه بیش از دو نت با هم در یک زمان به صدا درآیند تشکیل آکورد می‌دهند.

10. Triad

11. Nashville

۱۲. حقایق بی‌شماری نیز درباره ارتباط یادگیری موسیقی با موفقیت دانش‌آموزان در مدرسه وجود دارد که در زیر به چند مورد اشاره می‌شود.

منابع

1. Beer. M, How do mathematics and music relate to each other? *Mathematical Spectrum,* 41, 36- 42.

2. Maeroff. G, (1983), What Students Need to Know and be Able to Do, *Academic preparation for College,* New York.

3. Catterall. J, Chapleau. R, and lwanaga. J, (1999), Involvement in the Arts and Human Development: General Involvement and Intensive involvement in Music and Theater Arts, *The Imagination Project at UCLA Graduate School of Education and Information Studies.*

4. Droscher. E, Profile of SAT Program Test Takers, priceton, NJ: The College Entrance Examination Board, 2001.

5. Hammann. D. L, and Walker. L. M, (1993), the Case for music in the School, *Music teacher as role models for African American students Journal,* 41.

6. Hammill. T, Garland, kahn, and Stenstedt, (1995), *Math and Music: Harmonious Connections.*

7. Rauscher. F, (1997), Music training causes long - term enhancement of pre - school children's spatial - temporal reasoning.

8. Gardiner. M, (2000), Music, learning and Behavior: A Case for Mental Stertching, *journal for learning through music.*

9. Graziano. A, Peterson. M, And Gordon shaw, (1997) Enhanced learning of proportional math through music traning, Neurological.

10. Green. M, (2000), Recording Academy President and CEO at 42 nd Annual Grammy Awards.

11. Henle. J, (1996), Classical mathematics, *The American Mathematical Monthly,* 103 (1), 18- 29.

12. Leibniz. G, music.

13. Miller. A, (2006), "A Genius Finds Inspiration in the Music of Another", *The New York Times.*

14. Motluk. A, (1997), Can Mozart make maths add up? New Scientist 153, 17.

15. National Center for Education Statistics, *First Follow - up,* Washington DC, 1990.

16. Sergent. J, Zuck. E, Tenial. S, and MacDonall. B, (1992), Distributed neural vetwork underlying musical sight reading and keyboard performance. *Science,* 257, 106 - 109.

۱۷. رضا داوری، (۱۳۸۹)، فارابی فیلسوف فرهنگ، انتشارات سخن

۱۸. حسن مشحون، (۱۳۸۸)، تاریخ موسیقی ایران، انتشارات نشر نو

کاغذ و تا؛ هنری برای معلم

زهرا افشارپور
دبیر ریاضی متوسطه اول تهران و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

هندسه بخشی از ریاضی است و دارای مفاهیمی مجرد و ذهنی است. درک مفهومی مانند نقطه، برای یادگیرندگان کم‌تجربه دوره ابتدایی، سخت است، زیرا جزو «تعریف نشده‌ها» است.

توصیف ۱: نقطه عبارت است از چیزی که شامل هیچ جزئی نیست. به عبارت دیگر، نقطه عبارت است از آن‌چه که هیچ جزئی ندارد. آیا چیزی که هیچ جزئی ندارد، می‌تواند قابل تعریف و قابل فهم باشد و به خصوص، مبنای تدریس هندسه قرار گیرد؟

توصیف ۲: دو انتهای یک خط، نقطه است. بنابراین توصیف آیا نباید ابتدا خط تعریف شود؟

توصیف ۳: به محل برخورد دو خط، نقطه می‌گویند. قبل از این توصیف، لازم است یادگیرندگان با خط و حالت‌های آن در صفحه، آشنا شده باشند.

توصیف ۴: خط عبارت است از درازای بدون پهنا. اما سؤال این است که به چه معناست؟ آیا می‌توان پیش از تعریف خط از نقطه صحبت کرد؟

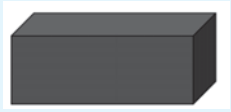
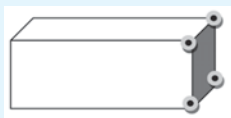
در دوره ابتدایی، مفاهیم هندسی بایستی برای دانش‌آموزان، ساده و در عین‌حال روشن و دور از ابهام باشند و تا حد امکان، تعداد آن محدود باشد. هدف از تدریس ریاضی در دوره عمومی و به‌ویژه در دوره ابتدایی، پرورش تفکر، کسب توانایی درست اندیشیدن، به‌کارگیری صحیح دانش و معلومات در حل مسائل روزانه و پرورش ذهن‌های خلاق و مبتکر است، نه محدود نمودن آن‌ها به حفظ تعریف‌ها و قضیه‌های خشک ریاضی. هندسه نیز به‌عنوان بخشی از ریاضی، می‌تواند سهم به‌سزایی در تحقق این هدف‌های ارزنده داشته باشد.

کلیدواژه‌ها: هندسه، کاغذ و تا

برای معرفی مستطیل ابتدا، یک جسم (حجم) معرفی می‌شود. سپس در مراحل بعدی، طبق جدول زیر پیش می‌رویم.

تجربه تدریس نویسنده نشان می‌دهد که این شیوه معرفی مفاهیم، ضمن اینکه به صورت عملی قابل تدریس است، دانش‌آموزان نسبت به آن، علاقه‌مندی نشان می‌دهند. همچنین، چون درک مفاهیم کلی از اجزاء آن ساده‌تر است، تدریس آن را حتی می‌توان قبل از دبستان، یعنی از دوره آمادگی، آغاز کرد.

مشاهدات نویسنده نشان می‌دهد که در غیاب ملموس نمودن مفاهیم ابتدائی هندسه برای دانش‌آموزان، آن‌ها حتی برای تشخیص مفاهیم اولیه اشکال هندسی نیز دچار مشکل می‌شوند. من با توجه به حضور دانش‌آموزان پایه هفتم در کلاس، متوجه این ضعف آنان شدم و دریافتم که اگر دانش‌آموز بتواند با حضور معلم در کلاس، دست‌سازه‌ای از اشکال هندسی درست کند، شکل‌گیری درست مفاهیم اولیه در ذهنش بهتر صورت می‌گیرد. این کار کمک می‌کند که حتی مطالب سخت‌تر از جمله «سطح جانبی» یا «سطح کل» را که اغلب درک این دو سطح، برای دانش‌آموز مشکل‌ساز است، به راحتی درک کرده و مسائل مربوط به این دو مطلب را حل کند. حال آنکه اگر تدریس هندسه، فقط تکیه بر دو بعدی بودن روی تخته باشد،

مرحله دوم: رویه‌ها	
مرحله سوم: لبه‌ها (یال‌ها= خط‌ها)	
مرحله آخر: نقطه‌ها	

مدت‌ها طول می‌کشـــید که یک دانش‌آموز، بتواند به درک این مفاهیم برســـد. اما با در دست داشتن چند وسیله ساده و کمی حوصله و دقت، می‌توان این فصل از کتاب درســـی را بـــرای دانش‌آموزان تدریس کرد. زمانی‌که با همکاران هم رشـــته خـــود در خصوص تدریس این مبحث (حجم) صحبت می‌شـــد، به اتفاق می‌گفتند که «فرض تدریس خود را بـــر این مبنا می‌گذاریم که دانش‌آموز پایه هفتم، به مفاهیم اولیه کاملاً مسلط و آگاه است. به همین جهت به توضیح کوتاه لفظی درباره مفاهیم اولیه اکتفا می‌کنیم و فرمول سطح جانبی و کلی را بیان کرده و منتظر حل مسائل توسط دانش‌آموزان می‌شویم.» حال آنکه واقعیت غیر از این است و به وضوح دیده می‌شود که دانش آموزان متوسط و ضعیف، اطلاع درستی از مطالب اولیه نداشته و کاملاً با توضیح معلم، سردرگم می‌شوند.

با توجه به تحقیقی که توســـط اینجانب در دانشگاه شهید بهشتی صورت پذیرفت، این نتیجه حاصل شـــد که برای تدریس این مبحث، زمان زیادی باید صرف شـــود تا دانش‌آموز پایه هفتم، با سردرگمی به پایه بعدی نـــرود. به همین دلیل با مطالعه بر روی این مبحث، متوجه شدم که دست‌سازه برای دانش‌آموز، یکی از بهترین روش‌ها برای ارتقای یادگیری وی اســـت. هر چند این کار بســـیار سخت و زمان‌بر باشد، اما باعث می‌شود که حتی دانش‌آموز ضعیف کلاس نیز، با حوصله و علاقه بیشتری، علاقه‌مند به یادگیری این مبحث شود. در این روش تدریس، دانش‌آموز درگیر موضوع شده و نقشی فعال دارد، اما برای شروع این کار، صبوری لازمه جذابیت کلاس خواهد بود.

زمانی‌که موضوع دست‌سازه را برای همکاران خود مطرح کردم، آن‌ها به دلیل ترس از شکســـت تدریس و نیز به بهانه شلوغ بون کلاس‌ها یا کم‌حوصلگی خودشان، و از همه مهم‌تر، ترس از رها کردن روش تدریس سنتی خود، از دانش‌آموزان خواسته بودند که اشکال را درست کرده و به کلاس درس بیاورند، سپس مفاهیم اولیه را روی این شکل‌ها بیان کرده بودند و البته، به این امر، نمره‌ای نیز اختصاص داده بودند. به همین جهت اغلب دانش‌آموزان، اشکال ساخته شده توسط والدین یا اشخاص دیگر را به کلاس می آوردند و اینکه کدام قسمت از شکل ساخته شده مربوط به مفاهیم اصلی است را، حفظ کرده بودند.

اما من با روش تا کردن کاغذ ســـرکلاس و تهیه اشـــکال هندسی توســـط خود دانش‌آموزان در حضور معلم و دوستان خود، توانستم که به شـــکل‌گیری این مفهوم در ذهن دانش‌آموزان کمک کنم. به‌علاوه، دید آن‌ها نســـبت به اطرافشان بازتر شـــد، زیرا بعد از ساخت اشکال و معرفی ســـطوح مختلف شکل توسط خودشان، از آن‌ها خواسته‌شد که هر جا شبیه این اشکال را در منزل یا مدرسه دیدند، معرفی کنند و در صورت امکان، به کلاس بیاورند وبه هم کلاســـی‌های خود، نشان دهند. این روش به قدری برای دانش‌آموزان پایه هفتم جذاب بود که حتی بعد از چندین جلسه که از تدریس مبحث حجم گذشته بود، هنوز، لوازمی را که با آن‌ها اشکال هندسی ساخته بودند برای دوستان خود می‌آوردند و نشان می‌دادند؛ وسایلی مانند جعبه دستمال کاغذی و سرشیشه عطر که هر کدام شبیه مکعب مستطیل، مکعب مربع یا هرم، کره و نظایر آن بودند. حتی دانش‌آموزی برای نشان دادن شکل هرم و استوانه با هم یا مخروط و استوانه با هم، دو طرف مداد خود را تراشـــیده بود. در واقع، این روش توانســـته بود دانش‌آموزان را در تشـــخیص اشکال ترکیبی، توان‌مند سازد.

هرچند در آغاز کار، حفـــظ نظم و کنترل کلاس همراه بـــا آموزش از این طریق کمی ســـخت بود، اما دانش‌آموزان به دلیل آشـــنایی با هنر اوریگامی، از این روش تدریس بسیار استقبال کردند و در نهایت، نتایج مثبتی در آزمون پایان فصل گرفته شد.

بنابراین، بر آن شـــدم که ایـــن تجربه را در اختیار همکاران ریاضی خود قرار دهم تا با داشتن چند وسیله ساده و ارزان قیمت یا حتی بازیافتی و البته با حوصله زیاد، آموزش با کیفیتی ارائه دهیم.

کاغذ و تا (هنری برای معلم)

بـــا تا کردن کاغذ به صورت‌هـــای مختلف و ایجاد طرح‌های دلخواه، شکل‌های مختلف هندسی به‌دست می‌آید که می‌تـــوان از آن‌ها، به‌منظور تدریس مفاهیم مختلف هندسی استفاده نمود. بهتر است تا کردن کاغذ را به‌عنوان هنری برای معلم و دانش‌آموز دانســـت که به وســـیله آن، طرحی یا شکلی را که در نظر دارند، با تا کردن کاغذ، به صفحـــه کاغذ منتقل کنند و بدین وسیله، موجبات درک عمیق‌تر مفاهیم هندسی توسط دانش‌آموزان را، فراهم نمایند.

استفاده از کاغذ به منظور تدریس هندسه، از پایه سوم در برخی از مواردِ ساده‌تر، از پایه دوم شروع می‌شود. شـــروع تدریس با وسایل کمک آموزشی و به شیوه‌ای فعال، به‌ویژه اســـتفاده از کاغذ در تدریس هندســـه، مهم و باارزش اســـت. البته شـــروع تدریس به صورت فعال، مشـــکل است، ولی پس از مدتی تجربه‌اندوزی و برنامه‌ریزی، این کار، بهتر جواب می‌دهد.

تجربه تدریس نویسنده نشان می‌دهد که بعضی از قواعدی که در تا کردن کاغذ بایســـتی مورد توجه قرار گیرد، به قرار زیرند:

۱. این فعالیت‌ها بایستی با دقت، ظرافت و حوصله انجام شود.

۲. صفحه کاغذ، باید صاف و مقاوم باشد تا زود پاره نشود.

۳. تاها، بایستی صاف و به وسیله ناخن فشرده شوند.

۴. رنگ، جنس و مقاومت کاغذ، بایستی متناسب با مورد انتخاب شده باشد.

۵. برای سهولت کار و نتیجه‌گیری از فعالیت‌ها، بهتر است قطع کاغذ مستطیل و به ابعاد (۲۴×۱۲) باشد.

۶. در زمان تدریس، تمام دانش‌آموزان یا هر گروه از آن‌ها، وسایل کار را در اختیار داشته باشند.

۷. دستورها و توضیحات معلم، باید ساده و روان باشد تا دانش‌آموزان، از عهده فهم و اجرای آن برآیند و بتوانند به پرسش‌ها پاسخ دهند.

با هنر تا کردن کاغذ، می‌توان موارد زیر را تدریس کرد:

۱. معرفی خط ـ خط‌های متقاطع و موازی ـ نقطه
۲. تهیه شکل‌های مختلف هندسی
۳. طرز ساختن مکعب
۴. استفاده از الگو برای ساختن برخی از حجم‌ها
۵. تدریس کسر و برخی از مفاهیم آن با تا کردن کاغذ
۶. قرینه‌سازی (تقارن)
۷. ساختن برخی از اسباب‌بازی‌ها مانند پرنده و قورباغه.

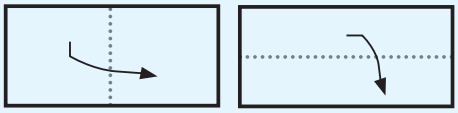
برای مثال، یک نمونه از روش تدریس خود را در اینجا ذکر می‌کنم که با دانش‌آموزان، در کلاس هندسه انجام دادیم و نتیجه خیلی خوبی داشت.

معرفی خط ـ خط‌های موازی و متقاطع ـ نقطه

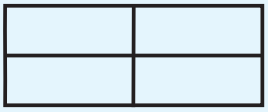
فعالیت‌های یادگیری:

(کنترل وسیله)

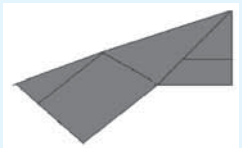
ـ ورقه‌های کاغذ را آماده کنید و آن را با دقت یک‌بار از طول ویک‌بار از عرض تا کنید.



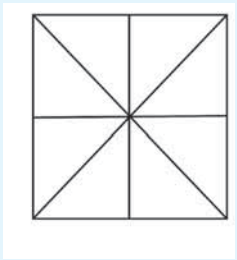
ـ ورق کاغذ را باز کنید و خط‌ها را با خط‌کش و مداد، پررنگ کنید.



ـ این بار کاغذ را از رأس (گوشه‌ها)، تا کنید.



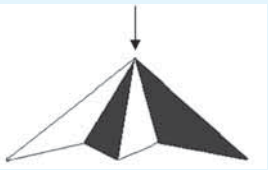
ـ صفحه کاغذ را مجدداً باز کنید و خط تا را با مداد، پر رنگ کنید.



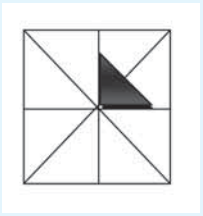
خطوط موازی

خطوط متقاطع

نقطه



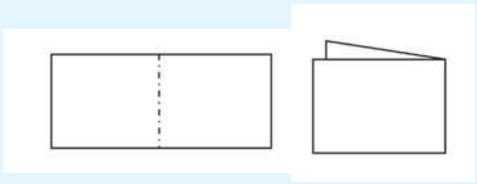
محل برخورد خط‌ها



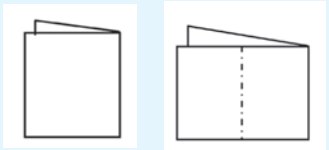
خطوط عمود برهم

تأکید بر خطوط موازی

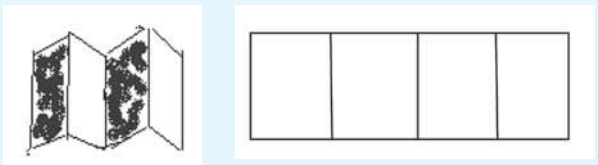
یک ورق کاغذ دیگر آماده کنید و آن را از درازا و درست از وسط، تا کنید



ـ مجدداً همان ضلع را از وسط تا کنید،



ـ صفحه کاغذ را کاملاً باز کنید،



ـ با نوک انگشت، محل تاها را فشار دهید تا خط بیفتند.

ـ کاغذ را مجدداً تا کنید و خط‌های موازی دیگری به‌دست آورید.

منابع

مبینی، محدتقی. (۱۳۶۹) **روش تدریس هندسه**، ناشر، صص. ۳۴۲-۳۵۸

هزاران سئوال شبیه آن سئوال

فاطمه فرجیان‌پور

من به‌عنوان یک دانش‌آموز نظاره‌گر آموزشی هستم که حاکم بر کلاس درس اســت و این آموزش، نشأت گرفته از روان‌شناسی یادگیری رفتاری است. کلاس درسی که من در آموزش دیده‌ام، خلاقیت و تفکر در آن جایگاهی نداشــت و من به‌عنوان دانش‌آموز، گیرندهٔ دانشی بودم که از طرف معلم بیان می‌شــد و دانش به من منتقل می‌شــد! در این کلاس درس، معلم به‌عنوان «دانای کل» که همیشه بیشتر از ما بلد هست و همهٔ سؤالات را می‌تواند حل کند، مطرح بوده است و هنگامی که ســؤالی در کلاس مطرح می‌شد، در واقع این سؤال در قالب فعالیت بیان می‌شد. این فعالیتی که از سوی معلم طرح شــده بود با هیچ‌کدام از تجربه‌های دانش‌آموزان کلاس همخوانی نداشــت و هم‌کلاسی‌های من، هیچ حسی نسبت به آن فعالیت نداشــتند و نمی‌توانستند با آن رابطه برقرار کنند. در چنین وضعیتی فکــر کردن و بیان نظر در ارتباط با آن فعالیت چه معنی می‌توانست داشته باشد؟ در آن جمع دانش‌آموزان، چند تایی می‌توانستند نظری در ارتباط با این ســؤال بیان کنند، به‌خاطر این بود که قبلاً این سؤال را در کتاب‌های کمک‌درســی دیده بودند و کمتر کسی پیدا می‌شد که می‌توانســت فکر کند و تحلیل کند. ما به‌عنوان دانش‌آموزان آن کلاس وقتی قرار بود معلم مفهومی را درس بدهد همه ساکت می‌شدند و شروع می‌کردند به جزوه نوشتن و تمام دانش‌آموزان سعی می‌کردند با بغل‌دستی حرف نزنند، چون که اگر حرف می‌زدند، ممکن بود جمله‌ای را معلم بگوید و مــا فرصت نکنیم آن را کپی کنیم. بیان مفاهیم معمولاً با یک تعریف آغاز می‌شد و چند تا ویژگی، که ما آن‌ها را حفظ می‌کردیم تا بتوانیم جلسهٔ بعد، آن مفاهیم را برای معلم بازگو کنیم. هرکس می‌توانست آن تعریف را از حفظ بگوید، یعنی یادگیری رخ داده بود و معلم با خیال راحت شــروع می‌کرد به حل کردن ســؤالی در ارتباط با آن مفهوم و خودش بدون اینکه از دانش‌آموزان کمک بگیرد، آن ســؤال را حل می‌کرد و توضیح می‌داد و با صدای بلنــد اعلام می‌کرد که «آیا یاد گرفتید؟» من همیشــه این ســؤال را در ذهن داشتم و زیر لــب زمزمه می‌کردم که «یاد گرفتن یعنی چی؟» و تصوری که از یاد گرفتن داشــتم این بود که وقتی توانســتم سؤالی مشابه سؤالی را که معلم پای تخته توضیح داده بود حل کنم، یعنی من یاد گرفته‌ام. وقتی توانستم تعریف‌های مفاهیم را از حفظ بگویم، یعنی یاد گرفتــه‌ام. در آن موقعیت، یکی از ضعف‌های بزرگی که دانش‌آموزان داشتند، این بود که در یک موقعیت ناشناخته نمی‌توانستند چه کار باید کنند و سردرگرم و پریشان و درمانده، فقط نظاره‌گر آن موقعیت بودند. چون بلد نبودند چطور از دانش خود در این موقعیت استفاده کنند و انگار که تمام آن دانش، فقط پاسخگوی موقعیتی بود که معلم آن را قبلاً سر کلاس ترسیم کرده بود. در چنین آموزشی، من به‌عنوان دانش‌آموز کلاس به حساب آورده نمی‌شدم و فکر و تفکر من به‌عنــوان دانش‌آموزان آن کلاس، جایگاهی در آن نداشت. من فقط گیرندهٔ اطلاعاتی بودم که از طرف معلم بیان می‌شد. ارزشــیابی که توسط معلم صورت می‌گرفت، بعد از یادگیری رخ می‌داد و مفاهیمی که سر کلاس آن‌ها را همراه معلم تکرار کردیم و هزاران سؤال شبیه آن سؤالی که معلم ســر کلاس حل کرده بود دیده بودیم و گروهی به جواب آن رسیده بودیم، ولی باز آن سؤال‌ها در ارزشیابی مطرح می‌شد که «به یادگیری در حد تســلط برسیم.» الان بعد از سال‌ها کــه از دوران تحصیل در مدرســه‌ام می‌گذرد، تأثیرات این آموزش را بر زندگی خود احســاس می‌کنم اینکه باز هم در موقعیت‌های ناشناخته، اعتمادبه‌نفس خود را از دست می‌دهم و قادر به حل کردن مسئله‌ها در این موقعیت‌ها نیستم.

افسانه مرادعلیزاده
کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان و
مدرس خانه ریاضیات کرمان

منتخبان دریافت جوایز
فیلیکس کلاین و هانس فرودنتال
در سال ۲۰۱۵

اشاره

اتحادیه بین‌المللی ریاضی[۱] (IMU) یک سازمان علمی غیردولتی و غیرانتفاعی بین‌المللی است که با هدف اصلی ترویج همکاری‌های بین‌المللی در ریاضیات، فعالیت می‌کند. زیر هدف‌های این اتحادیه، شامل موارد زیر است:

الف. گسترش همکاری‌های بین‌المللی در ریاضی؛

ب. حمایت و کمک به کنگره بین‌المللی ریاضی و سایر فعالیت‌ها و کنفرانس‌های علمی؛

پ. تشویق و حمایت از دیگر فعالیت‌های مطرح شده بین‌المللی ریاضی که به احتمال زیاد، به توسعه علوم ریاضی در هر یک از جنبه‌های محض[۲]، کاربردی[۳] و آموزشی، کمک شود.

کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی[۴] (ICMI) در برگزاری چهارمین کنگرهٔ بین‌المللی ریاضیدانان[۵] (ICM) در ۱۹۰۸ در رم، آغاز به‌کار کرد و برای حمایت گسترده از منافع ریاضی‌دانان، در آموزش مدرسه‌ای هم فعالیت می‌کند. پس از وقفه در فعالیت‌ها در نزدیکی جنگ جهانی دوم، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال ۱۹۵۲، مجدداً بازسازی شد و زمانی که جامعه بین‌المللی ریاضیات درحال تجدید سازماندهی بود، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی به کمیسیونی از اتحادیه بین‌المللی ریاضیات، تبدیل شد و در ادامه فعالیت‌های خود، در مجمع عمومی و در جریان نشست‌ها، کنگرهٔ بین‌المللی آموزش ریاضی[۶] (ICME) که هر چهار سال یک‌بار برگزار می‌شود، ایجاد شد.

در ادامه فعالیت‌ها، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال ۲۰۰۰، برای به رسمیت شناختن دستاوردهای برجسته در تحقیقات آموزش ریاضی، تصمیم گرفت دو جایزهٔ فیلیکس کلاین[۷] و هانس فرودنتال[۸] را تأسیس کند.

جایزهٔ فیلیکس کلاین، به پاس گرامی داشتن فعالیت‌های مستمر و دستاوردهای برجسته ایشان در این حوزه و همچنین به احترام اینکه کلاین اولین رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال‌های ۱۹۰۸ تا ۱۹۲۰ بود دایر شد. جایزهٔ هانس فرودنتال به پاس انبوهی از پژوهش‌های مربوط به حوزه آموزش ریاضی و اینکه وی هشتمین رئیس این کمیسیون در سال‌های ۱۹۶۷ تا ۱۹۷۰ بود، تعیین شد. هر یک از این جوایز، شامل یک مدال و یک گواهینامه است که در کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی، به فرد مورد نظر، اعطا می‌شود. همچنین، از برندگان این جوایز درخواست می‌شود تا یک سخنرانی ویژه در کنگره بین‌المللی آمورش ریاضی ارائه دهند. اعضای کمیتهٔ جوایز[۹] (AC) متشکل از شش نفر است که توسط رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی و طی مشورت با کمیتهٔ اجرایی و پژوهشگران دیگر در این حوزه منصوب می‌شوند.

کلیدواژه‌ها: فیلیکس کلاین، هانس فرودنتال، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی

دریافت‌کنندگان مدال‌های فیلیکس کلاین و هانس فرودنتال در بین سال‌های ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۵، بدین شرح است.

سال	فیلیکس کلاین	هانس فرودنتال
۲۰۰۳	گای بوراسا[۱۰]	سیلیا هویلز[۱۱]
۲۰۰۵	اوبیراتان دی آمبروسیو[۱۲]	پاول کاب[۱۳]
۲۰۰۷	جرمی کیل پاتریک[۱۴]	آنا اِسفارد[۱۵]
۲۰۰۹	گیلا لدر[۱۶]	ایوز چیوالارد[۱۷]
۲۰۱۱	آلن اچ. شونفیلد[۱۸]	لویس رادفورد[۱۹]
۲۰۱۳	میشل آرتیگ[۲۰]	فردریک لونگ[۲۱]

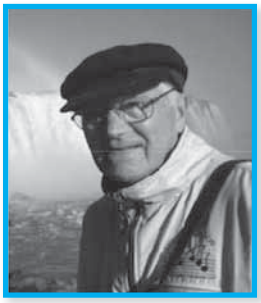
لازم به ذکر اســت که در مورد جوایز فیلیکس کلاین و هانس فرودنتال توضیحاتــی در مورد این جوایز در مجلات رشد آموزش ریاضی شماره ۸۰، ۹۳، ۱۱۰ و ۱۱۷ را ارائه شده است (به منابع مراجعه کنید.)

دریافت‌کننــدگان مدال‌های فیلیکــس کلان و هانس فرودنتــال برای ســال ۲۰۱۵، افــراد زیر هســتند که در سیزدهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی که از ۲۴ تا ۳۱ جولای در شهر هامبورگ آلمان برگزار می‌شود، به آنها اهدا خواهد شد.

- آلن بیشــاپ[۲۲]، از دانشگاه موناش استرالیا[۲۳] برنده جایزه مــدال فیلیکس کلاین برای کســب دســتاوردهای مهم و برجسته و مداوم در طول زندگی.
- جیل آدلر[۲۴]، دانشگاه ویت‌واترزرند ژوهانسبورگ[۲۵]، آفریقای جنوبــی، برنده مدال هانس فرودنتال بــرای انجام طرح‌ها و برنامه‌های بزرگ پژوهشی.

جایزه فیلیکس کلاین

کمیته جوایز ICMI، با افتخار اعلام می‌کند که مدال فیلیکس کلاین برای سال ۲۰۱۵، به آلن بیشاپ، از دانشگاه موناش استرالیا[۲۶] اعطا می‌شود.



آلن بیشاپ، استاد بازنشسته دانشگاه موناش استرالیاست که به پاس چهل و پنج ســال دســتاوردها و پیشرفت‌های حرفه‌ای در تحقیقات آموزش ریاضی و رشد و توسعه علمی، برنده جایزه فیلیکس کلاین در ســال ۲۰۱۵ شــده است. اولین پژوهش‌های ایشــان مربوط به حوزهٔ توانایی و تجسم فضایی دانش‌آموزان است که طی یک دوره مطالعاتی در سال ۱۹۷۷، در پاپائوگینــی (گینهٔ نو) صورت پذیرفت و موضوع فرهنگ و آموزش ریاضــی را با دقتی بالا، مورد مطالعه قرار داد. بحث اصلی بیشاپ این بود که فرهنگ‌پروری، با تحمیل یک فرهنگ بر دانش‌آموزان، متفاوت است. کتاب بعدی او در همین زمینه در ســال ۱۹۸۸ منتشر شد که در آن، مفهوم ریاضی به‌عنوان یک محصول فرهنگی و ارزش‌های فرهنگی به تفصیل بیان شده اســت. تکامل تدریجی این مفهوم، در کنگره‌های بین‌المللی آموزش ریاضی توسعه یافت. آلن بیشاپ از ابعاد سیاسی، فرهنگی و اجتماعی، ریاضی را ابزاری جهت توسعه و پیشرفت اجتماعی و فردی می‌داند.

آلن بیشاپ، استاد بازنشسته دانشگاه موناش استرالیاست که به پاس چهل و پنج سال دستاوردها و پیشرفت‌های حرفه‌ای در تحقیقات آموزش ریاضی و رشد و توسعه علمی، برنده جایزه فیلیکس کلاین در سال ۲۰۱۵ شده است

بیشاپ از ســال ۱۹۷۰، در مجله مطالعات آموزشی در ریاضی[۲۷] در کنــار هانس فرودنتال، به‌عنوان ســردبیر دوم فعالیت خود را آغاز کرد. اولین فعالیت او به‌عنوان سردبیری در ســال ۱۹۷۹، با دهمین جلد از این مجله شروع و آخرین آن با جلد ۲۰ام از این مجله در سال ۱۹۸۹، به پایان رسید.

پس از تأسیس شرکت انتشاراتی کلوور کتابخانه و بخش آموزش ریاضی آن به‌عنوان سردبیر این سری انتخاب شد. او سال‌ها در تولید دانشنامه‌های مختلف آموزش ریاضی، نقش برجسته‌ای هم به‌عنوان نویسنده و هم سرویراستار ایفا نموده است.

آلن بیشاپ در سال ۱۹۶۱، مدرک کارشناسی خود را در رشته ریاضیات و علوم از دانشگاه ساوت همپتون، اخذ نمود و به دنبال آن در ســال ۱۹۶۲ در دانشــگاه لافبورو، گواهی معلمی خود را دریافت کرد. او مدرک کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه هاروارد در رشته تعلیم و تربیت در سال ۱۹۶۴ اخذ نمود و پس از بازگشــت به بریتانیا، درجه دکتری خود را در سال ۱۹۶۹ از دانشگاه هال دریافت کرد. او سال‌های زیادی را در بخش آموزش دانشــگاه کمبریج گذراند و ۲۳ سال در بریتانیا فعالیت علمی کرد. سپس در سال ۱۹۹۲، به دانشگاه موناش در استرالیا تغییر مکان داد و در آنجا، به‌عنوان استاد تمام آموزش ریاضی، فعالیت‌های خود را ادامه داد. او ده سال به‌عنوان مدیر گروه ریاضی دانشکده علوم و تکنولوژی آموزشی فعالیت نمود. در ۲۰۰۲ به‌عنوان استاد بازنشستهٔ موناش کار خود را به پایان رساند.

آلن بیشــاپ دارای ســابقه طولانی در مشاوره علمی و مشــوق معلمان ریاضی در انجام و استفاده از پژوهش در فعالیت‌های تدریس اســت. در اوایل سال ۱۹۷۰، از طریق انجمن معلمان ریاضی انگلستان (ATM)، کار خود را آغاز کرد و به‌صورت تمام‌وقت برنامه آموزش ریاضی را در کمبریج اجرا و بر تعداد زیادی از دانشجویان دکتری در بریتانیا و حتی خارج از بریتانیا، نظارت داشت.

آلن بیشــاپ به مدت طولانی، به‌عنوان رئیس حامیان آموزش ریاضی در سرتاســر جهان، سخنران در کنفرانس‌ها و کارگاه‌ها، اجرای پروژه‌های تحقیقاتی و توسعهٔ آن‌ها، ارائه خدمت به‌عنوان مشــاور، اجرای پــروژه ارزیابی و نقش‌های متعدد و متنوع دیگــر ایفای نقش کرد. بیان این نکته قابل تأمل اســت که تعداد کمی از محققان هستند که می‌توانند مشخص کنند کدام پژوهش و کدام شیوه، می‌تواند آموزش ریاضی را بهبود بخشد و بین راهکارهای اصیل و غیراصیل، تمایز قائل شوند که بیشاپ، یکی از این‌هاست.

در طول ســال‌های اقامت در کمبریــج، در انجمن معلمان ریاضی و در جامعــه بریتانیا برای پژوهش راجع به چگونگــی یادگیری ریاضــی، فعال بــود. او به‌عنوان رئیس، عضو شورای انجمن ریاضی، عضو مؤسس انجمن تحقیقات آموزشی بریتانیا، عضو انجمن سلطنتی کمیته آموزش ریاضیات و نماینده ملی انگلســتان در کمیسیون

بین‌المللی تدریس ریاضی، مشـــاور سازمان‌های دولتی و سیاســـت‌های مربوط به آموزش ریاضیات، حضوری فعال داشته اســـت. بیشاپ به مدت ۵ سال در پروژه‌ای مربوط بـــه مؤلفهٔ اصلی آمـــوزش ریاضی بـــرای معلمان ریاضی به‌عنـــوان همکار و مدیر پروژه، همـــکاری کرد. همچنین در گروه‌هـــای تحقیقاتی بین‌المللی و گـــروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی، از ایشان به‌عنوان عضو فعال دعوت به عمل می‌آمد. در طول سال‌ها در استرالیا، او در بسیاری از کمیســـیون‌ها، کمیته‌ها، هیئت‌ها و میزگردها حضور داشته است. همکاری در پروژه موزامبیک، انتصاب کمیته دانشگاه‌های کشـــورهای مشترک‌المنافع، شورای اســـترالیایی برای پژوهش‌های آموزشـــی، نمونه‌هایی از فعالیت‌های او به‌شمار می‌آیند.

آلن بیشـــاپ را می‌توان رکورددار یک عمر دستاورد در تحقیقات آموزش ریاضی دانســـت. ایـــن رکوردها در کتاب اشپرینگر در سال ۲۰۰۸، به وسیلهٔ همکاران و دانشجویان بیشـــاپ و به احترام تلاش‌ها و خدمت‌های زیاد وی منتشر شده است و به بعضی مسائل مهم در آموزش ریاضی شامل کمک‌ها و همکاری‌های اصلی آلن بیشاپ پرداخته است. از این‌رو از آلن بیشـــاپ، می‌توان به‌عنوان یک دانشمند عالی و محققی که حوزهٔ آموزش ریاضی را نه‌تنها در طول عمر خود، بلکه بیش از آن و نه‌تنها در انگلستان و استرالیا (کشورهایی که او آن‌ها را خانه می‌نامد)، بلکه در سطح بین‌المللی، شکل داده است.

جایزه هانس فرودنتال

جایزه هانس فرودنتال در ســـال ۲۰۱۵، به جیل آدلر، استاد دانشـــگاه ویت‌واترزرند شهر ژوهانســـبورگ آفریقای جنوبی، اعطا می‌شود.

برنامـــه تحقیقاتی آدلـــر را می‌تـــوان در بهبود آموزش و یادگیـــری ریاضی در آفریقای جنوبی ـ از ســـال ۱۹۹۰ تا حال، دانست. انجام پژوهش‌های اجتماعی و فرهنگی در مورد تدریس ریاضیات در کلاس‌های درســـی چند زبانه از طریق توجه بر مسائل مربوط به دانش ریاضی برای تدریس و توسعهٔ حرفه‌ای معلمان ریاضی، از جمله کارهای ارزشـــمند وی در حوزه آموزش ریاضی است.

تلاش‌هایی برای ایجاد امید، پایداری و افزایش روحیه‌های پژوهشگرانه در حوزه پژوهش آموزش ریاضی در آفریقای جنوبی باعث شد که جیل آدلر، کاندیدای دریافت مدال هانس فرودنتال در سال ۲۰۱۵ شود

تحقیقات آدلر از کلاس‌های درس چند زبانه در طول یک دوره در آفریقای جنوبی، نشان‌دهنده کمک به کاهش تنش‌ها و مشـــکلات در آموزش و یادگیـــری ریاضی در کلاس‌های درسی است که در آن، زبان آموزش و تدریس، با زبان معلمان و دانش‌آموزان متفاوت اســـت. او در کتاب خود که در سال ۲۰۰۱، برای تدریس ریاضی در کلاس‌های درسی چند زبانه نوشت، بنیان‌های نظری قوی را که سبب پیشبرد درک و فهم رابطه بین زبان و ریاضیات در کلاس درس می‌شود، نشان داد. از ســـال ۱۹۹۶ به بعد، آدلر چند پروژه در مقیاس بزرگ، در زمینه توسعه حرفه‌ای معلمان اجرا کرد که یکی از جدیدترین آن‌ها، در سال ۲۰۰۹ است که با هدف توسعه بیشتر تدریس ریاضی در سطح متوسطه، اجرا شده است.

پیشـــرفت تحقیقات و توســـعه پروژه‌هـــای مرتبط با تلاش‌های بی‌شمار آدلر برای بهبود تدریس ریاضی در دوران آپارتایـــد در آفریقای جنوبی، منجر به اهدای چندین جایزه ملی و بین‌المللی به وی شده است.

تلاش‌هایـــی بـــرای ایجاد امیـــد، پایـــداری و افزایش روحیه‌های پژوهشگرانه در حوزه پژوهش آموزش ریاضی در آفریقای جنوبی باعث شـــد که جیل آدلر، کاندیدای دریافت مدال هانس فرودنتال در سال ۲۰۱۵ شود.

جیل آدلر، در ژوهانسبورگ متولد شد، کارشناسی خود را در رشته ریاضی و روان‌شناسی در سال ۱۹۷۲ از دانشگاه ویت‌واترزرند دریافت نمود و به مدت سه سال در مدرسهٔ به اصطلاح رنگین‌پوســـتان در کیپ تاون، به تدریس ریاضیات دوره متوسطه پرداخت که از آن، به‌عنوان تجربه‌ای که سبب تقویت هرچه بیشتر نگرانی‌ها در مورد نابرابری‌های آموزشی در بین رنگین‌پوستان می‌شود، یاد می‌کند. در ادامه، همین نگرانی منجر به شکل‌گیری روند آموزشی، پژوهشی و کاری آدلر شد. در این بازه زمانی، ده سال صرف یادگیری ریاضیات خارج از مدرسه برای بزرگسالان و جوانان در رژیم آپارتاید آفریقای جنوبی شد.

در ســـال ۱۹۸۵، او درجه کارشناســـی ارشـــد خود را از دانشـــگاه ویت‌واترزرند اخذ کرد. چهار سال بعد، به‌عنوان مدرس در همان دانشگاه، شروع به تدریس کرد. اندکی بعد از شـــروع پژوهش دوره دکتری، در سال ۱۹۹۶ در دانشگاه ویت‌واترزرند، با رساله‌ای تحت عنوان «دانش معلمان متوسطه از پویایی آموزش و یادگیری ریاضی در کلاس‌های درس چند زبانه»، فارغ‌التحصیل شد. در سال ۲۰۰۲، استاد تمام آموزش ریاضی شد و در سال ۲۰۰۹، جایزه معتبر آموزش ریاضی را در آفریقای جنوبی، دریافت کرد و از سال ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۴،

به‌صورت پاره‌وقت به‌عنوان اســـتاد آموزش ریاضی دانشگاه کینگز در لندن، به فعالیت پرداخت.

جیل آدلـــر، یکی از اولین و در حـــال حاضر یکی از دو پژوهشگر آموزشـــی آفریقای جنوبی است که از بنیاد تحقیقات ملی آفریقای جنوبی، نشان A به وی اعطا شده اســـت. این نشـــان به محققانی که به صراحت، به‌عنوان محققان پیشـــگام بین‌المللی در حوزهٔ مربوطه برای انجام تحقیقات با کیفیت بالا و تأثیرات یافته‌های آن پژوهش‌ها بر بهبود جامعه آموزشـــی به رسمیت شناخته می‌شوند، انتخاب شد.

کمک‌های جیل آدلر باعث توسعه پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه شـــده و ریاســـت وی بر انجمن‌های حرفه‌ای ملی و بین‌المللی، باعث شهرت هر چه بیشتر آدلر شد، به‌عنوان مثال، بین سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۹، آدلر معاون کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی بود، در طول این مدت مسئول راه‌اندازی اولین کنفرانس منطقه‌ای در آفریقای جنوبی شـــد و در نهایت، کمک قابل توجهی به مشارکت کشـــورهای آفریقایی در این کمیسیون کرده و یکی از فعالان توســـعه پژوهش آموزش ریاضی در منطقه بوده اســـت. بیـــن ســـال‌های ۱۹۹۴ و ۱۹۹۸، آدلر عضو منتخب کمیته بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی و رئیس این گروه در سال ۱۹۹۸ شد. علاوه بر نقش کلیدی او در ریاســـت چند کمیته ملی، آدلر عضو آکادمی علمی آفریقای جنوبی است.

یکی از نشانه‌های جایگاه استثنایی او در کمیته‌های بین‌المللـــی، تعداد دعوت‌نامه‌هایی اســـت که به او، برای ارائه ســـخنرانی به‌عنوان سخنران اصلی ارسال شده است که یکی از آن‌ها، کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانان در ســـال ۲۰۱۰ در هند است.

در ســـال ۲۰۰۴، در دهمیـــن کنگـــره بین‌المللی آموزش ریاضی در دانمارک او به‌عنوان رئیس تیم بررسی پژوهش‌های بین‌المللی در حوزه آموزش معلمان ریاضی دعوت به همکاری شـــد و در نهایت، می‌توان به این نکته نیز اشـــاره کرد که از ورود او به دانشـــگاه از سال ۱۹۸۹، جیـــل آدلر بیش از ۱۲۵ مقاله به چاپ رســـانده که همهٔ این‌ها، نشـــان‌دهندهٔ کیفیت بالای نتایج علمی تحقیقات وی و تمرکز اصلی او بر اجرای فعالیت‌های پژوهشی است.

پی‌نوشت‌ها

1. International Mathematical Union: IMU
2. Pure
3. Applied
4. International Commission on Mathematical Instruction: ICMI
5. International Congress of Mathematicians: ICM
6. International Congresses on Mathematical Education: ICME
7. Felix Klein
8. Hans Freudenthal
9. Awards Committee
10. Guy Brousseau
11. Celia Hoyles
12. Ubiratan D'Ambrosio
13. Paul Cobb
14. Jeremy Kilpatrick
15. Anna Sfard
16. Gilah Leder
17. Yves Chevallard
18. Alan H. Schoenfeld
19. Luis Radford
20. Michèle Artigue
21. Frederick koon shing Leung
22. Alan J. Bishop
23. Monash Australia
24. Jill Adler
25. Witwatersrand Johannesburg
26. Mathematical Enculturation
27. Educational Studies in Mathematics

منابع

۱. رفیع‌پـــور، ابوالفضـــل. (۱۳۹۱). گـــزارش: دوازدهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی. رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۱۰. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش. صص ۵۹-۵۴.

۲. رضائی، مانی. (۱۳۸۷). مدال هانس فرودنتال و مدال فیلیکس کلاین در ســـال ۲۰۰۷. رشـــد آموزش ریاضی. شماره ۹۳. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش. ص ۶۱.

۳. گویا، زهرا. (۱۳۸۴۱). دهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی. رشد آموزش ریاضی. شـــماره ۸۰. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، ســـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش. صص ۸۹-۵۴.

۴. نیک‌ورز، بهناز. (۱۳۹۱). مدال‌آوران حوزهٔ ریاضی. رشد آموزش ریاضی. شـــماره ۱۱۰. دفتر انتشـــارات کمک‌آموزشـــی، سازمان پژوهـــش و برنامه‌ریزی آموزشـــی، وزارت آموزش‌وپرورش. صص ۵۳-۵۲.

۵. مرادعلیزاده، افســـانه. (۱۳۹۱). برندگان جایزه‌های ICMI در ســـال ۲۰۱۳. رشد آموزش ریاضی. شـــماره ۱۱۷. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، ســـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش. صص ۶۲-۶۰.

6. http://www.mathunion.org/icmi. تاریخ بازیابی 8 November 2015.

7. http://www.wits.ac.za. تاریخ بازیابی 8 November 2015.

8. http://monash.edu. تاریخ بازیابی 8 November 2015.

نامه‌های رسیده

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان دی ۱۳۹۴، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

تعداد ۲۲ مقاله، توسط معلمان محترم ریاضی، در رابطه با نقد و بررسی کتاب‌های درسی ریاضی تازه تألیف به دفتر مجله رشد آموزش ریاضی ارسال شده. با توجه به این‌که مخاطبان اصلی این نقد و بررسی‌ها، مؤلفان و برنامه‌ریزان محترم هستند، بنا به تصمیم سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تمام مقاله‌ها به گروه ریاضی دفتر تحقیق و توسعه آموزش ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی ارسال شد تا از نظرات ارزنده معلمان در دوباره‌نگری، بازسازی و تألیف کتاب‌های درسی، استفاده شود. اسامی این همکاران به ترتیب زیر است:

- عزیزه احمدی، از زنجان؛
- سیمین افرزان، از تهران؛
- راهله جانی‌ایردندگان، از زاهدان؛
- سیدعلی حسینی‌ساجدی، از مشهد؛
- فرشته خادمی، از مشهد؛
- علی‌اکبر خسروی، از تهران؛
- نیر ساری‌خانی، از تهران؛
- مریم شاه‌محمدی، از تهران؛
- پروین صمدی، از تهران؛
- فریده طاهری، از تهران؛
- سیدمحمدمهدی علوی، از قیر و کازرون؛
- غلامرضا غیبی، از اهواز؛
- محمدعلی فرجی، از گراش استان فارس؛
- مراد کریمی‌شهماروندی، از شهرکرد؛
- فریده کمالی‌محمدزاده، از تهران؛
- حسین محمدیان، از سردشت؛
- حمید مسگرانی، از تهران؛
- مریم میریونسی، از تهران؛
- مرضیه نظری‌نیا، از تهران؛
- مهدی نورانی، از کرمان؛
- حامد یزدان‌نجات، از آمل؛
- سمیه یونسی‌خانقاهی، از بابل.

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی

به صورت ماه‌نامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد کودک — برای دانش‌آموزان پیش‌دبستانی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی
- رشد نوآموز — برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی
- رشد دانش‌آموز — برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی

مجله‌های دانش‌آموزی

به‌صورت ماه‌نامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد نوجوان — برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول
- رشد برهان — برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول
- رشد جوان — برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم
- رشد پرهان — برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد آموزش ابتدایی
- رشد تکنولوژی آموزشی
- رشد مدرسه فردا
- رشد معلم

مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصل‌نامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی
- رشد آموزش زبان و ادب فارسی
- رشد آموزش هنر
- رشد آموزش مشاور مدرسه
- رشد آموزش تربیت‌بدنی
- رشد آموزش علوم اجتماعی
- رشد آموزش تاریخ
- رشد آموزش جغرافیا
- رشد آموزش زبان‌های خارجی
- رشد آموزش ریاضی
- رشد آموزش فیزیک
- رشد آموزش شیمی
- رشد آموزش زیست‌شناسی
- رشد مدیریت مدرسه
- رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش
- رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان دانشگاه فرهنگیان و کارشناسان گروه‌های آموزشی و...، تهیه و منتشر می‌شود.

نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶.

تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

وبگاه: www.roshdmag.ir

IN THE NAME OF ALLAH

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning
Publications & Teaching Technology Office

124 Roshd Mathematics Education Journal

رشد آموزش ریاضی

vol.34 no.1 2016 ISSN:1606-9188

2. Editors' note:
by: Z. Gooya

4. Categorizing "Examples" for Teaching Mathematics Concepts
by A. Vashghani Farahani

11. A Review of Creativity with Emphasis on Mathematics
by: N. Yaftian

17. The Role of Secondary Mathematics Textbooks in "Konkour"
by A. Khassehkhan & Sh. Doosttalab Dilmaghani

23. Three Key Concepts in Elementary Math
Trans. by: M. H. Ghasemi

32. In The Memory of "Mirza Jalili"
by J. Hajibabaie

46. Theachers' Narrative
by. M. A. Payandan

48. Trace of Mathematics in Music
by: J. Saeedian & M. Shabrang Moridani

55. Paper Folding: An Art for Math Teacher
by Z. Afsharpour

58. Viewpoint
by F. Farajianpour

59. F. Klein & H. Freudenthal's Awardeese in 2015
by A. Moradalizadehi

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri
Editor: Zahra Gooya
Executive Director: Pari Hajikhani
Editorial Board:
Sayyed Hasan Alamolhodaei, Hamidreza Amiri, Esmaiel Babolian, Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.
Graphic Designer: Mehdi Karimkhani
www.roshdmag.ir
e-mail: riyazi@roshdmag.ir
P. O. Box: Tehran 15875 - 6585

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

اقتصاد مقاومتی؛ اقدام و عمل

رشد برای رشد

نحوهٔ اشتراک:

پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست، به دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: **www.roshdmag.ir** و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی؛

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی یا از طریق دورنگار به شمارهٔ ۷۷۳۳۶۶۵۶. لطفاً کپی فیش را نزد خود نگه دارید.

◆ عنوان مجلات درخواستی:

◆ نام و نام‌خانوادگی:

◆ تاریخ تولد: ◆ میزان تحصیلات:

◆ تلفن:

◆ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان:

خیابان:

پلاک: شمارهٔ پستی:

شمارهٔ فیش بانکی:

مبلغ پرداختی:

◆ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

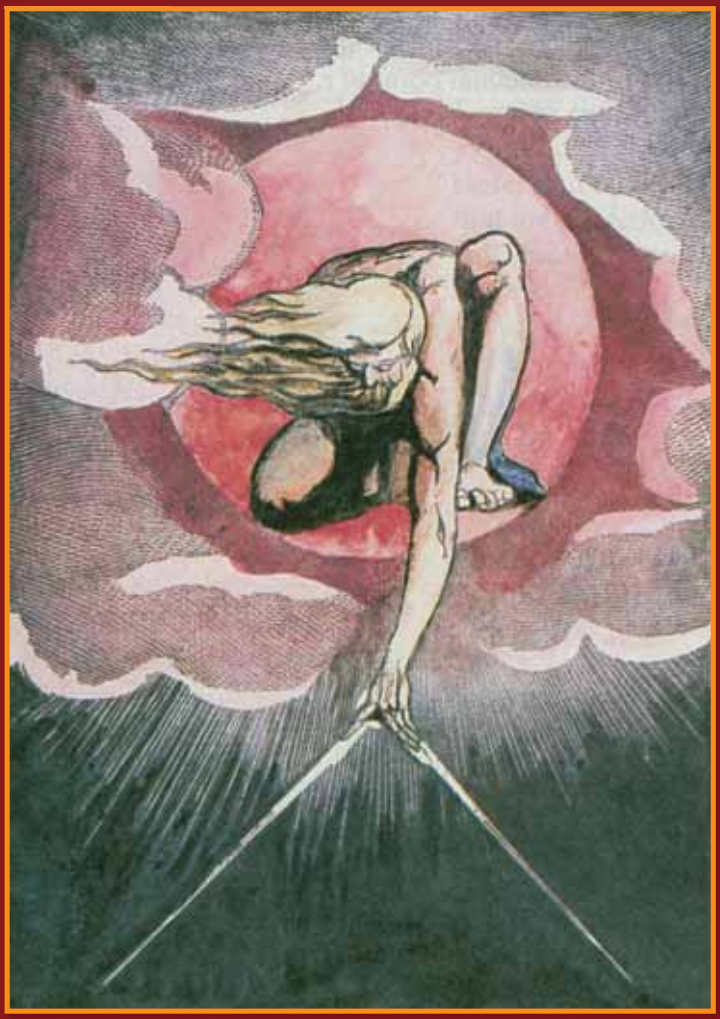
امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۱۱۵۵/۴۹۷۹
● تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶-۰۲۱
● Email: Eshterak@roshdmag.ir

◆ هزینهٔ اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۳۵۰/۰۰۰ ریال
◆ هزینهٔ اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

انسان، همیشه در تلاش برای اندازه‌گیری بینهایت بوده است

خالق اثر: ویلیام بِلیک ۱۷۹۴



۲۵ آذر
روز پژوهش

حضرت علی(ع)

گنجایش هر ظرفی با آنچه در آن نهند، تنگ می‌شود به جز ظرف دانش که هر چه در آن نهند، گسترش می‌یابد