سال دوازدهم
شماره ۵۰
زمستان ۱۳۷۶
۲۰۰تومان

رشد آموزش ریاضی

۵۰

تقدیم به یک معلّم نمونهٔ ریاضی!

اثر: ژان انبار نوردگرین

شعر از زبان یک دانش‌آموز برای معلّم ریاضی‌اش که لحن طنزگونه و دردآلودی دارد.

تو به من یاد دادی
که هر عبارتی را، بدون توجه به کنجکاوی‌ام
فاکتورگیری کنم

تو به من یاد دادی
که با توابع خطی کار کنم
و سمت راست مغزم را مساوی با سمت چپ مغزم قرار دهم

تو به من یاد دادی
که راه‌حل درست را
برای مسائلی که نداشتم بیابم

تو به من یاد دادی
که از توابع انتگرال بگیرم
اما نه توابعی که بیش از همه نیاز به اتحاد و یکپارچگی* داشتند

تو به من یاد دادی
که خطی بین ریاضیات و احساساتم بکشم

آخر تو یک معلّم نمونهٔ ریاضی بودی!
و من تنها یک یادگیرندهٔ کُند و ناتوان!

(مأخذ: For The Learning of Mathematics. 1986)

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد

آموزش ریاضی

در این شماره:

سرمقاله ۲

رابطهٔ بین آموزش ریاضی و فرهنگ ۳

مدل جمعیت و جبر خطی ۱۲

میزگرد رشد ۲۰

درس افزار حسابان ۳۴

روایت معلمان ۴۲

نکات برجستهٔ تیمز ۴۵

اهداف آموزش ریاضی چیست و چه نقشی در ... ۴۸

پاسخی ریاضی‌وار به رئیس جمهور ۵۶

طرح سؤال‌های چندگزینه‌ای ۵۸

اخبار ۶۲

فرم اشتراک ۶۴

دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، این مجلّات را نیز منتشر می‌کند:

رشد کودک (ویژهٔ پیش‌دبستان و دانش‌آموزان کلاس اول دبستان)
رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان دوم و سوم دبستان)
رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان چهارم و پنجم دبستان)
رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی)
رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه)
مجلات رشد معلّم، تکنولوژی آموزشی، آموزش ابتدایی، آموزش فیزیک، آموزش شیمی، آموزش ادب فارسی، آموزش زبان، آموزش راهنمایی، آموزش ریاضی، آموزش زیست‌شناسی، آموزش جغرافیا، آموزش معارف اسلامی
(برای دبیران، آموزگاران، دانشجویان تربیت معلم، مدیران مدارس و کارشناسان آموزش و پرورش)

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی

- شمارهٔ مسلسل، ۵۰
- سال تحصیلی ۷۷ ـ ۱۳۷۶
- زمستان ۱۳۷۶

- مدیر مسؤول، سیّدمحسن گلدانساز
- سردبیر، زهرا گویا
- مدیر داخلی، سهیلا غلام‌آزاد
- اعضای هیئت تحریریه، اسماعیل بابائیان، عین‌ا... پاشا، میرزا جلیلی، جواد حاجی‌بابایی، بیژن ظهوری‌زنگنه، سهیلا غلام‌آزاد و علیرضا مدقالچی
- طراح گرافیک، شاهرخ خرم‌غانی
- نشانی دفتر مجله، صندوق پستی ۱۵۸۷۵/۶۵۸۸
- تلفن امور مشترکین، ۹ـ ۸۸۲۱۱۶۰ داخلی ۴۲۲
- تلفن دفتر مجله، ۸۲۵۲۷۹
- تلفن مرکز توزیع، ۷۲۲۵۱۱۰
- چاپ، افست (سهامی عام)

روی جلد: به مناسبت انتشار پنجاهمین شمارهٔ رشد آموزش ریاضی

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نوشته‌ها و حاصل تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، ویژهٔ آموزگاران، دبیران و مدرسان را، در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مربط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. مطالب باید یک خط در میان و در یک روی کاغذ تحریر و در صورت امکان تایپ شود. شکل قرار گرفتن جدولها، نمودارها و تصاویر ضمیمه باید در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود. نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت لازم مبذول گردد. مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز ضمیمهٔ مقاله باشد. زیرنویسها و منابع باید کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحهٔ مورد استفاده باشد. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده مختار است. آرای مندرج در مقاله‌ها، ضرورتاً بین نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسشهای خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. مجله از بازگرداندن مطالبی که برای چاپ مناسب تشخیص داده نمی‌شود، معذور است.

یادداشت سردبیر

به نام خدا

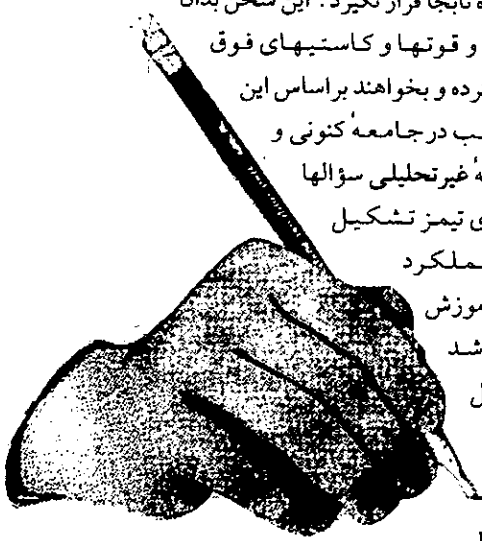
شاهد تداوم و بقای یک حرکت مثبت بودن شادی بخش و آموزنده است و وقتی که پروندهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی را در پرتو ۵۰ شمارهٔ آن مرور و فراز و نشیبهای آن را بررسی می‌کنیم، بیشتر عزم را جزم می‌کنیم که در حفظ بقای پُرثمرش بکوشیم.

شمارهٔ پیش‌رو، مخصوص پنجاهمین شمارهٔ انتشار مجله است و هیأت تحریریه برآن شد تا این واقعه را جشن بگیرد. به‌همین مناسبت، از تمام سردبیران و اعضای هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی از شمارهٔ نخست تاپنجاهمین شماره دعوت شد تا در «میزگرد هیأت تحریریهٔ مجله» شرکت کنند و به‌تبادل تجربه‌ها و خاطرات و ارائهٔ نظرات بپردازند. این میزگرد دیدنی و شنیدنی بود و لازم دانستیم تا خوانندگان عزیز را در جریان این گفته‌ها و شنیده‌ها قرار دهیم.

همانطور که در شماره‌های قبل به‌اطلاع شما خوانندهٔ عزیز رسید، ایران برای اولین‌بار در سومین مطالعهٔ بین‌المللی ریاضیات و علوم[1] (تیمز) شرکت کرد که نتایج آن به‌تدریج، از طرف مرکز ملّی مطالعه در ایران درحال انتشار است. جدیدترین مطلب منتشر شده مربوط به «سنجش عملکرد» است. این آزمون حاوی سؤالهای بسیار جالب و متنوع ریاضیات و علوم است. امیدواریم بررسی‌های عمیق‌تری روی این سؤالها انجام گیرد.

تازه‌ترین خبر مربوط به تیمز آن است که این مطالعه در جمعیت ۲ و فقط برای پایهٔ سوم راهنمائی دوباره تکرار خواهد شد[2] (TIMSS-R). خوشبختانه درآخرین لحظات و با پشتیبانی وزیر محترم آموزش و پرورش، ایران نیز در تیمز-آر شرکت خواهد کرد. البته تمام کشورهائی که قبلاً در جمعیت ۲ مطالعه حضور داشتند، مجدداً در این مطالعه شرکت نمی‌کنند و فقط تعدادی از آنها حضور دوباره خواهند داشت. با این حال، تعدادی از کشورها برای اولین‌بار در تیمز-آر شرکت خواهند کرد که حضور دوسه کشور اسلامی در بین آنها از جمله مالزی و اردن جای خوشحالی دارد. شرکت در مطالعهٔ تکرار شدهٔ تیمز به‌چند دلیل حائز اهمیّت است که یکی از مهمترین آنها، ارزیابی دانش‌آموزان قبل‌از ورود به‌دورهٔ آموزش متوسطه است. درضمن، تیمز-آر فقط به قسمت آزمون کتبی محدود می‌شود زیرا مطالعهٔ قبلی نشان داده است که همبستگی بالائی بین آزمون کتبی و آزمون عملکردی برای هر دانش‌آموز وجود داشته است. لازم به‌ذکر است که خوشبختانه تمام اطلاعات مربوط به‌تیمز در شبکهٔ اینترنت موجود است و علاقمندان می‌توانند برای مطالعات بعدی به آنها دسترسی پیدا کنند. سؤالهای تیمز باهوشیاری، درایت، وسواس و دقّت زیادی انتخاب شده‌اند و بسیاری از آنها درعین سادگی، امکان ارزیابی از توانائیهای مختلف دانش‌آموزان را به‌دست می‌دهد. نتایج عملکرد دانش‌آموزان درپاسخگوئی به سؤالها، تاحدودی روشن‌کنندهٔ قوّتها و کاستیهای برنامهٔ درسی، کتاب‌درسی، روش تدریس، توانائیهای معلم و جهت‌گیریهای نظام ارزشیابی در کشورهای مختلف است. از طرفی جا دارد که پژوهشگران ایرانی به‌مطالعهٔ کمّی و کیفی نتایج این مطالعه بپردازند و تک‌تک سؤالها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند و از طرف دیگر، جامعهٔ آموزشی-پژوهشی باید هوشیار باشد که خدای‌ناکرده، ابزار این مطالعه مورداستفادهٔ نابجا قرار نگیرد. این سخن بدان معناست که باید علتهای ناکامی دانش‌آموزان ما به‌طور عمیق مطالعه گردند و قوتها و کاستیهای فوق تجزیه و تحلیل شوند، نه‌آنکه حرکتهائی ایجاد گردند که فقط سؤالها را اصل فرض کرده و بخواهند براساس این سؤالها، آزمون‌سازی کرده و آموزشهائی برای آنها تدارک ببینند!؟ باتوجه به‌جو غالب در جامعهٔ کنونی و بازار داغ «تست» و «تست‌زنی» و «آموزش تست»، این خطر وجود دارد که بااشاعهٔ غیرتحلیلی سؤالها در جامعهٔ آموزشی، حتّی کلاسهای تقویتی آموزش ریاضی و علوم برمبنای سؤالهای تیمز تشکیل گردند!! و کتابهای کمکی در این زمینه نوشته شوند!! غافل از آن‌که سؤالها و عملکرد دانش‌آموزان هشداری برای دوباره‌نگری در جریان آموزش ریاضی و علوم در دورهٔ آموزش عمومی است و تغییرات در نظام ارزشیابی باید متأثر از این دوباره‌نگری همه‌جانبه باشد نه‌آنکه با حفظ ساختار و نگرش موجود، نظام ارزشیابی به‌طور مستقل جرح و تعدیل شود. انشاءالله در شماره‌های آینده، به‌تفصیل در این باره صحبت خواهیم کرد.

سردبیر



1- Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)

2- TIMSS Repeat

رابطهٔ بین آموزش ریاضی و فرهنگ

نویسنده: آلن- جی- بیشاپ، دانشگاه موناش استرالیا
سخنران مدعو دومین کنفرانس آموزش ریاضی ایران- کرمانشاه
مترجمان: روح‌الله جهانی‌پور، دانشگاه صنعتی شریف، زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

چالش تدریس معنی‌دار ریاضی[1]

ریاضی یکی از مهم‌ترین موضوعهای درسی در جامعهٔ مدرن است، اما تدریس خوب آن بسیار مشکل است. ریاضی موضوعی است که می‌تواند خیلی سریع انتزاعی شود و این بدان معناست که به‌محض اینکه ریاضی ارتباط خود را با دنیای واقعی‌ای که دانش‌آموزان در خارج از مدرسه می‌شناسند از دست می‌دهد، برای بسیاری از آنها نیز بی‌معنی می‌شود. نتیجه این است که در سرتاسر دنیا، دانش‌آموزان در درس‌های ریاضی خود افت می‌کنند و بسیاری از بزرگسالان نیز آن را درک نمی‌کنند. همچنین، بسیاری ازمعلمها نیز درک ریاضی را مشکل می‌دانند.

اگر به‌دیگران بگویم که به‌معلّمهای ریاضی آموزش می‌دهم، آنها طوری به‌من نگاه می‌کنند که انگار یک مخلوق عجیب هستم. اگر بگویم که از ریاضی لذت می‌برم، آنها فکر می‌کنند که دیوانه هستم، و اگر بگویم که حتی می‌توانم به‌آنها کمک کنم تاآنها نیز از ریاضی لذت ببرند، آنها اصلاً باور نمی‌کنند! از نظر یک آدم معمولی، ریاضی برای رنج کشیدن است، ریاضی نوعی شکنجهٔ ذهن است! درنتیجه ممکن است فکر کنید که این مردم دوست دارند از شرّ ریاضی در برنامهٔ درسی مدرسه‌ای خلاص شوند. امّا خیر! آنها فکر می‌کنند ریاضی آنقدر مهمّ است که تمام «بچّه‌مدرسه‌ای‌ها» باید آن را مطالعه کنند، حتّی اگر از آن لذت نبرند. مطالعهٔ ریاضی برای آنها خوب است!

البته ما می‌دانیم که مطالعهٔ ریاضی برای تمام دانش‌آموزان اهمیت دارد، و ما به‌عنوان آموزشگران [ریاضی] باید مسؤلیت پیدا کردن راهی برای حل این مشکل را به‌عهده بگیریم. ما باید برای بهبود وضعیّت؛ به‌برنامهٔ درسی، تدریس، موادّ درسی و برنامه‌های آموزش معلمان؛ نظری بیاندازیم. دراین سخنرانی؛ معلمان ریاضی، آموزشگران معلمان، تهیه‌کنندگانِ برنامهٔ درسی، نویسندگان کتابهای درسی و سایر کسانی که دست‌اندرکار تدریس ریاضی هستند، همگی «آموزشگران ریاضی» نامیده می‌شوند. به‌موازات پیچیده‌تر شدن جامعه‌ها، بالا رفتن تقاضا برای تدریس ریاضی به‌تمام دانش‌آموزان و افزایش پیچیدگی محتوای ریاضی مورد نیاز برای تدریس، کار آموزشگران ریاضی نیز پیچیدگی افزاینده‌ای

یافته است. درنتیجه، برای پاسخگوئی به‌ٔچالشهای وضعیّت جدید، آموزشگران برجستهٔ ریاضی در سراسر دنیا ذرحال انجام دادن پژوهشهای جدید بسیاری هستند.

من درسخنرانی امروز خود، بعضی‌از این ایده‌های جدید را که درعرض بیست‌وپنج سال گذشته مشغول کار کردن برروی آنها بوده‌ایم، به‌ٔشما معرفی می‌کنم. من متوجه هستم که درمقابل مقیاس زمانی تاریخ پرافتخار ایران، ۲۵ سال مانند «یک‌چشم برهم‌زدن» است، امّا این «چشم‌برهم‌زدن» به‌ٔتشخیصی رسیده است که ما حالا می‌توانیم یک آموزش ریاضی بهتر و بامعناتری از آنچه که درگذشته انجام داده‌ایم، برای کودکان خود به‌وجود آوریم (بیشاپ، ۱۹۹۳).

این بُعد، انجام پژوهش درچندین سطح مختلف را ترغیب می‌کند که مهمترین آنها عبارتند از:

سطح فردی، درنظر گرفتن یادگیرنده‌های ریاضی به‌ٔطور انفرادی هم درداخل و هم درخارج کلاس درس؛

سطح پداگوژیکی[۲]، درنظر گرفتن بسیاری از تعاملهای اجتماعی که درکلاس درس رخ می‌دهند؛

سطح آموزشگاهی، درنظر گرفتن هنجارهای اجتماعی و تعامل بین مدرسه‌ها که برتدریس ریاضی درکلاسهای درس تأثیر می‌گذارد؛

سطح اجتماعی، درنظر گرفتن روابط بین آموزش ریاضی و آموزشگاهها درجامعه به‌ٔمعنای وسیعتر؛

سطح فرهنگی، درنظر گرفتن روابط بین آموزش ریاضی و قالبهای فرهنگی و اجتماعی جامعه.

دراین صحبت، می‌خواهم برروی آخرین مورد - یعنی کاربردهای پژوهش درسطح فرهنگی - متمرکز شوم و مبنای صحبت خود را پیرامون ایدهٔ جدیدی به‌ٔنام ریاضیات قومی[۳] بنا کنم. [ریاضیات قومی] آموزشگران ریاضی را وادار می‌کند تادربارهٔ بعضی‌از ایده‌های بسیار مهم از جمله آنچه‌که درزیر می‌آید، فکر کنند:

تعاملهای انسانی[۴]. ریاضیات قومی آن فعالیتهای ریاضی را درجامعه درنظر می‌گیرد که به‌ٔطور وسیع درخارج از مدرسه اتفاق می‌افتند و درنتیجه، توجه‌ها را به‌ٔنقشهائی که افرادی دیگر به‌ٔغیراز معلمها و یادگیرنده‌ها در آموزش ریاضی بازی می‌کنند جلب می‌کند.

مردم و ارزشها[۵]. ریاضیات قومی به ما کمک می‌کند تا تشخیص دهیم که فعالیتهای ریاضی باارزشها، باورها و انتخابهای شخصی گره خورده است.

تعاملهای بین ریاضی و زبان[۶]. زیرا زبان به‌ٔعنوان حامل اصلی بسیاری از ایده‌های ریاضی عمل می‌کند.

تاریخهای ریاضی[۷]. یک دیدگاه فرهنگی به‌ٔ ریاضی به‌ٔما اجازه می‌دهد تا به‌ٔتاریخهای مختلف ریاضی توجه کنیم. [این تاریخها] به‌ٔما می‌گویند که چه‌کسانی ایده‌های ریاضی را درجامعه‌های مختلف توسعه داده‌اند.

ریشه های فرهنگی. ریاضیات قومی ما را نسبت به‌ٔنقطه های شروع فرهنگی و اجتماعیِ توسعهٔ ریاضی آگاهتر می‌کند.

من دراین گفتار، اول برَرویکردهای اصلی که درپژوهشهای ریاضیات قومی مورد استفاده قرار گرفته است متمرکز می‌شوم و آنها را باچند مثال مشخص نشان می‌دهم. سپس کاربردهای این پژوهش را برای تفکر دربارهٔ برنامهٔ درسی ریاضی، برای معلمان ریاضی و برای آموزشگران معلمان درنظر می‌گیرم.

سه رویکرد اصلی پژوهشی دراین زمینه مورد استفاده قرار گرفته است اما باید این نکته را به‌خاطر داشت که اگرچه برای نشان دادن و تجزیه و تحلیل، آنها را جدا کرده‌ام، برای بعضی پژوهشگران و بعضی جامعه‌ها، همپوشی قابل ملاحظه‌ای بین آنها وجود دارد.

ریاضیات درجوامع سنتّی

اولاً پژوهشهائی دربارهٔ شکلهای [مختلف] دانش ریاضی درجوامع سنتی یافت می‌شوند - که منظور از «سنتّی» جامعه‌ای است که به‌نظر می‌آید نسبتاً تحت‌تأثیر پیشرفت تکنولوژیکی مدرن قرار نگرفته‌است. این دانش ریاضی به‌ٔوسیلهٔ پژوهشگرانی که درسنتهای مردم‌شناسی[۸] مختلف کار کرده‌اند کشف شده است که از آن جمله می‌توان به‌ٔاین سنتها درقبایل پاپانوگینی[۹] [گینهٔ جدید] (لین[۱۰]، ۱۹۹۳)، موزامبیک (گِردِس[۱۱]، ۱۹۹۵)، قبیلهٔ ماأری[۱۲] در زلاندنو (بارتون[۱۳] و فیرهال[۱۴]، ۱۹۹۵)، بومیهای استرالیا[۱۵] (کوک[۱۶]، ۱۹۹۰) و ناواجوس‌ها[۱۷] درآمریکای شمالی (پینکستن[۱۸]، ۱۹۸۳) اشاره کرد.

بسیاری از این تحقیقها توسط گِردِس (۱۹۹۶) و بارتول (۱۹۹۶) خلاصه شده‌اند که این پژوهشها، داده‌های بی‌نظری را تولید کرده‌اند. برای مثال، آیا شما می‌دانستید که:

- بیش‌از ۲۰۰۰ دستگاه شمارش درگینهٔ جدید (پاپانوگینی) و اقیانوسیه وجود دارد که بعضی از آنها از یک روش ۵ دوره‌ای[۱۹] و بعضی ۲ دوره‌ای[۲۰] استفاده می‌کنند؟ همچنین، دستگاههای شمارش بابدنِ بسیاری وجود دارند. (ادامهٔ شمارش باانگشتان) که درآنها، نام عدد نام قسمتی از بدن است

که به آن اشاره می‌شود.

- راههای بسیاری برای جمع کردن، تفریق کردن، ضرب کردن و تقسیم کردن وجود دارند (که هنوز با استفاده از آنها، جواب درست می‌گیرند!)

- راههای مختلفی برای پیدا کردن مساحت مستطیلها وجود دارد. روشی که توسط کشاورزان برزیلی برای پیدا کردن مساحت زمینهایشان مورد استفاده قرار می‌گیرد، آن است که میانگین طول ضلعهای مقابل هم را پیدا می‌کنند و میانگین‌ها را درهم ضرب می‌کنند.

- بازیها، معماها (پازل‌ها)، ورزشها و رقصهای بسیاری وجود دارند که دارای ارتباطها و اتصالهای ریاضی‌وار هستند. نجّارها، دریانوردها، ماهیگیرها و خیاطها همگی دارای دانش‌ها و مهارتهای مختلف ریاضی هستند.

یک مثال نوعی[۲۱] از این پژوهشها، مطالعهٔ گِلندان‌لین[۲۲] (۱۹۹۵) است که دربارهٔ دستگاههای شمارش پاپانوکینی و اقیانوسیه انجام شده است. لین با استفاده از یادداشتهای میدانی، مصاحبه‌های ضبط شده، داده‌های بهٔ دست آمده از منابع غیرمستقیم، پرسشنامه‌های تکمیل شده توسط دانش‌آموزان/دانشجویان و معلمان در مدرسه‌ها و دانشگاهها، داده‌هائی دربارهٔ بیش از ۲۰۰۰ دستگاههای شمارش جمع‌آوری کرد.

او دستگاهها را براساس ضابطه‌های سالزمَن[۲۳] (سالزمن، ۱۹۵۰) طبقه‌بندی کرد و قادر شد طلسم افسانهٔ (۱-۲-خیلی)[۲۴] که بسیاری از مردم فکر می‌کردند تنها راهی بود که مردمان به‌اصطلاح «نخستین»[۲۵] [بدوی] برای شمارش به‌کار می‌برند را بشکند. لین اظهار داشت که «من نتوانستم حتی یک مورد از زبانی پیدا کنم که در آن، فقط عددهای ۱ و ۲ وجود داشته باشد و شمارش دقیق در ۲ به‌پایان برسد.» لین قطعاً دستگاههای ۲ دوره‌ای فراوانی پیدا کرد (آنهائی که فقط از ۱ و ۲ استفاده می‌کنند) اما در تمام موارد، عددهای بزرگتر (بعدی) به‌وسیلهٔ ترکیبهای مختلف ۱ و ۲ ساخته می‌شوند.

همچنین، دستگاه دوره‌ای (۵ و ۲۰) در سطح منطقه شایع است. در این دستگاه، نام عددهای ۱ تا ۵ به‌انگشتان ۲ دست و ۲ پا نسبت داده شده است و از آنها برای شمارشهای بعدی (در اینجا تا ۲۰) استفاده می‌شود. این دستگاهها با دستگاههای «خط‌نشان با قسمتهای بدن»[۲۶] که در آنها، نام عددها همان نام قسمتهای مختلف بدن است که به‌آنها اشاره می‌شود، متفاوت هستند. علاوه بر اینها، چندین مثال از دستگاههای دوره‌های ۴، ۵، ۶ و ۱۰ نیز وجود داشتند.

همزمان با شناسائی و تشخیص داده‌های دیگری که دارای جذابیت ریاضی هستند، و همان‌طور که آموزشگران [ریاضی] در چنان جوامع سنتی، به‌جای این‌که فقط ریاضیِ اربابهای استعمارگر پیشین خود را تدریس کنند، ارزش حفظ فرهنگ خوشان را درک می‌نمایند، این حوزهٔ پژوهشی نیز مرتب در حال توسعه است.

تاریخهای مختلف ریاضی

دومین رشتهٔ پژوهشهای قومی، از سنت پژوهشهای تاریخی نشأت می‌گیرد. این نوع پژوهش، مدوّن‌تر و برای آموزشگران ریاضی شناخته شده‌تر است. تجزیه و تحلیلهای تاریخی منتشر شدهٔ قبلی به‌طور وسیعی به‌مطالعات کلاسیک غربی و سنتهای اروپائی محدود شده بود، که تخشیص این امر، باعث ترغیب و تهییج این توسعهٔ جاری ریاضیات قومی شده است. در حال حاضر، دغدغهٔ محافل پژوهشی، مستند کردن تاریخهای دیگر ریاضی در قسمتهای مختلف جهان است. نمونهٔ نوعی[۲۷] این تجزیه و تحلیلهای جدید، کتاب جوزف[۲۸] (۱۹۹۱) با عنوان «تاج طاووس - ریشه‌های غیر اروپائی ریاضیات» است که به‌منظور تجلیل از تنوع فرهنگهائی که در به‌وجود آمدن گنجینهٔ غنی ایده‌های ریاضیِ جهانی سهیم بوده‌اند، نوشته شده است.

برای مثال، تاریخ فرهنگ ایران و دنیای اسلام سرشار از ایده‌های ریاضی است و اگرچه بسیاری از این سنتها، توسط طلبه‌های [دانشمندان] مسلمان شناخته خواهند شد، اما ممکن است که برای همهٔ آموزشگران ریاضی در جامعه‌های مسلمان‌نشین شناخته شده نباشند. این [ریاضیات اسلامی] یقیناً برای آموزشگران ریاضی در غرب شناخته شده نیست اما می‌توان گفت که برای [دنیای غرب] در حال بهتر شناخته شدن است. به‌عنوان مثال، ما [در غرب] به‌اهمیت مطالب زیر در تاریخ ریاضیات پی برده‌ایم:

- قوانین ارث در جامعه‌های عربی [اسلامی]؛
- طراحی مسجدها و سطحهای کاشی‌کاری شدهٔ آنها؛
- تعیین جهت قبله در نقاط مختلف جهان؛
- نجوم عربی [اسلامی]
- توسعهٔ اثبات‌های هندسی برای قضیه‌های جبری؛
- و کارهای ریاضیدان‌هایی چون خوارزمی، ثابت‌بن‌قرّه، غیاث‌الدّین جمشید کاشانی و عمر خیام.

این نوع پژوهشهای تاریخی، علاوه بر نشان دادن تفاوتها

در جنبه‌هائی از ریاضی مانند دستگاههای اعداد و الگوریتمهای مختلف برای محاسبات حسابی، نشان‌دهندهٔ مشابهت‌های جالبی مانند شیفتگی نسبت به‌راههای مختلف توجیه کردن، نمایش دادن یا اثبات کردن آنچه که امروز به‌نام قضیهٔ فیثاغورس شناخته می شود نیز هست. مردمان نقاط دیگر دنیا از جمله چینی‌ها (رجوع کنید به‌رونان[۲۹]، ۱۹۸۱) و بسیاری از آفریقائی‌ها (رجوع کنید به‌گِردِس، ۱۹۹۵) خیلی پیش از آنکه ریاضیدانهای یونانی از جمله فیثاغورس به‌این قضیهٔ خاص علاقه‌مند شوند، باآن آشنا بودند. ثابت بن قرّه تعمیمی از قضیهٔ فیثاغورس ارائه کرد که بر مبنای یک «استدلال» هندسی زیبا و ظریف قرار دارد. یک بار دیگر، هرچه داده‌های بیشتری از منابع تاریخی گوناگون به‌دست می‌آید، طرفداران ریاضیات قومی ایده‌های مهم بیشتری را می‌توانند توسعه دهند.

دانش ریاضی خارج از مدرسهٔ دانش‌آموزان

سومین و جدیدترین حوزهٔ پژوهشی در ریاضیات قومی، به‌دانش ریاضی خارج از مدرسهٔ دانش‌آموزان می‌پردازد. نونز[۳۰] (۱۹۹۲) که نتایج این پژوهشها را به‌خوبی جمعبندی کرده است، به‌واسطهٔ مطالعاتش برروی کودکان برزیلی که درخیابانها خرید و فروش می‌کنند، باعث برانگیختگی علاقه جاری نسبت به‌پژوهش در این زمینه شده است. یک نمونهٔ نوعی از این قبیل پژوهشها که البته بسیاری از ایده‌ها را نیز تعمیم داده است، رسالهٔ دکترای گایدا دِ آبریو[۳۱] (۱۹۹۳) است. آبریو پس از مستند کردن ریاضیات قومی کشاورزان نیشکر در رسیف[۳۲] (آبرو و کاراهر[۳۳]، ۱۹۸۸) و با استفاده از رویکردی مردم شناسانه[۳۴]، به‌تحقیق دربارهٔ راههائی که کودکان کشاورزان به‌مفهوم‌سازی رابطهٔ بین ریاضیات «منزل» و ریاضیاتی که در مدرسه یاد می‌گیرند، پرداخت. اصلی‌ترین سؤال پژوهشی آبریو این بود که «آیا نوع رابطه‌ای که کودکان موفق در مدرسه با ریاضیات منزل برقرار می‌کنند با نوع رابطه‌ای که کودکان ناموفق در مدرسه با ریاضیات منزل برقرار می‌کنند متفاوت است؟» بعضی از مهمترین داده‌های این مطالعه نشان‌دهندهٔ احساسات شدیدی بود که کودکان، دربارهٔ ارزش قائل نشدن جامعه برای دانش پدرانشان که از نظر آنها نیز ریاضی‌وار نبود، ابراز می‌کردند. برای مثال [به‌مصاحبهٔ زیر توجه کنید]:

مصاحبهٔ کننده: چرا آن مردِ روی تراکتور (با اشاره به) ریاضیات نمی‌داند؟

سِورینا: او [ریاضیات] نمی‌داند. او شغلی ندارد. او در مزرعهٔ نیشکر کار می‌کند.

در ادامهٔ مصاحبه، این دانش‌آموز بعضی از احساسهای خودش را دربارهٔ طریقی که او برای دانش پدرش ارزش قائل می‌شد، آشکار می‌کند:

مصاحبه‌کننده: می‌توانی به‌من بگوئی که دربارهٔ راهی که پدرت اعداد را باهم جمع می‌کند چه فکر می‌کنی؟ آیا با روشی که در مدرسه یاد گرفته‌ای یکسان است یا فرق دارد؟

سِورنیا: راه او متفاوت است. او این کار را در ذهنش انجام می‌دهد ولی من با [کاغذ و] قلم.

مصاحبه‌کننده: فکر می‌کنی کدام راه مناسب‌تر است؟

سِورنیا: [راه] مدرسه

مصاحبه‌کننده: فکر می‌کنی کدام راه نتیجهٔ درست می‌دهد؟

سِورنیا: راه پدرم.

آبریو، علاوه بر نشان دادن به‌قول خودش «شکافی» که به‌وسیلهٔ باورهای کودکان دربارهٔ وضعیّت نسبی ریاضیات خانه و مدرسه، در آموزش ریاضی آنها رخ داده بود، پدیدهٔ دیگری را هم برجسته ساخت و آن گوناگونی دربین کودکان از نظر دانش ریاضی منزل آنها بود که به‌میزانِ شرکت جستن آنها در فعالیت‌های ریاضی در منزلشان مرتبط می‌شد. روند اصلی این بود که هرچه کودکان، بیشتر درگیر و جذب ریاضیات منزل بودند، به‌احتمال زیاد مشکلات بیشتری را در رابطه با ریاضی مدرسه‌ای تجربه می‌کردند. البته این متناقض با آن چیزی است که در صورتِ به‌حساب آوردن دانش ریاضی خارج از مدرسهٔ دانش‌آموزان در یک نظام آموزشی انتظار می‌رود.

آبریو پیشنهاد کرد یکی از مهم‌ترین مسائلی که در رابطه با چنین مطالعاتی مطرح می‌شود این است که چگونه اعمال مدرسه‌ای را سازماندهی کنیم تا اثرات این رابطهٔ از هم گسیخته بین ریاضیات منزل و مدرسه به‌کمترین حدّ خود برسد؟ حال پس از این نگاه اجمالی به‌سه رویکرد پژوهشی در ریاضیات قومی، برنتیجه‌گیری ضمنی این پژوهشها متمرکز می‌شویم.

نتایج ضمنی برای برنامهٔ درسی ریاضی

فوری‌ترین و واضح‌ترین نتیجه‌گیری از این سه حوزهٔ تحقیقاتی، به‌برنامه‌ریزی درسی ریاضی مربوط می‌شود. این کار از طریق گسترش فعالیتهای ریاضیِ فرهنگ مبنا[۳۵] در نظامهای کشورهای گوناگون به‌موضوعهای ریاضی گوناگون و بیشتر به‌حساب و هندسه، احتمال و آمار مربوط

می‌شوند، آغاز شده است. با این حال، اگر بخواهیم با موفقیت از عهدهٔ ارائهٔ یک آموزش ریاضی با معنا برآئیم، باید نسبت به توسعهٔ یک برنامهٔ درسی در این راستا تلاش بیشتری بکنیم. به طور مشخص، لازم است که ملاحظات بیشتری برای ساختار کلّی برنامهٔ درسی ریاضی درنظر گرفته شود. درحالت کلّی، برنامهٔ درسی‌ای که در اغلب کشورهای دنیا به‌کار برده می‌شود (بیشاپ، ۱۹۹۳)، محمل مناسبی برای معرفی دیدگاههای فرهنگی آن کشورها نیستند. ، این [برنامهٔ درسی بدون درنظر گرفتن مبانی فرهنگی]، یک ساختار برنامهٔ درسی است که حاصل آن، آماده‌سازی ریاضی دانش‌آموزان برای مطالعات بعدی ریاضی آنها در دانشگاه است. با این حال، وقتی ملاحظه می‌کنیم که بیشتر دانش‌آموزان مدرسه‌ای، برای خواندن ریاضی به‌دانشگاه نمی‌روند، می‌بینیم که این به اصطلاح «آمادگی» خیلی نامناسب به‌نظر می‌رسد. از این گذشته، وقتی به‌مقررات متداول آموزشی در سراسر دنیا نظر می‌افکنیم، می‌توانیم ببینیم که به طور کلّی، برنامهٔ درسی نامناسب به طور چشمگیری به‌تشدید مشکلات شایع بیگانگی احساس شده نسبت به‌مدرسه که توسط بسیاری از دانش‌آموزان احساس می‌شود، کمک می‌کند که [این احساس] منجر به‌ترک تحصیل‌های زودهنگام بسیاری از آنها می‌شود.

درحال حاضر، من یک چنین ساختار برنامهٔ درسی [فرهنگ- مبنا] را پیشنهاد کرده‌ام (بیشاپ، ۱۹۹۱) که بر مبنای شش فعالیت اساسی است نشان داده شده که تمام جامعه‌ها و فرهنگها، این شش فعالیت را توسعه داده‌اند:

◆ **شمردن**: این فعالیت به‌پرسش «چندتا؟» در همهٔ شکلها و نوعهایش مربوط می‌شود. برای مثال، راههای زیادی برای شمارش و انجام محاسبات عددی وجود دارد. دراینجا می‌توانیم توانائی‌های ذهنی برای استدلال عددی، محاسبات ذهنی، استدلال کمّی و شمارش عددی[۳۶] (برای مثال، رجوع کنید به‌استارکی[۳۷]، ۱۹۹۲) را تشخیص دهیم. ایده‌های ناشی از این فعالیتها عبارت از اعداد، روش‌های محاسبه، دستگاههای عددی، الگوهای عددی، روشهای عددی، آمار و غیره هستند.

◆ **قرار دادن**[۳۸] **[چگونگی قرار گرفتن]**: این فعالیت، به‌شما دریافتن راه خود در دنیای فضائی ساختاری کنونی از طریق دریانوردی، جهت‌یابی خود و اشیای دیگر، و با توضیح دادن این که چیزها در رابطهٔ با یکدیگر کجا هستند، کمک می‌کند. ما از روشهای گوناگونِ توصیف از جمله نقشه‌ها، شکل‌ها، چارت‌ها، نمودارها و دستگاههای مختصات استفاده می‌کنیم. این حوزهٔ فعالیتی، جنبهٔ «جغرافیائی» ریاضی است. توانائی‌های ذهنی در جهت‌یابی فضائی و تعیین مختصات و استفاده از حرکات بدنی[۳۹] و انواع دیگر شبیه‌سازی[۴۰] [در این حوزهٔ فعالیتی] اهمیت ویژه‌ای دارند (برای مثال، رجوع کنید به‌تارتر[۴۱]، ۱۹۹۰). موضوعهای ریاضی که از این فعالیت ناشی می‌شوند عبارت‌اند از: بُعدها، دستگاههای مختصات دکارتی و قطبی، محورها، شبکه‌ها، مکانهای هندسی و غیره هستند.

◆ **اندازه گرفتن**: «چقدر؟» سؤالی است که در هر جامعه‌ای مطرح می‌شود و پاسخ داده می‌شود، خواه آن مقدارها پارچه، غذا، زمین، پول یا زمان باشند. با پیچیده‌تر شدن جوامع، تکنیکهای اندازه‌گیری نیز با تمامی واحدهای متفاوتی که [در آن اندازه‌گیری‌ها] دخیل هستند، پیچیده‌تر می‌شوند. اندازه‌گیری علاوه بر این که شامل توانائی‌های ذهنی شمارش است، توانائی‌های دیگری از قبیل تخمین‌زدن، تقریب‌زدن و ارزشیابی کردن را نیز شامل می‌شود (برای مثال، رجوع کنید به‌سیلور[۴۲]، ۱۹۹۴). موضوعهای ریاضی نتیجه شده از این فعالیت عبارت از: ترتیب، اندازه، واحدها، دستگاههای اندازه‌گیری، تبدیل واحدها، دقت، کمیت‌های پیوسته و غیره هستند.

◆ **طراحی کردن**: شکلها در مطالعهٔ هندسه خیلی مهم هستند و به‌نظر می‌آید که آنها، از طراحی اشیا برای تأمین منظورهای مختلف ناشی شده باشند. دراینجا، ما به‌طور خاص به‌چگونگی ساختار شکلهای مختلف، تجزیه و تحلیل خاصیتهای گوناگون آنها و جستجوی راههائی که این شکلها با یکدیگر مرتبط می‌شوند، علاقه‌مند هستیم. توانائی‌های ذهنی که درنتیجهٔ این فعالیتها پرورش می‌یابند شامل مواردی از جمله تصوّر[۴۳] و ابتکار[۴۴] (تخیّل)، تفسیرهای شکلی، رسم شکلها و روشهای دیگر نمایش آنها است (رجوع کنید به‌پرزمگ[۴۵]، ۱۹۸۶). موضوعهای ریاضی مشتق از این فعالیتها عبارت‌اند از: شکلها، نظم، همنهشتی، تشابه، مسائل ترسیمی، خاصیتهای هندسی و غیره هستند.

◆ **بازی کردن**: هرکسی از بازی کردن لذّت می‌برد و بیشتر مردم بازی کردن را جدّی می‌گیرند. همهٔ بازیها از دیدگاه ریاضی مهم نیستند، ولی معماها (پازلها، جورچین‌ها)، باطل‌نماهای منطقی[۴۶]، بعضی بازیها و قماربازی از آن بازیهائی هستند که همگی در این مقوله دارای ماهیت ریاضی هستند، از دیدگاه توانائی‌های ذهنی، بعضی از بازیهائی که

قبلاً نیز در بالا به‌آنها اشاره شد، مهم هستند، اما به‌نظر می‌رسد بازی کردن مهارتهای خاصی از تفکر استراتژیک، حدس‌زدن و برنامه‌ریزی را [نیز] توسعه می‌دهد (رجوع کنید به برادی[47]، ۱۹۷۸). ایده‌های ریاضی نتیجه شده از این فعالیتها عبارت‌از: قوانین، رویه‌ها[48]، برنامه‌ها، استراتژی‌ها، مُدلها، نظریه‌بازیها[49] و غیره هستند.

◆ **توضیح دادن**: تلاش برای توضیح دادنِ چرائی و چگونگی وقوع چیزها به‌خود و دیگران، یک فعالیت عام انسانی است. برای مثال، در ریاضیات علاقه‌مندیم بدانیم که چرا و درچه موقعیتی، محاسبات عددی کارآمد هستند، چرا بعضی شکلهای هندسی باهم جور می‌شوند، یا بعضی جور نمی‌شوند، چرا یک نتیجهٔ جبری به‌نتیجهٔ دیگری منجر می‌شود و نیز می‌خواهیم از راههای مختلف نمادی کردن این روابط، آگاهی پیدا کنیم. فعالیت توضیح دادن شامل بسیاری از توانائیهای ذهنیِ گفته شده است، اما به‌طور مشخص، با این فعالیتها توانائی استدلال کردن منطقی و نیز استدلال کلامی[50] (شفاهی) توسعه می‌یابد (برای مثال، رجوع کنید به‌هِرش[51]، ۱۹۹۳). موضوعهای ریاضیِ ناشی از این فعالیت‌ها عبارت‌از: قواعد منطقی، اثبات، نمودارها، معادلات و غیره هستند. این ساختار [برنامهٔ درسی] باعث می‌شود تا بسیاری از فعالیتهای از نظر فرهنگی مربوط متعلق به‌جامعهٔ وسیعتر [جهانی] در کلاس درس مورد استفاده قرار گیرند، همچنان که مشوّق توسعهٔ ایده‌های ریاضی تعمیم‌یافته‌تری نیز هست.

جدول زیر نشان می‌دهد که چگونه این شش فعالیت، به‌صورت شش زیرشاخهٔ موازی برنامهٔ درسی ریاضی در ایالت ویکتوریای استرالیا ظاهر می‌شود:

هرچند بین این دودسته‌بندی تا اندازه‌ای توافق وجود دارد و درنتیجه، ساختن بعضی فعالیتهایِ از نظر فرهنگی مربوط امکان‌پذیر است، روشن است که در حال حاضر، بعضی از این فعالیتها از جمله قرار دادن، اندازه گرفتن، طراحی کردن و بازی کردن [در برنامهٔ درسی] کمتر معرفی شده‌اند. من و همکارانم در تلاش هستیم تا میزان تأثیر این گونه فعالیتها را در برنامهٔ درسی ریاضی افزایش دهیم.

من اعتقاد راسخ دارم که اگر آزمایشهای بیشتری با یک برنامهٔ درسی که از نظر اجتماعی و فرهنگی [به‌جامعه] مربوط است انجام بگیرد، آنگاه معلمان بیشتری قادر می‌شوند تا از فعالیتهای ریاضی فرهنگ ـ مبنا در کلاسهای درس خود استفاده کنند و جوانان بیشتری احساس خواهند کرد که مشغول مطالعهٔ یک آموزش ریاضی با معناتر هستند.

نتیجه‌گیری‌های ضمنی برای معلمان

پژوهش در ریاضیات قومی علاوه بر نتایجی که برای برنامهٔ درسی ریاضی دارد، توصیه می‌کند که جنبه‌های مهم دیگری از تدریس نیز نیازمند تغییر است. ابتدا نقش معلم را در نظر بگیرید. تا به‌امروز، به‌طور وسیع، تمرکز معلمان ریاضی [در تدریس] بر روی انتقال دادن و توضیح دادن ایده‌های مفهومی و رویه‌ای در ریاضیات بوده است. با این حال، همانطور که دیده‌ایم، یافته‌ها در ریاضیات قومی مشخص کرده است که معلمان نیازمند توجه به‌عوامل اجتماعی و فرهنگی نیز هستند. به‌طور مشخص و همراه سایر چیزها، معلمان:

◆ باید اهمیت حیاتیِ نقش خودشان را به‌عنوان کسی که به‌دانش کلاس درس مشروعیّت اساسی می‌بخشد تشخیص دهند و به‌تعیین چگونگی ارزش‌گذاری و پذیرش ایده‌های مختلف ریاضی توسط دانش‌آموزان کمک کنند؛

◆ باید تلاش کنند تا آنجا که ممکن است، دربارهٔ دانش‌آموزان خود، به‌ویژه دربارهٔ دانش خارج از مدسهٔ آنها آگاهی پیدا کنند؛

◆ باید به‌طور پیوسته، از طریق فعالیتهای کلاسی، فرصتهائی ایجاد کنند تا به دانش‌آموزان اجازه دهد دانش ریاضی خود را صریحاً در فعالیتهای یادگیری به‌کار برند؛

	فضا	عدد	اندازه گیری	داده ها و شانس	جبر	ابزار ریاضی
شمردن		✓	✓	✓	✓	✓
قرار دادن	✓		✓			✓
اندازه گرفتن	✓		✓			✓
طراحی کردن	✓					✓
بازی کردن				✓		✓
توضیح دادن	✓	✓	✓	✓	✓	✓

◆ باید به‌طور پیوسته دانش‌آموزان را تشویق کنند تا دانش خویش را توضیح دهند، آن را با همکلاسیهای خود وارسی کنند، آن [دانش] را به‌راههای مختلف نمادین کنند، قالب آن را شرح دهند، و آن را همانطور که می بینند، با تکلیفهای ریاضی درحال انجام خود مرتبط کنند؛

◆ باید دائماً از ارزشهای دانش‌آموزان خود در رابطه با دانش ریاضیِ مورد بحث آگاه باشند و آن را برای دانش‌آموزان توضیح دهند.

این توصیه‌ها به‌این معنا هستند که در مدارس ابتدائی و سالهای اولیهٔ متوسطه [دورهٔ راهنمایی]، باید فعالیتهای کلاسی و موادّ درسی تاآنجاکه ممکن است، با تجربیات خارج از کلاس دانش‌آموزان ارتباط تنگاتنگ داشته باشند. مسأله‌ها باید در قالبهای آشنا ارائه شوند. مثالها باید از محیط زیست دانش‌آموز انتخاب شوند، زبانی که مورد استفاده قرار می گیرد باید برای دانش‌آموز آشنا باشد. داده‌های عددی باید با تجربیات دانش‌آموزان نزدیک باشند و [رعایت مواردی از این قبیل]. بعداً، وقتی دانش‌آموزان با استراتژی‌ها (راهبردها)، مفهومها و روشهای عادی[۵۲] فعالیتهای ریاضی آشنائی پیدا کردند، معلم می‌تواند مسائل، زبان و وضعیّت‌هائی خارج از تجربیات دانش‌آموزان را نیز معرفی کند. اما برعکس، اگر این آماده‌سازی‌ها انجام نشود، احتمالاً یادگیری به‌طور فزاینده‌ای بی‌معنی خواهد شد که منجر به‌بروز مشکلاتِ آشنائی که قبلاً شرح داده شد، می‌شود.

نتیجه‌گیری‌هائی برای آموزش معلمان

یکی از وظایف مهم آموزشگران معلمان در ریاضیات این است که چگونه به‌معلمان آینده کمک کنند تا به‌نقش خودشان به‌عنوان «فرهنگ‌پروران ریاضی»[۵۳] پی ببرند (بیشاپ، ۱۹۹۱)، یعنی به‌آنها دربارهٔ جنبه‌های فرهنگی ریاضیات، دربارهٔ ارزشها در ریاضیات و دربارهٔ تاریخهای مختلف ریاضیات آموزش داده شود. شش مقوله از فعالیتها [که قبلاً توضیح داده شد] می‌توانند در طراحی درسی برای معرفی دانشِ ریاضی در فرهنگهای مختلف به‌دانشجو ـ معلمان، همراه با ذکر مراجعی از ادبیات تحقیق دراین مورد بسیار مفید واقع شوند.

برای مثال، کاوش دربارهٔ دوره‌های مختلف شمارش با انگشتان یا نمادهای مختلف عددی می‌توانند [برای این کار] مناسب باشند. کارهائی در زمینهٔ الگوهای عددی با الگوریتم‌های ضربی گوناگون نیز می‌توان انجام داد (برای مثال، نگاه کنید به‌جوزف، ۱۹۹۲). به‌طریق مشابه، طراحی فعالیتهائی از فرهنگهای مختلف می‌تواند به‌سادگی بخشی از یک درس ریاضی [برای دانشجو ـ معلمان] باشد. بازیهای ریاضی در فرهنگهای مختلف نیز همراه با مربعهای جادوئی، بازیهای مربوط به‌ترکیب اعداد، بازیهای شانس و استراتژی (راهبرد) نیز می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند (رجوع کنید به‌اِشر[۵۴]، ۱۹۸۱؛ بِل[۵۵] و کورنلیوس[۵۶]، ۱۹۸۸؛ و زاسلاوسکی[۵۷]، ۱۹۷۳).

اغلب، بخشی از داده‌های مردم‌شناسانه می‌تواند برای ایجاد فعالیتهای ریاضی جالب برای درسهای مدرسه، مورد استفاده قرار گیرد. بعدها، [این فعالیتها] می‌توانند در درسهای آموزش معلمان نمایش داده شده و به‌بحث گذاشته شوند. مثلاً گِردِس (۱۹۸۸) گزارش می‌دهد که در موزامبیک، بعضی از بنّاهای روستائی، از چهار قطعه طناب که به‌یکدیگر گره خورده‌اند استفاده می‌کنند و مستطیلی که همان شکل خانه است را با آن درست می‌کنند. این چهار قطعه طناب، هم طول هستند و در یک انتها به‌هم گره خورده‌اند. این وضعیت می‌تواند برای معرفی بعضی از جنبه‌های هندسی مستطیل، مربع و دیگر چهار ضلعی‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

به‌دانش‌آموزان چند تکّه نخ که به‌یکدیگر، طبق آنچه که گفته شده، گره خورده‌اند بدهید. [از آنها چنین سؤالهائی بپرسید]: چگونه می‌توانید یک مستطیل درست کنید؟ آیا می‌توانید مستطیل‌هایِ مختلف درست کنید؟ چگونه می‌توانید بفهمید که چه‌زمانی یک مستطیل دارید؟ کدام زاویه‌ها با هم مساویند؟ با این نخها چه شکلهای دیگری می‌توانید بسازید؟

این وضعیت، بیشتر از این هم می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد:

الف) فرض کنید که طول همهٔ نخ‌ها یکسان نباشد. حالا چه شکلهائی می‌توانید بسازید؟

ب) فرض کنید پنج تکه نخ به‌طولهای یکسان دارید. حال چه شکلهائی [با آنها] می‌توانید بسازید؟

پ) [به‌غیر از اینها] دیگر کدام چند ضلعی‌ها را می‌توان به‌این روش ساخت؟

فعالیتهائی از فرهنگهای مختلف، به‌سادگی می‌توانند محرک [مثبتی] برای سایر بررسیهای ریاضی گونه باشند. همهٔ این‌ها، ایده‌های مهمی دربارهٔ ماهیت چند فرهنگی ریاضیات را در معلمان آینده توسعه می‌دهد و آنها را قادر می‌سازد تا همین فعالیتها را در مدرسه‌ها برای

دانش‌آموزان خود انجام دهند. دراینجا به بعضی مطالب دیگری که می‌توانند نقطه شروع محرّکی باشند، اشاره می‌شود:

- روشهای شمارش باانگشت و شمارش با [اجزای] بدن
- تقویم‌های دایره‌ای
- الگوهای قالی‌بافی
- روشهای سبدبافی
- کوئی‌پو[58] (یک دستگاه ثبت اطلاعات عددی با استفاده از نخ در آمریکای جنوبی)
- محاسبه با [استفاده از] چرتکه
- ساعتهای آفتابی
- بازی‌های [مختلف] بانخ
- اندازه‌های بدنی (مانند وَجب، ذِراع و غیره)
- پیش‌گوئی‌های عددی و طالع‌بینی
- تجزیه و تحلیل صفحه‌های بازی
- مربع‌های جادوئی

بااین همه، در استفاده از این ایده‌ها در درسهای آموزش معلمان، چند اصل دارای اهمیت هستند:

◆ تاآنجاکه ممکن است، قالبهای فرهنگی درگیر بافعالیت را حفظ کنید. معمولاً معنا و اهمیت یک فعالیتِ مشخص، به‌وسیلهٔ قالب آن ارائه می‌شود.

◆ سعی کنید علاوه‌بر مطالب مکتوب، برای درس، از منابع موجود مانند قالی‌ها، سبدها، و چارچوبهای شمارش نیز استفاده کنید. ایده‌های ریاضی در فرهنگهای مختلف به‌شیوه‌های گوناگون عرضه می‌شوند.

◆ از اشیای متعلق به‌فرهنگهای دیگر که از نظر ریاضی جالب هستند و در دسترس نیستند یا آن که خیلی بزرگ [وغیرقابل انتقال] هستند (مانند خانه و معبد) عکس جمع‌آوری کنید و از آنها استفاده کنید.

◆ تلاش کنید این ایده‌های ریاضی را در هر درس ریاضی ترزیق کنید.

یک اصل بسیار مهم دیگر، بازگرداندن «مردم» [واقعی] به‌برنامهٔ درسی آموزش ریاضی است. اغلب ما آنقدر درگیر خود ایده‌های ریاضی می‌شویم که فراموش می‌کنیم این ایده‌ها توسط «مردم» توسعه پیدا کرده‌اند و این همان ارتباط [ایده‌ها] با فرهنگ است. نکتهٔ دیگر آن است که دانشجو ـ معلمان، گیرندگانِ صرف دانش فرهنگی نیستند بلکه آنها بازآفرینان و بازسازان آن دانش هستند. هر نسلی باید به‌گونه‌ای سعی در کسب تجربیات گذشته در قالب جامعهٔ امروز نماید تااطمینان حاصل کند که ایده‌های [فرهنگی موجود در تجربه‌های قبلی] دانش مرده‌ای نیستند که صرفاً منفعلانه دریافت شده و به‌سرعت فراموش می‌شوند، بلکه آن [ایدهٔ‌های فرهنگی] ایده‌های زنده [و پویائی] هستند [که در قالبهای متفاوت فرهنگی بامعنا و قابل استفاده هستند].

درنتیجه، این [ایده‌ها] بعضی از راههائی هستند که توسط آنها، ایده‌های فرهنگ در ریاضی می‌تواند در درسهای آموزش معلمان نمایش داده شود. دانشجو ـ معلمان نیازمند فرصت برای بازتاب برچگونگی توسعهٔ ایده‌های ریاضی در تاریخهای مختلف هستند، تاتصور واضح‌تری از چگونگی ایفای نقش حیاتی خود به‌عنوان فرهنگ پروران ریاضی ـ یعنی کسانی که کودکان را به‌فرهنگ غنی ریاضی معرفی می‌کنند ـ داشته باشند.

از این گذشته، اگر تمام آموزشگران ریاضی این ایدهٔ‌های فرهنگی را جدی بگیرند، من مطمئن هستم که برای بسیاری از کودکان، دیگر آموزش ریاضی مجموعه‌ای کسالت‌بار و بی‌معنا از [روشهای] عادّی[59] نخواهد بود ـ آنچنان که درحال‌حاضر است، بلکه [ریاضی برای آنها] یک تجربهٔ ارضاکننده، جالب و بامعنا خواهد شد.

مرجعها

Abreu, G. de, (1993) The Relationship between Home and School Mathe- mathematics in a Farming Community in Rural Brazil, PhD thesis, University of Cambridge,. Cambridge, Uk

Abreu, G.de, and Carraher, D. (1988) The mathematics of Brazilan sugar-cane farmers. In C.Keitel et al (eds), Mathematics, Education and Society, Science and Technolgy Education Document Series No. 35, Paris, France: UNESCO.

Ascher, M. (1981) Ethnomathematics- A Multi - cultural View of Mathematical Ideas.Pacific Grove, California: Broods/Cole.

Barton, B. and Fairhall, U. (Eds) (1995) Mathematics in Maori Education, Dept of Mathematics, University of Auckland, New Zealand

Bell, R and Comelius, M. (1988) Board Games Round the World: A Resource Book for Mathematical Investigations. Cambridge: Cambridge University Press.

Bishop A.J. (1991) **Mathematical Enculturation:** a **CulturalPerspective on Mathematics Education**, Dordrecht, Holland: Kluwer.

Bishop . A.J. (1993) Influences from society.In A.J. Bishop et al (Eds) *Significant influences on Children's Learning of Mathematics*. (pp3-29) Paris, France.UNESCO.

Brady, J.M. (1978) An experiment in teaching strategic thinking. *Creative Computing* 4(6), 106-109 Coodem M.(1990) *Seeing Yolngu, Seeing Mathematice*, Batchelor College. Northern Territory, Australia

Gerdes, P. (1988) On cultures, geometrical thinking and mathematics education. *Educational Studies in Mathematies*, 12, 2, pp 137. 162.

Gerdes P. (1995) *Ethnomathematics and Education in Africa*, Institute of International Education, Stockholm University, Sweden

Hersh, R. (1993) Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*. 24(4), 389-399

Joseph, G.G (1991) *The Crest of the Peacock:non-European Roots of Mathematies*, London: I.B.Tauris.

Lean, G. A. (1995) *Counting systems of Papua New Guinea and Oceania*, PhD Thesis, Papua New Guinea University of Technology, L.ae, Papua New Guinea

Nunes, T. (1992) Ethnomathematics and everyday cognition, in D.A. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp 557-574), New York. Macmillan.

Pinxten, R, I van Dooren and F. Harvey (1983) *The Anthropology of Space*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia

Pompeu, G.Jr. (1992) Bringing *Ethnomathematics into the School Curriculum*, PhE Thesis, University of Cambridge, Cambridge, UK

Presmeg, N.C. (1986) Visualisation in high school mathematics. For the Learning of Mathematics, 6(3), pp 42-46

Ronan, C,A. (1981) *The Shorter Scienee and Civihsation in Chiua*. Vol 2, Cambridge University Press, Cambridge

Salzmann, Z (1950) A method for analysing numerical systems. *Word* 6, 78-83

Silver, E.A. (1991) Treating estimation and mental computation as situated mathematics processes. In R.E.Reys and N. Nohda (Eds) *Computational Alternatives for the Twenty-first Century* (pp 147. 160) Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematies.

Starkey, P. (1992) The early development of numerical reasoning. Cogmtion 43 (2), 93-126

Tartre, L.A. (1990) Spatial orientation skill and mathematical problem - solving, *Jorunal of Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229

Zaslavsky, C. (1973) Africa Counts. NewYork: Prindle, Lawrence Hill Books.

پانویس :

1- The challenge of teaching meaningful mathematics
2- Pedagogical
3- Ethnomathematics
4- Human interaction
5- People and Values
6-Interactions between mathematics and Languages
7- Historiesof mathematics V-Cultrualroots
8- Ethnography
9- Papua New Guinee
10- Lean
11- Gerdes
12- Maori
13- Barton
14- Fairhall
15- Aboriginal Australians
16- Cooke
17- Navajos
18- Pinxten
19- 5 Cycle method
20- Z cycle
21- Typical
22- Glendon Lean
23- Salzmann Criteria
24- "1-2 many" myth
25- Primitive
26- "body pari tally"
27- Typical example
28- Joseph
29- Ronan
30- Nunes
31_ Guida de Abreu
32- Recife
33- Carraher
34- Anthropological approach
35- Culturally - based
36- Numeral reckoning
37- Starkey
38-Locating
39- Kinesthetic
40- Imagery
41- Tartre
42- Silver
43- Visualization
44- Imagination
45- Presmeg
46- Logical Paradoxes
47- Brady
48- Procedures
49- Game theory
50- Verbal reasoning
51- Hersh
52- Routine
53- Enculturators
54- Ascher
55- Bell
56- Cornelius
57- Zaslavsky
58- Quipu

مدل جمعیت

مدل جمعیت یکی از ساده‌ترین و طبیعی‌ترین مثالها از مدلسازی ریاضی برای یک دستگاه دینامیکی است. مقصود ما از دستگاه دینامیکی، دستگاهی است که در طول زمان تغییر می‌کند. زمان هم می‌تواند مانند سال، ماه، روز، ساعت، ...گسسته باشد و هم می‌تواند به طور پیوسته در تحول یک دستگاه حضور داشته باشد. رشد جمعیت به عوامل مختلفی از جمله عوامل تصادفی و احتمالی بستگی دارد که در صورت اخیر دستگاه دینامیکی، تصادفی خواهد شد. جمعیتی از افراد را می‌توان به زیر جمعیتهایی با سنین کمتر تقسیم کرد و آن را به صورت یک بردار در نظر گرفت. یکی از مسائل مهم این است که بدانیم این جمعیت از افراد چگونه با گذشت زمان طولانی تغییر می‌کنند. در این مقاله هدف ما بررسی مدل جمعیت چند بعدی است. اما ابتدا با مدل جمعیت ساده یک بعدی شروع می‌کنیم.

مثال ۱: متخصصان بر این باورند که زمینهای قابل کشت و زرع در کرهٔ زمین حداکثر می‌تواند غذای ۴۰ میلیارد انسان را تأمین کند. در آغاز سال ۱۹۹۰ میلادی جمعیت جهان ۵/۲ میلیارد نفر تخمین زده شد. اگر جمعیت با میزان رشد ثابت ۲٪ در سال افزایش یابد در چه زمانی جمعیت زمین به حداکثر میزان ذکر شده خواهد رسید؟

حل: فرض کنید، P_0 جمعیت اولیه به میلیارد باشد یعنی $P_0 = 5/2$ ، ۲ میزان رشد که ۰/۰۲ است. در این صورت

جمعیت در سال ۱۹۹۱ = (۵/۲) (۱/۰۲) میلیارد

جمعیت در سال ۱۹۹۲ = $(5/2)(1/02)^2$ میلیارد

جمعیت n سال بعد از ۱۹۹۰ = $(5/2)(1/02)^n$ میلیارد

قرار می‌دهیم $(5/2)(1/02)^n = 40$ و n را با لگاریتم گرفتن از دو طرف معادله به دست می‌آوریم:

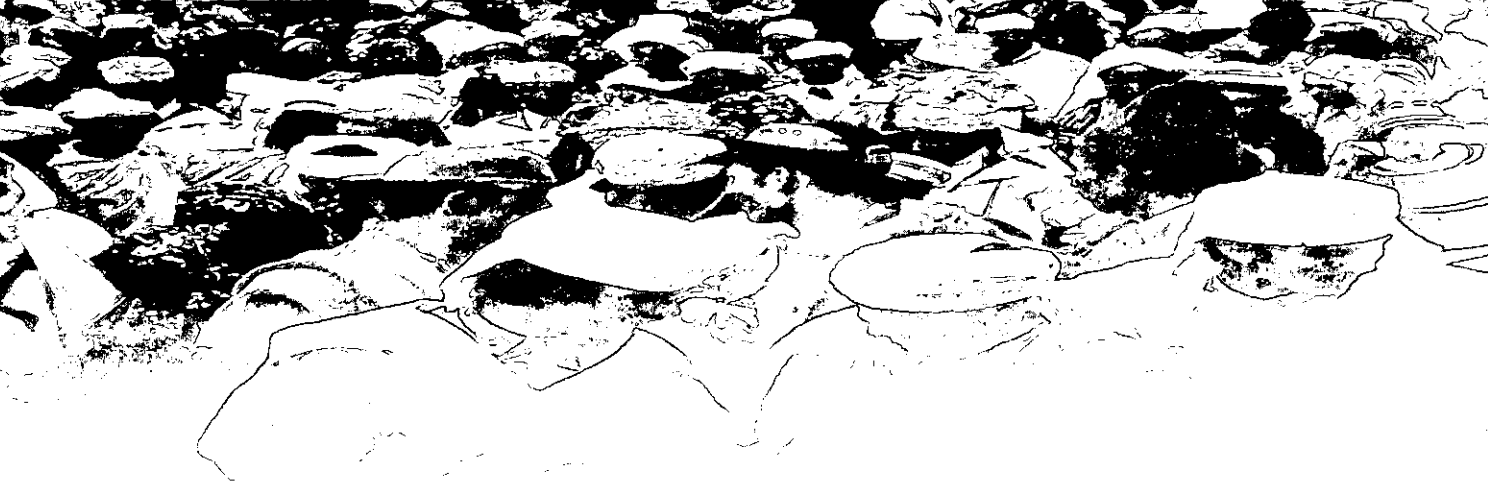
$$n\log(1/02) = \log\frac{40}{5/2}$$

یا $n = \frac{\log\frac{40}{5/2}}{\log(1/02)} = 103/02$ یعنی در سال ۲۰۹۳ = ۱۰۳ + ۱۹۹۰ جمعیت جهان به ۴۰ میلیارد نفر خواهد رسید.

باید توجه کرد که در این مقاله مقصود ما از جمعیت فقط جمعیتی از انسانها یا ساکنین یک کشور نیست. این مدل می‌تواند تعداد باکتریها، حشرات، دیگر حیوانات، سرمایه (جمعیت پولهای فرد)، مقدار ایزوتوپهای C^{14} در یک موجود زنده، مقدار دارو در بدن یک فرد، و... باشد.

در مثال بالا رشد جمعیت را سال به سال محاسبه کردیم. اگر رشد جمعیت را در ابتدای هر ماه محاسبه کنیم، در مثال بالا میزان رشد در ماه برابر با $\frac{1}{600} = \frac{2}{1200} = 12 \div 0/02$ می‌شود. بنابراین

جمعیت بعد از یک ماه = $(5/2)(1+\frac{1}{600})$



و جبر خطی

بیژن ظهوری زنگنه
دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف

جمعیت بعد از دو ماه $= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۶۰۰})^{۲}$

جمعیت در سال ۱۹۹۱ $= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۶۰۰})^{۱۲}$

جمعیت در سال ۱۹۹۲ $= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۶۰۰})^{۲۴}$

جمعیت n سال بعد از ۱۹۹۰ $= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۶۰۰})^{۱۲n}$ میلیارد

جمعیت در سال ۲۰۹۳ $= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۶۰۰})^{۱۲\times ۳}$

میلیارد ۴۰/۷۳۰۸۱۸ =

اگر جمعیت را روز به روز محاسبه کنیم نرخ رشد جمعیت در یک روز برابر است با $\frac{۱}{۶۰۰} \div ۳۰ = \frac{۱}{۱۸۰۰۰}$

و جمعیت بعد از یک سال با این میزان رشد روزانه برابر خواهد شد با :

میلیارد $۵/۳۰۵۰۴۴۱ = (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۱۸۰۰۰})^{۱۲\times ۳۰}$

و n سال بعد از سال ۱۹۹۰ جمعیت برابر خواهد شد با $(۲/۵)(۱+\frac{۱}{۱۸۰۰۰})^{۳۶۰n}$ میلیارد نفر. بنابراین جمعیت در سال ۲۰۹۳ برابر است با :

$(۲/۵)(۱+\frac{۱}{۱۸۰۰۰})^{۳۶۰\times ۱۰۳}$ میلیارد

$= (۲/۵)(۱+\frac{۱}{۱۸۰۰۰})^{۳۷۰۸۰}$

= ۴۰/۷۹۶۷۷۶ میلیارد

حال اگر جمعیت را با رشد ساعت به ساعت مطالعه کنیم، میزان رشد جمعیت در یک ساعت برابر با

$$\frac{۱}{۱۸۰۰۰} \div ۲۴ = \frac{۱}{۴۳۲۰۰۰}$$

خواهد شد و جمعیت در سال ۲۰۹۳ برابر است با

$(۲/۵)(۱+\frac{۱}{۴۳۲۰۰۰})^{۳۷۰۸۰\times ۲۴}$ میلیارد

$= (۲/۵)(۱/۰۰۰۰۰۲۳)^{۸۸۹۹۲۰}$

= ۴۰/۷۹۸۴۰۸

اگر رشد جمعیت را در هر ثانیه محاسبه کنیم، جمعیت در سال ۲۰۹۳ بیشتر می‌شود و به ۴۰/۷۹۹ میلیارد نفر نزدیک می‌گردد. برای دیدن علت این امر به مطلب زیر توجه می‌کنیم.

دنبالهٔ $a_n = (۱+\frac{۱}{n})^n$ ، $n = ۱,۲,۳,\ldots$ ، را در نظر بگیرید. جمله‌های این دنباله را برای مقادیر مختلف اعداد طبیعی n، محاسبه می‌کنیم:

n	a_n
۱	۲
۱۰	۲٫۵۹۳۷۴
۱۰۰	۲٫۷۰۴۸۱
۱۰۰۰	۲٫۷۱۶۹۲
۱۰۰۰۰	۲٫۷۱۸۲۷
۱۰۰۰۰۰۰	۲٫۷۱۸۲۸

با ادامهٔ این فرآیند، می‌توان حدس زد که مقادیر جمله‌های این دنباله مرتب به عدد... ۲٫۷۱۸۲۸۴۵۹ نزدیک و نزدیکتر می‌شوند. این عدد را e می‌نامیم. e عدد گنگی است که کشف آن به ریاضیدان بزرگ سوئیسی، **اویلر**، نسبت داده می‌شود.

می‌توان ثابت کرد که $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$ موجود است. [۶]

اکنون مجدداً به مدل جمعیت در مثال ۱ باز می‌گردیم و فرض می‌کنیم، میزان رشد جمعیت r باشد. جمعیت اولیه را با P_0 و جمعیت در t سال بعد از ۱۹۹۰ را با $P(t)$ نشان می دهیم. اگر رشد جمعیت را سال به سال محاسبه کنیم، آنگاه

$$P(1) = (1+r)\ P_0$$
$$P(2) = (1+r)^2\ P_0$$
$$\vdots$$
$$P(t) = (1+r)^t\ P_0$$

اگر جمعیت را در $\frac{1}{n}$ سال (مثلاً $\frac{1}{12}$ سال یعنی در یک ماه) محاسبه کنیم.

$$P(1) = (1+\frac{r}{n})^n P_0$$
$$P(2) = (1+\frac{r}{n})^{2n} P_0$$
$$\vdots$$
$$P(t) = (1+\frac{r}{n})^{tn} P_0$$

یعنی اگر رشد جمعیت را در $\frac{1}{n}$ سال حساب کنیم، جمعیت بعد از t سال به دو متغیر t (زمان) و n (تعداد تقسیمهای زمان) بستگی دارد. بنابراین آن را با $P_n(t)$ نشان می‌دهیم. به این ترتیب

$$P_n(t) = (1+\frac{r}{n})^{tn} P_0$$

حال اگر n را بزرگ و بزرگتر کنیم، یعنی محاسبه جمعیت را در مدت زمانهای کوتاه‌تر انجام دهیم، مدل ما به مدل واقعی جمعیت نزدیکتر می‌شود. یعنی اگر n را به بی‌نهایت میل دهیم. جمعیت در هر لحظه محاسبه می‌شود. این مدل را مدل پیوسته می‌نامیم. اگر مقدار جمعیت را در لحظهٔ t با $P(t)$ نشان دهیم، آنگاه

$$P(t) = \lim_{n\to\infty} P_n(t)$$
$$= \lim_{n\to\infty} (1+\frac{r}{n})^{nt} P_0$$

اگر قرار دهیم $x = \frac{n}{r}$، می‌دانیم که وقتی $n \to \infty$، x نیز به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین

$$P(t) = \lim_{x\to\infty} (1+\frac{1}{x})^{xrt} P_0$$
$$= \left[\lim_{x\to\infty} (1+\frac{1}{x})^x\right]^{rt} P_0$$

هر چند x در اینجا دیگر عدد طبیعی نیست اما می‌توان نشان داد که $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$. در نتیجه

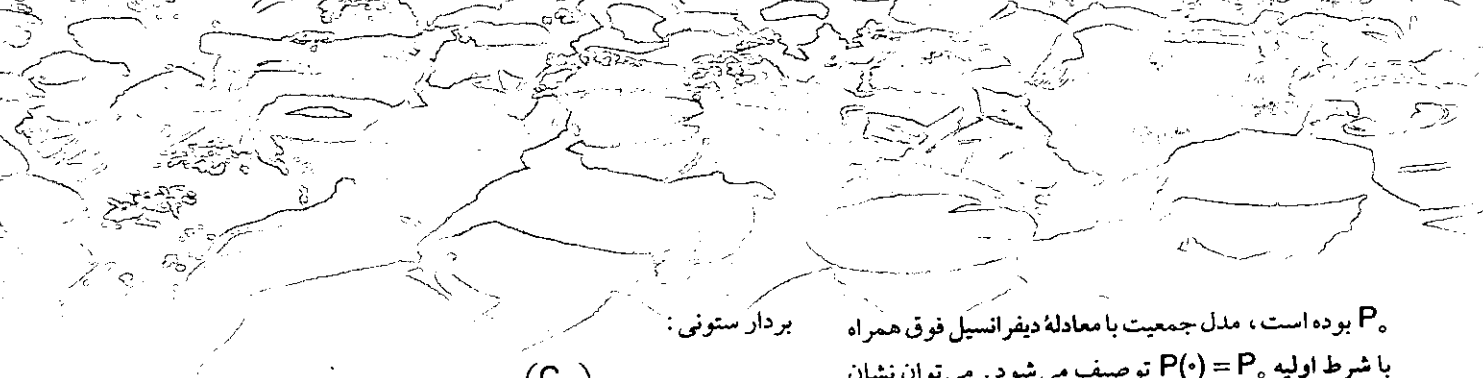
$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

در اینجا توجه می‌کنیم که t می‌تواند هر عدد حقیقی باشد. میزان رشد r هم می‌تواند منفی باشد، یعنی جمعیت، سرمایه و... می‌توانند با گذشت زمان رو به کاهش بروند. در حالتی که $r > 0$، مدل را مدل رشد و اگر $r < 0$، آن را مدل زوال می‌نامند. (برای اطلاعات بیشتر ر. ک. [۷])

اگر از $P(t) = P_0 e^{rt}$ نسبت به t مشتق بگیریم به دست می‌آوریم

$$\frac{dP}{dt}(t) = rP_0 e^{rt} = rP(t)$$

و چون مقدار جمعیت در $t = 0$ یعنی در ابتدا برابر با



P_0 بوده است، مدل جمعیت با معادلهٔ دیفرانسیل فوق همراه با شرط اولیه $P(0) = P_0$ توصیف می‌شود. می‌توان نشان داد که این معادلهٔ دیفرانسیل همراه با شرط اولیه فوق دارای جواب $P(t) = P_0 e^{rt}$ است. در واقع از معادلهٔ $\frac{dP}{dt} = rP(t)$ داریم.

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = rdt$$

و با انتگرال گیری از طرفین به دست می‌آوریم

$$\int_0^t \frac{dP(s)}{P(s)} ds = \int_0^t r ds$$

$$\ln P(t) - \ln P(0) = r(t-0) = rt \qquad \text{یا}$$

چون $P(0) = P_0$ پس $\ln(\frac{P(t)}{P_0}) = rt$. در نتیجه

$$P(t) = P_0 e^{rt}.$$

بنابراین می‌توان مسأله جمعیت را به صورت معادلهٔ دیفرانسیل بالا در نظر گرفت. در این نمایش آهنگ رشد جمعیت متناسب با مقدار جمعیت است:

$$\text{آهنگ رشد} = \frac{dP}{dt} = r \qquad (P: \text{جمعیت})$$

مدل دقیقتری از جمعیت وجود دارد که به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \frac{dP(t)}{dt} = rP(t)(40 - P(t)) \\ P(0) = P_0 \end{cases}$$

اکنون می‌خواهیم مدل جمعیت دو بعدی را بررسی کنیم.

مثال ۲: فرض کنیم جمعیت یک شهر و حومه‌اش روی هم یک میلیون نفر باشد. افراد را به شهرنشین و حومه‌نشین تقسیم می‌کنیم. می‌خواهیم تغییر جمعیت شهرنشین و حومه نشین را بررسی کنیم. فرض کنید

C_n = جمعیت شهرنشین بعد از n سال

S_n = جمعیت حومه‌نشین بعد از n سال.

توزیع جمعیت بین شهر و حومه را می‌توان به صورت بردار ستونی:

$$P_n = \begin{pmatrix} C_n \\ S_n \end{pmatrix}$$

نشان داد. فرض کنید در هر سال ۱۵٪ جمعیت شهر به حومه و ۱۰٪ جمعیت حومه به شهر مهاجرت می‌کنند. بنابراین:

$C_{n+1} = 0/85C_n + 0/10S_n$: جمعیت شهر در سال $n+1$

$S_{n+1} = 0/15C_n + 0/90S_n$: جمعیت حومه در سال $n+1$

با استفاده از نمایشی ماتریسی، این دو معادله را می‌توان به صورت

$$(1) \quad \begin{pmatrix} C_{n+1} \\ S_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0/85 & 0/10 \\ 0/15 & 0/90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_n \\ S_n \end{pmatrix}$$

نوشت. ماتریس 2×2،

$$A = \begin{pmatrix} 0/85 & 0/10 \\ 0/15 & 0/90 \end{pmatrix}$$

را ماتریس **تغییر وضعیت** می‌گوییم. معادلهٔ ماتریسی (۱) را به شکل خلاصه‌تر $P_{n+1} = AP_n$ می‌نویسیم. بنابراین

$$P_1 = AP_0$$

$$P_2 = AP_1 = A^2P_0$$

$$P_3 = AP_2 = A^3P_0$$

$$\vdots$$

$$(2) \quad P_n = A^nP_0 \qquad n = 1, 2, \cdots$$

معادلهٔ (۲) مشابه معادلهٔ مربوط به مدل یک بعدی جمعیت است، که به جای عدد $a = (1+r)$، ماتریس A قرار گرفته است.

حال فرض کنید جمعیت اولیهٔ شهر و حومه‌اش در هزار عبارت باشد از

$$C_0 = 700 \text{ و } S_0 = 300$$

می‌خواهیم بدانیم در درازمدت، توزیع جمعیت در شهر و حومه چگونه است. در سال اول داریم

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ S_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۸۵ & ۰/۱۰ \\ ۰/۱۵ & ۰/۹۰ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۷۰۰ \\ ۳۰۰ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۶۲۵ \\ ۳۷۵ \end{pmatrix},$$

و در سال دوم جمعیت شهر و حومه‌اش عبارت است از بردار

$$\begin{pmatrix} C_2 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۸۵ & ۰/۱۰ \\ ۰/۱۵ & ۰/۹۰ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۶۲۵ \\ ۳۷۵ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۵۶۸/۷۵ \\ ۴۳۱/۲۵ \end{pmatrix}$$

بنابراین در طی این دو سال جمعیت شهر کم و جمعیت حومه زیاد می‌شود. برای بررسی توزیع جمعیت در دراز مدت باید از رابطهٔ $P_n = A^n P_0$ کمک بگیریم؛ لذا باید رفتار ماتریس A^n (توان n ـام ماتریس A) را بررسی کنیم. یک راه مستقیم این کار، به دست آوردن توانهای n ـ ام ماتریس A است. مثلاً بعد از چند بار محاسبه متوجه می‌شویم که (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید.)

$$A^{10} = \begin{pmatrix} ۰/۴۳۴ & ۰/۳۷۷ \\ ۰/۵۶۶ & ۰/۶۲۳ \end{pmatrix}$$

$$A^{20} = \begin{pmatrix} ۰/۴۰۲ & ۰/۳۹۹ \\ ۰/۵۹۸ & ۰/۶۰۱ \end{pmatrix}$$

$$A^{40} = A^{50} = \begin{pmatrix} ۰/۴۰ & ۰/۴۰ \\ ۰/۶۰ & ۰/۶۰ \end{pmatrix}$$

بنابراین توانهای متوالی ماتریس A به ماتریس پایدار $\begin{pmatrix} ۰/۴۰ & ۰/۴۰ \\ ۰/۶۰ & ۰/۶۰ \end{pmatrix}$ میل می‌کند. پس برای $n \geq ۳۰$ داریم

$$\begin{pmatrix} C_n \\ S_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۴۰ & ۰/۴۰ \\ ۰/۶۰ & ۰/۶۰ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۷۰۰ \\ ۳۰۰ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۴۰۰ \\ ۶۰۰ \end{pmatrix}$$

همانطور که ملاحظه می‌کنید، در هریک از ماتریسهای بالا، مجموعه اعداد هر ستون برابر با یک است و درایه‌های هر ماتریس نامنفی هستند. چنین ماتریسی را یک ماتریس **تصادفی** یا **احتمالی** می‌گوییم. اکنون می‌توانیم، معادلهٔ (۱) را به صورت دیگری مطالعه کنیم. چون جمعیت شهر و حومه روی هم یک میلیون نفر است، پس $\frac{C_n}{۱۰۰۰}$ درصد جمعیت در شهر و $\frac{S_n}{۱۰۰۰}$ درصد جمعیت در حومه زندگی می‌کنند. اگر قرار دهیم $C'_n = \frac{C_n}{۱۰۰۰}$ و $S'_n = \frac{S_n}{۱۰۰۰}$ آنگاه $۰ \leq C'_n \leq ۱$ و $۰ \leq S'_n \leq ۱$، و $C'_n + S'_n = ۱$. بنابراین می‌توان S'_n و C'_n را به عنوان یک تخصیص احتمال برای فضای نمونه‌ای $\{C,S\}$ در نظر گرفت. [۵] یعنی C'_n احتمال این است که یک فرد از این جمعیت در سال n ـام در شهر زندگی کند و S'_n احتمال این است که یک فرد از این جمعیت در سال n ـام در حومه زندگی کند و احتمال زندگی در شهر و حومه در سال n ـام، بوسیلهٔ احتمال زندگی در شهر و حومه در سال ۱ـn ـام و به کمک رابطهٔ ماتریسی

$$\begin{pmatrix} C'_n \\ S'_n \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} C'_{n-1} \\ S'_{n-1} \end{pmatrix}$$

محاسبه می‌شوند. این رابطه را می‌توان با استفاده از **احتمال شرطی** و فرمول **احتمال کل** نیز محاسبه کرد. [۳]

در مثال ۲، $C'_0 = ۷۰$ و $S'_0 = ۳۰$ درصد. پس ۰/۷ جمعیت در ابتدا در شهر و ۰/۳ جمعیت در حومه زندگی می‌کنند. در نتیجه برای $n \geq ۳۰$

$$\begin{pmatrix} C'_n \\ S'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۴ & ۰/۴ \\ ۰/۶ & ۰/۶ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۰/۷ \\ ۰/۳ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۴ \\ ۰/۶ \end{pmatrix}$$

یعنی در این مسئله، در نهایت احتمال اینکه فردی از این جامعه در شهر ساکن باشد ۰/۴ و احتمال اینکه این فرد در حومه زندگی کند، ۰/۶ است. اکنون مثال مشابه دیگری مطرح می‌کنیم.

مثال ۳: فرض کنید احتمال اینکه فردا بارانی باشد یا

خیر به شرایط امروز بستگی دارد. یعنی به اینکه امروز باران می‌بارد یا نه. فرض کنیم احتمال اینکه فردا بارانی باشد به شرط بارانی بودن امروز مساوی ۰/۸۵ و احتمال اینکه فردا بارانی باشد به شرط بارانی نبودن امروز ۰/۱۰ باشد. می‌خواهیم احتمال بارانی بودن را بر حسب شرایط آب و هوایی امروز محاسبه کنیم.

فرض کنید p_0 احتمال بارانی بودن امروز و در نتیجه $q_0 = 1 - p_0$ احتمال بارانی نبودن امروز باشد. p_1 هم احتمال این باشد که فردا باران ببارد و $q_1 = 1 - p_1$ احتمال اینکه فردا باران نبارد.

در نتیجه بنابر فرمول احتمال کل

p_1 (احتمال اینکه فردا باران ببارد به شرط بارانی بودن امروز) = p_0 + q_0 (احتمال اینکه فردا باران ببارد به شرط بارانی نبودن امروز)

$$= ۰/۸۵p_0 + ۰/۱q_0$$

و به طریق مشابه به دست می‌آوریم

$$q_0 = (1 - ۰/۸۵)p_0 + (1 - ۰/۱)q_0$$
$$= ۰/۱۵p_0 + ۰/۹q_0$$

در نتیجه با نمادهای ماتریسی

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۸۵ & ۰/۱ \\ ۰/۱۵ & ۰/۹ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \end{pmatrix}$$

به کمک همان فرآیند مثال قبل احتمالهای بارانی بودن و بارانی نبودن در روز nـام از رابطهٔ

$$\begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} p_0 \\ q_0 \end{pmatrix}$$

به‌دست می‌آید و این دقیقاً همان مثال قبل است. پس احتمالهای بارانی بودن و بارانی نبودن روز nـام برای nهای خیلی بزرگ به ترتیب ۰/۴ و ۰/۶ است این مثال و مثال قبل نمونه‌هایی از زنجیر مارکف هستند. [۱] یک زنجیر مارکُف دنباله‌ای از وضعیتهایی است که نشان‌دهندهٔ حالتها یا وضعیتهای یک فرآیند در حال تغییر در زمانهای گسستهٔ از قبیل سال، ماه و روز هستند و وضعیت در هر زمان آینده، فقط به وضعیت در زمان حال بستگی دارد نه گذشته. از آنجا که این دنباله به نوعی پیاپی رخ دادن وضعیتهای آن فرآیند را نشان می‌دهد، آن را زنجیر می‌نامند.

اکنون مثال دیگری می‌زنیم که برعکس دو مثال بالا، درایه‌های ماتریس لزوماً اعداد نامنفی نیستند.

مثال ۴: جمعیتی از خرگوشها (R) و روباه‌ها (F) در یک جنگل را در نظر می‌گیریم که در ابتدا $F_0 = ۱۰۰$ و $R_0 = ۱۰۰$. فرض کنید بعد از n ماه تعداد روباه‌ها F_n و تعداد خرگوشها R_n باشد. بنابراین بردار جمعیت به صورت $P_n = \begin{pmatrix} F_n \\ R_n \end{pmatrix}$ است.

خرگوشها در جنگل گیاه می‌خورند، و روباه‌ها خرگوش. فرض کنیم تغییر وضعیت از یک حالت به حالت دیگر با معادلات زیر توضیح داده شوند:

$$F_{n+1} = ۰/۴F_n + ۰/۳R_n \qquad (۳)$$
$$R_{n+1} = -۰/۴F_n + ۱/۲R_n \qquad (۴)$$

معادلات (۳) و (۴) اساس یا مدل ریاضی برای تغییر جمعیت روباه و خرگوش در جنگل است. جملهٔ $۰/۴F_n$ در (۳) یعنی بدون وجود خرگوشها فقط ۰/۴ روباه‌ها می‌توانند ادامهٔ حیات دهند و جملهٔ $۰/۳R_n$ در همان معادله یعنی با توجه به موجود بودن غذا (خرگوش) جمعیت روباه‌ها رشد می‌کند. از طرف دیگر در معادلهٔ (۴) جملهٔ $۱/۲R_n$ یعنی اگر روباهی در کار نباشد، خرگوشها در هر ماه ۰/۲۰ رشد خواهند داشت که به دلیل وجود روباه $۰/۴F_n$ از این رشد کاسته می‌شود و این دلیل حضور جملهٔ $-۰/۴F_n$ است. اگر معادلات بالا را به شکل ماتریسی

$$\begin{pmatrix} F_{n+1} \\ R_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۴ & ۰/۳ \\ -۰/۴ & ۱/۲ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n \\ R_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} F_n \\ R_n \end{pmatrix}$$

بنویسیم، و توانهای ماتریس A را تا سه رقم اعشار حساب کنیم، داریم

$$A^{10} = \begin{pmatrix} -۰/۴۹۱ & ۰/۷۴۰۵ \\ -۰/۹۹۴ & ۱/۴۹۷ \end{pmatrix}$$

و

$$A^{20} = \begin{pmatrix} -۰/۵ & ۰/۷۵ \\ -۱/۰ & ۱/۵ \end{pmatrix}$$

و برای $n \geq ۲۰$ ، A^n ها همگی برابر $A^{۲۰}$ می‌شوند.
در نتیجه برای $n \geq ۲۰$

$$\begin{pmatrix} F_n \\ R_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -۰/۵ & ۰/۷۵ \\ -۱/۰ & ۱/۵ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ۱۰۰ \\ ۱۰۰ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۲۵ \\ ۵۰ \end{pmatrix}$$

بنابراین وقتی $n \to \infty$ جمعیت روباه و خرگوش به حالت تعادل ۲۵ روباه و ۵۰ خرگوش می‌رسد. در هر سه مثال بالا دیدیم که با بزرگ شدن n، توانهای n-ام ماتریس داده شده به سمت یک ماتریس ناصفر میل می‌کرد، ولی ممکن است در بعضی مدلها این توانها به ماتریسی که همهٔ درایه‌های آن صفر است میل کنند. یا اصلاً هیچ ماتریس حدی نداشته باشند. پس برای بررسی رفتار مدلهایی از این قبیل باید رفتار توانهای ماتریس ظاهر شده در آن مدل‌ها را وقتی توان خیلی بزرگ می‌شود، بررسی کنیم. یکی از روشهای جالب و متداول استفاده از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه است. [۲ و۴].

اگر بتوانیم ماتریس A را به صورت زیر تجزیه کنیم

$$A = PDP^{-1}$$

که در آن P یک ماتریس وارون‌پذیر و D یک ماتریس قطری است که درایه‌های روی قطر اصلی آن مقادیر ویژهٔ A هستند، مثلاً

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & O \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ O & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

در آن صورت به راحتی می‌توان توانهای A را به دست آورد. برای ماتریس قطری D، به ازای هر عدد طبیعی k داریم

$$D^k = \begin{pmatrix} \lambda_1^k & & O \\ & \lambda_1^k & \\ & & \ddots \\ O & & \lambda_1^k \end{pmatrix}$$

در نتیجه برای توانهای A

$$\begin{aligned} A^2 &= (PDP^{-1})(PDP^{-1}) \\ &= PD(P^{-1}P)DP^{-1} \\ &= PD^2P^{-1} \end{aligned}$$

و به همین نحو برای هر عدد طبیعی k

$$A^k = PD^kP^{-1}$$

پس برای محاسبهٔ توانهای ماتریس A با نمایش بالا کافی است ماتریس قطری نظیر آن (D) را به توان مورد نظر برسانیم و از چپ به راست در P و P^{-1} ضرب کنیم. ماتریسهایی که دارای تجزیه به صورت بالا باشند، ماتریس **قطری پذیر** نامیده می‌شوند.

اکنون فرض کنید

$$A = \begin{pmatrix} ۰/۸۵ & ۰/۱۰ \\ ۰/۱۵ & ۰/۹۰ \end{pmatrix}$$

می‌خواهیم به کمک روش بالا توانهای A را محاسبه کنیم. ابتدا ماتریس قطری D و ماتریس وارون‌پذیر P را به دست می‌آوریم. معادلهٔ مشخصه عبارت است از

$$\begin{vmatrix} ۰/۸۵ - \lambda & ۰/۱۰ \\ ۰/۱۵ & ۰/۹۰ - \lambda \end{vmatrix} = ۰$$

یکی از مقادیر ویژه $\lambda_1 = ۱$ و بردار ویژهٔ نظیر آن $v_1 = \begin{pmatrix} ۲ \\ ۳ \end{pmatrix}$ است. مقدار ویژهٔ دیگر $\lambda_2 = \frac{۳}{۴}$ و بردار ویژهٔ نظیر آن $v_2 = \begin{pmatrix} -۱ \\ ۱ \end{pmatrix}$ است. در نتیجه

$$D = \begin{pmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & \frac{۳}{۴} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & ۱ \end{pmatrix}$$ و

به کمک فرمول مربوط به وارون یک ماتریس ۲×۲، داریم

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

پس برای هر عدد طبیعی k

$$A^k = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (\frac{3}{4})^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

با حدگیری از k وقتی $k \to \infty$ به دست می‌آوریم

$$\lim_{k\to\infty} A^k = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0/4 & 0/4 \\ 0/6 & 0/6 \end{pmatrix}$$

این همان جوابی است که از طریق تجربی به دست آوردیم.

اکنون به مثال روباه و خرگوش برمی‌گردیم که در آن

$$A = \begin{pmatrix} 0/4 & 0/3 \\ -0/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$

این مثال را کمی کلی‌تر می‌کنیم و به جای بررسی رفتار A^k، رفتار توانهای ماتریس

$$B = \begin{pmatrix} 0/4 & 0/3 \\ -r & 1/2 \end{pmatrix}$$

را بررسی می‌کنیم که در آن r میزان شکار خرگوش توسط روباه است. معادلهٔ مشخص ماتریس B عبارت است از

$$(0/4 - \lambda)(1/2 - \lambda) + 0/3r = 0$$

که ریشه‌های آن عبارتند از:

$$\lambda = \frac{1}{10}(8 \pm \sqrt{16 - 30r})$$

می‌بینید که مقادیر ویژه برحسب میزان شکار (r) به دست می‌آیند. مثلاً اگر $r=0/4$ آنگاه $\lambda_1 = 1$ و $\lambda_2 = 0$ که همان مثال (۴) است. می‌توان ثابت کرد که با $r=0/4$

$$\lim_{k\to\infty} A^k = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

و لذا در دراز مدت یعنی برای n اندازه کافی بزرگ

$$P_n \doteq A^n P_0 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_0 \\ R_0 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

که در رابطهٔ فوق $\alpha = \frac{1}{4}(3R_0 - 2F_0)$. پس دو جمعیتِ خرگوش و روباه به یک حد پایدار و حالت همزیستی می‌رسند.

اگر $r=0/5$ آنگاه به راحتی دیده می‌شود که $\lambda_1 = 0/9$ و $\lambda_2 = 0/7$ پس

$$A^k = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} (0/9)^k & 0 \\ 0 & (0/7)^k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

پس در این حالت وقتی $k \to \infty$، $A^k \to \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

یعنی هم روباه و هم خرگوش در درازمدت از بین می‌روند. مسئلهٔ روباه و خرگوش در مثال ۴، مثالی از مسائل شکار و شکارچی است.

مراجع

[1] Ross. S. M. "Introduction to Probability Models" Second Edition, Acadamic Press. 1980

[۲] بیژن ظهوری زنگنه، روح‌الله جهانی‌پور، «جبر خطی» جزوه درسی ریاضی ۲، دانشگاه صنعتی شریف، تابستان ۱۳۷۳.

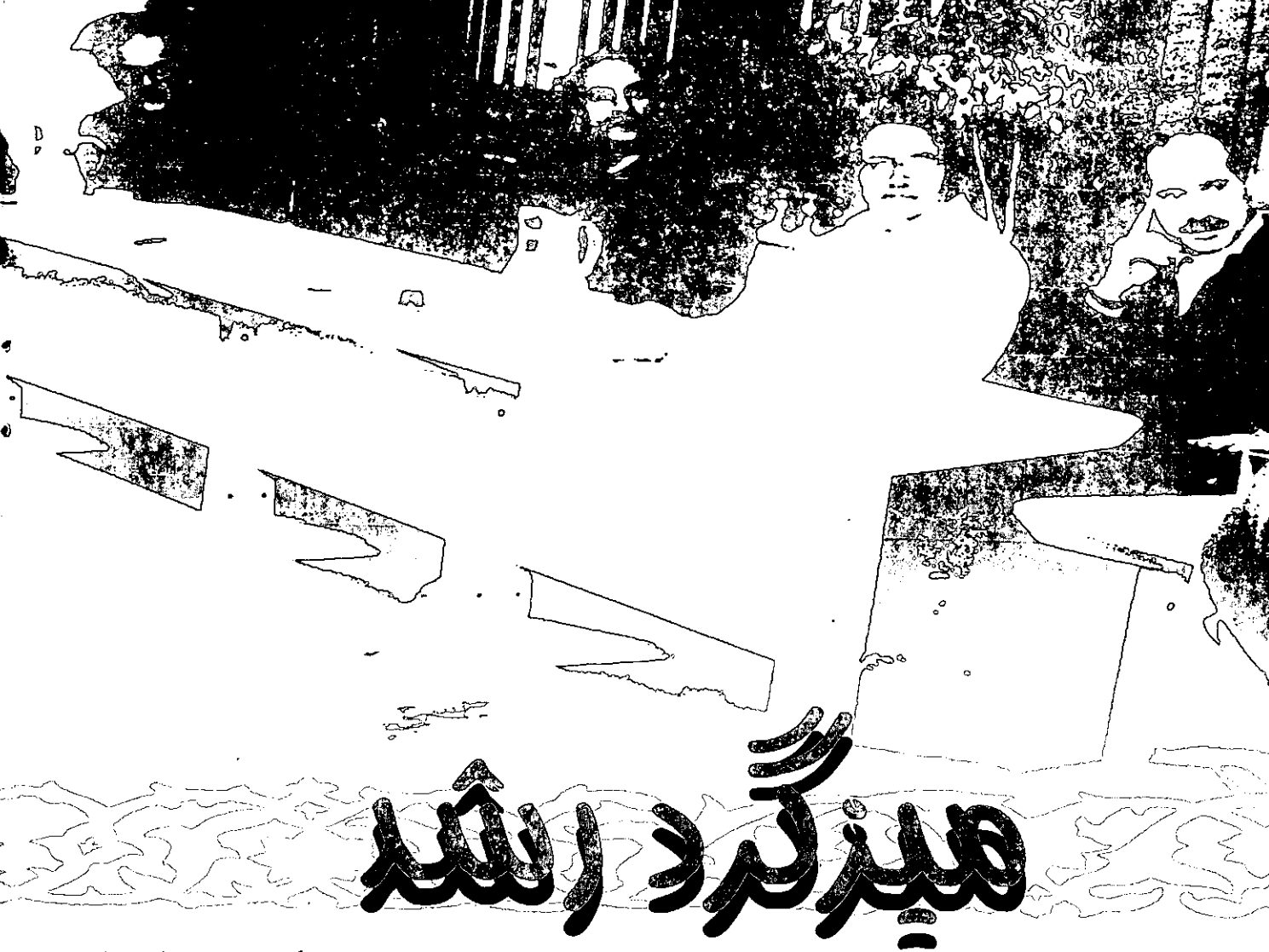
[۳] مهدی بهزاد، علی عمیدی، علی رجالی، عبادالله محمودیان، «ریاضیات گسسته»، دورهٔ پیش‌دانشگاهی نظام جدید، آموزش و پرورش.

[۴] یحیی تابش، جعفر نیوشا، «جبر خطی و هندسه تحلیلی»، دورهٔ پیش‌دانشگاهی نظام جدید، ریاضی فیزیک، آموزش و پرورش.

[۵] بیژن ظهوری زنگنه، زهرا گویا، یحیی تابش و یدالله ایلخانی پور، «جبر و احتمال» سال سوم ریاضی فیزیک، دوره نظام جدید آموزش متوسطه، آموزش و پرورش.

[۶] بیژن ظهوری زنگنه، «مدل جمعیت» گنجینه ویژه‌نامه ریاضی، شماره ۳۳، ۱۳۷۵، انتشارات فاطمی.

[۷] زهرا گویا، مریم گویا، بیژن ظهوری زنگنه، جواد حاجی بابائی، روح‌الله جهانی‌پور «ریاضی پایه» دوره پیش‌دانشگاهی انسانی، نظام جدید آموزش و پرورش.



میزگرد رشد

دریکی از جلسات هیأت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی پیشنهاد شد به مناسبت انتشار پنجاهمین شمارهٔ این مجله میزگردی با شرکت همهٔ سردبیران، اعضای هیأت های تحریریه و مدیران داخلی مجله که تا کنون در انتشار این مجله همکاری داشته اند بر پا شده و آنجا در مورد ضرورت پیدایش مجله، اهداف مجله و سیر تحول آن در چند سال گذشته و بالاخره خاطرات افراد در این موارد گفتگو شود.

پس از موافقت جناب آقای گلدانساز مدیرمسئول محترم مجله با این پیشنهاد، از کلیهٔ افراد مذکور جهت شرکت در میزگرد روز ۱۴ آبان ماه دعوت به عمل آمد، که البته عده ای از آنها به دلیل برخی مشکلات متأسفانه نتوانستند شرکت کنند. شرکت کنندگان در این جلسه عبارت بودند از آقایان: دکتر بابلیان، دکتر بیژن زاده، دکتر پاشا، حاجی بابایی، دارابی، دکتر ظهوری زنگنه، غیور، وحیدی، دکترمدقالچی، نصیری و خانم ها دکتر گویا و غلام آزاد.

حضور آقای غیور در این جلسه به عنوان یکی از پیشکسوتان آموزش هندسه در ایران که از اولین شمارهٔ مجله تا شمارهٔ ۳۰ همکاری بسیار فعالی داشتند، ارزشمند بود. ایشان علی رغم کسالتی که داشتند افتخار داده و در این جلسه شرکت کردند، لذا جا دارد در ابتدا از ایشان عمیقاً سپاسگزاری و تقدیر شود.

دکتر گویا: به‌نام خدا و باسلام خدمت شما بزرگواران. دریکی از جلسه‌های هیأت تحریریه پیشنهاد شد که به‌مناسبت انتشار پنجاهمین شماره نشریه رشدآموزش ریاضی، میزگردی باحضور تمام اعضای هیأت تحریریه‌و سردبیرهای قبلی مجلهٔ رشد داشته باشیم. ضمن استقبال از این پیشنهاد خیلی خوب، مزاحم دوستان شدیم که تشریف بیاورند تاساعتی در خدمتشان باشیم. به‌هرحال من فکر می‌کنم باتوجه به‌جریان پرتلاطم چاپ ونشر ایران، جشن گرفتن پنجاه شمارهٔ یک نشریه خیلی حائز اهمیت باشد و این‌جای خوشحالی و امیدواری است. انشاءالله این کار تداوم داشته باشد. مسؤولیتی که هرچند صباحی گردن یکی بوده، همینطور که همه شما درگیر آن بوده‌اید. به‌هرحال یک رسالت است که من فکر می‌کنم بخصوص باتوجه به کمبود نشریات آموزشی درجمع معلمها، دوام و بقا و استمرار رشدآموزش ریاضی خیلی اهمیت دارد و من هم امیدوارم که بتوانم این زحمات صادقانه و بی شائبه‌ای را که همهٔ شما کشیده‌اید به‌کمک هیأت تحریریهٔ جدید ادامه بدهیم و انشاالله صدمین شمارهٔ مجله یا شاید نیم‌قرن انتشار مجله را آیندگان ما جشن بگیرند. به‌هرحال ما دوست داشتیم که درخدمت شما باشیم و از تجربه‌های شیرین و تلخ شما استفاده کنیم. آنها را بشنویم و دراختیار خوانندگان مجله قرار بدهیم. چون فکر می‌کنم که خیلی وقتها داستانهای پشت صحنه

خیلی شنیدنی‌تر، آموزنده‌تر و پررمزورازتر از آن چیزی است که به‌صورت یک اثر درمجله چاپ می‌شود. یادم هست فیلم زیردرختان زیتون پشت صحنه را نشان می‌داد گاهی ممکن بود که چندبار تکرار یک صحنه به‌نظر کسالت‌بار بیاید امّا وقتی آدم فکر می‌کرد که برای تولید یک صحنهٔ پنج‌دقیقه‌ای پنجاه‌بار این قطع و وصل‌ها انجام می‌شد تااینکه ۵ دقیقه آفریده شود، آنوقت آدم شاید قدردانیش از تولید آن اثر هنری خیلی بیشتر بشود. دررابطه بامجله که یک تولید علمی هست، من فکر می‌کنم واقعیت این است که خیلی بیشتر از پشت صحنهٔ یک فیلم انرژی براست و تلاش لازم دارد. حالا در محاسبات مادی، معمولاً اثر ایجاد شده را محک می‌زنند. به‌هرحال اون فقط یک تشکر از صاحب اثر است نه‌اینکه بخاطر زحماتی که کشیده چون قدرمسلم این‌است که تایک مقاله، مقاله بشود بارها و بارها نوشتن و دوباره‌نوشتن و خواندن و تصحیح کردن و به‌نقدگذاشتن و بالا و پایین شدنهای روحی و جسمی مؤلف را دارد تااینکه یک اثر ایجاد شود. حالا اگر اجازه بدهید، من فکر می‌کنم به‌جای‌اینکه مشخص کنیم از چه‌کسی شروع کنیم، هرکدام از دوستان عزیز که آمادگی دارند شروع کنند. پای صحبتهایشان ـ شاید نگوئیم درددلهایشان ـ ولی به‌هرحال تجربیاتی را بشنویم و انشاالله برای خوانندگان مجله آموزنده باشد که حتماً هست. ولی قدرمسلم اینکه برای ما به‌عنوان هیأت تحریریه و ادامه‌دهندگان راه قطعاً بسیار مفید خواهد بود. حالا هرکس که لطف می‌کند شروع کند.

دکتر وحیدی: وقتی که مجله از طرف آموزش‌وپرورش راه‌اندازی و تأسیس شد، مسؤلیت مجله به‌آقای دکتر جمالی پیشنهاد شده بود. ایشان آمدند بامن صحبت کردند که چنین کاری پیشنهاد شده و اگر شما می‌پذیرید به‌اتفاق این کار را قبول کنیم و پیش برویم. خوب طبعاً کاری بود که از هرنظر مورد استقبال قرار می‌گرفت دلمان می‌خواست که تلاشی دراین زمینه بکنیم بخصوص به‌علت خالی بودن جای چنین مجله‌ای، آن پیشنهاد را پذیرفتیم. ولی خوب هرچیز جدیدی بالاخره مدتی طول می‌کشد جا بیفتد و مدتی برای اینکار طول کشید. بعد مجلهٔ شماره‌۱ و ۲ درآمد. اتفاقاً من قبل‌از اینکه بیایم باآقای دکتر لآلی همکار دیگرمان صحبت کـــــــــردیـــــــــم.

[آقای دکتر لآلی کتباً دعوت شده بودند که درمیزگرد شرکت کنند امّا درمیزگرد حضور نداشتند] ایشان جزو اولین کسانی بودند که درهیأت تحریریه اولیه حضور داشتند. البته خوب آقای دارابی هم جزو اولین کسانی بودند که درهیأت تحریریه حضور داشتند. ما از همکاریها و زحماتی که همه می‌کشیدند استفاده می‌کردیم. اگر خاطرتون باشد، ما واقعاً برای اینکه مجله را، هم درجامعه و هم درخود آموزش وپرورش یک

مقدار جلو ببریم، مجله را زیربغل می‌زدیم می‌رفتیم دانشگاه یا جلو دانشگاه تهران و به‌کتابفروشیها می‌دادیم و خلاصه مجله راه‌افتاد و البته اینجور تلقی بکنیم که مجله از همان شمارهٔ ۱ تاشماره ۵۰ که به‌میمنت و مبارکی منتشر می‌شود واقعاً سیر صعودی داشته است. دراین تردیدی نیست. طبعاً تجارب گذشته به‌صورت تجمعی درشماره‌های جدید ظاهر می‌شد. اما بااین حال، انتظار همین بود که واقعاً از ابتدا باهیأت تحریریه به‌گونه‌ای عمل می‌شد که اگر هم هیأت تحریریه یا هرکدام از اعضا به‌هر دلیلی نمی‌توانستند مشارکت داشته باشند حداقل باارسال یک شماره و درواقع عضو افتخاری کردن آنها، این ارتباط (آبونمان) قطع نمی‌شد. همانطور که خودتون فرمودید، واقعاً هیچ‌کس دراین مسائل چشم‌داشت مادی ندارد، امّا بااین کار [ارسال مجله] احترامی به‌کار آنها گذاشته می‌شد.

بنابراین، اولویت اول این است که تجارب افراد واقعاً همواره مورد استفادهٔ خوانندگان قرار بگیرد. من فکر کنم به‌طریقی می‌شد این ارتباطات را حفظ کرد و می‌خواهم بگویم که اولین خاطرهٔ تلخ یا اولین مسأله‌ای که این مجله درواقع داشته، این است که نتوانسته ارتباطات را بااعضای هیأت تحریریهٔ قبلی و سردبیران قبلی حفظ کند.

دکتر بیژن زاده: بنده به‌نوبهٔ خودم تشکر می‌کنم از کسانی که به‌هرحال تمهیدات این جمع و این گردهمایی کوچک را فراهم کردند، بخصوص خانم دکتر گویا سردبیر محترم مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. آنچه که خاطر بنده هست آن است که بعداز پیروزی انقلاب اسلامی، گرایش به‌رشتهٔ ریاضی درآن سالهای نخست به‌شدت نزول کرد و درجلسه‌ای که آقای دکتر حدادعادل دعوت کرده بودند، از چندین دانشگاه، از مسؤولین مختلف و یکی دونفر هم از معلمان وزارت آموزش و پرورش بودند و برسر اینکه چکار باید کرد تااین آمار خیلی نازل گرایش به‌رشتهٔ ریاضی فیزیک ترمیم بشود و این رشته جایگاه خودش را پیدا بکند بحث شد. خاطرم هست اگر اشتباه نکنم حدود ۶٪ فارغ‌التحصیلان جذب رشتهٔ ریاضی فیزیک می‌شدند و باقی آنها عمدتاً به‌رشته‌های علوم‌انسانی میرفتند و بحثهای زیادی شد یکی از چاره‌گشاییها و راهکارهایی که پیشنهاد شد [برگزاری] مسابقات ریاضی بود تاتشویقهایی به‌نوعی انجام بشود و فهرستی از [پیشنهادها] ارائه شد که یکی از آنها هم درواقع تشکیل و راه‌اندازی یک مجله تحت‌عنوان مجلهٔ رشد آموزش ریاضی بود. باتوجه به‌جوّ آن زمان که کمتر نهادخصوصی یا ارگان غیردولتی می‌توانست چنین مجله‌ای را راه‌اندازی بکند، پیشنهاد شد که خود وزارت آموزش و پرورش چنین مجله‌ای را راه بیندازد که این مجله می‌توانست درآشنایی بیشتر محصلان و تقویت بیشتر علاقمندان به‌رشتهٔ ریاضی مؤثر باشد و درنتیجه آمار گرایش به‌رشته را [که یکی از هدفها بود] بالا ببرد. چندسال طول کشید تااینکه تمهیدات کار فراهم شد و همانطور که همکار محترممان آقای دکتر وحیدی اشاره کردند، چون کار خیلی نوئی بود، قطعاً ارادهٔ وافری را می‌طلبید و یک نوع ایثار و یک نوع از خودگذشتگی را واقعاً طلب می‌کرد. چون وقتی چیزی وجود اداری نداشته باشد جاانداختنش دریک سازمان و یک ساختار اداری مقداری زحمت بیشتر از حدّ را می‌طلبد. اگر اشتباه نکنم، سالهای نخستی که مجله راه‌اندازی شد، دیگر من در ایران نبودم. باید سالهای ۶۲ یا ۶۳ باشد [که من برای فرصت مطالعاتی رفته بودم] آقای دکتر لآلی را من بعداً می‌دیدم باانبوهی از مجله زیربغلش گاهی هم در خود دانشگاه تربیت معلّم دونه‌دونه اینها را می‌فروخت و سعی می‌کردند هم به‌عنوان یک عضو هیأت تحریریه، هم نویسنده و هم‌فروشنده باشند، یعنی دریک زمان سه‌تانقش را داشته باشند و برای ما این خیلی پدیدهٔ جالبی بود. البته خود وجود چنین گردهمایی‌ای که امروز خدمت خواهران و برادران هستیم و بعضی دیدارها بعداز چندسالی، و به‌هرحال وجود چنین جلساتی، بیشتر از تلخیها جنبهٔ شیرین قضیه است. بخصوص استاد عزیزمان آقای غیور هم که تشریف آوردند، شیرینی را واقعاً بیشتر کردند. ما به‌هرحال مدیون ایشان هستیم به‌خصوص به‌لحاظ استفاده‌ای که درکلاسهای درس ایشان هم درسالهای دانشجویی و هم درهیأت تحریریه واقعاً وجود ذی‌قیمتی داشتند که تقریباً می‌شد گفت آن زمانها، تمام مسائل هندسه را ما همیشه به‌ایشان محوّل می‌کردیم و هر نوع سؤال و هر نوع پرسش و هر نوع ایده‌ای که درهندسه طرح می‌شد، ایشان باهمان سعهٔ صدر و بینش عمیق و تسلطی که به‌موضوع داشتند، باخلوص و تمام آنچه که لازمهٔ یک افتادگی خاص یک معلم و یک استاد است درایشان نمایان بود [جواب می‌دادند] و مرتب می‌نوشتند. من خاطرم هست خیلی متین و باحوصله جواب می‌دادند به‌هرحال نکته‌ای که من می‌خواستم اینجا یادآوری کنم [این است که] ما درگذشته‌های دور، مکانها و تجمّعها و محافل و حوزه‌های علمیهٔ خیلی پرباری داشتیم، ولی آنچه که کمتر در کشور ما رواج داشته است. استمرار این فعالیتهای علمی و این مراکز علمی بوده است. یکی از ضعفهایی که برای کشورهای شرقی به‌خصوص کشور ما حائز اهمیت هستند این است که فعالیتهای علمی به‌صورت به‌اصطلاح مدرسه‌ای و آکادمیک استمرار نداشته است. زمانی به‌اوج می‌رسیده ولی بارفتن یک فرد یا گروهی درزمانهای خیلی طویلی، فعالیت متوقف شده و چه بسا تعطیلیِ چندین ساله و یاحتی یک‌قرنی را به‌دنبال داشته است. درحالی‌که درکشورهای مغرب‌زمین، اینجوری نبوده است. وقتی یک فعالیت علمی شروع می‌شده، این فعالیت آنچنان وابستهٔ افراد نبوده که بارفتن آنها به‌تعطیلی کشیده بشود. دراین چندسال اخیر، الحمدالله به‌این امر، یک مقدار بیشتر توجه شده و همین جلسه هم نشانگر این است. فعالیت‌های علمی بیشتر ازهرچیزی استمرار را می‌طلبد. به‌نظر من، استعدادها واقعاً درکشور، وجود دارند ولی اگر این سیستم استمرار جانیفتد، خوب افراد نسبت به‌هم بیگانه می‌شوند و این فعالیتها به‌اصطلاح، روی هم انباشته نمی‌شود که بتواند شکوفایی در جامعهٔ

خودش را در واقع نشان بدهد. علم را همانطور که می‌دانید، هر کس آمده یک ذره به آن اضافه کرده است و الان آنچه که در واقع علوم بشری نام دارد، ثمرهٔ فقط تعداد اندکی دانشمند ریاضی و یا فیزیک و یا شیمی نیست. هر کس آمده سهمی داشته و آنچه که نمایان است، استمرار این سهم‌ها است. این فعالیتها هست که تقریباً در هیچ برهه‌ای از تاریخ حتی در جنگهای اروپا هم فعالیتهای علمی تا آنجا که تاریخ، نشان میدهد خاتمه پیدا نکرده و انقطاع پیدا نکرده است. ما هم بیشتر از هرچیزی نیازمند چنین استمراری هستیم.

اینکه آدم بشنود که مجله استمرار دارد باز هم جای خوشحالی است. امیدواریم همینطور که خانم دکتر گویا گفتند، روزی آیندگان صدمین شماره یا پنجاهمین سال مجله را جشن بگیرند، دورهم باشند و به یاد بنیانگذارانش، حداقل به‌صورت اسمی واقعاً خاطرهٔ آنها را گرامی بدارند و خودشان در واقع متولّی این فعالیتها بشوند. من به‌سهم خودم به‌هر حال تشکر می‌کنم. اگر این [مجله] راه‌اندازی نمی‌شد چه بسا ما خوب آنطوری هم که باید در عالم نوشتن مطلب ریاضی و نویسندگی ریاضی، آنطوری هم که باید، خود ما هم آن تجربه را پیدا نمی‌کردیم. الان تجربه‌ای که همهٔ ما پیدا کردیم، واقعاً مدیون کسانی است که اولین بار این ایده به‌ذهنشون خطور کرد و کسانی که زحمات سالهای اولیه را کشیدند تا اینکه مجله عمومیت پیدا بکند و خودش را نشان بدهد.

دکتر مدقالچی: به‌ مناسبتهای مختلف، من از مسؤلین آموزش و پرورش همیشه تقاضا داشتم که این ارتباط را حفظ کنند و در جلسات عمومی، همهٔ آن افرادی که قبلاً با مجله همکاری داشتند اعم از سردبیر و اعضای هیأت تحریریه جمع بشوند و همین بحثهای به‌اصطلاح محاوره‌ای یا دردِدل یا تبادل تجربیات بشود که خوب برای روند کار خوب است. به‌هر حال، تشکر می‌کنیم از خانم دکتر گویا که بالاخره این کار را عملی کردند و امروز این جلسه تشکیل شد. همین جوری که اشاره شد، من خودم از شماره ۲ به‌مجله پیوستم. دو بار هم سردبیر بودم، بعد از آقای دکتر وحیدی و یکبار هم بعد از آقای دکتر بیژن‌زاده. واقعاً مسائل گوناگونی بر مجله گذشته که هرکدام از آنها را ما نگاه کنیم به‌عنوان تجربه شاید کمک بکند که سرنوشتی که مجلات دیگر به آن دچار شدند دیگر این مجله انشاالله به‌آنها دچار نشود. با اهدافی، مجله در شمارهٔ اول شروع به‌کار کرد در واقع، به‌عنوان سیر آموزش ریاضی در ایران و این که ما به‌چه‌نحوی بتوانیم مسائلی که مطرح کردند، بویژه مسألهٔ افت که خیلی گریبانگیر شده بود را حل کنیم: مقاله‌ای هم دریکی از شماره‌ها چاپ شد. نتیجهٔ بررسیهایی که در مورد افت ریاضی و عدم استقبال دانش‌آموزان از رشته‌ریاضی و فیزیک انجام شد، بالاخره منجر شد که مجله‌ای با این اهداف اولیه منتشر بشود. منتها همیشه من وقتی که در هیأت تحریریه یا سردبیر بودم، به‌این نکته اشاره داشتم که درست است اینها اهداف اولیه هستند، ولی در واقع وحی مُنزل نیستند و با پیشرفت ریاضی در داخل و در جهان و تغییر شیوه‌های آموزش ریاضی، این اهداف هم متحول می‌شوند، خوب، تحولات بعدی شامل خود این اهداف هم خواهد شد. این است که در این مدت، همین جوری که همکاران اشاره کردند، خوب آقای دکتر جمالی به‌عنوان اولین سردبیر اینکار را شروع کردند که باید به‌هر حال ذکر و خیری بشود از نام ایشان. کوشش و کار خیلی سختی بود. تولید، مشکلاتی داشت و توزیع مشکلات بیشتر از تولید داشت. بعد آقای دکتر وحیدی که خوب از شمارهٔ اول بودند، کمک کردند به‌عنوان سردبیر. باز همان مشکلات بود. مخصوصاً در مورد توزیع یعنی یکی از مشکلاتی که همیشه در جلسات مطرح بود، مشکل توزیع بود که گاهی بیشتر از حتی تولید بود و اینها نوبتی بود! در واقع، وقتی تولید درست می‌شد، توزیع مشکل می‌شد. توزیع درست می‌شد، در تولید مشکل پیش می‌آمد! منظورم از تولید مقالات و اینها نیست. کلاً بخش به‌اصطلاح فنّی تولید منظورم است. به‌هر حال به‌حمدالله مجله راه افتاد و یک زمانی این تیراژ خیلی بالا بود. به‌جاهایی رسید که افواهی گفته می‌شد تا سی‌هزار نسخه منتشر می‌شود. حالا صحّتش را دقیقاً نمی‌دانم، ولی این حرفها گفته می‌شد و روی فشاری هم که هیأت تحریریه می‌آورد، یک مقدار روی توزیع هم به‌هر حال اثر می‌گذاشت. ما در مقالات علمی هم یک تقسیم‌بندی داشتیم که من یک مقدار هم می‌خواهم وارد این بحث بشوم. ما در مجله، بخش مثلاً تاریخ ریاضی داشتیم که دکتر وحیدی آن راتهیه می‌کردند. یک بخش اخبار داشتیم که توسط گروه‌ریاضی داده می‌شد. بخش مسائل بود که مسائل مختلفی از المپیادها و مدارس و مسابقات و بعداً هم که مسائل دیگری اضافه شده بود. بخش مسائل دانش‌آموزی که بیشتر آقای دارابی بودند و آقای نصیری. البته بیشتر بخش مسائل را که ۲۰ تا مسأله منتشر می‌شد، زحمتش را آنها می‌کشیدند و یک بخش درسهای هندسه داشتیم که حاصل تجربیات جناب غیور بود و پیشنهاد مشخصی هم البته من حالا دارم که مطرح می‌کنم. اگر واقعاً دفتر بتواند کمک کند ما این مباحث را استخراج بکنیم و به‌صورت کتابی دربیاوریم. خیلی این بحث مطرح شد که هیچ‌کدام متأسفانه منتج به‌نتیجه نشد. الان یک سری بحثهای تاریخ ریاضی در مجله هست و نویسندهٔ آنها هم آقای دکتر وحیدی هستند. این کار می‌تواند به‌عنوان مجموعه‌ای از دفتر منتشر شود. حالا می‌توانند با ایشان توافق کنند. درسهای هندسه متعلّق به‌جناب غیور که شروع کردند حاصل تجربیات ایشان هست. یک بخش آموزش ریاضی هست که مباحثی دارد. اینها مطالبی هست که من فعلاً راجع به شماره‌های گذشته دارم صحبت می‌کنم.

... علت اینکه شاید آن مشکلات پیش آمد و ممکن است باز هم پیش بیاید، همین مباحثی بود که دکتر بیژن‌زاده مطرح کردند. هنوز هم که هنوز است، ما به‌صورت یک نهاد مجله را نتوانستیم دربیاوریم که جایگاه و پایگاهی داشته باشد و بدانند که اینجا دفتر مجلهٔ رشد آموزش ریاضی است. بقیهٔ چیزها به‌هر حال موقتی یا قراردادی

است اعم از عضو هیأت تحریریه شدن یا سردبیر شدن یا همهٔ این چیزهایی که هست. ولی اگر به صورت نهادی مورد قبول وزارت آموزش و پرورش دربیاید و مشخص بشود، آنموقع می‌شود در داخل این نهاد به‌هرحال یک سری از اصولی را وضع کرد که این اصول باعث بشود روند کار به‌صورت بهتری درآید. ماالان مثلاً تجربهٔ مجلهٔ یکان را داریم. خوب واقعاً الان این مجله را در کجا داریم؟ من به آقای دکتر بیژن‌زاده می‌گفتم که ما بیاییم مثلاً طرحی شروع بکنیم و راجع به آن هم توی هیأت تحریریه بحث شد. راجع به تاریخ ریاضی در ۲۰۰ سال، درصد سال گذشته تحقیق بکنیم، ببینیم درجامعهٔ ما، درصد سال گذشته درکجا بودیم الان کجا هستیم. اعم از آموزش ریاضی یا در ریاضیات دانشگاهی، به‌هرحال اسنادش هست. ما باید برویم مثلاً در خونهٔ یکی روبزنیم بگوئیم آقا کدوم شماره‌های یکان را شما دارید!؟ یا این روند کار چه‌جوری بوده؟ الان ببینید چندین مجلهٔ دیگر هم جنبی منتشر می‌شود، ولی هیچ‌کدام نهادینه نشده‌اند چند شماره‌ای منتشر می‌شود و بعد هم منقرض می‌شوند. حالا انشاالله که این مجله پابرجا بماند و این ارتباطات حفظ بشود شاید یک پیشنهادم این باشد که همیشه علاوه‌بر هیأت تحریریه، افرادی که از سابق بودند، به‌عنوان مشاوران این مجله مثلاً اسامی آنها پشت صفحه نوشته بشود، چون مسائل مادی که الحمدالله مطرح نیست یه مشکلی که الان پیش اومده مسأله توزیع است. سابقاً باز یکخورده روند بهتر شده بود، توزیع مستقیم هم داشتیم. این توزیع مستقیم باعث می‌شد که مجله مستقیماً به‌دست دبیرها می‌رسید و ارتباط داشتند. شاید مثلاً در جلسات آقای دکتر بیژن‌زاده یادکتر وحیدی یا بقیهٔ اعضا یادشان باشد همیشه که تعداد زیادی نامه داشتیم از خوانندگان، الان نداریم، و معنایش این است که این ارتباطات قطع شده، یعنی توزیع، توزیع خوبی نیست، برای این هم باید فکری

بشود که این ارتباطات اگر از بین برود، مجله جایگاهی که شایسته است را پیدا نمی‌کند. جا دارد از تمام اعضای هیأت تحریریه تشکر و قدردانی بشود همه را خانم دکتر زحمت کشیدند دعوت کردند. آقای دکتر جمالی، آقای دکتر خسروی، آقای دکتر ذاکری، آقای دکتر لآلی، آقای غیور، آقای دکتر وحیدی، آقای نصیری، آقای دارابی و بقیه هم آقای دکتر بیژن‌زاده و آقای بصام‌تبار و آقای جلیلی به‌عنوان مدیران داخلی.

آقای دارابی: من فقط می‌خواستم تشکر کنم از خانم دکتر گویا که من را دعوت کردند به‌این جلسه من از شمارهٔ ۸ به‌مجله آمده بودم و خوشحالم که این مجله هنوز انتشارش تداوم دارد و صرفاً آمدن من به‌این خاطر است که خوشحالم مجلهٔ ما دارد رشد می‌کند و دیدن دوستان برای من در اینجا بسیار مغتنم است.

آقای نصیری: برای من واقعاً خوشحال‌کننده بود که فقط بیایم و دوستان را بیشتر از همه ببینم، مخصوصاً جناب‌آقای غیور را که چندمدتی بود دنبالشان بودم و خوشبختانه اینجا پیداشان کردم. بالاخره واقعاً خیلی خوشحالم. بنده هم مثل آقای دارابی از شمارهٔ ۸ رشد ریاضی همکاریم را با این مجله شروع کردم و واقعاً خیلی عشق و علاقه داشتم. شاید صبحهای سه‌شنبه که ما جلسه داشتیم آنقدر شور و شوق داشتم که بیاییم واقعاً در این جلسهٔ مجله، خوب ببینم چه صحبتی می‌شود، راجع به مسائل علمی چه بحث می‌شود. بارها ۲، ۳ و ۴ ساعت استفاده می‌کردیم از استادان عزیز. واقعاً خوشحال بودیم. وقتی هر صبح سه‌شنبه آقای غیور را می‌دیدم، راجع به‌مطالب هندسه با هم صحبت می‌کردیم و برای من واقعاً خیلی خاطره‌های جالبی دارد. در این مدتی که بنده خدمتگزار این مجله بودم و همکاری می‌کردم، بیشتر همکاریم هم در زمینهٔ مقالات بود و هم مسائل هردو. گاهی مقالاتی از خودمان یا ترجمه در مجلهٔ چاپ می‌کردیم مسائلی که منتشر می‌شد و حتی مسائلی که بیشتر مال المپیاد بود شاید بیشتر برعهدهٔ اینجانب بود.

من وقتی مجله را می‌بینم، مثل بچه‌ها به‌شماره‌هایش عشق می‌ورزم. شماره‌هایی که بوده و الان هم منتظرم. یعنی هروقت اولین شمارهٔ مجله بیرون بیاید، منتظرم ببینم خوب چی داره دراین مجله چی‌نوشته شده. یعنی با ولع تمام دوست دارم ببینم. خوشحالم البته از این که مجله ادامه دارد و دوستان همکاری می‌کنند. آقای دکتر مدقالچی فرمودند اگر این مجله واقعاً به‌صورت نهادی ارائه بشود، یک طوری بشود که مثلاً من هم الان اگر جزو هیأت تحریریه نیستم دوست داشته باشم و علاقه پیدا کنم اگر مقالهٔ خوبی یا

مسأله قشنگی به‌نظرم رسید یادیدم واقعاً بتوانم بدهم به‌مجله یاآقای دارابی یا جناب آقای غیور و هرکسی که قبلاً هم تلاش می‌کرده و زحمت می‌کشیده. من خودم اون موقع که بودم همیشه به‌همکاران توصیه می‌کردم، همیشه می‌گفتم، منتها گاهی تأسف می‌خوردم مثلاً وقتی در جمعی چون من اختلاطم بادبیران خیلی بیشتر بوده و درجمع دبیران خیلی زیاد بودم، دیدم خیلی بی‌تفاوت هستند و هیچ عشق و علاقه‌ای نشان نمی‌دهند. من آنقدر دارم تلاش می‌کنم که مجله اینطوری بشود اونطوری بشود واقعاً استقبالی نمی‌شود. اگر مجله بتواند جایگاهی را بین دبیران باز کند، من فکر می‌کنم خیلی جالب است. این مسأله به‌این برمی‌گردد که باید خط مجله مشخص باشد که این مجله مال دانش‌آموز است؟ مال دبیر است؟ مال کیست؟ واقعاً آن‌موقع ما بحث می‌کردیم. البته دفاعی از شماره‌های قبلی نمی‌کنم شاید شماره‌های آن موقع هم واقعاً اشکال داشت. بارها مقاله‌هایی بود که فکر می‌کنم این مقاله‌ها رو هیچ‌دبیری واقعاً استفاده نمی‌کند، این مقاله نباید چاپ بشود. خودم مقاومت می‌کردم روی این مسئله که چیزی بنویسید که واقعاً به‌درد دانش‌آموز یا دبیری که می‌خواهد سرکلاس برود بخورد. گاهی مقالاتی چاپ می‌شد که دانشجوی سال ۲ دانشگاه هم نمی‌توانست واقعاً استفاده کند، آنموقع هم انتقاد داشتیم. این یکی دو شمارهٔ جدید را که دیدم، گفتم بلکه انشاالله ما که نتوانستیم، شاید همکاران عزیز واقعاً این مشکل را حل کنند. بازهم مجله روی یک روند دیگری افتاده است. ولی شاید دریک کنفرانس، درکرمانشاه و دراصفهان بودیم، دبیران صحبت می‌کردند. اونموقع هم شاید عشق و علاقه‌ای به‌ریاضی نداشتند، ولی حالا هم خیلی عشق و علاقه نشون نمی‌دهند، و شاید مثلاً مقالات توصیفی که درمجله نوشته می‌شود، دبیران را جذب نمی‌کند و دوست هم ندارند این جور مقالات را. باید مقالات توصیفیِ خیلی خوبی درمجله نوشته بشود که بتواند روش ارائه بدهد درتدریس هر درسی. حالا مثلاً همین کتابهای درسی واقعاً خیلی جالبه. من بامجلات خارجی خیلی ارتباط داشتم، الان هم خیلی ارتباط دارم. تمام مجلات انجمن ریاضی آمریکا برایم می‌آید و می‌بینم خیلی خطهای قشنگی دارد، مثلاً نوشته این مسأله مال کی است، اون مسأله مال کجا؟ معلومه که یک گروه ۶۰-۵۰ نفری بااین مجله همکاری می‌کنند و مطلب می‌فرستند. خیلی خوشحالم که دعوت شدم و دوستان را دیدم. این مجله تنها امید دربین دبیران است، برای اینکه مجلاتی که در دانشگاه منتشر می‌شوند خوب مجلات توصیفی هستند. مثلاً نشر دانشگاهی، یک دبیر واقعاً هیچ استفاده‌ای از آنها نمی‌تواند بکند. یعنی تنها مجله‌ای که بتواند واقعاً رسالت خوبی برای پیشبرد ریاضی کشور انجام بدهد من فکر می‌کنم بازهم مجلهٔ رشدآموزش ریاضی باشد. باید این مجله را واقعاً تقویت کنیم و بگذاریم مجله راهش را به‌شکل خیلی خوبی ادامه بدهد. تقاضا دارم تعداد شماره‌ها را زیاد کنید. سعی کنیم درسال ۵، ۶ شماره منتشر کنیم حالا از همین افراد کمک بگیرند.

دکتر بیژن زاده: باعنایت به‌روندی که درآموزش به‌طور کلّی و درآموزش ریاضی به‌طور خاص در دنیا مطرح است و گهگاه دربعضی محافل دانشگاهی و غیردانشگاهی دراین کشور هم زمزمه‌اش شد، همانطور که همگی بخصوص همکارگرامی خانم‌دکتر گویا مستحضر هستید، آموزش جایگاه خودش را به‌لحاظ لغوی به‌یادگیری داده است و لذا من شخصاً پیشنهاد می‌کنم اگر هیأت تحریریهٔ این مجله پذیرفت و بحث کرد، عنوان مجله را از رشدآموزش ریاضی به‌رشد یادگیری ریاضی تغییر بدهند البته ممکن است اشکال کنید که عنوان خیلی چیزی را حل نمی‌کند ولی حداقل توجه نمادینی است که هیأت محترم تحریریه مجله به‌این نکته داشته باشند شاید مسئولین را بیشتر به‌تفکر و واکنش وادارد یاخودش بحثهایی را بتواند برانگیزد. یادگیری خودتان بهتر می‌دانید مقامش خیلی بالاتر و والاتر از آموزش سنتی است و الآن همان‌طور که مطلع هستید، می‌گویند سال ۲۰۰۰ که سال فعالیت ریاضی است، یادگیری از طریق فعالیت انجام می‌گیرد و خوب این مقوله‌های مطرح در دنیا از هزاران سال پیش هم بوده ولی الآن عمومیتش به‌صورت مردمی است و آنچه که در دبستان و دبیرستان و حتی دانشگاه خیلی به‌چشم می‌خورد. لذا اگر ما بخواهیم درهمان قالب قدیمی خود گام برداریم، شاید خیلی مناسب حداقل این زمزمه‌هایی که در دنیا شنیده می‌شود نباشد.

آقای غیور: بنده‌ازفرمایشاتی که شد خیلی

خوشم آمد، خیلی زیاد و عرض می‌کنم که اگر ما بخواهیم پیشرفت بکنیم، از این راه خیلی زود می‌شود پیشرفت کرد. از اینکه اظهار لطف می‌فرمایید، بنده را خجل می‌کنید. من از آقایان خیلی تشکر می‌کنم که توجه به‌موقع به‌من داشتند. من این را نمی‌دانستم و بنده این حق را به‌خودم نمی‌دادم که اینجا انقدر درباره‌ٔ من صحبت بشود.

دکتر وحیدی: البته من امیدوارم که صحبتهای اولیه‌ای که من کردم حسن تعبیر بشود، اگرچه تلخ بود من بیشتر نظرم این بود که ارتباطات ارگانیک حفظ بشود و حداقلش این است که یک رابطه‌ٔ ارسال مجله خیلی از این ارتباطات را تقویت می‌کرد یا حفظ می‌کرد. ولی بعد از صحبتهایی که آقای نصیری کردند، بعداز این خاطرات و تعارفات اولیه، شاید بدنباشد که روی مَشی مجله صحبت بکنیم. بخصوص که آقای دکتر بیژن‌زاده صحبت از تغییر عنوان مجله کردند و این نشانه‌ٔ درواقع یک نگرش جدید به‌مَشی مجله است که مجله می‌خواهد چکار بکند، چه درگذشته و چه راههایی که بعداً پیش خواهد گرفت، من فکر کنم برای خوانندگان مجله خیلی سودمند باشد.

همانطور که قبلاً خدمتتان گفتم، من هیچ غرضم این نیست که مثلاً از کسانی که در دوره‌ٔ اول بودند به‌هرعنوانی بیشتر از آنچه که درحدّشان است صحبت بشود و اصلاً اینجا صحبت افراد نیست. منتها این بحثها شاید بیشتر برمی‌گردد به‌یک سری مشکلاتی که آقای دکتر مدقالچی هم گفتند که از اول وجود داشت و حالا شاید به‌شکل دیگری هم وجود داشته باشد که یکی هم راه‌ورسم مجله است. من یادم است ـ خوب دراین ارتباط باز بدنیست که یاد خیری از دکتر جمالی بشود ـ ولی من حافظه‌ام یاری می‌کند، می‌دانید که خوب قبل از انقلاب درآموزش و پرورش یا وزارت فرهنگ قبل از انقلاب یک سری مجلاتی بود به‌نام مجلات پیک. این پیکها بعداز انقلاب به‌فاصله‌ٔ خیلی کم به‌مجلات رشد تبدیل شدند. انواع رشدهایی که الان وجود دارند و به‌دلایل مختلف از جمله در واقع برای اینکه حرکتی درآموزش و پرورش بشود و ارتباطی بین دانش‌آموزان و دبیران وجود داشته باشد، به‌این فکر افتادند که مجلات رشد تخصصی هم راه‌اندازی بشود و اولین آنها رشدآموزش ریاضی بود. البته خود همین که چرا رشدآموزش ریاضی عنوان مجله شد مدتهای مدیدی مورد بحث بود. البته خوب نظر آقای دکتر حدادعادل بود، ایشان می‌خواستند که عنوان آموزش ریاضی باشد ما بیشتر در همان صحبتهای هیأت تحریریه، بحثهایی بادکتر جمالی می‌کردیم روی رشد ریاضی بحث می‌کردیم نه رشدآموزش ریاضی. البته خوب این تفاوتش معلوم است. یک مقدار می‌شود تأکید روی آموزش[1] بگذارید یاروی فقط درواقع ادبیات[2] ریاضی به‌معنای کلی البته درآن زمان، قصد آموزش و پرورش از اینکه این مجله را راه‌اندازی بکند، درواقع به‌آموزش به‌معنای کلّی و ترویج و راهنمایی دبیران برای نحوه‌ٔ تدریس و یادگیری توجه داشت. ولی مسأله‌ای که درآن زمان ما اعتقاد داشتیم و الان هم من به‌این مسأله معتقدم، بدون‌اینکه جسارتی به‌رشته‌ٔ خانم دکتر گویا بکنم، این است که خوب من رشته‌ٔ آموزش ریاضی را به‌عنوان یکی از شاخه‌های رشته‌ٔ ریاضی قبول دارم. اما درعین حال افراط دراینکه مجله حتماً به‌سمت آموزش ریاضی و یادگیری ریاضی برود به‌طورموازی[3]، این تشابه را در ذهن من ایجاد می‌کند که ما برای یاد گرفتن مثلاً زبان فارسی فقط باید گرامر بخوانیم. درحالی‌که من فکر می‌کنم کسی که یک متن مثلاً سعدی را می‌خواند حتی اگر گرامر را به‌صورت مستقیم مطالعه نکند، بعداز اینکه مدت‌زیادی باچنین قطعات و آثار ادبی سروکار داشته باشد، خودبه‌خود اصول آموزش زبان یعنی اصول درواقع به‌کار بردن زبان هم درذهن این فرد تقویت می‌شود و درشماره‌های اول هم یعنی همین که آقای دکتر مدقالچی فرمودند، [آموزش] وحی مُنزل نبوده است. درست است که مثلاً مشی مجله که درصفحات پشت نوشته می‌شد، حاصل کار دکتر جمالی بود که با ما هم مشورت می‌کرد که آموزش ریاضی وجود داشته باشد، تاریخ ریاضی، فلسفه‌ٔ ریاضی و مسأله‌ٔ اخبار و چیزهایی از این قبیل که درشماره‌های اول وجود داشت. مقاله‌ها واقعاً روی قصد گذاشته می‌شد که دبیرها حتماً بخوانند. قصد این بود که وقتی سلسله درسهایی که مثلاً آقای غیور می‌نوشتند درهندسه درواقع می‌خواستیم به‌نحوی به‌دبیران بگوئیم که راه‌آموزش هندسه یا یکی از راههای خوب آموزش هندسه همین هست که شماها طی این سلسله مقالات می‌خوانید. ولی خوب همینطور یادم است که سلسله درسهایی درآنالیز داشتیم و بعدمقالات آموزش ریاضی داشتیم، منتها درحدی که واقعاً فقط یک بخشی از مجله باشد. باتوجه به‌صحبتهایی که شد، می‌خواهم نظر خودم را عرض بکنم که نمی‌توانیم ما مجله را فقط به‌یک گرایش خاص سوق بدهیم و تصور کنیم که واقعاً مجله بااین سلسله گزارش خاص، حتماً رابطه‌ٔ بهتر و مفیدتری بادبیران یا خوانندگان ایجاد می‌کند.

دکتر بابلیان: من یک مقدار می‌خواهم راجع به‌اینکه چطور شد که رشدآموزش ریاضی تداوم پیدا کرد صحبت کنم. من ازشماره‌ٔ اول رشدمقاله دارم تااین آخری که چاپ شده و علتش هم این بوده. یادم می‌آید آقای دکتر جمالی من را یک روز دیدند و گفتند که مسأله‌ای، یاروش حل مسأله‌ای، چیزی نداری به‌ما بدهی؟ اولین شماره‌ٔ رشد بود. ما درسال ۱۳۶۰ درساری یک دوره‌ٔ بازآموزی داشتیم. درآنجا مسأله‌ای داشتیم درجهتی که تفاضل متقارن شرکت‌پذیر است. دراکثر کتابهایی که من می‌دیدم، می‌نوشتند که برقرار است و به‌سادگی ثابت می‌شد و از این حرفها. درهمان دوره‌ای که بودم، این مسأله را بااستفاده از جبر بول ثابت کردم که یک روش خیلی جدید و تازه‌بود. یکی ازخصوصیات رشدهای اولیّه این بود که واقعاً تنوع داشت. همانطور که آقای دکتر وحیدی اشاره کردند، اختصاص به‌مقوله‌ٔ خاصی نداشت. من باتأیید صحبتهای آقای دکتر وحیدی، می‌خواستم این را بگویم که ما نحوه‌ٔ چاپ مقالات رشد را خیلی

سریع عوض کردیم. حالا اگر مجله‌های قبلی کمتر مقاله‌های آموزش ریاضی داشت، ما باید سعی می‌کردیم این مقاله‌ها را به‌تدریج اضافه می‌کردیم ولی چارچوب مجله را به‌این رادیکالی تغییرش نمی‌دادیم.

دکتر گویا: من بازهم خوشحالم که این جلسه تشکیل شد! چون شاید خیلی از صحبتهایی که توی هیئت تحریریه خودمان، حالا به هر دلیلی، زده نشده بود، اینجا زده شد و این باعث خوشبختی است که فضای سالمی ایجاد بشود و همیشه جا برای گفت و شنود باشد. به‌هرحال، به‌هردلیلی و درهرجایی که ادعائی از آموزش داشته باشیم، شاید اولین شرطش این باشد که راه گفت‌وشنود باز باشد و درواقع، راه‌تعامل و هم‌فکری و مشارکت و انشاا... نتیجه‌گیریهای بهتر. من فکر می‌کنم مسألهٔ خیلی مهمی که همگی اینجا به‌آن اشاره کردند، مسألهٔ هدف یعنی سیاستگذاری اهداف مجله است. این مسأله خیلی مهم است و همانطور که در ابتدا همهٔ مدعوین هم فرمودند، ما هیچ نشریه‌ای در رابطه با آموزش ریاضی نداشتیم. درنتیجه باید چیزی ایجاد می‌شد و آن چیزی که ایجاد می‌شد تا جایابی درست خودش را در جامعه با یک تأنی ۱۰ ، ۱۵ ساله پیدا بکند- نه با ۱۰ ، ۱۵ روز - قطعاً ما باید به‌صورت جُنگ، مطالبی از همه‌چیز می‌داشتیم تا علاقه‌ها را تشخیص بدهیم و زمینهٔ شکوفائی استعدادها را فراهم کنیم. یعنی درمجله‌ای که اولین بار شروع می‌شود و تنها رسانه‌ای است که در اختیار معلمهای ریاضی است، حتماً باید علائق مختلف معلمها درنظر گرفته بشود. بخشی به‌تاریخ علاقه دارند، بخشی به‌مسابقات، بخشی به‌آموزش، بخشی به‌تدریس موضوعهای خاص و بخشی به مطالب دیگر که این نشانهٔ درواقع به‌نظر من یک حرکت سالم درایجاد مجله بوده است. ولی به‌طور خیلی طبیعی بعداز مدتی، این موضوعها باید جایابی درست داشته باشند. بعداز تشخیص استعدادها، قلمه‌زده بشود. یک مجلهٔ خوب آن مجله‌ای نیست که همیشه در انزوای خاصی حرکت بکند و همیشه خودش، خودش را تولید بکند بلکه به‌نظر من یک مجلهٔ خوب آن است که از درونش دهها مجلهٔ خوب بیرون بیاید، مثل تمام کنگره‌های علمی که برگزار می‌شود. درهیچ کنگرهٔ علمی ما نمی آئیم که بحث را ببریم روی آموزش یا فرض کنید ارائهٔ جدید ترین یافته‌ها در آنالیز یا جبر یا آموزش یا درهر چیزی. جُنگی است از همه‌چیز برای اینکه افراد بیایند با هم مشارکت داشته باشند. زمینه‌های رشد خودشان را پیدا بکنند و بعد بروند به‌تکثر و ایجاد نوآوری در رشتهٔ خودشان بپردازند. خوشبختانه بعداز گذشت چندسال، تعداد نشریه‌های ریاضی تقریباً رشد معقولی داشته است. البته تامطلوب هنوز فاصله زیاد است ولی خوب به‌هرحال «فرهنگ و اندیشه ریاضی» را داریم، «نشر ریاضی» را داریم. خیلی از دانشگاهها مجلات ریاضی منتشر می‌کنند. مجلات دانش‌آموزی مانند برهان منتشر می‌شود. یعنی دیگر آنجوری که فقط یک مجله وجود داشته باشد نیست. درنتیجه، کم‌کم این زمینه مساعد می‌شود که ما جای درست را پیدا بکنیم. من گله‌ای که آقای دکتر وحیدی درباره آموزش ریاضی فرمودند را می‌خواهم به‌خودشان برگردانم! به‌این معنا که اتفاقاً درهمین رابطه که فرمودید کسی با گرامر خواندن سعدی شناس نمی‌شود دقیقاً به‌همین دلیل است که آموزش ریاضی به‌عنوان یک دیسیپلین جدید نه به‌عنوان زائده‌ای از ریاضی مطرح شده است. به‌دلیل اینکه بیشتر ریاضی‌ای که ما به‌خورد دانش آموزان می‌دهیم درواقع همان گرامرهاست! الگوریتمها و قانونهایی که به‌آنها می‌دهیم درواقع همان گرامرها هستند! هاردی حرف قشنگی می‌زند که ما در ریاضی شعری می‌سازیم که واژه‌هایش مفهومند. ولی متأسفانه برای بسیاری از بچه‌ها، واژه‌های این شعرها مفهوم نبودند. درجامعهٔ ما، منتخب این واژه‌ها را گرامروار کنار هم گذاشتیم و این برای دانش‌آموزان و معلمهای ما مشکل ایجاد کرده است. درزمانی که آموزش خیلی بسته‌تر بوده و جنبهٔ همگانی و ضرورت همگانی شدن را نداشته، طبیعی بود که باقوی شدن درموضوع می‌توانستیم به‌جمعی علاقه‌مند آن را ارائه بدهیم. ولی الان موازنه برعکس شده است. یعنی اگر آن جمع علاقه‌مند هم وجود نداشته باشد، ما باید علاقه‌مندش بکنیم! چگونه علاقه‌مندش کنیم؟ اینجاست که دیسیپلین آموزش ریاضی بخشی از کار را به‌عهده می‌گیرد. مسألهٔ مهم این است که ما جایی برای به‌قول شما آموزش که فرمودید یا جایی برای آموزش ریاضی نداشتیم. یعنی آموزش ریاضی زیر مجموعه‌ای از باقی فعالیتها بوده که درزمان شروعش بسیار مفید و ارزنده بوده است. چون اگر آن زیرمجموعه نبود، درجامعهٔ ما تبدیل به‌یک مجموعه کامل نمی شد و آنها زمینه‌ساز بودند و من به‌سهم خودم با تعصب حرفه‌ای خودم از تمام کسانی که واقعاً تلاش کردند، صادقانه و خالصانه تشکر می‌کنم. چون اگر این زمینهٔ مساعد ایجاد نشده بود، اصلاً نمی‌شد قدمی برداشت و به‌هرحال باز هم متشکرم.

دکتر زنگنه: من خیلی خوشحال هستم که درواقع اکثریت هیأت تحریریهٔ قبلی سردبیران قبلی، و بخصوص استاد عزیز جناب‌آقای غیور اینجا تشریف دارند و ما از فیض وجودشان بهره‌مند می‌شویم ایشان مرا به یاد دوران دانش‌آموزی می‌اندازند. من به‌خصوص از آقای دکتر وحیدی خیلی تشکر می‌کنم که تشریف آوردند. درمورد خط مشی مجله، باید بگویم که درچندین جلسهٔ اولیه که درهیأت تحریریهٔ جدید داشتیم، بحثمان بررسی خط مشی مجله بود و چکیدهٔ بحثهایمان را هم درواقع درمیزگرد هیأت تحریریه درشمارهٔ ۴۶ مجله چاپ کردیم. ما بابحثهایی که کردیم به‌خط مشی جدیدی رسیدیم که خط مشی جدید ما درواقع جدید نبود و خیلی شبیه به‌اولین خط مشی‌ای بود که در اولین شمارهٔ رشدآموزش ریاضی اعلام شده بود، ولی بخشی از آن خط مشی عملی نشده بود. برای این مجله قصد این بوده که رشد آموزش ریاضی باشد ولی همانطور که شما فرمودید، اولین هیأت تحریریه اعتقاد داشته که رشد ریاضی باشد یعنی درواقع رشد خودِ موضوع ریاضی که برتری داشته به‌خود

رشدآموزش ریاضی و آنهم طبیعی بوده است. همانطور که گفتید، این طبیعی بوده که آن موقع اصلاً اگر قرار بود که رشد آموزش ریاضی بیرون بیاید مقاله از کجا باید تهیه می‌شد؟ اصلاً چطور باید ترجمه می‌شد؟ درواقع به‌جز عدهٔ انگشت شماری امثال جنابعالی [دکتر وحیدی] و آقای دکتر بیژن‌زاده، اصلاً افراد آشنایی بااین دیسیپلین نداشتند. آنها هم البته علاقه‌مند بودند، مثل خودم که درواقع آموزشگر ریاضی نیستم ولی ریاضی‌دانی هستم که به آموزش ریاضی علاقه‌دارم و گاه‌گداری مقالاتی در مورد آموزش ریاضی می‌خوانم. بنابراین، بااین بضاعت مسلماً نمی‌شد رشدآموزش ریاضی منتشر کرد. مجلات توصیفیِ که آن موقع نبود مجلات توصیفی ریاضی مانند نشر ریاضی یافرهنگ و اندیشهٔ ریاضی هم شاید به‌آن صورت هنوز چاپ نشده بودند و درواقع می‌شود گفت مجله‌های دانشجویی که هم‌اکنون در دانشگاههای گوناگون وجود دارند نیز نبودند و مجلهٔ دانش‌آموزی برهان هم نبود. درهرحال، رشد آموزش ریاضی در آن موقع مجبور بود جای خالی این نشریه‌ها را که قبلاً وجود نداشتند، پر کند. درواقع، نتیجه‌گیری کردیم که خوب الآن مجلات توصیفی مختلف هست. ریاضی دانشگاهی هم واقعاً هدف نیست که بیاوریم اینجا. ریاضی دانشگاهی جایگاه خوبی دارد. نشریات خیلی خوب کار را انجام می‌دهند. البته این به‌این معنی نیست که معلمان ریاضی نیازی به‌ریاضی دانشگاهی ندارند، ولی برای یادگیری و ارتقای دانش موضوعی یعنی خودِ ریاضی، بایستی به‌مجلات دیگر از قبیل «نشر ریاضی»، «فرهنگ و اندیشه ریاضی» و «اندیشه آماری» مراجعه کنند. به‌هرحال، نشریه‌های دانشگاهی هم به‌طور وسیع این کار را انجام می‌دهند. بیشتر دانشگاهها هم نشریه‌ای برای خودشان دارند، مانند «مجله ریاضی شریف»، «پیک ریاضی» صنعتی اصفهان و «جُنگ ریاضی» دانشگاه تهران. مسائل دانش‌آموزی هم درواقع در «برهان» می‌آید. آن موقع که ما شروع کردیم، برای مسایل المپیادی قرار بود یک نشریه بنام «فصلنامه المپیاد» چاپ شود که تمام مقالات المپیاد و مسائل را درخودش چاپ بکند. البته یک شمارهٔ این فصلنامه بیرون آمد و ظاهراً انتشار آن متوقف شده است. و به‌هرحال، هدف از انتشار نشریهٔ رشدآموزش ریاضی باتوجه به‌این بحثها، قرار شد که اعتلای دانش حرفه‌ای معلمان ریاضی یعنی درواقع خود آموزش ریاضی باشد و آن اهداف اولیهٔ مجله هم بااهدافی که در شمارهٔ ۴۶ باتوجه به‌جهت‌گیری آموزش ریاضی نوشته شده است، تقریباً همسو است امّا بازبان دیگری. بحث مسائل هم درواقع بحثی بود که آقای جلیلی آقای دکتر مدقالچی و آقای دکتر بابلیان هم اعتقاد داشتند، و بحث این بود که آیا این مسائل در نشریه باشد یانباشد. خیلی هم تمایلی به‌بخش مسائل آن‌گونه که قبلاً بوده وجود نداشت. به‌همین خاطر قرار شد این بخش را تاجائی که امکان دارد به‌صورت آموزش حل مسأله دربیاوریم مسائلی که ازنظر آموزش اهمیت دارند وگرنه، مثلاً به‌قول شما مسائل کتابهای المپیاد ریاضی و مسائل المپیاد و یک‌سری مسائل دیگر به‌طور وسیع چاپ شده و مجله دراین مورد رسالتی ندارد. اتفاقاً اولین شمارهٔ دوره جدید (۴۶) که چاپ شد، باتیراژ ۵۰۰۰ مانند شماره‌های قبلی چاپ شده بود و دوباره تجدید چاپ شد. شمارهٔ زمستان (۴۷) هم که باتأخیر چندین ماهه در تابستان و در زمان تعطیلی مدارس چاپ شد و آخرین شماره (۴۸) هم که تازه توزیع شده و هنوز به‌دست خیلی‌ها نرسیده که اصلاً بشود روی اثرات و تبعاتش صحبت کرد. من فکر کنم که یکی از نیازهای واقعی حرفه‌ای معلمان آن است که آموزش ریاضی جایگاه مناسبی داشته باشد. خوب اهداف اولیه هم همانطور که دوستان گفتند، آن بوده که نشریه درواقع نشریه آموزش ریاضی باشد. به‌نظر من، هیچ نیازی به‌تغییر نام نیست. یعنی آموزش حالا اسمش آموزش ریاضی باشد یایادگیری ریاضی فرقی نمی‌کند. و این آموزش ریاضی هم یعنی درواقع همین مطالب. حالا ممکن است قصدمان این باشد که بگوئیم که به‌مجلات دیگری هم نیاز هست مثلاً مجله یکان مجلهٔ خیلی خوب و موفقی بود. من درزمانی که دانش‌آموز بودم، همانطور که آقای نصیری گفتند من درشهرستان بودم، و درواقع تنها نشریه‌ای که به‌دستمان می‌رسید همین یکان بود. من زمانی که یکان می‌خواست منتشر بشود، دوتا ۳ ساعت درروزنامه‌فروشی و درزمستان، زیربرف منتظر بودم گاهی می‌گفتند امروز نیامده فردا باماشین می‌آید و بعد تا می‌گرفتم، مسائلی را که آنجا نوشته بود حل می‌کردم. یعنی درهرحال، این مجله آن چیزی

بود که نیاز یک دانش‌آموز بود. بعد یک بحث دیگر هم بود که مخاطب ما کیست؟ آیا دانشجوی دانشگاه است که دیدیم نه دانشجویان دانشگاه مخاطبان ما نیستند. در واقع کسانی که دانشجوی دانشگاه هستند ولی علاقه‌ای به آموزش ریاضی دارند مثلاً دانشجویان رشتهٔ دبیری مخاطب ما هستند که می‌خواهند معلم بشوند. اگر یک دانشجوی ریاضی بخواهد مسائل ریاضی خوب یا موضوعات ریاضی جالبی توی این مجله پیدا کند باید به «نشر ریاضی» یا «فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی» یا جاهای دیگر مراجعه کند. این مجله، یک مجلهٔ دانش‌آموزی هم نیست یعنی در واقع ماهیت مجلهٔ دانش‌آموزی با مجلهٔ «رشد آموزش ریاضی» که مخاطبان اصلیش معلمان ریاضی هستند فرق دارد. تنها مخاطب اصلی اینجا معلمان هستند. قصد هم تنها ارتقای دانش موضوعی معلمها نیست، اگرچه این موضوع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. دانش موضوعی معلمان در جای دیگری باید تقویت بشود. در واقع، دانش حرفه‌ای آنها بوسیله این مجله باید تقویت بشود. مجله باید به معرفی رشتهٔ آموزش ریاضی بپردازد که به هر حال سالهاست در دنیا در سطح دوره‌های دکتری کارشناسی ارشد رشد کرده و ما به‌جز یک دوره فارغ‌التحصیل در سالهای قبل از انقلاب دیگر در این زمینه فعالیتی نداشته‌ایم.

دکتر پاشا: من واقعاً خوشحالم که در این جمع هستم و این صحبتها را که اینجا مطرح می‌شود می‌شنوم. حضور آقای غیور من را به یاد دوران دانش‌آموزی‌ام می‌اندازد و همان مجلهٔ یکان. بعدش هم یادی که دکتر هشترودی در آن کتاب هندسه دوایر از ایشان می‌کند که یک مسأله هندسی را از راه منحصر به فردی حل کرده بودند. من هم اینجا می‌خواستم ـ البته اگر این اجازه را داشته باشم ـ از آقای غیور دعوت بکنم که واقعاً این تجربیات و مهارت خودشان را در هندسه به نوعی جمع‌آوری بکنند و در اختیار همگان بگذارند. اگر این کار مقداری سخت باشد، من از طرف آقای نصیری و بقیهٔ آقایان قول می‌دهم که به شما کمک بکنند که واقعاً این کار را شما لطف بکنید و انجام بدهید. خیلی‌ها منتظر هستند که یک چنین مجموعه‌ای به دستشان برسد و از آن استفاده بکنند. خوب واقعاً مجموعهٔ باارزشی خواهد شد.

در این جمع، با توجه به صحبتهایی که شد از آن اول که ذکر خیر آقای دکتر جمالی شد و بعد سایر همکاران آمدند، این آیه در ذهنم آمد که «السّابقونَ السّابقون». به هر حال آنهایی که این کار را شروع کردند و زحمت کشیدند، اجرشان هم محفوظ است. انشاالله حداقل در جامعهٔ ریاضی ما، این حق شناخته بشود و واقعاً ارزش کارشان مشخص باشد و وقتی که این عزیزان از مشکلاتشان صحبت می‌کردند، شاید برای این تازه‌واردها زیاد مژدهٔ خوبی نباشد که بابا شما برای چی دارید این کار را شروع می‌کنید؟ قبلی‌ها این مشکل را داشتند. یعنی می‌خواهم بگویم خوب اینهایی که شروع کردند اینها هم از همان جنس خودتان هستند، عاشق این علم ریاضی و واقعاً خیلی از مشکلات را مدنظر قرار نمی‌دهند و امیدواریم که این کارها در راستای هدفهایی که دارند خوب پیش برود. آقای دکتر وحیدی گله کردند که این مجله به ایشان نرسید، به خودمان هم نرسید! به هر حال مشکلات هنوز هم هست و ما منصرف نمی‌شویم. بعد نکته‌ای را که الان می‌خواستم عرض کنم این است که من فکر می‌کنم وظیفهٔ ما این باشد که جامعه را هدایت بکنیم نه اینکه از آنها پیروی بکنیم. الان جامعه می‌طلبد که بخاطر مشکل کنکور و المپیادها و این مسابقه‌هایی که هست، یک سری مسائل مطرح بشوند. البته تا حدی باید به نیاز اینها پاسخ بدهیم ولی نباید کاملاً و دربست از آنها پیروی بکنیم. باید به طریقی جامعه هدایت بشود به خاطر همین هم هست که من فکر می‌کنم اصلاً باید یک سری مباحثی را در مجله در مورد کنکور و این کلاسهای کنکور و این المپیادها مطرح بکنیم که این بچه‌ها تمام پتانسیل خود را از دست ندهند. آدم وقتی نگاه می‌کند بچه‌ها بعداز اینکه از مدرسه می‌روند خانه ـ شما همه شاگرد مدرسه‌ای دارید ـ و دیده‌اید اینها همین که می‌آیند، می‌روند سر کتاب، پلی کپی مسأله تا آخر شب یعنی اصلاً مجال اینکه یک چیزی را بخوانند، یک کاری بکنند یک فیلمی توی تلویزیون ببینند را ندارند. اینها یک کمی از زندگی افتاده‌اند. بنابراین، ما باید بگذاریم بچه‌ها نفس بکشند ما فردا پس فردا آدمهای شاداب می‌خواهیم نه آدمهای خموده‌ای که خوب خیلی چیزها هم می‌دانند! آنها به درد جامعهٔ ما نمی‌خورند! من البته اینجا وارد نیستم که در این زمینه صحبت کنم. ما روش آموزشیمان احتمالاً اینطور هست که یک سری افراد یعنی دانش‌آموزان

آماتور بار می‌آوریم. دانش‌آموز حرفه‌ای بار نمی‌آوریم که یاد بگیرند مطالب را چطوری بخوانند؟ چطوری تعقیب بکنند؟ روش یادگیریشون چطور باشد؟ اینها از بس تکرار کرده‌اند چیزی را یاد گرفته‌اند و بنابراین، باید یک کاری بکنیم که اینها از اول که مدرسه می‌روند یواش یواش هرچه بالاتر می‌روند از آماتور به‌حرفه‌ای تبدیل شوند این روال باید در آموزش ما دیده بشود بازهم این را خانم دکتر گویا شاید بهتر بتوانند توضیح بدهند. من دو اصطلاح شنیده‌ام، الان هم شاید درست بکار نبرم ولی شنیده‌ام که می‌گویند یک استعداد واگرا داریم و یک استعداد همگرا که استعداد همگرا یعنی اینکه چیزی به دانش‌آموز یاد بدهند و اینها یاد بگیرند و بیایند به ما پس بدهند. ولی استعداد واگرا در واقع آن خلاقیت است که کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد و خلاقیت هم طوری نیست که ما همینطوری هی بهشون نشون بدهیم. یعنی در واقع باآن روش آماتوری شاید ما نتوانیم خلاقیت را در بچه‌ها به‌خوبی تقویت بکنیم و این برنامه‌های درسی ما به‌قدری فشرده است که فقط به‌اینها چیزهایی یاد می‌دهیم. بالاخره اینها می‌خواهند چکار بکنند؟ من وقتی این بحثها می‌شد جمله‌ای یادم افتاد که در یکی از کتابها خوانده بودم که می‌گفت برای صرفه‌جویی در وقت، حتی مثلاً غذا را ما در کپسولی می‌ریزیم که همین‌جوری آدمها بیاندازند توی دهنشان و بخورند! یا مثلاً آب را هم به‌عنوان یک کپسول بهشان می‌دهیم بخورند! بعد طرف می‌گوید که من خیلی دلم می‌خواست که وقت می‌داشتم که قدم‌زنان و آرام‌آرام بروم تاسرچشمه و بعد آنجا بادستهای خودم آب بخورم! یعنی این لذت رسیدن به‌سرچشمه و آب خوردن را از بچه‌ها می‌گیریم یواش‌یواش و آرام رفتن و به نتایجی رسیدن خودش لذت‌بخش است و من فکر می‌کنم بااین صحبتهایی که الان می‌شود، بالاخره تمام افرادی که اینجا هستند، هم تجربه‌های طولانی در امر تدریس و آموزش دارند و هم به‌هرحال کارهای فرهنگی دارند انشاالله یک خط مشی پیش گرفته شود که بچه‌ها واقعاً ازتحصیل لذت ببرند و بایک روحیه شاد تحویل جامعه داده بشوند که امیدوارم مثمر ثمر باشد.

دکتر وحیدی: خوشبختانه من جزو گروهی هستم که نه اینور رادیکال هستم نه آنور رادیکال، یعنی این مسألهٔ تغییر مشی و تغییر افراد خیلی بعداز اینکه من دیگر باآموزش و پرورش همکاری نمی‌کردم پیش آمد. بنابراین به‌عنوان یک فرد بی‌طرف نظراتم را عرض می‌کنم. ولی خوب واقعاً ما هم روزی که این درخت کاشته می‌شد، به پای آن آبی ریختیم. بنابراین علاقه‌مندیم به‌اینکه چطور رشد می‌کند؟ چه پیوندی به آن زده می‌شود؟ چه میوه‌هایی از آن برداشت می‌کنند؟ درهرصورت، همان‌طور که دوستان اشاره کردند ما خواسته و ناخواسته برای خودمان رسالتهایی را قائل هستیم و همین‌که مثلاً حرفی که یک موقع من بهش اعتقاد دارم دکتر پاشا بزنند، دکتر زنگنه بزنند، یا فرد دیگری، و ببینم که واقعاً این حرف حداقل ۱۰ نفر ۱۵ نفر مستمع پیدا می‌کند، برای ما جای خوشحالی هست. من منظورم این هست که مجله وقتی رشد آموزش ریاضی بود یا رشد ریاضی بود اگر عنوانش به‌این صورت انتخاب می‌شد، بازهم درجهت اهداف آموزش بود. منتها ما یک آموزش مستقیم داریم یک آموزش غیرمستقیم. ببیند حالا شاید بدنباشد یادی از مرحوم دکتر مصاحب شود. من فکر می‌کنم ـ البته اگر اشتباه کردم شما تصحیح بکنید ـ آقایانی که بیشتر باایشان سروکار داشتند می‌دانند که ایشان به‌این مسأله معتقد بود که هر دانشجویی که ریاضی می‌خواند باید قبلاً منطق و مبانی را حتماً خوانده باشد و حرف که می‌زند دراین قالب موجود باشد. ولی ما اگر کلاً به‌ادبیات ریاضی نگاه بکنیم، کتاب منطق ریاضی بسیار محدود است. دربسیاری از دانشگاههای بسیار برجسته هم این درس اختیاری است و حتی من دیدم دربعضی از دانشگاهها، سالها است که این درس عرضه نمی‌شود. این که معنی‌اش این نیست که کسانی که در آنجا تدریس می‌کنند، مثلاً استادجبر یا استاد آنالیز یا هر رشتهٔ دیگری به‌منطق معتقد نیستند، کاملاً هم معتقدند. مثلاً ریاضی براساس منطق است. منتها به‌آموزش غیرمستقیم درواقع توجه دارند. یعنی اینکه عرض کردم، وقتی که شما مطلبی را به‌صورت غیرمستقیم بیان می‌کنید یعنی یک به‌اصطلاح شاهکار ریاضی عرضه می‌کنید، حالا درحد توانِ عرضه‌کننده و درحد توانِ درک‌خوانندگان. ما خود به‌خود یک روش یادگیری به‌صورت غیرمستقیم عرضه کرده‌ایم. این مجله واقعاً همانطور که اشاره کردم، بهتر است به‌طور غیرمستقیم به‌مسائل آموزش ریاضی بپردازد. واقعاً یک پرسش نامه‌ای داده بشود و سلایق خوانندگان و ارتباطاتی که واقعاً مجله دست چند درصد دبیران یا مخاطبان شما می‌رسد و هرکدام چند مقاله از آن را مطالعه می‌کنند را به‌منظور کشف واقعی سلیقه‌های خوانندگان بررسی کنید. ببینید درهمان شماره‌های اول اگر یادتان باشد به‌نظرم من سردبیر بودم حالا یادم نیست، دکتر جمالی رفته بود. من به‌اصرار از ایشان خواستم که یک مقاله بنویسد درمورد همین مسائل تثلیث‌زاویه و غیره و حقاً هم خوب از عهدهٔ کار برآمدند، به‌این دلیل که نامه‌هایی می‌آمد از دبیرها و دانش‌آموزان که یک آقای دبیر مسألهٔ تثلیث را حل کرده‌اند و شما که بیشتر زحمات نامه‌ها را می‌کشیدید، خاطرتان هست ذکر وخیری هم وسط حرفم از آقای شهریاری اردبیلی بکنم [آقای شهریاری کتباً دعوت شده بودند امّا در میزگرد حضور نداشتند] ایشان واقعاً کسی بود که برای مجله خیلی زحمت کشیدند به‌هرصورت درپاسخ به‌اینکه آقا بیخود وقت ما را صرف این مسائل نکنید، مقاله‌ای نوشته شد ممکن است کسی مطلب را خوب ارائه بدهد ولی باید دانش درستی هم ازموضوع داشته باشد.

بنابراین، باتوجه به‌تحولی که درسیستم آموزشی رخ می‌دهد، هرچند سال یکبار اجباراً شما مجبور هستید که این رخنه را برای دبیرها پر

بکنید و گذشته از آن، غذا تنها نان وآب نیست. بالاخره شما درکنار آموزش ریاضی باید مخلّفاتی هم عرضه بکنید برای دبیرها یا تمام خوانندگان یا دانشجویانی که بعداً دبیر می شوند که خیلی کم هم نیستند و فکر می کنم که همین مسأله‌ای که تعدادی از مخاطبان دانش‌آموز هستند، حداقل نوشته می شد که برای چه کسانی تهیه می شد به هرصورت، من برای اینکه بحثی ایجاد بشود این مسائل را عرض کردم.

دکتر مدقالچی: عرض شود که اینجا شاید خیلی مجال اینکه واقعاً ما بحث دربارهٔ این مسأله که آموزش ریاضی چه مقدار نیاز است و چه مقدار نیاز نیست را بکنیم نباشد یا این جلسه اجازهٔ این کار را ندهد. ولی من فکر می کنم ما یکی دو تا مسأله را اگر اصل قرار بدهیم درهمه جا شاید به‌نتایجی برسیم، بویژه جاهایی که تجاربمان کم است. واقعاً چیزهایی است که درجاهای دیگر اتفاق می افتد. درکشورهای دیگر اتفاق می افتد و رشد می کنند. به‌عنوان یک معیار و محک خوب، ما می توانیم این کشورها را مدنظر قرار بدهیم حالا تجربیاتی هم درداخل داریم خوب اضافه می کنیم. آموزش ریاضی خوب جوان، درایران متخصص ندارد یا کمتر دارد. منتها آن اطلاعات کم ما می گوید که یک تعداد از افراد در ریاضیات خیلی کار کردند و اینها بعداز اینکه به‌مراحلی از ریاضیات رسیدند، برگشتند به‌آموزش ریاضی و اینها آدمهای خیلی موفقی بودند. مثلاً پولیا را خوب چون مطرح شده جامعهٔ ما می شناسد البته تنها و منحصر به‌فرد هم نیست افراد دیگری هم هستند که مثلاً در رشتهٔ خودشان مقالات متعددی دادند کار کردند و بعد که به‌مراحلی رسیدند [به‌آموزش روآوردند]. مثلاً پروفسور پیم[۴] هم اخیراً درسربرگ‌هایی که تایپ کرده خود را به‌عنوان «پروفسور آموزش ریاضی» معرفی کرده است. درصورتی که قبلاً نوشته بود «پروفسور ریاضی». او کار می کند دررشتهٔ خودش سالی ۵ تا مقاله می دهد، بعد این را درتیترنامه‌ها تایپ می کند به‌عنوان مدرّس ریاضی. این شاید یک معنی اش این باشد که به‌هرحال یک مقدار تبحّر در خود دانش ریاضی ما را می کشاند به‌اینکه شاید بخش عمدهٔ این آموزشها متکی بر تجارب است. منتها غربیها شاید مقداری تخصصشان بیشتر از ما هست تجاربشان را خیلی راحت می توانند به‌صورت دیسیپلین دربیارند و مقاله بکنند و به‌صورت دستورالعملها دراختیار دیگران بگذارند، ولی ما شاید این توانائی را نداریم. من این مطلب که به‌ذهنم می آمد الآن مرور می کردم، جملهٔ مرحوم هشترودی یادم افتاد که ایشان متنوّع درس می دادند. یکی از درسهایشان هم **روشهای ریاضی** بود. هروقت این روشهای ریاضی را می گفت، مسأله‌ای را از مقدمه شروع می کرد و تعمیم می داد. بعد می گفت «روشهای ریاضی تجربی است». این تکیه کلامش بود که درهمهٔ کلاسها شاید این بحث را داشت. یعنی آدم باید کار بکند و کار بکند تا به‌این مرحله برسد و نظریهٔ جدیدی ابداع بکند. ما هم که کم‌وبیش مختصر تحقیقی درکارهایمان می کنیم، واقعاً این مراحل را لمس می کنیم. مثلاً آدم وقتی اول می خواهد مقاله‌ای بنویسد، مثل مونتاژ کردن یک ماشین است. در واقع، کمی تعمیم می دهد، آنها را دوباره‌نگری می کند، تکنیکها را کمی عوض می کند، حالا چندجا می فرستد، جایی می پذیرد و به‌عنوان یک مقاله درمی آید. بعد که چند تا از این کارها را انجام می دهد، مهارتش بیشتر می شود. یعنی می تواند مسأله را روی هوا هم بزند. او یک تعمیم دیگری می دهد که فقط خودش می فهمد که این تعمیم از چه جنبه‌هایی انجام می شد که دیگران نمی توانند. حالا من می خواهم یک جمله هم از آن طرف اضافه کنم که به‌هرحال، هرکسی تخصصی دارد و علاقه‌مند به‌تخصصش است. چه‌خانم‌دکتر باشند چه من باشم چه دکتر پاشا. ما مشکلی داریم که درصحبتهای دکتر زنگنه هم بود مجلهٔ رشد آموزش ریاضی باید چند کار را با هم انجام بدهد. ولی ما مثلاً مجله‌ای مثل مجلهٔ «ریاضی ماهنامهٔ آمریکا» نداریم. مجله ای مثل «اسپکتروم»[۶] نداریم. مجلهٔ «معلمان ریاضی»[۷] نداریم. این نوع چیزها را ما نداریم. چون اینها را نداریم، درنتیجه باید این مجلهٔ ما - چون کثیرالخوانده هم هست - چاره‌ای نیست که مقداری تنوّع داشته باشد. درجامعهٔ ما همین‌جور که اشاره کردم، دانش‌آموز دغدغهٔ کنکور دارد، دبیر مسألهٔ دیگری دارد به‌دلیلی این مجله را می خریدند. من باتوجه به‌تجربهٔ خودم می گویم خیلی از آن حل‌المسائلی که نوشته می شد و از آنها انتقاد می شد، من به‌عنوان یک محصل شهرستانی از آنها استقبال می کردم، به‌دلیل اینکه هیچ‌منبع دیگری آنجا نبود. حل‌المسائل را بازمی کردی ۲۰ تا مسئله داشت. ۵ تا را خودت حل می کردی، ۵ تا را از راه‌حل‌هایش مقداری یاد می گرفتی ۱۰ تا را هم به‌حل مراجعه می کردی وچیزهای جدید یاد می گرفتی. برای آن زمان، هیچ چاره‌ای نبود. این است که الان هم به‌نظر می آید به‌تنوّع مجله و تنوع مقالات نیازمندیم. متأسفانه شاید خودمان هم همینطوری هستیم. حالا شاید خوشمان بیاید یا نیاید. چیزهای توصیفی را ما خودمان خیلی کم می خوانیم آنهم اگر خیلی علاقه‌مند باشیم که برویم و مقداری مثلاً کنجکاو باشیم که ببینیم مسائل کجا می روند و چه‌ایده‌هایی دارند.

دکتر زنگنه: من زیاد نمی خواستم صحبت کنم فقط چندتا نکته می خواستم بگویم یکی مطلبی که آقای دکتر وحیدی فرمودند درمورد روش غیرمستقیم. این هم درواقع می شود گفت اولین اصل آموزش ریاضی است، یعنی مسأله‌ای که شما فرمودید، شاید بعضیها با روشهای قدیمی‌تر فکر می کردند. اصلاً بورباکی هم همینطور بود یعنی اینکه نویسندگان کتابهای بورباکی یک عدّه آنالیزدان بودند، فکر کردند برای اینکه آنالیز را بفهمند، باید مقدماتش را هم بفهمند درنتیجه رفتند کتابهای مختلفی درنظریهٔ مجموعه‌ها، گروه و حلقه درتمام کتابهای بورباکی نوشتند که به‌آنالیز برسند و درواقع نرسیدند. یعنی منظور اینست که این

روش غلط بود ولی این دیدگاهی بود که در زمانی حاکم بود و در هر حال، برای انجام دادن ریاضی، نیازی به‌منطق ریاضی نیست. بلکه منطق ریاضی خودش یک علم است ولی مسلماً انسان باید منطق بر کارش حکمفرما باشد و این آموزش غیرمستقیم در واقع می‌شود گفت که از اصول اولیه آموزش ریاضی است. فقط سئوالی که به‌نظر من مطرح است این است که اگر در مجله‌ای بخواهیم مطالبی را در واقع تبلیغ بکنیم یا به‌نحوی آنها را به‌خواننده القا بکنیم یا حتی آموزش بدهیم به عده‌ای که نمی‌خوانند، خوب باید از روش غیرمستقیم استفاده کنیم. یعنی اگر این مجله به‌عنوان یک کتاب درسی تلقی بشود یا به‌عنوان یک تریبون تبلیغاتی، آنوقت باید به‌طور غیرمستقیم حرف را زد. این درست است. اما واقعیت این است که در اینجا، هدف ما تبلیغ نیست. در مجله رشد آموزش ریاضی، هدف ما مطالب توصیفی هم نیست. به‌نظر من، در واقع ممکن است ما بعضی موقعها مطالب توصیفی را با مطالب نظری به‌طور اشتباهی یکی بگیریم. مطالب توصیفی مطالبی است که ما می‌خواهیم به‌زبان ساده مطالبی مثلاً در مورد خود ریاضی بیان بکنیم. خوب این را توصیف می‌کنیم. کسی که این مطلب را می‌خواند اثباتها را در آنجا نمی‌بیند ولی در واقع با طرح اثباتها و انگیزه‌ها آشنا می‌شود حتی نوشتن و خواندن ریاضی مهارت خاصی می‌خواهد. نشر ریاضی یا فرهنگ و اندیشه ریاضی در واقع هدفش این بوده که حداقل مقالات توصیفی چاپ بکند. ولی مسائل نظری آموزش ریاضی واقعیتش این است که بحث دیگری است. در این مجله، می‌خواهیم مباحث نظری آموزش ریاضی را هم با زبانی ساده بیان کنیم تا افراد به‌طور تدریجی با آنها آشنا شوند. مثلاً من الان مقالهٔ دیویدتال[۸] را می‌خوانم، اما ممکن است ۱۰ یا ۲۰ سال پیش که اصلاً با آموزش ریاضی آشنایی نداشتم، دو صفحه‌اش را هم نمی‌توانستم بخوانم چون توان نظری من در این زمینه به اندازهٔ کافی رشد نکرده بود که این مطلب را بفهمم.

اگر قدرت دنبال کردن مطلب نظری به‌اندازهٔ کافی توسعه پیدا نکرده باشد، طبیعی است که حوصلهٔ خواندن آنها را نداشته باشیم. وقتی به‌حیطهٔ علوم انسانی و روانشناسی و فلسفه وارد می‌شویم، متوجه می‌شویم که بعضی موقعها ممکن است در نظر ما، مرز بین آنها مشخص نباشد. به‌همین دلیل، اگر مطالبی را که خواندیم هنوز برای ما جا نیفتاده، باید دقیق‌تر و عمیق‌تر بخوانیم تا بتوانیم دنبال کنیم. مثلاً کتاب داستان و رمان را راحت می‌خوانیم. ولی آیا مسائل فلسفی- ایدئولوژیک را هم به‌همان راحتی می‌خوانیم؟ به‌هر حال، اینجا بحثی که کلاً هست یک قسمتش آموزش غیرمستقیم است. مثلاً فرض کنید مسائل احتمال هندسی که در مجله ترجمه شده بود یک مقالهٔ کاربردی مشخص است با تعدادی مثال که آنها را باز کرده است. بخش دیگری از مقاله‌ها به‌مباحث نظری آموزش ریاضی می‌پردازد. خوب واقعیت امر این است که وقتی جامعهٔ ما بطور کلی هنوز با آموزش ریاضی به طور خیلی وسیعی آشنا نشده است، باید به‌تدریج و کم کم آشنا شود. من فکر می‌کنم اگر واقعاً نیازی به یک مجلهٔ ریاضی، همانطور که بعضی از شما ها فرمودید، وجود دارد، باید به‌آموزش و پرورش پیشنهاد کنیم که یک مجلهٔ رشد ریاضی تولید شود که واقعاً جدا از این مجلهٔ رشد آموزش ریاضی باشد و وظیفه‌اش همانطور که شما فرمودید، ترویج مطالب و موضوعهای ریاضی باشد. یعنی مطالبی باشد که کمک بکند به‌برنامهٔ دبیرستان که البته اینجا به‌طور جزئی، قسمتی از کار این مجلهٔ رشد آموزش ریاضی هم به‌ترویج موضوعهای ریاضی که با موضوعهای دبیرستان در نظام جدید رابطه دارد، اختصاص یافته است.

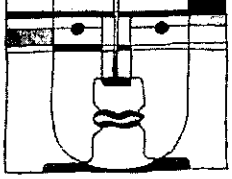
آقای حاجی بابایی: من در این جلسه دارم یاد می‌گیرم و لذت می‌برم. به‌نظر من هرکسی که ریاضی می‌داند، الزاماً معلّم خوبی نیست و سهم دانش ریاضی برای معلّم ریاضی با تمام اهمیتش، هنوز سهم اصلی نیست. برای معلم خوب شدن به‌ابزار و دانش دیگری نیاز است. پولیا نشان داد که حل مسأله یاددادنی و یادگرفتنی است. سهم دانش حرفه‌ای در تربیت یک معلم توانا بسیار زیاد است. به‌هر حال در آموزش ریاضی، بخش عظیمی از علوم انسانی نقش دارند و واقعاً نیاز معلمان ما فقط حل چند مسأله که حل آنها را ببینند نیست. یکی از معلمها می‌گفت که وقتی من اتحاد را درس می‌دهم به‌دانش‌آموزنم مطلب را یاد می‌دهم ولی ده‌روز بعد می‌بینم فقط عدهٔ کمی می‌توانند این کار را انجام بدهند. چکار کنم که بتوانند این کار را انجام بدهند. همین «چکار کنم» یکی از بحث‌های آموزش ریاضی است.

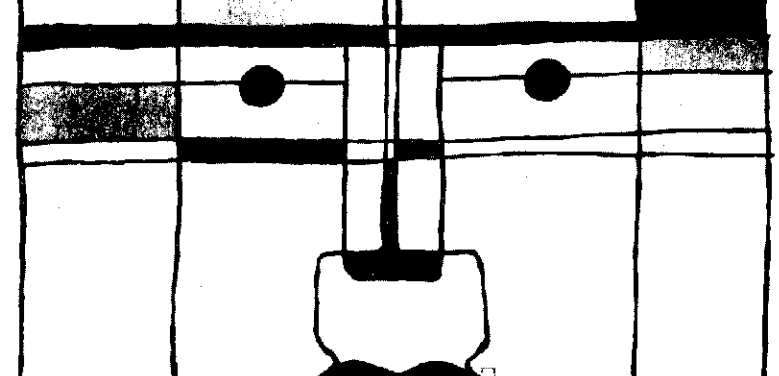
دکتر گویا: اگر اجازه بدهید، یک جمع‌بندی بکنیم. من شخصاً برداشتم از این جلسه این بود که علاوه‌براینکه این تجربیات غنی

را شنیدیم و استفاده کردیم، چند موضوع محوری هم به‌نظر من مطرح شد که جادارد در شماره‌های بعد و نشستهایی که باهم خواهیم داشت راجع به‌آنها هم بحث کنیم. سه موضوع مربوط به اموراجرایی بود که امیدواریم به‌هرحال از نظر سازمانی، سازمان پژوهش به‌این موضوع‌ها رسیدگی کند. آن موضوعها عبارت بودند از **تولید مجله، چگونگی تولید مجله و توزیع مجله**. دیگری **خط مشی مجله** است که من باتأکید به‌پیشنهاد همه و صحبتی که درابتدا داشتیم، و همچنان که دربدو تشکیل مجله نیز بیان شد، هدف مجله مخاطب قرار دادن معلمها برای ارتقای سطح آموزش ریاضی و توسعهٔ حرفه‌ای آنها بوده است و اسناد آن هم درمجله محفوظ است و امیدواریم این مجله درجهت انجام این رسالت حرکت کند. درضمن، و همانطورکه بعضی از شما پیشنهاد دادید، امیدوارم که اگر جای خالی برای مجلهٔ رشد ریاضی است که به‌نظر من هم هست، واقعاً چنین مجله‌ای باهدفهای مشخص تولید شود تاخلاءهای احتمالی درزمینهٔ دانش موضوعی ریاضی را پرکند. مهم این است که ما، هم به‌خوراک این چنینی نیاز داریم و هم به‌خوراک آنچنانی. یکی دیگر از مسایلی که مطرح شد، چگونگی استحکام ارتباط بامعلّمها بود که تامسأله توزیع حل نشود، مشکل برقراری ارتباط بامعلّمها حل نمی‌شود. بهترین زمانی که معلم می‌تواند مجله را دریافت کند درطول سال تحصیلی است. فراگیر شدن نظام‌جدید آموزش متوسطه هم قطعاً روی استحکام ارتباط تأثیر می‌گذارد چون نیمسال تحصیلی خیلی فشرده است و معلّمهای عزیز خیلی باید زحمت بکشند و وقت بگذارند تادرسها را تمام کنند و بااین کار، دیگر حتی وقت برای خوردن و خوابیدنِ باآرامش هم باقی نمی‌ماند، تاچه برسد به‌این که بخواهند مطالب اضافه رامطالعه کنند. مرتب دوره‌های بازآموزی باید بروند، امتحان بدهند، امتحان بگیرند، خلاصه بحث خیلی زیاداست. و از همه مهمتر، پیشنهاد آخری شما را من به‌گوش جان می‌شنوم که واقعاً نظرخواهی از معلمهای گرامی را این دفعه به‌صورت مستقیم انجام دهیم و نیازهای آنها را از زبان خودشان شناسائی کنیم. البته باتوجه به‌این مطالعه و یک امکان‌سنجی و نیازسنجی منطقی می‌توانیم برنامه‌ها را تهیه کنیم، چون واقعیت این است که همانطور که همگی فرمودند، هرکسی به‌تخصص خودش علاقه دارد و این امری طبیعی است زیرا سالهای پربار و زیبای عمر خود را روی آن کار گذاشته است. ولی خوب به‌نظر من، دریک برنامه‌ریزی درسی، بدترین کار این است که برطبق سلیقه و علاقهٔ خودِ برنامه‌ریز، این برنامه‌ریزی انجام بشود. مسأله این است که انسان رسالت و تعهدی‌را پذیرفته است و باید آن را انجام بدهد. اگر این تعهد درراستای تخصصش باشد، بهتر می‌تواند آن را انجام بدهد. اگر هم درآن راستا نبود، باید آنقدر سعهٔ صدر و منطق داشته باشد که واقعاً به‌خاطر مصالح عام، از آنها درجای دیگری استفاده کند و درمجامع تخصصی خودش آن‌ها را عنوان نماید. به‌هرحال، من یک‌بار دیگر از فردفرد شما بزرگواران که لطف کردید و تشریف آوردید، بخصوص جناب آقای غیور واقعاً تشکر می‌کنم و امیدوارم که حداقل، این ارتباط قطع نشود. حالا ما بحث از ارتباط بامعلمها کردیم پس‌ابتدا ازهمین جمع شروع کنیم و این ارتباط را قطع نکنیم تا بالاخره تعامل بین این جامعهٔ علاقه‌مند به‌رشتهٔ ریاضی وجود داشته باشد. چون واقعیتش این است که تعداد علاقه‌مندان به‌آموزش ریاضی زیاد نیستند. ممکن است فکر کنید هر ریاضی‌دانی به آموزش ریاضی هم علاقه‌مند است، اما اینطور نیست. اگر هر ریاضی‌دانی علاقمند به‌آموزش ریاضی بود، ما تاالان ۱۰ تا نشریهٔ آموزش ریاضی داشتیم، نه‌اینکه راجع به‌یکی هم بحث باشد!؟ واقعاً عده‌ای علاقه‌مندند و حاضرند وقتشان را بدون هیچ منتی و بدون هیچ درخواستی بگذرانند و ساعتها بنشینند و راجع به‌مسایل آموزش ریاضی صحبت کنند. من فکر می‌کنم که این خیلی ارزشمند است. امیدوارم آموزش وپرورش نیز این علاقه را خوب ارزیابی کند و از این علاقه‌ها و تواناییهای تخصصی شما عزیزان به‌بهترین نحوی استفاده بکند. به‌هرحال باز هم متشکرم.

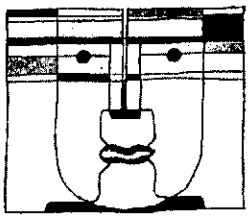
پانویس‌ها

1. Education
2. Literature
3. Parallel
4. Pimm
5. teaching mathematics
6. Spectrum
7. Mathematic Teachers
8- D. Tall





فرانک پهلوانی-یحیی تابش
دانشگاه صنعتی شریف



درس افزار حسابان

درس افزار حسابان
درس افزار حسابان
درس افزار حسابان

یادداشت

این درس‌افزار به مناسبت برگزاری دومین کنفرانس آموزش ریاضی ایران با مساعدت معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف تهیه شد و در اختیار شرکت‌کنندگان در این کنفرانس قرار گرفت.

فصل اول

آشنایی با Derive

بستهٔ نرم‌افزاری Derive برای محاسبات عددی، نمادین و عملیات گرافیکی به‌کار می‌رود. این سیستم یک محیط کار ریاضی ایجاد می‌کند که در آن می‌توان به حل عددی یا حل نمادین مسائل ریاضی پرداخت. توانایی گرافیکی این نرم‌افزار در تجسم برخی ساختارهای مجرد ریاضی، وسیله‌ای قوی در اختیار فراگیران قرار می‌دهد. در مجموع این نرم‌افزار برای آموزش ریاضی و کار در قلمروهای مختلف ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در این مجموعه ابتدا به‌طور خلاصه به روش راه‌اندازی و طریقهٔ استفاده از دستورهای نرم‌افزار اشاره شده و سپس با گوشه‌ای از موارد استفادهٔ این نرم‌افزار در زمینهٔ حساب دیفرانسیل و انتگرال (حسابان) آشنا خواهیم شد.

۱. راه‌اندازی

پس از آماده کردن کامپیوتر نخست یک زیرفهرست به نام Derive در دیسک ثابت بسازید و وارد آن شوید. سپس دیسک حاوی Derive را در دیسک گردان A قرار داده و دستور * . *:copy A را وارد کنید. به این ترتیب برنامه در دیسک ثابت کامپیوتر کپی شده و بعد از این به‌راحتی تنها با تایپ کلمهٔ Derive نرم‌افزار فوق فعال شده و می‌توانید از آن استفاده کنید. در ضمن بهتر است دیسک حاوی Derive را بایگانی نموده و در مواقعی که خللی در برنامهٔ ضبط شده در کامپیوتر ایجاد شد به‌عنوان مرجع به آن مراجعه کنید.

به محض فعال شدن نرم‌افزار Derive صفحهٔ زیر که ما آن را پنجرهٔ اصلی می‌نامیم، ظاهر می‌شود

```
DERIVE
A Mathematical Assistant
Version 2.02
Copyright (C) 1988 and 1990 by Soft Warehouse, Inc.
Honolulu, Hawaii, USA

Press H for help

COMMAND: Author Build Calculus Declare Expand Factor Help Jump SOLVE Manage Options Plot Quit Remove Simplify Transfer moVe
         Window approX
Enter option

Free: 100%                                                    Derive Algeb
```

که دو خط آخر نمایشگر دستورات برنامه هستند. همانطور که ملاحظه می‌کنید در هر دستور یک حرف از هر کلمه به صورت بزرگ نمایش داده شده مانند approX و Build و شما می‌توانید دستورها را تنها با تایپ این حروف صدا بزنید. همچنین با حرکت در میان دستورها به سمت راست توسط کلید Tab و به سمت چپ توسط کلید Backspace می‌توانید دستور موردنظر را انتخاب نموده و با زدن کلید Enter وارد آن شوید و برای خروج از هر مرحله کافی است کلید Esc را فشار دهید.

لازم به ذکر است که برخی از دستورها شامل زیردستوراتی می‌باشند که نحوهٔ انتخاب و ورود و خروج آنان نیز مطابق آنچه که گفته شد انجام می‌شود.

مثال: با زدن کلید C وارد دستور Calculus می‌شوید که خود شامل دستورات زیر می‌باشد.

CALCULUS: Differentiate Integrate Limit Product Sum Taylor

با فشار دادن کلید L وارد زیر دستور Limit شده و با یکبار زدن کلید Esc به دستور Calculus و با فشار دادن مجدد آن به پنجرهٔ اصلی باز خواهید گشت.

قبل از انتخاب هر دستوری برای واردکردن عبارت ریاضی خود ابتدا باید دستور Author را انتخاب نموده و بعد از وارد کردن عبارت موردنظر کلید Enter را فشار دهید. چنانچه عبارت شما دارای اشتباه باشد با پیغام Syntax error مواجه می‌شوید و در این حالت نشانگر کامپیوتر در محل اشتباه قرار می‌گیرد که برای اصلاح آن می‌توانید نکات زیر را مورد استفاده قرار دهید.

با کلید Backspace و یا Delete می‌توانید آخرین حرف را پاک کنید و با حرکت به سمت چپ با فشار دادن همزمان کلیدهای Crl و S و به سمت راست با فشار دادن کلیدهای Crl و D نشانگر کامپیوتر را درمحل موردنظر خود قرار دهید.

برای خروج از Derive کافی است حرف Q را تایپ کرده و پس از دریافت پیغام ?Abandon expressions (Y/N) با انتخاب Y از برنامه خارج می‌شوید.

در ضمن برای کسب اطلاعات بیشتر در رابطه با نرم‌افزار فوق می‌توانید از دستور Help که شامل هفت قسمت می‌باشد، استفاده نمائید.

در ادامه کاربرد و طریقهٔ استفادهٔ برخی از دستورات Derive در سه بخش عمده تحت عناوین، عملیات محاسباتی و جبری، عملکرد گرافیکی و حساب دیفرانسیل انتگرال برای شما شرح داده شده است.

۲. عملیات جبری و محاسباتی

از جمله دستوراتی که در این نرم‌افزار با استفاده از آنها می‌توان برخی از اعمال جبری و محاسباتی را در ریاضیات انجام داد عبارتند از Simplify، Solve، Expand، Factor که در ادامه به‌طور مختصر با نحوهٔ کار هر یک آشنا می‌شویم.

الف) دستور Factor

این دستور همراه با دستورات زیر ظاهر می‌شود.

FACTOR: Amount: Trivial Squarefree Rational raDical Complex

و با توجه به زیردستور انتخابی شما عبارت موردنظر را تجزیه می‌کند که به‌ترتیب به‌شرح عملکرد هر یک از زیردستورات فوق می‌پردازیم.

- زیر دستور **Trivial**: عبارت را بر حسب کمترین توان متغیرها و بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک ضرایب تجزیه می‌کند.

مثال: عبارت $2x^3 - 12x^2 + 18x$ را به طریق زیر وارد کرده و جواب را دریافت می‌کنید.

F کلید

FACTOR expression: 2x^3 – 12x^2 + 18x

Enter کلید

T کلید

$1: 2x(x^2 - 6x + 9)$

- زیر دستور **Squarefree**: عبارات را به صورت حاصلضربی از جمله‌ها با توانهای مختلف تجزیه می‌کند.

مثال: تجزیهٔ عبارت قبلی را به‌صورت زیر نمایش می‌دهد.

F کلید

FACTOR expression: 2x^3 – 12x^2 + 18x

Enter کلید

S کلید

$1: 2x(x - 3)^2$

- زیر دستور **Rational**: عبارت را به جملاتی تا حد ممکن با ضرایب در R تجزیه می‌کند.

مثال: تجزیهٔ $x^4 + 2x^3 - x^2 - 8x - 4$ به صورت زیر است.

کلید F

FACTOR expression: x^4 + 2x^3 - x^2 - 8x - 4

کلید Enter

کلید R

1: $(x-2)(x+1)^2(x+2)$

- زیر دستور raDical: با استفاده از دستور فوق شما می‌توانید تجزیه عبارت موردنظر خود را به‌صورت حاصلضربی از جملاتی با ضرایب کسری و یا اعشاری مشاهده کنید. که البته شکل ضرایب انتخابی خود را می‌توانید با استفاده از زیر دستور Precision دستور Option که خود شامل زیر دستورات فوق می‌باشد تعیین نمائید.

OPTIONS PRECISION: Mode: Approximate Exact

Mixed Digits: 6

مثال: تجزیهٔ عبارت $x^2 - 2$ در زیر دستور Precision در حالت Mix یا Approximate با ضرایب اعشاری به صورت $(x+1/4142)(x-1/4142)$ است و در حالت Exact به‌صورت $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$ می‌باشد.

- زیر دستور Complex: با توجه به حالت انتخابی شما در زیردستور Precision عبارت موردنظر را در C تجزیه می‌کند.

مثال: تجزیهٔ عبارت $x^2 + 2$ در حالت Mixed یا Approximate به صورت $(x+1/4142i)(x-1/4142i)$ و در حالت Exact به شکل $(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$ می‌باشد.

ب) دستور Expand

دستور فوق عکس دستور Factor عمل می‌کند به این ترتیب که عبارتهای حاصلضربی را با انجام عمل ضرب به‌صورت یک عبارت واحد با ضرایبی در حالت انتخابی زیر دستور Precision نمایش می‌دهد.

مثال: عبارت حاصلضربی $(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})$ در حالت Mixed یا Approximate به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

کلید E

EXPAND expression: (x-sqrt 2)(x-sqrt 3)

کلید Enter

$x^2 - 3.1462x - 2.4494$

و در حالت Exact به طریق مشابه به صورت $x^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{3}x + \sqrt{6}$ نشان می‌دهد.

ج) دستور Simplify

ساده کردن عبارت با توجه به حالت انتخابی در زیر دستور percision توسط این دستور صورت می‌گیرد. در عملیات ساده کردن دستور فوق نه تنها حذف عامل مشترک از صورت و مخرج کسر و حذف عنصر بی‌اثر عمل جمع یا ضرب را انجام می‌دهد بلکه همانطور که در قسمت‌های بعدی مشاهده خواهید کرد در انجام محاسبات دیفرانسیل و انتگرال و حل معادلات نیز برای دستیابی به جواب ساده شدهٔ نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

د) دستور Solve

با استفاده از این دستور می‌توانید جواب معادله یا نامعادلهٔ موردنظرتان را در حالت انتخابی خود در زیر دستور Precision دریافت کنید. در ضمن برای حل عباراتی با بیش از یک متغیر با تایپ جملهٔ Solve(u , x) در دستور Author و سپس استفاده از دستور Simplify حل معادله یا نامعادلهٔ u را بر حسب متغیر x خواهید داشت. توجه کنید که علامت curvearrowright یعنی معادله شما بی‌نهایت جواب دارد.

مثال: حل معادلهٔ $x^2 - 4 = 0$ و نامعادلهٔ $-2x + 3y \leq 7$ نسبت به متغیر x به‌ترتیب به صورت زیر انجام‌پذیر است.

کلید L

SOLVE expression: x^2 - 4

کلید Enter

1: x=2

2: x=-2

کلید A

AUTHOR expression: Solve (-2x + 3y <= 7,x)

کلید Enter

1: SOLVE $(-2x + 3y \leq 7, x)$

کلید S

SIMPLIFY expression: #1

کلید Enter

2: $x \geq \frac{3y-7}{2}$

۳. عملکرد گرافیکی

از جملهٔ امکانات خوب نرم‌افزار Derive عملکرد گرافیکی آن می‌باشد که به‌طور عمده با دستور Plot قابل اجراء بوده و با استفاده از آن می‌توان نمودارهای توابع را روی صفحهٔ کامپیوتر مشاهده کرد. در این قسمت به بیان عملکرد دستور Plot و مختصری از زیر دستورهای آن که به‌صورت زیر ظاهر می‌گردد بسنده می‌کنیم.

COMMAND: Algebra Center Delete Help Move Options

Plot Quit Scale Ticks Window Zoom

Enter option

Cross x:1 y:1 Scale x:1 y:1 Derive 2D-p1

- زیر دستور **Algebra** : با انتخاب این زیر دستور به پنجرهٔ اصلی باز می گردید.

- زیر دستور **Center** : با حرکت دادن نشانگر کامپیوتر به سمت راست یا چپ، بالا یا پائین و سپس با استفاده از این دستور می‌توانید دنبالهٔ نمودار را در سمت راست یا چپ و به همین ترتیب بالا یا پائین ملاحظه کنید.

- زیر دستور **Option** : زیردستور فوق به صورت زیر ظاهر می‌شود.

OPTIONS: Accuracy Color Display Execute Mute Notation

Precision Radix State

Enter option

Cross x:1 y:1 Scale x:1 y: 1 Derive 2D-p1

که در آن زیر دستور Accuracy برای دقت رسم درنظر گرفته شده با انتخاب اعداد ۱ تا ۹ به‌طور صعودی میزان دقت رسم کاهش می‌یابد. زیر دستور Display از اهمیت زیادی برخوردار است و قبل از هر کاری لازم است که در این زیر دستور کامپیوتر در حالت Graphic قرار گیرد.

- زیر دستور **Plot** : عبارت مشخص شده را رسم می‌کند.

- زیر دستور **Scale** : برای تغییر نسبت واحدهای محورهای مختصات به‌طور همزمان بکار می‌رود که به این ترتیب در بزرگنمایی شکل تغییر ایجاد می‌شود.

- زیر دستور **Zoom** : در بزرگنمایی محورهای مختصات تک‌تک و یا همزمان به صورت زیر تغییر ایجاد می‌کند. به این ترتیب که با هر بار فشار دادن کلید F9 شکل را نسبت به محور انتخابی به نسبت ۰/۱, ۰/۲, ۰/۵, ۱, ۲, ۵, ۱۰,... بزرگ و با هر بار زدن کلید F10 شکل به ترتیب نسبتهای ذکر شده کوچک می‌شود.

مثال : برای رسم نمودار تابع $y = x^2$ به‌ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

کلید A

Enter کلید

AUTHOR expression: کلید x^2

Enter کلید

1: کلید x^2

کلید P

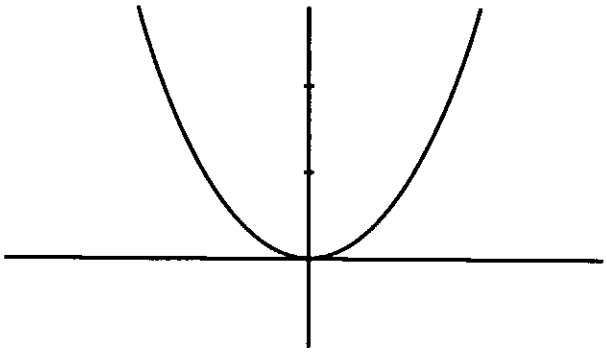
کلید O

کلید D

Back space کلید

Enter کلید

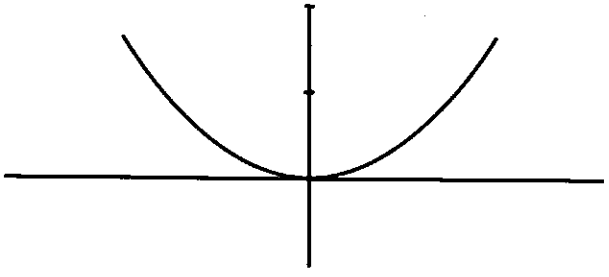
کلید P



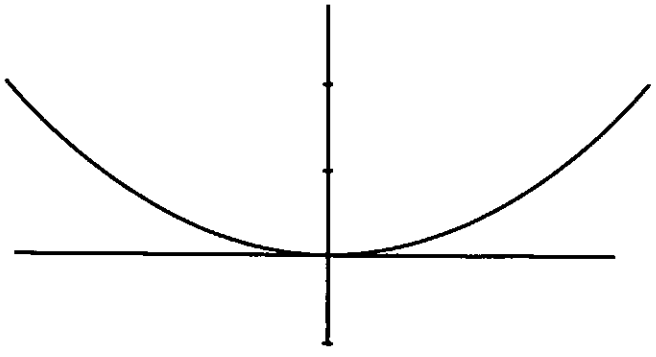
چنانچه نمودار فوق را Zoom کنیم شکل زیر را خواهیم داشت.

کلید Z

Enter کلید



و با یکبار زدن کلید F9 شکل زیر ایجاد می‌شود.



۴. حساب دیفرانسیل و انتگرال

نرم‌افزار Derive اعمالی نظیر مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری و پیدا کردن حد توابع را در حساب دیفرانسیل و انتگرال توسط دستور

Calculus در اختیار استفاده کننده قرار می‌دهد. این دستور شامل دستورات زیر می‌باشد که در حد نیاز برخی از آنها را شرح می‌دهیم.

CALCULUS: Differentiate Integrate Limit Product Sum Taylor

- زیر دستور **Diffrentiate**: با انتخاب این دستور می‌توانید مشتق عبارت موردنظر خود را نسبت به متغیر مقدار دلخواه از مرتبهٔ n با وارد کردن اطلاعات موردنیاز به طریق زیر ملاحظه کنید. ابتدا در مقابل دستور

CALCULUS DIFFRENTIAL expression

عبارت موردنظر را تایپ نموده و با زدن کلید Enter آن را وارد نمائید و سپس در مقابل دستور بعدی که در صفحهٔ کامپیوتر ظاهر می‌شود نام متغیری که مایلید عمل مشتق نسبت به آن انجام گیرد تایپ و وارد کنید. در مرحلهٔ سوم کافی است در مقابل دستور CALCULUS DIFFERENTIAL: Order: مرتبهٔ مشتق را مشخص نمائید پس از وارد کردن عدد موردنظر شکل صوری دیفرانسیل از عبارت انتخابی خود را در پنجره اصلی مشاهده خواهید کرد که پس از انتخاب دستور Simplify صورت نهایی مشتق عبارت موردنظر خود را می‌بینید.

مثال: مشتق عبارت ln(cos(x)) نسبت به متغیر x از مرتبهٔ ۲ به صورت زیر انجام گرفته و نمایش داده می‌شود.

C کلید

D کلید

CALCULUS DIFFERENTIAL expression: ln (cos(x))

Enter کلید

CALCULUS DIFFERENTIAL variable: x

Enter کلید

CALCULUS DIFFERENTIAL: Order: 2

Enter کلید

1: $\left[\frac{d}{dx}\right]^2 \ln(\cos(x))$

S کلید

SIMPLIFY expression: #1

Enter کلید

2: $-\text{TAN}(x)^2 - 1$

- زیر دستور **Integrate**: توسط این دستور انتگرال عبارتی که در مقابل دستور

CALCULUS INTERGRATE Expression:

تایپ می‌شود نسبت به متغیر انتخابی در دستور

CALCULUS INTERGRATE variable:

در صورتیکه انتگرال معین باشد در فاصله [a,b] که در دستور زیر وارد می‌گردد.

CALCULUS INTERGRATE Lower Limit: a

Upper Limit: b

در پنجره اصلی مشاهده می‌کنید و سپس وارد کردن عبارت انتگرالی فوق به دستور Simplify جواب نهایی انتگرال را دریافت خواهید کرد.

مثال: برای محاسبهٔ انتگرال نامعین $\int \frac{1}{x} dx$ به طریق زیر عمل کنید.

C کلید

I کلید

CALCULUS INTEGRATE exprestion: 1/ x

Enter کلید

CALCULUS INTERGRATE variable: x

Enter کلید

CALCULUS INTERGRATE Lower Limit:

Upper Limit:

Enter کلید

1: $\int \frac{1}{x} dx$

S کلید

SIMPLIFY expression: #1

Enter کلید

2: ln(x)

- زیر دستور **Limit**: به کمک دستور فوق می‌توانید حد عبارت موردنظرتان را نسبت به متغیر انتخابی وقتی به سمت a میل می‌کند در پنجرهٔ اصلی مشاهده کرده و با انتخاب دستور Simplify مقدار آن را بدست آورید.

مثال: حد عبارت $\frac{ax}{1+x}$ نسبت به متغیر x وقتی که به سمت بی‌نهایت میل می‌کند به صورت زیر انجام می‌شود.

C کلید

L کلید

CALCULUS LIMIT expression: ax/ (1+x)

Enter کلید

CALCULUS LIMIT variable: x

Enter کلید

CALCULUS LIMIT: Point: inf

کلید Enter

1: $\lim_{x\to\infty} \frac{ax}{1+x}$

کلید S

SIMPLIFY expression: #1

2: a

- زیر دستور **Sum** : برای محاسبهٔ مجموعها و سریها بکار می‌رود.

مثال: مجموع $\sum_{n=0}^{m} \frac{1}{2^n}$ را می‌توانید به طریق زیر به دست آورید.

کلید C

کلید S

CALCULUS SUM expression: 1/2^n

کلید Enter

CALCULUS SUM variable: n

کلید Enter

CALCULUS SUM: Lower Limit: o Upper limite: m

کلید Enter

1: $\sum_{n=0}^{m} \frac{1}{2^n}$

کلید S

SIMPLIFY expression: #1

2: $1-2^m$

عملیات مشتق، انتگرال، حد و مجموع به طریق دیگری نیز توسط نرم‌افزار Derive قابل اجراست. به این ترتیب که پس از وارد شدن به دستور Author با تایپ جملهٔ DIF(u,x,n) مشتق عبارت u را بر حسب متغیر x از درجهٔ n، با تایپ جملهٔ INT(u,x,a,b) انتگرال عبارت u نسبت به متغیر x در فاصلهٔ [a,b] با تایپ جملهٔ LIM(u,x,a) حد عبارت u را وقتی x به سمت a میل می‌کند و با تایپ SUM(u,n,k,m) مجموع عبارت u با اندیس جمع n از k تا m در پنجرهٔ اصلی مشاهده می‌شود و با انتخاب دستور Simplify جواب ساده شده در صفحهٔ کامپیوتر ظاهر می‌گردد.

فصل دوم

کارگاه حسابان

همانطور که دیدیم نرم‌افزار Derive از قابلیتهای محاسباتی اعم از عددی، نمادین و گرافیکی برخوردار است. این قابلیتها ابزار مناسبی برای بررسی مفهوم تابع و مفاهیم مرتبط با آن نظیر حد، مشتق و انتگرال است. در این بخش به بررسی این مفاهیم به کمک Derive می‌پردازیم.

۱. توابع و نمودار آنها

در این قسمت خواهیم دید که چگونه با استفاده از دستوراتی که تاکنون آموخته‌ایم می‌توان به راحتی صفرها، دامنه و برد توابع و نیز مفاهیم دیگری از قبیل معکوس‌پذیری، صعودی یا نزولی بودن توابع و غیره را تعیین کرد. برای تعیین موارد فوق با استفاده از نمودار تابع دستور Plot را بکار می‌بریم. به‌عنوان مثال به کمک این دستور توابع زیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

الف) $f(x)=\frac{x^3-5x^2-x+5}{10}$

ب) $f(x)=x^2-\sqrt{1-x}$

حل الف)

تابع الف را بصورت عبارت (x^3 - 5x^2 - x + 5) / 10 وارد کامپیوتر نموده و برای ترسیم نمودار آن مطابق زیر عمل می‌کنیم.

کلید A

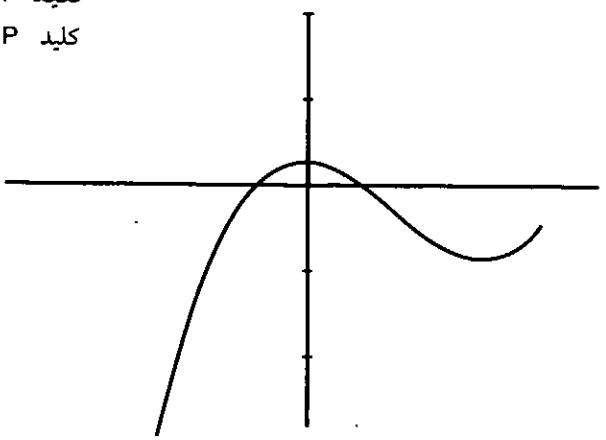
AUTHOR expression: (x^3 - 5x^2 - x + 5) / 10

کلید Enter

$\frac{x^3-5x^2-x+5}{10}$

کلید P

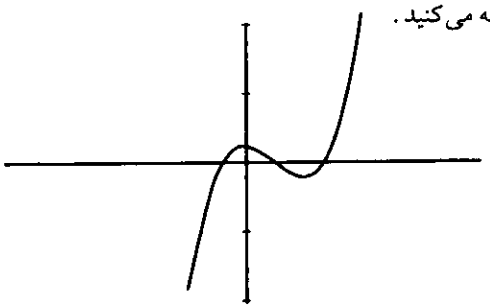
کلید P



از آنجایی که چندجمله‌ایهای درجهٔ ۳ ممکن است دارای سه ریشه باشند در حالی که نمودار فوق تنها دو ریشه نمایش می‌دهد با Zoom کردن روی نمودار فوق می‌توانید از وجود یا عدم وجود ریشهٔ دیگر اطمینان حاصل کنید.

با توجه به نمودار تابع واضح است که دامنه و برد تابع فوق هر دو $(-\infty,+\infty)$ بوده و برای تعیین مختصات هر نقطهٔ نمودار از جمله صفرها کافی است نشانگر کامپیوتر را توسط کلیدهای $\rightarrow,\uparrow,\downarrow,\leftarrow$ در محل موردنظر روی نمودار قرار داده و سپس مختصات نقطهٔ موردنظر را در

گوشهٔ چپ کامپیوتر جلوی کلمهٔ Cross بخوانید. در شکل زیر مختصات نقطهٔ تعیین شده توسط نشانگر کامپیوتر را که (۰ , ۱) می‌باشد، ملاحظه می‌کنید.



برای یافتن صفرهای توابع می‌توانید با وارد کردن تابع موردنظر خود در دستور Solve نیز عمل کرده، سپس لیست صفرها را در خروجی پنجرهٔ اصلی مشاهده کنید. مثلاً در مورد همین تابع می‌توان بطریق زیر نیز عمل کرد.

کلید L

SOLVE expression: (x^3 – 5x^2 – x + 1) / 10

کلید Enter

x=1

x=-1

x=5

نکته

هر بار پس از مشاهدهٔ نمودار موردنظر برای ترسیم نمودار بعدی با استفاده از دستور Delete نمودار قبلی را در صفحه پاک نمائید.

حل ب)

مانند مثال قبل تابع را به طریق زیر وارد کامپیوتر کرده و آن را ترسیم می‌کنیم.

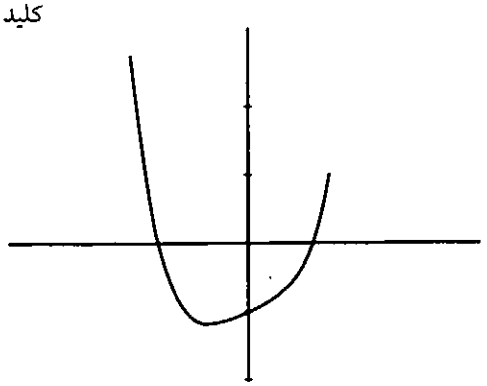
کلید L

AUTHOR expression: X^4 – Sqrt(1 – X)

کلید Enter

کلید P

کلید P

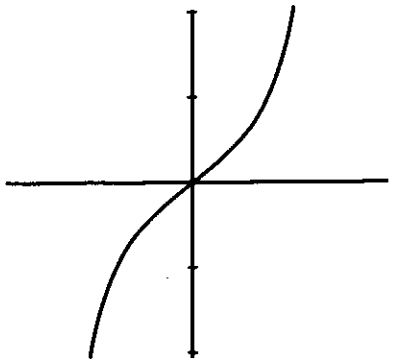


برای تعیین دامنه نیازی به محاسبه و حل نامعادلهٔ $1 - x > 0$ ندارید بلکه نمودار تابع که توسط دستور Plot ترسیم شده خود بیانگر این حقیقت می‌باشد که تابع فوق تنها به ازای اعداد حقیقی کمتر از یک تعریف شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌کنید ممکن است مقدار تابع به میزان دلخواه بزرگ شود ولی نمی‌تواند کوچکتر از مقداری که قسمت انتهایی نمودار نشان می‌دهد، باشد. با قرار دادن نشانگر کامپیوتر در منتهی‌الیه پائینی نمودار مقدار تابع در موقعیت فوق به طور تقریبی به‌دست می‌آید. به این ترتیب برد تابع $[-1/15, \infty)$ بوده و نقطهٔ $(-1/15, -0/47)$ نقطهٔ می‌نیمم تابع فوق می‌باشد. با استفاده از همین روش صفرهای تابع عبارتند از $x = -1/2$ و $x = 0/8$ که البته برای پیدا کردن صفرها دستور Solve را نیز می‌توان بکار برد.

از جمله اطلاعات جالب دیگری که نمودار تابع فوق در اختیار ما می‌گذارد جواب نامعادلهٔ $x^4 < \sqrt{1-x}$ می‌باشد. می‌دانیم که نامعادلهٔ فوق زمانی صحیح است که نمودار تابع $x^4 - \sqrt{1-x}$ زیر محور xها واقع باشد و با توجه به شکل ۳.۱ این اتفاق بین دو صفر تابع می‌افتد پس جواب نامعادله عبارتست از $-1/2 < x < 0/8$.

همانطور که می‌دانید معکوس‌پذیری و زوج و فرد بودن توابع نیز از طریق نمودار آنها قابل بررسی می‌باشد. به‌عنوان مثال هیچ‌یک از توابع مثالهای الف و ب با توجه به این که خط $x = 0$ را در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند یک‌به‌یک و در نتیجه معکوس‌پذیر نیستند.

تابع $f(x) = x^5 + x$ نمونه‌ای از یک تابع معکوس‌پذیر می‌باشد. چنانچه نمودار تابع فوق را توسط دستور Plot رسم کنید، شکل زیر در صفحهٔ کامپیوتر ظاهر می‌شود.

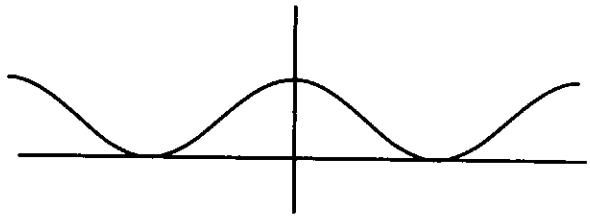


مقدار تابع معکوس را در هر نقطه با قرار دادن نشانگر کامپیوتر در محل موردنظر تعیین کنید. به‌عنوان مثال مقدار $f^{-1}(2)$ را می‌توانید با قرار دادن نشانگر کامپیوتر بر روی نمودار تابع در محلی که خط $y = 2$ نمودار را قطع می‌کند در جلوی کلمهٔ Cross که

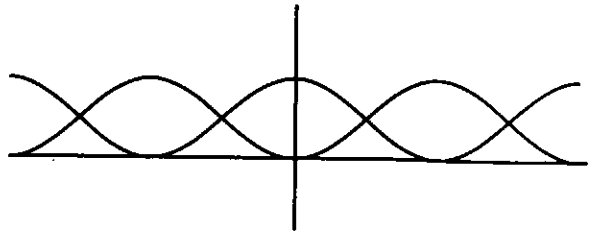
$x = ۰/۷۵$ می‌باشد، بخوانید. علاوه بر این با مشاهدهٔ این که نمودار فوق نسبت به محور yها تقارن ندارد نتیجه می‌شود که تابع فوق زوج نیست ولی با توجه به این‌که نمودار آن نسبت به مبدأ مختصات تقارن دارد فرد می‌باشد.

توابع دیگری که بررسی نمادین و گرافیکی آنها جالب می‌باشند، عبارتند از توابع مثلثاتی و متناوب که نمونه‌هایی از آنها را در ادامه خواهیم دید. نکته‌ای که در زمینهٔ کار با توابع مثلثاتی در نرم‌افزار Derive قابل ذکر می‌باشد، این است که در این نرم‌افزار اندازهٔ زاویه بر حسب رادیان در نظر گرفته شده لذا $\sin ۳۰^\circ$ به عنوان سینوس ۳۰ رادیان محاسبه می‌گردد و اگر مایل باشید که با سینوس ۳۰ درجه کار کنید می‌بایست عبارت deg را در جلوی عدد ۳۰ تایپ کنید یعنی عبارت قبلی را به صورت sin (30 deg) وارد نمائید. در مورد توابعی که با نسبتهای مثلثاتی در ارتباط هستند علاوه بر معلوماتی که تاکنون به آنها اشاره کردیم می‌توان تناوبی بودن یا نبودن و نیز دورهٔ تناوب آنها را به‌طور تقریبی تعیین نمود. برای مثال توابع $\cos^۲ x$ و $\cos(x^۲)$ را در زیر مورد بررسی قرار داده‌ایم:

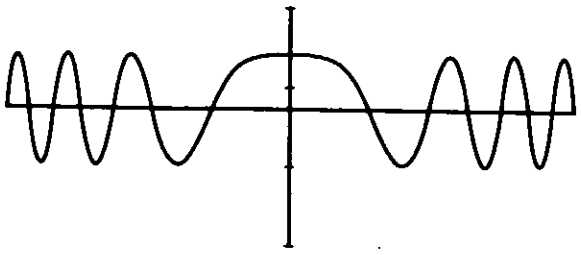
نمودار تابع $\cos^۲ x$ را پس از وارد کردن عبارت cosx^2 در دستور Author و انتخاب دستور Plot به صورت زیر داریم:



در شکل (بالا) تناوبی بودن تابع $\cos^۲ x$ به‌وضوح قابل رؤیت است. حال چنانچه بدون استفاده از دستور Delete نمودار فوق را در صفحهٔ کامپیوتر نگاهداشته و دستور Plot تابع $\cos^۲(x+\pi)$ را بدهید. از منطبق شدن نمودار تابع جدید بر روی نمودار قبلی نتیجه می‌شود که π یک دورهٔ تناوب تابع $\cos^۲ x$ بوده و $\frac{\pi}{۲}$ دورهٔ تناوب تابع فوق نیست زیرا نمودار تابع $\cos^۲(x+\frac{\pi}{۲})$ نسبت به نمودار تابع $\cos^۲ x$ به‌صورت زیر ظاهر می‌گردد.



با ترسیم نمودار تابع $\cos(x^۲)$ توسط دستور Plot شکل زیر را روی صفحهٔ کامپیوتر ملاحظه می‌کنید که به وضوح تناوبی نیست.



تمرین

۱ـ دامنه، برد و صفرهای توابع زیر را تعیین کنید.

الف) $f(x) = x^۲ - x - ۲$

ب) $g(x) = x^۳ + \sqrt{x-۱} - ۵$

ج) $h(x) = \frac{x}{x^۳ + x + ۱}$

۲ـ ریشه‌های تابع $f(x) = \frac{x^۳ - ۵x^۲ - x + ۱}{۱۰}$ را با حل دستگاه

$$\begin{cases} y = \frac{x^۳ - ۵x^۲}{۱۰} \\ y = \frac{x-۱}{۱۰} \end{cases}$$

از طریق ترسیم نمودارها تعیین کنید.

۳ـ اگر $f(x) = x^۲ + ۱$ $g(x) = ۱/x$ دامنه تابعهای f و g و سپس دامنهٔ تابعهای f+g، f-g و f.g و $\frac{f}{g}$ را با استفاده از نمودارهایشان بیابید.

۴ـ زوج یا فرد بودن و معکوس‌پذیری هر یک از توابع زیر را بررسی کنید.

الف) $f(x) = ۵x + ۱$

ب) $g(x) = x^۴ + ۸x^۲ + ۱$

ج) $h(x) = \sqrt{۳x-۱}$

۵ـ نامعادلهٔ $|x^۲ - ۳| < ۶x$ را حل کنید.

۶ـ نمودارهای توابع زیر را ترسیم نموده و در صورت تناوبی بودن هر یک دورهٔ تناوب آن را مشخص کنید.

الف) $f(x) = \sec x$

ب) $g(x) = \sec(\frac{۱}{x})$

ج) $h(x) = \cos ۲x + \tan x$

دنبالهٔ این مقاله در شمارهٔ بعد به چاپ خواهد رسید

روایت معلمان

به دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله درنظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیکتری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایتهای خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌ای خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آنها بپردازند.

زهرا عراقیان

دبیرستان الزهرا ـ منطقهٔ ۳ تهران

هندسه چیست؟ آسان است؟ چند تا هندسه داریم؟ در کنکور می‌آید؟ چگونه سؤال هندسه می‌آید؟ اینها سؤالاتی بود که دانش‌آموزان دبیرستان درکلاس هندسه ۱ نظام‌جدید مطرح می‌کردند. تمام این سؤالها بجا بود. راستی هندسه چیست؟ طی بیست‌واندی سال تدریس که عمدهٔ سالهایش به‌تدریس هندسه گذشته است همواره این سؤال‌ها مطرح بوده است. دروس ریاضی همیشه برای دانش‌آموزان و خانواده‌ها به‌عنوان یک درس مشکل و عمده مطرح بوده است و آنها از درس ریاضی خصوصاً هندسه وحشت دارند. درشرایطی که دنیای اطراف ما همه درچهارچوب شکلهای هندسی خلاصه می‌شود دید روشنی نسبت به‌این درس وجود ندارد، وحشت نیاموختن و از عهده امتحان برنیامدن همیشه مطرح بوده است. کمتر کسی علت را درنحوه آموزش جستجو می‌کرد بلکه بشتر علتها را در استعداد و هوش وتوانایی دانش‌آموز جستجو می‌کردند. معلمین درچهارچوب مطالب کتاب می‌گفتند اما از دانش‌آموزان چیزی فراتر از آن می‌خواستند درسها فرموله آموخته می‌شد و ابتکاری خواسته می‌شد راستی چرا؟ ... حالا دراین میان هندسه منزوی‌تر از سایر دروس ریاضی همچون غولی برای دانش‌آموز مطرح بود درسی بی‌رابطه باسایر دروس ریاضی!

درنظام قدیم آموزشی کتابهای هندسه باحجم زیاد از تئوری، تعریف، اصول قضیه، فرض، حکم، برهان و... کلیشه‌ای به دانش‌آموز داده می‌شد و آنها حفظ می‌کردند. کلاس هندسه یعنی کلاس گچ‌کاری! گچ سرتاپای معلم را می‌پوشاند و دانش‌آموز گیج‌وحیران، مات و مبهوت این همه توضیح، بدون درگیر شدن بامطالب و مسائل!... کتاب تغییر کرد نظام‌آموزشی دگرگون شد و تغییر کتاب تغییری درنوع فعالیت دانش‌آموز درکلاس ایجاد نکرد. این‌بار کتابی غنی، پرحجم و فشرده به‌صورت مجموعه‌ای انتزاعی مطرح شد اما مشکل دانش‌آموز حل نشد. دوباره کتاب تغییر کرد! اکنون در شروع درس و کلاس هستیم آنها سؤال می‌کنند و من بی‌جواب نگاهشان می‌کنم. این بار کتاب هندسه بامضمونی دیگر دراختیار معلمین و دانش‌آموزان قرار داده شده است. در پیشگفتار کتاب، هندسه به‌عنوان «ابزاری برای درک و توصیف فضایی که درآن قرار گرفته‌ایم بعنوان ملموس‌ترین و واقعی‌ترین قسمت ریاضی» مطرح شده است. دریک جمعبندی، دورنمای هندسه را برای اینکه از حالت انتزاعی خارج کند به‌صورت زیر بیان نموده است:

ـ هندسه علم‌شناخت دنیایی است که درآن زندگی می‌کنیم؛

ـ هندسه روش نمایش مفاهیم و فرایندهای شاخه‌های مختلف ریاضی و علوم است؛

ـ هندسه نقطه تلاقی بین ریاضی به‌عنوان یک علم‌مجرد و ریاضی به‌عنوان یک علم تجربی شهودی است؛

ـ هندسه مدل‌ساز پدیده‌های طبیعی است؛

ـ هندسه تمثیلی برای یاددادن و یادگرفتن استدلال استنتاجی است؛

ـ هندسه وسیله‌ای مؤثر و مفید در ارائه

هندسه چیست؟ آسان است؟ چند تا هندسه داریم؟ درکنکور می‌آید؟ چگونه سؤال هندسه می‌آید؟ اینها سؤالاتی بود که دانش‌آموزان دبیرستان درکلاس هندسه ۱ نظام جدید مطرح می‌کردند.

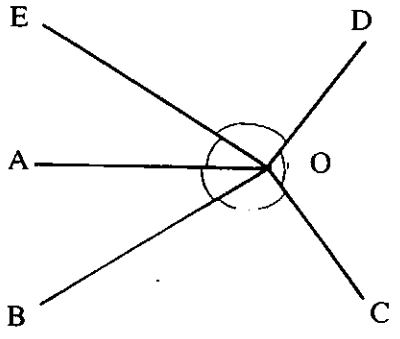
کاربردهای بدیع و خلاق است.

و در آخر یادگیری آن به‌عنوان قسمت‌های اصلی ریاضی با اهمیت مطرح شد و کلید فهمیدن دنیای اطرافمان شد و بالاخره خواسته شده که کلیه مدرسین ابتدا دانش‌آموزان را به گروههای کوچک تقسیم کنند، تا هم زمینه و روح مشارکت و همکاری در آنها تقویت شود و هم فعالیتهای کتاب بوسیله خود دانش‌آموزان انجام گیرد و نتیجه تحقیقات از زبان آنها مطرح شود.

چون کلاس درسی که سالها می‌بایست دانش‌آموزان در آن ساکت و صم‌بکم بنشینند تبدیل به‌محیطی فعال و شلوغ و پرجنب‌وجوش می‌شد و این خارج از عادت و حوصله ما معلمین بود.

مسلماً این کار در ابتدا بسیار دشوار بنظر می‌آمد چون کلاس درسی که سالها می‌بایست دانش‌آموزان در آن ساکت و صم‌بکم بنشینند تبدیل به‌محیطی فعال و شلوغ و پرجنب‌وجوش می‌شد و این خارج از عادت و حوصله ما معلمین بود. درکلاس ما هم کار به‌همین نحو انجام گرفت. ابتدا دانش‌آموزان را به‌گروههای ۳ الی ۵ نفره تقسیم کردیم انتخاب افراد هر گروه به‌عهده خود دانش‌آموزان بود و آنها هم اکثراً دوستانشان را انتخاب می‌کردند و اگر هم دوست نبودند حداقل بچه‌هایی را انتخاب می‌کردند که راحتتر می‌توانستند با هم ارتباط برقرار کنند و قرار گذاشتیم تمام دانش‌آموزان هر گروه خط‌کش و پرگار و نقاله یعنی ابزار کار داشته باشند. به‌این ترتیب هر وقت درس هندسه داشتیم جنب‌وجوش خاصی درکلاس برقرار بود. بچه‌ها کتاب به‌دست مشغول جابجایی بودند که هر گروه در یک ردیف یا دو ردیف پشت سر هم روی نیمکتها بنشینند و این برای بچه‌ها بسیار جالب بود. چون درکلاس در کنار دوستانشان بودند و با شروع هر فعالیت آنها فرصت داشتند با هم صحبت کنند منتها صحبتها بر سر مطالب درسی بود. کلاس شروع و درس آغاز گشت.

در فعالیت ۱ـ۱ صفحه ۳ کتاب خواسته شده بود هر زاویه را از روی شکل با نقاله اندازه گرفته و درون آن بنویسند، سپس اندازه‌ها را جمع کرده و مجموع را بیان کنند. هر گروه بسیار صادقانه اندازه مجموع را ۳۶۲ و ۳۶۵ و ۳۵۸/۵ و غیره بدست آورد و تنها یک گروه بود که اعلام کرد ۳۶۰ درجه. وقتی علت را جویا شدم گفتند ۴ زاویه را اندازه گرفتیم و از ۳۶۰ کم کردیم و پنجمین زاویه بدست آمد، چون میدانیم دور تا دور یک نقطه ۳۶۰° است و درحقیقت از دانسته‌های قبلی به‌این نتیجه رسیدند و روی همین نظر بحث درکلاس بالا گرفت و توانستیم تفاوت روش استقرایی و استنتاجی را برای آنها و بوسیله خودشان نشان دهیم. اما درهمین فعالیت وقتی قسمت «ب» را مطرح کردیم که نقطه دیگری مانند O′ درصفحه درنظر بگیرید و زاویه‌های AO′C و BO′C و CO′E و EO′A را با اندازه‌های دلخواه به‌رأس O′ درصفحه رسم کنید و سپس مجموع را بیان کنید تمام دانش‌آموزان عدد ۳۶۰ را بدست آوردند. همینطور این فعالیت را در مورد مثلث و مجموع زوایای داخلی آن ادامه دادیم. کلاس در شور و حالی خاص پیش می‌رفت و از همه مهمتر نشان می‌داد که با وجود اینکه دانش‌آموزان از کلاس دوم سوم دبستان با خط‌کش و نقاله آشنا می‌شوند هرگز برایشان کاربرد نداشته، چون اندازه‌گیری‌ها فرضی بوده است. آنها حتی قدرت استفاده از حدس و گمان در اندازه‌ها را هم ندارند یعنی در قسمت (الف) حتی یک گروه هم نتوانست اندازه واقعی را بدست بیاورد و می‌توان نتیجه گرفت که درگیر نبودن دانش‌آموزان با مطالب درسی چقدر باعث بی‌تفاوتی نسبت به‌اندازه‌ها و حدس و گمان‌ها می‌شود. اما در این فعالیتها، بسیار جالب توجه بود که در انجام فعالیتهای گروهی، دانش‌آموزان ضعیف و متوسط نتایج بهتری نسبت به‌دانش‌آموزان نمره بالا (زرنگ) ارائه می‌دادند. آنها بقدری با شور و هیجان در این فعالیتها شرکت می‌کردند که من هم تشویق می‌شدم با نقاله و خط‌کش کار کنم.



ما درکلاس قرار گذاشته بودیم که هر گروه که نتیجه‌گیریهایش از روش استقرایی به‌نتایج روش استنتاجی نزدیکتر باشد نمره ۲۰ می‌گیرد و این نمره به‌تک تک دانش‌آموزان هر گروه تعلق دارد. با اینکه در این فعالیتها دانش‌آموزان ساعی و زرنگ در گروهشان دانش‌آموزان ضعیف را نمی‌پذیرفتند و یا اگر احتمالاً دانش‌آموز متوسطی بود بیشتر تماشاچی محسوب می‌شد، آنها با هم مشورت و سر و صدا نمی‌کردند به‌طوریکه ابتدا

ابتدا هرکدام به‌تنهایی به‌نتیجه می رسیدند و اصرار داشتند خودشان جواب را بیان کنند، اما با مقاومت من «معلم» روبرو می‌شدند چون اعلام کرده بودیم که ... باید آنها سرمسأله به‌توافق برسند بعد جواب بدهند

هرکدام به‌تنهایی به‌نتیجه می رسیدند و اصرار داشتند خودشان جواب را بیان کنند، اما با مقاومت من «معلم» روبرو می‌شدند چون اعلام کرده بودیم که اگر یکی از افراد گروه به‌نتیجه‌ای برسد، وقتی از هریک ازافراد گروه سؤال شود باید همان جواب را بدهد. یعنی جوابها یا نتیجه‌گیری‌های جداگانه نمره ندارد و اظهارنظرهای یک گروه نباید متفاوت باشد باید آنها سرمسأله به‌توافق برسند بعد جواب بدهند درغیراینصورت نمره‌ای به‌آنها تعلق نمی‌گیرد و این عده از دانش آموزان با ناباوری و نارضایتی هرکدام سعی داشتند به‌دیگری بقبولانند که خودشان درست می‌گویند. البته نظارت می‌شد که ابتکارات و نوآوری چنین دانش‌آموزانی مستور نماند و همه مطرح شود، ولی الزام داشتیم که آنها هم وجود یکدیگر را درنظر داشته باشند و یکنفر به‌تنهایی نتیجه‌گیری نکند. همچنانکه دانش‌آموزان متوسط و حتی ضعیف براحتی باهم بحث می‌کردند عصبانی می‌شدند، می‌خندیدند، اما درآخر وقتی از هرسه یاچهارنفر یک گروه تک‌تک می‌پرسیدیم جوابها یکی بود و واقعاً نتیجه کار گروهی برای این عده بسیار مثبت بود به‌طوریکه تعداد نمرهٔ ۲۰ این گروه تااواسط ترم به ۶ الی ۷ تا می‌رسید و قرارمان این بود که سه‌چهارم نمره نیم‌ترم از فعالیتها و یک‌چهارم بقیه از امتحانهای کوتاه ۵ نمره‌ای گذاشته شود و از آنجائیکه اگر دانش‌آموزی درکلاس غایب می‌شد نمره ۲۰ گروه شامل او نمی‌شد، هیچکدام از آنها غیبت نمی‌کردند. حتی اگر کسی مریض هم بود و احتیاج به‌استراحت داشت، سریعاً درکلاس حاضر می‌شد و بعداز زنگ دوباره برای استراحت به‌منزل می‌رفت و حتی وقتی زنگ تفریح زده می‌شد صدای وای... دسته‌جمعی بچه‌ها بلند می‌شد که ساعت چقدر زود گذشت؟...

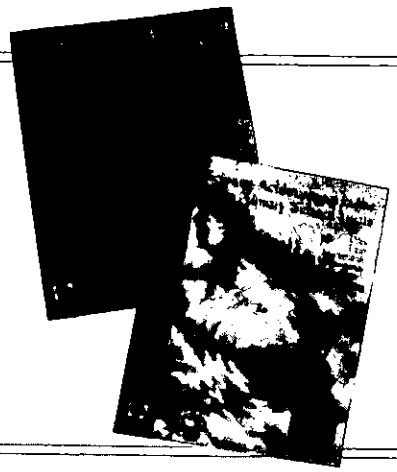
برای اولین بار درکلاس هندسه دانش‌آموزان برای حل مسائل از هم سبقت می‌گرفتند. تمام بچه‌ها تمرینها را حل می‌کردند و از کلاس درس فوق‌العاده راضی بودند.

از آنجائیکه تمام مطالب و تمرینها درکلاس انجام می‌شد، بچه‌ها هیچ تکلیفی به‌منزل نمی‌بردند مگر ساختن اشکال فضایی و ساختن معمای ابوالوفا درکتاب هندسه ۱ و بعضی سؤالها که مطرح می‌شد و دانش‌آموزان برای تحقیق داوطلبانه درمنزل روی آن فکر کرده بعد ارائه جواب می‌کردند. واقعاً هم درآخر ترم درشته تجربی و ریاضی (ترم ۳) درکلاس هندسه ۱ مطلقاً مردود نداشتیم. تنها درکلاس رشتهٔ ریاضی، ۲ نفر بودند که آنها هم تصمیم داشتند رشته تحصیلی خود را عوض کنند. بنابراین کتاب نگرفته بودند که مطالعه کنند. دراین دودوره که هندسه ۱ تدریس می‌شود و کار بطور فعالانه درکلاس انجام می‌شود دانش‌آموزان نسبت به‌حل پرسشهای خارج‌از کتاب به‌روش استقرایی باعلاقه‌مندی بسیار برخورد می‌کنند، خصوصاً دانش‌آموزان متوسط و حتی متوسط ضعیف این‌چنین تمرینها را بهتر حل می‌کنند. واقعاً این هم نکته‌ای است که توجه به‌آن بسیار لازم است زیرا شاگردانی که درسها را کلیشه‌ای آموخته‌اند و از دوران دبستان همواره حفظ کرده‌اند و بعد جواب داده‌اند درچنین حرکتهایی کُند می‌باشند. درامتحان آخرترم دو دوره‌ای که تدریس هندسه ۱ را برعهده داشتم دانش‌آموزان ضعیف یامتوسط مسائل خارج از کتاب امتحان را کاملاً یا حدود... این می‌رساند که باید دانش‌آموزان را درگیر کشف مطالب کرد، هرچقدر بیشتر، بهتر، و بعد ارتباط دروس ریاضی باهم و حتی دوکتاب هندسه، چنانکه درهندسه ۲ به‌راحتی درفصل ۱ می‌توان نتیجه‌هایی را که دانش‌آموزان ضمن انجام فعالیتهای هندسهٔ ۱ آموخته‌اند، پذیرفت بطوریکه دانش‌آموزان و من به‌این نتیجه‌گیری کتاب که درابتدای کتاب هندسه ۲ بصورت سخنی باخوانندگان آمده بود رسیده بودیم که «دانش‌آموزان باید بدانند که دیگر نمی‌توانند تنها دریافت‌کنندگان منفعل دانش تولید شده توسط دیگران باشند... از دانش‌آموزان انتظار باید داشت که نقش فعالی درتوسعهٔ دانش ریاضی خود داشته باشند». آنها ابتدا باور نمی‌کردند که هندسه و ریاضی مکمل هم هستند و ریاضی آنها درکتاب ریاضی ۲ همان هندسه تحلیلی است که درهندسه ۲ می‌خوانند و واقعاً به‌این نتیجه‌گیری کتاب درهمان قسمت سخنی باخوانندگان پی بردند که «چون دانش‌آموزان معادله خط و مختصات را درسالهای گذشته مطالعه کرده‌اند بنابراین می‌توانند از این دانش قبلی دراثبات قضیه‌ها استفاده کنند» و برای اولین‌بار درکلاس هندسه دانش‌آموزان برای حل مسائل از هم سبقت می‌گرفتند. تمام بچه‌ها تمرینها را حل می‌کردند و از کلاس درس فوق‌العاده راضی بودند.

نکات برجستهٔ تیمز از نتایج پایه‌های دورهٔ ابتدائی سومین مطالعهٔ بین‌المللی ریاضیّات و علوم

مرکز مطالعهٔ بین‌المللی تیمز، کالج بوستون. جون ۱۹۹۷

مترجم: زهرا گویا



مقدمه

گزارش پیش‌رو، ترجمهٔ یکی از بروشورهای خبری است که مرکز بین‌المللی «سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم (تیمز)» منتشر کرده است. مجلهٔ رشدآموزش ریاضی درنظر دارد به‌منظور اطلاع‌رسانی و آشنا کردن معلمان عزیز ریاضی با قسمتهای مختلف این مطالعه، به‌تدریج اخبار مربوط به‌آن را دراختیار خوانندگان عزیز قرار دهد. این گزارش تنها به‌ذکر دو سه نمونه از سؤالهای ریاضیات و علوم و ارائهٔ نتیجهٔ عملکرد کشورهای شرکت‌کننده در رابطه با همین دو سه سؤال می‌پردازد. امید است که این نتایج، فرصتی ایجاد کند تا با تعمّق بیشتر و واقع‌بینی به‌دوباره‌نگری آموزش ریاضی و علوم در ایران بپردازیم.

منتظر شنیدن نظرات ارزندهٔ شما هستیم.

کشورهای با [نمرات] موفقیّت

تحصیلی بالا

در ریاضیات، کشورهای سنگاپور و کُره در پایه‌های چهارم و سوم ابتدائی در بالاترین رده قرار گرفتند. همچنین، کشورهای ژاپن، هنگ‌کنگ، هلند، جمهوری چک و اطریش در بین بهترین‌ها در دنیا بودند.

نُه کشور از مجموع ۱۲ کشوری که نمرات ریاضی آنها در پایهٔ چهارم بالاتر از میانگین بین‌المللی بود، در پایهٔ هشتم (سوم راهنمائی) نیز به همین ترتیب عمل کردند که این نُه کشور شامل سنگاپور، کُره، ژاپن، هنگ‌کنگ، هلند، جمهوری چک، اطریش، اسلوانی و مجارستان هستند. از سه کشور باقیمانده، نمرات ایرلند و استرالیا در حدود میانگین بین‌المللی بود در حالی که نمرات ایالات متحده زیر میانگین بین‌المللی بود.

در درس علوم، کشور کُره در هر دو پایهٔ تحصیلی چهارم و سوّم، در بالاترین رده قرار گرفت. کشورهای ژاپن، ایالات متحده، اطریش و استرالیا نیز در هر دو پایه، بسیار خوب عمل کردند.

در درس علوم، [نمرات] موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و هشتم کشورهای کُره، ژاپن، اطریش، استرالیا، جمهوری چک، انگلستان، سنگاپور و اِسلووانی بالاتر از میانگین بین‌المللی بود. کشورهای کانادا، ایالات متحده، ایرلند و اسکاتلند از استثناهائی بودند که موفقیت تحصیلی آنها در پایهٔ چهارم ابتدائی بالاتر از میانگین بین‌المللی بود در حالی که در پایهٔ هشتم، موفقیّت تحصیلی آنها در سطح میانگین بین‌المللی بود.

جدول ۱: [نمرات] موفقیت تحصیلی در علوم

پایهٔ سوم*		پایهٔ چهارم*	
کشور	میانگین نمره	کشور	میانگین نمره
کره	۵۵۳	کره	۵۹۷
ژاپن	۵۲۲	ژاپن	۵۷۴
ایالات متحده	۵۱۱	ایالات متحده	۵۶۵
استرالیا	۵۱۰	*اطریش*	۵۶۵
اطریش	۵۰۵	*استرالیا*	۵۶۲
انگلستان	۴۹۹	هلند	۵۵۷
هلند	۴۹۹	جمهوری چک	۵۵۷
جمهوری چک	۴۹۴	انگلستان	۵۵۱
کانادا	۴۹۰	کانادا	۵۴۹
سنگاپور	۴۸۸	سنگاپور	۵۴۷
اسلووانی	۴۸۷	*اسلووانی*	۵۴۶
اسکاتلند	۴۸۴	ایرلند	۵۳۹
هنگ کنگ	۴۸۲	اسکاتلند	۵۳۶
ایرلند	۴۷۹	هنگ کنگ	۵۳۳
زلاند نو	۴۷۳	*مجارستان*	۵۳۲
لاتویا (LSS)	۴۶۵	زلاند نو	۵۳۱
مجارستان	۴۶۴	نروژ	۵۳۰
نروژ	۴۵۰	*لاتویا (LSS)*	۵۱۲
یونان	۴۴۶	*[فلسطین اشغالی]*	۵۰۵
ایسلند	۴۳۵	ایسلند	۵۰۵
تایلند	۴۳۳	یونان	۴۹۷
پرتغال	۴۲۳	پرتغال	۴۸۰
قبرس	۴۱۵	قبرس	۴۷۵
جمهوری اسلامی ایران	۳۵۶	*تایلند*	۴۷۳
		جمهوری اسلامی ایران	۴۱۶
		کویت	۴۰۱
میانگین بین المللی	۴۷۸	میانگین بین المللی	۵۲۸

نمره‌های سوم و چهارم در بیشتر کشو... کنار لاتویا یعنی ... دارسی کر... ویائی صحبت می کنند... طالعه انجام گرفته ا... که با ایرانی... نشان داده شده‌اند آنها...

گزارش، خطای استاندارد برای تمام تقریبهای پیمایشی را ارائه می‌دهد.

منبع: سومین مطالعهٔ بین‌المللی ریاضیات و علوم (TIMSS) که در سال ۹۵-۱۹۹۴ توسط IEA انجام شد.

یافته‌های کلیدی

برای اغلب کشورها، تفاوتهای جنسیّتی در میزان موفقیت تحصیلی ریاضیات یا بسیار ناچیز بود یا اصلاً وجود نداشت. در درس علوم، تفاوتهای جنسیّتی در میزان موفقیّت تحصیلی در پایه‌های سوم و چهارم بسیار کمتر از تفاوت در پایه‌های هفتم و هشتم (دوم و سوم راهنمائی) بود. با این حال، در نیمی از کشورها، موفقیّت تحصیلی پسرها در درس علوم؛ به خصوص در علوم زمین و علوم فیزیکی؛ به طور چشمگیری بیشتر از دخترها بود.

اکثریت قاطع دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در تقریباً تمام کشورها تأکید کردند که به ریاضی و علوم علاقه دارند. در بیشتر کشورها، پسرها و دخترها، به میزان یکسانی در مورد علاقه به درسهای ریاضی و علوم، نظر مثبت نشان دادند.

تنها در پایهٔ هشتم، داشتن منابع آموزشی در منزل همبستگی قوی با میزان موفقیّت تحصیلی در ریاضی و علوم را در تمام کشورها نشان داد (منابع آموزشی یعنی کامپیوتر، فرهنگ لغت، میز مطالعهٔ شخصی و وجود ۱۰۰ کتاب یا بیشتر در منزل).

برای روزهای معمولی سال تحصیلی، دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در بیشتر کشورها اظهار داشتند که تقریباً، به طور متوسط روزانه یک ساعت وقت صرف مطالعه و انجام تکلیفهای ریاضی در خارج از مدرسه می‌کنند. آنها همچنین اظهار داشتند که به طور متوسط، بین نیم تا یک ساعت وقت صرف مطالعه یا انجام تکلیفهای علوم [در خارج از مدرسه] می‌کنند.

در اغلب کشورها، معلّمان گزارش دادند که معمولاً، کلاسهای درس

جدول ۲: موفقیت تحصیلی در ریاضیات

پایهٔ سوم		پایهٔ چهارم	
کشور	میانگین نمره	کشور	میانگین نمره
کره	۵۶۱	سنگاپور	۶۲۵
سنگاپور	۵۵۲	کره	۶۱۱
ژاپن	۵۳۸	ژاپن	۵۹۷
هنگ کنگ	۵۲۴	هنگ کنگ	۵۸۷
جمهوری چک	۴۹۷	هلند	۵۷۷
هلند	۴۹۳	جمهوری چک	۵۶۷
اسلووانی	۴۸۸	*اطریش*	۵۵۹
اطریش	۴۸۷	*اسلووانی*	۵۵۲
استرالیا	۴۸۳	ایرلند	۵۵۰
ایالات متحده	۴۸۰	*مجارستان*	۵۴۸
مجارستان	۴۷۶	*استرالیا*	۵۴۶
ایرلند	۴۷۶	ایالات متحده	۵۴۵
کانادا	۴۶۹	کانادا	۵۳۲
لاتویا (LSS)	۴۶۳	*[فلسطین اشغالی]*	۵۳۱
اسکاتلند	۴۵۸	*لاتویا (LSS)*	۵۲۵
انگلستان	۴۵۶	اسکاتلند	۵۲۰
تایلند	۴۴۴	انگلستان	۵۱۳
زلاندنو	۴۴۰	قبرس	۵۰۲
قبرس	۴۳۰	نروژ	۵۰۲
یونان	۴۲۸	زلاندنو	۴۹۹
پرتغال	۴۲۵	یونان	۴۹۲
نروژ	۴۲۱	*تایلند*	۴۹۰
ایسلند	۴۱۰	پرتغال	۴۷۵
جمهوری اسلامی ایران	۳۷۸	ایسلند	۴۷۴
		جمهوری اسلامی ایران	۴۲۹
		کویت	۴۰۰

میانگین بین المللی ۴۷۰ میانگین بین المللی ۵۲۹

ریاضی هفته‌ای سه یا چهار ساعت تشکیل می‌شود. در مقایسه، معلّمها در تقریباً نیمی از کشورها اظهار داشتند که هفته‌ای کمتر از دو ساعت به تدریس درس علوم اختصاص دارد. در تقریباً $\frac{۱}{۵}$ کشورها، برای بیشتر دانش‌آموزان تدریس علوم با تدریس سایر موضوعهای درسی تلفیق شده است.

در اغلب کشورها، تدریس ریاضیات و علوم به دانش‌آموزان پایهٔ چهارم توسط معلمهای زن انجام می‌گیرد. بیشتر اوقات، هر دو درس ریاضی و علوم توسط یک معلم تدریس می‌شوند.

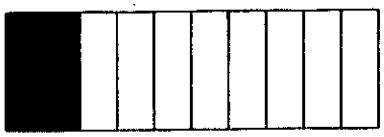
در تدریس ریاضی و علوم، از **کار در گروههای کوچک** کمتر از سایر رویکردهای تدریس استفاده شده بود. در تمام کشورها، معلّمها اظهار داشتند، روشی که در آن دانش‌آموزان به عنوان یک کلاس با هم کار کنند و معلّم به تمام کلاس تدریس کند، پر رایج‌ترین رویکردهای تدریس است.

در بیشتر کشورها، معلمان تذکّر دادند که یکی از عوامل محدود کننده در چگونگی تدریس ریاضی و علوم برای آنها، چالش فراهم کردن [امکان یادگیری بهتر] توانائیهای آکادمیک متفاوت برای دانش‌آموزان است. از دیگر عوامل محدود کننده، می‌توان نسبت بالای دانش‌آموز به معلّم، کمبود لوازم برای تدریس و مشکلات ناشی از وجود دانش‌آموزان لجام گسیخته را نام برد.

کتاب درسی منبع اصلی مکتوب ریاضی برای معلّمان جهت تصمیم‌گیری در مورد چگونگی ارائهٔ یک موضوع به کلاس بود. نسبتاً به طور یکسان در تمام یا بیشتر جلسه‌های درسی، از اکثریت دانش‌آموزان خواسته شده بود که تمرینهای محاسباتی و به نوعی، تکلیفهای استدلالی را انجام دهند.

ریاضیات

۱



کدام عدد نشاندهندهٔ قسمت هاشور خورده در شکل است؟

الف) ۲٫۸

ب) ۰٫۵

پ) ۰٫۲

ت) ۰٫۰۲

اگرچه دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در کشورهای ردهٔ بالا، موفقیّت بسیار بالائی در خیلی از سؤالهای آزمون داشتند، با این حال، به طور کلی دانش آموزان بیشترین مشکل را در قسمت کسرها و تناسب داشتند. به طور مشخّص، سؤالهای مربوط به کسرهای اعشاری [برای دانش‌آموزان] چالش‌آور بود (مثال ۱). تنها در پنج کشور (هنگ‌کنگ، ژاپن، کره، پرتغال و سنگاپور) بیش از نیمی از دانش‌آموزان ۰٫۲ را به عنوان عددی که نشان‌دهندهٔ قسمت هاشور خورده است معرّفی کردند.

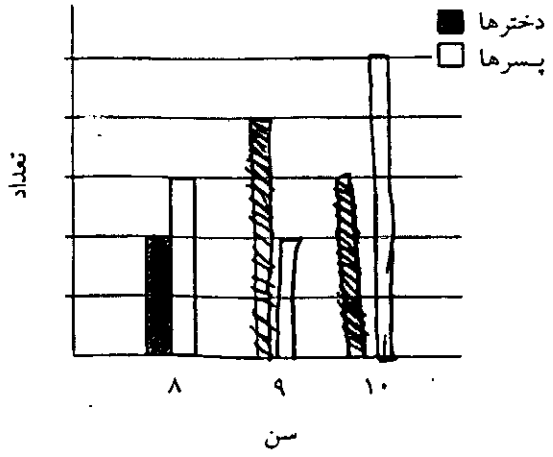
در[بخش] نمایش داده‌ها، دانش‌آموزان گاهی به‌جز خواندن و تشخیص داده‌ها در جدولها، چارتها و نمودارها، برای استفادهٔ واقعی از آن اطلاعات [داده‌ها] در محاسبات و نمایش نموداری داده‌ها مشکل داشتند (مثال ۲). به طور میانگین، ۴۰٪ دانش‌آموزان پایهٔ چهارم و ۲۳٪ دانش‌آموزان پایهٔ سوم در تمام کشورها، چهار میله را تا ارتفاع مناسب رسم کردند. با این حال، حدود $\frac{۳}{۴}$ یا بیشتر از $\frac{۳}{۴}$ دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در هنگ‌کنگ، ژاپن، کره و سنگاپور نمودار میله‌ای را تکمیل کردند.

۲

این جدول، سن دخترها و پسرها را در کلوپ نشان می‌دهد.

سن	تعداد دخترها	تعداد پسرها
۸	۴	۶
۹	۸	۴
۱۰	۶	۱۰

از اطلاعات جدول استفاده کنید و نمودار را برای ۹ ساله‌ها و ۱۰ ساله‌ها تکمیل کنید.



جدول ۳

درصد پاسخهای صحیح به چند سؤال
منتخب ریاضی
پایهٔ چهارم*

کشور[به ترتیب الفبایی در زبان انگلیسی]	نمونهٔ ۱	نمونهٔ ۲	نمونهٔ ۳
استرالیا	۴۰	۵۰	۳۶
اطریش	۳۴	۳۹	۴۱
کانادا	۴۰	۴۶	۳۸
قبرس	۴۱	۳۰	۲۹
جمهوری چک	۳۱	۳۳	۵۷
انگلستان	۳۴	۴۹	۳۵
یونان	۳۰	۲۸	۲۴
هنگ کنگ	۷۳	۷۵	--
مجارستان	۳۱	۳۱	۵۶
ایسلند	۲۳	۳۶	۲۴
جمهوری اسلامی ایران	۳۵	۱	۲۹
ایرلند	۴۸	۳۴	۳۸
[فلسطین اشغالی]	۲۸	۳۷	۴۵
ژاپن	۷۱	۷۸	۵۰
کره	۶۷	۸۳	۷۰
کویت	۳۲	۸	۲۰
لاتویا (LSS)	۳۰	۳۱	۵۳
هلند	۳۲	۴۲	۴۱
زلاندنو	۲۵	۴۸	۲۷
نروژ	۱۹	۲۶	۳۰
پرتغال	۷۱	۱۳	۳۲
اسکاتلند	۳۴	۴۵	۳۱
سنگاپور	۸۱	۷۴	۵۴
اسلوانی	۲۹	۳۲	۴۷
تایلند	۳۵	۳۸	۳۷
ایالات متحده	۳۲	۵۵	۳۲

به طور مشابه، دانش‌آموزان احتمالاً در تشخیص الگوهای ساده و رابطه‌ها تواناتر بودند تا تعیین عملیات زیربنائی آن رابطه‌ها (مثال ۳). وقتی دو ستون که هر کدام دارای چهار عدد هستند به دانش‌آموزان داده شد، تنها حدود $\frac{۱}{۴}$ از دانش‌آموزان پایه‌های سوم و $\frac{۲}{۵}$ دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، تعیین کردند که برای به دست آوردن عددها در ستون B، ضروری است که عددهای ستون A بر ۵ تقسیم شوند.

شما با هر عدد ستون A چه باید بکنید تا عدد هم ردیف آن در ستون B به دست آید؟

ستون A	ستون B
۱۰	۲
۱۵	۳
۲۵	۵
۵۰	۱۰

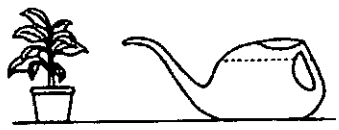
الف) به هر عدد در ستون A، ۸ اضافه شود.
ب) از هر عدد در ستون A، ۸ کم شود.
پ) هر عدد ستون A در ۵ ضرب شود.
ت) هر عدد ستون A بر ۵ تقسیم شود.

۳

علوم

۴

همانطور که در شکل نشان داده شده است، یک آبپاش تقریباً پُر از آب است.



آبپاش طوری یکور می‌شود که آب شروع به خارج شدن از لولهٔ آبپاش بکند.

خطی بکشید تا نشان دهد الآن سطح آب در آبپاش کجاست.

در سطح بین‌المللی، دانش‌آموزان بسیاری از سؤالهای علوم فیزیکی را کاملاً چالش‌آور یافتند. برای مثال، سؤالی که ایجاب می‌کرد دانش‌آموزان بفهمند که چه اتّفاقی در سطح آب داخل آبپاش می‌افتد اگر که آبپاش یکور شود، به طور متوسط تنها توسط $\frac{1}{5}$ از دانش‌آموزان پایه‌های چهارم به آن پاسخ درست داده شد (مثال ۴) تنها در کشور سنگاپور بود که بیش از ۳۰٪ از دانش‌آموزان پایهٔ چهارم به طور درست، خطی که نشاندهندهٔ سطح آب در آبپاش یکور شده باشد را رسم کردند.

۵

یک مورد از کارهائی که قلب شما انجام می‌دهد تا به قسمتهای دیگر بدن شما کمک کند را بنویسید.

قلب شما خون را به تمام قسمتهای بدن می‌رساند.

به طور کلی، دانش‌آموزان با سؤالهای مربوط به علوم زیستی کمتر مشکل داشتند، اگرچه بعضی سؤالهای مشکل هم بودند. یک سؤال باز-پاسخ[1] که ایجاب می‌کرد دانش‌آموزان یک مورد از کارهائی که قلب برای کمک به سایر قسمتهای بدن انجام می‌دهد را بنویسند، توسط ۲۸٪ از دانش‌آموزان پایه‌های سوم و ۴۰٪ از دانش‌آموزان پایه‌های چهارم پاسخ درست داده شد (مثال ۵). فقط در استرالیا، انگلستان و ایالات متحده بود که بیش از ۶۰٪ دانش‌آموزان به درستی نقش قلب در خون‌رسانی به سرتاسر را متذکر شدند.

جدول ۴

درصد پاسخهای صحیح به چند سؤال منتخب علوم پایهٔ چهارم*

* پایهٔ چهارم در اغلب کشورها.
نوشتن (LSS) در کنار لاتویا یعنی فقط در مدارسی که به زبان لاتویائی صحبت می‌کنند، مطالعه انجام گرفته است.
کشورهائی که با ایرانیک نشان داده شده‌اند آنهایی هستند که نتوانستند دستورالعملهای داده شده برای انتخاب جامعهٔ نمونه و مراحل نمونه‌گیری را درست انجام دهند.

منبع: سومین مطالعهٔ بین‌المللی ریاضیات و علوم (TIMSS) که در سال ۹۵-۱۹۹۴ توسط IEA انجام شد.

در یکی از سؤالهای نسبتاً سادهٔ علوم زمین، از دانش‌آموز خواسته شده بود که مشخص کند چرا با وجودی که ماه نوری تولید نمی‌کند، با این حال در شب می‌درخشد (مثال ۶). حدود $\frac{2}{3}$ دانش‌آموزان پایه‌های سوم و چهارم به درستی تشخیص دادند که ماه، نور خورشید را منعکس می‌کند. بیش از ۸۰٪ دانش‌آموزان پایهٔ چهارم در هنگ‌کنگ، هلند، نروژ و سنگاپور به این سؤال پاسخ صحیح دادند.

کشور به ترتیب الفبائی در زبان انگلیسی	مثال ۴	مثال ۵	مثال ۶
استرالیا	۲۰	۶۹	۷۰
اطریش	۲۵	۵۷	۷۹
کانادا	۲۲	۴۹	۶۸
قبرس	۱۳	۱۸	۵۴
جمهوری چک	۲۸	۳۵	۷۶
انگلستان	۲۹	۶۱	۷۲
یونان	۱۷	۳۴	۶۷
هنگ کنگ	۲۸	۱۴	۸۷
مجارستان	۲۶	۳۰	۷۸
ایسلند	۱۷	۳۳	۶۴
جمهوری اسلامی ایران	۱۰	۲۳	۵۶
ایرلند	۱۹	۴۹	۶۹
[فلسطین اشغالی]	۱۳	۳۷	۵۲
ژاپن	۲۷	۳۹	۵۸
کره	۲۶	۳۴	۷۶
کویت	۸	۱۲	۵۸
لاتویا (LSS)	۳۰	۳۳	۶۲
هلند	۲۸	۳۶	۸۱
زلاندنو	۱۷	۵۳	۶۴
نروژ	۲۱	۵۱	۸۵
پرتغال	۲۰	۲۷	۷۷
اسکاتلند	۱۵	۵۳	۶۳
سنگاپور	۳۲	۵۹	۸۶
اسلووانی	۲۵	۴۹	۷۲
تایلند	۱۵	۱۳	۶۴
ایالات متحده	۲۱	۶۴	۷۵

ماه نوری تولید نمی‌کند و با این حال، در شب می‌درخشد. چرا چنین است؟

(الف) ماه نور خورشید را منعکس می‌کند.

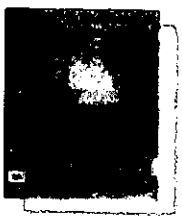
ب) ماه با سرعت بسیار بالا می‌چرخد.

پ) ماه با لایهٔ نازکی از یخ پوشیده شده است.

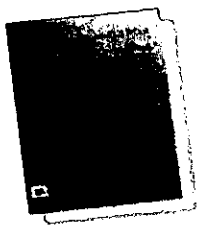
ت) ماه پستی و بلندی‌های بسیاری دارد.

اطلاعات منتشر شدهٔ تیمز (TIMSS)

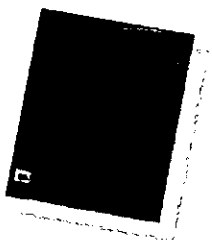
در حدود $\frac{۲}{۳}$ از اطلاعات تیمز برای استفاده، به صورت کتاب در دسترس عموم قرار گرفته است که اسامی آنها در فهرست زیر آمده است. در این کتابها [که در برگیرندهٔ سؤالهای ریاضیات و علوم است] هر سؤال (فقره) منتشر شده به طور کامل همراه با سندهای مربوط به آن سؤال ارائه شده است. مستند سازی سؤالها شامل موضوع ارزیابی شده، طبقه‌بندی آن سؤال به وسیلهٔ مقولهٔ محتوا و انتظارات عملکردی، کلید (بارم) پاسخها، درصد میانگین بین‌المللی پاسخهای درستِ دانش‌آموزان و شاخص درجهٔ سختی سؤال در سطح بین‌المللی است.



سؤالهای ریاضی تیمز (TIMSS): مجموعهٔ منتشر شده برای جمعیت۱ (پایه‌های سوم و چهارم ابتدائی) شامل ۶۵ سؤال ریاضی



سؤالهای علوم تیمز (TIMSS): مجموعهٔ منتشر شده برای جمعیت ۱ (پایه‌های سوم و چهارم ابتدائی) شامل ۶۱ سؤال علوم



سؤالهای ریاضیات تیمز (TIMSS): مجموعهٔ منتشر شده برای جمعیت۲ (پایه‌های هفتم و هشتم [معادل پایه‌های دوم و سوم راهنمائی در ایران]) شامل ۱۰۲ سؤال ریاضی

سؤالهای علوم تیمز (TIMSS): مجموعهٔ منتشر شده برای جمعیّت ۲ (پایه‌های هفتم و هشتم [معادل پایه‌های دوم و سوم راهنمائی در ایران]) شامل ۸۷ سؤال علوم

دربارهٔ تیمز (TIMSS)

از زمان تشکیل *انجمن بین‌المللی برای ارزشیابی موفقیّت تحصیلی*[2] (IEA) در سال ۱۹۵۹، این انجمن رشته‌ای از مطالعات تطبیقی بین‌المللی انجام داده است. هدف از طرّاحی این ارزیابیها، ارائهٔ اطلاعات به سیاستگزاران[3]، آموزشگران، پژوهشگران و کارورزها[4] دربارهٔ قالبهای یادگیری و موفقیّت تحصیلی است.

تیمز بزرگترین و بلندهمّت‌ترین مطالعه از این نوع است که تا به حال انجام شده است. تشریک مساعی موفقیّت‌آمیز مراکز پژوهشی در سرتاسر دنیا برای اجرای تیمز (TIMSS)، تکریمی است نسبت به تواناثیهای تخصّصی[5] و ایثار تمام آنهائی که درگیر این مطالعه بودند. تمام آنچه که گفته شد، آزمون ریاضیّات و علوم تیمز است که شامل موارد زیر است:

- ۴۵ کشور [شرکت کننده]
- ۵ پایهٔ تحصیلی (سوم و چهارم ابتدائی، هفتم و هشتم [معادل دوم و سوم راهنمائی] و آخرین سال دبیرستان)
- بیش از نیم میلیون دانش‌آموز [شرکت کننده]
- اجرای آزمون در بیش از ۳۰ زبان مختلف
- شرکت بیش از ۱۵/۰۰۰ مدرسه
- ارزیابی عملکردهای اجرائی[6]
- پرسشنامه‌های تکمیل شده توسط دانش‌آموزان، معلمان، مدرسه‌ها [جمعاً] شامل ۱۵۰۰ سؤال
- [همکاری] چندین هزار نفر برای اجرای آزمون

تیمز با توجّه به کنترل کیفیّت در هر مرحله از اجرا، رویّه‌های دقیقی به خصوص برای ترجمه آزمون، جلسات آموزشهای منطقه‌ای متعددی در ارزیابی و رویّه‌های نمره دادن به سؤالها برگزار شد. کیفیّت، مراحل آزمون را نظارت کردند. دانش‌آموزان برای آزمون با توجه و و به منظور جلوگیری از سوگ مورد تیزبینی و مداقّه قرار

جهت‌گیری بین‌ال آمارهای آموزشی «بنیاد ملّی علو هر کشو داد

Third International Mathematics and Science Study
TIMSS Internafional Study Center
Campion Hall 323, Boston College
Chestnut Hill, MA o 2167 USA

زیرنویس ها:

1. Free-response
2. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)
3. Policy-makers
4. Practitioners
5. Professionalism
6. Performance assessment
7. National Center for Educalion Statistics

انتشارات تیمز از طریق WWW قابل دسترسی است WWWcsteep. be. edu/timss.

همچنین، برگهٔ سفارش اسناد منتشر شدهٔ تمیز دردفتر مجله موجود است. علاقمندان می‌توانند جهت تهیهٔ برگهٔ سفارش، بادفتر مجله تماس بگیرند.

اهداف آموزش ریاضی چیست و چه نقشی در اعتلای ریاضیات دارد؟

مهدی رحمانی- آموزش و پرورش مشهد

از مفهوم «آموزش ریاضی» نخستین سؤالی که به‌ذهن می‌رسد اینست که «چگونه ریاضی را آموزش دهیم؟» هنگامی که از روش انجام کار صحبت می‌شود، طبعاً این سؤال پیش می‌آید که هدف از انجام این کار چیست. پس درآموزش ریاضی هم باید هدف را مشخص ساخت.

هدفهای آموزش ریاضیات، برحسب سطح فرهنگ ریاضی یک جامعه و محتوی آموزشی آن، و درمقاطع تحصیلی مختلف، متفاوت بوده و از جامعه‌ای به‌جامعه دیگر تغییرپذیر است.

ولی منظور اصلی از آموزش ریاضی، عبارتست‌از: توسعه قدرت درک و فهم و استدلال، پرورش تفکر علمی، بوجود آوردن روش استدلال و تفکر منطقی و ایجاد آفرینشهای فکری، درمتعلّم است.

هرکس درزندگی روزانه از سوئی به‌گونه‌های مختلف بامحاسبه، اندازه‌گیری، حدس و تخمین کمیتها و درنتیجه باریاضیات سروکار دارد، و از سوئی دیگر برای تشخیص حق از باطل به‌نظم‌فکری و درست اندیشیدن و درست قضاوت کردن و استدلال کردن که خود جنبهٔ دیگری از ریاضیات است، نیاز دارد.

در روشهای سنتی اسلامی نیز آموزش ریاضیات نه‌تنها برای برآوردن نیازهای عبادی و مادی روزانه (تعیین اوقات شرعی، تعیین ارث، خمس و زکوة، معاملات و غیره) بلکه برای نظم دادن به‌فکر و پرورش قوه استدلال و ابتکار همواره موردنظر بوده و هست، لذا در دوره‌های مختلف آموزشی، به‌این سنت باید توجه خاصی مبذول گردد. وانگهی نقش بنیادی ریاضیات درپیشرفت علوم و فنون مورد پذیرش همگان است و امروزه فراگیری هرعلم و فنّی بدون فراگیری ریاضیات ویژه آن علم امکان‌پذیر نیست.

اهداف آموزش ریاضی از دیدگاه کلّی:

اهداف آموزش ریاضی را به‌طور کلّی به‌چهار دسته پرورشی، آموزشی، فرهنگی و عاطفی به‌شرح زیر تقسیم می‌کنند:

الف) هدف پرورشی (یاپرورش توانائیهای ذهنی و فکری دانش‌آموز و ایجاد نظم‌فکری دروی): اهداف پرورشی آموزش ریاضی بدون شک مهمترین بخش اهداف آموزش ریاضی هستند. مهمترین وظیفهٔ آموزش ریاضی تربیت دانش‌آموز است. به‌نحوی که بتواند بااتکاء به‌نفس به‌مسائل خود بیندیشد، راه‌چاره پیدا کند و آنها را حل کند.

نکته‌ای که معلمین گرامی باید توجه داشته باشند اینست که هدف آموزش ریاضی فقط دریاددادن چند قاعده و حل ماشینی مسائل خلاصه نمی‌شود.

ب) هدف آموزشی (یا تکنیکهای محاسبه‌ای مورد نیاز دانش‌آموز درمدرسه و خارج از مدرسه): درمورد هدفهای آموزشی و آموزش تکنیکهای محاسبات لازم باید نیاز دانش‌آموز را در رابطه با سایر درسها و محاسبات مورد نیاز آن دروس و نیز محاسبات مربوط به‌زندگی روزانه برآورده ساخت.

ج) هدف فرهنگی (یاآشنایی دانش‌آموز باریاضی به‌عنوان بخشی از فرهنگ و اندیشه بشری): علم ریاضی بخش مهمی از

فرهنگ است. ریاضیات و فعالیت ریاضی به‌عنوان جزء واقعی از میراث فرهنگی نسل آدمی است، یا به‌عبارت دیگر تاریخ ریاضی درحقیقت بخش مهم تاریخ تکامل اندیشهٔ انسانی است. اشاره به‌تاریخ ریاضیات یک ملت می‌تواند احساس غرور و افتخار نسبت به‌ریاضیات ملی را به‌وجود آورد، اعتماد دانش‌آموزان را بیفزاید و درس را به‌تاریخ و سنت ملی ربط دهد.

د) **هدف عاطفی**: لذتی که می‌توان ازطریق دنبال کردن فعالیتهای ذهنی و عشق ورزیدن به‌دانش، بدست آورد. ریاضیات ما را متحیر می‌کند، هم حس کنجکاوی عقلانی و هم حس ظرافت و ادراک را تحریک می‌کند. موریس کلاین می‌گوید:

«ریاضیات عالیترین دستاورد فکری و اصیلترین ابداع ذهن آدمی است. موسیقی می‌تواند روح را برانگیزد یا آرام سازد، نقاشی می‌تواند چشم‌نواز باشد، شعر می‌تواند عواطف را تحریک کند، فلسفه می‌تواند ذهن را قانع و راضی سازد، مهندسی می‌تواند زندگی را بهبود بخشد، اما ریاضیات همهٔ این ارزشها را عرضه می‌کند.»

هدف آموزش ریاضی از دیدگاه جورج پولیا:

از دیدگاه جورج پولیا، مهمترین هدف آموزش ریاضی «اندیشیدن» است و به‌معلمان توصیه می‌کند که باید سطح توانایی اندیشیدن را در شاگردان خود بالا ببرند، پولیا می‌گوید:

«این اندیشه، خیال واهی و بیهوده نیست، بلکه عبارت است از «تفکر هدایت شده» یا «تفکر ارادی» یا «تفکر بارآور». این نوع اندیشه را می‌توان، دست‌کم در تقریب اول، با «حل مسأله» یکی دانست. و من اعتقاد دارم که، یکی از مهمترین هدفهای ریاضیات دبیرستانی، عبارت است از تکامل توانایی حل مسأله در دانش‌آموزان».

پولیا در ادامه می‌گوید، توانایی انجام ریاضی، شناخت و بکارگیری زبان ریاضیات، پیدا کردن مجهولات از روی اطلاعات و کنترل کردن اثباتها و دلایل بیان شده می‌توانند اهداف جزئی آموزش ریاضی را تشکیل دهند.

اهداف آموزش ریاضی باتوجه به دیدگاههای جدید آموزش ریاضی:

درآستانهٔ ورود به‌قرن بیست‌ویکم، هدف اصلی آموزش ریاضی، ایجاد توانایی استدلال، حل مسأله، ارتباطات و همچنین، تلفیق مقوله‌های مختلف ریاضی و ارتباط آنها باسایر مقولات است.

شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا (NCTM) دیدگاههای جدید آموزش ریاضی را این طور مطرح نموده است:

«تمام دانش‌آموزان یاد بگیرند تا برای ریاضی ارزش قائل شوند، یعنی به‌کارآیی و اهمیت ریاضی درجریان زندگی و درپرورش ذهن و اندیشه واقف گردند، تمام دانش‌آموزان بتوانند ارتباطات ریاضی‌وار برقرار کرده و ریاضی‌وار استدلال کنند و نسبت به‌ریاضی قدردانی داشته باشند تادانش‌آموزانی بشوند که به‌قابلیتها و توانایی‌های خود درانجام ریاضی اعتماد پیدا کرده و درنهایت، توانایی حل مسأله‌های ریاضی را پیدا کنند».

باتوجه به‌دیدگاه فوق، اهداف را می‌توان به‌سه دسته تقسیم نمود:

الف) دانش‌آموز «خواندن» ریاضیات را یاد بگیرد تابتواند بهتر استدلال نماید یعنی:

۱ـ مفاهیم اساسی را که مبنای فهمیدن ریاضیات است درک کند.

۲ـ یاد بگیرد که این مفاهیم را ابتدا بابکار بردن کلمات و سپس بابکار بردن علامات بیان کند.

۳ـ قادر شود که روابط میان این مفاهیم را دریابد.

ب) دانش‌آموز به‌«انجام» ریاضیات توانا شود و دربکار بردن علامات ریاضی و مفاهیم و درانجام دادن محاسبات ذهنی و حدس و تخمین زدن کمیت‌ها درحد زندگی روزمره مهارت پیدا کند.

ج) این همه، ما را به‌سومین هدف آموزش ریاضیات، راهنمایی می‌کند که همانا «توانایی حل کردن مسأله» است. زیرا، برای حل کردن مسأله دانش‌آموز باید:

۱ـ همهٔ مفاهیم و مهارتهایی را که قبلاً یاد گرفته است به‌خاطر آورد؛

۲ـ استعداد تربیت شده‌ای داشته باشد که بتواند ازهمهٔ این دانستنیها برای حل کردن مسأله استفاده کند.

اگر درکلاس، مفاهیم بارفتن از اوضاع محسوس به‌ایده‌های ریاضی و سپس بازگشت به‌اوضاع محسوس تدریس شده باشد، نیل به‌سومین هدف از آموزش ریاضیات به‌سهولت امکان‌پذیر می‌شود و مطمئن‌تر از زمانی خواهد بود که دانش‌آموز ریاضیات را دستوری (چنین بکن و چنان نکن) و طوطی‌وار یاد بگیرد. شکایت عمدهٔ معلمان حساب درگذشته آن بوده است که «بچه‌ها محاسبات را بلدند ولی نمی‌توانند مسأله حل کنند».

بحث بالا به‌خوبی نشان می‌دهد که چرا نیل به‌سومین هدف از آموزش ریاضیات بندرت انجام پذیرفته است. سه‌هدفی که دربالا اشاره شد، برای مقاصد آموزشی ریاضی لازم و کافی است، برای تعلیم و تربیت کلی (که همان آماده ساختن فرد برای زندگی درتمام ابعاد است)، هر یک از این هدفها به‌همان اهمیت

دو هدف دیگر است. غافل ماندن از یک هدف و اهمیت دادن به دو هدف دیگر موجب نقص آموزش و پرورش می‌شود.

مطالعهٔ ریاضیات چه کمکی به فراگیرنده می‌کند؟

یک هدف آموزش ریاضیات پاسخ به سؤال فوق است. اگر دانش‌آموز درک کند که ریاضیات را برای چه می‌خواهند باعلاقهٔ بیشتری به‌سوی آن جذب می‌شود و این باعث پیشرفت ریاضیات خواهد شد که این همان نقش آموزش ریاضی در اعتلای ریاضیات است.

شاید شما، احتیاج زیادی به‌توجیه آموزش ریاضیات در خود احساس نکنید ولی فرض کنید با یک دانش‌آموز یا پدر و مادری نگران، یا معلم دیگری مواجه هستید که خواهان حذف ریاضیات از برنامه و جابازکردن برای درس دیگری است. شما باید جواب متقاعدکننده‌ای برای سؤال زیر داشته باشید:

چرا دانش‌آموزان بعد از دورهٔ دبستان باید وقت خود را صرف مطالعهٔ ریاضیات نمایند؟

چرا باید ریاضیات تدریس شود؟

قدرت شما در تنظیم و تکمیل و دفاع از جواب به‌این سؤالات در موفقیت شما به‌عنوان یک معلم ریاضیات سهم بسزایی خواهد داشت.

در پایان چند دلیل برای توجیه تدریس ریاضیات برای دانش‌آموزان را ذکر خواهم کرد. اغلب این پاسخها جواب اساتید، دانشجویان دانشگاه فردوسی مشهد و دانش‌آموزان دبیرستان نمونه مردمی مالک‌اشتر مشهد می‌باشد:

۱ـ ریاضیات به‌عنوان یک تلاش انسانی که علاوه برکاربردهایش، موجب تقویت قوهٔ استدلال، ایجاد نظم فکری و دمیدن روح زیبایی‌شناسی در دانش‌آموز می‌شود.

۲ـ ریاضیات فکر کردن را می‌آموزد. همچنان که ویوس، گفت: «ریاضیات درسی است برای نمایش قدرت ذهن».

۳ـ یک ویژگی عمومی عصر ما، فقدان قطعیت است که در همهٔ جنبه‌های تجارب بشر تأثیر گذاشته است به‌گفته آلبرتوبار اجاس «به‌برکت ریاضیات انسان قادر است تا از بعضی چیزها مطمئن باشد».

۴ـ ریاضیات ذهن را نظم می‌بخشد و انسان در زندگی با هر مشکلی روبه‌رو شد مثل یک مسأله برایش جلوه می‌کند و سعی می‌کند آنرا حل کند.

۵ـ ریاضی به‌مردم قدرت می‌دهد که بهتر تصمیم بگیرند.

۶ـ یک دلیل جزئی که می‌توان بلافاصله برای توجیه اهمیت آموزش ریاضیات ارائه داد اینست که خیلی ساده بگوییم، تحصیل ریاضیات به‌این علت است که به‌زندگی فرد از طریق او به‌جامعه‌ای که فرد در آن زندگی می‌نماید، کمک می‌کند یعنی ریاضیات سودمندی فردی و اجتماعی دارد.

۷ـ ریاضیات قدرت تفکر را در انسان بالا می‌برد و مردم را تربیت می‌کند که فکر کنند، نقشه بکشند و افکارشان را در یک جهت اساسی تنظیم کنند.

۸ـ ریاضیات زبان علوم دیگر است با یادگیری ریاضیات درهای طبیعت و کاینات و علوم دیگر بر روی ما گشوده می‌شود.

۹ـ مطالعه ریاضیات نوعی ورزش برای فکر می‌باشد. می‌دانیم که انجام ورزشهای روزانه، مخصوص اعضاء حسی حرکتی بدن می‌باشد ولی ریاضیات، ورزش مخصوص مغز انسان می‌باشد.

۱۰ـ فراگیر را منطقی بارمی‌آورد. بدین طریق که هر مطلبی را بدون استدلال صحیح و منطقی نپذیرد و همچنین نحوهٔ استدلال را در فراگیر قوی می‌کند.

مراجع

[۱] بسلر، اتوس و کولب، جان (مترجم: دکتر جواد همدانی‌زاده)، آموزش تدریس ریاضیات دبیرستانی (مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۶۸).

[۲] پولیا، جورج (مترجم، پرویز شهریاری)، خلاقیت ریاضی (مؤسسه انتشارات فاطمی ۱۳۷۵).

[۳] رجالی، علی، چگونه ریاضی بخوانیم، رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۵.

[۴] صابری‌نجفی، جعفر، جزوهٔ آموزش ریاضی انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، سال ۱۳۶۰.

[۵] فرزان، مسعود و همکاران، کتاب معلم (روش تدریس) ریاضی دورهٔ راهنمایی تحصیلی (وزارت آموزش و پرورش ۱۳۷۲).

[۶] گویا، زهرا، روند تغییر محتوای برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه، رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۶، ویژه‌نامهٔ اولین کنفرانس آموزش ریاضی در ایران.

[۷] گویا، زهرا و همکاران، ریاضی پایهٔ دورهٔ پیش‌دانشگاهی، رشتهٔ علوم انسانی.

[۸] مصلحیان، محمد، بحثی در مورد زیبایی در ریاضیات، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شماره ۱۶.

[۹] هاوسون، جفری و ویلسون، برابان (مترجم: ناهید ملکی)، ریاضیات مدرسه در دههٔ ۱۹۹۰ (نشر مرکز ۱۳۶۸)

[۱۰] هیلتون، پیتر (مترجم: تیران بهروز)، لذت ریاضیات، فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی، شمارهٔ ۱۴.

پاسخی ریاضی وار به رئیس جمهور

امیرحسین اصغری

«گفتگو بین فرهنگها» بدون داشتن فرهنگ گفتگو متبلور نمی‌شود. کلاس درس مکانی است که می‌توان این فرهنگ را در آن نهادینه کرد. می‌توان با جایگزین کردن انتقال اندیشه بجای انتقال دانش، فرآیند یکسویهٔ انتقال دانش از معلم به دانش‌آموز را به فرایند چند سویهٔ انتقال اندیشه از معلم به دانش‌آموز، دانش‌آموز به معلم و دانش‌آموز به دانش‌آموز تغییر داد، و در این رهگذر به دانش‌آموز فرصت اندیشیدن زبانی برای بیان اندیشه و گوشی برای شنیدن اندیشه داد.

کلاس ریاضی بهترین آزمایشگاه گفتگو است؛ و این دلیلی است بر اینکه چرا شهروندان آینده جامعه ما نیاز به آموزش ریاضی دارند. در این دیدگاه، با تغییر نگاه ما نسبت به ریاضی و آموزش آن، مسئولیت ما معلمان ریاضی نیز تغییر می‌کند. در این مقاله با بررسی چند مسألهٔ ریاضی در کلاس اول، به تشریح این دیدگاه می‌پردازیم. اگر چه تمام مسائل زیر می‌توانند بار آموزشی متفاوتی را دارا باشند، ولی تأکید ما در اینجا، بر گفتگوی سازنده در کلاس است.

مثال زیر به عنوان مقدمه‌ای بر درس اتحادها به کار برده می‌شود، اگرچه همانطور که مشاهده خواهید کرد جنبه‌های بسیار متفاوتی را در برمی‌گیرد.

نیمسال اول: کلاس ریاضی ۱ ـ درس اتحادها!

آقای معلم: دو عدد انتخاب کنید که اختلاف آنها دو تا باشد، آنها را در هم ضرب کنید

(همزمان روی تخته) ۵×۳

نتیجه را با یک جمع کنید ۱۶=۱+۱۵

[با اشاره انگشت به بعضی از دانش‌آموزان] چه شد؟

ـ ۲۵

ـ ۳۶

ـ ۴

ـ ۲۸

دانش‌آموز ـ آقا ۲۸ اشتباه است!

معلم ـ چرا

دانش‌آموز ـ همهٔ اعداد به دست آمده «جذر» دارند! ۲۸ جذر نداره.

معلم ـ [رو به دانش‌آموزی که عدد ۲۸ را به دست آورده] اعدادی که انتخاب کردی به هیچکس نگو. کسی مطمئن است که اشتباه کرده؟

بعضی از دانش‌آموزان دست خود را بالا می‌برند، فقط بعضی. [بعضی‌ها هم سعی می‌کنند به زور اعداد او را کشف کنند!]

معلم ـ چرا؟

در پاسخ به این چرا بسته به اینکه درسهای قبلی کلاس چگونه داده شده باشد. مسیرهای متفاوتی طی می‌شود، گاهی بحثی طولانی بر سر اینکه چه وقت «حرفی» درست است در می‌گیرد. دو نظر زیر که عیناً نقل می‌شود از جمله نظراتی هستند که طرفداران پر و پا قرص و زیادی در بین دانش‌آموزان دارد:

الف) هر حرفی درست است تا وقتی خلاف آن ثابت شود: که نتیجهٔ عملی آن در مورد مثال بالا این است که تا وقتی دانش‌آموز «بیست و هشتی» اعدادش را ارائه ندهد، نظر ما درست است.

ب) هیچ چیزی درست نیست تا اینکه امتحان شود؛ که معمولاً امتحان کردن در نظر دانش‌آموزان همان مثالی است که خود آنها زده‌اند.

البته امیدواریم این حرفها قبلاً، در مثالهای دیگری که لزوم به کار بردن نمادها و نحوهٔ به کار بردن آنها را ارائه می‌کند، زده شده باشد. اگر چه از این مثال در این جهت نیز نمی‌توان استفاده کرد. همیشه به یاد داشته باشید که این مرحلهٔ مهمی است که به آسانی طی نمی‌شود، و استفاده از آن نیز معمولاً بدون اشتباه صورت نمی‌گیرد. در این مثال خیلی از آنها بدون توجه به اینکه آن دو عدد دو تا اختلاف دارند یکی را x و دیگری را y می‌گیرند. به هر حال پس از کمی مشاوره و مشاهده، نمادها به طور مناسب اختیار می‌شود، یکی x و دیگری x+۲.

$$x(x+2)+1 = x^2+2x+1$$

معلم ـ چه می‌خواهیم؟

. . . ـ

ـ تا حالا چه کار کردیم

ـ دو تا عدد که اختلافشان دو تا است در هم ضرب کردیم، نتیجه را با یک جمع کردیم، می‌خواهیم نشان دهیم حاصل جذر دارد.

دانش‌آموز ـ جذر دارد، یعنی چه؟

مشکل دیگری از اینجا شروع می‌شود. اینکه x^2+2x+1 جذر دارد، یعنی چه؟ و چگونه می‌توان آن را نشان داد؟

در اینجا، بایستی دانش‌آموزان خیلی آهسته و با احتیاط به این «تغییر دیدگاه» راهنمایی شوند که صورت دقیق مسأله چیست؟

معلم ـ برگردیم به مثالها (روی تخته) ۳×۵+۱=۱۶

۱۶ جذر دارد یعنی چی؟

در اینجاست که مثالهای ما شکل دیگری به خود می‌گیرند.

$$3\times5+1=16=4^2$$

$$4\times6+1=25=5^2$$

پس ما می‌خواهیم چه چیز را نشان دهیم؟

دانش‌آموز ـ عددی وجود دارد که اگر به توان ۲ برسد، $x^2 + 2x + 1$ شود

(روی تخته) $(x^2 + 2x + 1) = (\star)^2$

دوباره برگردیم به مثالها.

ـ در مورد ۵ و ۳، ⋆ چه شد؟

ـ ۴.

ـ در مورد ۶ و ۴؟

ـ ۵

ـ $x + 2, x$

ـ $x+1$

ـ بنابراین حدس ما این است

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

ولی آیا این حدس درست است؟ پاسخها در اینجا هنوز هم اشاره به مثالهای عددی دارد (یک جنبه اتحاد) و سؤال ـ پاسخ دیگر روشن کننده جنبه دیگر اتحاد است.

ـ معنی طرف دوم چیست؟

$$(x+1)^2 = (x+1)(x+1)$$
$$= x^2 + x + x + 1$$
$$= x^2 + 2x + 1$$

بنابراین آنچه حدس زده بودیم درست است.

در هر خم مثال بالا، هزار پیچ ـ لزوم استفاده از نماد، نحوه استفاده از آن، چگونه حدس زدن، چگونگی بررسی حدس، درک مسئله و... ـ نهفته است که بایستی به دانش‌آموز فرصت داد که آنها را به‌آرامی باز کند.

مثال زیر کاملاً موازی مثال بالاست. اگر چه بدون مجهز بودن به اندیشه‌های بالا پیچیده است.

از $1 + (31 \times 30 \times 29 \times 28)$ جذر بگیرید.

دانش‌آموزان با توجه به مثال قبلی حدس نمی‌زنند که داشتن جذر کامل در اینجا اتفاقی نباشد. بنابراین با مثالهای ساده‌تر این حدس را بررسی می‌کنند.

$$(1 \times 2 \times 3 \times 4) + 1 = 25 = 5^2$$
$$(2 \times 3 \times 4 \times 5) + 1 = 121 = 11^2$$
$$(3 \times 4 \times 5 \times 6) + 1 = 361 = 19^2$$

(مرتب بودن این حدسها بستگی به آموزشهای قبلی در کلاس دارد)

بنابراین حکم ما این است، **حاصل ضرب چهار عدد متوالی بعلاوه یک، مربع کامل است.**

$$x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 = (\star)^2$$

در حالی که نگارنده به هنگام ورود به کلاس، برای یافتن ⋆ تنها یک پاسخ داشت، در پایان پاسخهای دانش‌آموزان برای یافتن ⋆ او را به ۶ پاسخ و چند مسألهٔ دیگر مجهز کردند.

ـ حاصل ضرب اولی در آخری بعلاوه یک

ـ حاصل ضرب دوتای وسط منهای یک

ـ حاصل ضرب اولی و سومی منهای دومی

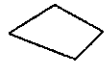
ـ حاصل ضرب دومی و چهارمی منهای سومی

«احساس دانش‌آموزان غیرقابل توصیف است.»

مثال سوم. هندسهٔ ۲. یافتن تعداد قطرهای یک چند ضلعی محدب.

به کلاس درس گوش فرا دهیم.

ـ (روی تخته سیاه)



ـ چهار ضلعی چند قطر دارد!

ـ دوتا

ـ ۱۰ ضلعی چند قطر دارد؟

جدول زیر تشکیل می‌شود،

تعداد ضلعها	۳	۴	۵	۶
تعداد قطرها	۰	۲	۵	۹

و آنچه معمولاً به سرعت مشاهده می‌شود.

نحوهٔ افزایش تعداد قطرها است.

تعداد ضلعها	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد قطرها	۰	۲	۵	۹	۱۴	۲۰	۲۷	۳۵
		+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷	+۸

و جدول با فرض درست بودن نحوهٔ افزایش تعداد قطرها، تا یافتن پاسخ ادامه پیدا می‌کند.

ـ اگر تعداد قطرهای یک ۱۰۰ ضلعی را بخواهیم، باید چه کار کنیم؟

ـ باید تعداد قطرهای یک ۹۹۹ ضلعی را بدانیم و اینکه چه عددی به آن اضافه می‌شود. (در اینجا ایده‌های معادلات بازگشتی و یافتن جواب صریح برای آنها ظاهر می‌شود، اگر چه در این سطح تنها اسم بازگشتی بودن، به دلایل آشکار معنی دارد و فرمول‌بندی ریاضی این مسأله به طور بازگشتی نبایستی مطرح شود)

ـ پس دنبال یک جواب صریح برای آن می‌گردیم، (با توجه به توضیحات قبلی اکنون احساسی نسبت به جواب صریح وجود دارد)

ـ اول چند ضلعیها با تعداد ضلعهای فرد را در نظر می‌گیریم

تعداد ضلعها	۳	۵	۷
تعداد قطرها	۳×۰	۵×۱	۷×۲

ـ آقا، زوجها هم شبیه آن است.

تعداد ضلعها	۴	۶	۸
تعداد قطرها	$4 \times \frac{1}{2}$	$6 \times 1\frac{1}{2}$	$8 \times 2\frac{1}{2}$

(در اینجا دانش‌آموزان راهنمایی می‌شوند که تعداد قطرها را در دو روش ـ روش بازگشتی و این حدس جدید ـ با یکدیگر مقایسه کنند)

ـ خوب پس ۱۰۰۰ ضلعی چند قطر دارد.

ـ هنوز یک فرمول صریح نداریم.

(چون راه‌حل بالا از دل کلاس خارج شده، کلاس خودجوشی صورت می‌گیرد که جواب صریح را پیدا کنند)

$$4 \times \frac{1}{2},\ 6 \times \frac{3}{2},\ 8 \times \frac{5}{2}$$

کافی است صورت کسر را پیدا کنیم. همانطور که مشاهده می‌شود صورت کسر همیشه ۳ تا از تعداد ضلعها کمتر است.

ـ آقا در حالتی که تعداد ضلعها فرد باشد نیز درست است.

ـ خوب پس ۱۰۰۰ ضلعی چند قطر دارد؟

ـ $\frac{(1000-3)}{2} \times 1000$.

ـ n ضلعی چند قطر دارد؟

ـ $\frac{n(n-3)}{2}$.

کاملاً حق با شماست! این فقط حدس است. ولی هدف ما این نبود که مثالی برای انتقال از استدلال استقرایی به استنتاجی بزنیم؛ فقط می‌خواستیم بگوییم به کلاس گوش دهید، کلاس چیز زیادی برای آموختن دارد.

طرح سؤالهای چندگزینه‌ای

غلامرضا فرشادی - دبیر ریاضی منطقه یک تهران

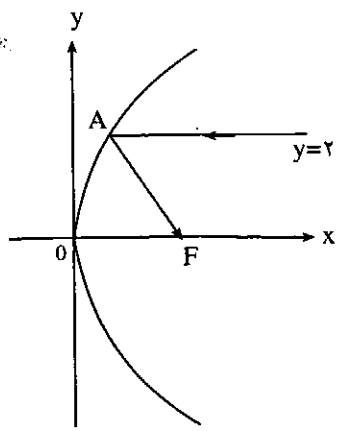
جمعیت کثیر داوطلب آزمون ورودی دانشگاهها، استفاده از آزمون‌های چندگزینه‌ای را الزامی می‌کند. نقد اغلب آموزشگران ریاضی و ریاضیدانان و معلمان ریاضی برآزمون‌های چندگزینه‌ای انتقاد بروجود این آزمون‌ها نیست بلکه برنحوه کلیشه‌ای این نوع امتحانات است که باعث می شود دانش‌آموزان بایادگیری ترفندهای خاص، بدون‌اینکه کمکی به‌ارتقاء یادگیری ریاضی آنها شده باشد بتوانند از عهده آزمونهای مربوطه برآیند. دراین مقاله سعی ما براین است که به‌این پرسش پاسخ دهیم که سؤالات چند گزینه‌ای چگونه طرح شوند تادرخدمت آموزش و یادگیری ریاضی قرار گیرند یعنی دانش‌آموزان درصورتی بتوانند تست‌های یک آزمون را به‌درستی و در زمان معقول حل کنند که به‌مفاهیم و مطالب درسی مربوطه تسلط کاملی داشته باشند که این خود مستلزم تعمق کافی در تعاریف و مفاهیم و حل مسائل متنوع است. همچنین نشان خواهیم داد که خیلی از راه‌حل‌های کلیشه‌ای (به‌قول بعضی از دانش‌آموزان، نکات تستی) حاصلی جز گمراهی ندارند.

دراین رابطه ابتدا درباره پرسشهای چندگزینه‌ای مطالبی را مطرح می‌کنیم.

هر پرسش چندگزینه‌ای شامل یک متن اصلی است که موضوع پرسش یا مسأله‌ای را مطرح می‌کند و همچنین دارای چند پاسخ است که آنها را پاسخ‌های پیشنهادی یا «گزینه» می‌نامند. که معمولاً از میان گزینه‌های مطرح شده برای هر پرسش یکی درست است و گزینه درست اصطلاحاً «پاسخ کلید» و دیگر گزینه‌های نادرست را پاسخ‌های انحرافی می‌نامند. و متن اصلی هر پرسش چندگزینه‌ای را می‌توان به‌یکی ازدو صورت زیر نوشت:

الف - متن اصلی به‌صورت یک جمله کامل پرسشی نوشته می‌شود مانند:

یک شعاع نورانی درامتداد خط $y = ۲$ برسهمی به‌معادله $y^۲ = ۸x$ می‌تابد ضریب زاویه خط شعاع انعکاس کدام است؟



۱) $-\frac{۴}{۳}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۲}$

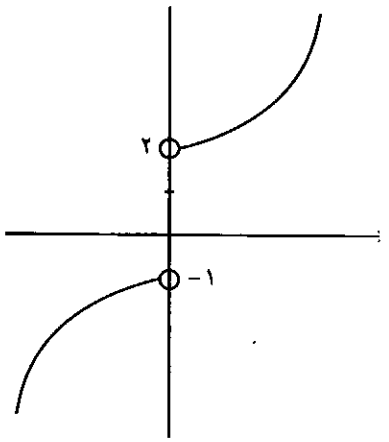
با این معلومات که اگر شعاع تابش موازی محور سهمی باشد آنگاه شعاع انعکاس از کانون سهمی می‌گذرد داریم:

$$A\left(\frac{1}{2},2\right) \ , \ F(2,0) \Rightarrow m_{AF} = -\frac{4}{3}$$

ب ـ متن اصلی به‌صورت یک جمله ناقص نوشته می‌شود که از نظر معنا و مفهوم با هریک از گزینه‌ها یک جمله کامل را تشکیل میدهد مانند:

شکل زیر نمودار تابع f است. $\lim_{x\to 0^+} f(x) + \lim_{x\to 0^-} f(x)$ حد برابر است با:

۱) ۰ ۲) ۲ ۳) ۱- ۴) ۱



نکاتی که باید در نوشتن پرسشهای چندگزینه‌ای رعایت شود

۱ـ هر سؤال بتواند یک موضوع مهم را اندازه بگیرد.

۲ـ عبارت یکسانی در گزینه‌ها تکرار نشده باشد.

۳ـ مطلب مورد سؤال به‌طور کامل درمتن اصلی پرسش آورده شده باشد.

۴ـ سؤال طوری باشد که پاسخ کلید، پاسخ درست یا درست‌ترین پاسخ باشد.

۵ـ سؤال طوری نوشته شود که همه گزینه‌های آن به مطلب واحدی مربوط باشند.

۶ـ از مطالب تازه و بدیع برای اندازه‌گیری درک و فهم یا توانایی کاربرد اصول و مفاهیم، استفاده شود.

۷ـ پاسخ‌های انحرافی طوری نوشته شده باشند که امتحان‌شوندگان بی‌اطلاع را به‌خود جلب کنند.

۸ـ محل پاسخ درست درمیان پاسخ‌های انحرافی به‌طور تصادفی انتخاب شود.

۹ـ سؤال طوری نباشد که یافتن پاسخ درست بدون یادگیری قبلی و تنها براساس پاره‌ای از شواهد هدایت‌کننده امکان‌پذیر شود.

۱۰ـ سؤال طوری باشد که فقط یکی از گزینه‌ها پاسخ درست و یا درست‌ترین پاسخ آن باشد. بدین‌صورت که تمامی متخصصان آن درس، درانتخاب پاسخ درست اتفاق‌نظر داشته باشند، ضمناً گزینه‌های انحرافی نیز باید به‌اندازه گزینه درست توجه دانش‌آموزان بی‌اطلاع از موضوع را به‌خود جلب کنند.

۱۱ـ سؤال به‌گونه‌ای نباشد که با یک ترفند خاص بتوان گزینه درست را انتخاب کرد، چراکه حل یک تست با یک ترفند خاص الزاماً حل یک مسأله ریاضی نیست.

۱۲ـ سؤالهای یک آزمون به‌گونه‌ای باشند تا دانش‌آموزانی که درمطالب درسی مربوطه ورزیدگی کامل داشته (که این خود مستلزم تعمق کافی درمطالب درسی، تعاریف و مفاهیم و حل مسائل متنوع است) بتوانند به‌خوبی از عهده آن امتحان برآیند.

۱۳ـ آزمون تستی به‌گونه‌ای باشد که میزان مهارت داوطلب را در موارد زیر تعیین کند. معلومات و اطلاعات ـ دقت و بینش در نکات مربوط به تعاریف و قضایا ـ استفاده از خواص اعمال ـ استعداد درحل مسائل ـ انتخاب ساده‌ترین راه‌حل مسأله ـ استفاده درست و کامل از وقت محدود و به‌هدر ندادن وقت ـ ارائه یا نشان‌گذاردن پاسخ‌ها طبق دستورهای مربوطه.

و اما این روزها به‌اقتضای شرایط کنکور دانشگاهها، بازار کتابهای تست رواج دارد درحالی که در جامعهٔ ما عده آنان که دراین رشته تخصص داشته باشند. (بخصوص تهیه تست ریاضی) بسیار کم است ولی ظاهراً تهیه تست کار بسیار ساده‌ای تلقی شده است، مسأله‌های حل شده‌ای را که در دسترس دارند با ارائه چهار جواب، یا نزدیک بهم یا پراکنده و دور از هم، به‌عنوان تست به‌دنبال هم ردیف می‌کنند. درصورتیکه یک تست به‌معنی واقعی باید شرایط معینی متناسب با هدف موردنظر را دارا باشد و تهیه آن نه تنها کار ساده‌ای نیست بلکه تخصص و استادی ویژه‌ای را طلب می‌کند. یک کتاب تست عاری از اشتباه وقتی می‌تواند در موفقیت داوطلب کنکور تأثیر داشته باشد که اولاً وسیله‌ای باشد برای یادآوری و ممیزی نکات دقیق و نهفته متون کتابهای درسی و ثانیاً به‌داوطلب بیاموزد که درتعیین پاسخ‌های درست پرسشهای تستی، مناسبترین روشها کدام است؟ ولی مشاهده می‌شود درخیلی از کتب تست و یا کلاسها، آموزش ریاضی از راه حفظ قواعد و ارائه قالبهای معین انجام می‌گیرد درنتیجه اگر مسأله‌ای حتی بسیار ساده، در قالبی غیراز قالبهای متداول مطرح گردد برای دانش‌آموز نامأنوس جلوه می‌کند وانگهی دانش‌آموز فقط یاد گرفته است که از یک راه رسمی و معین به‌حل مسأله بپردازد و به‌انتخاب راههای میان‌بر عادت ندارد.

حال در رابطه با مطالب و نکات گفته شده برخی از برداشت‌های نادرست دانش‌آموزان از مفاهیم و مطالب کتاب درسی را با ارائه چند

نمونه سؤال نشان خواهیم داد که این خود ناشی از روشهای نامطلوب تدریس ریاضی دربعضی از کلاسهای درس می‌باشد.

۱ـ اگر از دانش‌آموزان بخواهیم معادله یا معادلات خطوط مماسی که از $A(۰,-۲)$ بر منحنی $x^۲+y^۲-۲x-۲y+۱=۰$ رسم می‌شوند را بدست آورند ممکن است بعضی از آنها بصورت زیر عمل کنند.

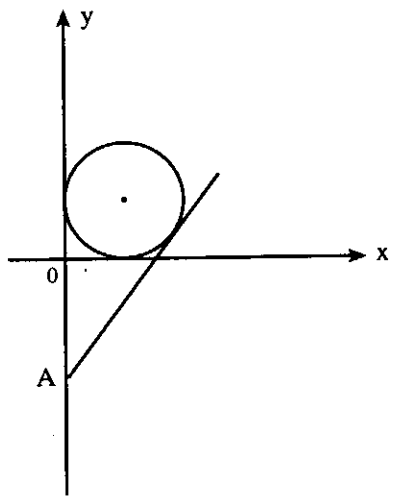
$$\begin{cases} x^۲+y^۲-۲x-۲y+۱=۰ \\ y=mx-۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m^۲+۱)x^۲-۲(۲m+۱)x+۴=۰$$

$$\Delta=۰ \Rightarrow ۴m-۳=۰ \Rightarrow m=\frac{۳}{۴}$$ شرط مماس بودن

معادلهٔ مماس $y=\frac{۳}{۴}x-۲$:جواب

درحالیکه مختصات نقطهٔ A درمعادلهٔ دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۲y+۱=۰$، صدق نمی‌کند. از اینرو می‌توان نتیجه گرفت که $A(۰,-۲)$ خارج دایره است پس باید دو مماس وجود داشته باشد که راه‌حل فوق نمی‌تواند جواب را بما بدهد. دانش‌آموزی که به‌مفاهیم مسلط باشد، بارسم شکل دایره درصفحه مختصات (یابایک تجسم) می‌گوید یکی از مماس‌ها به‌معادله $x=۰$ است. که این خط شیب ندارد. برای اینکه دانش‌آموز به‌این سؤال جواب کامل بدهد لازم است بداند که اگر تابع f (نمودار f بصورت منحنی است) درنقطه $x_۰$ پیوسته باشد درحالتی که $f'(x_۰)=m\in R$ معادله خط



مماس به‌صورت $y-y_۰=m(x-x_۰)$ خواهد بود و درحالت دیگر که $f'(x_۰)=+\infty$ یا $-\infty$ (مشتق تابع f در $x_۰$ موجود نیست و درنتیجه مماس برمنحنی شیب ندارد) معادله خط مماس به‌صورت $x=x_۰$ است.

۲ـ اگر تابع f درمجموعه اعداد حقیقی بوسیلهٔ $f(x)=\begin{cases}(x-۱)^۴, & x\geq ۱\\ ۴, & x<۱\end{cases}$ تعریف شده باشد این تابع درنقطه $x_۰=۱$:

الف ـ نه مشتق چپ دارد و نه مشتق راست

ب ـ مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد

ج ـ مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد

د ـ هم مشتق راست دارد و هم مشتق چپ

چون درگزینه‌ها پیوستگی تابع در $x_۰=۱$ مطرح نشده و مشتق چپ و راست باید محاسبه شوند اکثر دانش‌آموزانی که به‌روش مفهومی به‌مشتق‌پذیری تابع در $x_۰=۱$ توجه ندارند ابتدا به‌کمک تابع مشتق باین نتیجه می‌رسند که $f'_-(۱)=f'_+(۱)=۰$ سپس گزینه «د» را بعنوان گزینه درست علامت می‌زنند درصورتیکه گزینه «د» انحرافی است و دانش‌آموزانی که به‌مفاهیم مشتق‌پذیری مسلط هستند به‌کمک تعریف مشتق متوجه می‌شوند که $f'_+(۱)=۰$, $f'_-(۱)=-\infty$ درنتیجه گزینه درست را «ج» اعلام می‌کنند.

۳ـ چند خط مماس افقی می‌توان برمنحنی $x+y+\sqrt{xy}=۱$ رسم کرد؟

الف) ۲ ب) ۱ ج) ۰ د) ۳

معمولاً دانش آموزان طبق عادت و قواعد یادگرفته‌شده ابتدا از روی معادله ضمنی، $y'_x=\frac{-y-۲\sqrt{xy}}{x+۲\sqrt{xy}}$ را حساب می‌کنند. و گفته می‌شود درنقاطی که $y'_x=۰$ می‌باشد مماس، افقی است و سپس به‌حل معادله $y+۲\sqrt{xy}=۰$ پرداخته که دراین مسیر آن دسته ازدانش‌آموزان که به‌موارد ذکر شده دربند۱۳ (دقت و بینش درنکات مربوط به‌تعاریف و قضایا ـ استفاده از خواص اعمال و...) مسلط نبوده و یاتوجه‌ای ندارند از حل معادله اصم بااین نتیجه می‌رسند که $\begin{cases}y=۰\\ y=۴x\end{cases}$ درنتیجه اعلام می‌کنند که $(۰,۱)$ و $(\frac{۱}{۳},\frac{۴}{۳})$ نقاط تماس‌اند و گزینه الف را بعنوان گزینه درست انتخاب می‌کنند درحالی که باتوجه به راه‌حل و اعمال نوشته شده الزاماً

$x < 0$ و $y < 0$ درنتیجه مماس افقی نمی‌توان برمنحنی رسم کرد. پس گزینه ج درست است.

۴ـ برخی از دانش‌آموزان به‌مفاهیم و تعاریف و قضایا خوب توجه نمی‌کنند یااحیاناً مفاهیم و تعاریف ضمن تدریس به‌صورت ناقص و نارسا بیان می‌شوند که موجب گمراهی آنها می‌شود. به‌عنوان نمونه اکثر دانش‌آموزان بعلت اینکه مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ می‌شود $f'(x) = \frac{-1}{x^2} < 0$ اعلام می‌کنند تابع f اکیداً نزولی است.

درصورتیکه تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ نه‌نزولی است و نه صعودی است. تابع $f(x)$ اکیداً نزولی است اگر به‌ازای هر x_1 و x_2 در D_f که $x_1 < x_2$ بتوان نتیجه گرفت که $f(x_1) > f(x_2)$.

و حال‌آنکه -1 و 1 متعلق به‌D_f هستند و $-1 < 1$ ولی $f(-1) < f(1)$.

و اما دانش‌آموزانی که به‌قضایا و تعاریف توجه کافی دارند. جواب می‌دهند تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ دربازه $(-\infty , 0)$ و یااینکه دربازه $(0 , +\infty)$ که تابع مشتق‌پذیر است و $f'(x) < 0$ تابعی است اکیداً نزولی.

۵ـ تقریباً غالب پرسشهای کنکور مسأله‌اند. داوطلب برای پاسخ‌دادن به‌پرسشها یا انتخاب پاسخ درست پرسشها عموماً باید مسأله‌ای را که به‌صورت یک پرسش مطرح شده است حل کند. بنابراین ورزیدگی و مهارت درحل انواع مسائل از شرایط ضروری جهت توفیق درکنکور است و این ورزیدگی و مهارت درحل انواع مسائل ازشرایط ضروری جهت توفیق درکنکور است و این ورزیدگی از این راه بدست می‌آید که دانش‌آموز مسائل متعدد و مختلف را شخصاً و بابکار انداختن فکر خود حل کرده است و مسائل کتاب را برای جستجوی راههای ساده‌تر و کوتاهتر بررسی کند و باتوجه به‌وقت محدود امتحان موفقیت از آن کسی است که مسأله را از راه کوتاهتر و ساده حل کند. مانند تست‌های زیر:

ـ برای‌آنکه منحنی‌های توابع $y = \frac{x-2}{x+2}$ و $y = (x-2)(ax+1)$ دریک نقطه تلاقی داشته باشند و دریک نقطه دیگر مماس شوند برای a

۱) سه مقدار بدست می‌آید ۲) دو مقدار بدست می‌آید

۳) یک مقدار بدست می‌آید ۴) مقداری بدست نمی‌آید

مشاهده می‌شود که نمی‌توان بلافاصله بایک ترفند و یابایک روش کلیشه‌ای و بکاربردن یک روش تستی، گزینه‌درست را انتخاب کرد بلکه دانش‌آموز باید به‌کمک معلومات و باورزیدگی و مهارتی که درحل مسائل دارد، بصورت زیر پاسخ درست تست را تعیین کند.

باید معادله $(x-2)[ax^2 + (2a+1)x + 1] = 0$

یک‌ریشه ساده و یک‌ریشه مضاعف داشته باشد و امّا $x = 2$ یک‌ریشه معادله است و اگر $x = 2$ ریشه عبارت داخل کروشه باشد، ریشه مضاعف است و اما برای معادله

$$(1) \quad ax^2 + (2a+1)x + 1 = 0$$

داریم $\Delta = 4a^2 + 1 > 0$ پس وقتی مماس اتفاق می‌افتد که $x = 2$ ریشه مضاعف باشد که آن ریشه درمعادله (۱) صدق می‌کند یعنی

$$4a + 4a + 3 = 0$$

$$a = -\frac{3}{8}$$

جواب ـ یک مقدار برای a بدست می‌آید.

ـ حاصل $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [4\cos^2 x + 1]dx$ کدام است؟

۱) $\frac{5\pi}{8}$ ۲) $\frac{5\pi}{6}$ ۳) $\frac{5\pi}{4}$ ۴) π

بدیهی است دانش‌آموزانی که آموزش و حل انتگرال را بوسیله تابع اولیه یاد گرفته‌اند، این تست را نمی‌توانند دریک وقت محدود جواب دهند. ولی دانش‌آموزانی که مهارت کافی درمفاهیم جزء صحیح و حل مسائل توابع جزء صحیح دارند. جواب را باروشی کوتاه و به‌صورت زیر بدست می‌آورند.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$4\cos^2 x + 1$	5	4	3	2	1

$$\text{جواب} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 4dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} 3dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 2dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{5\pi}{4}$$

به این ترتیب ملاحظه می‌شود، دانش‌آموزی می‌تواند به‌سؤالهای چندگزینه‌ای یک آزمون بدون صرف وقت زیاد پاسخ صحیح بدهد که به‌مباحث و مفاهیم درس مربوطه تسلط کاملی داشته باشد که این خود مستلزم تعمق کافی درمفاهیم و حل مسایل متنوع است.

... اخبار ... اخبار ... اخبار ...

گردهمایی دبیران استان فارس

به همت انجمن دبیران ریاضی استان فارس، دومین گردهمایی دبیران ریاضی استان فارس در روزهای ۲۰ و ۲۱ آذرماه سال ۷۶ با شرکت بیش از سیصد نفر از دبیران ریاضی مناطق مختلف استان (با اعلام سهمیه از طرف انجمن) برگزار شد. در مراسم افتتاحیهٔ این گردهمایی معاونت متوسطهٔ اداره کل سخنانی ایراد فرمودند، سپس طی دو روز مقالاتی از طرف چند تن از اعضاء هیات علمی دانشگاه شیراز و دبیران مجرب استان پیرامون مسائل مختلف ریاضی اعم از احتمال- توابع نمایی- آهنگ تغییرات تابع- تابع دیریکله- قضیه مقدار میانی و... ارائه شد. همچنین در حاشیهٔ این گردهمایی سه کارگاه آموزشی در خصوص دروس ریاضی ۳- ریاضی ۵ و حسابان نیز تشکیل شد که مورد استقبال اکثریت قریب به اتفاق شرکت کنندگان قرار گرفت.

علیرضا کشاورز

انجمن دبیران ریاضی استان فارس

تشکیل انجمن دبیران ریاضی استان کردستان

به منظور بسط، توسعه، ترویج و اعتلای دانش ریاضی در استان کردستان انجمنی بنام انجمن ریاضی سنندج تشکیل گردید. این انجمن به عنوان یک انجمن غیر انتفاعی و غیر سیاسی است که در چارچوب قوانین ایران فعالیت علمی می کند.

اساسنامهٔ انجمن ریاضی سنندج در ۱۴ ماده تنظیم شده است. بر طبق اساسنامه، انجمن دارای چهار نوع عضو: پیوسته، وابسته، افتخاری و حقوقی می باشد. شورای اجرایی انجمن مرکب از پنج نفر عضو اصلی و سه نفر عضو علی البدل می باشد که برای مدت سه سال انتخاب می شوند.

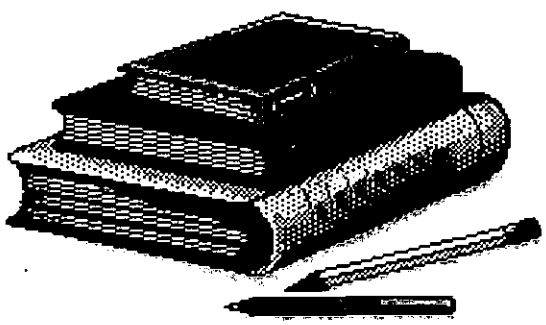
اولین مجمع عمومی انجمن ریاضی سنندج در روز چهارشنبه ۷۶/۸/۱۴ برگزار شد. در این جلسه نسبت به انتخاب اعضای اصلی شورای اجرایی رأی گیری به عمل آمده و پنج نفر به شرح زیر انتخاب شدند:

۱- سید محمد فواد ابراهیمی
۲- سیدرضا حسینی
۳- داریوش ناظمی
۴- هوشنگ منصوب عباسی
۵- نسترن اسدی

کسانی که مایل به تماس با انجمن هستند می توانند با آدرس:

سنندج- اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان- مرکز تحقیقات و پژوهشگاه معلم- دفتر انجمن ریاضی سنندج مکاتبه کنند.

سید محمد فواد ابراهیمی



... اخبار ... اخبار ... اخبار ...

سومین کنفرانس آموزش ریاضی

به همت آموزش و پرورش استان کرمان، سومین کنفرانس آموزش ریاضی ایران از چهارم تا ششم شهریور ماه ۱۳۷۷ در شهر کرمان برگزار می شود.

برگزاری دومین گردهمایی شکوفه های ریاضی

روز سه شنبه ۱۹ اسفند ۱۳۷۶ مصادف با ۱۱ ذیقعده سالروز ولادت حضرت امام رضا(ع)، به همّت دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، دومین گردهمایی شکوفه های ریاضی با حضور بیش از ۹۵۰ دانش آموز و دبیر ریاضی برگزار شد.

در برنامه های صبح ابتدا در یک میزگرد اعضاء هیأت علمی دانشکدهٔ علوم ریاضی معرفی شدند. سپس سه سخنرانی عمومی: «مدلهای پیش بینی برای اثر ازن» توسط دکتر مشکانی، «هم ارزی مجموعه ها» توسط دکتر ابراهیمی و «پژوهشهای اخیر در تاریخ ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی» توسط دکتر یان هوخنداک استاد دانشگاه اوترخت هلند برگزار شد. بخش پایانی برنامه های صبح شامل یک گفتگوی خودمانی با پیشکسوتان ریاضی: استاد بیرشک، استاد مصحفی، دکتر بزرگ نیا، دکتر بهبودیان و آقای جعفری انجام شد.

در برنامهٔ های بعدازظهر ۵ کارگاه نرم افزار و یک کارگاه تاریخ ریاضی همچنین یک سخنرانی با عنوان «ریاضی مدرسه ای فرهنگ مدار» توسط دکتر گویا برگزار شد و در خاتمه میزگردی در ارتباط با چگونگی انتخاب رشته و نحوهٔ ورود به دانشگاه با حضور آقای دکتر پورکاظمی معاون پژوهشی سازمان سنجش، آقای دکتر ساعی مدیر کل آزمون سازی سازمان سنجش و آقای دکتر ذکائی معاون آموزشی دانشکده علوم ریاضی برگزار شد.

هدف این گردهمایی آشنایی بیشتر دانش آموزان با دانشگاه و پیوند عمیق تر بین آموزش و پرورش و آموزش عالی بود.

نخستین سمینار تاریخ ریاضیات

در آستانهٔ سال جهانی ریاضیات (سال ۲۰۰۰)، به همت انجمن ریاضی ایران، دانشگاه هرمزگان و دانشکدهٔ ریاضی و کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر در تاریخ ۶ و ۷ اسفندماه ۷۶، نخستین سمینار تاریخ ریاضیات در دانشگاه هرمزگان برگزار شد.

کمیتهٔ علمی این سمینار موضوعهای زیر را در انتخاب مقاله ها در اولویت قرار دادند.

۱ـ لزوم و دلایل پرداختن به تاریخ ریاضیات، شیوه ها، منابع و...

۲ـ منابع تاریخ ریاضیات در ایران، گرایشهای عمده در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی در جهان.

۳ـ شرح تحلیلی احوال ریاضیدانان دورهٔ اسلامی با تأکید بر ریاضیدانان ایرانی تبار.

۴ـ تاریخ ریاضیات معاصر در ایران (دورهٔ دارالفنون به بعد).

۵ـ تاریخ موضوعی ریاضیات (تاریخ هندسه، نظریهٔ اعداد، جبر، آنالیز، آنالیز عددی، احتمال، آمار و نجوم) بویژه وضع تاریخی این مباحث در دورهٔ اسلامی.

و جمعاً ۳۲ مقاله در این سمینار ارائه شد.

بسم الله الرحمن الرحیم

In The Name Of Allah

Roshd

Mathematics Education Journal

No. 50-1998

Editor in chief:

Gooya Z:

Editoreal Board:

Babolian E., Gholam Azad S.,

Haji Babai J., Jalili M.,

Medggalchi A., Pasha E. & Zanganeh B. P. O. Bax 1587,

Mathematic Department Iranshahr Shomali,

Building Na. 4

CONTENTS

1. Editor's note

2. The relationship between mathematics education and culture
by A. Bishop

3. Population model and Linear Algebra
by B. Z. Zangeneh

4. The roundtable of Roshd

5. Derive Soft- Ware
by F. Pahlevani
Y. Tabesh

6. Teachers' Narrative
by Z. Araghiyan

7. What is the goals of mathematics education
by M. Rahmani

8. A mathematical response to President
by A. H. Asghari

9. How to make multiple - choice questions
by Gh. Farshadi

10. TIMSS highlights from the Primary grades.

11. News

فرم اشتراک مجلات آموزشی رشد

● نام و نام خانوادگی .....

● تاریخ تولد .....

● میزان تحصیلات ..... ● تلفن: .....

● نشانی کامل: استان: ..... شهرستان: .....

● تاریخ رسید بانکی: .....

● مجلهٔ درخواستی: .....

امضاء: .....

شرایط اشتراک:

۱. واریز حداقل مبلغ ۱۰۰۰۰ ریال به عنوان علی الحساب به حساب شمارهٔ ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه سرخه حصار کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال اصل رسید بانکی همراه با فرم تکمیل شده اشتراک به نشانی دفتر انتشارات کمک آموزشی.

۲. شروع اشتراک از زمان وصول فرم درخواست است. بدیهی است یک ماه قبل از اتمام مبلغ علی الحساب، به مشترک جهت تجدید اشتراک اطلاع داده خواهد شد.

بخش آموزش آمار چهارمین کنفرانس آمار ایران

در آستانهٔ سال جهانی ریاضیات و بمنظور همگانی کردن این علم مفید برای یادگیری و بکارگیری آن در قرن بیست ویکم و بررسی راههای صحیح آموزش احتمال و آمار در مقاطع مختلف تحصیلی، بخش آموزش آمار چهارمین کنفرانس آمار ایران قصد دارد برنامهٔ مدونی را در کنفرانس ارائه دهد. (یادآوری می کند که این کنفرانس از اوّل تا سوّم شهریور ماه ۱۳۷۷ در دانشگاه شهید بهشتی در تهران برگزار می شود.)

بدین وسیله از تمام علاقمندان به ایراد سخنرانی یا ارائه پوستر در زمینه های زیر دعوت می شود، خلاصهٔ مقاله خود را حداکثر تا اوّل خردادماه ۱۳۷۷ و اصل مقاله را حداکثر تا اول مردادماه ۱۳۷۷، از طریق آدرس اصفهان ـ دانشگاه صنعتی اصفهان دانشکدهٔ علوم ریاضی، کدپستی ۸۴۱۵۶ ـ فاکس شماره ۸۹۱۲۶۰۲ (۰۳۱) با پست الکترونیکی A- Rejali@ cc. iut. ac. ir به نام دکتر علی رجائی ارسال کنند.

موضوعهای پیشنهادی:

ـ عمومی کردن آمار

ـ آموزش احتمال و آمار در مقاطع دبستان، راهنمایی و دبیرستان و نقش این علوم در مدارس

ـ آموزش احتمال و آمار در دانشگاهها با تکیه بر آموزش آمار کاربردی

ـ برنامه های آموزشی رشته های آمار و دروس آمار و احتمال سایر رشته ها

ـ نقش استفاده بهتر از کامپیوتر در آموزش آمار و احتمال

ـ آموزش آمار به متخصصان سایر رشته ها و در سطح عام

سعی می شود مجموعهٔ سخنرانیهای این بخش قبل از کنفرانس بچاپ برسد، و در زمان برگزاری در اختیار شرکت کنندگان قرار گیرد. لذا همکاری شما در ارسال بموقع خلاصه و اصل مقاله بسیار ضروری است.

علاوه بر آن، اگر علاقمندانی مایلند در نمایشگاه آموزش آمار و یا کلاسهای آموزشی نرم افزارهای آماری همکاری کنند، جای سپاس دارد اگر پیشنهاد مشروح خود را همراه با لیست وسایل مورد نیاز حداکثر تا اوّل خردادماه ۱۳۷۷ ارسال فرمایند. مطمئن باشید که تمام پیشنهادها بررسی و حداکثر تا اواسط مردادماه ۱۳۷۷، نتیجه بررسیها اعلام خواهد شد.

برای ثبت نام و کسب اطلاعات بیشتر در مورد کنفرانس، با دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران، کدپستی ۱۹۸۳۴ تماس برقرار فرمایید.

مسئول بخش آمار چهارمین کنفرانس آمار ایران

رشد آموزش ریاضی
21st ANNUAL IRANIAN MATHEMATICS CONFERENCE
UNIVERSITY OF ISFAHAN
MARCH 13, 1990
بیست و یکمین کنفرانس ریاضی کشور
دومین کنفرانس
آموزش ریاضی
2nd Annual
Iranian Mathematics