رشد آموزش ریاضی

سال پانزدهم / شماره ۵۶ / تابستان ۱۳۷۸ / ۱۵۰ تومان

نظم فکری، مفاهمه و گفتگوی موفق بدون برخورداری از منطق و تفکر ریاضی میسر نیست.

سید محمد خاتمی، رئیس جمهوری و
ریاست عالی ستاد ملی سال جهانی ریاضیات

رشد آموزش ریاضی

بسم الله الرحمن الرحیم

شماره مسلسل ۵۶ / سال تحصیلی ۷۹ - ۱۳۷۸ / تابستان ۱۳۷۸

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

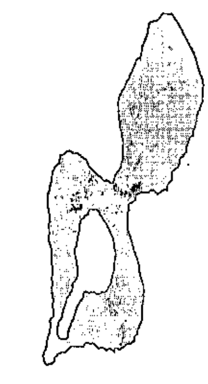
دفتر انتشارات کمک آموزشی

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹- ۸۸۳۱۱۶۰ (داخلی ۳۰۱)
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

- مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان مقاطع مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. **لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:**
- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدولها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متنهای ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویسها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.

همچنین:
- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسشهای خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

یادداشت سردبیر



قبل از هر سخن، از خوانندگان عزیز به خاطر تأخیر در انتشار مجلهٔ تابستان پوزش می طلبیم. مشکلات اجرائی اجازهٔ انتشار به موقع مجله را نداد. امیدواریم با حوصلهٔ همیشگی خود، این کمبود را بر ما ببخشید.

* * *

قرار بود «چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» در شهریور ۱۳۷۸ در شیراز برگزار شود. برنامه ریزی های علمی و اجرائی جهت برگزاری کنفرانس در شیراز از مهر ۱۳۷۷ شروع شد و دوستان شیرازی، با دادن اطمینان از این که کارها طبق برنامه پیش می رود، جلسات علمی و اجرائی را تشکیل می دادند. با تمام این فعالیّت ها، متأسفانه در دومین همایش ملّی سال جهانی ریاضیات ـ ۲۶ فروردین ۱۳۷۸، آگاهی یافتیم که تقریباً برگزاری کنفرانس در شیراز ناممکن است و علّت آن، مشکلات اجرائی ـ هم از نظر فضا و هم از نظر بودجه ـ در آن شهر عنوان شد. رایزنی های مختلفی انجام شد تا اگر کمترین احتمالی برای وقوع این فعالیّت علمی در شیراز وجود دارد، با همکاری تمام واحدهای مربوط، این احتمال به قطعیت تبدیل شود.

با این حال، مجموعهٔ عوامل و ترکیب آنها، چنین امکانی را ایجاد نکرد و اواخر بهار ۱۳۷۸، عدم برگزاری کنفرانس در شیراز قطعی شد. اواخر تابستان با تلاشهای همگی و به خصوص رئیس محترم انجمن ریاضی ایران جناب آقای دکتر بهزاد، فکر برگزاری چهارمین کنفرانس در تهران مطرح و تقویت شد. مجدداً رایزنی های زیادی از طرف انجمن ریاضی با معاونت برنامه ریزی نیروی انسانی وزارت آموزش و پرورش صورت گرفت و بالاخره در اواخر شهریور، برگزاری «چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» در تهران قطعی شد. علت اصلی پافشاری در برگزاری کنفرانس دو چیز بود:

۱ ـ اگرچه کنفرانس های سالانهٔ آموزش ریاضی مراحل طفولیت خود را می گذرانند، با این حال طی سه سال گذشته تأثیرات آنها بر ارتقای سطح آگاهی جامعهٔ ریاضی انکارناپذیر بوده است و پرسش های مکرر معلمان محترم راجع به کنفرانس، و تقاضا برای شرکت در آن، گواهی بر این مدّعاست.

۲ ـ در راستای هم اندیشی های افراد مؤثر جامعهٔ ریاضی در مورد سال جهانی ریاضیات ـ سال ۲۰۰۰ و فکر ایجاد تشکیل یک ستاد ملّی جهت استقبال از این سال، انگیزهٔ برگزاری کنفرانس های سالانهٔ آموزش ریاضی نیز قوّت گرفت و بالاخره در شهریور ۱۳۷۵، با پشتیبانی وزیر محترم وقت آموزش و پرورش، انجمن ریاضی ایران و ادارهٔ کلّ آموزش و پرورش استان اصفهان، اولین کنفرانس با همّت جناب آقای دکتر رجالی به عنوان دبیر کمیتهٔ علمی در اصفهان برگزار شد. تداوم این کنفرانسها تحقّق بعضی از هدفهای سال جهانی ریاضیات را وعده می داد. در نتیجه، طبیعی بود کنفرانسی که در آستانهٔ سال ۲۰۰۰ قرار بود برگزار شود، موکول به آینده نگردد. با همین منطق، پافشاری ها و تلاش ها ادامه یافت تا بالاخره، برگزاری «چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» از ۱۳ تا ۱۵ بهمن ۱۳۷۸ در تهران قطعی شد.

از مهر ۱۳۷۸، با تشکیل جلسات منظّم هفتگی در دفتر معاونت برنامه ریزی نیروی انسانی وزارت آموزش و پرورش، کارهای برگزاری این کنفرانس به جدّ دنبال شده است. با توجّه به فرصت اندکی که تا تاریخ شروع کنفرانس باقی مانده است، طبیعی است که نارسائی های پیش بینی نشده زیاد خواهد بود. با این حال، کمیتهٔ علمی کنفرانس امیدوار است که همراهی مشتاقانهٔ دست اندرکاران یاددهی و یادگیری ریاضی در تمام سطوح، تحمّل نارسائی ها را ممکن سازد.

* * *

سال جهانی ریاضیات، سال ۲۰۰۰ به سرعت نزدیک می شود. به نظر می رسد که هدف عمدهٔ اعلام سالی به نام ریاضیات و تقارن آن با شروع هزارهٔ سوم میلادی، بیش از هر چیز بالا بردن سطح شعور عمومی نسبت به اهمیت ریاضیات در ارتقای کیفیت زندگی در هزارهٔ سوم، نقش ریاضیات در توسعه و پیشرفت جوامع و ضرورت برجسته کردن این نقش در اعتلای فن آوری است. شاید در بسیاری از کشورهای توسعه یافته، یک هیجان عمومی نسبت به اعلام سالی به عنوان «سال جهانی ریاضیات» ایجاد نشده باشد زیرا به اندازهٔ کافی، نسبت به ضرورت انجام تحقیقات بنیادین و کاربردی در زمینهٔ توسعهٔ ریاضی و آموزش ریاضی آگاهی وجود دارد و در آن جوامع، بودجه های چشمگیری به این نوع پژوهش ها اختصاص داده شده است. در نتیجه، چنین سالی در آن جوامع، بیشتر در سطح جمع های ویژه ای مطرح و گرامی داشته می شود. امّا در کشورهای در حال توسعه، ضرورت گرامی داشت چنین سالی می تواند و باید که در سطح جامعه به طور وسیع مطرح شود زیرا این جوامع باید راه درازی را برای پیمودن و رسیدن به یک سطح قابل قبول علمی و پژوهشی طی کنند. پیمودن این راه با ارتقای شعور عمومی نسبت به ضرورت پرداختن به تحقیقات ریاضی و

آموزش آن تسهیل خواهد شد.

ستاد ملّی سال جهانی ریاضیات در ایران کمیته های متنوّعی برای تحقّق هدفهای این سال ایجاد کرده است. معلمان گرامی آموزش و پرورش و دانشگاه در سال گذشته، همایش های متعدّدی را در استانها و شهرستان های مختلف برگزار کرده اند، و در هر یک از آنها، به اندازهٔ امکانات موجود، در پیدایش چنین شعوری در سطح جامعه تلاش کرده اند. جامعهٔ ریاضی با همکاری صدا و سیما و مطبوعات، پیگیرانه در بسیج عمومی نسبت به ریاضی کوشش کرده است که در همین جا، جا دارد از همهٔ دست اندرکاران این فعالیت ها قدردانی شود.

نکته ای که دارای اهمیت زیاد است، بهره برداری مفید از این هیجان ایجاد شده است. منظور از بهره برداری، جذب بودجه های لازم برای انجام تحقیقات اصیل در سطح ملّی، حسّاس کردن جامعه نسبت به ضرورت انجام این تحقیقات در جهت توسعهٔ ریاضی و آموزش آن به عنوان یکی از شاخص های رشد و توسعهٔ تکنولوژیکی و اجتماعی و بالاخره آگاه کردن تصمیم گیران و تصمیم سازان آموزشی نسبت به اهمیّت این حوزهٔ معرفتی است. هم چنین انجام برنامه ریزی های اصولی جهت تحقّق هدفهای محوری سال جهانی ریاضیات است، زیرا ایجاد هیجان اگر با برنامه ریزی و مداومت و نظارت برای رسیدن به نتایج مطلوب توأم نباشد؛ نه تنها تأثیر ماندگار ندارد، حتی گاهی ممکن است به یأس و دلزدگی نیز بیانجامد.

* * *

به دنبال بحث های شمارهٔ قبل راجع به شناختن چالشهای آموزش ریاضی در قرن بیست و یکم و آمادگی برای رویاروئی با آنها، پیشنهاد می شود یک طرح ملّی جهت تهیّهٔ یک نقشهٔ جامع از وضعیّت آموزش ریاضی ایران در تمام سطوح ـ از پیش دبستانی تا دوره های دکترای تخصّصی ـ تهیّه شود. این کار، نیاز به عزم ملّی و حمایت جدّی دارد. در تهیّهٔ این نقشه، تمام بخش های جامعه باید مورد بررسی قرار گیرند و با روش های متنوّع تحقیقات کمّی و کیفی، سطح و عمق این وضعیت دیده شود؛ بعضی از کشورها با انجام تحقیقات وسیعی از این نوع و با تهیّهٔ چنین نقشه ای، امکان برنامه ریزی منطقی را به گونه ای فراهم کردند که هم منطبق بر شرایط و امکانات و محدودیت های جامعهٔ خود باشد و هم به نیازمندی های اجتماعی نسبت به ریاضی، چشم اندازهای توسعهٔ همه جانبهٔ اجتماعی و توجّه به ظرفیت های پنهان و پیدای جامعهٔ خود و هم چنین ایجاد ظرفیت های جدید در آن جامعه توجّه داشته باشد. برای مثال، در سال ۱۹۸۱ چنین نقشهٔ جامعی در انگلستان توسط پروفسور کاکروفت در گزارشی به نام «ریاضی به حساب می آید[1]» معرّفی شد. در ایالات متحدّه، پس از گزارش رسمی «ملّتی در خطر[2]» در سال ۱۹۸۳، چندین کار تحقیقاتی وسیع در زمینهٔ تهیّهٔ نقشهٔ جامع وضعیّت آموزش ریاضی در آمریکا و با پشتوانه های مالی عظیم انجام شد که از آن جمله می توان به گزارش های «همه کس به حساب می آید[3]» در سال ۱۹۸۹، «تغییر شکل ریاضیات مدرسه ای[4]» در سال ۱۹۹۰ و به بهره گیری از نتایج آنها در «استانداردهای برنامهٔ درسی و ارزشیابی ریاضیات مدرسه ای[5]» در سال ۱۹۸۹ اشاره کرد. این مطالعات زمینهٔ دوباره نگری های همه جانبهٔ محتوائی، نگرشی و روشی در برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه ای در آمریکا را ایجاد کرد.

امید است تهیّهٔ چنین نقشهٔ جامعی در ایران، بسیاری از ابهامات موجود در رابطه با نقش و جایگاه ریاضی در جامعه را برطرف کند، به بسیاری از سؤالها پاسخ دهد و بسیاری از افسانه های غیرواقعی را دربارهٔ توانائی ها و عدم توانائی های ما باطل کند و به جای آنها، وضعیّت موجود را شفّاف و دقیق به تصویر بکشاند. برای جهانی فکر کردن، بومی عمل کردن، و به نیازهای فردی و تفاوتهای فردی توجّه کردن، هم نیازمند تعمیق پایه های تکنولوژی و تسهیل بستر مناسب رشد و توسعهٔ آن هستیم و هم نیازمند ایجاد فرهنگ مناسب این نوع توسعه در ایران می باشیم. در همین راستا، باید آگاه باشیم که رشد تکنولوژی بدون رشد و توسعهٔ ریاضی در جامعه امکان پذیر نیست در نتیجه، برای ایجاد شرایط مناسب و تغییر موازنهٔ فعلی یعنی تبدیل وضعیّت مصرف کنندگیِ علمی و تحقیقی به تولید علمی و تحقیقی، انجام این کار پژوهشی باید در اولویت قرار گیرد.

بنا به ضرورتهای گفته شده، پیشنهاد می شود که «ستاد ملّی سال جهانی ریاضیات» با جلب پشتیبانی مالی و معنوی از طرح جامعی که در این زمینه تهیّه خواهد شد و طرح این ضرورت در سطح ملّی، جلب مشارکت ظرفیت های مؤثر علمی و تحقیقی، و بسیج فرهنگی، تأثیر ماندگاری از این تلاش های پیگیر در جامعه باقی بگذارد. در آن صورت، خاطرهٔ خوش «سال جهانی ریاضیات» با توجّه به دستاوردهای ملّی آن، در حافظهٔ تاریخی جامعه و به خصوص جامعهٔ آموزشی ایران ثبت خواهد شد.

زیرنویس ها:

1. Mathematics Counts
2. ANation At Risk
3. Everybody Counts
4. Reshaping School Mathematics
5. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics

مدل هایی برای برنامهٔ درسی ریاضی*

نویسندگان: دیوید روبیتایل و مایکل دیرکز
مترجمان: زهرا گویا- دانشگاه شهید بهشتی
محمدرضا فدائی- دانشگاه شهید باهنر کرمان

مقالهٔ پیش‌رو، با آن‌که قدیمی است و حدود ۱۷ سال از چاپ آن می‌گذرد، با این حال به دلیل بررسی عمیق و آگاه‌کننده‌ای که انجام داده است، هنوز با گذشت این سالها، برای علاقه‌مندان و برنامه‌ریزان درسی ریاضی دارای پیامهای مهّمی است. خواندن این مقاله به خصوص به کسانی که به آشنائی با مبانی آموزش ریاضی علاقه‌مند هستند توصیه می‌شود. قطعاً با تغییرات عمده‌ای که در سطح جهانی و ملّی در جنبه‌های مختلف رخ داده است، مدلهای متنوع‌تری با توجّه به عوامل متعدد تأثیرگذار بر برنامهٔ درسی ریاضی قابل ارائه هستند. با این حال، پیش‌بینی جهت‌گیری‌های برنامهٔ درسی که در مقاله ارائه شده‌اند قابل تأمل است. همچنین، این مقاله سؤالهائی را برای جامعهٔ آموزش ریاضی، جامعهٔ ریاضی و برنامه‌ریزان درسی ریاضی مطرح کرده است که هنوز بسیاری از آن سؤالها در جامعهٔ ما بی‌پاسخ مانده‌اند و به اصطلاح «سؤال باز» هستند. بالاخره، به نظر می‌رسد یکی از پیام‌های مقاله برای جامعهٔ ریاضی این است که بدانند در قبال آموزش و یادگیری ریاضی مسؤلیت خطیری متوجّه آنهاست، همان طور که مسالهٔ آموزش ریاضی به خصوص در قرن بیستم، دغدغهٔ برجسته‌ترین ریاضیدانهای جهان بوده است و همان دغدغه‌ها به نوعی باعث تولد این حوزهٔ معرفتی در جهان شده است. همچنین، لازم به ذکر است که متن انگلیسی مقاله به دلیل استفادهٔ زیاد از ترجمهٔ متن‌های قدیمی غیر انگلیسی، دارای سلیسی و روانی کافی نیست. طبیعی است که ترجمهٔ مجدد آن به زبانی دیگر، این روانی را باز هم کمتر می‌کند. به این دلیل، پیشاپیش از خوانندگان گرامی پوزش می‌خواهیم.

سردبیر

ریاضی همیشه یک مؤلفهٔ مهم برنامهٔ درسی مدرسه ای بوده است . برای مثال، ام ماری (۱۹۸۰) به ما خاطرنشان می سازد که افلاطون نیز ریاضی را به عنوان بخشی از آموزش حکمران فیلسوف در «جمهوریت» آورده است . اگرچه در بین کشورها در رابطه با محتوای موضوعهای مشخّص ریاضی که در برنامهٔ درسی وجود دارد، در نسبت دانش آموزانی که باید آن محتوا را مطالعه کنند و در راههائی که آن محتوا باید تدریس شود اختلاف وجود دارد، اما در رابطه با حقیقت موضوع [که همان حضور ریاضی در برنامهٔ درسی مدرسه ای است] اختلاف نظری وجود ندارد. به طور عام، ریاضی به عنوان یک مؤلفهٔ مهم آموزش مدرسه ای در نظر گرفته شده است.

درباره موضوع هدفهای ریاضی مدرسه ای و دلایل تدریس ریاضی مطالب بسیار زیادی نوشته شده است [برای مثال، به آلفورس و دیگران، ۱۹۶۲؛ واتسون، ۱۹۷۱؛ ادواردز، نیکولز و شارپ، ۱۹۷۲؛ براون فِلد، کافمن وهاگ، ۱۹۷۳؛ اُبراین، ۱۹۷۳؛ بِل، ۱۹۷۴؛ اِویاتار، ۱۹۷۴، هندریکسون، ۱۹۷۵؛ سِرواس، ۱۹۷۵؛ ماتیوز، ۱۹۷۶؛ مک نیلزودان، ۱۹۷۷ مراجعه کنید.] در دههٔ گذشته، یونسکو حامی انتشار گزارشهائی تحت عنوان «روندهای جدید در تدریس ریاضی» بوده است که در آنها، به بررسی تغییرات در تدریس ریاضی در دنیا پرداخته شده است که آخرین گزارش آن ـ جلد چهارم، در ۱۹۷۹ چاپ شد. همچنین، در سال ۱۹۷۸، مجلهٔ پژوهشی «مطالعات آموزشی در ریاضیات»[۱] ۱۶ مقاله از کشورهای مختلف را منتشر کرد که در آنها، تغییرات در برنامه های درسی ریاضی طی بیست سال گذشته بررسی شده اند.

با وجود حجم زیاد ادبیات موجود در این زمینه، اجتناب از این نتیجه گیری که دابلیو ـ دابلیوسایر هم (۱۹۴۸) به آن رسیده بود مشکل به نظر می رسد. سایر می گوید «حقیقت این است که هیچکس نمی داند چرا باید ریاضیات در مدرسه ها تدریس شود. تدریس ریاضی یک رسم و عادت مانند دست دادن است. ما به آن عادت کرده ایم. مردم نمی توانند مدارس را بدون درس حساب تصوّر کنند» (ص ۸).

ادّعای این که هیچکس نمی داند چرا ما ریاضی را به تعداد زیادی از دانش آموزان تدریس می کنیم ممکن است به نوعی اغراق آمیز باشد، اما در این ادّعا حقیقتی نهفته است. با بررسی اسنادی که برنامه های درسی ریاضی مدرسه ای را شرح می دهند، در بعضی موارد آشکار می شود که کمتر دربارهٔ مباحث اساسی مانند هدفهای برنامهٔ درسی ریاضی فکر شده است. در جاهائی که اهداف مشخّص شده اند، اغلب مشکل است ببینیم که چگونه محتوای انتخابی برای برنامهٔ درسی با آن اهداف مرتبط هستند. در موارد خاصّ، به نظر می رسد که اهداف برنامهٔ درسی به طور وسیع عنوان شده و سپس مورد غفلت قرار گرفته اند. همان طور که سایر می گوید، به نظر می رسد که محتوا یا بر اساس سنت انتخاب شده است یا عکس العملی در مقابل جدیدترین نوسانهای آونگ برنامهٔ درسی [که گاهی به صورت یک مُد درمی آید] بوده است.

گاهی، تغییر در برنامهٔ درسی ریاضی بدون ملاحظات قبلیِ کافی نسبت به اهداف کلان و اهداف عینی انجام گرفته است. به نظر می رسد چنین تغییری محکوم به زودگذر بودن است و خیلی تأثیرگذار نخواهد بود. به کارگیری و اجرای موفقیت آمیز یک برنامهٔ درسیِ تجدیدنظر شده، به عنوان یک پیش نیاز نیازمند استدلال با دقّت برای تغییر، و یک ارزشیابی عمقی از هدفهای کلان برنامهٔ درسی است. آلفرد نورث وایت هد فیلسوف انگلیسی، ریاضیدان و همکار راسل در تألیف «اصول ریاضیات»، به عنوان ریاست اتحادیهٔ ریاضی در سخنرانی آغازین خود، راجع به تغییر در برنامهٔ درسی ریاضی صحبت کرد (وایت هد، ۱۹۱۶). او در تقبیح فرآیندی که توسط آن، تغییراتی به سبک تکه تکه و مجزا معرفی شده است چنین گفت:

این سؤال در مورد انحطاط جبر به صورت چیزی شکسته و نامفهوم، هم در کلام و هم در حقیقت، نشان دهندهٔ یک مثال تأثرآور از بی فایدگی برنامه های تغییرات تدریجی آموزشی (رفورم) بدون داشتن یک تصور روشن از خواص و ویژگی هائی است که آرزو داریم در ذهنهای فعّال کودکان ایجاد شود ... شما نمی توانید در هیچ برنامهٔ آموزش عمومی روحی بدمید مگر آن که موفق به نشان دادن رابطهٔ آن با بعضی از ویژگیهای اساسی هوش یا ادراکات احساسی شوید. (ص ۱۹۷).

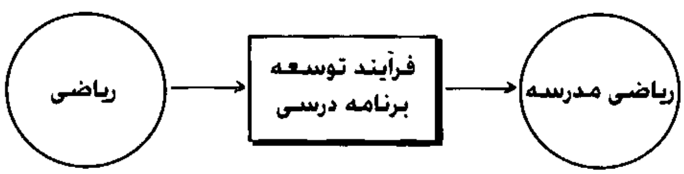
گاهی، تغییر در برنامهٔ درسی ریاضی بدون ملاحظات قبلیِ کافی نسبت به اهداف کلان و اهداف عینی انجام گرفته است. به نظر می‌رسد چنین تغییری محکوم به زودگذر بودن است و خیلی تأثیرگذار نخواهد بود.

اخیراً، در ارائهٔ گزارش نتایج یک مطالعهٔ مشاهده‌ای از اجرای برنامهٔ درسی «ریاضیات جدید»، ساراسون (۱۹۷۱) چنین گفت:

تلاش برای معرّفی تغییری در تشکیلات مدرسه، نیازمند حداقل دو فرضیه است: [یکی این که] تغییر با توجه به مجموعه‌ای از ارزشها مطلوب است و [دیگری آن که] نتایج قصد شده واضح هستند ... [برنامهٔ] ریاضیات جدید ... مسألهٔ نتایج قصد شده را به وضوح نشان می‌دهد ... نه در مورد مشخّصی که توضیح دادیم و نه در ادبیات عمومی [این رشته]، روشن نیست که چه نتایجی مورد نظر بوده‌اند، آیا بین نتایج اولویتی وجود داشته است، و رابطهٔ بین هر نتیجه و فرآیندهای تغییر که به آن نتیجه انجامیده است چیست؟ (صص ۶۲ و ۶۳)

در رابطه با تغییرات برنامهٔ درسی، ساراسون ادّعا می‌کند که پی‌آمدهای قصد شده به ندرت به روشنی بیان شده‌اند و در نتیجه، راه رسیدن به یک هدف، خود آن هدف می‌شود یا آن که تبدیل به یک ضابطهٔ گمراه‌کننده برای قضاوت دربارهٔ تغییر می‌شود. (ص ۴۸)

صورت‌بندی هدفها، ساختن برنامهٔ درسی ریاضی، و اجرای موفقیت‌آمیز آن برنامه، نیازمند درک ماهیت ریاضی، ریاضی مدرسه‌ای، و تعامل بین این دو است. (به شکل ۱ نگاه کنید). این تعامل ممکن است به صورت عواملی که بر شاکلهٔ ریاضی به گونه‌ای عمل می‌کنند تا محتوا و سازماندهی دوبارهٔ آن برای برنامهٔ درسی مدرسه مناسب‌ترین باشد دیده شود.



شکل ۱: سرچشمه‌های (مبدأ) برنامهٔ ریاضی مدرسه

به کارگیری و اجرای موفقیت‌آمیز یک برنامهٔ درسیِ تجدیدنظر شده، به عنوان یک پیش‌نیاز نیازمند استدلالِ با دقّت برای تغییر، و یک ارزشیابی عمقی از هدفهای کلان برنامهٔ درسی است.

در ادامهٔ مقاله، هر یک از سه مؤلفه با جزئیاتی بررسی می‌شوند. ماهیت ریاضی اوّل از همه مورد بحث قرار می‌گیرد. سپس چهار نیروئی که بر فرآیند تهیه و توسعهٔ برنامهٔ درسی تأثیرگذار هستند مورد بررسی واقع می‌شود. آنگاه سه مدل یا پارادایم برای برنامهٔ درسی ریاضی به عنوان نتیجهٔ دو مرحلهٔ قبلی توضیح داده می‌شود. در نهایت، اشارات و پیشنهادهائی در رابطه با کاربرد چنین تجزیه و تحلیلی برای فرایند تجدیدنظر در برنامهٔ درسی ارائه می‌شود.

ماهیت ریاضی

در پانویس مقاله‌ای در رابطه با اهداف آموزش ریاضی، واتسون (۱۹۷۱)، می‌گوید: «حدسیّه‌ای وجود دارد که می‌گوید یک n_0 وجود دارد به طوری که برای $n>n_0$، در هر مجموعه‌ای از n ریاضیدان، حداقل یک جفت ریاضیدان وجود دارند که بر سر تعریف ریاضی با هم اختلاف دارند. اعتقاد بر این است که $n_0=2$ (ص ۱۰۶)»[۱]. در مورد هدفهای تدریس ریاضی نیز، ادبیات قابل ملاحظه‌ای وجود دارد که در آن، به سؤال ماهیت ریاضی [چیست] پرداخته شده است.

در این ادبیات، در مورد عدم یک پارچگی ریاضیات و چندین جنبه [و چندین چهره] بودن آن، یک اجماع معنوی وجود دارد. بلِزنر، کلمن و ادواردز (۱۹۷۶) در بررسی وَضعیّت علوم ریاضی در کانادا، این حوزه را به سه طریق مشخّص کرده‌اند:

۱ـ [علوم ریاضی] به عنوان یک وسیلهٔ قدرتمند برای تجزیه و تحلیل تجربه

۲ـ [علوم ریاضی] به عنوان یک منبع فرهنگی

۳ـ [علوم ریاضی] به عنوان یک زبان مهم و ضروری برای ارتباطات مدرن.

از این گذشته، به عقیدهٔ آنها، که «مقصد اصلی و برجستهٔ تدریس ریاضی در مدارس، ***ایجاد عمیق ترین درک ممکن از آنچه که ریاضی هست و آنچه که ریاضی نیست می باشد.*** » (ص ۱۱۷) [تأکید از اصل است]. آنها تا آنجائی ادامه می دهند که می گویند تا حدودی که دانش آنها اجازه می دهد، می دانند که هرگز چنین قصدی در هیچ نظام مدرسه ای به طور صریح عنوان نشده است.

در طی سالیان [گذشته]، چندین مقوله بندی و قسمت بندی از ریاضیات شده است. به عنوان مثال، تمایز قائل شدن بین ریاضی محض و ریاضی کاربردی یک امر معمولی است.

توماس کوهن (۱۹۷۷) متخصّص تاریخ علم، چند بینش مهّم ارائه می دهد که هم ظهور نسبتاً جدید تمایز محض- کاربردی و هم واگرائی طرز تلقّی ها را در سطح بین المللی در رابطه با ماهیت دقیق این تمایزها تأئید می کند. او می نویسد:

... یک منبع مهم تغییر در قرن نوزدهم، تغییر تدریجی در هویت درک شدهٔ ریاضی بود. شاید تا اواسط قرن [نوزدهم]، موضوعهائی مانند مکانیک سیالات، هیدرودینامیک، الاستیسیته و نوسانات پیوسته و ناپیوستهٔ رسانه ها، در مرکز تحقیقات حرفه ای ریاضی بودند؛ هفتاد و پنج سال پس از آن، اینها «ریاضیات کاربردی» شده بودند. دغدغه ای که اینها را از سؤالهای مجردتر «ریاضیات محض» جدا کرد و معمولاً، به آنهاشخصیّت نازل تری بخشید و این [ریاضی محض] در دیسیپلین ریاضی نقش مرکزی پیدا کرد ... [این جدائی] به راههای مختلف و در نسبتهای (نرخهای) مختلف در کشورهای مختلف رخ داد. (صص ۶۰ تا ۶۱).

از نظر تاریخی، در زمانهای گوناگون، بحثهای داغ و قابل ملاحظه ای پیرامون ماهیت ریاضی و به طور اجتناب ناپذیری، دربارهٔ نوع محتوائی که برای ریاضیات مدرسه مناسب ترین باشد در گرفته است. بررسی بعضی از جزئیات این بحثها، به روشن شدن جنبه های مشخص مدلهای برنامهٔ درسی که ارائه خواهد شد کمک می کند.

ریاضیات محض

مطالب بسیار زیادی دربارهٔ تلاشهائی که در اواخر قرن نوزدهم برای محافظت از اصول و مبانی ریاضیات بعد از افزایش موج وار فعالیتهای تحقیقی که در دو قرن قبل از آن انجام گرفته بود، نوشته شده است (ایوزونیوسون، ۱۹۶۳؛ بنا سراف و پوتنَم، ۱۹۶۴؛ رینگل ونیومن، ۱۹۶۸؛ وایلدر، ۱۹۶۸؛ وبارت، ۱۹۷۹). جزئیات مکتب منطقی راسل، شهودگرائی براوئر، و صورتگرائی هیلبرت، نیازی به بررسی در اینجا ندارد، امّا فقط به دلیل آن که در جاهای دیگر بحث شده است که به خصوص، اهداف منطق گرائی و صورت گرائی هم در جهت گیری تحقیقی ریاضی و هم در برنامهٔ درسی ریاضی مدارس تأثیر گذاشته است (کلاین، ۱۹۷۷؛ بارت، ۱۹۷۹)، پس باید ملاحظاتی را دربارهٔ آنها در نظر گرفت.

از نظر راسل (مورتیس، ۱۹۵۸)، «ریاضی محض کلاس تمام گزاره های به شکل «q نتیجه می دهد p» است که p و q گزاره هائی هستند که شامل یک متغیّر یا بیشتر هستند، مانند دو گزاره، و هیچیک از p یا q شامل هیچ ثابتی به غیر از ثابتهای منطقی نیستند.» راسل در ادامه می گوید «ریاضی ممکن است به عنوان موضوعی تعریف شود که در آن، هرگز نه می دانیم که راجع به چه چیزی صحبت می کنیم و نه می دانیم که آنچه که می گوئیم درست است.» (ص ۷)

برنامهٔ صورت گرائی دیوید هیلبرت (یک آلمانی که پیرو مکتب گوتینگن بود همچنان که گوس، ریمان، کِلین و کورانت نیز پیرو آن مکتب بودند) حتی بیش از منطق گرائی بر برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه تأثیر گذاشت. هیلبرت خود یک ریاضیدان بسیار برجسته بود که در حوزه های مختلف [ریاضی] و با درجات متنوّعی از دقّت کار کرد. طبق گفتهٔ ایوزونیوسون (۱۹۶۳)، هیلبرت از دو جهت افتخار آفرین است. یکی به خاطر این که «برای دقّت بیشتر بخشیدن به روشهای ریاضی، اصول اقلیدس را به صورت اصول صوری حاضر درآورد.» (ص ۱۴۲) و از طرف دیگر این که یک تفسیر شهودی از هندسه را به همراه کوهن- فوسن در کتاب «هندسه و تخیّل» تولید کرد.

صورت بندی هدفها، ساختن برنامهٔ درسی ریاضی، و اجرای موفقیت آمیز آن برنامه، نیازمند درک ماهیت ریاضی، ریاضی مدرسه ای، و تعامل بین این دو است.

مبنای صورتگرائی هیلبرت، آرزوی او برای ارائهٔ یک بنیان اصل موضوعی، متناهی و سازگار برای تمام آنالیز کلاسیک بود (وانگ، ۱۹۷۸). از دیدگاه هیلبرت، «عبارتهای ریاضی فقط به عنوان علامتهای خالی در نظر گرفته می شوند. قضیه ها و اصولی که از این نظام علامتها ساخته می شوند ... فقط دنباله ای از نشانه های بی معنی هستند که بر اثر توافق سخت و جدّی با قوانین به وضوح بیان شده ترکیب شده اند.» (نیگل و نیومن، ۱۹۶۸، ص ۲۲۴). فون نویمن (۱۹۶۴) رویکرد صورتگرائی را به صورت زیر توصیف کرد:

ایدهٔ هدایتگر در نظریهٔ اثبات هیلبرت این است که حتی اگر عبارتی از ریاضی کلاسیک باید نسبت به محتوا نادرست باشد، با این حال، ریاضی کلاسیک درگیر یک رویهٔ بستهٔ درونی است که بر طبق قوانین ثابتی [و ماندنی] که برای تمام ریاضیدانها شناخته شده است عمل می کند و اساساً شامل ساختن متوالی ترکیبهای مشخّصی از نمادهای اولیه است که «صحیح» یا «اثبات شده» به حساب می آیند» (ص ۵۰)

گودل در ۱۹۳۱ نشان داد که هدف هیلبرت برای برقراری سازگاری مطلق یک نظام استنتاجی برای هر نظامی به پیچیدگی حساب اعداد طبیعی غیر قابل حصول است. در قضیهٔ عدم تمامیّت، گودل نشان داد که هر نظام «قوی مناسب» شامل عبارتهائی خواهد بود که درستی یا نادرستی آنها درون آن نظام قابل تصمیم گیری نیست (هافستادتر، ۱۹۷۹).

بر طبق نظر بارت (۱۹۷۹)، تحقیقات ریاضی در آمریکا تحت تسلّط اهداف صورتگرائی قرار گرفته است. فلیکس براودرو ساندرز مَک لین (۱۹۷۹) که هر دو از ریاضیدانهای برجستهٔ آمریکائی هستند، تمایز بادقّتی بین برنامهٔ صورتگرائی هیلبرت و پارادایم تحقیقی که از درون آن رشد کرد قائل می شوند.

در عامیانه ترین شکلش (و این شکل عامیانهٔ دکترین های خردمندانهٔ پیچیده و مشکل است که می خواهد سرتاسر سرزمین خردمندی را بروبد)، دکترین صورتگرائی به وجود آمد تا بگوید که ریاضیات شامل فقط دستورزی بدون تفسیر نمادها یا استدلال توسط استنتاج صوری (که این خود به دستورزی نمادین تنزّل یافته است) از هر فرضی است، مادامی که آنها قابل ارائه در یک شکل صریح نمادین باشند. اگر این شکل را در نظر بگیریم (و از عبارتهای صریح هیلبرت روشن است که او، این شکل از صورتگرائی را هراس انگیز می یابد)، دکترین صورتگرائی عامیانه حتی بر علیه احتمال هر محتوای عینی برای هر قسمتی از ریاضی جدل می کند. حتّی به نظر می رسد که این صورتگرائی [عامیانه] بر علیه مفادّ و محتوائی که از نظر تاریخی، میدانهای مقید شدهٔ ریاضی هستند و همچنین، در مقابل شهودات و مسائل محوری و اساسی نیز جدل می کند. در زمینهٔ به کارگیری ریاضی برای تجزیه و تحلیل پدیده های دنیای طبیعی، صورتگرائی عامیانه هر کاربرد با معنی را یک معجزه در اصول و پیروزی اراده بر محتوا می داند (ص ۳۴۴).

براودرو مک لین آنگاه در ادامهٔ بحث خود، ادّعا می کنند که اثرات آنچه که آنها «صورتگرائی عامیانه» می نامند نه تنها بر فرهنگ ریاضی بلکه حتی بیشتر از آن، در میدانهای علمی ای که از ریاضی استفاده می کنند نیز احساس می شود. آنها با ستیزه می گویند:

تا وقتی که طرز تلقّی صورتگرائی عامیانه نسبت به ریاضی وجود دارد [این ایده] هرگز نمی تواند به یک تأثیر کامل و مسلّط بر تحقیقات ریاضی نایل آید، حتی وقتی که این طرز تلقّی مانند یک ایدئولوژی بدون چالش بماند؛ خیلی شبیه دیدگاه ابزاری فیزیکدانهای نظری معاصر نسبت به ریاضی که بر فیزیک مسلّط شد. (ص ۳۴۵)

اگرچه صورتگرائی و تجرید قطعاً عبارتهای معادل نیستند، جهت گیری مجرد بسیاری از تحقیقات ریاضی در این قرن و در این قارّه [آمریکای شمالی] و جاهای دیگر، دیدگاه صورتگرائی نسبت به ماهیت ریاضی را تقویت کرده است. همچنان که مارشال استون (گریفیتز وهاوسون، ۱۹۷۴) اشاره کرده اند:

وقتی که مقایسهٔ بین ریاضیات امروز با ریاضیاتی که در خاتمهٔ قرن نوزدهم بود را متوقف می کنیم، ممکن است از چگونگی رشد سریع دانش ریاضی خود، هم از نظر کمیّت و هم از نظر پیچیدگی متحیّر شویم. امّا نباید چشمهایمان را به روی این واقعیت ببندیم که چگونگی این رشد و توسعه با تأکید بر تجرید و دغدغهٔ فزاینده نسبت به ادراکات و تجزیه و تحلیل الگوهای وسیع ریاضی ارتباط نزدیک داشت. در

تمایل تحقیقات ریاضی آمریکا به محض بودن زیاد، و به حوزهٔ عمومی مبانی ریاضی به جای ریاضی کاربردی، در قرن بیستم نیز ادامه یافت و تبدیل به یک معلولیت ملّی واقعی در زمان جنگ جهانی دوم شد «شورای ملّی معلمان ریاضی و آمریکا NCTM».

واقع، با بررسی دقیق تر می بینیم که این جهت گیری جدید که تنها با جدائی ریاضی از کاربردهایش به وجود آمد، منبع حقیقی رشد بیسابقهٔ ریاضی در قرن حاضر شده است. (ص ۱۲۰)

در حالی که با استون از نظر حقیقت موضوع مخالفتی نداریم، نقل قول زیر از سی و دومین سالنامهٔ شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM)[۲] (جونز، ۱۹۷۰) تقریباً تصویر کمتر درخشانی را ارائه می دهد:

تمایل تحقیقات ریاضی آمریکا به محض بودن زیاد، و به حوزهٔ عمومی مبانی ریاضی به جای ریاضی کاربردی، در قرن بیستم نیز ادامه یافت و تبدیل به یک معلولیت ملّی واقعی در زمان جنگ جهانی دوم شد (ص ۳۰).

یکی از واضح ترین دلالتهای تأثیر تفکّر صورتگرائی مجرد بر ریاضی مدرسه در آمریکا را می توان در اظهاراتی که توسط بیگل بیان شد دید. اِی- جی- بیگل فقید (۱۹۷۹)، ریاضیدانی بود که آموزشگر شد و رئیس گروه بسیار با نفوذ «گروه مطالعهٔ ریاضیات مدرسه» (SMSG)[۳] در ایالات متحدّهٔ آمریکا گردید. او گفت: «من ریاضیات را مجموعه ای از نظامهای نمادین، مجرد و از درون مرتبط می بینم.» (ص ۱) دو صفحه بعد، بیگل بیان کرد که «ما با یک *نظام مجرد* (نمادها هنوز بی معنا هستند) و *نمادین* (ما چیزی جز نمادها و زنجیره ای از نمادها نداریم) سر و کار داریم.» (ص ۳) (تأکیدات در اصل است). اگرچه براودر و مک لین (۱۹۷۸) احساس می کنند که تأثیر صورتگرائی بر فعالیّت حرفه ای ریاضی در حال سقوط است، امّا آنها مدّعی هستند که «صورتگرائی عامیانه در سطح خیلی واضح تری با عمومیت بیشتری از آنچه که تاکنون بوده است گسترش یافته است و این گسترش از طریق فشار صورتگرائی بر قسمت وسیعی از برنامهٔ درسی جدید در مدارس ابتدائی و متوسطه انجام شده است.» (ص ۳۴۵).

هرش (۱۹۷۹) یکی از منتقدان صورتگرائی و به طور کلّی، ایدهٔ ارائهٔ مبانی «محکم و امن» برای ریاضی اظهار می دارد که یک ارتباط قطعی بین این جهت گیری و واقعیّت ریاضیات مدرسه نه فقط بر حسب محتوای ویژه اما بر حسب ارائه و انگیزهٔ موضوع وجود دارد. او ادّعا می کند:

نیمهٔ گذشتهٔ قرن، شاهد ظهور صورتگرائی به عنوان پرطرفدارترین دیدگاه در فلسفهٔ ریاضی بوده است. در همین دوره، شیوهٔ غالب شرح و تفسیر در مجله های ریاضی و حتی در کتابهای درسی و رساله ها، اصرار بر ارائهٔ جزئیات دقیق تعریفها و اثباتها بوده است امّا بر حذف یا می نیمم کردن بحث راجع به این که چرا یک روش جذّاب است، یا چرا از یک روش خاص اثبات استفاده شده است نیز اصرار ورزیده شده است ... تصور فرد از آنچه که ریاضی است بر تصور او از این که چگونه ریاضی ارائه شود تأثیر می گذارد ...

مثال دیگر، صدور نظریهٔ مجموعه ها و اصول موضوع به برنامهٔ درسی دبیرستان در طی دههٔ ۶۰ [میلادی] بوده است. آنچنان که گاهی به نظر می رسد منتقدان آن *تصوّر* می کنند، این اتّفاق، یک *انحراف غیر قابل توضیح* نبود. این یک پی آمد قابل پیش بینی برای این دکترین فلسفی بود که تمام ریاضیات را به نظامهای اصل موضوعی بیان شده در زبان نظریهٔ مجموعه ها کاهش داد. (تأکید در اصل است) (ص ۳۳).

هرش در ادامه نتیجه گیری می کند که:

(۱) فرض ناگفته در تمام دیدگاههای اصول گرا این است که ریاضی باید منبع حقیقت بدون شک و تردید باشد.

(۲) تجربهٔ واقعی تمام مدارس- و تجربهٔ روزانهٔ واقعی ریاضیدانها نشان می دهد که حقیقت ریاضی، مانند انواع دیگر حقیقت، جایز الخطا و قابل تصحیح است. (ص ۴۳)

این دیدگاه، شبیه دیدگاهی است که توسط ایمره لاکاتوش که مربیّانش کارل پوپر و جرج پولیا بودند، مدوّن شده است. تمرکّز اخیر بر حل مسأله در بین جامعهٔ آموزش ریاضی (NCTM، ۱۹۸۰) انگیزه مخصوصی برای در نظر گرفتن نقادّانهٔ ایدهٔ لاکاتوش در رابطه با ماهیت دیسیپلین ریاضی ایجاد می کند. در کتاب «اثبات و ابطال: منطق کشف ریاضی» لاکاتوش (۱۹۷۶) ادّعا می کند که:

صورتگرائی جایگاه ریاضی را در بیشتر چیزهائی که به طور معمولی به عنوان ریاضی به حساب می آید انکار می کند و در مورد شد آن هیچ چیز نمی گوید. هیچیک از دوره های «خلاّق» ریاضی و تقریباً هیچکدام

تأثیر واقعی امتحانهای سراسری بر برنامه‌های درسی مدارس، هم یک مبحث احساسی است و هم مبحثی است که به نظر می‌رسد نیازمند مطالعه و تجزیه و تحلیل حتمی است.

«تصور فرد از آنچه که ریاضی است بر تصور او از این‌که چگونه ریاضی ارائه شود تأثیر می‌گذارد...»

هرش، ۱۹۷۹

از دوره های «بحرانی» نظریه های ریاضی در بهشت صورتگراها پذیرفته شده نیست، جائی که نظریه های ریاضی مانند فرشتگان سرافین (اسرافیل) با هم زندگی می کنند و تمام آلودگی های شکیّات و عدم قطعیّتهای زمینی را پالوده و تطهیر می کنند. (ص ۲) به عقیدهٔ لاکاتوش، «ریاضی شبه تجربی و غیر صوری از طریق افزایش یکنواخت و بی چون و چرای تعدادی قضیه های برقرار شدهٔ کسالت بار رشد نمی کند بلکه از طریق بهبود پیوستهٔ حدسها به وسیلهٔ حدسیّه سازی و نقادّی، به وسیلهٔ منطق اثبات ها و ابطالها رشد می کند.» (ص ۵)

به عقیدهٔ لاکاتوش، «ریاضی شبه‌تجربی و غیرصوری از طریق افزایش یکنواخت و بی‌چون و چرای تعدادی قضیه‌های برقرار شدهٔ کسالت‌بار رشد نمی‌کند بلکه از طریق بهبود پیوستهٔ حدسها به وسیلهٔ حدسیّه‌سازی و نقادّی، به وسیلهٔ منطق اثبات‌ها و ابطالها رشد می‌کند.» (اثبات و ابطال: منطق کشف ریاضی، ۱۹۷۶، ص۵)

ریاضیات کاربردی

در تقابل با دیدگاه صورتگرائی نسبت به ریاضی به عنوان ریاضی محض، دیدگاهی است که این موضوع [ریاضی] را در ارتباط نزدیک با کاربردهایش می بیند. جالب توجّه است که ریاضیدانهای به اصطلاح کاربردی، به دفعات وضعیّت «یا این یا آن» را در مقابل تمایز بین محض یا کاربردی رد کرده اند و ترجیح می دهند که به جای این تمایز، سازش بین این دو نظر افراطی را ترغیب کنند. به همین دلیل، ریچارد کورانت (۱۹۴۱) در پیشگفتار کتاب کلاسیک خود «ریاضیات چیست؟» می گوید:

«ریاضی به عنوان تجلّی فکر انسان، بازتاب یک ارادهٔ فعّال، استدلال عمیق و متفکّرانه و میل شدید برای کمال زیبائی است. عناصر اصلی آن منطق و شهود، تجزیه و تحلیل و ساختن، عمومیت و فردیّت است. با این حال، سنّتهای مختلف ممکن است بر جنبه های مختلف آن تأکید کنند، ریاضی فقط تعامل بین این نیروهای متضاد است و تقلاّ برای سنتز آنهاست که زندگی، مفید بودن و ارزش والای علوم ریاضی را تشکیل می دهد.

«بدون شک، ریشه های روانشناسی تمام توسعه های ریاضی کم و بیش در نیازها و ضرورتهای عملی بوده است. امّا به محض آن که [این توسعه]، تحت فشار کاربردهای لازم قرار گرفت، به طور اجتناب ناپذیری در خودش حرکت کرد و از محدودهٔ استفادهٔ آنی سبقت گرفت و [فراتر رفت]. این روندِ از کاربرد به علوم نظری در تاریخ باستان هم مانند بسیاری از خدمات و مشارکتهای مهندسان و فیزیکدانها به ریاضیات مدرن ظاهر شده است ....

«اگرچه، تا وقتی که گرایش نظری و اصول موضوعی ریاضیات یونانی به عنوان یکی از ویژگیهای مهّم آن باقی می ماند و تا به حال تأثیر عظیمی داشته است، نمی توان خیلی قوی تأکید کرد که کاربرد و ارتباط و اتّصال با واقعیّت فیزیکی نیز به همان اندازه یکی از قسمتهای ریاضی در تاریخ کهن بوده است و اغلب، راههای ارائهٔ کمتر دقیق به روش اقلیدس ترجیح داده می شده است. (صص xv و xvi)

کورانت به خوانندگان خود خطر تأکید بیش از اندازه بر ویژگی استنتاجی ریاضی را هشدار می دهد.

اگر شکل متبلور شدهٔ استنتاجی هدف باشد، حداقل شهود و ساختن نیز نیروهای محرّکه هستند. یک تهدید جدّی نسبت به حیات علوم از اینجا ناشی می شود که [بگوئیم] ریاضی چیزی نیست جز نظامی از نتیجه گیری های حاصل از تعریفها و قضایائی که باید سازگار باشند وگرنه ممکن است که توسط خواست آزاد ریاضیدانها ایجاد شده باشد. اگر این توصیف صحیح بود، ریاضیات نمی توانست توجّه هیچ انسان باهوشی را جلب کند. در چنان حالتی، ریاضی یک بازی با تعریفها، قوانین و صغری و کبری های منطقیِ بدون انگیزه یا بدون هدف می بود. این ایده که ذهن می تواند نظامهای اصول موضوعی معنی دار را از روی هوی و هوس خود خلق کند، یک نیم ـ حقیقت فریبنده است. فقط تحت انضباطِ مسؤلیت نسبت به تمام اندام و هدایت شده توسط ضرورت ذاتی است که ذهنِ آزاد، می تواند به نتایج ارزشمند علمی برسد. (ص xvii).

نظرات مشابهی در کشورهای دیگر از جمله اتحاد جماهیر شوروی [سابق] (الِکساندرُف، کولموگروف و لاورنتف، ۱۹۶۳) و انگلستان (گِریفیتز و هاوسون، ۱۹۷۴) ابراز شده است.

هنری پولاک (۱۹۷۹، ص ۲۳۳) در مقاله ای که در آن راجع به تعامل بین ریاضی و سایر موضوعهای درسی مدرسه بحث می کند، چهار تعریف از ریاضی کاربردی را ارائه می دهد.

(۱) «ریاضی کاربردی یعنی ریاضی کاربردی کلاسیک» که شامل شاخه های گوناگون آنالیز، جبر، مثلثات و هندسه در برنامهٔ درسی دورهٔ متوسطه است.

(۲) «ریاضی کاربردی یعنی تمام ریاضیاتی که دارای کاربرد عملی مهم است.» این تعریف ممکن است تمام موضوعهائی مانند احتمالات، آمار، جبر خطی و علوم کامپیوتر که به طور نوعی در برنامهٔ درسی دورهٔ متوسطه دیده می شوند را دربربگیرد.

(۳) «ریاضی کاربردی یعنی شروع با موقعیّتی در حوزه ای دیگر یا در زندگی واقعی،» ساختن و کار کردن درون یک مدل ریاضی از آن موقعیّت، و سپس به کارگیری نتایج برای همان موقعیّت.

(۴) «ریاضی کاربردی یعنی آنچه که مردمی که ریاضی را در زندگی خود به کار می برند واقعاً انجام می دهند.» این تعریف مشابه تعریفی است که در بند (۳) آمده است.

پولاک سپس به تفصیل به بحث دربارهٔ هر یک از این تعریفها می پردازد و نشان می دهد که دلالت هر یک برای برنامهٔ درسی مدرسه چیست.

تعریفهای سوم و چهارم پولاک بر فرآیند به جای محتوا تأکید می کنند و یک مفهوم کلیدی که از این عبارتها برای ریاضی مدرسه ای ناشی می شود این است که باید به جای خود کاربردها، بر فرآیند مدل سازی تأکید کرد. برای مثال، هاوسون (۱۹۷۸) از بعضی موادّی که به وسیلهٔ «پروژهٔ ششمین شکل ریاضی»[4] (یک پروژهٔ کاربردی در سطح دورهٔ آخر متوسطه) تولید شد به شدت انتقاد کرد. انتقاد او برای گذاشتن مسائل صرفاً باریک در یک قالب کاربردی و اجتناب از فرآیند مدل سازی بود. (ص ۲۰۷)

واژهٔ «ریاضی وار کردن»[5] برای توصیف رویکردی به تدریس و یادگیری ریاضی بر مبنای مهارتهای مدل سازی مورد استفاده قرار گرفته است و جان تریوت از دانشگاه سایمون فریزر و دیوید ویلر از دانشگاه کنکوردیا[6] از جمله طرفداران کانادائی چنین رویکردی به تدریس ریاضی هستند.

بلتزنر و همکاران (۱۹۷۶) با تأئید این رویکرد از ویلر نقل قول می کنند و سپس تذکر زیر را به آنها می دهند:

جذب و نگهداری «حقایق» نباید عنصر اصلی فرآیند یاددهی ـ یادگیری باشد ـ امّا باید یک محصول جانبی مهم باشد. هدف اصلی باید کشف کردن و گسترش توانائی «ریاضی وار کردن» باشد که در تمام تفکرات افراد به طور ذاتی نهفته است و این کار با تشویق کردن دانش آموز در به وجد آمدن از ویژگی «جبری» کارکرد ذهنی ممکن است. (ص ۱۱۹)

ریاضی به عنوان هنر خلّاق

ریاضیدانها، چه محض باشند چه کاربردی، معمولاً دربارهٔ حوزهٔ کاری خود، به جای علوم بر حسب هنرهای ظریفه سخن می گویند و می نویسند. آنها ریاضی را قلمروی تلاشی می بینند که با بینش، خلاقیّت و زیبائی مشخص شده است. یکی از توجیهات اصلی که در ادبیّات مربوط به دلایل مطالعهٔ ریاضی می توان پیدا کرد زیبائی ذاتی ریاضی و ساختارها و الگوهای آن است.

جی ـ اچ ـ هاردی (۱۹۶۷)، ریاضیدان انگلیسی، این زیبائی را به صورت زیر بیان کرد:

یک ریاضیدان، مانند یک نقّاش یا شاعر، سازندهٔ الگوهاست. اگر الگوی او ابدی تر از دیگران است، به این دلیل است که آنها با *ایده ها* ساخته شده اند ...

الگوهای ریاضیدان، مانند الگوهای نقّاش یا شاعر باید *زیبا* باشند؛ ایده ها مانند رنگها یا کلمات، باید به طریقی موزون کنار هم قرار بگیرند. زیبائی اولین آزمون است: در دنیا هیچ جایگاه ابدی برای ریاضیات زشت وجود ندارد. (صص ۸۴ و ۸۵) (تأکید در اصل است.)

ریاضیات هاردی ریاضیات محض بود و او از این حقیقت بسیار خرسند بود. او گفت، «من هرگز کار «مفیدی» انجام نداده ام. هیچ یک از کشفهای من، مستقیم یا غیر مستقیم، برای خوبی یا بدی، کوچکترین تفاوتی در مطبوعیت دنیا ایجاد نکرده است یا بعید است که ایجاد کند.» (ص ۱۵۰). با این حال، او گفت «من چیزی به دانش اضافه کرده ام ... که فقط از نظر مرتبه و نه از نظر نوع، با آنچه که

ریاضی به عنوان تجلّی فکر انسان، بازتاب یک ارادهٔ فعّال، استدلال عمیق و متفکّرانه و میل شدید برای کمال زیبائی است. عناصر اصلی آن منطق و شهود، تجزیه و تحلیل و ساختن، عمومیت و فردیّت است. با این حال، سنّتهای مختلف ممکن است بر جنبه‌های مختلف آن تأکید کنند، ریاضی فقط تعامل بین این نیروهای متضادّ است و تقلّا برای سنتز آنهاست که زندگی، مفید بودن و ارزش والای علوم ریاضی را تشکیل می‌دهد. (ریچارد کورانت، ۱۹٤۱)

مخلوق ریاضیدانهای بزرگ یا سایر هنرمندان بزرگ یا کوچک است و با چیزی که از خود به یادگار گذاشته اند فرق دارد. » (ص ۱۵۱). پاول هالموس، ریاضیدان آمریکائی متولد مجارستان (۱۹۶۸) هنر خود را به شکل زیر توضیح داد:

برای ریاضیدان محض حرفه ای، ریاضی جفت کردن مجموعه ای پراکنده از فرضیات با دقت انتخاب شده با نتیجه گیری های متعجّب کننده از طریق یک اثبات ظریف مفهومی است. سادگی، بغرنجی و از همه مهم تر، تجزیه و تحلیل منطقی، نشانه های برجستهٔ ریاضی هستند. (ص ۳۸۰)

و کمی بعد [اضافه می کند]:

من فکر می کنم این غیرقابل انکار است که قسمت اعظم ریاضیات زائیده شده است و بدون هیچ دلیلی جز جالب بودن آن، به زندگی با احترام و تحسین ادامه می دهد ـ ریاضی فی نفسه جالب است ... آیا همهٔ ما، کشش غیر قابل مقاومتی در مقابل جورچینها و معمّاها (پازلها) نداریم؟ آیا اشکالی در این هست که بگوئیم ریاضی یک خلقت باشکوه روح انسانی است و مستحقّ زیستن حتی در غیاب هر کاربرد عملی است؟ (ص ۳۸۶)

و بالاخره، هالموس می گوید:

من هم فقط همین امید را دارم که نشان داده باشم موضوعی هست به نام ریاضی ... و این موضوع یک هنر خلّاق است. ریاضی یک هنر خلّاق است زیرا ریاضیدانها مفاهیم جدید زیبا خلق می کنند؛ ریاضی هنر خلّاق است زیرا ریاضیدانها مانند هنرمندان فکر می کنند، عمل می کنند و زندگی می کنند؛ و ریاضی هنر خلّاق است زیرا ریاضیدانها مانند هنر خلّاق به آن احترام می گذارند (ص ۳۸۹) ریاضیدانهای کاربردی نیز راجع به این موضوع صحبت کرده اند. موریس کلاین (۱۹۶۲) یک ریاضیدان کاربردی است که بزرگترین خدمت تکنیکی او به ریاضیات در زمینهٔ رفتار ریاضی موجهای رادیوئی بوده است. او نیز یکی از منقّدان خشن چیزی است که از نظر او، تأکید بیش از اندازه بر صورتگرائی و تجرید در تدریس و تحقیق ریاضی است. مانند کورانت، او نیز تمایز محض ـ کاربردی را ردّ می کند و با توجه به طرف جنبهٔ هنری ریاضیات، می گوید:

ریاضی روزنه های هنری ارائه می کند [آن هم] نه فقط در خلق قضایا و اثباتها، بلکه در بیان موادّ [و محتوای] خود. یک نقّاش ممکن است یک ایده و زمینهٔ بزرگ داشته باشد اما باید آن را به مؤثرترین شکل ارائه دهد. همین موضوع در ریاضیات نیز صادق است. همان طور که کلمات در شعر استفاده می شوند، نمادگرائی نیز می تواند با ظرافت و اشاره ای (به طور ضمنی) در ریاضیات استفاده شود. (ص ۶۷).

کلاین بعداً در ادامه می افزاید:

شاید بهترین دلیل برای در نظر گرفتن ریاضی به عنوان هنر نه تنها به دلیل ایجاد مجرائی برای فعالیت خلّاق، بلکه بیشتر، به خاطر ارزشهای معنوی و روحانی آن است. ریاضیات انسان را در تماس با بالاترین عروج و بلندترین هدفها قرار می دهد. ریاضی لذت عقلانی و تجلیل و تمجید حل معماهای هستی را ارائه می دهد. (ص ۶۷۱)

ریاضیدانها، چه محض باشند چه کاربردی، معمولاً دربارهٔ حوزهٔ کاری خود، به جای علوم بر حسب هنرهای ظریفه سخن می‌گویند و می نویسند. آنها ریاضی را قلمروی تلاشی می بینند که با بینش، خلاقیّت و زیبائی مشخص شده است.

جمعبندی

هدف این بخش بررسی چندین تصوّر نسبت به ماهیت ریاضی بوده است زیرا همانطور که گفته شد (آوت، ۱۹۷۹) چگونگی در نظر گرفتن ریاضی توسط اعضای جامعهٔ ریاضی تأثیر شگرفی بر برنامهٔ درسی مدرسه ای می گذارد ـ آنچنان که درک شده و تشخیص داده شده است. مقوله هائی که در اینجا بحث شدند بیشتر برای راحتی انتخاب شدند وگرنه هیچ احساس قوی تری به این مقوله ها نسبت به مقوله بندی های دیگر نبود. رویکردهای متفاوت نسبت به بحثی مانند ماهیت ریاضی توسط بسیاری از جمله براودر (۱۹۷۶) و کانفری (۱۹۸۰) انتخاب شده است. چیزی که به نظر واضح می رسد آن است که بعضی نمونه های تجزیه و تحلیل و بحث راجع به ماهیت ریاضی، پیش نیازِ فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی است.

ادبیات معاصر در آموزش ریاضی، شامل ارجاعات پیوسته در حال افزایش به ایده های ایمره لاکاتوش است که قبلاً به کارهای او اشاره شد. برای مثال، بیل هیگینسون (۱۹۸۰) از دانشگاه کوئینز استدلال می کند که «پاسخ به بعضی سؤالهای بحرانی و ریشه دار در آموزش ریاضی را می توان در جنبه هائی از نظریه های کارل پوپر، ایمره لاکاتوش و ژان پیاژه یافت.» (ص ۶) بعضی از دلالتهای ممکن ایده های لاکاتوش برای ریاضی مدرسه ای توسط هرش (۱۹۷۹) پیشنهاد شده است. او می گوید:

نقد صورتگرائی در دبیرستان اساساً بر مبنای زمینه های پداگوژیکی آن بوده است که [مثلاً] «این برای تدریس نادرست است یا این راه نادرستی برای تدریس است.» اما اگر با این تعصّب که ریاضی واقعی دقیقاً مشتقّات صوری از اصول موضوع بیان شدهٔ صوری است برخورد نشود، تمام آن جدلها و بحثها مجمل و بی نتیجه می ماند. اگر این تعصّب فلسفی بدون چالش بماند، چنین به نظر می رسد که منقدان صورتگرائی در مدارس حامی یک سازش در کیفیّت بشوند: [یعنی بگویند که] او یک فرصت طلب پداگوژیکی است که می خواهد کمتر از «چیز واقعی» به دانش آموزان ارائه دهد. در این صورت، دیگر موضوع مورد بحث این نیست که بهترین راه تدریس چیست بلکه این است که ریاضی واقعاً چیست؟ برای بی اعتبار کردن صورتگرائی از نظر پداگوژی، باید مبنای فلسفی آن مورد چالش قرار گیرد، یعنی تصویر صورتگرائی از ماهیت ریاضی. مشاجرات و مجادلات دربارهٔ تدریس دبیرستان بدون مقابله با مسائل مربوط به ماهیت ریاضی قابل حل نمی باشد. (صص ۳۳ و ۳۴) (تأکید در اصل است.)

چه هرش بیش از اندازه بر این مورد تأکید کرده باشد و چه آن طوری که آقاسی (۱۹۸۰) پیشنهاد داده است که انقلاب لاکاتوشی قریب الوقوع است، این حرف بسیار دور از وضوح و روشنی است. چیزی که روشن است این است که تصوّرات رایج نسبت به ماهیت ریاضی یک تعیین کنندهٔ مهم در برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه ای هستند.

عوامل تأثیرگذار بر فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی

پیش از این، فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی به عنوان میانجی بین حوزهٔ ریاضی وریاضی مدرسه ای به تصویر کشیده شد. کارکرد فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی این است که ریاضی را به شکل مناسبی برای برنامهٔ درسی مدرسه دوباره سازی کند. این فرآیند دوباره سازی متأثر از چند عامل است که هر یک به گونه ای خاص، توسعهٔ برنامهٔ درسی ریاضی را تحت تأثیر قرار می دهند که از بین آنها، در اینجا چهار عامل مورد بحث قرار می گیرند.[۳]

عوامل جامعه شناسانه

هم محتوا و هم روش شناسیِ ریاضیِ مدرسه تحت تأثیر عوامل جامعه شناسانه و ماهیت وضعی مدارس هستند که این تأثیر از کنترل مدرسه خارج است. همانطور که باورز فِلد (۱۹۸۰) مشاهده کرده است:

تدریس و یادگیری ریاضی در *مؤسساتی* انجام می شود که جامعه آنها را به طور صریح و به قصد تولید معانی مشترک در بین اعضایش برپا داشته است. مؤسسات از طریق اعضایشان معرّفی و تکثیر می شوند و به این دلیل است که جوامع، تأثیرات ویژه بر تعاملهای انسانیِ درون آن مؤسسات می گذارند. آنها هنجارها و قوانین را برقرار می کنند، آئین های خاص را در عمل و در معنا توسعه می دهند؛ تمایل به انزوا و خود-اتّکائی دارند؛ و حتی محتوای خود را خودشان تولید می کنند-در این مورد، ریاضیات مدرسه [در مرجع اصلی، این جمله ناقص است] (صص ۳۵ و ۳۶) (تأکید در اصل است.)

بیست سال گذشته یا بیشتر، مثالهای زیادی از تأثیر عوامل جامعه شناسانه بر برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ارائه می دهد. برای مثال، در طی دوران «ریاضی جدید»، از نظر خیلی ها ریاضی موضوعی تصور می شد که نیازمند توجّه و برتری فزاینده در مدارس بود. در ایالات متحده، تمام علوم فیزیکی و ریاضی از ریزش بیسابقهٔ سرمایه گذاری های مؤسسات دولتی و خصوصی در طی اواخر دههٔ ۵۰ و دههٔ ۶۰ میلادی بهره بردند و بخشی از این سرمایه گذاری ها نتیجهٔ پرواز موفقیّت آمیز قمر مصنوعی بدون سرنشین

یک ریاضیدان، مانند یک نقّاش یا شاعر، سازندهٔ الگوهاست. اگر الگوی او ابدی‌تر از دیگران است، به این دلیل است که آنها با *ایده‌ها* ساخته شده‌اند... (هاردی، ۱۹۶۷)

[اسپاتنیک] اتحاد جماهیر شوروی (سابق) در سال ۱۹۵۷ بود. در طی دو دههٔ گذشته، تصویر حمایت عمومی برای ریاضی و علوم فیزیکی در ایالات متحده به طرز مهیّجی تغییر کرده است. همانطور که گزارش «کمیتهٔ مشورتی برای آموزش ریاضی» (۱۹۷۵) روشن می سازد، اهمیت ریاضی و علوم در انظار عمومی سقوط کرده است و علایق دانش آموزان به سمتهای دیگری هدایت شده است. در نتیجه، حمایتهای مالی برای توسعهٔ برنامهٔ درسی و تحقیق در ریاضی اصلاً به قوّت قبلی نیست.

اخیراً، ما شاهد بودیم که از یک طرف، [جریان] «پاسخگوئی» در مدارس به عنوان جوابی به فشار عمومی دربارهٔ هزینه های بالای تحصیل در مدرسه ایجاد شد و از طرف دیگر، دیده ایم که ناآرامی زیادی دربارهٔ ادّعای سقوط استانداردها به وجود آمده است. «نهضت رجعت به اصول[۴]»، آزمون حداقل شایستگی، و رشد و توسعهٔ برنامه های ارزیابی استانی، ایالتی و ملّی، همگی به عنوان پاسخهائی دیده می شوند که از طرف نظامهای مدرسه ای به تقاضاهای جامعه ای که خادم آن هستند داده می شود.

معلمان اعضای جامعه ای هستند که آنها در مدارسش تدریس می کنند و در نتیجه، به نوعی در رابطه با نوآوری در فعالیتها و موادّ تدریس، در موقعیتی مبهم قرار دارند. به عقیدهٔ هاوس (۱۹۷۹)، بسیاری از نوآوری های برنامه های درسی شکست خوردند زیرا توسط معلّمان واژگون شدند و هرگز اجرا نشدند. نوآوران، پیوسته در دیدن نقش بحرانی معلمان کلاس درس [در برنامه های درسی] شکست خوردند و از درگیر کردن آنها در فرآیند توسعه غفلت کردند. برای مثال، شواهد بارزی هست (برندت و همکاران، ۱۹۷۹؛ فِی، ۱۹۷۹؛ روبیتایل، ۱۹۸۱a) که «ریاضی جدید» هیچوقت به طور کامل در مدارس اجرا نشد[۵] و معلّمان آن چنان که انتظار می رفته است نسبت به اتّخاذ «دستگاه متریک[۶]» یا استفاده از ماشین حساب و کامپیوتر در مدارس پاسخ مثبت و مشتاقانه بدهند، به این برنامه چنین پاسخی ندادند (روبیتایل و شِریل، ۱۹۷۷؛ روبیتایل، ۱۹۸۱b).

همچنین، بحث شده است که نوآوری هائی که بر رویکرد جستجوگرانه یا یادگیری با کشف تأکید کرده اند، اغلب تأثیر کمی داشته اند زیرا نتوانسته اند با کارکرد اطاعت از قانون ریاضیات مدرسه جور دربیایند. برای مثال، ایزلی (۱۹۷۹) در این باره می گوید:

بعضی معلمان حتّی ممکن است بپذیرند که از حساب به عنوان یک آموزش اخلاقی استفاده می کنند به گونه ای که دانش آموزان به وسیلهٔ آن پاکیزه بودن و منظم بودن را می آموزند، یاد می گیرند که برای انجام به موقع کارهایشان مسؤلیت پذیر باشند و کارها را به شکل موجّهی تحویل دهند و یاد می گیرند که در مقابل کارهای خود مسؤلیّت پذیر باشند و از افراد دیگر [برای انجام مسئولیت خود] کمک نگیرند. اینها واقعاً ارزشهای اخلاقی هستند که بسیاری از معلمان، حساب را یک ابزار مناسب ـ نه تنها ابزار بلکه یک ابزار بسیار مناسب برای آموزش آنها می بینند. (ص ۹) (تأکید در اصل است.)

استیک و ایزلی (۱۹۷۸) پروژه ای را هدایت کردند که توسط «بنیاد ملّی علوم» حمایت مالی شد و برای به تصویر کشیدن وضعیّت تدریس ریاضی و علوم در ایالات متحدهٔ طرّاحی شده بود. در جمعبندی یازده مطالعهٔ موردی که انجام دادند، آنها چنین اندیشیدند که:

دانش موضوعی، به عنوان یک هدف فی نفسه (فرض متداول جامعهٔ آکادمیک) در مدارس تبدیل به وسیله ای برای پاسخگوئی به تقاضاهای اجتماعی شدن مدارس شد. برای ما روشن بود که مدرسه مجموعه ای از هنجارهای اجتماعی داشت (راههائی که فرض می شد دانش آموزان آن گونه رفتار کنند) که در تقابل با هنجارهائی بود که معلمان در درسهای آموزش معلمان، آموخته بودند که از آنها حمایت کنند (ص ۵: ۱۶)

محققان از جمله والِر (۱۹۶۵) و لورتی (۱۹۷۵) تلاش کرده اند تا محیط حرفه ای معلمان را از دیدگاه جامعه شناسان به تصویر بکشند. برای مثال، لورتی تشخیص داد که «محافظه کاری فردیّت و حضور ... مولفه های برجستهٔ آداب و رسوم معلمان کلاس درس آمریکائی» هستند (ص ۲۱۲). در اینجا از بعضی جهات، فردیّت به حقیقتی ارجاع داده می شود که در مدارس سنّتی، معلمان تماسهای نسبتاً کمتری با سایر بزرگسالان دارند و به نظر می آید به جای آن که به عنوان بخشی از یک نظام هماهنگ تأثیر گذار باشند،

الگوهای ریاضیدان، مانند الگوهای نقّاش یا شاعر باید زیبا باشند، ایده‌ها مانند رنگها یا کلمات، باید به طریقی موزون کنار هم قرار بگیرند. زیبائی اولین آزمون است: در دنیا هیچ جایگاه ابدی برای ریاضیات زشت وجود ندارد. (هاردی، ۱۹۶۷)

به طور فردی بر دانش‌آموزان تأثیر می گذارند. اگر این دیدگاه به واقعیّت حیات مدرسه نزدیک باشد، مسائلی را برای هر استراتژی اجرای برنامهٔ درسی که بر مبنای رویکرد از بالا به پائین و فرضیهٔ اجماع در هدفهای آموزش و پرورش در سرتاسر سطوح مختلف نظام مدرسه ای باشد مطرح می کند.

تحقیق جامعه شناسانه دربارهٔ تدریس، ایده های مفیدی ارائه می دهد امّا این تحقیقات هنوز در مرحلهٔ جنینی هستند. آوت (۱۹۷۹) در بحث آموزش معلمان از این ایده حمایت می کند.

مفهوم وسیع تمرین عمل قطعاً به طور قابل توجّهی به بحثهای راجع به مؤلفه های فعالیّتهای معلمان ریاضی غنا می بخشد؛ اگرچه هیچ تجزیه و تحلیل مدلّلی از تدریس مدرسه ای، شرایط محیطی آن، فعّالیتهای معلمان و آزادی عملی که آنها از آن در طول کارهای روزانهٔ خود لذّت ببرند، تا به حال انجام نشده است. (ص ۱۱۲).

اگرچه این کار در اینجا انجام نشده است، امّا قطعاً امکان دارد که راجع به تأثیر عوامل جامعه شناسانه بر فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی در قالب وسیعتری بحث کرد. برای مثال، به نظر منطقی می آید فرض کنیم که نوع عملکرد نظام سیاسی و اجتماعی در مکان و زمان مشخّصی، نه تنها بر نظام آموزشی به طور عمومی، بلکه به طور مشخّص بر برنامهٔ درسی ریاضی نیز تأثیر می گذارد. آن چنان که هاوسون (۱۹۸۰) مشاهده کرده است:

در نشریات ریاضی ـ حتّی آنهائی که به آموزش ریاضی اختصاص داده شده است ـ معمول است که مباحث سیاسی نادیده گرفته شوند. برای مثال، برنامه های درسی و الگوهای سازماندهی مدارس به شکل ضدعفونی شده و غیر سیاسی عرضه می شوند. با این حال، آموزش ریاضی در هر کشوری نمی تواند از سیاست جدا شود و اگر باور کنیم که به غیر از این ممکن است، خود را فریب داده ایم. (ص ۲۸۵).

هاوسون، گفته اش را با انتقاد از صورتبندی و تجزیه و تحلیل پدیدهٔ «آموزش ریاضی سوسیالیست» سواتز (۱۹۷۸) ادامه می دهد. چنان مقایسه های تطبیقی سیاسی فراتر از هدف مقالهٔ حاضر هستند و آن چنان که می توانیم از مقالهٔ هاوسون استنباط کنیم، قبل از آن که بتوانیم نتیجه گیری با معنائی در این زمینه بکنیم، نیازمند انجام تجزیه و تحلیلهای خیلی دقیق تری هستیم. با این حال، به نظر واضح می رسد که هر برنامه‌ای برای تجدید نظر برنامهٔ درسی که جنبه های به کارگیری یک نوآوری ظاهراً موفق را از یک حوزهٔ قضائی متفاوت جستجو می کند، باید شامل تجزیه و تحلیل تفاوتهای اجتماعی و سیاسی بین دو محل باشد. [۶]

عوامل روان شناسانه

گریفیتز و هاوسون (۱۹۷۴) ابراز کرده اند که در بریتانیای کبیر، نظریه های روانشناسی بر برنامهٔ درسی ریاضی به خصوص در سطح دورهٔ متوسطه، چندان تأثیری نداشته اند. با این حال، آنها گفته اند که از استثناهای این قاعدهٔ کلّی، یکی موادّی است که توسط پروژهٔ نوفیلد تهیّه شده، دیگری کارهای بازرس سلطنتی اِدیت بیگز و در وسعت کمتری کارهای ریچارد اسکمپ است.

از طرف دیگر، در آمریکای شمالی برنامهٔ درسی ریاضی و تدریس ریاضی، هر دو به طور سنگینی تحت تأثیر تغییر باورها و نظریه های مربوط به چگونگی یادگیری کودکان و آنچه که آنها در سطوح مختلف سنّی قادر به یادگیری آن هستند قرار گرفته است. اگرچه بعضی از این باورها و نظریه ها عمر کوتاهی داشته اند، معدودی از آنها پایداری قابل توجّه و مقاومت در برابر تغییر را به نمایش گذاشتند.

هنوز بسیاری از آموزشگران به شکلی بر نظریه های دیسیپلین ذهنی و انتقال آموزش صحّه می گذارند و آنها را برای ریاضی به کار می گیرند. آنها معتقدند که موضوعهائی مانند ریاضی به دانش آموزان کمک می کنند تا «منطقی فکر کردن» را هم در موقعیتهای ریاضی وار و هم غیر ریاضی بیاموزند. در مطالعه ای که بین معلمان ریاضی دورهٔ متوسطه در استان بریتیش کلمبیا انجام شد (روبیتایل، ۱۹۷۳) برای مثال، وقتی از معلمان خواسته شد که حدود بیست هدف تدریس هندسه را رتبه بندی کنند، پنج هدفی که رتبه های بالا را به دست آوردند هیچ ارتباطی به خودِ هندسه یا ریاضی [به طور عمومی] نداشتند. تمام آنها یا

ریاضی یک هنر خلاّق است زیرا ریاضیدانها مفاهیم جدید زیبا خلق می‌کنند؛ ریاضی هنر خلّاق است زیرا ریاضیدانها مانند هنرمندان فکر می‌کنند، عمل می‌کنند و زندگی می‌کنند؛ و ریاضی هنر خلّاق است زیرا ریاضیدانها مانند هنر خلّاق به آن احترام می‌گذارند (هالموس، ۱۹۶۸)

دیسیپلین ذهنی بودند یا اهداف انتقال. بر این باور ـ اگرچه سست بنیاد ـ که مطالعهٔ هندسهٔ ترکیبی اقلیدسی به توانائی تفکّر منطقی کمک می کند، علیرغم نتایجی مانند آن که توسط فاوسِت (۱۹۳۸) و اخیراً توسط ویلیامز (۱۹۸۰) گزارش شده است پافشاری شده است.

همچنین، نظریه های یادگیری رفتاری، از ای. اِل. تورندایک گرفته تا رابرت گانیه تأثیر قابل ملاحظه و ماندگاری بر تدریس ریاضی داشته اند. قانون تمرین، تأثیر و آمادگی تورندایک بر پایهٔ مردود شمردن نمایش منطقی و اصل موضوعی حساب توسط او بود. منتقدان روانشناسیِ پیوندگرای او ادّعا کرده اند که او همراه با اصول موضوع، معنا را نیز در ریاضیات مردود شمرده است (جونز، ۱۹۷۰). تورندایک (۱۹۲۱) خود خوانندگانش را اندرز می دهد که:

حساب بسیار قوی، به دو علاقهٔ قدرتمند متوسل می شود ـ علاقه به فعالیت ذهنی و علاقه به موفقیّت. بسیاری از کودکان حساب را به گونه ای دوست دارند که به همان دلیل، جورچینها (پازلها)، چیستانها، چِکِر [یک نوع بازی]، شطرنج و سایر بازیهای فکری را دوست دارند. تقریباً تمام کودکان دوست دارند تکالیف صریح و معیّن داشته باشند تا بدانند چه باید بکنند و کی آن کار انجام شده است، و از احساس انجام عمل، موفقیّت و چیرگی (تسلّط) لذّت می برند. (ص ۱۴).

تورندایک معلمان را تشویق کرد تا «از بازیهای حسابی، مسابقه های مختلف و مشابه آنها استفاده کنند ... وقتی آن بازیها، مسابقه ها و مشابه آنها به اندازهٔ مشق و تمرین صرف فقط برای هدف مشق و تمرین آموزنده باشند.» (ص ۲۸).

با وجودی که روشن است صورتبندی پیوندی تورندایک اعتبار خود را در دههٔ ۱۹۳۰ از دست داد، باید تشخیص داد که بسیاری از بازیها و پازلها و کتاب کارهای تولید شدهٔ تجاری یا معلّم ساخته بر اساس دیدگاه یادگیری تورندایک تهیّه شده اند.[۷] در بحث راجع به تأثیر کارهای تورندایک، اسمیت (۱۹۷۶) می گوید که «کم و بیش، درک [تورندایک] از این که یادگیری چگونه رخ می دهد آنچنان بر تفکّر ما در مورد تدریس رخنه کرده است که اغلب ناآگاهانه، توسط دیدگاههای او ترغیب می شویم.» (ص ۲۵).

اخیراً، ساختار به اصطلاح «تجزیه و تحلیل تکلیف[۱۰]» و «هدفهای رفتاری[۱۱]» از محبوبیت وسیعی در آمریکای شمالی برخوردار شده است. هانس فرودنتال ریاضیدان هلندی (۱۹۷۸) این «شکسته شدن به اتمها[۱۲]» (استفاده از واژهٔ خودش) را با قوی ترین عبارتها تقبیح می کند و اشاره می کند که به چنین اعمالی در کشورهای دیگر توجّه چندانی نمی شود.

در طی «دورهٔ ریاضی جدید[۱۳]» جروم برونر (۱۹۶۳) در ادبیّات آموزشی بسیار تأثیرگذار بود، اگر نگوئیم که در کلاس درسِ نوعی نیز چنین بود. اعلامیهٔ برونر که «هر موضوع درسی می تواند به طور مؤثر به هر کودک در هر مرحله از رشد و توسعه به بعضی شکلهای روشنفکرانهٔ (عقلانی) صادقانه آموزش داده شود،» (ص ۳۳) و بهترین راه یادگیری ریاضی[۸] آن است که مانند یک ریاضیدان رفتار کنیم، نشانه های برجستهٔ آن دوران بود. در سطح مدارس ابتدائی، نظریهٔ رشد ژان پیاژه به اِعمال تأثیر مهم بر تدریس ریاضی در آمریکای شمالی و جاهای دیگر ادامه می دهد.

از نتیجه گیری پیاژه (۱۹۷۳) که «کارکِردی از رشد ذهن به عنوان یک کلّ وجود دارد، یک ساختن خود به خودی و تدریجیِ ساختارهای منطقی ـ ریاضی و آن این که این ساختارهای «طبیعی» ... به آنهائی که در ریاضی «جدید» استفاده می شوند بسیار نزدیک تر هستند تا آنهائی که در ریاضی سنّتی مورد استفاد قرار می گیرند، (ص ۷۹) و اعلامیهٔ برونر برای توجیه شمول ریاضیات جدید در شکل نهائی و تمام شده آن در برنامهٔ درسی مدرسه استفاده شده است. با این حال، پیاژه خود بیان می کند که:

با ریاضیات جدید ... معلّم اغلب وسوسه می شود که ایده ها و عملیات را خیلی زود در چارچوبی که در حال حاضر بسیار صوری است، ارائه دهد. در این مورد، رویّه ای که به نظر لازم الاجرا می آید آن است که به عنوان نقطهٔ شروع، سطوح عینی کیفی را انتخاب کنید: به بیان دیگر، بازنمائی ها یا مدلهای استفاده شده باید با منطق طبیعی سطوحی که دانش آموز مورد نظر در آنها قرار دارد متناظر شود و صوری شدن باید برای آخرین لحظات نگهداشته شود. (صص ۸۶ و ۸۷).

ریاضیات انسان را در تماس با بالاترین عروج و بلندترین هدفها قرار می‌دهد. ریاضی لذت عقلانی و تجلیل و تمجید حل معماهای هستی را ارائه می‌دهد. (کلاین، ۱۹۶۲)

لازم به توضیح است که در همین رابطه، «پروژهٔ ریاضی هاروارد» که توسط برونر و دینز (دینز، ۱۹۶۳) اجرا شد، با وجودی که قطعاً یکی از اهداف آن تسریع فرآیند صوری شدن بود، با این حال خیلی شدید بر ابزار عینی متّکی بود.

عکس العملها نسبت به این نظریه ها و باورها ـ هم درون کشورها و هم در بین کشورها ـ گوناگون بوده است. برای مثال، جیم فی (۱۹۷۸) از دانشگاه مریلند، بسیاری از «برنامه های ریاضی جدید آمریکائی» برای مدارس ابتدائی را مورد انتقاد قرار داد زیرا به عقیده او «این برنامه ها با یک خوش بینی خام پنداشته اند که کودکان کم سن می توانند به موفقیتی بسیار بیش از آنچه که همیشه از آنها انتظار می رفت نایل آیند.» (ص ۳۴۱) از طرف دیگر، ماکس بل (۱۹۸۰) از دانشگاه شیکاگو در نطق خود در گردهمائی سالانهٔ شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM) گفت که یکی از مسائل عمده ای که آموزشگران ریاضی در دههٔ ۱۹۸۰ با آن مواجه بودند «بدبینی فراگیر دربارهٔ توانائی های ریاضی کودکان بود.» (ص ۱ ـ ۱۷).

اگرچه تحقیقات زیادی راجع به چگونگی یادگیری ریاضی کودکان انجام شده است، «پیشرفت کُند و دانش ما نسبت به فرآیندهای یادگیری ریاضی ناچیز بوده است.» (چپمن، ۱۹۷۲، ص ۱۵۳) به بسیاری از اساسی ترین سؤالها تنها پاسخ جزئی داده شده است و فهرست مباحث یا سؤالهائی که به طور کامل پاسخ داده شده اند بسیار کم هستند.

عوامل پداگوژیکی[۱۴]

روشها و موادّی که توسط معلّمان ریاضی استفاده می شوند، تعیین کنندگان مهّم برنامهٔ درسی ریاضی آنچنان که توسط دانش آموزان کسب می شوند هستند. همچنین، صلاحیتهای حرفه ای و علمی خود معلّمان نیز بسیار تعیین کننده هستند.

در بسیاری کشورها در سطح مدارس ابتدائی، معلّمان یا آمادگی بسیار کمی در ریاضی فراسوی سطح مدارس متوسطه دارند یا اصلاً ندارند (OEEC، ۱۹۶۱). برای مثال، در بریتیش کلمبیا [در کانادا] تقریباً ۱۵٪ معلمان دورهٔ ابتدائی طی پیمایشی که در سال ۱۹۸۱ (روبیتایل، ۱۹۸۱b) انجام شد، اشاره کردند که هیچ آموزشی در ریاضی در سطح بعد از متوسطه ندیده اند.

معلمان ابتدائی تمایل به عمومی بودن دارند در حالی که نقطهٔ مقابل آنها معلمان متوسطه هستند که اکثراً متخصّص موضوع درسی می باشند. به گفتهٔ آوت (۱۹۷۹، ص ۲۶۱) نتیجهٔ این دوگانگی بین «کودک ـ محوری در مقابل موضوع ـ محوری» منبع خصومت در بحثهای مربوط به پداگوژی ریاضی بوده است. مخالفان و موافقان بر سر این که تنها متخصّصان ریاضی اجازهٔ تدریس ریاضی را داشته باشند سالهاست که با هم بحث و مشاجره می کنند اما به نظر نمی رسد که حلّ و فصل این بحثها قریب الوقوع باشد.

همچنین، نوع آموزشی که دانشگاهها برای معلمان آیندهٔ ریاضی عرضه می کنند نیز یک موضوع مهّم است. در گزارشی به کنفرانس PRIME ـ ۸۰ که از طرف «اتحادیهٔ ریاضی آمریکا[۱۵]» حمایت شده بود و قصد داشت که جهت های آموزش دانشگاهی را برای تربیت ریاضیدانها و معلمان ریاضی آینده مشخّص کند، استین (۱۹۷۸b) با بدشگونی و نامیمونی ابراز کرد که:

علاوه براین، ۶۰٪ دانشجویان دوره های کارشناسی ریاضی اکنون در حوزهٔ ریاضی کاربردی هستند و ۴۰٪ باقیمانده به تساوی بین درسهای انتخابی و الزامی قرار دارند. فقط دانشجویانی که خود را برای حرفهٔ معلمی در دبیرستان آماده می کنند به گرفتن درسهای سنّتی [ریاضی] ادامه می دهند ـ زیرا آنها باید مقرّرات اخذ گواهی معلمی را رعایت کنند. این وضعیّت ... به طور مضاعف خطرناک است: نه تنها معنای این وضعیّت این است که معلّمان آیندهٔ دبیرستانها ممکن است برای رویاروئی با تقاضاهای دانش آموزان خود برای کاربردهای جدید آمادگی کمی داشته باشند، بلکه تعهّد آنها به تدریس صلاحیت آنها را برای سایر مشاغل مرتبط با ریاضی که الان به طور عمومی نیازمند تأکید اصلی بر تمرکز کاربردی است از بین برده است. (ص ۱۷۲)

چیزی که روشن است این است که تصوّرات رایج نسبت به ماهیت ریاضی یک تعیین‌کنندهٔ مهم در برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه‌ای هستند.

محتوای موضوعی برنامهٔ درسی و ماهیت جمعیّت دانش آموزی در یک پایهٔ تحصیلی که مشغول مطالعه ریاضی هستند، به طور قابل ملاحظه ای از محل به محل- به خصوص در سطح دورهٔ متوسطه متفاوت است. در نتیجه، در بعضی کشورهای اروپائی، بخش عمده ای از ریاضیات آخرین سال دورهٔ متوسطه به آموزش حسابان اختصاص داده شده است. در چنین کشورهائی، اغلب چنین حالتی وجود دارد که تنها نسبت کمی از جمعیّت دانش آموزی اجازهٔ ادامهٔ تحصیل در ریاضی فراتر از سطح حداقل اجباری را دارند. به بیان دیگر، این کشورها «جداسازی[16]» رسمی یا برنامه های «گرایشی[17]»[9] دارند که در آن ها، دانش آموزانی که تشخیص داده شده اند توانائی بالائی در یک حوزهٔ موضوعی دارند، به چالش کشف آن حوزه ها با عمق بیشتری فراداشته می شوند. برای مثال، دانش آموزان در انگلستان در شکل ششم- دو سال پایانی و غیر اجباری دورهٔ متوسطه- در دو یا سه موضوع درسی متخصّص می شوند. چنین ویژگی های نظامهای ملّی مدرسه ای نه تنها بخشی از برنامهٔ درسی به معنای وسیع آن هستند، بلکه بر محتوای برنامهٔ درسی نیز تأثیر می گذارند.

مصنوع ساختاری دیگر بسیاری از نظامهای مدرسه ای که بر برنامهٔ درسی تأثیر می گذارد، وجود امتحانهای خارج از مدرسه[18] [سراسری] است. در حالی که گاهی ریز مواد امتحانی برای تقویت نوآوری های محتوائی تغییر می کند، چنین به نظر می رسد که وجود چنین امتحانهائی مانع تغییرات برنامهٔ درسی حداقل به اندازهٔ همان تقویتها می شود. قطعاً آزمونهای ورودی و خروجی، بر موضوعهائی که معلّمان در تدریس خود بر آنها تأکید می کنند و بر استراتژیهای تدریسی که انتخاب می کنند تأثیر می گذارد. در حالی که امتحانهای خارج از مدرسه معمولاً با اروپا و بسیاری از کشورهای در حال توسعه پیوند دارد، تأثیر آزمونهائی با هدف غربال و الک کردن دانش آموزان در ایالات متحدّه مانند «آزمون شایستگی تحصیلی» (SAT)[19] را بر برنامهٔ درسی نباید خفیف شمرد. مانند مبحث خیلی مرتبط مدارس جامع در مقابل مدارس انتخابی، تأثیر واقعی امتحانهای سراسری بر برنامه های درسی مدارس، هم یک مبحث احساسی است و هم مبحثی است که به نظر می رسد نیازمند مطالعه و تجزیه و تحلیل حتمی است.

عوامل تکنولوژیکی[20]

در بسیاری مکانها از جمله کانادا، تأثیر عوامل تکنولوژیکی بر برنامهٔ درسی ریاضی و تدریس ریاضی حداقل بوده است. نتایج پیمایشی مربوط به تمرینهای تدریس ریاضی در استان بریتیش کلمبیا (روبیتایل و شیریل، ۱۹۷۷) مشخّص می کند که در مدارس، به غیر از اورهد پروژکتور استفاده کمی از ابزارهای دیداری- شنیداری می شود. همچنین، نتایج پیمایش مشابه که در سال ۱۹۸۱ (روبیتایل، ۱۹۸۱b) انجام شد نیز نشان می دهد که فقط درصد کمی از معلمان که به کامپیوتر دسترسی دارند، واقعاً از کامپیوتر در تدریس ریاضی خود- یا برای کارکردهای تدریسی یا مدیریّتی استفاده می کنند. بر استفاده از ماشین حساب به طور جدّی از جانب معلمان برای دانش آموزان دورهٔ متوسطه صحّه گذاشته می شود اما توصیهٔ معلمان برای دانش آموزان دورهٔ ابتدائی اصلاً به این قوّت نیست.

به نظر می رسد که کشورهای دیگر استفاده های وسیع تری از رسانه های گوناگون می کنند. برای مثال، تولید برنامه های رادیو و تلویزیونی در ریاضی برای مدارس از آن جمله هست. هیمر (۱۹۷۹) عنوان می کند که در کنفرانسی که در سال ۱۹۶۷ برگزار شده بود، گزارشهائی از برنامه های رادیو و تلویزیونی در ریاضی از کشورهای دانمارک، استرالیا، فرانسه، مجارستان، ایرلند و ایالات متحدّه دریافت شده بود. او همچنین یادآور شد که از سال ۱۹۵۷، BBC بیش از ۳۰۰ برنامهٔ این چنینی تهیّه کرده است و «در جمهوری فدرال آلمان [الآن دو آلمان یکی شده اند]، برزیل، ژاپن، ایالات متحده و هنگ کنگ نیز «اخیراً تولید پروژه های مهّم رادیو یا تلویزیونی در ریاضی افزایش یافته است» (ص ۲۲۲). البتّه، بدون اطّلاعات بیشتر، باید مواظب بود که وجود برنامه ها یا نوآوری های ویژه را معادل استفادهٔ گسترده و به کارگیری آنها ندانست.

از بین ابزارهای گوناگون تکنولوژیکی و مواد در دسترس، به نظر می رسد که ماشین حساب بیشترین تأثیر را بر مدارس و بر تدریس ریاضی گذاشته است. در بعضی کشورها، استفادهٔ از ماشین حساب حقیقتاً

در نشریات ریاضی- حتّی آنهائی که به آموزش ریاضی اختصاص داده شده است- معمول است که مباحث سیاسی نادیده گرفته شوند. برای مثال، برنامه‌های درسی و الگوهای سازماندهی مدارس به شکل ضد عفونی شده و غیرسیاسی عرضه می‌شوند. با این حال، آموزش ریاضی در هر کشوری نمی‌تواند از سیاست جدا شود و اگر باور کنیم که به غیر از این ممکن است، خود را فریب داده‌ایم. (هاوسون، ۱۹۸۰)

عمومی شده است و دانش‌آموزان در تمام مـدّت حتّی موقع امتحانات از آنها استفاده می کنند. در سایـر کشورها، ماشین حساب در مدارس به ندرت یافت می شود و هنوز تأثیر آنها احساس نشده است.

وضعیّت آمریکای شمالی در رابطه با ماشین حساب، چیزی بین دو موقعـیّت افراطی بالا اسـت و در آیندهٔ نزدیک، باید بعضی تصمیم گیری ها در مورد جایگاه ماشین حساب ها و قابلیت دسترسـی آنـهـا در مدارس گرفته شود. باید به این سؤال که با وجود ماشین حسابهای ارزان قیمت و پر قدرت که به سادگی در دسترس همه قرار دارند، آیا از نظر اقتصادی یا آموزشی معنا دارد که وقت زیادی را به توسعهٔ توانائی های محاسباتی کودکان اختصاص دهیم پاسخ داده شود. برای مثال، وتیلی (۱۹۸۰) پیشنهاد زیر را برای تغییر برنامهٔ درسی ریاضی دورهٔ ابتدائی داده است:

- انتقال از برنامهٔ درسی محاسبه محور به برنامهٔ درسی مفهومی با استفاده از ماشین حساب به عنوان یک وسیلهٔ مفید، و
- حذف تدریس محاسبات پیچیده در دورهٔ ابتدائی. (ص ۳۷).

توصیهٔ دوم وتیلی سرراست تر از اوّلی است. پیشنهاد حذف مهارتهای محاسباتی از قبیل تقسیم های متوالی با مقسوم علیه های بیش از دو رقم و ضربهای با ضرب کننده های بیش از دو رقم واضـح و بـدون ابهام است. نکتهٔ اوّلی او، هم بر حسب معنائی که برای تهـیّه کنندگان برنامهٔ درسی دارد و هم چگونگی اجرای چنین برنامهٔ درسی توسط معلمان، پیچیده تر است. همچنان که رابرتـز (۱۹۸۰) در بازبینی نتایج تحقیق در مورد استفاده از ماشین حساب بیان کرده است:

اگرچه این قضیه که استفاده از ماشین حساب می تواند بر شکل گیری مفهوم ریاضی تأثیر بگذارد به نظر منطقی می رسد، هنوز برای حمایت از آن، داده های تجربی موجود نیست. در حقیقت، حتی یـک مـورد قوی نمی توان ارائه داد که این فرضیه را به طور مناسبی به آزمون گذاشته باشد. فقط چند مطالعه از تلاش های واقعی برای تلفیق استفاده از ماشین حساب در برنامهٔ درسی انجام شده است که نشان می دهد چگونه ماشین حساب می تواند یادگیری مفهوم را تسهیل کند. (ص ۸۴).

در حالی که عبارت «برنامهٔ درسی با جهت گیری مفهومی» به روی تفسیرهای بسیار و شاید متضادّ باز است، هر پیش بینی برای تغییرات برنامه های درسی در این جهت که ناشـی از مـعرّفی ماشین حساب در کلاس درس است، باید توسط داده هائی مانند آنچه که توسط معلمان در «ارزیابی ریاضی بریتیش کلمبیا» در سال ۱۹۷۷ گزارش شد (روبیتایل و شریـل، ۱۹۷۷) معتدل شود. وقتی که از معلمان سؤال شد کـه تأکید اصلی برنامهٔ درسی ریاضی باید روی چه چیزی باشد، کمتـر از ٪۷ معلمان دورهٔ ابتدائی که از آنـهـا نظرخواهی شد، به نفع تأکید بیشتر بر توسعهٔ مفاهیم و اصول به جای مهارتها و مشقهای محاسباتـی رأی دادند. (ص ۴۳)

با فرض موقعـیّت والای مهارتهای محاسباتی در برنامـهٔ درسی ـ حداقل در آمریکای شمالی از یـک طرف و قدرت و قابلیت دسترسی ماشین های حساب از طرف دیگر، به نظر می رسد که بعضی تأثیرات بر برنامهٔ درسی در مقیاس بزرگ اجتناب ناپذیر باشد. به هر حال، تقدیر نوآوری های قبلی و همچنین تأثیـر عوامل دیگر درون فرآیند توسعهٔ برنامـهٔ درسی، واقعاً پیش بینی ماهیت دقیق هر تغییر آنچنانی را با درجـهٔ بالائی از اطمینان، غیر ممکن کرده است. برای کسانی که دست اندر کار تجدید نظر در برنامهٔ درسی هستند، گواهی می شود که تجزیه و تحلیل استفاده از ماشین حساب و دلالتهای چنان استفاده ای از اولویّت بالائی برخوردار است.

قابل دسترس بودن فزایندهٔ کامپیوترهای کوچک[21] نیز دلالتهای مـهّمی؛ هم بر محتوای برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای و هم بر تأکیداتی که باید روی موضوعهای مختلف بشود دارد. نهایتـاً، حضور چنین ابزاری در کلاس درس، دلالتهائی برای تدریس متدولوژی نیز دارد.[10]

برای کسانی که دست‌اندرکار تجدید نظر در برنامهٔ درسی هستند، گواهی می‌شود که تجزیه و تحلیل استفاده از ماشین‌حساب و دلالتهای چنان استفاده‌ای از اولویّت بالائی برخوردار است.

جمعبندی

فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی در ریاضی، تحت تأثیر یا برخورد عوامل زیادی هست که از بین آن عوامل،

چهار عامل جامعه شناسانه، روان شناسانه، پداگوژیکی و تکنولوژیکی در اینجا مورد بحث واقع شدند. در هر محلّی که ریاضی تدریس شود، وزنهای متفاوتی به هر یک از این عوامل داده می شود و دغدغه های مختلفی نسبت به هر یک از این عوامل وجود دارند. این تأثیر نهائی بر تولید برنامه های درسی متفاوت است، هر یک نسبت به مکان خاصّی که برای آن، برنامهٔ درسی تهیه و توسعه یافته است، منحصر به فرد است.

به سبب طولانی بودن، دنبالهٔ این مقاله که به بررسی سه برنامهٔ درسی ریاضی متفاوت از سه کشور فرانسه، انگلستان و آمریکاست در شمارهٔ بعد به خوانندگان گرامی ارائه می‌شود.

❖ این مقاله تحت قرارداد با «شاخهٔ ارزیابی یادگیری[22]» وزارت آموزش و پرورش استان بریتیش کلمبیا و در رابطه با «ارزیابی ریاضی» بریتیش کلمبیا در ۱۹۸۱ تهیه شده است. نویسندگان مقاله مدیون تام بیتس و جیمز شریل از دانشگاه بریتیش کلمبیا (UBC)[23]، دیوید ویلر از دانشگاه کنکوردیا [هم اکنون در UBC هستند] و جیم وَنس از دانشگاه ویکتوریا و یان وست بوری از دانشگاه ایلینویز به خاطر نقدهای سازندهٔ پیش نویسهای قبلی این مقاله هستند.

مرجع اصلی:

Robitaille, D. & Dirks, M. (1982). Models for the Mathematics Curriculum. *For the Learning of Mathematics*, 2.3 (March 1982). FLM publishing Association, Canada

یادداشت ها:

[۱] تعدادی از خوانندگان پیش نویس اوّلیهٔ این مقاله توصیه کرده اند که حدسیهٔ واتسون را با تغییر شرط به $n \geq n_0$ تقویت کنیم. این حدسیهٔ جدید بر اثر تجارب قابل ملاحظهٔ دست اول در این حوزه ظاهر شده است.

[۲] استین (۱۹۷۸a) مشاهده کرد که «در ۲۵ سال گذشتهٔ این قرن، کلمهٔ ریاضی از یک دیسیپلین تنها، به خوشه ای از موضوعهای درهم تنیده شده که معمولاً در حال حاضر به آنها «علوم ریاضی» می گویند رشد کرده و تحوّل یافته است. (ص ۷) استین به عنوان نمونه، از حوزه های نظریهٔ اعداد، منطق ریاضی، توپولوژی دیفرانسیل، هندسهٔ جبری، تحقیق در عملیات، آمار، علوم کامپیوتر، ترکیبیات، برنامه ریزی ریاضی، اقتصاد ریاضی، ریاضی زیستی، روانشناسی ریاضی، زبان شناختی ریاضی، و «کلیومتریک» نام می برد.

[۳] هاوسون، کِیتل و کیل پاتریک (۱۹۸۱) مقوله بندی تقریباً متفاوتی با آنچه که اینجا ارائه شده، در فصل چهارم کتاب خود به نام *توسعهٔ برنامهٔ درسی در ریاضی* ارائه دادند.

[۴] این نهضت، یک پدیدهٔ جهانی است. طبق نظر کلیاگین، لوکانکین و آگانِسیان (۱۹۸۰، ص ۷۴) این پدیده در اتحاد جماهیر شوروی [سابق] به نام نهضت «رجعت به کی سِلِف Kiselev» شناخته می شود.

[۵] بلتزنر و همکاران (۱۹۷۶) نهضت «ریاضی جدید» در کانادا را شکست خورده در نظر می گیرند زیرا از نظر آنها، تنها شکل ظاهری «ریاضی جدید» در بیشتر کتابهای درسی آمده است و آن کتابها «به جای تدریس ایده ها، سعی در تدریس سخنان دست و پا شکسته و اصطلاحات را دارند.» (ص ۱۲۲)

[۶] برای مثال، مک دونالد (۱۹۷۷) تأثیر نسبی رویکردهای آمریکائی و انگلیسی به «ریاضی جدید» را در برنامهٔ درسی استرالیا مقایسه کرده است. به نظر او، «نتیجه این بود که در بسیاری از قسمتهای این کشور، برای انتقال به ریاضیات جدید بعضی از بدترین ویژگیهای تجربه های آمریکائی و انگلیسی با هم ترکیب شدند!» (ص ۵۶).

[۷] درست همان طور که براودر و مک لِین (۱۹۷۸) بین دیدگاه صورتگرائی هیلبرت و مشتق «عامیانهٔ» آنها تمایز قائل شدند، کسی هم ممکن است بین صورتبندی واقعی توراندایک و مشتقات عامیانهٔ آن تمایز قائل شود.

[۸] این توضیح برونر، در واقع برای فیزیک گفته شده بود نه ریاضی.

[۹] طبق دو مقاله ای که اخیراً توسط یونسکو منتشر شده است (هایتر، ۱۹۸۰ و کاواگوچی، ۱۹۸۰) برای مثال، دانش آموزان با صلاحیت در انگلستان و ژاپن ممکن است بین ۱۰ تا ۱۸ ساعت در هفته را به گرفتن درسهای ریاضی در سالهای بالای متوسطه بگذرانند.

[۱۰] برای تصور اتوپیائی از یادگیری ریاضی که توسط محیط کامپیوتر ایجاد می شود، به پاپرت (۱۹۸۰) مراجعه کنید.

پانویس ها:

1. Educational Studies in Mathematics
2. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. School Mathematics Study Group (SMSG)
4. Sixth Form Math Project
5. Mathematization

¶ ویلر هم اکنون در دانشگاه بریتیش کلمبیا (UBC) است.

7. Advisory Committee on Mathematical Education
8. Metric System
9. Mental Discipline
10. Task Analysis
11. Objective behavior
12. Atomisation
13. New Math Era

* — در فارسی، معادلهای مختلفی برای واژهٔ «پداگوژی» انتخاب شده است. با این حال، به نظر مترجمان، هیچیک از آنها به طور کامل دربرگیرندهٔ معنای کامل این واژه نیست. به همین دلیل، در این ترجمه، از خود واژهٔ «پداگوژی» استفاده شده است.

15. Mathematical Association of America
16. Streaming
17. Tracking
18. External Examination
19. Scholastic Aptitude Test (SAT)

† اگر چه معادل «فن آوری» برای «تکنولوژی» انتخاب گردیده است. با این حال به نظر می رسد عامهٔ مردم با کامپیوتر و ماشین حساب به عنوان ابزار تکنولوژی راحت تر رابطهٔ مفهومی برقرار می کنند. به همین دلیل، در ترجمه از خود واژهٔ «تکنولوژی» استفاده شده است. (مترجمان)

21. Micro Computers
22. Learning Assessment Branch
23. University of British Columbia (UBC)

مراجع:

❖ Agassi, J. On mathematics education: The Lakatosian revolution. *For the Learning of Mathematics*. 1980. I. 27-31
❖ Ahlfors, L. V. and others. On the mathematics curriculum of the high school. *The Mathematics Teacher*, 1962. 55. 191-195
❖ Aleksandrov. A. D. Kolmogorov, A. N and Lavrentev. M. A. *Mathematics: Its Content. Methods. and Mecning*. Cambridge. Mass.: MIT Press. 1963
❖ Fey. J. T. Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys. *The Mathematics Teacher*, 1979, 72, 490-504
❖ Freudenthal, H. *weeding and Sowing*. Dordrecht, Holland:

❖ Kolmogorov, A. N. Scientific foundations of the school mathematics syllabus. *Soviet Education*, 1971, 13 (8-10), 25-71

❖ Kclyagin, Yu. M., Lukankin, G. L. and Oganesyan, V. A. Ways of improving mathematics teaching in Soviet general secondary schools. In R. Morris (Ed.). *Studies in Mathematics Education-Voulme I.* Paris: Unesco. 1980

❖ Krulik, S. (Ed.). *Problem Solving in School Mathematics.* 1980 Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1980

❖ Kuhn. T. S. The Essential Tension. Chicago: The University of Chicago Press, 1977

❖ Lakatos, I P*roofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery.* London: Cambridge University Press, 1976

❖ Laumen, R., Bex, R., and Nachtergaele, J. Evolution de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires belges depuis 1968. In Noel. G. (Ed.). *Mathematical Education in Belgium.* Mons, Belgium: I. C. M. I. Belgium Sub-committee, 1980

❖ Lortie, D. C. Schoolreacher. Chicago: University of Chicago Press, 1965

❖ MacDonald, T. H. Resolution in mathematics education: Suggestions and prediction. *The Australian Mathematics Teacher*, 1977, 33, 54-58

❖ Magnier, A. Changes in secondary school mathematical education in France over the last thirty years. In H. G. Steiner (Ed.). *Comparative Studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980.* Bielefeld, F. R. G.: Institut fur Didaktik der Mathematik der Universitat Bielefeld 1980

❖ Matthews, G. Why teach mathematics to most children? *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1976, 7, 253-255

❖ McNelis, S. and Dunn, J. A. Why teach mathematics? *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1977, 8, 175- 184

❖ McNicol, S. *Elementary School Mathematics in Canada.* Unpublished manuscript, Faculty of Education. McGill University, 1980

❖ Mmari, G. R. V. Secondary school mathematics in the United Republic of Tanzania. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education-Volume I.* Paris: Unesco, 1980

❖ Moritz, R. E. *On Mathematics.* New York: Dover, 1958

❖ Nagel, E. and Newman, J. R. Godel's proof. In M. Kline (Ed.), *Mathematics in the Modern World.* San Francisco: W. H. Freeman, 1968

❖ National Advisory Committee on Mathematical Education (NACOME). *Overview and Analysis of School Mathematics Grades K-12.* Washington, D. C.: Conference Board of the Mathematical Sciences, 1975

❖ National Council of Teachers of Mathematics. *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. 1980

❖ National Institute for Educational Research. *Mathematics Program in Japan.* Japan: Science Education Research Center, 1979

❖ O'Brien,. T. C. Why teach mathematics? *Elementary School Journal*, 1973, 73, 258-268

D. Reidel Publishing Company, 1978

❖ Fullan, M. and Park, P. *Curriculum implementation Ministry* of Education, Ontario, 1981.

❖ Criffiths, H. B. and Howson, A. G. *Mathematics: Society and Curricula.* London: - Cambridge University Press, 1974

❖ Gunawardena, A. J. Change in mathematics education since the late 1950's - Ideas and realisation (Sri Lanka). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9. 303-316

❖ Halmos, P. R. Mathematics as a creative art. *American Scientist*, 1968, 56. 375-389

❖ Hardy, G.H.*A Mathematician's Apology.* London: Cambridge University Press, 1967

❖ Hayter, R. J. The Continuing Mathematics Project in the United Kingdom. In R. Morris (Ed.). *Studies in Mathematics Education-Volume I.* Paris: Unesco, 1980

❖ Heimer. R. T. A Critical analysis of the use of educational technology in mathematics teaching. In B. Christiansen, and H. G. Steiner (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching*-Volume IV. Paris: Unesco, 1979

❖ Hendrickson, D. Why do we teach mathematics? *The Mathematics Teacher*, 1974, 67, 468-470

❖ Hersh, R. Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics.* 1979, 31. 31-50

❖ Hershkowitz, M., Sham; Mohammad A. A., and rowan, T. E. Mathematics Goals: What does the public want? *School Science and Mathematics*, 1975, 75, 723-728

❖ Higginson, W. Ideas of the seventies. *Mathematics Teaching*, 1980, 90, 5-8

❖ Hofstadter, D. R. *Godel. Escher, Bach: an eternal golden braid.* New York: Basic Books. 1979

❖ House, E. R. Technology versus craft: A ten year perspective on innovztion. *Journal of Curriculum Studies*, 1979, 11. 1- 15

❖ Howson, A. G. Change in mathematics education since the late 1950's Ideas and realisation (Great Britain). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9, 183-223

❖ Howson, A. G. A critical analysis of curriculum development in mathematical education. In Christiansen, B. and Steiner, H. G. (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979

❖ Howson, A. G. Socialist mathematics education: Does it exist? *Educational Studies in Matematics*, 1980, 11, 285-299

❖ Howson, A. G., Keitel, C. and Kilpatrick. J. *Curriculum Development in Mathematics.* London: Cambridge University Press, 1981

❖ Jones, P. S. (Ed). A *History of Mathematics Education in the United States and Canada- Thirty Second Yearbook.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1970

❖ Kawaguchi, T. Secondary School Mathematics in Japan. In R. Morris (Ed)., *Studies in Mathematics Education Volume I.* Paris: Unesco, 1980

❖ Kline, M. Mathematics: A Cultural Approach. Reading. Mass.: Addison-Wesley, 1962

❖ Kline. M. *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math.* New York: Vintage Books. 1974

❖ Kline, M. NACOME: Implications for curriculum design. T*he Mathematics Teacher*, 1976. 69. 449-454

❖ Kline, M. *why the Professor Can't Teach.* New York: St. Martin's Press, 1977

❖ Shulte, A. P. (Ed.). *Teaching Statistics and Probability.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1981

❖ Smith, B. O. Teaching strategies: historical and contemporary perspectives. In T. J. Cooney (Ed.), *Teaching Strategies.* Columbus, Ohio: ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1976

❖ Sobel, M. A. and Maletsky, E. M. *Mathematics II.* Toronto: Ginn and Company, 1972

❖ Stake, R. E., Easley, J. A. Case *Studies in Science Education.* (2 vols). Center for Instructional Research and Curriculum Evaluation, University of Illinois, 1978

❖ Steen, L. A. Mathematics today. In L. A. Steen (Ed.), *Mathematics Today: Twelve Informal Essays.* New York: Springer-Verlag, 1978a

Steen, L. A. Math is a four letter word. *The Mathematical Intelligencer*, 1978b, I, 171-172

❖ Stevens, J. G. and Garfunkel, R. Summary and curricular implications: An outgrowthe of articles by Thom and Dieudonné. *The Mathematics Teacher*, 1975, 68, 683-687

❖ Swetz, F. (Ed.), *Socialist Mathematics Education.* Southamptom, Pennsylvania: Burgundy Press, 1978

❖ Thorndike, E. L. *The New Methods in Arithmetic.* New York: Rand McNally, 1921

❖ Thwaites, B. *The School Mathematics Project: The First Ten Years.* London: Cambridge University Press, 1972

❖ Usiskink, Z. *Algebra Through Applications*, 2 vols. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1979

❖ Usiskin, Z. What should *not* be in the algebra and geomtry curricula of average college-bound students? *The Mathematics Teacher*, 1980, 73, 413-424

❖ Von Neumann. J. The formalist foundations of mathematics. In P. Benacerraf, and H. Putnam (Eds.), *Philosophy of Mathematics.* Englewood Cliffs N. J.: Prentice- Hall Inc., 1964

❖ Waller, W. *The Sociology of Teaching.* New York: Wiley, 1965

❖ Wang, H. Kurt Godel's intellectual development. *The Mathematical Intelligencer*, 1978, 1, 182-184

❖ Watson, F. R. Aims in mathematical education and their implications for the training of mathematics teachers. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1971, 2, 105-118

❖ Weber, M. *The Theory of Social and Economic Organization*, (T. Parsons, Ed.). New York: The Free Press, 1964

❖ Wheatley, G. H. Calculators in the classroom: a proposal for curricular change. *Arithmetic Teacher*, 1980, 28 (4), 37-39

❖ Whitehead, A. N. The aims of education-A plea for reform. *The Mathematical Gazette*, 1916, 8, 191-203

❖ Wilder, R. L. *Evolution of Mathematical Concepts: An Elementary Study.* New York: Wiley, 1968

❖ Williams, E. An investigation of senior high school students' understanding of the nature of mathematical proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1980, 11, 165-166

❖ Wilson, B. J. Change in mathematics education since the late 1950's Ideas and realisation (West Indies). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9, 355-379

❖ Wooton, W. SMSG: *The Making of a Curriculum.* New Haven Connecticut: Yale university Press, 1965

❖ Organisation for European Economic Co-operation. *New Thinking in School Mathematics.* O. E. E. C.: 1961

❖ Otte, M. The education and professional life of mathematics teachers. In Christiansen, B. and Steiner, H. G. (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979

❖ Papert, S. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas.* New York: Basic Books, 1980

❖ Piaget, J. Comments on mathematical education. In A. G. Howson, (Ed.), *Developments in Mathematical Education.* London: Cambridge University Press, 1973

❖ Pollak, H. O. The interaction between mathematics and other school subjects. In B. Christiansen, and H. G Steiner (Eds.), *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979

❖ Position statements on basic skills. *The Mathematics Teacher*, 1978, 71, 147-155

❖ Progressive Education Association. *Mathematics in General Education.* New York: D. Appleton Century Company, 1940

❖ Revuz, A. Changes in the teaching of mathematics in France. *The Mathematical Gazette.* 1979. 63. 241-250

❖ Roberts, D. M. The impact of electronic calculators on educational performance. *Review of Educational Research*, 1980, 50, 1, 71-98

❖ Robitaille, D. F. Why are we teaching high school geomerty? Vector, 1973, 14 (4), 13-22

❖ Robitaille, D. F. Intention, implementation, realization: Case studies of the impact of curriculum reform. In H. G. Steiner (Ed.), *Comparative studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980.* Bielefeld. F. R. G.: Institut fur Didaktik der Mathematik der Universitat Bielefeld, 1980

❖ Robitaille, D. F. Goals of the mathematics curriculum in British Columbia: Intended, implemented. and realized. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education-Volume 2.* Paris: Unesco. 1981

❖ Robitaille, D. F. (Ed.). *The 1981 B. C. Mathematics Assessment: General Report.* Victoria. B. C.: Ministry of Education, 1981b

❖ Robitaille, D. F. and Sherrill. J. M. British Columbia Mathematics Asscssment 1977: Instructional Practices. Victoria, B. C.: Ministy of Education, 1977

❖ Robitaille, D. F. Sherrill, J. M., and O'Shca, T.J. *Mathematics Achievement Test Project: Technical Manual.* Victoria, B. C.: Ministry of Education, 1980

❖ Sarason, S. B. The Culture of the School and the Problem of Change. Boston: Allyn and Bacon, 1971

❖ Sawyer, W.W. On being your own teacher. In W. W. Sawyer (Ed.), *Mathematics in Theory and Practice.* London: Odhams Press Ltd., 1948

❖ School Mathematics Study Group. *Mathematics for Junior High School, Volume I*, (Teacher's Commentary). New Haven: Yale University Press, 1961

❖ Servais, W. Continental traditions and reforms. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1975, 6, 37-58

❖ Sharron, S. (Ed.). *Applications in School Mathematics.* 1979 Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1979

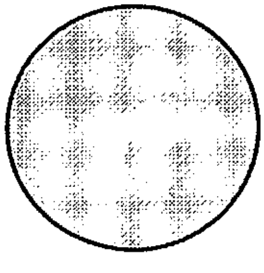
با مجموعه های محدب آشنا شویم

نویسنده: آرش رستگار

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف

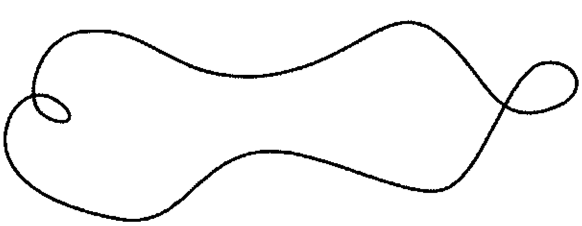
به نظر می رسد که از لحاظ آموزش ریاضی، ملموس ترین بُعد برای دانش آموزان بُعد صفحه باشد زیرا دانش آموزان هنگام خواندن و نوشتن با اشکال روی صفحه سروکار دارند. به همین دلیل از ساده ترین شکل دو بعدی شروع می کنیم.

یک دایره در صفحه و نقاطی از صفحه که با این دایره محدود می شوند را در نظر بگیرید.



شکل ۱

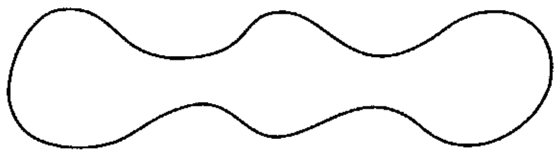
می خواهیم خواص این شکل را بررسی کنیم و ببینیم چه شکل هایی در این خواص به شکل ۱ شباهت دارند. هر چه این خاصیت محدودیت بیشتری قائل شود، شکل های کمتری شبیه شکل ۱ پیدا می شوند. مثلاً شکل ۱ ناحیه محدود شده توسط یک خم بسته است. هر خم بستهٔ دیگر در صفحه ناحیه ای را مشخص می کند که از این لحاظ به شکل ۱ شباهت دارد. به شکل زیر توجه کنید:



شکل ۲

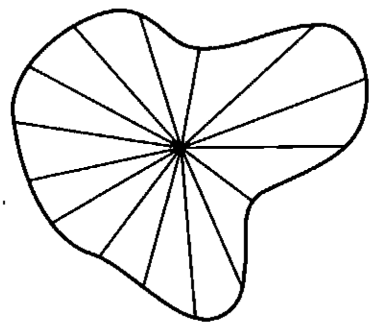
می توان این خاصیت را محدود کننده تر در نظر گرفت. مثلاً

شکل ۱ ناحیه ای از صفحه است که توسط خم بسته ای که خودش را قطع نمی کند محدود شده است . این خاصیت محدودکننده باعث می شود شکل های کمتری مشابه شکل ۱ یافت شوند . شکل زیر از این نمونه است :



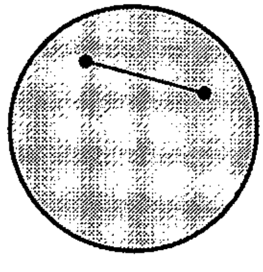
شکل ۳

می توان خاصیت دیگری را هم در نظر گرفت : مثلاً هر نقطه از خم بسته را می توان از مرکز دایره دید . خمهای بسته ای که درون آنها نقطه ای وجود دارد که از آن نقطه همهٔ نقاط خم را می توان دید ، مجموعه ای ستاره ای شکل را محدود می کنند مانند شکل زیر



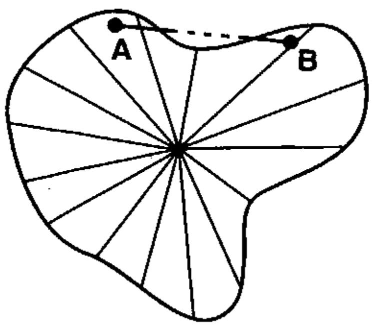
شکل ۴

می توان باز هم این خاصیت را محدودکننده تر کرد . شکل ۱ دارای این خاصیت است که هر دو نقطه آن می توانند همدیگر را ببینند . به عبارت دیگر پاره خطی که هر دو نقطه شکل ۱ را به هم وصل می کند تماماً در داخل شکل ۱ قرار دارد . مانند شکل زیر



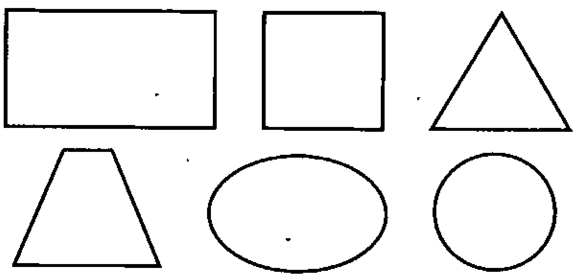
شکل ۵

در حالی که نقاط A و B در شکل زیر که ناحیه ای ستاره ای است نمی توانند همدیگر را ببینند .



شکل ۶

همهٔ شکل هایی که توسط خم بسته ای محدود شده باشند و هر دو نقطه آنها بتوانند همدیگر را ببینند ، محدب نامیده می شوند . به عبارت دیگر ، شکل محدب شکلی است که برای هر دو نقطه A و B روی آن پاره خط AB تماماً داخل آن شکل قرار داشته باشد . شکل های زیر دارای این خاصیت هستند .

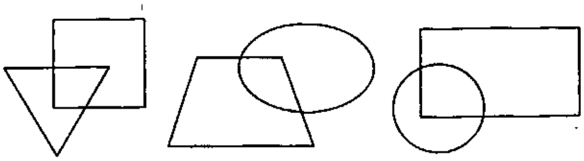


شکل ۷

شکل های زیر ، محدّب نیستند زیرا دارای خاصیت بالا نمی باشند .

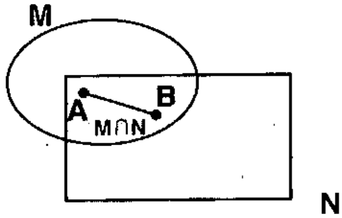
شکل ۸

اشتراک هر دو شکل محدب خود یک شکل محدب است.



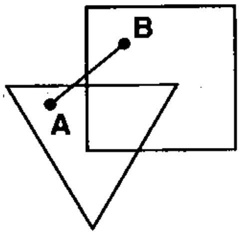
شکل ۹

زیرا اگر دو نقطهٔ A و B هم در شکل محدب M و هم در شکل محدب N قرار داشته باشند، آنگاه بنابر محدب بودن M پاره خط AB در M واقع است و بنابر محدب بودن N پاره خط AB در N نیز واقع است. در نتیجه پاره خط AB هم در M و هم در N واقع است و این یعنی پاره خط AB در $M \cap N$ واقع است. پس اشتراک هر دو مجموعه محدب خود شکلی محدب است.



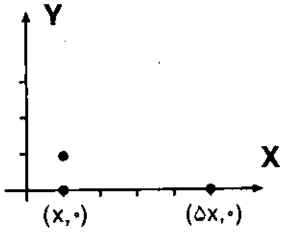
شکل ۱۰

با این حال، اجتماع دو شکل محدب لزوماً محدب نیست. به شکل ۱۱ توجّه کنید:



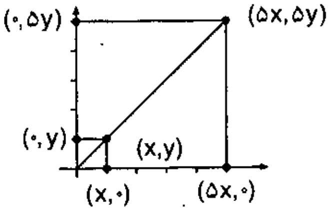
شکل ۱۱

برای اینکه مجموعه های محدب را بهتر بشناسیم، آن ها را در یک صفحه دکارتی در نظر می گیریم. در این صورت هر نقطهٔ مجموعهٔ محدب با یک دوتایی (x,y) از اعداد حقیقی مشخص می شود. اگر x = ۰ این نقطه روی محور yها قرار می گیرد و مختصات آن به شکل (۰,y) است. اگر y = ۰ این نقطه روی محور xها قرار می گیرد و مختصات آن به شکل (x,۰) است. اگر بخواهیم نقطه ای روی محور yها را در عدد ثابتی ضرب کنیم تا فاصله آن روی محور yها در همان عدد ضرب شود کافیست مؤلفه دوم (۰,y) را در آن عدد ضرب کنیم. مثلاً (۰,۵y) فاصله اش با مبداء پنج برابر فاصله (۰,y) تا مبداء است. همین طور نقطهٔ (۵x,۰) فاصله اش تا مبداء پنج برابر فاصله (x,۰) تا مبداء است.



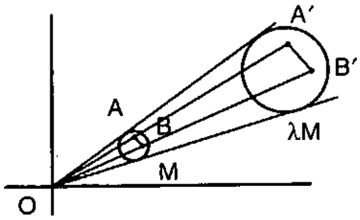
شکل ۱۲

اگر بخواهیم فاصله نقطهٔ دلخواه (x,y) را تا مبداء پنج برابر کنیم، کافیست هر دو مؤلفه x و y آن را در عدد پنج ضرب کنیم و اگر بخواهیم فاصلهٔ نقطهٔ (x,y) را با مبداء λ برابر کنیم، باید $(\lambda x, \lambda y)$ را در نظر بگیریم.



شکل ۱۳

قضیه: اگر شکل محدب M را در نظر بگیریم و فاصله تمام نقاط آن از مبداء را λ برابر کنیم، باز هم شکل محدبی بدست می آید.



شکل ۱۴

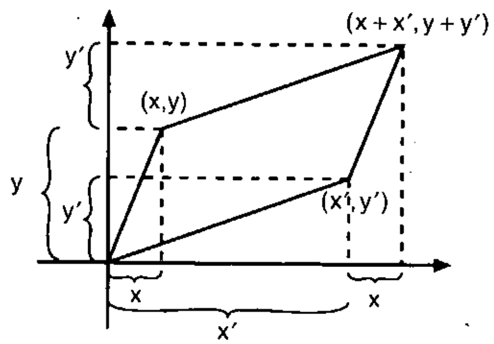
اثبات: می دانیم $\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\lambda$. تشابه مثلثها نتیجه می دهد که هر نقطه روی پاره خط AB را که در نظر بگیریم و فاصله اش را تا مبداء λ برابر کنیم، روی پاره خط A'B' قرار می گیرد (سعی کنید صحت این ادعا را خودتان ثابت کنید). بنابراین اگر A و B در M واقع باشند و پس از λ برابر شدن فاصله آنها تا مبداء نقاط B' و A' به دست بیایند که در λM قرار دارند، پاره خط A'B' هم درون λM خواهد بود. زیرا هر نقطهٔ روی آن λ برابر شدهٔ نقطه روی پاره خط AB است و چون پاره خط AB در M قرار دارد، λ برابر هر نقطه روی AB در λM قرار خواهد داشت و این محدب بودن λM را نتیجه می دهد. چون نقاط A' و B' هر طوری که روی λM انتخاب شوند، بنابر تعریف λM، نقاط A و B روی M وجود دارند که λ برابر آنها به ترتیب نقاط A' و B' هستند.

حال سعی کنیم با استفاده از صفحهٔ مختصات، شرط محدب بودن را به طور جبری فرمول بندی کنیم:

نقاط (x,y) و (x',y') روی صفحه را می توان مولفه به مولفه با هم جمع کرد و نقطه ای روی صفحه به دست آورد.

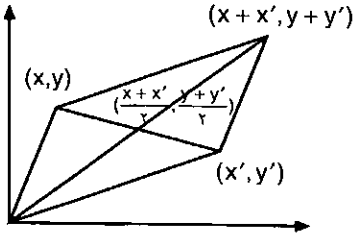
$$(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')$$

این نقطه را می توان با رسم متوازی الاضلاعی که بر مبداء، (x,y) و (x',y') بنا شده به دست آورد.



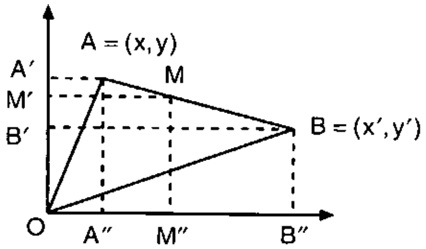
شکل ۱۵

اگر نقطه $(x+x',y+y')$ را در ضریب $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم نقطه ای بدست می آید که روی پاره خط واصل (x,y) و (x',y') قرار دارد.



شکل ۱۶

می توان $(\frac{x+x'}{2},\frac{y+y'}{2})$ را به شکل $\frac{1}{2}(x,y)+\frac{1}{2}(x',y')$ نوشت. حال به یک سؤال توجه کنید! فرض کنید نقاط B و A داده شده باشند و A با مختصات (x,y) و B با مختصات (x',y') مشخص شوند. در این صورت مختصات نقطه ای مانند M روی پاره خط AB را بیابید به طوری که $AM=\lambda AB$. در اینجا به راحتی می توان دید که $0\le\lambda\le 1$.



شکل ۱۷

در شکل ۱۷ داریم

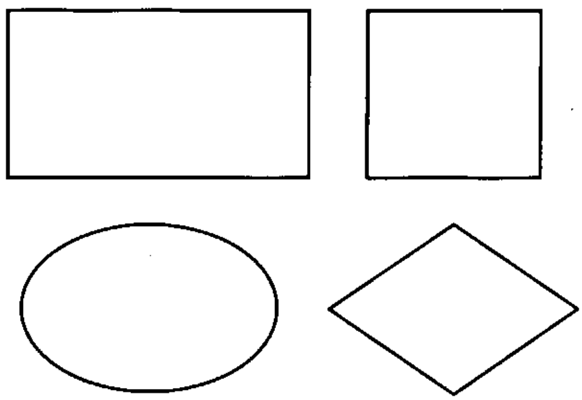
$$\lambda=\frac{AM}{AB}=\frac{A'M'}{A'B'}=\frac{A''M''}{A''B''}$$

اما در اینجا $A'B'=y-y'$ و $A''B''=x'-x$. بنابراین

$$\begin{aligned}OM'' &= OA''+A''M''\\ &= OA''+\lambda A''B''\\ &= x+\lambda(x'-x)=(1-\lambda)x+\lambda x'\\ OM' &= OA'-A'M'\\ &= OA'-\lambda A'B'\\ &= y-\lambda(y-y')=(1-\lambda)y+\lambda y'\end{aligned}$$

بنابراین نقطهٔ M با مختصات $((1-\lambda)x+\lambda x', (1-\lambda)y+\lambda y')$ به دست می‌آید. پس می‌توان M را به شکل $(1-\lambda)A+\lambda B$ در نظر گرفت. با توجه به آنچه گفته شد، نقاط روی پاره خط AB دقیقاً نقاطی هستند که به شکل $(1-\lambda)A+\lambda B$ می‌باشند که در آن $0 \le \lambda \le 1$ عددی حقیقی است. پس می‌توان گفت که مجموعهٔ محدب مجموعه‌ای است که برای هر دو نقطهٔ A و B در آن و هر $0 \le \lambda \le 1$، همه نقاط به شکل $(1-\lambda)A+\lambda B$ در همان مجموعه واقع باشند. به عبارت دیگر، مجموعهٔ M را محدب می‌گوییم هرگاه برای هر دو نقطهٔ A و B در آن و $\alpha \ge 0$ و $\beta \ge 0$ که در آن $\alpha+\beta=1$، داشته باشیم $\alpha A+\beta B \in M$. این یک تعریف جدید از تحدّب زیر مجموعه‌های صفحه است که با استفاده از مختصات دکارتی تنظیم شده است.

هنوز هم می‌توان با محدودتر کردن خواص دایره، شکل‌های شبیه‌تر به آن به دست آورد. مثلاً ناحیه محدود شده توسط یک دایره نسبت به مرکز دایره متقارن است. اشکال محدبی را در نظر بگیرید که مانند شکل ۱ یک نقطه تقارن دارند. مانند زیر

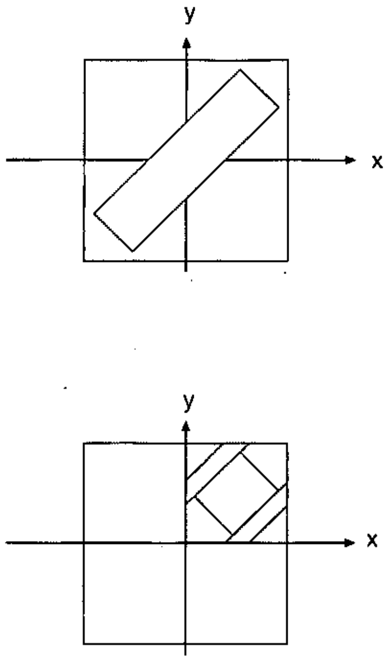


شکل ۱۸

اگر این نقطه تقارن را به مبداء منتقل کنیم می‌توانیم این خاصیت را بر حسب مختصات دکارتی بیان کنیم. می‌گوییم شکل محدب M حول مبداء مختصات متقارن است هرگاه برای هر $A \in M$ داشته باشیم $-A \in M$ که در اینجا $-A$ از ضرب کردن مختصات نقطه A در ضریب ۱- بدست می‌آید.

لم بیرکهوف[1]: اگر M ناحیه‌ای در صفحه باشد که توسط خم بسته‌ای محدود شده است به طوری که مساحت M بزرگتر از ۱ است، آنگاه دو نقطه متمایز $x, y \in M$ وجود دارند به طوری که $x-y$ یک نقطه با مختصات صحیح است.

اثبات: خطوط $x=a$ و $y=b$ که در آن $a,b \in \mathbf{Z}$، یک شبکه چهارخانه بدست می‌دهند.



شکل ۱۹

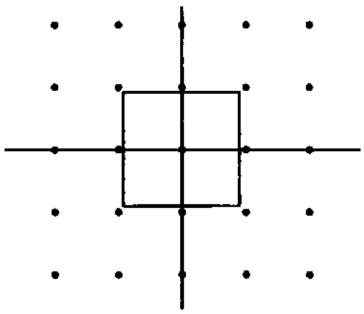
هر کدام از مربع‌ها قسمتی از شکل M را می‌بُرند. هر مربعی را می‌توان توسط انتقالی نسبت به یک بردار با مختصات صحیح به اوّلین مربع واقع در ناحیه اوّل برد. چون مساحت M از ۱ بزرگتر است، انتقال یافته‌های اشتراک M با مربع‌ها پس از انتقال به مربع ناحیه اوّل روی هم رفته مساحتی بیشتر از مساحت مربع واحد دارند. پس لااقل دو تا از این اشکال انتقال یافته با هم نقطه مشترکی دارند. آن نقطه را m می‌نامیم. m انتقال یافته دو نقطه متفاوت $x, y \in M$ است. چون نقاط x,y هر یک پس از انتقالی با مختصات صحیح به m منتقل شده‌اند، x-y یک نقطه با مختصات صحیح است و این همانست که می‌خواستیم.

حال با استفاده از لم بالا می‌توان قضیه زیبایی در مورد مجموعه‌های محدب متقارن نسبت به مبداء ثابت کرد.

قضیه مینکوسکی[2]: فرض کنید M ناحیه‌ای محدب در صفحه باشد که توسط خم بسته‌ای محدود شده است و نسبت به مبداء متقارن است. یعنی اگر $x \in M$ آنگاه $-x \in M$. هم‌چنین فرض کنید مساحت M از ۴ بزرگتر باشد، آنگاه نقطه‌ای با مختصات صحیح غیر از مبداء در M وجود دارد.

اثبات: $\frac{1}{2}M$ را در نظر بگیرید. این ناحیه خود محدب و متقارن است و مساحت آن $\frac{1}{4}$ مساحت M است. پس مساحت آن بنابر فرض مسأله، از ۱ بزرگتر است. پس وجود دارند $y \in \frac{1}{2}M$ و x به طوری که $x - y = g$ مختصات صحیح دارد. بنابر تقارن $-y \in \frac{1}{2}M$ و بنابر تحدّب، $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}g \in \frac{1}{2}M$ پس $g \in M$ و g نقطه‌ای با مختصات صحیح است که متمایز از مبداء است. و این همانست که می خواستیم.

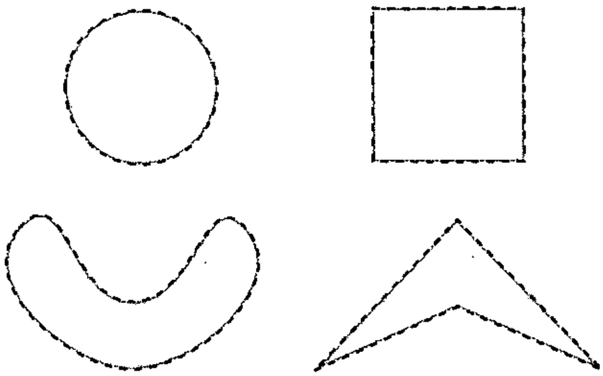
اگر کمی توپولوژی بدانیم، می توانیم نتیجه بالا را از این هم قوی تر کنیم. به عبارت دقیق تر، شرط مساحت M بزرگتر از ۴ را می توان به شرطِ مساحت M بزرگتر یا مساوی ۴ تبدیل کرد. امّا پیش از آن، می توان با یک مثال نشان داد که هر عدد کوچکتر از ۴ هر قدر هم که به ۴ نزدیک باشد می تواند مساحت شکلی محدب و متقارن حول مبدأ باشد که غیر از مبدأ، هیچ نقطه ای با مختصات صحیح را در بر ندارد.



شکل ۲۰

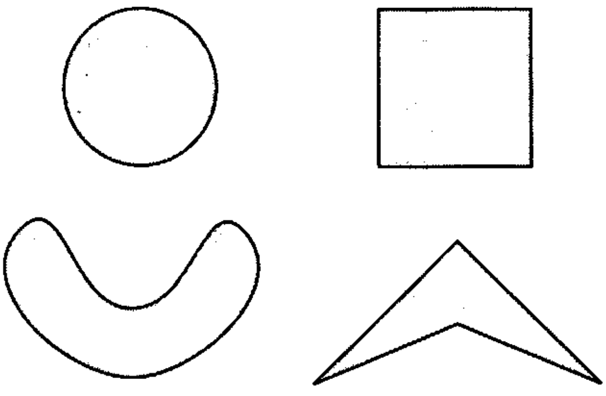
مساحت مربع بالا به ضلع $2 - 2\varepsilon$ برابر $(2 - 2\varepsilon)^2$ است که می تواند به دلخواه به ۴ نزدیک شود و تا زمانی که $\varepsilon > 0$ این مساحت از ۴ کوچکتر است و این مربع به جزء مبداء، نقطهٔ با مختصات صحیح ندارد.

علم توپولوژی بر مفهوم مجموعه های باز استوار شده است. یک مجموعه باز U در صفحه مجموعه ای است که برای هر $x \in U$، تمام نقاط یک همسایگی از x در مجموعهٔ U قرار داشته باشند. به عبارت دقیق تر، برای هر $x \in U$ وجود داشته باشد $\varepsilon(x)$ به طوری که هر نقطه از صفحه که فاصله آن از x کمتر از $\varepsilon(x)$ باشد در U واقع است. توجه کنید که $\varepsilon(x)$ به نقطهٔ x وابسته است. در شکل زیر مثالهایی از مجموعه های باز را ملاحظه می کنید.



شکل ۲۱

متمّم یک مجموعه باز را یک مجموعه بسته می گویند. شکل زیر نمونه هائی از مجموعه های بسته است.



شکل ۲۲

خواص مجموعه های باز از این قرارند.

۱) مجموعه تهی یک مجموعه باز است و تمام صفحه نیز یک مجموعه باز است.

۲) اشتراک هر خانوادهٔ متناهی از مجموعه های باز یک مجموعه

باز است .

۳) اجتماع تعداد دلخواهی از مجموعه های باز خود یک مجموعه باز است .

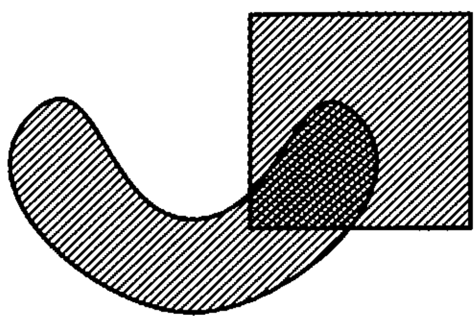
شکل ۲۳

بنابراین مجموعه های بسته خواص زیر را دارند :

۱) مجموعهٔ تهی یک مجموعهٔ بسته است و تمام صفحه نیز یک مجموعه بسته است .

۲) اشتراک هر خانواده از مجموعه های بسته یک مجموعه بسته است .

۳) اجتماع تعداد متناهی از مجموعه های بسته یک مجموعه بسته است .

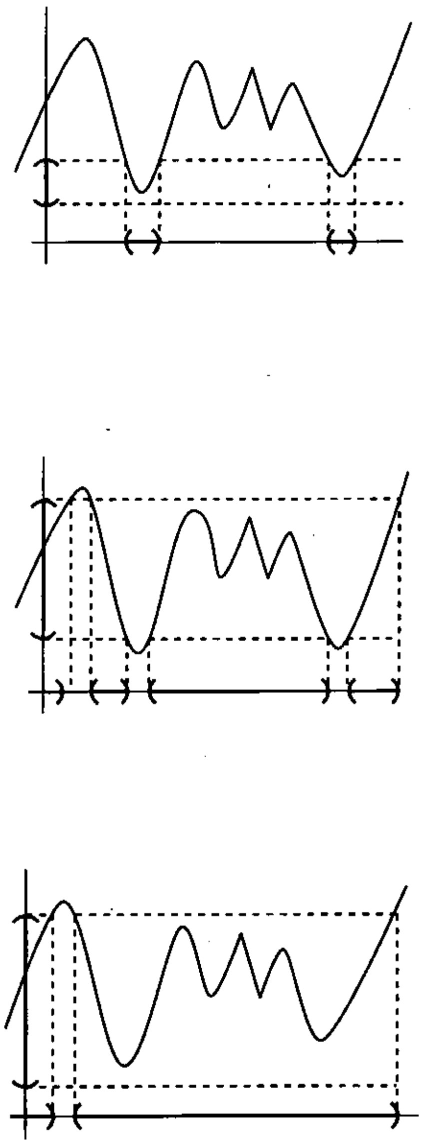


شکل ۲۴

مجموعه های باز در خط راست هم با تعریف بالا بدست می آیند و دارای خاصیت زیر هستند .

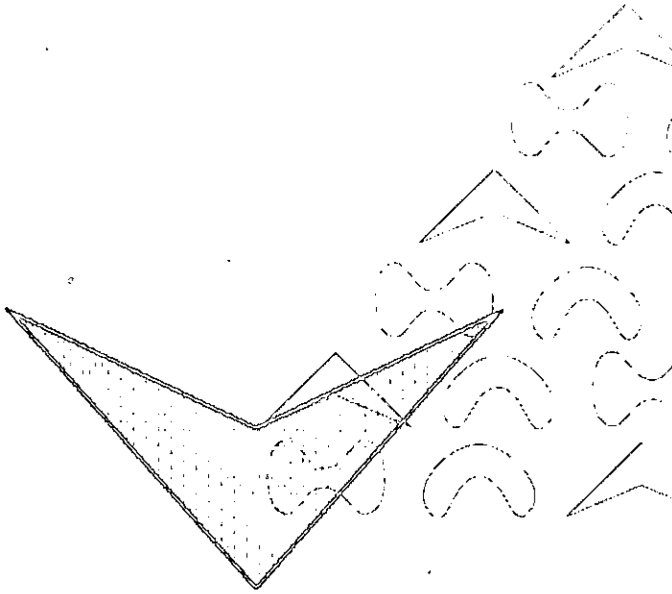
تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ پیوسته است اگر و فقط اگر تصویر معکوس هر مجموعه باز یک مجموعه باز باشد .

و این انتزاع از تعریف تابع پیوسته ، ما را قادر می سازد که پیوستگی را برای هر تابع $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ را بتوانیم تعریف کنیم . هر تابعی که تحت آن تصویر معکوس هر مجموعهٔ باز یک مجموعه باز باشد ، یک تابع پیوسته از صفحه به صفحه است . و زیبایی مفهوم مجموعه های باز به خاطر همین تعریف جدید از پیوستگی است . به شکل زیر توجه کنید که مثالهایی از تصویر معکوس مجموعه های باز برای یک تابع پیوسته $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ را ارائه می دهد :



شکل ۲۵

مجموعهٔ محدود شده توسط هر خم بسته یک مجموعه بسته است



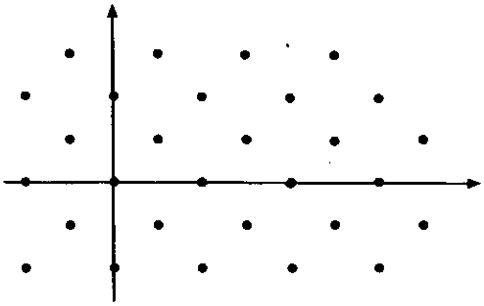
به شرط آنکه خود خم را هم در آن به حساب آوریم. برای مثال، اگر M یک شکل محدب و متقارن به مساحت ۴ باشد، برای هر $\varepsilon > 0$، $(1+\varepsilon)M$ یک شکل محدب و متقارن نسبت به مبداء با مساحت $(2+2\varepsilon)^2$ خواهد بود. هم M و هم $(1+\varepsilon)M$ مجموعه های بسته ای در صفحه هستند. برای $\varepsilon > 0$، شکل $(1+\varepsilon)M$ با مساحت بزرگتر از ۴ است و بنابر قضیه مینکوسکی، هر یک حداقل یک نقطه با مختصات صحیح به غیر از مبداء دارند و به علاوه، چون این شکلها کراندار هستند، حداکثر تعداد متناهی نقطه با مختصات صحیح را در بردارند.

$$M = \bigcap_{0<\varepsilon\le 1}(1+\varepsilon)M$$

یک اشتراک از مجموعه های بسته است و لزوماً شامل یک نقطه با مختصات صحیح می باشد. $M = \cap(1+\varepsilon)M$ زیرا rM تنها دارای تعداد متناهی نقطه با مختصات صحیح می باشد و یکی از آنها مجبور است در همه $(1+\varepsilon)M$ ها برای $0 < \varepsilon \le 1$ واقع باشد وگرنه ε کوچکی یافت می شود که $(1+\varepsilon)M$ هیچ نقطه ای با مختصات صحیح غیر از مبداء ندارد و این با قضیه مینکوسکی در تناقض است. به این ترتیب ثابت کردیم حکم قضیه مینکوسکی برای مجموعه های محدّب و متقارن نسبت به مبداء با مساحت بزرگتر یا مساوی ۴ هم برقرار است.

مساله: آیا می توانید قضیه مینکوسکی را برای ابعاد بالاتر ثابت کنید؟

مساله: آیا می توانید قضیه مینکوسکی را برای شبکه مثلثی زیر ثابت کنید؟



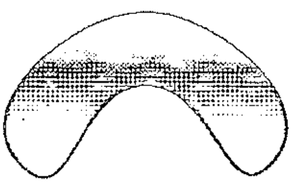
شکل ۲۶

مرجع:

Chandrasekhan, "Analytic Number Theory"

زیرنویس:

1. Birkhoff
2. Minkowski



موافقت اصولی با
تأسیس دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

فصل اول

مشخصات کلی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی باخوشوقتی اعلام می‌دارد که بالاخره تلاشهای تمام علاقه‌مندان به تأسیس دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی به ثمر رسید و برنامهٔ این دوره در شورای عالی برنامه‌ریزی تصویب شد.

برنامهٔ آموزشی و پژوهشی دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی که از طرف گروه علوم پایه پیشنهاد شده بود، به طور اصولی به تصویب رسید و مقرر شد به گروه عودت داده شود تا روی نوع مدرک ورود، اصلاح ضرایب و موادّ امتحانی، جابه‌جائی و اصلاح دروس تجدیدنظر کرده و پس از اصلاح مجدداً پیشنهاد نمایند.

پس از آن، دبیر شورای عالی برنامه‌ریزی، مشخصات کلی دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی را طی نامهٔ شمارهٔ ۱۱۳۰۷۰۹ مورخ ۷۸۰۴۰۷ جهت بررسی، خدمت رئیس محترم گروه علوم پایه ارسال داشتند.

مقدمه

ضرورت ایجاد دوره کارشناسی ارشد ریاضی سالها است که توسط اندیشمندان علوم تربیتی و استادان ریاضی کشور مطرح می شود و مسئولان تعلیم و تربیت و برنامه ریزان آموزش و پرورش نیز آن را پذیرفته و بر ایجاد آن تأکید دارند. موضوع چندین بار نیز در کنفرانس ریاضی کشور مطرح شده است و اکثریت استادان ریاضی این ضرورت را تأیید کرده اند. ولی به دلیل عدم امکانات اجرایی، نداشتن متولی و کمبود استادان متخصص تأسیس این دوره به تعویق افتاده بود تا سرانجام بنا به اعلام نیاز و تأکید وزارت آموزش و پرورش مبنی بر تشکیل این دوره آموزشی در سطح تحصیلات تکمیلی، گروهی از استادان ریاضی متخصص در امر آموزش از دانشگاههای مختلف و جمعی از استادان روانشناسی و علوم تربیتی گرد آمدند تا برنامه آموزشی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی را طراحی و تدوین نمایند.

این گروه با توجه به پیشنهادهای رسیده از دانشگاهها و مطالعه طرحهای پیشنهادی و جمع آوری اطلاعات از دوره های مشابه در دانشگاههای بزرگ جهان و بررسی ضرورت ها، این برنامه را تدوین و برای تصویب به شورای عالی برنامه ریزی پیشنهاد کرد.

۱ـ تعریف و هدف

دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی یکی از دوره های آموزشی و پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی از نظام آموزش عالی است که بعد از دوره کارشناسی آغاز و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی در مقطع کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی می انجامد و از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین نامه های مصوب شورای عالی برنامه ریزی و وزارت فرهنگ و آموزش عالی است.

هدف از ایجاد این دوره عبارت است از:

۱ ـ تعلیم و تربیت متخصصان آموزش ریاضی در آن حد که قادر

باشند ریاضی را آن گونه که هست و باید باشد بیاموزند و فراگیری آن را در جامعه رواج داده و شیوه های صحیح یادگیری و آموزش ریاضی را توسعه دهند.

۲ـ تربیت مدرّس آموزش ریاضی برای مراکز تربیت معلم

۳ـ بهبود کیفیت علمی معلمان ریاضی در کلیه مقاطع تحصیلی

۴ـ تأمین نیروهای متخصص برای برنامه ریزی درسی ریاضی با توجه به روشهای علمی تدریس

۵ـ تربیت پژوهشگران آموزش ریاضی در سطح کشور

۲ـ طول دوره و شکل نظام

طول دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی ۲ سال است و نظام آموزشی آن واحدی و تابع نظام آموزش عالی است. منظور از واحد، میزان درسی است که می توان آن را به طور کامل و به صورت نظری در یک ساعت در طول یک هفته جمعاً ۱۷ (هفده)، در یک نیمسال تحصیلی تدریس کرد. مدت تدریس هر واحد نظری یک ساعت، عملی ۲ ساعت، کارگاهی ۳ ساعت، کارورزی و کارآموزی ۴ ساعت در هفته است و طول هر نیمسال تحصیلی ۱۷ هفته است.

۳ـ تعداد و نوع واحد

تعداد کل واحدهای درسی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی ۳۲ واحد به شرح زیر است:

نوع واحد درسی	تعداد واحد
۱ـ دروس اصلی و تخصصی	۱۸ واحد
۲ـ دروس انتخابی	۶ واحد
۳ـ سمینار	۲ واحد
۴ـ پایان نامه	۶ واحد
جمع	۳۲ واحد

تبصره ۱: دانشجویانی که بعضی از دروس مورد نیاز رشته را در دوره کارشناسی نگذرانده باشند به تشخیص گروه آموزشی مؤسسه موظف اند این دروس را قبل از گذراندن دروس اصلی و تخصصی به صورت جبرانی بگذرانند. به ازای هر ۱۲ واحد از دروس جبرانی یک نیمسال تحصیلی به طول دوره دانشجو افزوده می شود (عناوین دروس جبرانی در جدول «الف» آمده است).

تبصره ۲: جدول دروس انتخابی بسته نیست دانشگاهها می توانند به تشخیص کمیته تحصیلات تکمیلی گروه یا دانشکده، یک یا چند درس را که مفید می دانند در ارتباط با رشته، به مجموعه دروس بیافزایند. اما حداکثر انتخاب برای دانشجو، ۲ درس به ارزش ۵ واحد است.

۴ـ نقش و توانایی

فارغ التحصیلان دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی می توانند:

۱ـ به انجام پژوهشهای بنیادی و کاربردی در زمینه های مختلف آموزشی ریاضی بپردازند.

۲ـ در مراکز تربیت معلم به عنوان مدرس ریاضی و متخصص آموزش ریاضی به کار اشتغال ورزند.

۳ـ در دوره های تخصصی و دکتری آموزش ریاضی ادامهٔ تحصیل دهند.

۴ـ در برنامه ریزی آموزشی و درسی ریاضی، تهیه و تألیف کتابهای درسی مشارکت نمایند.

تبصره: انتظار می رود این فارغ التحصیلان توانایی طرح، اجرا و ارزیابی کمّی و کیفی برنامه های ریاضی را نیز داشته باشند، مفاهیم روانشناسی آموزش ریاضی را به قدر کافی بشناسند و بتوانند به انجام تحقیق و یا نقد و بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه آموزش ریاضی بپردازند.

این توانایی امکان به روز کردن اطلاعات و قرار گرفتن در جریان تازه تحقیقاتی این رشته درسی را در زمینه های مختلف فراهم می سازد.

۵ـ ضرورت و اهمیت

در مورد نقش و جایگاه ریاضی در آموزش سخن بسیار است. امروز دیگر ریاضیات تنها به عنوان یک موضوع درسی با اهداف محدود مطرح نیست. بلکه بسیاری از محققان بر این باورند که ریاضیات جریان طبیعی تفکر بشری است متخصصان به این نتیجه رسیده اند که از همان زمان که کودک با شعف الگوهای ساده ریاضی را در حین بازی تشخیص می دهد و در مورد چگونگی عملکرد آنها نیز حدسهایی می زند، در واقع از همان ابتدا به شیوه طبیعی به نخستین تجربیات خود از درک ریاضی دست می یابد.

مردم عادی به طور روزمره ریاضیات را به کار می برند و برای انجام کارهای خود به آن نیاز دارند. بسیاری از رشته های درسی از علوم انسانی، فنی و مهندسی و علوم پایه همه به ریاضیات به عنوان قالب تفکر و تعامل وابسته اند. بسیاری متخصصان بر این باورند که دیر یا زود همه مشاغل در دنیای امروز به آموزش ریاضی بعد از دبیرستان نیازمند خواهند بود. به عبارت دیگر می توان گفت که تقریباً همه افراد با توجیهات مختلف نیاز روزافزونی به یادگیری ریاضیات

دارند. ریاضیات ماهیتاً قدرت خلاقیت و توان استدلال را در انسان تقویت می کند، نظم فکری به وجود می آورد و حس زیباشناسی را در بشر فعال می کند. هر انسانِ دارای هوش متعارف، توان فهمیدن، یادگیری و لذت بردن از ریاضی را در هر سطحی داراست. بنابراین وظیفه هر نظام آموزشی فراهم نمودن شرایط مناسب تدریس و یادگیری ریاضیات و ایجاد انگیزه در مردم برای فراگیری آن است. ریاضیات شعور فرهنگی جامعه را افزایش می دهد و وبرای ارتقاء فرهنگ جامعه باید آن را در سطح جامعه عمومی کرد و در پی شناخت اهمیت و درمان اختلالات یادگیری آن برآمد.

امروز ریاضیدانهای برجسته دنیا و علمای تعلیم و تربیت که دست اندرکار آموزش و پرورش جوانان هستند، نیاز جامعه را به یک نظام مشخص در آموزش ریاضی احساس کرده اند و در صدد ایجاد تشکیلاتی منسجم و پویا در این زمینه می باشند به طوری که امکان آموزش ریاضی را در تمام مراحل زندگی و مقاطع آموزشی از ابتدایی گرفته تا بالاترین سطح آموزش عالی فراهم سازند.

طرح دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در ایران گامی در این جهت و بر اساس این ضرورت اجتماعی است.

۶ـ شرایط ورود

همه دارندگان مدرک کارشناسی می توانند داوطلب ورود به رشته کارشناسی ارشد آموزش ریاضی باشند و در صورت قبولی در آزمون ورودی اگر از لحاظ درسی کمبودی داشته باشند این کمبود را به صورت پیش نیاز جبران خواهند کرد.

مواد و ضرایب امتحانی عبارت است:

مواد امتحانی	ضریب
۱ ـ ریاضیات (شامل ریاضیات عمومی ($\frac{۳}{۷}$)، آمار و احتمال ($\frac{۲}{۷}$)، مبانی ریاضیات ($\frac{۱}{۷}$) و جبر خطی ($\frac{۱}{۷}$).	**۷**
۲ـ کلیات روشهای تدریس	**۲**
۳ـ روانشناسی تربیتی	**۲**
۴ـ زبان تخصصی (در سطح متون توصیفی در ریاضیات مقدماتی)	**۲**

الف: جدول دروس کمبود یا جبرانی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

کد درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت: جمع	ساعت: نظری	ساعت: عملی	پیشنیاز یا زمان ارائه درس
۱	مقدمات برنامه ریزی درسی	۲	۳۴	۳۴	—	
۲	تاریخ ریاضیات	۳	۵۱	۵۱	—	
۳	مبانی هندسه	۴	۶۸	۶۸	—	
۴	دروس امتحان ورودی دوره که در آن داوطلب حد نصاب تعیین شده را کسب نکرده است.*					
جمع						

*: حداکثر واحدهای دروس جبرانی قابل قبول ۱۵ واحد است.

ب : جدول دروس اختصاصی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

کد درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت: جمع	ساعت: نظری	ساعت: عملی	پیشنیاز یا زمان ارائه درس
۱۱	اصول آموزش ریاضی	۳	۵۱	۵۱	—	
۱۲	بنیادهای نظری حل مسئله در ریاضیات (۱)	۳	۵۱	۵۱	—	
۱۳	مدلسازی ریاضی	۳	۵۱	۵۱	—	
۱۴	نظریه های آموزش ریاضی	۳	۵۱	۵۱	—	۱۶
۱۵	برنامه ریزی درسی با تأکید بر ریاضیات	۲	۳۴	۳۴	—	
۱۶	روانشناسی یادگیری	۲	۳۴	۳۴	—	
۱۷	روشهای تحقیق (۱)	۲	۳۴	۳۴	—	
۱۸	سمینار	۲	۳۴	۳۴	—	
۱۹	پایان نامه	۶				
جمع		۱۸				

ج : جدول دروس انتخابی* دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

کد درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت: جمع	ساعت: نظری	ساعت: عملی	پیشنیاز یا زمان ارائه درس
۲۱	روشهای تحقیق (۲)	۲	۳۴	۳۴	—	۱۷
۲۲	روانشناسی رشد	۳	۵۱	۵۱	—	
۲۳	آزمونهای روانی ـ تربیتی	۲	۵۱	۱۷	۳۴	
۲۴	بنیادهای نظری حل مسئله در ریاضیات (۲)	۳	۵۱	۵۱	—	۱۲
۲۵	نظریه های یادگیری	۳	۵۱	۵۱		
۲۶	روانشناسی آموزش ریاضی یا عوامل روان شناختی آموزش ریاضی	۲	۳۴	۳۴		
۲۷	طرح آزمایشگاهی آماری	۳	۵۱	۵۱		
۲۸	مدلهای آماری چند متغیری	۳	۵۱	۵۱		
**						
جمع						

*: دانشجویان موظف اند دروسی به ارزش ۶ واحد از دروس این جدول انتخاب کرده و با موفقیت بگذرانند.

**: جدول دروس انتخابی بسته نیست دانشگاهها می‌توانند دروسی را که لازم می‌دانند پس از تصویب شورای آموزشی دانشگاه یا کمیته تحصیلات تکمیلی به مجموعه این دروس بیفزایند ریز مواد این دروس باید به اطلاع شورای عالی برنامه ریزی برسد.

مقدمات برنامه‌ریزی درسی

تعداد واحد : ۲ کد درس (۰۱)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

سرفصل درس : (۳۴ ساعت)

طبق سرفصل درس به این نام در دروس کارشناسی علوم تربیتی

تاریخ ریاضیات

تعداد واحد : ۳ کد درس (۰۲)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

سرفصل درس : (۵۱ ساعت)

طبق سرفصل درس به این نام در دروس کارشناسی ریاضیات

مبانی هندسه

تعداد واحد : ۴ کد درس (۰۳)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

سرفصل درس : (۶۸ ساعت)

طبق سرفصل درس به این نام در دورهٔ کارشناسی ریاضیات

اصول آموزش ریاضی

تعداد واحد : ۳ کد درس (۱۱)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

اهداف درس :

ـ ارائه نگرش وسیعی در خصوص تحولاتی که منجر به ایجاد چنین رشته ای شدند.

ـ آشنایی با نظامهای آموزشی دنیا

ـ بررسی علل تغییر کیفی برنامه های ریاضی در نقاط مختلف جهان

سرفصل درس :

ـ آشنایی با تشکیلات عمدهٔ آموزش ریاضی، شرایط و عوامل مؤثر در تغییر کیفی برنامه های ریاضی، مقایسهٔ نظامهای آموزشی مختلف، بررسی شرایط اجتماعی، سیاسی و فرهنگی، تغییرات برنامه های ریاضی، آشنایی با ارزیابیهای بین المللی ریاضی، ...

بنیادهای نظری حل مسئله در ریاضیات (۱)

تعداد واحد : ۳ کد درس (۱۲)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

اهداف درس :

ـ بررسی نگرشهای مختلف نسبت تدریس ریاضی و نقش حل مسأله در آنها

ـ آشنایی با تحقیقات انجام شده در زمینه آموزش و یادگیری شیوهٔ حل مسأله

ـ بررسی فرایند حل مسأله به عنوان هسته اصلی یادگیری ریاضیات

سرفصل درس :

ـ بررسی تأثیر افکار پویا بر آموزش و یادگیری حل مسأله و نقش او در شکل گیری این فرآیند.

ـ عوامل دخیل در حل مسأله و آموزش حل مسأله.

ـ نقش دانشهای شناختی و فراشناختی در حل مسأله.

ـ ارزیابی کمی و کیفی حل مسأله.

مدل‌سازی ریاضی

تعداد واحد : ۳ کد درس (۱۳)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : آمار و احتمال ۲ و ریاضیات گسسته

اهداف درس :

ـ احاطه بر طیف وسیعی از مباحث ریاضیات گسسته و فرآیند تصادفی و کاربرد آنها

ـ ایجاد تجربه در فرمول کردن مدلهای ریاضی در موقعیتهای علمی

ـ ارائه متدولوژی تدریس این درس به معلمان در دوره متوسطه

سرفصل درس :

نظریه گراف و کاربردهای آن، معادلات تفاضلی، روشهای عددی، بررسی بعضی از مدلهای برقرار شدهٔ ریاضی (گسسته و پیوسته)، مدلهای تصادفی و تعیّنی و روشهای تدریس مدل سازی

نظریه‌های آموزش ریاضی

تعداد واحد : ۳ کد درس (۱۴)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : مبانی آموزش ریاضی

اهداف درس :

ـ تلفیق موضوعات ریاضی و نقش آنها در توسعهٔ مفاهیم ریاضی

ـ بررسی نقش ریاضی در کل برنامه ریزی درسی و آموزشی

ـ دانش مفهومی و دانش الگوریتمی و بررسی نقش هر یک در یادگیری ریاضی

ـ نقش تکنولوژی در تدریس و یادگیری ریاضی

سرفصل درس :

ـ در نظر گرفتن مباحث گسترده ای که جهت آموزش ریاضی را در شرایط حاضر تحت تأثیر قرار می دهند و ارتباط داخلی آنها (با تأکید ویژه بر توسعهٔ آموزش ریاضی در ایران)

برنامه‌ریزی آموزشی و درسی با تاکید بر ریاضیات

تعداد واحد : ۳ کد درس (۱۵)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

اهداف درس :

ـ بررسی نگرشهای مختلف و تأثیر آنها بر برنامه ریزی آموزشی و درسی

ـ تهیهٔ برنامهٔ درسی با توجه به سطوح مختلف آموزشی (ابتدایی، راهنمایی، متوسطه)

ـ تهیهٔ برنامهٔ درسی با توجه به مراحل مختلف برنامه ریزی

ـ تهیهٔ برنامهٔ درسی با توجه به وجوه کیفی مؤثر در برنامه ریزی

سرفصل درس :

ـ عوامل مؤثر در طراحی برنامهٔ آموزشی ریاضی، نقش برنامهٔ آموزشی در پاسخگویی به نیازهای جامعه، ایجاد مواد درسی ریاضی و روشهای تدریس و ارزشیابی مناسب آنها که مفاهیم و مهارتهای عمیق و با ثبات را توسعه داده و بر بدفهمی های متداول دانش آموزان فایق آید، طرح برنامه های آموزشی ودرسی ریاضی با در نظر گرفتن تفاوتهای فردی (از جمله برنامهٔ آموزشی مناسب برای تیزهوشان و افراد دارای اختلالهای یادگیری)

روان‌شناسی یادگیری

تعداد واحد : ۲ کد درس (۱۶)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : ندارد

اهداف درس :

آشنایی دانشجویان با فرآیند یادگیری، عوامل مؤثر در فرآیند یادگیری، انتقال یادگیری و نظریه های مختلف یادگیری

سرفصل درس :

۱ ـ تعریف یادگیری

۲ ـ انواع یادگیری

۳ ـ مقایسه رشد و یادگیری

۴ ـ نظریه های شناختی (پیاژه، برونر، آزوبل، گشتالت)

۵ ـ نظریه های رفتارگرایی (اسکینر، ...)

۶ ـ نظریه یادگیری اجتماعی (بندورا)

۷ ـ شرایط یادگیری گانیه

۸ ـ انتقال یادگیری

روش تحقیق

تعداد واحد : ۲ کد درس (۱۷)

نوع واحد : نظری

پیشنیاز : مقدمات روش تحقیق

اهداف درس :

آشنایی دانشجویان با انواع پژوهشهای کمی و کیفی، طبقه بندیهای کلی روشهای تحقیق در علوم رفتاری، شناسایی مراحل اجرای یک تحقیق علمی، کسب توانایی تجزیه و تحلیل تحقیقات علمی مندرج در نشریه های علمی

سرفصل درس :

علم و روش علمی، هدفهای علم،

نظریه، ماهیت روش عملی و ویژگیهای آن، انواع روشهای تحقیق، مراحل پژوهشی علمی، انتخاب موضوع با بیان مسأله، تدوین فرضیه مفاهیم، سازه ها و تعاریف متغیرها، تشخیص و نامگذاری متغیرها، چگونگی کنترل و اندازه گیری متغیرها، شیوه های گردآوری داده ها، پردازش داده ها، تحلیل داده ها، نتیجه گیری و تدوین گزارش، اعتبار پژوهش درونی و برونی طرح تحقیق تاریخی، توصیفی و آزمایشی

سمینار

تعداد واحد: ۲ کد درس (۱۸)
نوع واحد: نظری
پیشنیاز: گذراندن بیش از نیمی از واحدهای درسی تخصصی

پایان‌نامه

تعداد واحد: ۶ کد درس (۱۹)
نوع واحد:
پیشنیاز: تکمیل دروس اجباری دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

اهداف درس:
ـ توانایی به کارگیری نظری در انجام پژوهش
ـ به دست آوردن قابلیت پژوهش مستقل و تولید یک کار تحقیقاتی
ـ تهیه طرح تحقیقاتی مناسب با توجه به روشهای مختلف تحقیق و انتخاب شایستهٔ روش مناسب با محتوای تحقیق مورد نظر
ـ به دست آوردن قابلیت طرح مسأله تحقیقاتی، جمع آوری، کاهش و تحلیل داده ها
ـ به دست آوردن استقلال فکری و اعتماد به نفس در رابطه با تعبیر و تفسیر داده ها

سرفصل درس:
ـ موضوع تحقیق می بایستی با توجه به نیازهای آموزش ریاضی در سطح جهانی و در سطح مملکتی و در جهت تعالی بخشیدن به فرآیند آموزش و یادگیری ریاضی باشد.

روشهای تحقیق (۲)

تعداد واحد: ۳ کد درس (۲۱)
نوع واحد: نظری
پیشنیاز: ندارد

اهداف درس:
ـ ایجاد توانایی انجام تحقیق، فهمیدن تحقیق و نقد و بررسی و به کارگیری نتایج تحقیق به روش کیفی

سرفصل درس:
ـ آشنایی با کلیات روش تحقیق کیفی از جمله مطالعهٔ موردی و قوم نگاری، روش جمع آوری، کاهش و تحویل داده ها، روشهای مختلف مصاحبه و مشاهدهٔ میدانی و ...

روان‌شناسی رشد

تعداد واحد: ۲ کد درس (۲۲)
نوع واحد: نظری
پیشنیاز: ندارد

اهداف درس:
ـ بررسی دقیق نظریه های رشد در ارتباط با ابعاد ذهنی، اخلاقی، عاطفی، اجتماعی، و زبان با توجه به تحقیقات و کاربردهای تربیتی و آموزشی آنها در حیطهٔ آموزش رسمی و غیررسمی

سرفصل درس: ۳۴ ساعت
ـ نظریه های رشد ذهنی: پیاژه، رویکرد پردازش اطلاعات، ویگوتسکی (تأکید بر فرآیندهای شناختی و فراشناختی)
ـ نظریه های اخلاقی: پیاژه، کوهلبرگ، هافمن، وگیلیگان
ـ نظریه های عاطفی ـ اجتماعی: اریکسون ـ گارسیار ...
ـ نظریه های رشد زبان: پیاژه، ویگوتسکی، چامسکی

آزمونهای روانی ـ تربیتی

تعداد واحد: ۲ (۱+۱) کد درس (۲۳)
نوع واحد: عملی و نظری
پیشنیاز: ندارد

اهداف درس:
آشنایی با آزمونهای سطح هوش عمومی، استعدادهای چندگانه

سرفصل درس: ۳۴ ساعت

الف: بخش نظری

۱ـ ماهیت و کاربرد آزمونهای روانی ـ ماهیت آزمون روانی، علل کنترل استفاده از آزمونهای روانی اجرای آزمونها ـ اضطراب امتحانی ـ آماده سازی، تمرین و کارکشتگی در آزمونها

۲ـ جنبه های اجتماعی و اخلاقی روان آزمایی: صلاحیت مصرف کننده آزمونها، وسایل و شیوه های سنجش ـ حریم خصوصی، محرمانه نگهداشتن اطلاعات، گزارش نتایج آزمونها

۳ـ هنجارها و تفسیر نمره های آزمونها: هنجارهای تحولی، هنجارهای درون گروهی، نسبیت هنجارها، سنجش ملاکی

۴ـ پایایی، انواع پایایی

۵ـ روایی ـ روایی ملاکی، روایی سازه، روایی محتوا

۶ـ تحلیل ماده ها، دشواری ماده ها، روایی ماده ها، همسانی درونی، تحلیل ماده های آزمونهای سرعت

ب: بخش عملی

دانشجو باید انتخاب، اجرای و تفسیر آزمونهای سطح هوش عمومی، استعدادهای چندگانه آشنا شده و از هر گروه آزمونها، رد آزمون معتبر را روی حداقل ۵ نفر اجرا و تفسیر کند.

بنیادهای نظری حل مسأله ریاضی در ریاضیات

تعداد واحد: ۳ **کد درس (۲۴)**

نوع واحد: نظری

پیشنیاز: بنیادهای نظری حل مسأله ریاضی (۱)

سرفصل درس: ۵۱ ساعت

نظریه‌های یادگیری

تعداد واحد: ۳ **کد درس (۲۵)**

نوع واحد: نظری

پیشنیاز: مبانی برنامه ریزی آموزشی و روانشناسی آموزش ریاضی

اهداف درس:

ـ کمک به درک بهتر ایده های عمده ای که در محتوای ریاضی وجود دارند.

ـ شناخت منابع اصلی مشکلاتی که یادگیرندگان ریاضی با آنها روبه رو هستند

ـ آشنایی با کاربرد ایده های فوق الذکر برای تدریس و طراحی مواد درسی و برنامه های آموزشی ریاضی

ـ ایجاد مهارت در تجزیه و تحلیل نوع یادگیری ریاضی دانش آموزان

ـ آشنایی با زمینه های اصلی تحقیق

ـ بررسی متدولوژی تدریس خلاق

سرفصل درس: ۵۱ ساعت

ـ بررسی تأثیر نظریه های یادگیری بر تهیه و توسعه مواد درسی ریاضی و نقش آنها در شکل دهی و تنظیم فعالیتهای درسی در کلاس

روانشناسی آموزش ریاضی

تعداد واحد: ۳ **کد درس (۲۶)**

نوع واحد: نظری

پیشنیاز: ندارد

اهداف درس:

ـ آشنایی با جهان بینی ساخت گرایی

ـ نقش بینشهای مختلف روانشناسی و نگرشهای مختلف موجود به ماهیت ریاضی در تبیین روشهای تدریس ریاضی

ـ تجزیه و تحلیل نوع یادگیری دانش آموزان و تأثیر آنها بر آموزش و یادگیری ریاضی

سرفصل درس: ۳۴ ساعت

ـ در نظر گرفتن تأثیر عوامل مختلف در یادگیری ریاضی از جمله فضای آموزشی، نوع تدریس، نوع رابطه بین معلم و دانش آموزان، هنجار اجتماعی در کلاس درس یا فرهنگ کلاس، تکیه بر شناخت دانش آموزان به عنوان محور و مسئول اصلی یادگیری

کاربرد قضیه مقدار میانی[1]

نویسنده: سید علیرضا حسینیون ، گروه ریاضی۔دانشگاه شهید بهشتی

در درس حساب دیفرانسیل و انتگرال، دورهٔ پیش دانشگاهی حالت ساده ای از قضیهٔ مقدار میانی بیان شده است. با آنکه تعبیر هندسی این قضیه بسیار ساده است، توانایی آن در حل مسایل مشکل حساب دیفرانسیل و انتگرال بسیار زیاد است. یک نمونه از این مسایل تقسیم سطح دو ناحیه در صفحه به وسیله یک خط راست است.

فرض کنید در آشپزخانه با دو تخم مرغ نیمرو درست کرده باشیم. آیا با یک برش مستقیم می توان سطح این دو تخم مرغ نیمرو شده را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم؟! جواب مثبت است.

یک حالت سادهٔ مسأله وقتی است که محیط هر دو تخم مرغ نیمرو شده به صورت دو دایره باشند. در این صورت خط راستی که از مرکز این دو دایره می گذرد مساحت هر دو دایره را به دو قسمت مساوی تقسیم می نماید. در حالت کلی حل مسأله به این سادگی نیست! ابتدا مسأله را به زبان ریاضی بیان می کنیم. برای این منظور به معرفی بعضی مفاهیم و قضایای حساب دیفرانسیل و انتگرال به شرح زیر نیاز داریم.

۱ـ قضیه مقدار میانی: هر تابع پیوسته بر بازهٔ $[a,b]$ هر مقدار بین $f(a)$ و $f(b)$ را می گیرد.

۲ـ تعریف (مجموعهٔ باز[2]) مجموعهٔ A از نقاط صفحه (مثلاً نقاط درون یک دایره) را یک مجموعهٔ باز گوئیم اگر برای هر نقطه از این مجموعه دایره ای به مرکز این نقطه وجود داشته باشد، به طوری که تمام نقاط درون و روی این دایره به تمامی جزء مجموعهٔ A باشد.

۳ـ تعریف (مجموعه همبند)[3] مجموعهٔ A از نقاط صفحه را یک مجموعهٔ همبند گوئیم. اگر هر دو نقطه از این مجموعه را بتوان با خط شکسته و پیوسته ای که تمام نقاط این خط شکسته به مجموعهٔ A تعلق دارند، به یکدیگر وصل نمود.

۴ـ تعریف (ناحیه)[4] مجموعهٔ A از نقاط یک صفحه را یک ناحیه می نامیم اگر A یک مجموعهٔ باز و همبند باشد.

۵ . تعریف (ناحیهٔ کراندار)[5] ناحیه A در صفحه را کراندار گوئیم اگر دایره ای به شعاع مشخص وجود داشته باشد به طوری که نقاط Aبه تمامی در درون این دایره قرار گیرند.

اکنون با توجه به مفاهیم فوق قضیه تقسیم دو تخم مرغ نیمرو شده به زبان ریاضی به صورت زیر است:

قضیه: **اگر A و B دو ناحیهٔ کراندار در یک صفحه باشند خط راستی در صفحه موجود است به طوری که هر یک از این دو ناحیه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.**

اثبات: در اثبات این قضیه سه گزاره به کار می روند که اثبات این سه گزاره را پس از پایان اثبات این قضیه می آوریم.

چون A و B هر دو کراندار هستند، می توان دایرهٔ C را طوری

اختیار کرد که $A\cup B$ درون دایرهٔ C قرار گیرد. (شکل ۱). فرض کنید O مرکز دایرهٔ C و r شعاع آن باشد برای هر نقطه x روی دایرهٔ C نقطه x' روی دایره را انتهای دیگر قطر D_x از دایره و گذرنده از نقطهٔ x می گیریم، داریم

گزاره ۱ : به ازای هر $x\in C$ ، مجموعهٔ تمام خطوط عمود بر D_x اولاً دارای یک و تنها یک خط $L(A,x)$ است که ناحیهٔ A را به دو سطح مساوی تقسیم می کند و ثانیاً شامل یک و تنها یک خط راست $L(B,x)$، است که ناحیه B را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

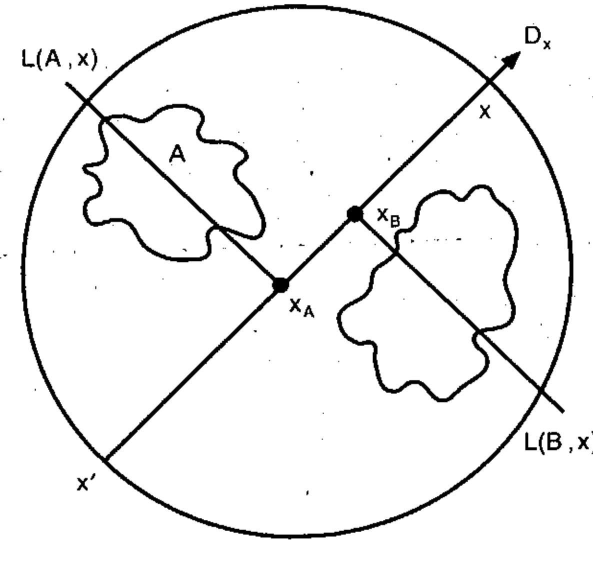
فرض کنید x_A و x_B به ترتیب پای دو عمود $L(A,x)$ و $L(B,x)$ باشند. قطر D_x را به صورت محوری با مبدأ O (مرکز دایره) و در امتداد Ox در نظر می گیریم. فرض کنید $g_A(x)$ و $g_B(x)$ به ترتیب مقدار فاصله دو نقطه x_A و x_B باشند.

تابع h را بر دایره C با ضابطه $h(x)=g_A(x)-g_B(x)$ در نظر می گیریم، داریم

گزاره ۲ : تابع $h:C\to\mathbb{R}$ پیوسته است.

خاصیت اساسی تابع h این است که مقدار آن در دو نقطه x و x' (در انتهای هر قطر) ازنظر اندازه برابر و از نظر علامت مخالفند، در واقع داریم.

$$h(x')=-h(x) \qquad x\in C$$



(شکل ۱)

اثبات این تساوی ساده است. زیرا $D_x=D_{x'}$ پس $L(A,x)=L(A,x')$ و $L(B,x)=L(B,x')$. بنابراین $x'_A=x_A$ و $x'_B=x_B$. اما امتداد محور D_x مخالف امتداد محور $D_{x'}$ است پس

$$g_A(x')=-g_A(x) \qquad , \qquad g_B(x')=-g_B(x)$$

و در نتیجه،

$$\begin{aligned} h(x') &= g_A(x')-g_B(x') \\ &= -g_A(x)+g_B(x) \\ &= -h(x) \qquad\qquad (*) \end{aligned}$$

اما داریم

گزاره ۳ : برای هر تابع پیوسته با دامنهٔ یک دایره و برد یک خط راست، قطری از دایره موجود است به طوری که مقدار این تابع در دو انتهای این قطر با هم برابرند.

چون تابع h پیوسته است، پس نقطه ای مانند x از دایرهٔ C موجود است به طوری که $h(x)=h(x')$. اما با توجه به (*)، $h(x')=-h(x)$ پس $h(x)=0$ بنابراین $x_A=x_B$. بنابراین $L(A,x)=L(B,x)$، یعنی خط $L(A,x)$ سطح هر دو ناحیه A و B را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند.

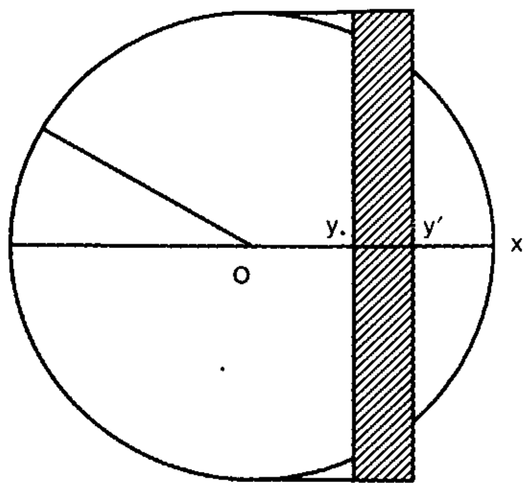
اثبات گزاره ۱ : برای عدد حقیقی y، فرض کنید L_y خط عمود بر D_x و به فاصلهٔ y از O باشد، و فرض کنید f(y) برابر با مساحت قسمتی از ناحیه A که در سمت مثبت L_y قرار دارد (سمتی که در جهت مقادیر صعودی y است) باشد. در این صورت تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی حقیقی مقدار بر $\mathbb{R}$ است. وقتی y از $-r$ تا r تغییر می کند، خط L_y یک مرتبه درون دایرهٔ C را جارو می نماید.

ثابت می کنیم f تابعی پیوسته است. فرض کنید y' عدد حقیقی دلخواهی باشد. در این صورت $f(y)-f(y')$ مساحت ناحیهٔ A و محدود به دو خط L_y و $L_{y'}$ است. چون این مقدار کمتر از مساحت مستطیل سایه زده شده مطابق شکل ۲ است داریم

$$|f(y)-f(y')|<2r|y-y'|$$

بنابراین متناظر به هر $\varepsilon>0$ اگر قرار دهیم $\delta=\frac{\varepsilon}{2r}$، آنگاه وقتی فاصله نقطه y' از y کمتر از δ گردد، داریم:

$$|f(y)-f(y')|<2r|y-y'|=2r\frac{\varepsilon}{2r}=\varepsilon$$



(شکل ۲)

یعنی f در y پیوسته است. چون نقطه y دلخواه بود هر f بر IR پیوسته است. با توجه به قضیه مقدار میانی، وقتی y از r- تا r تغییر می‌کند، f(y) از صفر تا مساحت ناحیهٔ A تغییر می‌نماید بنابراین عددی حقیقی مانند $y_\circ$ هست به طوری که $-r < y_\circ < r$ و $f(y_\circ) = \frac{A}{2}$.

ثابت می‌کنیم چنین $y_\circ$ ای منحصر به فرد است. اگر چنین نباشد و مثلاً دو خط $L_{y_\circ}$ و $L_{y'}$ هر دو ناحیهٔ A را به دو قسمت مساوی تقسیم کنند و $y \neq y'$، فرض کنید $y < y'$ ($y > y'$) در این صورت نوار بین $L_{y_\circ}$ و $L_{y'}$ مجموعه ای است باز و متمم آن از دو قسمت مجزا، یکی شامل قسمت مثبت (منفی) $L_{y'}$ و دیگری شامل قسمت منفی (مثبت) $L_{y_\circ}$ است. چون A همبند است و با هر یک از این دو قسمت اشتراک دارد، A بایستی شامل نقاطی از Q مثل نقطه p باشد. چون A و Q دو مجموعهٔ باز هستند. $A \cap Q$ باز است و در نتیجه به مرکز p دایره ای وجود دارد که نقاط درون آن به تمامی درون مجموعه $A \cap Q$ قرار دارد. پس $A \cap Q$ دارای مساحت مثبت است. در نتیجه $f(y) < f(y_\circ)$ ($f(y_\circ) > f(y)$) که با فرض $f(y_\circ) = f(y) = \frac{A}{2}$ تناقض دارد. به همین ترتیب وجود و یکتایی خطی عمود بر D_x که ناحیهٔ B را به دو قسمت مساوی تقسیم کند ثابت می‌گردد.

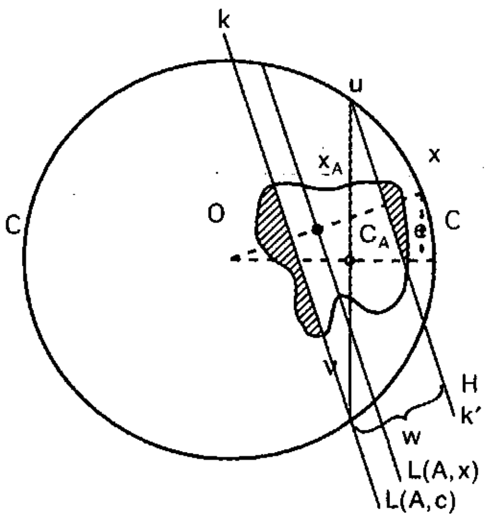
اثبات گزارهٔ ۲: برای اثبات پیوستگی تابع h، چون h به صورت $g_A - g_B$ است، کافی است ثابت کنیم g_A و g_B هر دو پیوسته اند. فرض کنید c نقطه ای از دایرهٔ C باشد. ثابت می‌کنیم g_A در c پیوسته است. فرض کنید c_A نقطه ای از قطر دایرهٔ گذرنده از $C(D_c)$ باشد که خط عمود بر D_c از نقطهٔ c_A، ناحیهٔ A را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. شکل ۳

فرض کنید x نقطه ای از دایرهٔ C و نزدیک نقطهٔ c باشد. اگر محل برخورد خط عمود بر D_c ($L(A,c)$) با دایره را u و v بنامیم، از این دو نقطه دو خط عمود K و K′ بر D_x را در نظر می‌گیریم. خط $L(A,c)$ درون دایرهٔ C را به دو قسمت U و V تقسیم می‌کند. نوار بین دو خط K و K′ متمم آن را به دو قسمت مجزا مثل U′ و V′ طوری تقسیم می‌نماید که $U' \subset U$ و $V' \subset V$. بنابراین U′ و V′ هر کدام حداکثر نیمی از مساحت A را شامل می‌شوند. بنابراین خط $L(A,x)$ عمود بر D_x که A را به دو قسمت تقسیم نموده است، در داخل نوار قرار می‌گیرد. و در نتیجه نقطه x_A محل برخورد D_x و $L(A,x)$ نیز درون نوار است. چون دایرهٔ به مرکز O و گذرنده از c_A قطر D_x را درون این نوار قطع می‌کند داریم

$$|g_A(x) - g_A(c)| < \omega$$

که در آن ω عرض نوار است. با توجه به تشابه دو مثلث uvH و Oex داریم

$$\frac{\omega}{\text{طول}\ uv} = \frac{\text{طول}\ ex}{\text{طول}\ Ox}$$



(شکل ۳)

بنابراین

$$\omega = \frac{\text{طول } uv}{r} \times \text{طول } ex$$

چون (۲۲ ≤ طول uv) و (طول cx ≤ طول ex)
داریم،

$$w = ۲ \times \text{طول } cx$$

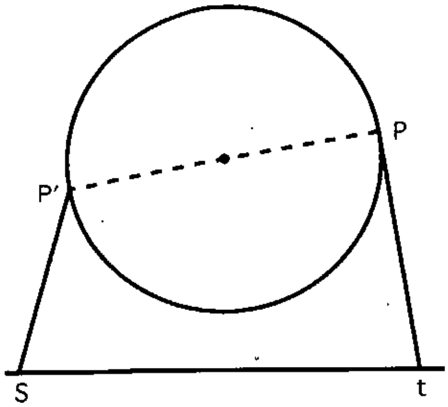
و در نتیجه

$$|g_A(x) - g_A(c)| < ۲ \times \text{طول } cx$$

پس برای هر $\varepsilon > ۰$ اگر فاصله x از c کمتر از $\frac{\varepsilon}{۲}$ باشد داریم

$$|g_A(x) - g_A(c)| < \varepsilon$$

یعنی g_A پیوسته است. به طریق مشابه g_B نیز پیوسته است.



(شکل ۴)

اثبات گزارهٔ ۳: فرض کنید $f: C \to L$ یک تابع پیوسته باشد. اگر خط L را به صورت یک محور در نظر بگیریم می توان فرض کرد که برد f مجموعه اعداد حقیقی است. دو انتهای یک قطر دایرهٔ C را p و p′ می نامیم و فرض می کنیم $f(p) = t$ و $f(p') = s$ و تابع g را بر C با ضابطه $g(p) = f(p') - f(p) = t - s$ در نظر می گیریم. بدیهی است که g نیز تابعی پیوسته بر C است و علاوه بر این

$$g(p') = f(p') - f(p) = s - t = -(t - s)$$

بنابراین مقدار تابع g یا در p و p′ هر دو برابر صفر است (که در این صورت f(p) و f(p′) یک مقدار دارند) و یا تابع g تابع پیوسته ای است که بر نیمدایره PP′ دو مقدار مختلف العلامه دارد. (شکل ۴)
با توجه به قضیه مقدارمیانی بر این نیمدایره (حالتی کلی تر از قضیه مقدار میانی در کتاب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، نقطه ای مانند q از این نیمدایره موجود است به طوری که $f(q) - f(q') = g(q) = ۰$ که q' انتهای دیگر قطر گذرنده از نقطهٔ q است. پس $f(q) = f(q')$ و اثبات کامل است.

چند مسأله

۱ـ شکل دو نیمرو از دو تخم مرغ یکی به صورت مربع و دیگری به صورت دایره است. به چه صورتی می توان با یک برش مستقیم سطح این دو نیمرو را به دو قسمت مساوی تقسیم نمود.

۲ـ اگر شکل یک نیمرو به صورت مربع کامل باشد، به چند صورت می توان با دو برش مستقیم مساحت آن را به چهار قسمت مساوی تقسیم نمود.

۳ـ اگر A ناحیهٔ محدود در صفحه باشد، ثابت کنید دو خط عمود بر هم موجودند به طوری که مساحت ناحیهٔ A را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنند.

زیرنویس ها:

مطالب این مقاله از ترکیبی از دو مقاله از کتاب First concepts of topology توسط W. G. Chinn و N.E. Steenrod از انتشارات انجمن ریاضی آمریکا استخراج شده است.

1. Intermediate value Theorem
2. Open set
3. connected set
4. region
5. Bounded region

■

روایت معلمان

درس تصاعد هندسی
یا
موفقیت من

نویسنده: رجاء قوچانی

دبیر ریاضی آموزش و پرورش منطقه ۱۷ تهران

به دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیکتری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایتهای خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌ای خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آنها بپردازند.

■ برپا!

□ بفرمائید. خواهش می کنم بفرمائید بنشینید.

■ سلام خانم ... سلام خانم ... حال شما خوبه خانم!

□ متشکرم. شماها خوبید؟

■ خانم، برگه ها را تصحیح کردید؟

□ بله، آخر جلسه برگه ها را توزیع می کنم.

■ تو را به خدا همین الان بدهید. نگرانیم!

□ بچه ها این اولین بار نیست که برگه ها را آخر جلسه توزیع می کنم. می دانید اگر الان بدهم تا آخر جلسه فکر و ذهنتان به برگه های امتحانی جلسهٔ پیش خواهد رفت و از درس جدید و حتی امتحان امروز کمتر نتیجه می گیرید. حال اجازه دهید حضور و غیاب کنم.

■ خانم! همه حاضرند. کسی جرأت غیبت سرکلاس شما را ندارد!

□ با این وجود باید حاضر و غایب کنم! خانم ...

■ حاضر.

□ خانم ...

■ حاضر.

...

□ خوب بچه ها یکی یک برگه روی میز بگذارید تا از درس جلسه پیش امتحان بگیرم. بنویسید: سؤال اول ...

پس از ۲۰ دقیقه

□ بچه ها وقت تمام است! لطفاً برگه ها را سریعتر تحویل دهید.

■ خانم! تو را به خدا یک دقیقه مهلت دهید!

■ خانم! برگه های بقیهٔ بچه ها را جمع کنید بعد مال من را.

■ خانم! ... (با حالت گریان) چند لحظه!

روایت معلمان

□ بچه ها وقت برای همه یکسان است، بنابراین باید برگه ها را تحویل دهید!

و بالاخره برگه ها جمع آوری شدند!

■ خانم سؤالها را برایمان حل می کنید؟

□ بله. سؤال اول ...

■ هورا

□ سؤال دوم ...

■ خانم! من نصفه حل کردم. چند نمره کم می کنید؟

■ خانم! فقط جوابش را اشتباه نوشته ام. چند نمره کم می کنید؟

■ خانم! دوستم سؤالش را اشتباه نوشته است. اجازه می خواهد که به حیاط مدرسه برود تا گریه کند!

و با خندهٔ من، همهٔ دانش آموزان و حتّی دانش آموز گریان با صدای بلند خندیدند.

□ دخترجان چرا در حیاط مدرسه! خوب همین جا هم می توانی گریه کنی!!

...

و هر کدام به نوبهٔ خود متلکی! گوشه ای! کنایه ای! ... و به نوعی شوخی می کنند.

□ بسیار خوب، دیگر کافی است. درس امروز را شروع می کنم. بچه ها! اول اجازه دهید من یک افسانه برایتان تعریف کنم. [1] با نام خدا شروع می کنیم:

بازی شطرنج در هند کشف شد و وقتی که حاکم هند با آن آشنا شد، ریزه کاریهای آن و تنوع فوق العاده آن را مورد تحسین قرار داد. وقتی که حاکم فهمید یکی از اتباع هند این بازی را کشف کرده است، دستور داد او را بخواهند تا به خاطر موفقیتی که بدست آورده است هدیه مناسبی به او بدهند.

مخترع شطرنج (که نامش «ستا» بود) به دربار حاکم آمد. مخترع دانشمندی بود با لباس ساده که زندگی خود را با کمک شاگردانی که داشت تأمین می کرد.

حاکم گفت: ستا! می خواهم به خاطر بازی بی نظیری که اختراع کرده ای پاداش باارزشی به تو بدهم.

دانشمند تعظیم کرد. حاکم ادامه داد: من به اندازهٔ کافی ثروتمندم و می توانم هر آرزوی ترا برآورده کنم. هرچه که ترا راضی می کند نام ببر تا برایت آماده کنند.

ستا ساکت بود. حاکم او را تشویق کرد: خجالت نکش! آرزویت را بگو. از انجام هیچ کاری دریغ نخواهم داشت.

ستا گفت: محبّت حاکم خیلی زیاد است، ولی مهلتی بدهید تا در این باره فکر کنم، فردا، بعد از آن که فکر کردم، می توانم خواهش خود را بیان کنم.

فردا، وقتی که ستا دوباره به پلکان تخت نزدیک شد، حاکم را از خواهش کوچک خودش بی اندازه متعجب کرد:

ستا گفت: دستور بدهید که برای خانهٔ اول صفحهٔ شطرنج یک دانه گندم به من بدهند.

حاکم با تعجب پرسید: یک دانه گندم معمولی؟!

ستا گفت: بله حاکم! امر کنید برای خانه دوم دو گندم، برای خانهٔ سوم ۴، برای خانه چهارم ۸، برای خانه پنجم ۱۶، و برای خانه ششم ۳۲ دانه گندم و ... به همین ترتیب گندمها تا ۶۴ خانه افزایش یابند.

حاکم با اوقات تلخی حرف او را قطع کرد و گفت: کافی است! طبق میل خودت برای هر ۶۴ خانهٔ شطرنج به تو گندم خواهند داد. برای هر خانه دو برابر خانه قبل. ولی این را بدان که خواهش تو به اندازهٔ سخاوت من نبود! تو با خواستن پاداشی به این کوچکی، با بی احترامی به محبت من بی اعتنائی کردی. در حقیقت، تو می توانستی بهترین نمونهٔ احترام را به محبتهای حاکم خودت نشان دهی. خوب دیگر، برو، مستخدمین من گونی گندم ترا برایت خواهند آورد.

ستا لبخندی زد و از تالار خارج شد و دم در قصر منتظر ماند!

...

موقع نهار، حاکم از مخترع شطرنج یاد کرد و کسی را فرستاد تا اطلاع حاصل کند که آیا ستای نادان! جایزهٔ محقر خود را گرفته است یا نه؟

کسان حاکم جواب دادند: مستخدمین در حال اجرای دستور شما هستند و ریاضیدانان درباری دارند تعداد گندمها را محاسبه می کنند.

اوقات حاکم تلخ شد، او عادت نداشت که اجرای دستورش را اینقدر به تأخیر بیندازند. در پایان روز، وقتی که حاکم می خواست استراحت کند، دوباره پرسید که آیا خیلی وقت است که ستا با گونی گندمش، محل قصر را ترک کرده است؟

جواب دادند : حاکم بزرگ ! ریاضیدانها بدون خستگی مشغولند و امیدوارند قبل از سپیده دم کار محاسبه را به پایان برسانند !

حاکم با خشم فریاد زد : چرا ایـن کـار را ایـن قـدر بـه عـقـب می اندازند؟ فردا قبل از آنکه من بیدار شوم باید تا آخرین دانهٔ گندم به ستا داده شود . من هرگز دو مرتبه دستور نمی دهم !

صبح به حاکم اطلاع دادند که نمـایـنـدهٔ ریاضیدانـان دربـاری می خواهد جریان مهمی را به اطلاع برساند .

حاکم امر کرد که او را داخل کنند . پس از آنکه ریاضیـدان وارد شد ، حاکم با تندی گفت : قبل از آنکه بخواهی دربـارهٔ کار خودت صحبت کنی ، می خواهم بدانم که آیا بالاخره جایزه ناقابلی را که ستا معیّن کرده بود به او داده اید؟

نمایندهٔ ریاضیدانان قصر که مرد سالخورده ای بود جـواب داد : به خاطر همین مطلب است که به خود جرأت دادم صبح به این زودی مزاحم شوم . ما به درستی مقدار گندمهائی را که ستا خواسته اسـت حساب کردیم عدد بسیار بزرگی بدست آمده است ... !

حاکم با غرور حرف او را قطع کرد و گفت : «هر چـقـدر زیـاد بشود ، گمان نمی کنم لطمهٔ زیادی به ذخیرهٔ انبار ما بزند ، جایزه ای که وعده داده ایم باید به طور کامل داده شود ... »

نمایندهٔ ریاضیدانان جواب داد : «متأسفانه انجام چنین خواهشی در قدرت شما نیست . در تمام انبارهای شما به اندازه ای کـه سـتـا خواسته است گندم وجود ندارد . این مقدار گندم حتی در سرتاسـر جهان هم پیدا نمی شود و اگر شما بخواهید حتمـاً به وعدهٔ خود وفا کنید ، باید دستور دهید تا تمام خشکیها را به زمینهای قابل کشت تبدیل کنند ، تمام یخها و برفهای سرزمینهای دوردست شمالی را آب کنند و همهٔ آنها را گندم بکارند و همهٔ محصولی که از این راه بدست می آید به ستا بدهید . تنها در این صورت است که می توانید جایزه او را کامل بدهید .

حاکم با تعجب به سخنان ریاضیدان سالخورده گوش کرد و در حال فکر پرسید : «به من بگویید که این عدد وحـشـت آور چـقـدر است؟ ! »

ریاضیدان گفت : هیجده کوینتلیون ، چهارصد و چهل و شـش کاتریلیون ، هفتصد و چهل و چهـار تـریـلـیـون ، هـفـتـاد و سـه بیلیون(میلیارد) ، هفتصد و نه میلیون و پانصد و پنجاه و یکـهـزار و ششصد و پانزده دانه ، حاکم بزرگ !

...

■ چه داستان جالبی است ، خانم!

□ خوب بچه ها! فکر می کنید عکس العمل ستا چه بود؟

■ خانم! حتماً مربوط به درس امروز است!

□ بله! و این همان تصاعد هندسی است . چه نتیجه ای می گیرید؟

...

پس از این داستان ، که به قصد ایجاد انگیزه و آمادگی برای ورود به مبحث تصاعد هندسی عنوان شد ، دانش آموزان با علاقه مـنـدی موضوع را دنبال کردند . همین علاقه مندی و انگیزه بخشی ، فرصت خوبی برای معلم ایجاد کرد تا با سهولت بیشتری وارد بحث تصاعد هندسی شوند و دانش آموزان با اشتیاق موضوع درسی را تا پایان دنبال کردند .

در آخر جلسه نیز برگه های امتحانی جلسهٔ قبل توزیع شد .

■ خانم باور کنید . بدون مطالعه امتحان دادم و نمرهٔ من بسیار خوب است .

■ خانم من هم همینطور .

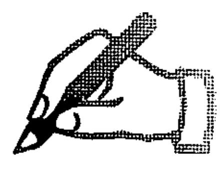
■ ما ... تازه داریم می فهمیم ریاضی یعنی چه ! !

و این مرا بسیار خشنود می کند که دانش آموز با تکیه به معلومات آموخته شده در کلاس و بدون مطالعـهٔ قبلی ، نمرهٔ قابل توجهـی در امتحان بگیرد .

لازم به ذکر است که در پایان نیمسال تحصیلی ، سطح قبـولـی دانش آموزان در کلاس توصیف شده صددرصد بوده است .

زیرنویس:

- سرگرمیهای ریاضی . ترجمه پرویز شهریاری . ص ۱۴۴



معمای شتر غیب شده!

نویسنده: یان استوارت
ترجمه : مهناز پاک‌خصال، دبیر ریاضی منطقه ۴ تهران

مصطفیٰ مختار که رئیس یک قبیله بادیه نشین است ، توانسته که از قبیله کوچک خود در مقابل دشمنان خشمگین دفاع نماید و به خاطر این موضوع خدا را شاکر است . با این وجود ، او بـه دلـیـل شدّت جراحات وارده در جنگ از حال رفته و بیهوش شده است . در ایـن هنگام علی دوست صمیمی او که در قبیله به شغل آرایشگـری نـیـز مشغول می باشد ، زخمهای او را پانسمان کرده و او را کیلومترها بر دوش می کشد و به چادرش می رساند .

مصطفیٰ در بین همسر ، پسران ، دختران و نوه های خود به هوش آمده و خدا را شکر می کند که هنوز زنده است و می خواهد مجدداً به میدان نبرد بازگردد . او سعی می کند که برخیزد ولی فقط قادر است که سر خود را بلند کند .

یکی از اعضای خانواده جلوی او را گرفته و از او می خواهد که فعلاً استراحت نماید و نفر دیگر از مشک بـرای او آب مـی ریـزد و می گوید : تو باعث پیروزی قبیله ما شده ای و باید مراقب خود باشی .

مصطفیٰ در جواب می گوید : احساس کوفتگی می کنم و مثل آن است که زیرپای هزار شتر مانده باشم . چه کسی مرا نجات داد؟

پاسخ می شنود : علی آرایشگر . او دستور می دهد که سریعاً علی را به چادرش بیاورند . سپس اعضای خانواده چادر او را ترک می کنند تا کمی استراحت نماید .

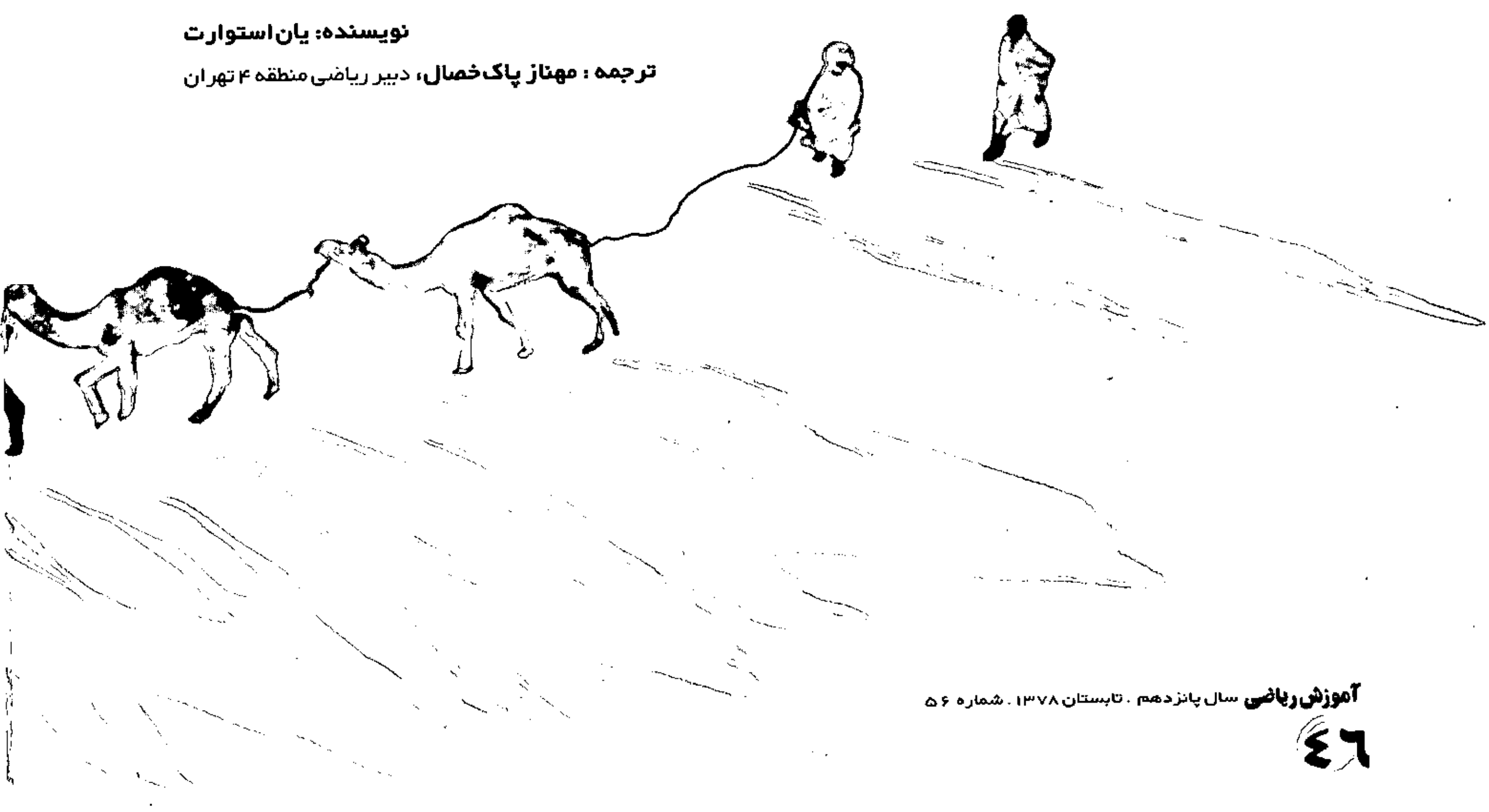
در این هنگام آرایشگر مشغول کار خود است و ریش افراد قبیله را کوتاه می کند ، چون آنان خود این کار را انجام نمی دهند! ولی بـا شنیدن پیغام مصطفیٰ ، راهی عیادت دوست گرامی خود می شود .

علی وارد چادر شده و می گوید : سلام مصطـفـیٰ! خیلی بهتر شده ای . مصطفیٰ پاسخ می دهد : َعلیکم السلام ، من این شانس را داشته ام که یکبار دیگر خانواده ام را ملاقات کنم امّا می ترسم از شدت جراحات بمیرم .

علی دوست خود را دلداری می دهد ولی مصطفی می گـویـد : نیازی به دلداری نیست و می خواهم وصیت نمایم و اموال خـود را بین سه پسر خود تقسیم کنم . من آنها را دوست دارم ولـی گـاهـی احساس می کنم دارایٖ تیزهوشی لازم نیستند و از این رو ، می خواهم قبل از تقسیم ارث لیاقت و ذکاوت خود را به اثبات رسانند . در این هنگام چهره علی بیانگر آن است که علاوه بر شگفت زدگی ، متوجه موضوع نیز نشده است .

مصطفیٰ ادامه داد : در بین دارائیهای من یک رساله قدیمی دربارهٔ ریاضیات وجود دارد که به خوارزمی بزرگ منسوب است . این رساله دربارهٔ مالک ثروتمندی است که ۱۷ شتر داشت و وصیت کرده بـود که پس از مرگش ، پسر بزرگتر نیمی از شترها و پسر دوم ثلث آنها و پسر سوم ، یک نهم آنها را به ارث ببرند .

علی جواب داد : من نیز یک چنین معمائی را بخاطر می آورم ولی فکر می کنم هیچ راهی وجود ندارد مگر آنکه سهم پسر اول ۸/۵ شتر باشد . در اینجا بود که مصطفیٰ خندید و گفت : با این شرایط باید به پسر جوانتر نیز $\frac{۱۸}{۹}$ شتر برسد ولی باید بدانی که این مسئله یک پاسخ



هوشمندانه نیز دارد.

ناگهان علی فریاد زد: به خاطر آوردم! یک مرد باهوش شتر خود را به جمع شترها افزود تا مجموع آنها ۱۸ شتر شوند و بر این اساس سهم پسر بزرگتر نُه شتر و سهم پسر وسطی شش شتر و سهم پسر کوچکتر نیز دو شتر گردید که مجموع اینها ۱۷ می گردد، سپس مرد باهوش شتر خود را برداشت و همه را نیز راضی نمود.

مصطفی گفت: یا حداقل این چنین بنظر می رسید! این معما بسیار هیجان انگیز است و من آن را خیلی دوست دارم. در اینجا بود که علی به او گوشزد کرد که تعداد شترهای او بیشتر از ۱۷ است.

مصطفی ادامه داد: خدا ۳۹ شتر به من عطا نموده است و من نیز هنگام مرگ پدرم به او قول دادم که هیچیک از آنها را نفروشم و بهمین دلیل نمی توانم تعداد آنها را به ۱۷ کاهش دهم. البته در صورت لزوم می توانم چند شتر نیز بخرم ولی سؤالی که قادر به پاسخگوئی آن نیستم این است که چه اعداد دیگری وجود دارند که می توانند یک چنین معماهای کنجکاوانه و جالب توجهی را ایجاد نمایند. علی در جواب گفت: یکی از ساده ترین جوابها آن است که ۱۷ را سه برابر کنی و همان کسرها را نیز بعنوان شرط وصیتنامه قرار دهی.

مصطفی سری تکان داد و به فکر فرو رفت و زمزمه کرد: به این نیز فکر کرده ام ولی در این صورت باید برای حل مسئله سه شتر اضافی را وارد کارزار نمود و بعلاوه معما ظرافت و زیبائی خود را نیز از دست می دهد.

علی دستی بر محاسن خود کشید و به این فکر فرو رفت: پس سؤال این است که چه دسته دیگری از اعداد یک چنین قابلیت جالب توجهی را دارا هستند؟

مصطفیٰ توضیح داد که می خواهد به هریک از پسرانش کسری را اختصاص دهد که با وارد نمودن و حذف تنها یک شتر بتوان سهم هریک را مشخص نمود. علی که گوئی جرقه هائی در ذهنش ایجاد شده بود، بر پشتی تکیه داده و لبخند می زد و در این حین با خود نجوا می کرد: آه خدایا! من همواره به اعداد علاقمند بوده ام. او همانطور که به یک نقطه خیره شده بود و به رؤیا فرو رفته بود، زمزمه کرد: بالاخره خدا راهی را نشان خواهد داد ولی ابتدا باید از حقهٔ مسئله آگاه شد.

مصطفیٰ سر خود را خاراند و اعتراف کرد که واقعاً گیج شده است چون همانند جن چراغ جادو باید یک شتر ظاهر و سپس غیب شود.

علی گفت: احتمالاً حقهٔ کار در انتخاب یک سری کسرهای خاص می باشد، چون اگر تعداد شترها دوازده و سهم پسر اول تعداد نصف شترها و پسر وسط یک سوم و پسر آخر یک ششم بود دیگر نیازی به شتر اضافی نمی بود چون سهم پسرها به ترتیب شش، چهار و دو شتر می شد. فکر می کنم که افقهای روشنتری ظاهر می شود. از موضوع فوق می توان دریافت که مجموع کسرها نباید برابر یک شوند چون در اینصورت به شتر کمکی نیاز نمی باشد. در معمای خوارزمی مجموع کسرها به چه صورت بود؟

مصطفی گفت: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{17}{18}$ و فریاد زد بله نظر تو درست است چون تعداد ۱۷ است پس نمی توان ارث را تقسیم کرد ولی با افزودن یک شتر دیگر، مجموع ۱۸ شده و پس از تقسیم نیز یک شتر باقی خواهد ماند. سپس او از علی پرسید: آیا با این تفاسیر هنوز هم کسی که معما را حل کرده است، فرد باهوشی بوده است؟ چون او به هیچکس نگفته بود که مجموع کسرها برابر یک نمی شود.

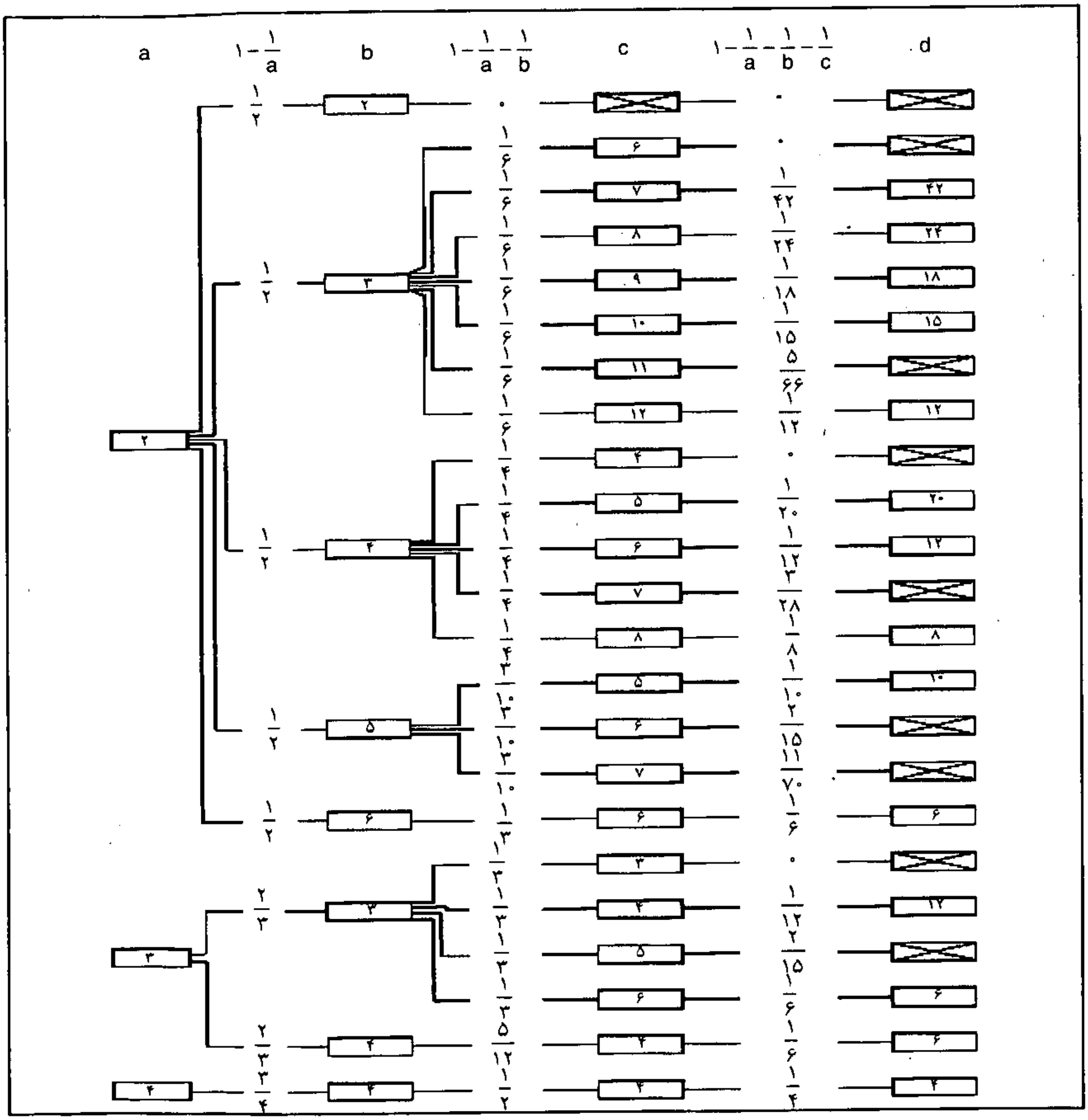
علی با لبخند جواب داد: در حذف این نکته نیز خرد و حکمت فراوانی بکار رفته است. این حقه از آن جهت کاربرد دارد که صورت باندازه یک واحد کمتر از مخرج است. می توان اینگونه کسرها را با $\frac{d-1}{d}$ نشان داد. پس در مورد ۳۹ شتر نیز باید کسرها را به گونه ای انتخاب نمود که مجموع آنها $\frac{39}{40}$ شود و مثلاً می توان از اعداد $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{4}$ و $\frac{9}{40}$ استفاده نمود. در این هنگام علی پیروزمندانه به مصطفیٰ نگریست ولی شگفت زده شد و گفت: خوشحال بنظر نمی رسی، مصطفیٰ. مصطفیٰ پاسخ داد: جواب خوبی است ولی معما سادگی خود را از دست می دهد و بهتر است که کسرها بصورت تقسیم عدد یک بر عددی دیگر بیان شود و نه به صورت $\frac{9}{40}$.

علی گفت: تو می خواهی صورت کسر برابر یک باشد. پس

باید معادلات را بصورت $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{d-1}{d}$ بنویسی. بهتر است بدانی که این معادله شبیه معادلات مصریان قدیم است چون آنها نیز غالباً کسرها را به صورت مجموع چند معکوس عدد طبیعی می نوشتند و از این رو به مجموع $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ کسرهای سه جمله ای مصری نیز می گویند.

پس از اندکی تعمق مصطفیٰ گفت: می توان معادلهٔ تو را ساده تر کرده و بصورت $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$ نیز نوشت. علی با خوشحالی تمام اظهار داشت: پس اگر $a=2,\ b=3,\ C=9$ باشد، d باید برابر ۱۸ گردد. پس حالا می توان جوابهای دیگری نیز برای چهار جمله ای مصری فوق یافت بنحویکه مجموع آنها برابر یک گردد.

مصطفیٰ ابروهایش را درهم کشید و گفت: یکی از جوابها می تواند بصورت $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ باشد، مگر نه؟ در این وضعیت بود که علی یک کاغذ برداشت و پاسخ داد: من تمامی جوابهای ممکنهٔ این معادله را خواهم یافت. این موضوع جالبی است



نمودار ۱

جوابهای معادله تقسیم ارثیه مصطفیٰ (با شرط $a \le b \le c \le d$) خانه های ضربدر زده شده نشاندهندهٔ جوابهای صفر یا کسری می باشد که قابل قبول نیست.

و اگر اشتباه نکنم ریاضیدانان به آن «معادلات دیوفانتوسی» می گویند که باید برای مجهولات اعداد صحیح یافت. بعلاوه در اینجا بایـد اعداد مثبت نیز باشند. خوب است بدانی که دیوفانتوس در قرن سوم میلادی در اسکندریه می زیسته است.

مصطفیٰ در حال جابه جا شدن در بستر بود تا درد ناشی از جراحات را کاهش دهد و در همین حال ناله کرد که: آیا مبالغه نمی کنی؟ چون احتمالاً تعداد آنها خیلی زیاد خواهد بود. علی همانطوریکه مشغول حل بود پاسخ داد: عموماً معادلات دیوفانتوس جوابهـای زیـادی ندارند و این حالت که استثناء نیز دارد. من عقیده دارم که می تـوان ثابت نمود که تعداد جوابها محدود هستند و می تـوان از یـک روش سیستماتیک تمامی آنها را یافت. البته شاید در میان آنها فقط یـکـی برای کار شما مناسب باشد. با دقت در معما می توان دریافت کـه $a \le b \le c \le d$ است و حداکثر مقـدار a معادل ۴ می باشد. چون اگر $a = ۵$ باشد d,c,b نیز می توانند برابر ۵ گردند و مجموع آنها برابر $\frac{۴}{۵}$ می شود که از یک کمتر است و شرط معادله برقرار نمی شود.

مصطفیٰ با تعجب پرسید: آیا این موضوع کمکی به ما می کند. علی با سر تصدیق کرد و ادامـه داد: بعلاوه ما می دانیم که حداقـل مقدار برای a، عدد ۲ است. پس ما فقط سه حالت خواهیم داشت $a = ۲,۳,۴$. زمـانـیکـه $a = ۲$ است مـعـادلـه بـصـورت $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = ۱$ درمی آیـد و پـس از سـاده کـردن مـجـمـوع معکوس های c ,b و d برابر $\frac{۱}{۲}$ می شود. زمانیکه $a = ۳$ است نتیجه مـی گـیـریـم کـه $\frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = \frac{۲}{۳}$ و زمـانـیـکـه $a = ۴$ اسـت $\frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = \frac{۳}{۴}$.

در حالیکه مصطفیٰ در بهت فرو رفته بود اظهار داشت: اکنون ما یک معادله داریم با سه مجهول، حال چه باید کرد؟ آرایشگر جواب داد: صحیح است ولی بجای چهار متغیر حالا سه متغیـر داریـم. بعلاوه می توان از همین روش برای کاستن متغیرها استفـاده کـرد. بعنوان مثال با دقت در معادله $\frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = \frac{۱}{۲}$ می توان دریافت که حداکثر مقدار b برابر ۶ خواهد بود چون در غیر اینصورت مجمـوع کسرها از $\frac{۱}{۲}$ کمتر می شود که خلاف معادله فوق می باشد. با همین استدلال زمانیکه $a = ۳$ شد، مجموع سه کسر باقیمانده باید برابـر $\frac{۲}{۳}$ شود و این بدان معنی است که حداکثر مقدار b در این حالت برابر ۴ می باشد و زمانیکه $a = ۴$ است معادله بصورت $\frac{۱}{b} + \frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = \frac{۳}{۴}$ گشته و حداکثر مقدار b برابر ۴ خواهد بود. حال می توان برای هریک از مقادیـر a، مقادیر مختلـف b را درنظر گرفت. به ایـن صـورت می توان به فرآیند کاهش تعداد متغیرها نیز ادامه داد. با دقت در معادله می توان نتیجه گرفت که در هنگامی که $a = ۲$ است، حداقل مقدار b برابر ۳ خواهد بود (چرا؟) که با قرار دادن این مقادیر خواهیم داشت $\frac{۱}{c} + \frac{۱}{d} = \frac{۱}{۶}$.

ناگهان مصطفیٰ فریاد زد: فکر می کنم حداکثر مقدار c برابر ۱۲ خواهد بود چون در غیر اینصورت طرفین معادله یکسان نخواهـنـد بود. علی گفت: دقیقاً همینطور است و با داشتن a ,b و c می توان مقدار دقیـق d را بدست آورد. مثلاً اگـر $a = ۲ ,b = ۳$ ، $c = ۱۱$ باشد، $d = \frac{۶۶}{۵}$ خواهد بود که چون یک عدد صحیح نیست، مـورد قبول نخواهد بود ولی اگر $c = ۱۰ ,a = ۲ ,b = ۳$ باشند نتیجه حاصله $d = ۱۵$ خواهد بود که مورد قبول نیز می باشد. پس می توان نتیجـه گرفت که اگر جـواب d یک عدد صحیح باشد، مـقـادیـر c, b, a مربوطه نیز قابل قبول است و در غیر ایـن صـورت c, b, a مربوطه قابل قبول نخواهند بود. بعلاوه می توان همین بحث را برای هر معادلهٔ کلـی $\frac{p}{q} = \frac{۱}{a} + \frac{۱}{b} + \cdots + \frac{۱}{z}$ که q, p, z, ..., b, a اعداد صحیـح مثبت باشند نیز انجام داد. قابل ذکر است که تعداد محـدودی عـدد وجود دارند که می توان آنها را بصورت مجموع کسرهای مصری نشان داد و برای یافتن آنها می توان (همانند بالا) براحتی از تعداد کسرهـا کاست. مصطفیٰ سرفه ای کرده و اظهار داشت: بنظرم تو یک قضیهٔ بسیار کلی را حل کرده باشی.

علی سری تکان داد و سعی کرد تا تمامی جوابهای ممکنه بـرای معادله ارثیه مصطفیٰ را بیابد و گفت: من چهارده دسته جواب پیـدا کردم(نمودار ۱).

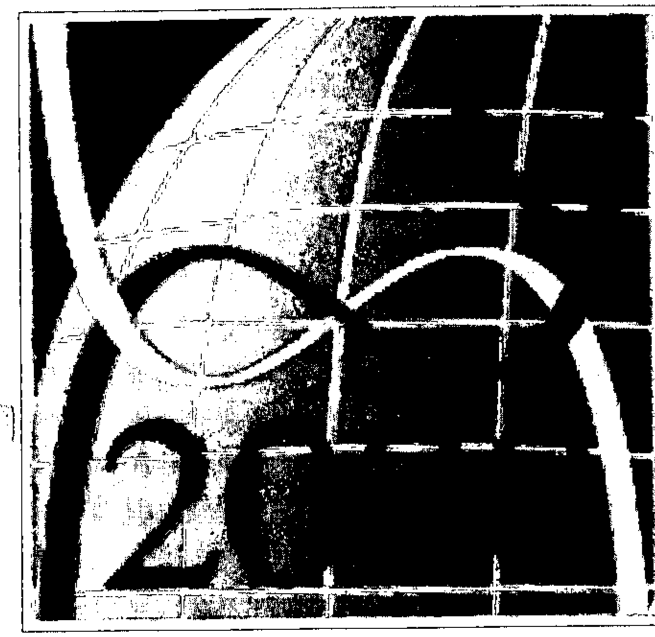
علی افـزود: و حالا مشکل ارث تو حل شد. بهتریـن جـواب موجود را می توانی در این معادله ببینی $۱ = \frac{۱}{۴۲} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲}$. یعنی اگر تو ۴۱ شتر داشته و نیمی از آنها را به پسر بزرگتر، ثلث آن را بـه پسر وسطی و یک هفتم آن را به پسر آخر خود ببخشی و خدای نکرده فوت نمائی، آنها باید شتر دیگری را وارد کارزار نمایند تا بـه پـسـر ارشد ۲۱ شتر و به پسر بعدی ۱۴ شتر و به پسر آخر شش شتر به ارث برسد.

مصطفیٰ گفت: دوست عزیز از زحمت تو بسیار متشکرم. حال فهمیدم که باید دو شتر دیگر نیز خریداری کرده و سپس وصیت نامه خود را تنظیم نمایم.

در این هنگام از بیرون چادر صدای همهمه ای آمد و پسر کوچکی بنام حمید وارد خیمه گردید و نفس زنان گفت: سرور من همسر شما هم اکنون یک پسر بدنیا آورد، لطفاً مژدگانی مرا بدهید! مصطفیٰ از تولد کودک شاد شد ولی هنگامیکه بیاد معمای ارث افتاد دوباره غم او را فرا گرفت.

آیا شما می توانید معمای جدید ارث را برای او حل کنید؟

منبع اصلی:
Ian Stewart, **The Riddle of the Vanishing Camel**, SCIENTIFIC AMERICAN June 1992.



همانطور که در بخش خبر مجلهٔ رشد آموزش ریاضی شمارهٔ ۵۵ به آگاهی خوانندگان گرامی رسید، متن سخنرانی جناب آقای مهندس علاقه‌مندان، رئیس سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، در دومین همایش سال جهانی ریاضیات که در ۲۶ فروردین ۱۳۷۸ در دانشگاه صنعتی اصفهان برگزار گردید در اختیار علاقه‌مندان قرار می‌گیرد.

بسم الله الرحمن الرحیم

خواهران و برادران گرانقدر

صمیمی ترین درودهای خویش را به شهدای انقلاب اسلامی و روح امام عزیز و شهید گرانمقام، سردار صیاد شیرازی تقدیم می داریم. موجب خرسندیست که کنفرانس ریاضی برای بررسی ابعاد تأثیر و نقش ریاضیات در دههٔ آتی در تحولات اجتماعی، فرهنگی و اقتصادی و در آستانه ورود به سال ۲۰۰۰ در شهر زیبا و فرهنگدوست اصفهان که نشانه های دیرپایی تمدن ایرانی و دانش و تولید فرهنگ را با خود دارد، برگزار می شود. قبلاً از اساتید محترم جناب آقای دکتر آهون منش، آقای دکتر رجالی و میهمانان بزرگوار تشکر می کنم. معمولاً اهتمام آموزش و پرورش کشورها برای تنظیم برنامه های آموزشی و درسی بر اساس نیازهای علمی، اجتماعی، فرهنگی، اقتصادی و برای پرورش شخصیت و منش افراد ارزیابی و در قالب موضوع های متنوع علمی و اجتماعی و فرهنگی به صورت مواد درسی و فعالیت های یادگیری تنظیم می شوند. امّا تأثیر مواد درسی در شکل دادن به انضباط فکری و منش و شخصیت دانش آموزان و یا ایجاد زیر ساخت فکری لازم برای پرورش علمی و کسب مهارت های مختلف، متفاوت است. بدین لحاظ موضوعات درسی اساساً به دو مقولهٔ کلّی تر نیز قابل طبقه بندی هستند، یکی مقولاتی که به واسطه نوع طبقه بندی علوم در دنیای جدید موضوعیت می یابند و دیگری مقولاتی که به واسطه وسعت دامنهٔ تأثیر طریقیت نیز دارند و بدین واسطه اساسی و پایه اند و از این حیث باید مورد عنایت و توجه ویژه قرار گیرند.

جهان در حال حاضر در بحبوحهٔ انقلاب عظیم فن آوری و اطلاعاتی و رسانه ای است. انقلابی که با تحولات وسیع در حوزه علوم انسانی و اجتماعی نیز همراه خواهد بود و تنش های وسیعی را نیز به همراه خواهد آورد. تنش هایی که بین جهانی شدن و محلی ماندن، همگانی شدن و انفرادی ماندن، سنت گرایی و نوگرایی، رقابت و برابری فرصت ها توسعه دانش و محدودیت ظرفیت زمانی بشر برای کسب آن، معنویات و مادیات، چالش های عظیمی را ایجاد خواهد کرد و تخصص های ویژه به قابلیت های عمومی تبدیل می شوند. آیا برای دنیای جدید می توان تصویر روشنی از نیازها و درخواستهای بشر ارائه داد؟

مسلماً یادگیری برای طول عمر یکی از کلیدهای پیروزی برای

متن سخنرانی جناب آقای مهندس علاقه مندان در

دومین همایش سال جهانی ریاضیات

۲۶ فروردین ۱۳۷۸ ـ دانشگاه صنعتی اصفهان

رویارویی با این چالشهاست و از این رو، آموزش و پرورش اهمیتی ویژه خواهد یافت، امّا آموزش و پرورش درمان معجزه آسای تحقق آرمانها و آرزوها یا فرمول جادویی انجام هدفهای بزرگ در زمان کوتاه نیست، بلکه یکی از راههای اصولی برای شکوفایی توانایی های انسان است که به تدریج و در ظرف زمان باید محقق گردد.

گویا آغاز هزاره سوم به مثابه آغاز تمدن جدید بشر، به توانایی تفکر، استدلال، تحلیل و نقد، خلاقیت و تصمیم سازی، انتخابگری، ساماندهی داده های اطلاعاتی، برخورد منطقی و مبتنی بر خِرَد با پدیده ها و یادگیری مستمر برای برقراری ارتباط سازنده با جامعه محتاج است. ویژگیهایی که در تمدن یونانی و بین النهرین در پانصد سال قبل از میلاد نیز معنی و مفهوم یافته بود.

باید تأکید کرد که برای چنین دورانی «یادگیری» را به مثابه یک منطق دائمی باید آموخت، و چنین منطقی در دنیای جدید حول آن دسته از موضوعات علمی شکل خواهد گرفت که طریقی همگانی برای تسلّط عقلانی بر موضوعات بیافرینند و خلاقیت و جستجوگری را از انحصار معابد علمی خارج ساخته و در اختیار همگان قرار دهند.

اگر در ۱۶۰۰ سال قبل از میلاد در پاپیروس رایند که مربوط به تمدن اطراف نیل است چنین آمده است که:

«به جرأت می توان گفت که بارزترین مشخصه شعور انسان که نشان دهندهٔ تمدن است، قدرت استدلال کردن است و این قدرت و توانایی به بهترین وجهی در مهارتهای ریاضی افراد متجلی می شود» و در پرتو چنین اندیشه ای است که اهرام ثلاثه با عجایب کشف ناشدهٔ آن هنوز به عنوان سحر افراشته بر زمین تجلی می کند، جای تعجب نیست، زیرا که چنان حکمت متعالی برخاسته از دانش غنی انسان و متکی بر علوم عقلی و ریاضیات وجود داشته است.

چنین امر بدیعی در همهٔ تمدنهای بشری و در جای جای زمین پهناور ما در بین بابلیان و سومریان، با محاسبات نجومی و ساخت بناها، محاسبات بازرگانی، گسترش علم حساب و ریاضیات نیز وجود داشته است.

حکمت و فلسفه نیز در چنان دورانی در حول تفکر عقلی و استدلال شکل گرفت و بعدها با ظهور اسلام و توصیه اسلام بر تعقل و تفکر برای بازگشودن گره مشکلات فقهی نیز کلید استنتاج و برداشت فقها و علما قرار گرفت و علوم عقلی و نقلی در پرتو استدلال برای فهم دستورات دینی منقح گردید و در اتصال به زیبایی شناسی و عرفان شکوفایی یافت و زیربنای عظیم تمدن اسلامی شد. آثار و شواهد باقیمانده، امروز نیز ما را در خلق آن همه زیبایی هندسی در جای جای جغرافیای تمدن گذشته به شگفتی می اندازد و گویا آثار تمدن باقی مانده، امروز همگی حاکی از تفکر، استدلال و منطق و ریاضیات است.

جالب است که در آن دوران نظام قیاسی محور اساسی علم ریاضی بوده است و امروز نیز ریاضیات بیش از همه دورانهای گذشته به دستگاه قیاسی تبدیل شده است.

تمدن گذشته ایرانی پس از اسلام نیز در سایه چنین طرز تلقی ای از استحکام منطق و ریاضی و با انتقال دانش یونانیان و اسکندریه و برگردان آن به زبان عربی و حوزه گسترده دانش و علم شکل گرفت، دانشمندانی چون خوارزمی، بیرونی، خیام، جمشید کاشانی موجب توسعه علم ریاضی شدند و بزرگانی چون فارابی، بوعلی سینا و خواجه نصیر نیز دست توانایی در ریاضیات داشتند.

بشر از آغاز قرن بیستم تا امروز با چالشهای فراوان فکری، سیاسی، اجتماعی مواجه بوده است. خسارات ناشی از دو جنگ فراگیر، که به تنهایی بیش از خسارات کلیه جنگهای تاریخ بشر است، همراه با فزون طلبی و میل به اداره دیگران بوده است و آحاد بشر را به سوی آن دسته از نحله های فکری که مُبلّغ امنیت، عدالت، گفتگو و منطق در قرن آتی باشند سوق می دهد. پرواضح است که تفکر

منطقی، توان دریافت، سئوال و انتقاد و مواجهه و رویارویی از طریق منطق و عقل تنها راه و چاره برای رویارویی با چنین چالشهایی است. از سوی دیگر توسعه ارتباطات، فن آوری اطلاعات و تولید روزافزون آن زمینه های دستیابی آحاد بشر را در سراسر جهان به داده های علمی و فنی فراهم می آورد. علم از حوزه های تخصصی معابدی که روزی خود را تنها پایگاه تولید دانش می دانسته اند خارج می شود، دیوارهای مدرسه و دانشگاه فرو می ریزد، و در پرتو این داده های اطلاعاتی است که رقابت جدیدی برای استفاده از منابع تولید و انتقال ثروت شکل می گیرد. سئوالات جدید نه در کلاس و حوزه درس که در همه خانه ها، هرجا که انسانی حضور دارد، تولید می شود. حضور در چنین دنیایی مستلزم منش و تفکر انتقادی و مهارت و قدرت استدلال و تفکر است. دنیایی که تسلط بر چالشها با گفتگوی منطقی، صلح، امنیت و تقاضای جهانی برای ارزش بخشیدن به انسان متفکر روبروست.

ملاحظه می فرمائید که موضوعیت علم ریاضی به واقعیتی برای زندگی، تفاهم، امنیت نیز تبدیل می شود. چنین ملاحظاتی است که حتی استخدام واژه و جمله و زبان تفاهم را صورت و شکلی جدید می بخشد. زبان، ادبیات و هنر نیز در پرتو چنین اندیشه ای تعبیر خواهد یافت. راهبردهای آموزشی و تربیتی اساسی برای حضور در چنین دنیایی، بیش از حدّ و حصر موجود دنیای ریاضیات مستلزم آفرینش زبان و مهارت گفتگو، سئوال کردن، تفهیم کردن، فکر کردن و اندیشیدن، انضباط بخشیدن، استدلال و استنتاج کردن است، در چنین برداشتی روح منطقی که همواره از دشواری ویژه خود برخوردار است، باهنر و مهارت های ویژه متناسب با آن باید تلطیف گردد، بدین واسطه است که ورود به دنیای تفکر انتقادی، اندیشه، استدلال، ریاضیات و منطق هم مستلزم استخدام زبان ویژه ایست که آشنایی با واژه های آن از دشواری امروز تفهیم و تفاهم در موضوعات مبتلا به دنیای ریاضیات بکاهد و هم مستلزم استخدام مهارت های هنری جدیدی است که تلطیف کننده آن دشواری حاکم بر زبان منطق گردد بدین واسطه است که آموزش ریاضیات در دنیای آتی، دنیایی بزرگتر، پیچیده تر و پرابهام تر از موضوع ریاضیات به مفهوم اعم کلمه است. دنیایی که برای مواجهه با آن لازم است راهبردهای زیر در آن مراعات گردد:

۱- آموزش ریاضیات، نیازمند شناخت و ایجاد علوم بین رشته ای جدید و پژوهش های مورد نیاز آن در زمینه های زبان شناسی، روانشناسی و تلفیق مناسب علوم تربیتی با دانش ریاضی است. متأسفانه تا امروز، «آموزش ریاضی» با همهٔ ویژگیهای مناسب برای انتقال دانش ریاضی به دیگران، از جایگاه مناسبی در رشته های تکمیلی دانشگاهی برخوردار نیست. شاید باین لحاظ است که برداشت فرهنگ عمومی ما در چند دهه اخیر از ریاضیات، برداشتی همراه با دشواری و پیچیدگی است و غامض شدن زبان انتقال مفاهیم حتی به روایت زبان فارسی نیز ناشی از برداشت ناقص و یا بدفهمی از موضوع و مساوی پنداشتن تخصص ریاضیات با آموزش ریاضیات است.

۲- فهم زبان ریاضیات از دوران کودکی، مستلزم استخدام روشهای ساده برای ساختن (به پا کردن) دانش تفکر، استدلال، منطق به فرهنگ عمومی است تا خشونت موجود در مقابله با سئوال و پرسش، در فرهنگ عمومی که بیشترین بدآموزی را از دوران کودکی به فرهنگ کودکان منتقل می نماید، به رویه ای برای تلطیف کردن زبان برای گفتگو، تفهیم و تفاهم، تبدیل شود. به عبارتی دیگر، آموزش ریاضی مستلزم ایجاد رویه ای جدید برای حل مشکلات اجتماعی در فضای گفتگو و استدلال است و این مهم به فضای احترام به سئوالات و پاسخها بدون تهدید و تحقیر محتاج است که پیش از همه محتاج کار فرهنگی برای رواج ریاضیات است.

۳- توسعه داده های اطلاعاتی و فن آوری مبادله آن، موجبی برای تجدیدنظر در سازماندهی مواد آموزشی و ساختار تلفیقی مجموعه عناوین درسی برای تفهیم کلیه موضوعات است. چنین امری بویژه در مورد زبان فارسی، ریاضیات و هنر، به عنوان بافت تلفیقی کلیه مواد آموزشی باید مراعات شود. به عبارت دیگر، این سه موضوع بافت تلفیقی کلیه دروس دیگر نیز تلقی می شوند. بدیهی است چنین امری بر پیچیدگی و ظرافت انتخاب و تنظیم مطالب درسی خواهد افزود و بهمین دلیل نیز مهارت های معلمی باید بر اساس چنین بینشی مورد تجدیدنظر قرار گیرد. مهم ترین راهبرد برای وصول به این مقصود آموزش دائمی امّا کوتاه مدت معلمان است.

۴- دیوارهای مدرسه و دانشگاه با توسعه فن آوری اطلاعات فرو خواهد ریخت، معبد علم در دنیای آتی به کلّ جامعه تعلق خواهد داشت، دیوارهای بلند کنکور و حصارهای دانشگاه مانعی برای دستیابی به علم نخواهد بود، در چنین فضایی، فن آوری، پردازش و تنظیم و استنتاج از اطلاعات به مهارتی عمومی تبدیل خواهد شد، آمادگی برای دنیای جدید نیازمند نگاه به تفکر منطقی و ریاضیات به عنوان مهارت عمومی است تا مجموعه جامعه در مجرای تولید فکر و خلاقیت قرار گیرد.

در پایان، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی در گذشته افتخار داشته است که از وجود معلمان گرانقدر و زحمتکش و اساتید محترم دانشگاهها برای نقد و بهبود برنامه های آموزشی و درسی سود برد. برای ما موجب کمال مسرّت خواهد بود که دعوت همگانی حقیر را برای همکاری در نقد و بهبود برنامه های آموزشی بپذیرید و برای آنچه که آیندگان از آن سود خواهند برد، با بیداری و هوشیاری ما را یاری فرمائید. برنامه های درسی را نقد و آنچه را که به صواب نزدیک می دانید به ما منعکس فرمائید.

از حوصله شما سپاسگزارم و امید است بتوانیم با همکاری و معاضدت، گامهای جدّی تری برای تحول در ریاضیات برداریم.

چهلمین المپیاد بین المللی ریاضی

40th IMO

گزارشگر: یحیی تابش
دانشگاه صنعتی شریف

رومانی در سال ۱۹۵۹ مبتکر برگزاری اولین المپیاد بین المللی ریاضی شد و در اولین المپیاد شش کشور اروپای شرقی شرکت کننده در المپیاد بودند. پس از چهار دهه از ۱۰ تا ۲۲ ژوئیه ۱۹۹۹ باز هم المپیاد ریاضی در رومانی برگزار شد و ۸۱ کشور شرکت کننده از مهمان نوازی بسیار گرم رومانیایی ها برخوردار شدند و المپیاد بار دیگر آوردگاه نخبگان سرزمینهای گوناگون برای حصول اهداف خود شد:

- شناسایی، تشویق و به چالش کشاندن نخبگان ریاضی در کشورهای مختلف.
- ایجاد روابط دوستانه بین ریاضیدانان همهٔ کشورها.
- ایجاد فرصتی برای تبادل اطلاعات در زمینهٔ آموزش ریاضی در سطح دبیرستان بین کشورهای مختلف جهان.

دیگر هیچ تردیدی در اهمیت المپیادها و اهمیت اهداف آنها در جوامع مختلف باقی نمانده است، چه این آوردگاه نخبگان دانشی را شناسایی می کند و آنان را به تجربه و چالشی یکتا می کشاند که پی آمد آن در تربیت این نخبگان و انسان های علم ساز دستاوردهای اساسی دارد.

رومانیایی ها در ارائه سؤالهای بسیار دشوار چیزی فروگذار نکردند ـ این گوی و این میدان، هنوز هم نگاهی به این مسائل خالی از لطف نیست ـ و در نتیجه یکی از دشوارترین المپیادها پشت سر گذاشته شد که در آن هیچ نمرهٔ کاملی نداشتیم (معمولاً در المپیادها چند نفری نمرهٔ کامل می گیرند. سال گذشته امید امینی از اعضای تیم المپیاد کشور ما تنها شرکت کننده ای بود که در المپیاد نمرهٔ کامل گرفت و نفر اول مطلق سی و نهمین المپیاد شد. قبل از آن در المپیاد سی و هشتم نیز ایمان افتخاری از کشور ما با سه نفر دیگر نمرهٔ کامل گرفته بودند.) این رقابت فشرده و سنگین منجر به نتیجهٔ زیر برای ۱۲ تیم برگزیده گردید، (امتیازها از ۲۵۲ امتیاز ممکن ذکر شده است):

چین و روسیه (۱۸۲ امتیاز)، ویتنام (۱۷۷ امتیاز)، رومانی (۱۷۳ امتیاز)، بلغارستان (۱۷۰ امتیاز)، روسیهٔ سفید (۱۶۷ امتیاز)، کرهٔ جنوبی (۱۶۴ امتیاز)، ایران (۱۵۹ امتیاز)، تایوان (۱۵۳ امتیاز)، آمریکا (۱۵۰ امتیاز)، مجارستان (۱۴۷ امتیاز)، اوکراین (۱۳۶ امتیاز).

و تیم شش نفرهٔ کشور ما موفق به کسب ۲ مدال طلا و ۴ مدال نقره گردید:

امیر آجرلو، دبیرستان رشد منطقهٔ ۱۶ تهران: طلا
ماجد طاهری، دبیرستان نور تهران: طلا
علی شوریده، دبیرستان علامهٔ حلی تهران: نقره

40th IMO

جواد لوائی، دبیرستان امام صادق(ع) منطقه ۹ تهران: نقره
مازیار میر رحیمی، دبیرستان شهید سلطانی کرج: نقره
مهدی صفا، دبیرستان رشد منطقه ۱۶ تهران: نقره

در بررسی نتایج المپیاد، توجه به چند نکته ضروری است و آن این که هر چند از مقام اول در المپیاد ۳۹ به مقام پایین تری تنزل کردیم ولی باید توجه داشته باشیم که حفظ مقام اول به عوامل گوناگونی بستگی دارد، و این که ما سالهاست رتبهٔ یک رقمی داریم و بین ده تیم اول مانده ایم خود دستاورد بسیار با ارزشی است. ولی با توجه به فعالیت و کوشش آشکار کشورهای مختلف در کسب مقام بهتر در المپیاد باید توجه داشته باشیم که برنامه ریزی برای ادامهٔ المپیاد نوعی پویایی ویژه را طلب می کند که غفلت از آن، ممکن است این تلاش و اشتیاق را به نتیجهٔ مطلوب نرساند. امّا با خورشید استعدادی که در دل نوجوانان ما نهفته است، هر قلّه ای گشودنی است.

لازم به ذکر است که چهل و یکمین المپیاد ریاضی نیز در ژوئیه سال ۲۰۰۰ در کرهٔ جنوبی برگزار می شود، از جهات گوناگونی این آخرین المپیاد قرن بیستم و هزارهٔ دوم حائز اهمیت . است از یکسو سال ۲۰۰۰، سال جهانی ریاضیات است که توجه ویژه ای را می طلبد و از سوی دیگر مسابقه به سپهر اطلاعاتی (Cyber Space) راه می یابد، روزهای ۱۹ و ۲۰ ژوئیه ساعت ۹ صبح به وقت کرهٔ جنوبی سؤالها روی شبکهٔ اینترنت به نشانی زیر قرار می گیرد:

httP://imo2000.kaist.ac.kr

هر علاقه مندی می توان به پاسخ گویی سؤالات بنشیند و پاسخ خود را در پایان وقت موعود روی شبکه برای برگزارکنندگان ارسال کند. زندگی در دهکدهٔ جهانی اصول جدیدی می طلبد.

روز اول بخارست ـ ۱۶ جولای ۱۹۹۹

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه
هر سؤال ۷ امتیاز دارد

مسأله ۱

تمام مجموعه های متناهی S از نقاط صفحه با لااقل ۳ عضو را تعیین کنید که در این شرط صدق کنند: برای هر دو نقطه متمایز A و B در S، عمود منصف AB، یک محور تقارن برای S باشد.

مسأله ۲

فرض کنید n عدد صحیح ثابتی باشد که $n \ge 2$:

الف) کوچکترین عدد ثابت C را پیدا کنید که نامساوی:

$$\sum_{1\le i<j\le n} x_i\, x_j (x_i^2 + x_j^2) \le C\left(\sum_{1\le i\le n} x_i\right)^4$$

برای همه اعداد حقیقی $x_1,\dots,x_n \ge 0$ برقرار باشد.

ب) برای این عدد ثابت، تعیین کنید که نامساوی چه وقت تبدیل به تساوی می شود.

مسأله ۳

یک جدول مربعی $n\times n$ را در نظر بگیرید، که n عدد ثابت زوجی است. جدول به n^2 مربع واحد تقسیم شده است. دو مربع را همسایه گوییم اگر یک ضلع مشترک داشته باشند.

N مربع واحد در جدول علامت خورده اند، طوری که هر مربعی (علامت دار یا بی علامت) همسایه یک مربع علامت دار است. حداقل مقدار N چقدر است؟

روز دوم بخارست ـ ۱۷ جولای ۱۹۹۹

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه
هر سؤال ۷ امتیاز دارد

مسأله ۴

همه زوجهای (n,P) از اعداد صحیح مثبت را پیدا کنید که:

P عددی اول باشد

n بیشتر از ۲P نباشد

$(P-1)^n+1$ بر n^{P-1} بخشپذیر باشد.

مسأله ۵

دو دایره G_1 و G_2 در درون دایره G قرار دارند و در نقاط متمایز M و N (به ترتیب) بر آن مماس هستند. G_1 از مرکز G_2 عبور می کند. خطی که از محلهای تلاقی G_1 و G_2 عبور می کند، G را در A و B قطع می کند. خطوط MA و MB، دایره G_1 را به ترتیب در C و D قطع می کنند. ثابت کنید CD بر G_2 مماس است.

مسأله ۶

همه توابع $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ را پیدا کنید که برای تمام اعداد حقیقی x,y، رابطه زیر برقرار باشد:

$$f(x-f(y)) = f(f(y)) + xf(y) + f(x) - 1$$

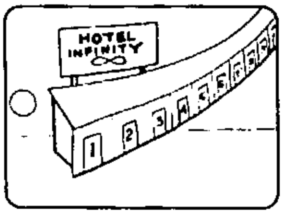
پارادوکسهای ریاضیات و علـــوم

(سرگرمی برای اندیشه ورزی)

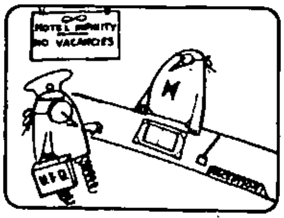
اثر دکتر مارتین گاردنر
ترجمهٔ حسن نصیرنیا

هتل بینهایت

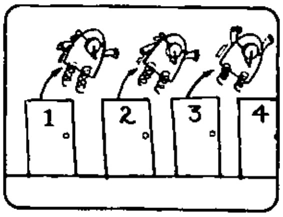
پیش از آنکه **دکتر زتا** زمین را ترک کند، داستان عجیب و وهم آمیزی گفت.



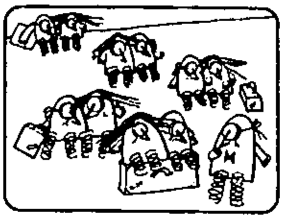
دکتر زتا: «هتل بینهایت» هتلی عظیم در مرکز کهکشان ماست. این هتل تعدادی نامتناهی اتاق دارد که از میان سیاهچاله ای[1] امتداد می یابد و به فضایی بالاتر از فضای سه بعدی می رسد. شمارهٔ اتاقها از ۱ شروع می شود و تا بینهایت ادامه می یابد.



دکتر زتا: روزی، وقتی که همهٔ اتاقها پر بود، خلبـان یک شئ پرندهٔ ناشناخته در سَرِ راه خود به کهکشانی دیگر، وارد آنجا شد.



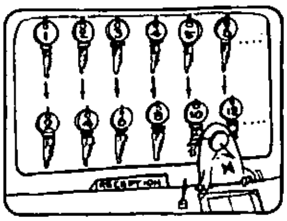
دکتر زتا: با اینکه هیچ اتاقی خالی نبود، مدیر هتل اتاقی برای خلبان پیدا کرد. او صرفاً مسافران هر اتاق را به اتاقی که شماره اش یک واحد بیشتر از شمارهٔ اتاق خودشان بود منتقل کرد. با این کار، اتاق شمارهٔ ۱ برای خلبان خالی شد.



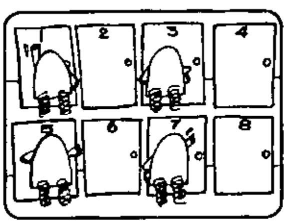
دکتر زتا: روز بعد سروکـلهٔ پنج زوج جوان که سرگرم گذراندن ماه عسل بودند، پـیـدا شد. آیا هتل بینهایت می توانست به آنان جا بدهد؟ بلی. تنها کاری که مدیر کرد این بود کـه مسافران هر اتاق را به اتاقی که شماره اش پنج واحد بیشتر از شماره اتاق خودشان بود، منتقل کرد. به این ترتیب، اتاقهای ۱ تا ۵ برای این پنج زوج خالی شد.

دکتر زتا: در تعطیلات پایان هفته عده‌ای نامتناهی از فروشندگان آدامس بادکنکی برای تشکیل مجمع عمومی به هتل آمدند.

هرمَن: من می‌توانم بفهمم که چگونه هتل بینهایت می‌توانست از هر عدهٔ متناهی از تازه واردان پذیرایی کند. ولی هتل چگونه می‌توانست برای عـده‌ای نامتناهی از افراد جا فراهم کند؟



دکتر زتا: خیلی ساده هِرمَنِ عزیز. مدیر صرفاً هر کس را به اتاقی که شماره‌اش دو برابر شمارهٔ اتاق قبلی او بود، منتقل کرد.



هرمن: البته! با این کار هر کس به اتاقی با شمارهٔ زوج منتقل شد. این سبب شد که همهٔ اتاقهای دارای شمارهٔ فرد که تعدادشان نامتناهی بود، برای فروشندگان آدامسهای بادکنکـی خالی بشود!

هیچ مجموعهٔ متناهی را نمی‌توان در تناظر یک به یک با یکی از زیر مجموعه هـای سـرهٔ آن قرار داد. این در مورد مجمـوعـه هـای نامتناهی صدق نمی‌کند. به نظر می‌رسد که مجموعه های نامتناهی این قاعدهٔ قدیمی را که کل بزرگتر از اجـزای سـرهٔ آن است، نقـض می‌کنند. در واقع، یک مجمـوعـهٔ نامتناهی را می‌توان به عـنـوان مجموعه‌ای تعریف کرد که بشود آن را در تناظر یک به یک با یک زیر مجموعهٔ سرهٔ خودش قرار داد.

مدیر هتل بینهایت نخست نشان داد که چگونه مجموعهٔ همهٔ اعداد شمارشی می‌تواند در تناظر یک به یک با یکی از زیر مجموعه هـای سرهٔ خودش قرار گیرد تا یک عضو باقی بگذارد. آشکار است که این شیوه می‌تواند تغییر شکل یابد تا امکان تفریق کردن یک زیر مجموعهٔ نامتناهی از تمام مجموعه فراهم شود و هر تعداد متناهی دلخـواه از عضوها باقی بماند.

راه دیگر آسان کردن فهم این نوع تفریق آن است که فرض کنیـم دو «میلهٔ اندازه گیری» بینهایت بلند داریم که در کنار هـم و در یـک امتداد روی میز طوری قرار گرفته اند که انتهای صفر آنها در وسط میز با هم تراز شده اند. هر دو میله علامتگذاری و بر حسب سانتیمـتـر شماره گذاری شده اند. این دو میله از سمت راست تا دوردستهـای نامتناهی امتداد یافته و همهٔ اعدادِ روی آنها در تناظر یک ـ به ـ یک: ۰ ـ ۰، ۱ ـ ۱، ۲ ـ ۲ و الی آخر قرار گرفته اند. حال فرض کنید یک میله را به اندازهٔ n سانتیمتر به طرف راست می‌لغزانیم. پس از انجام این عمل، همهٔ علامتهای روی میلهٔ تغییر مکان یافته، در تناظر یک ـ به ـ یک با علامتهای روی میلهٔ ثابت قرار خواهند داشت. اگر میلـهٔ مذکور ۳ سانتیمتر تغییر مکان می‌یافت، علامتهای متناظر عـبـارت بودند از ۳ ـ ۰، ۴ ـ ۱، ۵ ـ ۲، ... مقدار n سانتیمتری که میله به جلو می‌رود، نشان دهندهٔ اختلاف طولهای دو میله است. با وجود این، هر دو میله بینهایت دراز باقی می‌مانند. چون می‌توانیـم بـه n ـ اختلاف طولها ـ هر مقدار ارزش دلخواه بدهیم، بدیهی است کـه تفریق کردن از نامتناهی یک عمل مبهم است.

تدبیر آخری مدیر، دسترسی به تعدادی نامتناهی اتاق را میـسـر کرد. این نشان می‌دهد که چگونه می‌توان نامتناهی را از نامتناهی کم کرد و در عین حال نامتناهی باقی گذاشت. با قـرار دادن هـر عـدد شمارشی در تناظر یک ـ به ـ یک بـا هـر عـدد شـمـارشـی زوج، مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد صحیح ـ یعنی همـهٔ اعداد فرد ـ باقی می‌ماند.

زیرنویس:

۱ـ سیاهچاله یا حفرهٔ سیاه یک منطقهٔ فرضی نامرئی در فضا با قطر کوچک و میدان گرانشی قوی است که تصور می‌شود بر اثر رُمبش یک ستارهٔ عظیم ایجاد شده باشد. ـ م.

سی امین کنفرانس ریاضی کشور

در آستانهٔ برگزاری سال جهانی ریاضیات، اردبیل و دانشگاه محقق اردبیلی میزبان جامعهٔ ریاضی کشور در سی امین کنفرانس ریاضی کشور بود. این کنفرانس در روزهای ۱۰ الی ۱۳ مردادماه با حضور ۵۵۸ شرکت کنندهٔ داخلی و خارجی(طبق آمار ارائه شده در کتاب راهنمای کنفرانس) برگزار شد. واضح است که چنین کنفرانس ها و گفتگوهای علمی و تبادل تجربیات و نتایج تحقیقات، تأثیر شگرفی بر پیشرفت علم روز دارند.

سی امین کنفرانس ریاضی کشور ساعت ۹ صبح روز دهم مرداد ماه با حضور وزیر محترم آموزش عالی، عده ای از مقامات استان و با گرامی داشت یاد و خاطرهٔ زنده یاد دکتر صدیقی با هم آوایی سرود جمهوری اسلامی و تلاوت آیاتی از کلاما ... مجید شروع شد. سپس آقای دکتر قاسمی رئیس دانشگاه محقق اردبیلی به شرکت کنندگان در این کنفرانس خیر مقدم گفت و از تمامی ادارات، ارگانها و افرادی که در برگزاری این کنفرانس دانشگاه را یاری نموده بودند، تشکر و قدردانی کرد. سپس گزارشی توسط آقای دکتر مسعود گنجی، دبیر کنفرانس، بیان شد:

این کنفرانس با تلاش شبانه روزی جامعهٔ ریاضی ایران و همکاری و هماهنگی انجمن ریاضی ایران، ستاد ملی سال جهانی ریاضیات، ادارات، سازمان ها و ارگان های دولتی شهر اردبیل آمادهٔ برگزاری شده است. ایشان از رئیس دانشکدهٔ علوم، مدیر گروه ریاضی و دانشجویان ریاضی محض دانشگاه به خاطر تلاش بی وقفه ای که در راه برگزاری کنفرانس داشتند، قدردانی نمودند.

همچنین در این مراسم آقای طهایی استاندار اردبیل ضمن عرض خیر مقدم به میهمانان شرکت کننده در این کنفرانس بیاناتی را برای معرفی استان اردبیل ایراد نمودند.

آقای دکتر معین وزیر محترم فرهنگ و آموزش عالی و رئیس ستاد ملی سال جهانی ریاضیات طی سخنانی به اهمیت ریاضیات به خصوص به صورت زبان مشترک تمدن ها برای به اعتلا درآمدن نظریهٔ گفتگوی تمدن ها اشاره نمود و بر اهمیت علم و احترام به دانشمندان تأکید کردند. و سپس گزارشی از آخرین کنفرانس بزرگ قرن که توسط یونسکو در بوداپست مجارستان برگزار شده بود ارائه نمودند. در انتها، ایشان به اهمیت تشکیل شوراهای علمی ـ تحقیقی در استان ها اشاره کرده و آنرا از جمله راه حل های پیشرفت علم و تحقیقات در سطح کشور برشمردند.

در ادامهٔ این مراسم، اهداء جوایز دانشجویان شرکت کننده در بیست و سومین مسابقهٔ دانشجویی توسط دکتر معین، دکتر زارع نهندی و دکتر قاسمی انجام شد.

در پایان این مراسم جایزهٔ دکتر عباس ریاضی کرمانی به آقای دکتر حسین ذاکری استاد دانشگاه تربیت معلم تهران، توسط دکتر اسماعیل بابلیان رئیس دانشکدهٔ ریاضی و کامپیوتر دانشگاه تربیت

گزارشگر: سهیلا غلام آزاد
دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

معلم تهران اهداء شد.

بعد از مراسم افتتاحیه، برنامهٔ رسمی کنفرانس از ساعت ۱۱:۳۰، با سخنرانی دکتر قراگزلو همدانی آغاز شد.

در این کنفرانس حدوداً ۱۸۰ مقالهٔ تخصصی در زمینه های جبر ـ آنالیز ـ آنالیز عددی ـ آمار و احتمال ـ علوم کامپیوتر ـ منطق ـ معادلات دیفرانسیل ـ تحقیق در عملیات ـ نظریه اعداد ـ هندسه ـ توپولوژی ـ فازی ـ نظریه مجموعه ها ـ گراف و مباحث عمومی و کاربردی ارائه شد.

در حاشیهٔ کنفرانس ریاضی نمایشگاههای کتاب و نرم افزار نیز برگزار شد. نمایشگاه کتاب با همکاری انتشارات اشپرینگر[1] و شرکت بوک سل[2] که نمایندهٔ ناشران خارجی کلوور[3] ـ آکسفورد[4] ـ مک میلان[5] ـ سی. آر. سی[6] و انجمن ریاضی امریکا[7] است، برپا شده بود. کلیهٔ کتاب های ارائه شده در این نمایشگاه، در زمینهٔ ریاضیات، آمار و کامپیوتر بود.

همچنین بیست و هشتمین نشست انجمن ریاضی ایران روز دوشنبه ۱۱ مرداد، همزمان با برگزاری سی امین کنفرانس ریاضی کشور در سالن شهید خودسیانی دانشگاه محقق اردبیلی برگزار شد. بیش از ۱۲۰ نفر از اعضای وابسته انجمن در این جلسه شرکت کردند که طبق دستور جلسه، بعد از استماع گزارش مالی خزانه دار و گزارش دبیر انجمن از فعالیت های گذشته، حال و برنامه های آینده انجمن، تغییر اساسنامه مورد بررسی قرار گرفت و بعد از ۲ ساعت بحث، به اتفاق آرا به تصویب رسید. شایان ذکر است که اساسنامه انجمن ریاضی برای اولین بار در سال ۱۳۵۰ به تصویب رسید و بعد از آن در دوره های مختلف مواردی از آن تغییر کرد و در یک سال گذشته با توجه به عدم کارایی اساسنامه کمیته ای جهت تغییر اساسنامه تشکیل شد. اعضاء این کمیته عبارتند از: دکتر مهدی بهزاد، دکتر مگردیچ تومانیان، دکتر عبدالحمید ریاضی، دکتر جعفر زعفرانی، دکتر رحیم زارع نهندی و دکتر رشید زارع نهندی. در همایشی که با حضور تعداد کثیری از دست اندرکاران انجمن در تفرش تشکیل شد، اساسنامه پیشنهادی کمیته مورد بحث و بررسی قرار گرفت و در نهایت اساسنامه جهت بررسی به مجمع عمومی تقدیم شد.

در پایان این نشست قطعنامه ای در ۴ ماده به شرح زیر به تصویب شرکت کنندگان رسید.

۱ ـ ریاضیات به عنوان زبان و مادر علوم به تجهیزات پیچیدهٔ آزمایشگاهی نیاز ندارد. بیش از ۱۵ دانشگاه و مؤسسهٔ آموزش عالی در گذشته ای نه چندان دور به امید دریافت مرتب مجلات تخصصی، مهمترین وسیلهٔ پژوهشی مورد نیاز این رشته، دوره های دکتری ریاضی دایر کرده اند. قطع این مجلات ضربهٔ مهلکی بر پیکرهٔ رو به رشد دوره های تحصیلات تکمیلی این شاخه وارد خواهد کرد.

۲ ـ با عنایت به اعلام سال ۲۰۰۰ میلادی به عنوان سال جهانی ریاضیات توسط یونسکو و با توجه به اهمیت ریاضیات برای توسعه و نیاز مبرم به آموزش کیفی و کمی آن در دورهٔ دبیرستان شرکت کنندگان نگرانی عمیق خود را نسبت به کاهش ساعات دروس ریاضی دبیرستانی اعلام می کنند و خواستار بازنگری کلی در برنامه های ریاضیات دوره های ابتدایی، راهنمایی و دبیرستان هستند.

۳ ـ چاره اندیشی در مورد مشکل فرار مغزها با عنایت به اهمیت ریاضیات باید در صدر برنامه ها قرار گیرد. افزایش بودجهٔ تحقیقاتی دانشگاهها و فراهم کردن امکانات لازم جهت استفاده از فرصتهای مطالعاتی کاملاً حیاتی است. از سوی دیگر ایجاد تسهیلات لازم جهت استفاده از خدمات آموزشی، پژوهشی و مشورتی خیل عظیم ریاضیدانان برجستهٔ مقیم خارج از اولویت خاص برخوردار است.

۴ ـ ریاضیات کشور در حال حاضر به هیچ وجه در شأن میراث غنی فرهنگی مردم شریف این مرز و بوم نیست و از مشکلاتی چند رنج می برد. اما وجود امکانات بالفعل و بالقوهٔ فراوان این نوید را می دهد که با برنامه ریزی دقیق، عزم ملی و کمک جدی زعما و مسئولان می توان در این رشته جهتی مناسب به وجود آورد و با ایجاد خودباوری زمینهٔ سایر توسعه های لازم برای عظمت کشور اسلامیمان را فراهم ساخت. ریاضیات تنها در قالب قوانین و مقررات جاری راه برای اعتلا ندارد و به بذل توجه ویژه نیازمند است.

با برگزاری مراسم اختتامیه در بعدازظهر روز چهارشنبه ۱۳ مرداد ماه، سی امین کنفرانس ریاضی کشور به کار خود پایان داد.

زیرنویس:

1. Springer
2. Booksale
3. Kluwer
4. Oxford
5. Macmillan
6. CRC
7. AM. Mathematical Society

چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران

۱۳ تا ۱۵ بهمن ماه ۱۳۷۸ تهران

همزمان با سال جهانی ریاضیات ـ سال ۲۰۰۰ ـ معاونت برنامه ریزی و نیروی انسانی وزارت آموزش و پرورش با همکاری انجمن ریاضی ایران و ادارهٔ کل آموزش و پرورش شهر تهران، افتخار دارد چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران را در راستای تحقق اهداف زیر برگزار کند.

ـ ارتقای کیفیت آموزش ریاضی؛

ـ اعتلای دانش حرفه ای معلمان ریاضی (از طریق ایجاد تعامل فکری و تجربی معلمان)؛

ـ تبیین نقش ریاضی در آموزش عمومی؛

ـ توسعه و پرورش خلاقیت؛

ـ نوآوری در برنامه های درسی و روشهای تدریس ریاضی؛

ـ عمومی کردن ریاضیات.

برنامه‌های علمی

- ارایه سخنرانیهای عمومی
- ارایه مقاله ها و پوسترها
- میزگردها
- برگزاری نمایشگاهها و کارگاهها

نحوهٔ تنظیم و ارسال مقاله

- از علاقمندان به ارائه مقاله درخواست می شود مقاله کامل خود را تایپ شده به همراه چکیده آن، که جداکثر در ۲۰ سطر تنظیم شده، به آدرس دبیرخانه کنفرانس طوری ارسال نمایند که تا ۷۸/۹/۳۰ توسط دبیرخانه دریافت گردد.
- چکیده مقاله بایستی شامل عنوان مقاله، نام و نام خانوادگی نویسنده (یا نویسندگان) و محل کار باشد.

تاریخهای مهم

- آخرین مهلت ارسال برگه درخواست ثبت نام ۷۸/۹/۳۰
- آخرین مهلت ارسال اصل مقالهٔ همراه چکیدهٔ آن ۷۸/۹/۳۰
- اعلام نتایج داوری مقالات ۷۸/۱۰/۳۰

هزینه‌ها

حق شرکت در کنفرانس و استفاده از خدمات علمی برای داوطلبان به شرح ذیل می باشد :

- حق ثبت نام .... ۲۰۰۰۰ ریال
- فقط نهار (سه وعده) .... ۲۵۰۰۰ ریال
- صبحانه و نهار و شام (سه روز) .... ۳۵۰۰۰ ریال
- خوابگاه .... ۱۰۰۰۰ ریال
- از متقاضیان شرکت در کنفرانس درخواست می شود مبلغ تعیین شده را در وجه اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران به حساب شماره ۹۰۰۵۱ نزد بانک ملی شعبه قدس تهران واریز نموده و اصل رسید آن را همراه برگه ثبت نام حداکثر تا ۷۸/۹/۳۰ به آدرس دبیرخانهٔ چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران ارسال فرمایند .
- به علت محدود بودن امکانات ، کمیتهٔ اجرایی کنفرانس از پذیرش همراهان شرکت کنندگان معذور است .

اعضای کمیته علمی

۱ ـ دکتر زهرا گویا ، دبیر کمیته علمی ، دانشگاه شهید بهشتی
۲ ـ دکتر اسماعیل بابلیان ، دانشگاه تربیت معلم
۳ ـ دکتر بیژن ظهوری زنگنه ، دانشگاه صنعتی شریف
۴ ـ دکتر علیرضا مدقالچی، دانشگاه تربیت معلم
۵ ـ دکتر سیدحسن علم الهدایی ، دانشگاه فردوسی مشهد
۶ ـ دکتر محمود محسنی مقدم، دانشگاه شهید باهنر کرمان
۷ ـ رحیم آصفی ، دفتر آموزشهای نظری و پیش دانشگاهی
۸ ـ یداله ایلخانی پور ، اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ شهر تهران
۹ ـ سهیلا غلام آزاد ، دفتر برنامه ریزی و تألیف کتب درسی
۱۰ ـ محمود کاظمی، مرکز آموزش عالی فرهنگیان شهدای مکه تهران
۱۱ ـ لادن نجفی ، مرکز تربیت معلم شهید شرافت تهران

دبیرخانه کنفرانس

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران ، معاونت برنامه‌ریزی و نیروی انسانی
صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۴۱۵۵ ، تلفن ۸۸۶۰۶۴۲ ، دورنگار ۸۸۶۰۶۴۱

درخواست ثبت‌نام

نام .... نام خانوادگی ....
آدرس کامل محل سکونت ....
.... تلفن ....
آدرس کامل محل خدمت ....
.... تلفن ....
آخرین مدرک تحصیلی .... محل تحصیل .... سال فراغت از تحصیل ....
سالهای خدمت در ابتدایی .... راهنمائی .... دبیرستان .... مراکز تربیت معلم
و آموزش عالی فرهنگیان .... دانشگاه .... سایرین ....
مبلغ پرداختی : بابت خوابگاه .... بابت غذا .... بابت ثبت نام .... جمع کل ....

نهمین کنگرهٔ جهانی آموزش ریاضی
ICME 9 [1]

تاریخچه و ویژگیهای این کنگره

اولین اجلاس کنگره جهانی آموزش ریاضی در سال ۱۹۶۹ در لیون فرانسه با شرکت ۶۰۰ نفر معلم و محقق ریاضی و با هدف توسعه و پیشرفت ریاضی و تعمیم و انتقال نوآوری ها در امر آموزش و شیوه های جدید آموزش و تدریس در سطح جهانی برگزار شد. در طول سه دهه که از عمر برگزاری این کنگره می گذرد، تبادل نظرات و تضارب آرا میان معلمان و محققان ریاضی در بهبود کار معلمان و ارتقاء سطح حرفه ای آنان بسیار مهم بوده است. هر چهار سال یک بار، کمیسیون بین المللی تدریس ریاضی ICMI [2] به عنوان یکی از سازمانهای بین المللی طرف مشورت یونسکو، برگزاری کنگرهٔ ICME را به یکی از انجمنهای وابسته واگذار می کند. هشتمین کنگرهٔ جهانی آموزش ریاضی در سال ۱۹۹۶ در اسپانیا برگزار شد که مشروح گزارش این کنگره در شمارهٔ ۴۷ مجله رشد ریاضی، زمستان ۷۵، به چاپ رسیده است.

زمان و مکان برگزاری کنگره نهم

نهمین کنگره جهانی آموزش ریاضی در سال ۲۰۰۰ در ژاپن برگزار خواهد شد.

ICME9

برگزار کننده: کمیسیون بین المللی تدریس ریاضی ICMI

محل برگزاری: TOKYO/ MAK UHARI/ JAPAN

تاریخ برگزاری: 31, JULY - 6, AUGUST 2000

۱۵ ـ ۹ مرداد ۱۳۷۹

زبان انگلیسی زبان رسمی کنفرانس و زبان ژاپنی زبان فرعی (کمکی) کنفرانس است. در این اجلاس برنامه های مختلفی از قبیل سخنرانی های افتتاحیه و اختتامیه، سخنرانی های عمومی، میزگرد بین المللی، گروههای کاری، گروههای مطالعاتی، نمایشگاه ها و ارائه پوستر، کارگاههای آموزشی تدارک دیده شده اند.

برنامه‌های نهمین کنگره جهانی آموزش ریاضی به قرار زیر می‌باشد

سخنرانان عمومی:

هیروشی فوجیتا	ژاپن
مونگس نیس	دانمارک
ترزینها نونس	انگلیس/ برزیل
دریک چ. پتیان	آلمان

میزگرد بین المللی

مدیر ناظر: لی پنگ یی — سنگاپور

عناوین گروههای کاری

- ✦ آموزش ریاضی قبل از دبستان و در دبستان
- ✦ آموزش ریاضی در دورهٔ راهنمایی
- ✦ آموزش ریاضی در دورهٔ دبیرستان
- ✦ آموزش ریاضی در دورهٔ دوسالهٔ کالج
- ✦ آموزشی ریاضی در دانشگاه
- ✦ آموزش بزرگ سالان و آموزش مادام العمر
- ✦ آموزش قبل و ضمن خدمت معلمان ریاضی
- ✦ تحقیق، عمل و تئوری آموزش ریاضی

✦ ارتباطات و زبان در آموزش ریاضی
✦ ارزشیابی در آموزش ریاضی
✦ استفاده از تکنولوژی در آموزش ریاضی
✦ ابعاد سیاسی، اجتماعی آموزش ریاضی
✦ تاریخ و فرهنگ در آموزش ریاضی

عناوین گروههای مطالعاتی

✦ تدریس و یادگیری جبر
✦ تدریس و یادگیری هندسه
✦ تدریس و یادگیری حسابان
✦ تدریس و یادگیری آمار
✦ مواد آموزشی و کمک آموزشی در آموزش ریاضی
✦ آموزش راه دور در آموزش ریاضی
✦ استفاده ریاضی از چند رسانه ای ها در آموزش ریاضی
✦ مدلسازی ریاضی و ارتباط بین ریاضی و دروس دیگر

ساختهای ریاضی و علوم ریاضی

✦ انعکاس آنها بر آموزش ریاضی

✦ حل مسئله در آموزش ریاضی
✦ اثبات و اثبات کردن در آموزش ریاضی
✦ یادگیری ریاضی و فرآیندهای شناختی
✦ ساخت گرایی در آموزش ریاضی
✦ آموزش ریاضی برای کودکان با نیازهای خاص
✦ خلاقیت در آموزش ریاضی و آموزش دانش آموزان با استعدادهای خاص
✦ آموزش ریاضی و عدالت و تساوی
✦ رقابتهای ریاضی در آموزش ریاضی
✦ آزمونهای ورودی و عمومی در آموزش ریاضی
✦ ریاضیات قومی
✦ موضوعاتِ آموزش ریاضی در کشورهای آسیایی
✦ TIMSS و مطالعات تطبیقی در آموزش ریاضی.

زیرنویس:

1. The 9th International Congress on Mathematical Eduction
2. International Commission on Mathematical Instruction

کسانی که مایل به دریافت اطلاعات بیشتر هستند می‌توانند با آدرس‌های زیر ارتباط برقرار کنند:

Homepage of ICME-9
URL: http://www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/

Secretariat of ICME-9
Prof. Toshio Sawada, Secretary
Department of Mathematics
Science University of Tokyo
26 Wakamiya, Shinjuku-ku,
Tokyo 162-0827, Japan
Fax: +81-3-3269-7823
E-mail: icme9@ma.kagu.sut.ac.jp
URL: http://www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/

International Program Committee
Prof. Hiroshi Fujita, Chair
of IPC for ICME-9
The Research Institute of Educational Development,
Tokai University
2-28-4 Tomigaya, Shibuya-ku,
Tokyo 151-0063, Japan
E-mail: fujita@math.meiji.ac.jp
E-mail: hfujita@yoyogi.ycc.u-tokai.ac.jp

ICME-9 REGISTRATION FORM

Reg. No.	Office Use Only

Please complete and return this form by airmail or fax to:
Registration Office of ICME-9
c/o International Communications Specialists, Inc.
Sabo Kaikan-bekkan, 2-7-4 Hirakawa-cho, Chiyoda-ku, Tokyo 102-8646, Japan
Fax: +81-3-3263-7077 Tel: +81-3-3263-6474

*Please type or print in English in BLOCK LETTERS. Please fill in one form per participant.

1. Participant Name (Check one) ☐ Prof. ☐ Dr. ☐ Mr. ☐ Ms.

(Family Name) (Given Name) (Middle Name)

2. Affiliation (University, Company, etc.)

3. Department **4. Position in Job**

5. Mailing Address (Check one) ☐ Office ☐ Home

City

State/Province **Zip Code** **Country**

Phone: ( )-( )- **Fax:** ( )-( )-
(Country Code) (Area Code) (Country Code) (Area Code)

E-mail:

6. Please write hereunder your three WGA and TSG choices indicating your priority.

WGA No.: 1st choice ____ 2nd choice ____ 3rd choice ____ TSG No.: 1st choice ____ 2nd choice ____ 3rd choice ____

7. Name(s) of Accompanying Person(s)

☐ Mr. ☐ Ms. (Check one) ____ (Family Name) (Given Name) (Middle Name)

☐ Mr. ☐ Ms. (Check one) ____

☐ Mr. ☐ Ms. (Check one) ____

8. Registration Fee

Categories	Early postmarked before February 15, 2000	Regular postmarked before June 15, 2000	Late / On Site postmarked on or after June 16, 2000
Full Participant	☐ ¥37,000 (US$380)	☐ ¥40,000 (US$410)	☐ ¥43,000 (US$440)
Accompanying Person		☐ ¥12,000 x ( ) person(s) (US$110)	

Total: ¥

9. Congress Tour (Please indicate the course code of the Congress Tour on August 3.)

Full Participant
1st choice ____ 2nd choice ____ 3rd choice ____ 4th choice ____ 5th choice ____

Accompanying Person(s)
1st choice ____ 2nd choice ____ 3rd choice ____ 4th choice ____ 5th choice ____ x ( ) persons

10. Method of Payment (Check the method and fill in the blanks as possible.)

☐ I have remitted the above sum of ¥ ____ by bank transfer
through my bank ____ (name of your bank) to:
A/C Name: ICME9 A/C No.: 4190023
The Bank of Tokyo-Mitsubishi, Ltd., Shin-Marunouchi Branch
* Please enclose a copy of your bank's receipt with this form to avoid possible confusion.

☐ Bank check payable to the order of ICME9

☐ Credit Card ☐ VISA ☐ MasterCard ☐ Diners Club ☐ American Express

Card No.: ____ Expiration Date: (Month) / (Year)

Name of the card holder (Please print):

Signature: **Date:**

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd
Mathematics Education Journal

No. 56 - 1999

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

CONTENTS:

Managing Editor: Mohsen Goldansaz
Editor: Zahra Gooya
Executive Director: Soheila Gholamazad
Graphic Designer: Fariborz Siamaknejad

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6588

برگهٔ اشتراک مجلات آموزشی رشد

نام و نام خانوادگی : ....
تاریخ تولد : ....
میزان تحصیلات: ....
تلفن : ....
نشانی کامل پستی:
استان: ....
شهرستان : ....
خیابان : ....
کوچه : ....
پلاک : ....
کدپستی: ....
مبلغ واریز شده : ....
شماره رسید بانکی: ....
تاریخ رسید بانکی: ....
مجله درخواستی : ....

امضاء:

شرایط اشتراک

۱ــ واریز حداقل مبلغ ۱۰۰۰۰ ریال به عنوان پیش پرداخت به حساب شمارهٔ ۳۹۷۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبهٔ سرخه حصار، کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال رسید بانکی به همراه برگهٔ تکمیل شدهٔ اشتراک به نشانی دفتر انتشارات کمک آموزشی.

۲ــ شروع اشتراک از زمان وصول برگهٔ درخواست اشتراک است. بدیهی است یک ماه قبل از اتمام مبلغ پیش پرداخت، به مشترک جهت تجدید اشتراک اطلاع داده خواهد شد.

فراخوان

از خوانندگان مجله دعوت می‌شود تا به مناسبت

سال جهانی ریاضی - سال 2000 میلادی

و همسو با شعار همگانی کردن ریاضی، دیدگاههای خود را دربارهٔ ریاضی به شکلهای گوناگون از جمله مقاله، نوشته‌های کوتاه، شعر، طنز، کاریکاتور و نقّاشی به دفتر مجله ارسال دارند.

مجموعهٔ دریافتی پس از داوری با نام صاحب اثر در سال جهانی ریاضی چاپ خواهد شد و به آثار برگزیده جوایزی داده خواهد شد.

از همهٔ خوانندگان استدعا داریم ما را در تهیّهٔ این مجموعهٔ ماندگار، یاری کنند.

سال ریاضیات ۱۳۷۹

ICME 9

The 9th International Congress on Mathematical Education

Second Announcement

July 31 (Mon) - August 6 (Sun), 2000
Tokyo / Makuhari, Japan

Official Sponsors:

Science Council of Japan
Japan Society of Mathematical Education