رشد

آموزش ریاضی

۵۹
۶۰

سال پانزدهم
۱۵۰ تومان
ISSN 1606-9188

سال ریاضیات ۱۳۷۹

هنر ریاضیات

به «حساب و جبر» جانا همه هستی‌ات بیارا
که رسد ز رمز خلقت نفحات حق شما را

لگاریتم هر گلی را که زباغ «پایه» چیدم
رُخ دلربات دیدم که رقم زده «نما» را

چو به تابع ات کشیدم «خط منحنی» چه دیدم؟
به دو دیده در تعجب نگریستم خدا را

به کمند «رشته»هایش چه خوش است اوفتادن
قدح « *limit* » خوردن به وجودتان گوارا

مَکُنی به «صفر» ضربم که توان آن ندارم
ز «کرانه‌های بالا» نفرستی این بلا را

به کمند «باز» یاری شده «بسته» پای «مسعود»
چه شود اگر نماید به اسیر خود مدارا

«هنر ریاضیات» است غزلی بدین روانی
که روان خستهٔ ما ننوازد این نوا را

مقصود اختری
دبیر ریاضی تهران

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی

۵۹
۶۰

سال پانزدهم / سال تحصیلی ۸۰ - ۱۳۷۹ / تیراژ ۷۵۰۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

فهرست:

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹-۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۰۱)
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

■ مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان مقاطع مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:

■ مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.

■ شکل قرار گرفتن جدولها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.

■ نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.

■ اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.

■ در متنهای ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.

■ زیرنویسها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.

همچنین:

■ مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.

■ مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبین نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسشهای خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.

■ مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

یادداشت سردبیر

«چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» از ۱۳ تا ۱۵ بهمن ۱۳۷۸ در تهران برگزار شد. این کنفرانس دارای ویژگی های متعددی بود که جا دارد به اختصار، به آنها پرداخته شود:

۱ ـ این کنفرانس با شروع سال جهانی ریاضیات ۲۰۰۰ قرین بود. جامعهٔ آموزش ریاضی این تقارن را به فال نیک گرفت و برگزاری باشکوه «چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران» با بیش از ۱۵۰۰ شرکت کننده، خاطرهٔ آن را ماندگار کرد.

۲ ـ این کنفرانس نشان داد که جامعهٔ ریاضی ایران به دلایل موجّهی برای حمایت از کنفرانسهای آموزش ریاضی رسیده است و مشارکت معلمان ریاضی و ریاضیدانها در این کنفرانس بازتاب چنین باوری بود.

۳ ـ تأثیر انکار ناپذیر کنفرانسهای قبلی آموزش ریاضی بر ارتقای سطح آگاهی جامعهٔ ریاضی، بیشترین انگیزه را برای برگزاری هرچه پربارتر چهارمین کنفرانس ایجاد کرده بود. این تأثیرات، هم مسؤولیت بیشتری را برای کمیته های علمی و اجرائی ایجاد کرد و هم عزم آنها را برای تلاش بیشتر در جهت افزایش کیفیت علمی و آموزشی کنفرانس جزم تر کرد.

۴ ـ در نتیجهٔ مشارکتها و هم اندیشی های افراد مؤثر جامعهٔ ریاضی و آموزش ریاضی در ستاد ملّی سال جهانی ریاضیات، بر تداوم کنفرانسهای سالانهٔ آموزش ریاضی در جهت تحقق هدفهای سال جهانی ریاضیات تأکید شد و چهارمین کنفرانس، از حمایت های متنوع مادی و معنوی این ستاد برخوردار شد.

۵ ـ میزان مشارکت معلمان در فعالیت های علمی افزایش چشمگیری داشت. تعداد ۱۴۰ مقالهٔ پژوهشی ارسال شده به کمیتهٔ علمی مؤید این ادعّاست. نقطهٔ عطف این کنفرانس، تمایل زیاد معلمان به تغییر از شرکت کنندهٔ منفعل به شرکت کنندهٔ فعال و صاحب اثر بود.

۶ ـ مقاله های ارسالی بیشتر از گذشته به سمت تحقیقات آموزش ریاضی میل کرده بودند. این نکته بیانگر این واقعیت است که کنفرانسهای آموزش ریاضی قبلی توانسته بودند در ایجاد بینش آموزش ریاضی، معرّفی مسایل تحقیقاتی آموزش ریاضی و تمایز آنها با مسایل تحقیقاتی ریاضی موفقیت های نسبی به دست آورند.

۷ ـ موضوع های پژوهشی بسیاری از مقاله ها، برگرفته از تدریس واقعی ریاضی در کلاس درس بود. تحقّق انتظار دو دههٔ اخیر از «معلّم به عنوان محقّق» و ضرورت مشارکت معلمان، در این کنفرانس احساس می شد. چندین «تحقیق عمل» (اقدام پژوهی) انجام شده به معنای تحقیق راجع به عمل تدریس کلاسی توسط معلم همان کلاس یا با مشارکت ایشان و به منظور بهبود عمل تدریس، و ارایهٔ آنها در چهارمین کنفرانس، نشان داد که بیش از ایجاد هیاهو و هیجان برای پژوهنده کردن معلمان، باید فرصت های مناسب علمی و پژوهشی را برای آنها فراهم کرد و این فرصت ها، بیشترین انگیزه و اثربخشی را باعث خواهند شد.

۸ ـ استقبال پژوهشگران علوم تربیتی از ارایهٔ مقاله در این کنفرانس نویدبخش بود. پیوند جامعهٔ ریاضی و جامعهٔ علوم تربیتی از طریق آموزش ریاضی یک نقطهٔ قوّت تاریخی خواهد بود.

۹ ـ به دلیل ارتقای کیفیت مقاله های ارسالی، کیفیت مقاله های پذیرفته شده به سبب اعمال داوری های دقیق تر، در مقایسه با گذشته بالاتر بود.

۱۰ ـ محتوای مقاله ها از بحث های توصیفی و سلیقه ای، به سمت کارهای پژوهشی و ارایهٔ نوآوری ها یا طرح مسایل مختلف آموزش ریاضی متمایل شده بودند.

از مجموع ۷۱ مقالهٔ پذیرفته شده، مقاله های با مخاطبان وسیع تر و صبغهٔ پژوهشی بیشتر، به صورت سخنرانی های ۴۰ دقیقه ای و مقاله های با مخاطبان محدودتر؛ در غالب سخنرانی های ۲۰ دقیقه ای ارایه شدند. هم چنین، بعضی مقاله ها که مطالب قابل تعمّقی را مطرح کرده بودند و به تلاش بیشتری برای تبدیل شدن به یک مقالهٔ پژوهشی نیاز داشتند، به صورت پوستر در اختیار بازدید کنندگان قرار گرفتند.

۱۱ ـ تمام اعضای کمیتهٔ علمی کنفرانس، مقاله ارایه دادند. علّت پذیرش این مسؤولیت از جانب اعضا، موجّه کردن دلایل انتخاب افراد برای عضویت در کمیتهٔ علمی بود.

۱۲ ـ سخنرانهای عمومی همگی مدعو کنفرانس بودند که با توجه به محورهای کنفرانس، انتخاب شده بودند. لازم به ذکر است که بعضی از سخنرانهای مدعو، متن کامل سخنرانی خود را تا زمان چاپ گزارش کنفرانس آماده نکرده بودند و به همین دلیل، این شمارهٔ مجله از چاپ آن مقاله ها محروم شده است.

۱۳ ـ کمیتهٔ علمی و اجرائی از تعدادی از پیش کسوتان ریاضی مدرسه ای در گذشته و حال که هریک به نوعی بر جریان آموزش ریاضی ایران تأثیرگذار بوده اند، دعوت کرده بودند تا با حضور خود در جلسهٔ افتتاحیهٔ کنفرانس، شرکت کنندگان را مفتخر نمایند. این پیش کسوتان به ترتیب الفبا عبارت بودند از آقایان: صفر باهمّت شیروانه ده، احمد بیرشک، میرزا جلیلی، ابراهیم دارابی، جهانگیر سمش آوری، پرویز شهریاری، پرویز فرهودی مقدّم، عبدالحسین مصحفی و محمّدطاهر معیّری.

۱۴ ـ با وجود زمان محدودی که برای اطلاع رسانی پیش بینی شده بود (و این یکی از مشکلات جدّی چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی بود) ظرف مدت تعیین شده جهت شرکت در کنفرانس، ۱۲۱۰ نفر ثبت نام کردند. لازم به یادآوری است که این کنفرانس از معدود کنفرانسهائی بود که زمان ثبت نام آن تمدید نشد. البته تعداد قابل توجهی از معلمان ریاضی مقیم تهران، بدون ثبت نام و به تناسب علاقهٔ خود، در سخنرانی ها، کارگاهها و نمایشگاهها شرکت کردند.

۱۵ ـ با توجّه به زمان برگزاری کنفرانس که در زمستان و نیمهٔ سال تحصیلی بود، این حضور چشمگیر، امیدوار کننده و قابل تأمل بود. به خصوص، با توجّه به این که از نظر مالی و ثبت نام، امتیاز ویژه ای برای هیچ یک از شرکت کنندگان در نظر گرفته نشد. اصرار کمیتهٔ علمی برای این تصمیم، این نکته بود

که فعالیت های علمی و پژوهشی تا حد امکان باید با انگیزه های تعالی بخش درونی توسعه یابند و تعمیق شوند. انگیزه های بیرونی و زودگذر، باعث پائین آوردن کیفیّت کنفرانسهای علمی می شوند و ممکن است شرکت در این مجامع علمی، از حق و وظیفه، تبدیل به امتیاز شود که در این صورت، اطلاق نام «کنفرانس علمی» به آنها موضوعیّت ندارد.

۱۶ ـ کارگاههای آموزشی ـ هم از نظر کمیّت و هم از نظر کیفیّت ـ رشد قابل ملاحظه ای داشتند و اقبال شرکت کنندگان از آنها زیاد بود.

۱۷ ـ کمیته علمی در انتخاب مدعو خارجی دقت و وسواس زیادی نشان داد؛ حضور پرشور پروفسور رامبرگ در این کنفرانس مؤید این دقت بود. پروفسور توماس رامبرگ استاد دانشگاه ویسکانسین از ویژگی قابل توجّهی برخوردار بودند. ایشان تا بهار ۲۰۰۰ میلادی، رئیس مرکز تحقیقات آموزشی دانشگاه ویسکانسین بودند و در حال حاضر، مشغول تحقیق در مورد دوباره نگری در برنامه های درسی ریاضی ایالات متحّده هستند. ایشان مؤلف ده ها مقاله و کتاب در مورد یادگیری ریاضی کودکان، ضرورت دوباره نگری در برنامه های درسی ریاضی مدرسه ای، آموزش معلمان ریاضی، ارزیابی و ارزشیابی موفقیّت تحصیلی ریاضی کودکان و تجزیه و تحلیل نتایج اولین و دومین مطالعهٔ بین المللی ریاضی هستند. پروفسور رامبرگ از سال ۱۹۸۶ تا سال ۱۹۹۵ میلادی، دبیر کمیسیون تدوین استانداردهای ریاضی مدرسه ای برای «شورای ملّی معلمان ریاضی» NCTM در ایالات متّحده بوده است و در حال حاضر، به پژوهش دربارهٔ نتایج «سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم» TIMSS مشغول است. ایشان یک سخنرانی عمومی یک ساعتی با عنوان «در رابطه با ریاضی مدرسه ای، در دنیا چه می گذرد؟» در جلسهٔ افتتاحیه ایراد کردند که خلاصهٔ آن، در این ویژه نامه چاپ شده است. هم چنین، در روز دوم یک سخنرانی موازی ۴۰ دقیقه ای با عنوان «ریاضی زمینه مدار» ارایه دادند که شامل فعالیت های جالب، جاذب، ساده و برگرفته شده از «زمینهٔ» واقعی زندگی بودند و برای شروع جبر و الگویابی مفید بودند.

۱۸ ـ با توجّه به میزان علاقه مندی شرکت کنندگان در تهیّهٔ مقاله و ضعف های موجود در بسیاری از مقاله ها، کمیتهٔ علمی تصمیم گرفت تا یک جلسه را به چگونگی انتخاب موضوع پژوهشی در آموزش ریاضی اختصاص دهد. به خصوص، با توجّه به این که معلمان عزیز شرکت کننده مخاطبان اصلی کنفرانس بودند، پیش بینی شد که آشنائی با روشهای تحقیق میدانی و «تحقیق عمل» (اقدام پژوهی)، در انجام کارهای پژوهشی متأثر از عمل تدریس می تواند، مفید باشد. کمیتهٔ علمی کنفرانس امیدوار بود این جلسه، در تبدیل فکرهای خوب و بکر به یک کار پژوهشی و ارایهٔ گزارش آن به صورت مقالهٔ علمی مؤثّر باشد.

با توجّه به ویژگی های فوق، به پیشنهاد اعضای هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی و موافقت اکثریت اعضای کمیتهٔ علمی «چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی»، هم چنین به دلیل محدودیت شمارگان گزارش ها کنفرانسها، تعدادی از مقاله های ارایه شده در کنفرانس برای چاپ در این ویژه نامه آماده شد. انتخاب مقاله ها براساس تنوّع موضوع ها، وسعت مخاطبان، اقبال شرکت کنندگان کنفرانس از آنها، نوع آوری ها، طرح مسایل واقعی ریاضی مدرسه ای، استحکام نظری، تجربیات تدریس، و پژوهشهای مرتبط با آموزش ریاضی بود. هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی این «ویژه نامه» را به مناسبت سال جهانی ریاضیات ۲۰۰۰، به جامعهٔ آموزش ریاضی ایران تقدیم می دارد.

■

قطعنامهٔ چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی

به نام خدا

در آستانه بیست و یکمین سالگرد انقلاب شکوهمند اسلامی، ابتدا از وزیر محترم آموزش و پرورش جناب آقای مظفر که برگزاری چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران را امکان‌پذیر کردند قدردانی کرده و از همکاری معاونت محترم برنامه‌ریزی و نیروی انسانی این وزارت و اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران که مسئولیت اجرایی کنفرانس به این عظمت و کیفیت را عهده‌دار شدند سپاسگزاری می‌کنیم.

با درنظر گرفتن نتایج مقاله‌ها و میزگردها و بحث‌های علمی مطرح شده و تبادل تجربه‌های آموزشی معلمان، شرکت‌کنندگان در این کنفرانس، توجه مسئولان محترم کشور را به موارد زیر جلب می‌کنند:

۱. با شروع قرن بیست‌ویکم و ورود به عصر اطلاعات، استفاده از تجربیات فرا ملی، نتایج مطالعات تطبیقی و درنظر گرفتن ویژگی‌های اسلامی و فرهنگی جامعه ایرانی در تصمیم‌گیری آموزشی، ضروری است.

۲. ویژگی‌های دنیای بدون مرز جدید (دهکده جهانی) و سهولت ارتباطات از طریق اینترنت، برنامه‌ریزی‌های آموزش ریاضی مبتنی بر ظرفیت‌های بالقوه و بالفعل تکنولوژی را ایجاب می‌کند.

۳. تهیه یک نقشه جامع از وضعیت آموزش ریاضی ایران در تمام سطوح، از پیش‌دبستانی تا پایان دانشگاه، از ضروریات تدوین برنامه مبتنی بر یافته‌های جهانی و ویژگی‌های بومی است (بند ۱ و ۲).

۴. تدوین و تحقق برنامه‌های جدید آموزش ریاضی نیازمند پشتیبانی جوامع علمی بویژه انجمن ریاضی ایران است.

۵. شرکت‌کنندگان نگرانی جدی خود را از تأثیر آزمون‌های ورودی دانشگاهها و روند آموزش ریاضی ابراز می‌کنند و خواستار بررسی عمیق و همه‌جانبه این معضل هستند.

۶. برای ارتقاء کیفیت آموزش معلمان ریاضی، شایسته است مسئولان به شرایط معیشتی، آموزش‌های قبل و ضمن خدمت، تقویت انجمن‌های حرفه‌ای، ایجاد گروههای کاری و حمایت‌های مادی و معنوی از پژوهش‌های معلمان توجه لازم را مبذول نمایند.

۷. برای اجتناب از مشکلات آموزشی و اجرایی و هماهنگی با معلمان ریاضی لازم است موارد زیر درنظر گرفته شود:

الف) از هر نوع تصمیم‌گیری خلق‌السّاعه، پرهیز شود؛

ب) تدوین برنامه و کتاب‌های درسی ریاضی مبتنی بر یافته‌های پژوهشی و تجربیات آموزشی معلمان و استادان ریاضی باشد؛

پ) اجرای تصمیمات شورای برنامه‌ریزی ریاضی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی از طرف مسئولان محترم ضروری است.

چالش های آموزش ریاضی در حوزهٔ حسابان

علیرضا مدقالچی
دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر
دانشگاه تربیت معلم

چکیده

پژوهش های آموزش ریاضی در کشورهای مختلف و تجربیات ممتد در آموزش حسابان و آنالیز در دوره های متوسطه و دانشگاه، ادبیات موجود آموزش ریاضی در متون و کتب ریاضی دال بر وجود مشکلات و چالشهای فراوان در امر آموزش حسابان در دورهٔ دبیرستان است. هر نوع آموزش ریاضی مستلزم دقت ریاضی مناسبی است و از سوی دیگر انتقال مفاهیم ضرورتها و رفتارهای پداگوژیکی را ایجاب می کند. آموزش چه در سطح دبیرستان و چه در سطح دانشگاه نیازمند تقویت شهود است و در عین حال استدلال را نیز نباید فدای شهود کرد! به نظر می آید که یک شیوهٔ آموزش می تواند مبتنی بر تکوین مفاهیم تاریخی باشد، **یعنی هر طور که اشیای ریاضی در طول تاریخ ریاضی به وجود آمده و تکوین یافته اند آموزش داده شوند.** توجه به این امر می تواند بخشی از مشکلات آموزش ریاضی را مرتفع سازد ولی توجه به روشهای جدید، ابزارها و تکنولوژیها و فن آوریهای جدید، ویژگیهای ملی و فراملی از ضرورت های آموزشی برای انتقال و فراگیری است. مشکلات آموزش حسابان را می توان در سه مقولهٔ زیر مورد بررسی قرار داد:

الف) درک اشیاء این حوزه دارای مشکلات ویژه ای هستند. اعداد حقیقی، توابع، دنباله ها واجد پیچیدگیهای خاصی هستند. دستگاه اعداد حقیقی را چگونه می توان در پایه های مختلف آموزشی ساخت؟

ب) مشکلات تصور مفهوم حدّ، چگونه می توان حدّ را آموزش داد؟ تکنیک $\varepsilon-\delta$ تا چه حدّ ضرورت دارد؟ آیا حدّ آخرین مرحلهٔ یک فرآیند است و این فرآیند چگونه فرآیندی است؟ این مشکلات ناشی از عبور از فرآیند متناهی به سمت فرآیند نامتناهی حادث می شود.

ج) مشکلاتی که از تصور و تفکر صرفاً جبری در ورود به حوزهٔ آنالیز ناشی می شود. اعمال جبری اعمال متناهی هستند در صورتی که اعمال آنالیز در قلمرو توابع و حدوداند و از این رو ناظر بر تفکر نامتناهی هستند.

تدریس باید به گونه ای باشد که بتوان به طور مستقیم با دانش آموز صحبت کرد تا به این وسیله قدرت درک و تصور او از مفاهیم تقویت شود. در تدریس و آموزش آنالیز مقدماتی با کلماتی نظیر «پیوستگی، حدّ، بینهایت، ...» مواجه هستیم که گرچه این مفاهیم با مفاهیم شهودی آنها در ارتباط است ولی فاصلهٔ زیادی بین این شهود و مفاهیمی که توسط ریاضیدانها به کار می رود وجود دارد. ***مشهودات ما از درک معانی دقیق عاجز است و شهود بدون استدلال به خطا می رود.*** امّا برای اکثر دانش آموزان این مفاهیم بسیار مجرد هستند و از این رو نمی توان آنها را به طور دقیق بیان کرد. در این مقاله علاوه بر نگرش به سه مقولهٔ فوق به این مسأله نگاهی اجمالی خواهیم داشت.

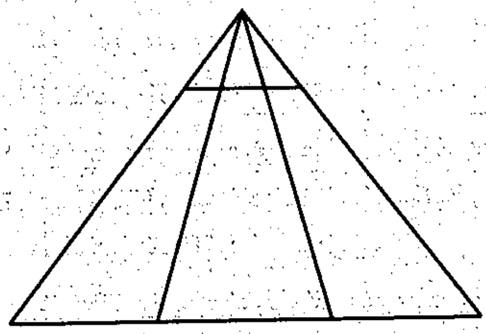
۱-۱ مقدمه

آموزش حسابان دارای چه مشکلاتی است؟ همواره ورود دانشجویان به حوزهٔ تصورات ذهنی آسان نیست. پژوهش های آموزشی زیادی که در این حوزه انجام گرفته، گویای این واقعیت است که آموزش مفاهیمی از قبیل اعداد، توابع، حدّ، ... با مشکلات عدیده ای همراه است [۲]، [۳]. هر نوع آموزشی مستلزم دقت ریاضی است و از سوی دیگر ضرورتهای آموزشی (پداگوژیکی) برای انتقال معنی الزامی است. پس در هر آموزشی به ویژه آموزش حسابان بین دو فرمان زیر باید آشتی داد.

فرمان ۱: هر نوع آموزشی نیاز به دقت دارد.

فرمان ۲: برای انتقال معانی نیاز به رفتارهای آموزشی است.

مثلاً مفهوم عدد را در پایه های مختلف آموزشی چگونه تدریس



کنیم؟ در کلاس اول ابتدایی می گوییم یک مداد، یک برگ کاغذ، یک کتاب ... و از تجرید این مصادیق عدد «یک» را القا می کنیم، همین طور ۲، ۳، ... یعنی

«هر عدد تجرید مصادیق مختلف از صفات آن است»

از این جمله چه می فهمیم؟ آیا این آموزش دقیقاً مبتنی بر تعاریف پیچیده نیست؟ در واقع، در تعریف فوق به طور تلویحی از تناظر استفاده می کنیم و همهٔ مجموعه های متناظر با یک «عضو» را به عنوان «عدد یک» تعریف می کنیم! به نظر می آید که آموزش مبتنی بر اصول در پایه های متوسطه مشکلات فراوان ایجاد می کند. بعضی از پژوهشگران و دست اندرکاران آموزش ریاضی پیشنهاد می کنند که ***«تفکر دانش آموز را به طور دقیق و منسجم از طریق قرار دادن ریاضی و تدریس آن در یک بستر تاریخی بسازیم»***.

بدون شک در این راستا نیازمند پژوهش و تحقیق در جهت یافتن روشی برای ورود به حوزهٔ تصورات ذهنی هستیم یعنی تصورات دانش آموزان از مفاهیم ذهنی چیست؟ مثلاً، وقتی که بین دو مجموعهٔ زیر تناظر برقرار می کنیم احساس می کنیم که دانش آموزان حتی در سنین پایین تر و در پایه های ابتدایی کاملاً این وضعیت را درک می کنند.

۱ ، ۲ ، ۳
↕ ↕ ↕
۵ ، ۷ ، ۹

اما اگر به حوزهٔ نامتناهی وارد شویم، مثلاً

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، ...
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ...

یا

۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، ۷ ، ۸ ، ...
↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، ۷ ، ...

دو تناظر فوق را در نظر بگیریم، ابهام ذهنی دانش آموز افزایش می یابد از یک سو ایرادی بر این تناظر نیست. ازسوی دیگر، در ذهنیت آنان ممکن است این تلقی به وجود آید که در حالی که «تعداد» اعداد طبیعی به مراتب بیش از «اعداد زوج» است این تناظر چگونه است؟

پا را فراتر گذاشته به مثالهای دیگری توجه می کنیم. «دو پاره خط به طول یک سانتی متر و چهار سانتی متر متناظرند.»

چه تصوری در ذهن دانش آموز جا می گیرد؟ اعداد گویا با اعداد طبیعی متناظرند (ابهام بیشتر). نباید تصور کرد که این ابهام ها مختص دانش آموزان است بلکه این نوع ابهام در سطوح مختلف هم مطرح بوده است.

می گوییم که مجموعهٔ اعداد طبیعی شمارا است ولی مجموعهٔ اعداد حقیقی ناشمار است و P(R) (مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه های R) ناشمارا است. اما می پذیریم! که بین N و R یا R و P(R) مفهومی از این نوع وجود ندارد؟ چه باید کرد؟ یک دستورالعمل اساسی به ما می گوید که:

«تدریس باید به گونه ای باشد که بتوان به طور مستقیم با دانش آموز صحبت کرد و قدرت درک و تصور او را متحرک کرد. این روش مبتنی بر به کار بردن کلماتی است که با معانی شهودی مفاهیم ریاضی در ارتباط است».

امّا این مشهودات همیشه نمی توانند به درستی معانی را بیان کنند و به خطا می روند. یک تجربه معمولی برای کشف این خطاها کمک می کند. بارها در درس خود از دانشجویان یا دانش آموزان سؤال می کنیم که حدّ زیر را پیدا کنید :

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}\right]$$

فکر می کنید به چه جوابی دست می یابیم! آیا صفر جزو پاسخها نیست؟ چرا؟

پس، برای فرار از خطا :

«آموزش ریاضی مستلزم دقت است ولی ارائهٔ دقیق تعاریف و قضایا با فرمان دوّم متناقض است»

چه باید کرد؟ به نظر می آید توجه به دستورالعمل های زیر برای رفع اینْ تناقض مؤثر باشد.

دستورالعملها

الف) پژوهش های آموزشی مستمر در سطح ملّی تقویت و مورد توجه قرار گیرند.

ب) به سنت های آموزشی و آموزه ها و تجربه های ملی و حتی منطقه ای عنایت شود.

ج) استفاده از تجربیات و مقالات پژوهشی سایر کشور اجتناب ناپذیر است.

د) ابزارهای کمک آموزشی و تکنولوژیک جدید را نباید فراموش کرد.

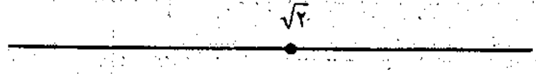
ه) استفاده از روش مدل سازی برای درک معانی و نیز عریان کردن نقش ریاضیات در سایر علوم ضروری است.

۱ـ۲ مشکلات حوزهٔ حسابان

۱ـ۲ـ۱ مشکلات درونی اشیاء این حوزه

اعداد حقیقی

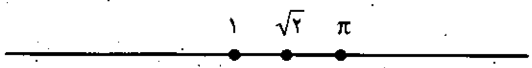
دانش آموزان از بدو ورود به دبستان با مفهوم عدد آشنا می شوند و در سال اول ریاضی اعداد اصم را معرفی می کنیم، اما تصور آنان از اعداد حقیقی چیست. سنتها و آموزه های تاریخی و ملی به ما نشان می دهد که معمولاً معرفی اعداد به وسیلهٔ بسط اعشاری آنها انجام می شده است که تشابه بین اعداد حقیقی و کسری را نشان می دهد. اتفاقاً استفاده مکرر از ماشینهای حساب هم به این ابهام کمک می کند. شما در یک کلاس دبیرستانی از دانش آموزان بپرسید که نزدیکترین عدد گویا به $\sqrt{2}$ کدام است!



و یا مثلاً عدد ... ۰/۹۹۹ درست عدد قبل از ۱ است.

در یک تحقیق آموزشی که در کشور فرانسه انجام شده است، بیش از چهل درصد دانش آموزان متقاعد نمی شوند که اگر به ازای هر $0<\varepsilon$، $|x|<\varepsilon$، آن گاه $x=0$. حتی تجارب آموزشی خود ما نیز نشان می دهد که گاهی دانشجویان این مفهوم را با مفهوم حدّ دنباله ها خلط می کنند.

یکی دیگر از شیوه های معرفی اعداد حقیقی ایجاد تناظر ۱ـ۱ بین اعداد حقیقی و نقاط روی محور است.



تحقیقات کاستلا نشان می دهد که حتی این شیوه هم همواره موفقیت آمیز نبوده است. [۳]

تحقیقات و تجارب آموزشی فوق نشان می دهد که حتی در مورد معرفی اعداد با چه مشکلاتی مواجه هستیم.

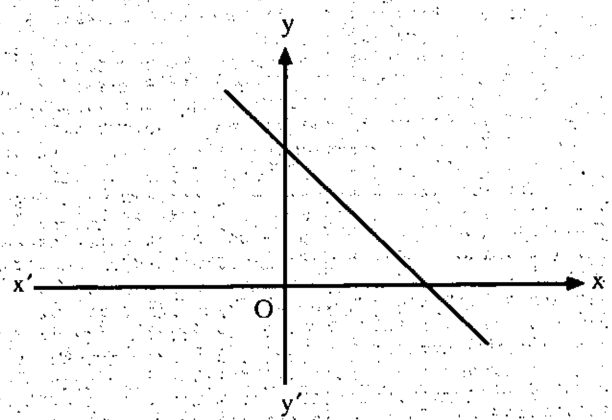
به نظر می آید که بهترین شیوه برای معرفی اعداد همان شیوه ای باشد که این اعداد به طور طبیعی در طول تکوین خود ساخته شده اند بدون آن که در معرفی آنها وارد مفاهیم دقیق ساختاری شویم. مثلاً وقتی شما مساحت یک مستطیل با اضلاع طبیعی را مطرح می کنید با تقسیم طول و عرض به واحدها به فرمول مساحت مستطیل که برابر است با طول ضربدر عرض می رسیم. اما اگر طول و عرض اعداد اصم باشند چه اتفاق می افتد آیا روش شهودی برای این کار وجود دارد؟

«برای تربیت دانش آموزان برای قبول رهیافتهای علمی باید توانایی : تجربه کردن، استدلال کردن، تجسم کردن و تحلیل نقادانه را به صورت همزمان توسعه داد» [۲].

از این رو، ما در این سطوح به روشی نیاز داریم که ضمن اینکه درستی روش باید مورد تصدق قرار گیرد ولی اثبات دقیق لازم نیست. یکی از موارد ابهام مسأله بینهایت است که در جای خود در مبحث حدّ بیشتر در مورد بحث خواهیم کرد.

فرض کنید به دانش آموزان می گوییم $y=ax+b$ $(a\neq 0)$ معادلهٔ یک خط مستقیم است و نمایش آن به صورت زیر است :

آیا باید ثابت کنیم که این معادله معادلهٔ یک خط است؟ به نظر می آید که جواب منفی است باید با نشان دادن مثالهای مختلفی این تصور مورد تصدیق قرار گیرد که هر معادلهٔ به صورت فوق و یا به



صورت $ax + by + c = 0$ معادله یک خط مستقیم است. با پذیرش این نوع روشها و قواعد، کار دانش آموز این است که این قواعد را به خوبی به کار برد. اینجا سؤال دیگری نیز مطرح است. این سؤال مربوط به خاصیت ذهنی پرسشگری محصّلین است:

عدد چیست؟ بینهایت کدام است؟ $\infty - \infty$ یعنی چه، ...

در اینجا یک راه حل ساده به ذهن خطور می کند و آن ارائه فرمانها، دستورالعملها باید و نبایدها است مجاز هستند که ... مجاز نیستند که ... به صفر تقسیم نکنید. ...

تحدید آموزش ریاضی به این نوع فرمانها سبب ایجاد بدآموزی می شود و یکی از شیوه های بد آموزشی است. در رابطه با این بحث، تحقیقاتی که در جاهای مختلف انجام شده است طرحواره ای به شکل زیر ارائه شده است. در این روش پیشنهاد شده است که ریاضیات را در جایگاه تاریخی ببینیم. واقعیتهای خارجی این طرحواره برای ما عدد و فضا است. این اشیاء باعث به وجود آمدن سؤالات و مسایلی شده و می شوند که نظریه ها را سازمان دهی می کند. در طول تاریخ، مدل های ریاضی به این روش به دست آمده اند. مثل هندسه اقلیدسی، و از نقد این مدلها آفرینش های جدیدی به دست آمده اند [۲].

یک مثال تاریخی در مورد بینهایت

در سال ۱۷۸۴ میلادی آکادمی برلین سؤال زیر را به مسابقه گذاشت و برای آن جایزه ای تعیین کرد.

«بخش ریاضی مسألهٔ زیر را به مسابقه گذاشته است که در سال ۱۷۸۶ میلادی در مورد آن تصمیم گیری خواهدشد».

«شهرت و اعتبار دانش ریاضی به عنوان علم دقیق مدیون شفافیت اصول، دقت برهانها و قضایای آن است. به منظور تضمین و ارائهٔ این منافع و برتری های بسیار باارزش آن نیاز به یک نظریهٔ روشن در مورد آنچه که بینهایت نامیده می شود وجود دارد ... این موضوع باید با کلیت تمام و با تمام دقت ریاضی مطرح شود [۲].

تا قرن نوزدهم نظریهٔ دقیق و روشنی در مورد بینهایت به وجود نیامد تا اینکه این نظریه دقیق و روشن توسط کارهای کوشی، آبل، بولتسانو، وایرشتراس با موفقیت بنا شد.

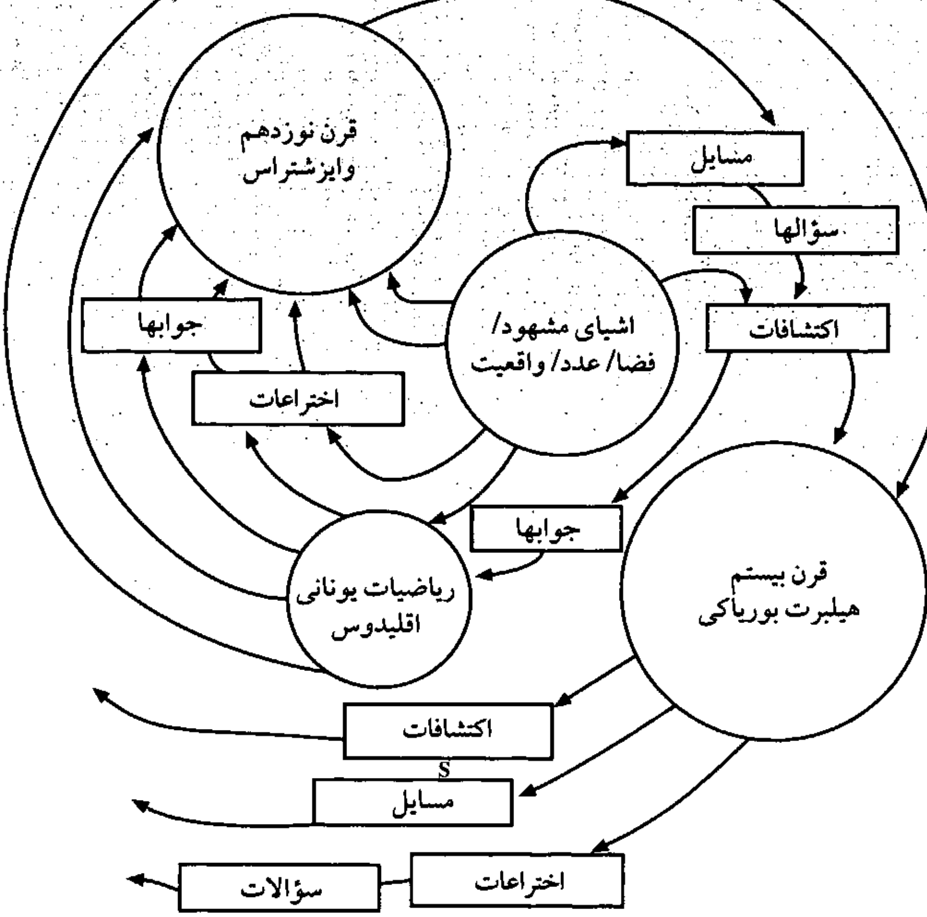
نتیجه: آیا این منطقی است که این روش دقیق را به دانش آموزان القا کنیم؟ روند تاریخی به ما می گوید که نه! با شهود و مدلهای معینی او را با مفهوم بینهایت آشنا کنیم.

در این مورد در مبحث حدّ بیشتر صحبت خواهیم کرد.

توابع و دنباله ها

توابع و دنباله ها را چگونه معرفی کنیم، آیا رابطه ای بین y, x با یک شرط، به وسیلهٔ نمودارها معرفی کنیم؟ آیا روابطی مانند $f(x) = ۵$ یا $g(x) = \begin{cases} x & ۱ < x < ۲ \\ ۲ & x = ۲ \end{cases}$ تابع هستند؟ کاربردهای وسیعی که مفهوم تابع در تمام زمینه های مختلف ریاضی، به ویژه حسابان، آنالیز و مباحث دانشگاهی و حتی پیشرفته دارد سبب می شود که مفهوم تابع خوب در ذهن دانش آموز جا بیفتد ولی پاک کردن اختلالات جای گرفته در ذهن کار ساده ای نیست. مفاهیمی چون پیوستگی، مشتق گیری، انتگرال گیری ... به مفهوم تابع بستگی دارد.

در اینجا بد نیست به روند تاریخی مفهوم تابع نظری بیفکنیم. مفهوم تابع برای نخستین بار در ۱۶۶۴ میلادی توسط لایپنیتز ریاضیدان آلمانی مطرح شد به این مفهوم که تابع کمیتی است که به هریک نقاط منحنی مربوط می شود. یوهان برنویی در ۱۷۱۸ تابع را عبارتی در نظر می گیرد که از یک متغیر و ثابتها تشکیل شده است و اویلر تابع را فرمول یا عبارتی می داند که شامل متغیرها و ثابتها است. برای اویلر و هم عصران او عباراتی نظیر $y = \sqrt{x+1}$، ... تابع بودند



ولی عباراتی مانند

$$f(x)=\begin{cases} x^{2} & x>0 \\ x & x\le 0 \end{cases}$$

تابع نیست. بعدها مفهوم تابع توسط دیریکله و کوشی به طور دقیق ارائه گردید. بعد از ابداع نظریهٔ مجموعه ها توسط کانتور تعریف تابع به صورت امروزی درآمد. حال این سؤال مطرح می شود که با توجه به این روند تاریخی و باتوجه به این که ریاضیدانی چون اویلر که یکی از بارآورترین ریاضیدانان جهان است، در عصر خود چنان تصوری از تابع داشت، آیا می توان تابع را به صورت کاملاً مفهومی در سطوح دبیرستان آموزش داد؟ در نتیجه به نظر می آید که بتوان با رسم نمودارها به تدریج ذهن دانش آموزان را با مفهوم تابع آشنا کرد و از تعاریف پیچیدهٔ سه تایی (A, f, B) و یا پنج تایی (A, A_1, f, B_1, B) به شدت پرهیز کرد. **اما باید آموزش تابع مبتنی بر نوعی شهود باشد که با درک تدریجی مفهوم آن بتوان در دوره پیش دانشگاهی و در دانشگاه مفاهیمی چون توابع چندضابطه ای، تناظر ۱ ـ ۱، توابع چندمتغیره، توابع مختلط را ارائه داد.** به طوری که می دانیم نظریهٔ کانتور و معرفی نظریهٔ مجموعه ها دارای ابعاد وسیعی است که همهٔ بخشهای ریاضی را در برمی گیرد. می دانیم یکی از مشکلات عمده در تدریس مفهوم تابع، مفهوم تناظر است. مثلاً می گوییم:

یک تناظر ۱ ـ ۱ و پوشا بین N (مجموعهٔ اعداد طبیعی) و

Q (مجموعهٔ اعداد گویا) وجود دارد.

در هر پایه ای که این مسأله و مسایل مشابه باید آموزش داده شود این آموزش باید مبتنی بر روشی باشد که برای طرح این نوع مسائل توهم ایجاد نشود. به طوری که تأکید شد نمی توان در تمام مراحل استدلال کرد اما همواره باید ذهن دانش آموز برای پرسش باز باشد و بداند که احکام ریاضی مستلزم استدلال اند منتها زمان ارائه استدلالها متفاوتند. از سوی دیگر یکی از موضوعات مهمی که باعث گسترش وسیع دانش ریاضی شده است شهود است. در نتیجه شهود هم نیاز به تقویت دارد.

دقت فقط از اصلاح ریشه ای شهود حاصل می شود (بچلارد) [۲].

۱-۲-۲ مشکلات تصور حدّ

ادبیات موجود در تحقیقات آموزشی و نیز تجربیات ما و شما در طول آموزش خود در تدریس حسابان و حتی آنالیز نشان از عدم تصور دقیق دانش آموزان و دانشجویان از مفهوم حد در مراحل اولیه آموزش حدّ دارد. مشکلات تصور مفهوم حد در ادبیات تحقیق به خوبی مستند شده اند [۳]. حتماً عده ای از شما آگاهید که قبل از تغییر نظام آموزشی در ایران در سال ۵۱، مفاهیم حدّ و پیوستگی در آموزش دبیرستانی جایگاهی نداشت بلکه در عوض، تمرینات و مسائل تکنیکی زیادی در ارتباط با مشهودسازی کلمهٔ حدّ در کتابهای جبر آن سالها ارائه می شد و کاربردهایی از آن برای محاسبهٔ سطح زیرمنحنی، ... به کار می رفت، بی آن که تصور درستی از این واقعیت باشد که چرا مجموعهٔ مساحتهای اجزاء (مستطیلهای) زیر منحنی در حدّ دقیقاً به مساحت زیرمنحنی می انجامد.

در تغییر برنامه آموزشی در سال ۵۱ به یک باره همه چیز دگرگون شد. ایده های ریاضی جدید وارد شدند. قالبهای روابط منطقی معرفی گردیدند. کوشش می شد که هر چیز در حدّ اعلای دقت ممکن ارائه شود. گرچه این برنامه تحولی عمده در برنامه های آموزشی بود و نقش مؤثری در دگرگونی شیوه های آموزش داشت ولی دارای نقص های عمده ای هم بود. این برنامه ها صرفاً دیدگاههای فراملّی مبتنی بر روشهای تقلیدگرایانه بدون توجه به روند آموزشی و واقعیتهای اجتماعی و ملّی داشت [۱]. در این دوره تکنیک $\varepsilon - \delta$ وارد آموزش دبیرستانی شد. متأسفانه، به موازات این تغییرات، تحقیقات آموزشی متناسب با شیوه این تغییرات انجام نشد. شکستهای این روش آموزشی در نقاط مختلف جهان، ضرورت می دهیم. با تکرار این روش یک منحنی به دست می آید که به آن منحنی کوخ می گویند. اگر بر هر ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع یک منحنی کوخ بسازیم، آن گاه منحنی حاصل منحنی پیوسته و بسته ای است که طول آن بینهایت و سطح محدود به آن متناهی است!!

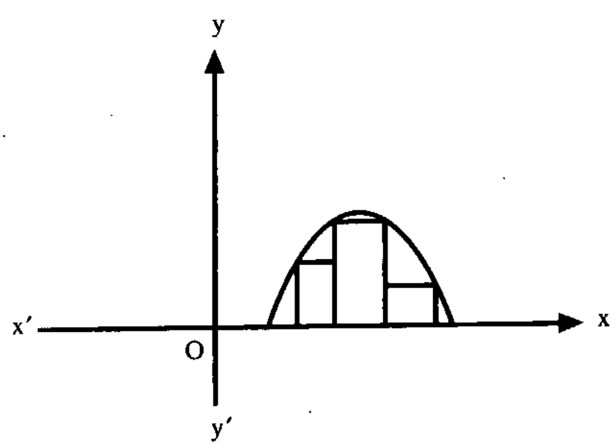
مثالهای فوق نشان می دهد که

۱) مشکلات ناشی از تصور مفهوم حدّ اساسی است.

۲) هر کوششی برای تصورسازی مفهوم حدّ به فرآیندهای متناهی موجب انحراف است.

۳) آموزش حدّ باید مبتنی بر روشهای شهودی و ارائهٔ مثالهای گوناگون و حل مسایل متنوع باشد.

از این رو، در نظام جدید پیشنهاد گردید که استفاده از تکنیک



$\varepsilon-\delta$ در متوسطه ممنوع گردد. در نتیجه فرمان زیر را داریم.

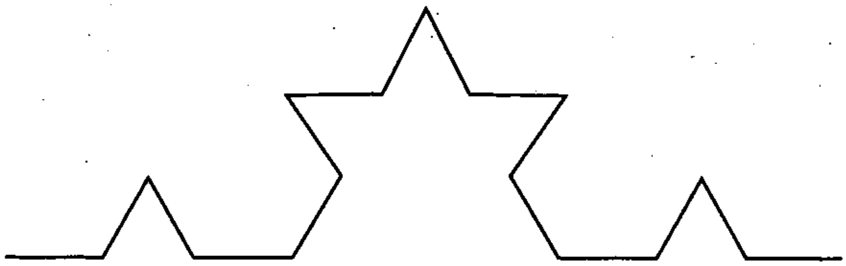
فرمان ۳:

استفاده از تکنیک $\varepsilon-\delta$ در دورهٔ متوسطه ممنوع است.

۱-۲-۳ مشکلات ناشی از تفکر متناهی و جبری

یکی از ابزارهای مفید برای یادگیری و یاددهی آنالیز یادگیری و به کار بردن مهارتهای جبری است ولی همزمان باید خود را برای اجتناب از تناقض بین دو تفکر جبری و تفکر تحلیلی آماده کنیم.

اختلاف بین تساوی در حسابان و تساوی در جبر اساسی است.



اگر f(x) و g(x) دو عبارت جبری باشند برای اثبات تساوی اینها، هر دو عبارت را به روابط هم ارز تبدیل می کنیم تا به یک تساوی بدیهی می رسیم. در صورتی که اثبات تساوی در آنالیز استراتژی دیگری را هم طلب می کند. مثلاً، اگر $\forall\varepsilon(d(A,B)<\varepsilon)$ آن گاه $A=B$ که کاملاً یک استدلال موضعی است. یا مثلاً وقتی می خواهیم نشان دهیم در یک همسایگی از a، $f(x)<g(x)$ ($g(x), f(x)$ دو عبارت جبری هستند). برخلاف جبر باید با عمل روی همسایگیهای و روی f(x) و g(x) به نامساوی مطلوب برسیم.

مثال ۱: استقراء یک عمل جبری است، مثلاً به ازای هر $n\geq 4$، $n!>2^n$.

مثال ۲: اگر f یک تابع پیوسته و $f(o)>0$ نشان دهید در یک همسایگی ۰، $f(x)>0$. در اینها اعمال جبری کافی نیست، باید از خواص پیوستگی و خاصیت همسایگی استفاده کرد.

نتیجه: به طور کلّی آموزش ریاضی در دبیرستان و به ویژه آموزش حسابان باید حاوی مباحث پایه ای باشد، آموزش به کارگیری تکنیکها باشد، محملی برای استدلال، در دوره های بعدی آماده کند. ولی هدف نهایی در این دوره ایجاد توانایی برای حلّ مسایل کمی است. ایجاد توانایی برای حلّ مسایل نه تنها هدف مهم ریاضیات به طور اعم و ریاضیات دبیرستانی به طور اخص است بلکه یک وظیفه آموزش بسیار مشکلی است.

موضوع دیگر مسایلی است که نیاز به مدل سازی ریاضی دارد. طرح این نوع مسایل از ضروریات آموزش ریاضی است ولی این نوع مسایل مهارتهای ویژه ای را طلب می کند. در بسیاری از کاربردهای ریاضیات معاصر ساختن و تحلیل مدل های ریاضی برای مسایل کاربردی ضروری است. از این رو، تقویت مهارتهای مدل سازی از ضرورتهای دیگر آموزش حسابان است.

مراجع:

[۱] محمد امین ریاضی، ماجرای کتابهای درسی، تازه ها و پاره های ایران شناسی ۲ (ایرج افشار).

[۲] ژان پیر فردلیمه، تاریخ دربارهٔ آموزش ریاضی چه پیامی دارد، ترجمهٔ علیرضا مدقالچی، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۴۸، بهار ۷۶.

[۳] میشل آرتیشه، آموزش و یادگیری آنالیز مقدماتی، ترجمهٔ علیرضا مدقالچی، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۷، ۱۳۷۸.

[۴] علیرضا مدقالچی، مفهوم تابع و آموزش آن، رشد آموزش ریاضی، سال اول شماره ۴، زمستان ۶۳.

[۵] هاورد و. ایوز، آشنایی با تاریخ ریاضیات جلد ۲، ترجمهٔ دکتر محمدقاسم وحیدی اصل، مرکز نشر دانشگاهی، ۶۳.

واقعاً «این همه هیاهو در مورد فراشناخت چیست»

زهرا گویا
دانشگاه شهید بهشتی

یکی از دغدغه‌های جدی تمام نظریه‌پردازان یادگیری ریاضی، ایجاد توانایی حل مسأله در یادگیرندگان ریاضی است. جریان حل مسألهٔ ریاضی با تلفیق و جرح و تعدیل نظریه‌های پیاژه، ویگوتسکی و سایرین، به نظریه‌پردازی‌های جدید و قابل توجّهی در جهت آموزش و یادگیری حل مسأله ریاضی دست یافته است.

سالها است که حل مسألهٔ ریاضی منبع الهام آموزشگران ریاضی است و جنبه‌های مختلف آن، از زاویه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. سؤالهای متعددی از قبیل «مسأله چیست و مسأله حل کن کیست؟»، «فرق بین مسألهٔ ریاضی و مسائل دیگر در چیست؟!»، «اجزای مسأله چه هستند؟»، «انواع مسأله»، «ویژگی‌های مسأله حل کن‌های خبره و تازه کار کدام‌ها هستند؟»، «فرق بین مسألهٔ برگرفته از زندگی روزانه و مسألهٔ ترجمه شده به زندگی روزانه در چیست؟» و «عوامل دخیل در حل مسألهٔ ریاضی کدام‌ها هستند؟»، انگیزه بخش بسیاری از پژوهش‌های بنیادی در زمینهٔ حل مسألهٔ ریاضی بوده‌اند. با این حال، سؤالهای زیربنایی راجع به چگونگی یادگیری ریاضی و پاسخ به آنها، در پرتو نظریه‌های یادگیری متفاوت به دست می‌آید و نوع پاسخ، در تبیین حل مسألهٔ ریاضی تأثیرگذار هستند.

این مقاله، با اشارهٔ اجمالی به نظریه‌های یادگیری پیاژه و ویگوتسکی، به کانون توجّه جدیدی در پژوهش‌های حل مسألهٔ ریاضی که حدوداً از اوائل دههٔ هشتاد میلادی به وجود آمد و به «فراشناخت» معروف گشت پرداخته و ضمن توضیح این کانون جدید چند استراتژی فراشناختی را جهت ارتقای توانائی‌های حل مسألهٔ یادگیرندگان ریاضی معرّفی می‌کند.

نظریه‌های یادگیری ریاضی

بیش از هر نظریه‌پرداز دیگری، پیاژه و ویگوتسکی بر پژوهش‌های مربوط به یادگیری ریاضی در نیمهٔ دوم قرن بیستم تأثیر داشته‌اند. این دو نظریه‌پرداز، به طور موازی و مستقل از هم؛ به جنبه‌های متفاوتی از یادگیری ریاضی پرداختند. پیاژه معتقد بود که «رشد ذهنی درگیر دو فرآیند است: یکی **توسعه**، که به سبب آن، یادگیری اصیل نتیجه می‌شود، و دیگری **یادگیری** در یک مفهوم باریک‌تر. اولی، یعنی توسعه؛ خودبه خودی و حیاتی است، دومی؛ یعنی یادگیری در یک مفهوم باریک‌تر، تحریک شونده و محدود به موقعیت‌های قطعی است.» [۴] (ص ۱۶۸)

در نتیجه، «پیاژه احساس می‌کند که توسعه به عنوان نتیجهٔ یادگیری در یک موقعیت محدود رخ نمی‌دهد. در عوض، یادگیری حقیقی اساساً در نتیجهٔ رشد و توسعه رخ می‌دهد. یعنی، کودک فقط وقتی می‌تواند به طور عمومی قدردان معنای یک تقویت کنندهٔ بیرونی یا تجربه‌های جدید باشد که ساختارهای ذهنی او از طریق فرآیند تعادلی به یک نقطهٔ مشخص رسیده باشند. کودک فقط زمانی می‌تواند از اطلاعات بیرونی بهره ببرد ـ چه یک تقویت کننده باشد چه توضیح یک بزرگسال یا منابع دیگر ـ که ساختار مفهومی او به اندازهٔ کافی برای جذب آن آمادگی داشته باشد. در این حالت، توسعه

یادگیری را توضیح می دهد و نه برعکس آن. » [۴] (ص ۱۷۶)

پیاژه بین رشد و توسعه که یادگیری اصیل را تولید می کنند و یادگیری به شکل محدود آن، تمایز قائل می شود. یادگیری به شکل محدود، شامل ارایهٔ پاسخ های خاص به موقعیت های مشخّص است. چنین یادگیری ای مصنوعی است: این یادگیری ناپایدار و غیردائمی است و بعید است که قابلیت تعمیم داشته باشد. یادگیری اصیل که براساس توسعه است، وقتی رخ می دهد که کودک ساختارهای شناختی لازم برای جذب اطلاعات جدید را در دسترس داشته باشد. در این نظریه، یادگیری برخلاف توسعه که خود به خودی است، توسط موقعیت ها تحریک می شود و «یادگیری یک فرآیند محدود است ـ محدود به یک مسأله یا یک ساختار خاص» [۵] (ص ۸). البته همان طور که استف وتزور اشاره می کنند، «پیاژه موقعیت ها را در چارچوب پارادایم کلاسیک محرّک ـ پاسخ در نظر نگرفت. او اعتقاد داشت که محرّک فقط وقتی محرّک است که جذب یک ساختار شود و آن ساختار است که باعث پاسخ می شود و به دلیل آن که ساختارهای مفهومی که باعث پاسخ می شوند، محصولات رشد و توسعه هستند، یادگیری تنها برحسب رشد و توسعه قابل درک می باشد [۳] (ص ۹).

ازطرف دیگر، ویگوتسکی این دیدگاه که یادگیری حاصل رشد و توسعه و به نوعی، مادون آن است را مورد انتقاد قرار داد. در عوض، ویگوتسکی بر تأثیر اساسی یادگیری بر رشد و توسعه تأکید کرد. او بر روش هایی که توسط آنها، کودکان زبان را به عنوان نتیجهٔ فرآیندهای طبیعی و اجتماعی کسب می کنند متمرکز شد و این دیدگاه در مورد تعلیم و تربیت، مؤیّد آن است که یادگیری فردی وابسته به تعامل اجتماعی است. «این نظریه باید در قوی ترین شکل ممکن آن تفسیر شده و گفته شود که کیفیت تفکّر در واقع به وسیلهٔ جنبه های ساماندهی تعامل های اجتماعی تولید می شود. » [۶] (ص ۲).

نظریه پردازان معاصر، در تلاش جدّی جهت تبیین جدید این دو نظریه و ایجاد مدل های جایگزین برای یادگیری ریاضی بوده اند. ازجمله، می توان به استف وتزور که مدل یادگیری جایگزین را پیشنهاد کرده اند، اشاره کرد. آنها معتقدند «درحالی که مشغول صورت بندی یک مدل یادگیری جایگزین هستیم، باید بنیادی ترین و اساسی ترین نکات پیاژه و ویگوتسکی را حفظ کنیم. یعنی باید تلاش کنیم تا مدلی را صورت بندی کنیم که در آن، یادگیری ریاضی تحریک شده و در مقابل خود به خودی بودن تصور نشود. هم چنین، چون یادگیری همیشه افراد یا موقعیت های بیرونی دیگر را دربر می گیرد و معمولاً از جانب بزرگسالان عمدی است، ما تلاش می کنیم تا بر چیزی شبیه آن چه که فَن اُلرز **معانی فرهنگی ریاضی** می نامد تأکید کنیم. امّا به جای آن که معانی فرهنگی را دربعضی اشکال ایده آل آن طوری تصوّر کنیم که مستقل از دانش انسانهاست، بر دانش ریاضی خود و این که چگونه می توانیم از آن دانش، در موقع کار کردن با کودکان استفاده کنیم، تأکید نماییم. تشخیص حیاتی برای ما این است که کودکان نمی توانند دانش ما را بسازند زیرا دانش ما اساساً برای آنها قابل دسترسی نیست. بهترین کاری که آنها می توانند بکنند، آن است که دانش خود را در نتیجهٔ تعامل با ما و با یکدیگر، جرح و تعدیل کنند. » [۳] (صص ۱۱ و ۱۲).

نظریه پردازان دیگری به عوامل مؤثّر متعدد در یادگیری ریاضی اشاره کرده اند؛ حاصل این تلاشها، ایجاد نظریه های یادگیری ریاضی است که در آنها، به چیستی دانش ریاضی پرداخته شده است. ورنادو نویز، از یک دیدگاه پویای دانش ریاضی استفاده کرده اند که شامل استدلال، حل مسأله، درک روابط لازم بین جنبه های یک موقعیت داده شده (یا موقعیت های گوناگون) است. [۱]

به هرحال، یکی از دغدغه های جدی تمام نظریه پردازان یادگیری ریاضی، ایجاد توانایی حل مسأله در یادگیرندگان ریاضی است. جریان حل مسألهٔ ریاضی با تلفیق و جرح و تعدیل نظریه های پیاژه، ویگوتسکی و سایرین، به نظریه پردازی های جدید و قابل توجّهی در جهت آموزش و یادگیری حل مسأله ریاضی دست یافته است. به گفتهٔ گویا (۱۹۹۲)، «بخش اساسی هر سؤالی که راجع به تدریس حل مسألهٔ ریاضی مطرح می شود، درک این مهمّ است که مردم در موقع حل مسأله واقعاً چه می کنند. » [۷]. در دههٔ گذشته، تحقیقات در مورد فرآیند حل مسأله، پژوهشگران را به تمرکز جدیدی در ادبیات تحقیق راهبری کرده است. [۹]. به گفتهٔ سیلور [۸] (۱۹۸۲)، «هر یادگیرنده و معلّم جدی ریاضی تشخیص می دهد که توانایی حل مسأله مستلزم چیزی بیش از مجموعه ای از مهارتها و تکنیک هاست. حداقل، توانایی نظارت بر پیشرفت در طی حل مسأله و آگاهی از توانایی ها و محدودیت های فرد نیز مهمّ هستند». سیلور این توانایی ها را توانایی های فراشناختی نامید.

فراشناخت چیست؟

فراشناخت اصطلاحی است که اولین بار توسط فلاول [۱۰] (۱۹۷۶) در زمینهٔ حافظه مطرح شد. به گفتهٔ صمدی (۱۳۷۳)، فلاول، فراشناخت را شناخت دربارهٔ شناخت می داند یا به طور کلی، فراشناخت را دانش و کنترل شناخت تعریف می کند. از آن پس، متخصصان مختلف از این اصطلاح در حیطه های مختلف مانند هوش مصنوعی، ادراک، پردازش اطلاعات، یادگیری اجتماعی، ریاضیات وغیره صحبت به میان آوردند، [۱۱]. به گفتهٔ شونفیلد (۱۹۹۱)، «اصطلاح فراشناخت، علیرغم نیاکانش مفهوم تازه ای است. (برای مثال، این اصطلاح در ویرایش فشردهٔ فرهنگ انگلیسی آکسفورد در سال ۱۹۷۱، یا ویرایش ۱۹۷۹ فرهنگ جدید وبستر، به چشم نمی خورد). مهمتر از این، شیوهٔ به کارگیری این اصطلاح ـ که همراه با رفتار فراشناختی، به عنوان مؤلفهٔ الگوهای فرآیندشناختی عمل می کند ـ تازه است و منعکس کنندهٔ پیشرفت های اخیر در

فهمیدن و الگوسازی فرآیندهای پیچیدهٔ تفکر است، »[۱۲]. این اصطلاح به شکلهای مختلفی در ادبیات حل مسألهٔ ریاضی مکتوب شده است. فلاول در همان تعریف اولیّه خود اشاره می کند که «در بین سایر چیزها، فراشناخت به ... ارجاع می دهد.» سایر تعریف های ارائه شده از فراشناخت نیز تا مدّتها، دارای چنین ابهام هایی بودند. شونفیلد (1987 a)، در مقاله ای با عنوان «این همه هیاهو در مورد فراشناخت چیست؟»[۱۳]، تحقیقات دربارهٔ فراشناخت را در حیطهٔ آموزش ریاضی، در سه مقولهٔ جدا از هم امّا مرتبط با هم خلاصه کرد :[۸]

۱ـ دانش شما در مورد شناخت خودتان تا چه حدّ است؟ به این معنا که تا چه اندازه قادر به توضیح فرآیند فکری خویش هستید؟

۲ـ کنترل و خود ـ نظمی، یعنی آیا می توانید آنچه را که انجام می دهید ردّیابی کنید؟

۳ـ نظام باوری ـ تصوّرات و جهان بینی شما در مورد خودتان، ریاضی، و حل مسألهٔ ریاضی چیست؟

سه مقولهٔ فراشناخت که توسط شونفیلد ارائه شد، در کار لستر و گاروفالونیز وجود دارد. برمبنای مقوله های فلاول و ولمن [۱۴]

فراشناخت را به عنوان نظریه و آن هم در مقابل نظریه های یادگیری رفتاری و رشد مطرح کردن باعث بدفهمی در این حوزه می شود. خوشبختانه، یافته های پژوهشی در این زمینه متنوّع، غنی و قابل دسترس است. یکی از بحث های مفید در این زمینه، مطالعهٔ استراتژی های فراشناختی و نقش آنها در یادگیری حل مسألهٔ ریاضی، هم چنین توسعهٔ چارچوب هایی برای درک بهتر تحقیقات انجام شده است

(1977)، لستر و گاروفالو [۱۵] (1985)، دانش دربارهٔ شناخت را باتوجه به چگونگی تأثیر آن بر عملکرد، برحسب فرد، تکلیف و استراتژی مقوله بندی کردند. در مقولهٔ فرد، دانش فراشناختی شامل باورهای فرد در مورد خودش وسایر موجودات شناختی است[۱۵]. دانش شناختی در مقوله های تکلیف و استراتژی به آگاهی فرد از دانش خویش دربارهٔ ماهیت تکلیف ها و آگاهی او از استراتژی های تفکرش ارجاع داده می شود.

به گفتهٔ شونفیلد[۱۶] و[۱۷]، نظم شناخت به شناختِ چگونگی و زمان استفاده از این دانش می پردازد. این مهارت های فراشناختی یا مدیریّتی، شامل استراتژی های برنامه ریزی، نظارت بر این استراتژی ها و تمایل به محدود کردن یا متوقف کردن آنها در موقع نیاز و ارزشیابی نتایج برای کارآیی و درجهٔ اثربخشی آنها است. از این جنبه، فراشناخت بیشترین تأثیر را بر حلّ مسأله ریاضی گذاشته است. «دانستن تعداد متنوعی از رهیافتهای حل مسأله بدون دانستن این که چه موقع می توان از آنها استفاده کرد، چندان هدفمند نیست. بسیاری از پژوهشگران بر این باورند که توانایی گرفتن چنین تصمیم های اجرایی نشان دهندهٔ این است که آیا یک فرد می تواند یک مسأله حل کن موفق باشد یا خیر. با استناد به تعریف، اَعمال فراشناختی بر حل مسأله به معنای عام آن، تأثیر می گذارند و شکست در نظارت و ارزیابی استراتژی های فرد، می تواند به ناکامی در رسیدن به یک نتیجه گیری مستدل بیانجامد.»[۷] به این ترتیب، رفتار فردی که استراتژی های مناسب مورد نیاز برای حل یک مسأله را می داند امّا هنوز قادر به حل آن مسأله نیست، قابل توجیه خواهد بود.

مطالعات مربوط به مسأله حل کن های تازه کار و خبره

آشنایی با تفاوت های مسأله حل کن های خوب و ناتوان، به درک بهتر فراشناخت و دلالت های آن برای تدریس حل مسأله کمک می کند. کروتِتسکی (1976) براساس تحقیقات خود در مورد دانش آموزان تیزهوش در ریاضی، نتیجه گرفت که آنچه که حل کنندهٔ خوب مسأله را از حل کنندهٔ بد مسأله متمایز می کند، نوع تصوّر آنها از عناصر مهمّ مسأله است[۱۸]. دریسکول [۱۹] با ارجاع به کروتتسکی (1976)، ابراز می دارد که ویژگی های مسأله حل کن های خوب شامل موارد زیر است:

۱ـ مسأله حل کن های خوب، مسائل را برحسب ساختار ریاضی آنها دسته بندی می کنند نه براساس محتوای آنها.

۲ـ مسأله حل کن های خوب بین اطلاعات مربوط و نامربوط تمایز قائل می شوند و بر روی متغیرهای خاصّی در مسأله، متمرکز نمی شوند.

۳ـ مسأله حل کن های خوب فعّال تر هستند و از استراتژی ها و فرآیندهای بیشتری استفاده می کنند.

در مقابل، مسأله حل کن های ضعیف قادر به نشان دادن رفتار هوشمندانه فوق نیستند و نمی توانند دوباره نگری کرده و کار خود را ارزیابی کنند. اگرچه دریسکول صریحاً به فراشناخت اشاره نمی کند، امّا راجع به عناصر اعمال فراشناختی بحث می کند. پیمایش او نشانه های مقدماتی ای ارائه می دهد که مسأله حل کن های خوب ممکن است از مهارتهای فراشناختی ای استفاده کنند که نسبت به مهارتهای استفاده شده توسط دانش آموزان برتری دارند.

با این حال، سختی پژوهش در فراشناخت این است که برای بسیاری از مردم، فراشناخت یک فرآیند پنهان است. با این حقیقت که بیشتر دانش آموزان راجع به چگونگی استفاده از مهارتهای فراشناختی مانند مهارتهای مدیریتی آموزشی ندیده اند، این وضعیت از این هم پیچیده تر است، زیرا شرح و بسط فرآیندهایی که با آن آشنا

نیستند مشکل تر است .

یکی از مباحثی که مستقیماً به فراشناخت مربوط می شود ، باورها هستند . همان طور که قبلاً اشاره شد ، شونفیلد نظام باوری فرد را بخش اصلی ساختار حل مسألهٔ او می داند . هم چنین ، گاروفالو و لستر [۲۱] و سیلور [۸] نیز ، تعریف فراشناخت را شامل باورها دانسته اند . به عقیدهٔ این پژوهشگران ، ارتباط بین فراشناخت و باورها به این علت وجود دارد که جهان بینی یک فرد بر تصمیم هایی که او می گیرد مؤثر است . به گفتهٔ شونفیلد [۲۰] ، باورهای یک فرد زمینه ای را تعیین می کند که در آن ، فرد از بین «منابع» قابل دسترس ، انتخاب می کند . هم چنین ، چگونگی استفادهٔ فرد از آن «منابع» را نیز باورهای او تعیین می کند . یک فرد بعید است که استراتژی های خاصی را پیگیری کند اگر باور نداشته باشد که استفاده از آنها قرین با موفقیت است . در نتیجه ، اگرچه ممکن است این فرد با رفتار فراشناختی آشنا باشد ، امّا اگر آن رفتارهای فراشناختی با نظام باوری او ناسازگاری داشته باشند ، به نظر می رسد که ممکن است استفادهٔ نامناسبی از آنها بکند . در زمینهٔ حل مسألهٔ ریاضی ، رفتارها ممکن است تحت تأثیر تنوّعی از باورها باشند . دیدگاه یک فرد نسبت به ماهیت مدرسه و یادگیری در حالت کلّی ، ماهیت ریاضی و یادگیری ریاضی ، یک تکلیف خاص ، و توانایی های ریاضی خودِ فرد ، همگی می توانند در چگونگی رویارویی او با یک موقعیّت حل مسأله نقش داشته باشند . برای مثال ، به عقیدهٔ سیلور [۹] ، «فردی که باور دارد یک ساختار زیربنایی ریاضی وجود دارد که آن ساختار ، مهم‌تر از جزییات سطحی است ، در مقایسه با فردی که چنین باوری را ندارد ، رویکرد متفاوتی نسبت به مطالعهٔ ریاضی انتخاب می کند . » (ص ۲۱)

یکی دیگر از باورهایی که ممکن است بر رویکرد حل مسألهٔ فرد تأثیر بگذارد ، این باور است که معمولاً بیشتر از یک راه برای حل یک مسأله وجود دارد ، وقتی که از دو روش برای حل یک مسأله استفاده می شود ، باید نتیجه یکسان باشد و کوتاه ترین و بهترین راه برای ارائهٔ یک مسأله و حل های آن وجود دارد .

به همین اندازه ، برای آموزشگران ریاضی ، آگاهی از آن دسته از باورهای ریاضی دانش آموزان که ممکن است باعث به تأخیر افتادن فرآیند حل مسأله شود از اهمیّت بالایی برخوردار است . برای مثال ، پژوهش نشان می دهد که بسیاری از دانش آموزان ابتدایی باورشان این بود که مسائل کلامی از مسائل محاسباتی بسیار مشکل تر هستند یا آن که به باور آنها ، اندازهٔ کمیت های عددی در مسأله ها ، یکی از نشانگرهای سختی آن مسأله ها بوده است [۲۱] (لستر و گاروفالو ، ۱۹۸۲) . به طور مشابه ، دریسکول [۱۹] (۱۹۸۲) گزارش داد که در یک ارزیابی از دانش آموزان سیزده ساله و هفده ساله ، تقریباً پنجاه درصد با این عبارت موافق بودند که یادگیری ریاضی بیشتر حفظ کردن است . از این گذشته ، تقریباً نود درصد موافق این دیدگاه بودند که برای حل مسأله های ریاضی ، همیشه یک قانون و دستورالعمل وجود دارد . دریسکول نتیجه گیری می کند که تصورات این دانش آموزان از ریاضی ، حاصل تجربه های ریاضی آنها است که معمولاً بر «حفظ کردن و پس دادن و معتقد بودن به این که تنها هدف برای حل هر مسألهٔ ریاضی ، به دست آوردن پاسخ درست است ، تأکید داشته است . » (ص ۶۳) .

تجربهٔ شونفیلد [۲۲] (b ۱۹۸۷) با دانشجویان سال اوّل ، باعث ارائهٔ مجموعه ای از باورهای مشترک آن دانشجویان شد . آن باورها شامل موارد زیر هستند : ریاضی صوری ارتباط خیلی کمی با حل مسألهٔ واقعی دارند ؛ مسائل ریاضی معمولاً در ده دقیقه یا کمتر حل می شوند ؛ و فقط نابغه ها توانایی کشف یا خلق ریاضی را دارند .

مانند دریسکول ، شونفیلد نیز تأکید می کند که معلمان باید در مقابل تصوّرات و باورهای موجود مسؤولیت پذیر باشند . به دلیل آن که بیشتر ریاضی ارائه شده در مدرسه مجرد و بدون اعتنا به تجربه های زندگی واقعی است ، جهان بینی ریاضی اغلب دانش آموزان برمبنای تجربه های آنها از کلاس درس خواهد بود . بسیاری از کلاسهای درس ریاضی ، تأکید قوی بر نوشتن استدلالهای ریاضی و حل مسأله ها به شکل های تجویزشده به دانش آموزان را دارند . این تأکید این ایده را تقویت می کند که «ریاضی وار بودن» یعنی «انجام دادن گامهای تجویزشده . » به همین ترتیب ، بیشتر مسأله های ریاضی مطرح شده محدود به مسائلی هستند که در یک جلسه کلاس درس قابل حل هستند [۱۷] (شونفیلد ، b ۱۹۸۵) . به طور خلاصه ، شونفیلد بیان می کند که اغلب اوقات ، معلمان «بر گردایهٔ باریکی از تکلیف های خوب تعریف شده متمرکز می شوند و دانش آموزان را چنان آموزش می دهند تا آن تکلیف ها را از راههای معمولی ؛ اگر نه الگوریتمی ، انجام دهند . سپس دانش آموزان را با تکلیف هایی بسیار مشابه آن چه که تدریس کرده بودند ، مورد آزمون قرار می دهند .... این یک فریب کاری و حیله گری است که به خودمان و آنها ، اجازه دهیم تا باور کنیم که دانش آموزان آن ریاضی را فهمیده اند . » [۲۳] (شونفیلد ، ۱۹۸۲ ، ص ۲۹) .

تحقیقات تامپسون [۲۴] (۱۹۸۸) نشان می دهد که اعمال معلمان ، بازتاب دیدگاههای خودشان نسبت به ریاضی است . در نتیجه ، نه فقط معلمان باید از باورهای بالقوهٔ دانش آموزان و چگونگی شکل گیری آنها آگاه باشند ، بلکه آنها باید نسبت به باورهای خودشان نیز آگاهی داشته باشند . باورهای معلمان دربارهٔ تدریس و یادگیری ریاضی ، بر ماهیت محیط ریاضی کلاس درس و نوع تدریسی که دانش آموزان دریافت می کنند تأثیر می گذارد . سیلور [۹] (۱۹۸۲) با تأکید بر این که این باورها قابل حذف شدن نیستند ، سؤالهایی برای پژوهش[1] در این زمینه مطرح کرد که از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد : باورهای معلمان ریاضی کدام ها هستند؟ باورهای معلمان «عالی» چیست؟ تأثیر این باورها بر تدریس حل مسأله چیست؟

جمع بندی

بحث راجع به فراشناخت و نقش آن در ایجاد توانایی های حل مسألهٔ ریاضی بسیار گسترده است . این مقاله فقط به طرح مسأله پرداخته و سعی در ارائه تعریفی ساده ، عملی و قابل استفاده از فراشناخت به آموزشگران ریاضی داشته است . علّت انتخاب این موضوع ، هیجانهای کاذبی است که در سطح جامعهٔ آموزشی ایران حول این اصطلاح ایجاد شده است . فراشناخت را به عنوان نظریه و آن هم در مقابل نظریه های یادگیری رفتاری و رشد مطرح کردن باعث بدفهمی در این حوزه می شود . خوشبختانه ، یافته های پژوهشی در این زمینه متنوّع ، غنی و قابل دسترس است . یکی از بحث های مفید در این زمینه ، مطالعهٔ استراتژی های فراشناختی و نقش آنها در یادگیری حل مسألهٔ ریاضی ، هم چنین توسعهٔ چارچوب هایی برای درک بهتر تحقیقات انجام شده است [۷] . طرح واژه های نو و به کار بستن آنها در چارچوب های نظری مغایر با آنها ، جز مغشوش کردن اذهان عمومی در این حوزه حاصلی نخواهد داشت . جامعهٔ آموزش ریاضی با دوری گزیدن از کاربرد واژه های بی محتوا ، باید کمر همت بسته و به انجام تحقیقات اصیل بومی با بهره گیری از ادبیات تحقیقی غنی در این زمینه بپردازد .

منابع:

1. Nunes, T. & Bryant, P. (1997). (Eds.). **Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective.** Psychology Press.

2. Vergnaud, G. (1997). The Nature of Mathematical Concepts. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.) **Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective.** (PP5 - 28). Psychology Press.

3. Steffe, L. P. & Tzur, R. (1994). Interaction and Children's Mathematics. In P. Ernest (Ed.): Constructing Mathematical knowledge: Epistemology and Mathematical Education. (PP 8 - 32). The Falmer Press.

4. Ginsbourg, H. & Opper, S. (1969). **Piaget's Theory of Intellectuall Development: An Introduction.** Printice - Hall Inc.

5. Piaget, J. (1964). Development and Learning in Ripple, R. E. Rockcastle, V. N. (Eds.) **Piaget Rediscovered: Report of the conference on Cognitive studies and curriculum Development.** (PP. 7 - 20). I. thaca, Cornell University press.

6. Van Oers, B. (1992), Learning Mathematics as a Meaningful Activity. Paper Presented in **WG4: Theories of Mathematics Learning:** 7th ICME, Québec city Canada.

7. Gooya, Z. (1992). **Influences of Metacognition based Teaching and Teaching Via Problem Solving on Students Beliefs About Mathematics and Mathematical Problem Solving.** Unpublished Dissertation. University of British Columbia, Vancouver, Canada.

۸ . گویا ، زهرا . (۱۳۷۷) . نقش فراشناخت در یادگیری حل مسألهٔ ریاضی . مجلهٔ رشد آموزش ریاضی ، شمارهٔ ۵۳ ، پاییز ۱۳۷۷ ، صص ۱۳ تا ۱۸ . انتشارات کمک آموزشی ، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش.

9. Silver, E. A. (1982). Knowledge Organization and Mathematical Problem Solving. In F. K. Lester & J. Garofalo (Eds.), Mathematical Problem Solving: Issues in Researel. PP 15-25. Philadelphia, PA: Franking Institute Press.

10. Flavell, J. H. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving. In L.R. Resnick (Ed.), **The Nature of Intelligence,** PP 231-235. Hillsdale, NJ: LEA

۱۱ . صمدی ، معصومه . (۱۳۷۳) . نقش دانش فراشناختی در حل مساله ریاضی دانش آموزان کلاس چهارم دبستان . پایان نامهٔ چاپ نشدهٔ کارشناسی ارشد ، دانشگاه الزهراء ، تهران ـ ایران .

۱۲ . شونفیلد ، الن . (۱۹۹۱) . فراشناخت و ریاضیات . ترجمهٔ فرهاد کریمی ، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی ، شمارهٔ ۵۵ ، بهار ۷۸ . دفتر کمک آموزشی ، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی ، وزارت آموزش و پرورش .

13. Schoenfeld, A. H. (1987a). What's all the fuss about Metacognition? In A. H. Schoenfeld, **Cognitive Science and Mathematics Education.** PP 190-215. Hillsdale, N. J: LEA.

14. Flavell, J. H. & Wellman, H. M. (1977). Metamemory. In R. V. Kail & J. W. Hagen (Eds.), **Perspectives on the Development of Memory and Cognition.** PP 3-33. Hillsdale, N. J: LEA.

15. Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. **Journal for Research in Mathematics Education,** 16 (3). 163-176.

16. Schoenfeld, A. H. (1985a). Mathematical Problem Solving. Orlando, Fl: Harcourt Brace Jovanovich.

17. Schoenfeld (1985 b). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. In E. Silver (Ed.), Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives PP 247-266. Hillsdale, N. J: LEA.

18. Krutetskii, V. A. (1976). **The Psychology of Mathematical Abilities in School Children.** University of Chicago Press.

19. Driscoll. M. (1982). Research within Reach: Secondary school Mathematics, A Research - guided Response to the Concerns of Educators. In M. G. Kantowski, R. E. Reys, & M. Suydam (Eds.), **Research and Development Interpretation Service Panel for Research within Reach: Secondary School Mathematics,** PP 59-81. Reston, VA: NCTM.

20. Schoenfeld, A. H. (1983). **Problem Solving in the Mathematics Curriculum: A Report, Recommendation, and an annotated** Bibliography. Washington, DC: Mathematical Association of America.

21. Lester, F. K. & Garofalo, J. (1982), **Metacognitive Aspects of Elementary School Student's Performance on Arithmetic Tasks.** Paper Presented at the meeting of the American Educational Research Association: NY.

22. Schoenfeld, A. H. (1987 b). Confession of An Accidental Theorist. For the Learning of Mathematics, 7 (1), 30-38. Montreal.

23. Schoenfeld, A. H. (1982). Some Thoughts on Problem-Solving Research and Mathematics Education. In F. K. Lester & Garofalo (Eds.), **Mathematical Problem Solving: Issues in Research,** PP 27-38. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.

24. Thompson, A. G. (1988). Learning to teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' conceptions and Beliefs. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving,** Vol 3, PP 232-243. Reston, VA: LEA / NCTM.

زیرنویس:

۱ . برای این سؤالها ، پاسخهای مستند به پژوهش به دست آمده است که تکیه بر آنها ، در طرّاحی های دوره های قبل و ضمن خدمت معلمان ریاضی بسیار تأثیر گذار هستند . با این حال ، محدودیت این مقاله اجازه پرداختن به این مقولهٔ وسیع را نمی دهد .

رویکردهای نوین آموزش هندسه

سهیلا غلام آزاد
دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

از سال ۱۳۶۶ فعالیت آموزشی خود را با تدریس هندسه سال دوم رشته ریاضی فیزیک شروع کردم. در آن موقع کتاب پر از تعریف، قضیه و مسأله بود، و من به عنوان یک معلم تازه کار سعی می کردم هیچ نکته ای را جا نیاندازم. ولی جز تعداد اندکی بقیهٔ دانش آموزان علاقهٔ زیادی به این درس نداشتند.

شاید شما نیز از دانش آموزان خود شنیده باشید که «اصلاً هندسه به چه دردی می خورد؟»، «همهٔ طول سال مجبوریم قضیه ثابت کنیم»، «نمی فهمیم بالاخره منظور از این همه قضیه چیه؟»، «ما فقط اثبات قضیه ها و تعریف ها را حفظ می کنیم تا از این درس نمرهٔ قبولی بگیریم.» ... و این نظرات در جایی بود که ***ما هدف از آموزش هندسه را تربیت افرادی فکور و منطقی با قدرت استدلال و استنتاج می دانستیم.*** ولی آیا این هدف مهم تنها با تکیه بر هندسهٔ اقلیدسی به عنوان یک دستگاه اصل موضوعی کامل، و اثبات قضیه های بسیار با دیدگاه ترکیبی و ارائه هندسه تحلیلی به عنوان یک درس مجزا امکان پذیر بود؟!!

این مسأله ای است که فکر بسیاری از دست اندرکاران آموزش ریاضی را در سطح جهان به خود مشغول کرده و موضوع مورد بررسی بسیاری از تحقیقات اصیل قرار گرفته و از آنها نتایج غنی بسیاری هم حاصل شده که تأثیر مستقیم بر برنامهٔ درسی هندسه و بر آموزش هندسه به طور کلی داشته است.

در این مقاله برخی از مهارت های هندسی که به اندازهٔ اثبات قضیه ها اهمیت دارند مطرح شده و با اشاره به مراحل توسعهٔ ذهن و اندیشه در هندسه از دیدگاه «فن هیلی»، شرایط دسترسی به این مهارت ها را مورد بحث قرار می دهیم.

مهارت های هندسی

در اینجا پنج مهارت دیداری، شفاهی، ترسیمی، منطقی و کاربردی به عنوان مهارت های پایه ای که در جریان آموزش نیازمند توجه خاص می باشند، مطرح می شوند. توسعهٔ بعضی از این مهارت ها ازدوره های ابتدایی و راهنمایی شروع می شوند و بعضی در سطح آموزش متوسطه مطرح می شوند.

مهارت های دیداری

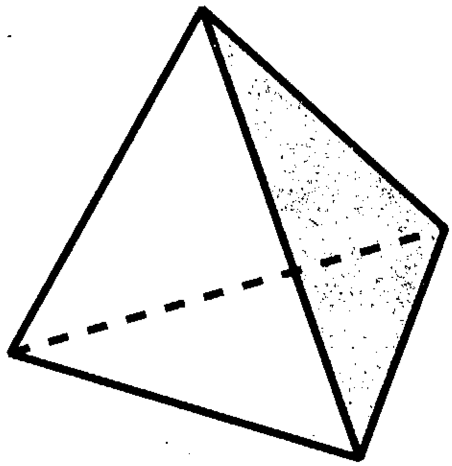
بی شک هندسه یک موضوع دیداری است، اما این جنبهٔ هندسه به عنوان یک ابزار مقدماتی در اثبات ها به کار می رود. نتیجهٔ بررسی هایی که روی مغز انجام شده، حاکی ازآن است که نیم کرهٔ چپ مغز بیشتر کارهای منطقی و تحلیلی را انجام می دهد و نیم کرهٔ راست مغز بیشتر عملکرد فضایی و کل نگری را عهده دار است. بنابراین در جریان آموزش لازم است شرایط و موقعیت هایی ایجاد شود تا هر دو طرف مغز رشد یابد. در برخی تحقیقات نشان داده شده که بین عملکرد فضایی ضعیف دانش آموزان و آنچه اضطراب ریاضی خوانده می شود ارتباط وجود دارد[1]، یعنی دانش آموزانی که در جریان یادگیری ریاضی دچار اضطراب می شوند، در انجام تکالیف فضایی نیز عملکرد خوبی ندارند. ممکن است این

دانش‌آموزان نیازمند کار بیشتر با تصاویر و وسایل دست‌ورزی باشند. مثلاً از دانش‌آموزان بخواهیم مقاطع مختلف یک جسم فضایی مانند یک چهاروجهی را در نظر بگیرند. و بعد از آنها بخواهیم مقطعی از این جسم را بیابند که مستطیل شکل باشد.

یک چنین مسأله ای ایجاب می کند که دانش آموزان تعریف مستطیل را در ذهن خود مرور کرده و به ویژگی های آن فکر کنند سپس به دنباله رابطهٔ بین مستطیل و شکل های دیگر باشند.

مهارت های ترسیمی

درس های هندسه فرصت هایی برای دانش آموزان مهیا می کند تا ایده های خود را در تصاویر و نمودارها بیان کنند. آنها در زندگی آتی خود بیش از اثبات یک قضیه نیازمند مهارت کافی در رسم یک تصویر از یک موقعیت هندسی هستند. مهارت های ترسیمی می تواند و احتمالاً باید در درس های هندسه توسعه یابد، و فعالیت های مناسب در این زمینه می تواند یادگیری ارتباط های هندسی را در



درس های بعدی تسهیل کند. مثلاً استفاده از خط کش و نقاله برای رسم تصاویر، به آمادگی دانش آموزان برای فراگیری اصل موضوع خط کش و اصل موضوع اندازهٔ زاویه کمک کند. انجام ترسیماتی با استفاده از خط کش و پرگار در ابتدای درس کمک می کند دانش آموزان ویژگی شکل ها را بهتر درک کنند. استفاده از کاغذهای شطرنجی کمک می کند تا دانش آموزان شکل های دو و سه بُعدی را به صورت قابل قبولی رسم کنند. صفحات شطرنجی می تواند در آماده سازی دانش آموزان برای درک مفاهیم مساحت، حجم و هم چنین تشابه مورد استفاده قرار گیرد.

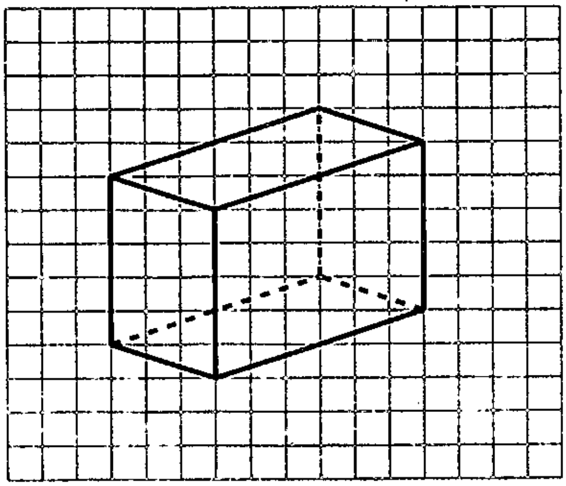
برای مثال از دانش آموزان خود بخواهید شکلی رسم کنند که اندازهٔ اضلاع آن نسبتی با اندازهٔ اضلاع شکل داده شده داشته باشد. مثلاً مکعب مستطیلی که طول ضلعهای آن دو برابر طول ضلعهای مکعب مستطیل نشان داده شده در شکل صفحهٔ بعد باشد. این فعالیت ها دانش آموزان را به تجزیه و تحلیل شکل برای استفاده از نسبت و تناسب و تأمل روی شکل های متشابه وا می دارد.

مهارت های شفاهی

درس هندسه از جمله درس هایی است که بر زبان تأکید بسیار دارد. دانش آموزان در این درس مجبورند حجم زیادی از واژه ها را بیاموزند. در این درس تعریف های دقیق، اصول موضوعه و قضیه ها وجود دارند که ویژگی شکل ها و رابطهٔ بین آنها را توصیف می کنند.

در این درس از دانش آموزان خواسته می شود که مطالب بسیاری را بخوانند و اثبات های فردی خود را بنویسند. اغلب دانش آموزان در توصیف شفاهی مفاهیم دچار مشکل می شوند(«من این را می فهمم ولی نمی توانم بگویمش») و ایده های خود را از راههای نادقیق که با بیان معلم یا کتاب متفاوت است اظهار می دارند. مثلاً از دانش آموزان می شنویم: «دایره یک خط گرد است» یا «عمود منصف از وسط می گذرد و راست بالا می رود.»

در جریان آموزش ممکن است فرمول های دقیق قبل از آنکه دانش آموزان آمادگی پذیرش آن را داشته باشند به آنها ارائه شود، قبل از آن که فرصت توصیف مفهوم را خود داشته و فقدان دقت را در عبارت های خود درک کنند.

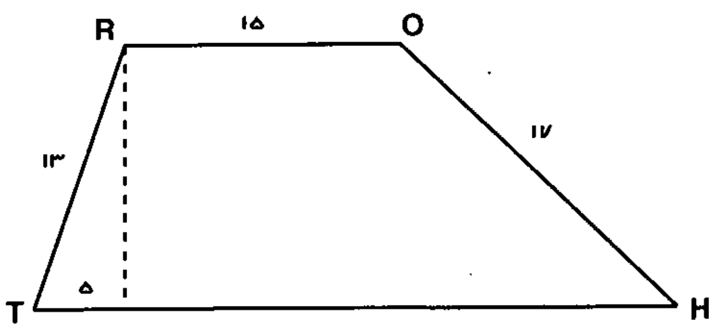


مهارت‌های منطقی

هندسه یکی از موضوعات درسی است که چگونگی تجزیه و تحلیل یک بحث (در زمینهٔ شکل‌های هندسی یا مسائل زندگی روزمره) و هم چنین تشخیص اعتبار آن را می‌آموزد.

متأسفانه بعضی از برنامه‌های درسی هندسه، دانش آموزان را به سمت حفظ مفاهیم و نه درک و فهم آنها سوق می‌داد. بعضی از آنها می‌گفتند «ما با حفظ کردن اثبات قضیه‌ها این درس را گذراندیم»، این همان جایی است که هدف غایی ما از آموزش هندسه را که «توسعهٔ توانایی استدلال» بود با شکست مواجه می‌کند. البته این مشکل شاید بیشتر ضعف تدریس باشد تا برنامه‌های درسی آماده شده، با این وجود نتیجه فرقی نمی‌کند. برای توسعهٔ مهارت‌های منطقی دانش آموزان لازم است قبل از ورود ایشان به حوزهٔ قواعد منطق فعالیت‌های غیررسمی در این زمینه با استفاده از ایده‌های شفاهی و تصویر طراحی شود. این گونه فعالیت‌ها علاوه بر جنبهٔ آموزشی، جنبهٔ سرگرمی نیز می‌تواند داشته باشد. مثلاً روی ابهامات موجود در عبارتی که ممکن است در یک سبزی فروشی نصب شده باشد بحث کنیم «چرا پول بیشتر را در جای دیگری می‌پردازید؟! از اینجا خرید کنید.»

مهارتِ رشد و توسعه یک بحث منطقی در ظاهر هندسی می‌تواند روی یک نمودار با اطلاعات داده شدهٔ خاص متمرکز شود و از دانش آموزان خواسته شود تا براساس این اطلاعات به نتیجه خاصی برسند. مثلاً از دانش آموزان خواسته شود تا اگر اطلاعات داده شده روی شکل ذوزنقه زیر کافی بود، مساحت THOR را بیابند. در یک چنین موقعیتی دانش آموزان ترغیب می‌شوند تا اطلاعات داده شده را برای استنتاج اطلاعات بیشتر و در نتیجه حل مسأله مورد بررسی قرار دهند. فعالیت‌هایی از این نوع به دانش آموزان کمک می‌کند تا مهارت‌های منطقی خود را به طور غیررسمی رشد دهند، قبل از آنکه بیاموزند چگونه باید یک اثبات رسمی را بنویسند.



مهارت‌های کاربردی

معنای هندسه بیش از «اندازه گیری زمین» است. یونانیان کلمهٔ mathema را به معنای «آنچه آموخته شده»[۲] به کار می برند. به نظر می رسد یونانیان به ریاضیات به عنوان مطالعهٔ عمیق پدیده های فیزیکی نگاه می کردند. این دیدگاه به زیبایی در مدرسه فیثاغورس نشان داده شده است، که ریاضیات برای توضیح موسیقی، هنر و علوم به کار برده شده است. مثلاً سلول های کندوی زنبور عسل به شکل یک شش ضلعی منتظم است در نتیجه مطالعهٔ آن ما را به سمت طرح پرسش های جدی در مورد شش ضلعی ها هدایت می کند. همچنان که توصیف حرکت سیاره ها منجر به طرح پرسشهایی در مورد دایره، بیضی، کره و غیره می شود.

امروزه توصیف ریاضی پدیده ها، مدل سازی ریاضی خوانده می شود. با تجزیه و تحلیل یک مدل اغلب به اطلاعاتی در مورد پدیدهٔ اصلی می رسیم. یکی از بهترین مثال های اولیهٔ مدل سازی ریاضی در کتاب اصول اقلیدس یافت شده است که ممکن است نتیجهٔ یک تلاش برای توصیف منطقی جهان بوده باشد. در حال حاضر مدل سازی ریاضی در زمینه های کشاورزی، زیست شناسی، جغرافیا، روانشناسی و کسب و کار و ... مورد استفاده قرار می گیرد.

با صرف وقت و حوصله می توانیم فعالیت های غنی شده ای جهت توسعهٔ مهارت های مدل سازی هندسی دانش آموزان مهیا کنیم، مثلاً در معماری، ستاره شناسی و مهندسی هم چنین به عنوان نمونه هایی از کاربرد استدلال به نمونه هایی واقعی که وکیل ها، کسبه و مصرف کننده ها به کار می برند، اشاره کنیم.

سطوح توسعهٔ ذهن و اندیشه در هندسه

من هندسه را برای کسانی تدریس کرده‌ام که سی سال سن داشته و قبلاً هیچ چیزی در زمینهٔ هندسه نیاموخته بودند. آنها همان مشکلاتی را داشتند که دختران و پسران دوازده ساله داشتند. من و همسرم پس از بررسی تحقیقات پیاژه، شکافی که منجر به غیرقابل فهم بودن هندسه می‌شود را شناسایی کرده و سطوح تفکر در هندسه را دریافتیم.

«پی یر فن هیلی»

حدود ۴۰ سال پیش پی یر ماری فن هیلی و همسرش دینا فن هیلی گِلداف[۳] مدلی برای یادگیری هندسه معرفی کردند که مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفت. او به عنوان یک معلم مشاهده کرد که استدلال (رسمی یا دقیق) در هندسه به طور طبیعی در بچه ها بروز نمی کند و در نتیجه باید با دقت و به صورت سیستماتیک تغذیه شود. آنها مراحل توسعهٔ تفکر را در پنج سطح پیش بینی کردند، که با سطح تشخیص شروع و در سطح دقت پایان می یابد. هم چنین معتقد بودند که گذر از این سطوح به صورت پی در پی امکان پذیر است، ولی سرعت گذر همهٔ دانش آموزان در این جریان یکسان نخواهد بود. بنابراین فن هیلی تأکید می کند که در هر کلاس درسی ممکن است معلم، کتاب درسی و عملکرد دانش آموزان در سطوح مختلف از تفکر باشند.

سطح ۱: تشخیص

دانش آموز واژه هایی را یاد می گیرد و یک شکل را به صورت یک کل می شناسد. برای مثال در این سطح دانش آموز تصویر یک مستطیل را تشخیص می دهد («یک مستطیل مانند یک در است») اما ممکن است از بسیاری از ویژگی های مستطیل آگاه نباشد. در این سطح بعضی اِسنادهای نامربوط نیز دیده می شود. مثلاً در ذهن دانش آموز جا می گیرد که دو ضلع یک مربع باید افقی باشد و اگر آن را در صفحه بگردانیم مربع بودنش را از دست می دهد یا مثلاً اضلاع یک مثلث می تواند به صورت یک خم باشد. تفکر کل نگر دانش آموزان در این سطح قادر به درک تنوع نامتناهی شکل ها نیست و هنگام تشخیص یک شکل روی ویژگی های آن متمرکز نمی شوند. مطالعات بسیاری مؤید آن بوده اند که بسیاری از دانش آموزان با این کل نگری وارد استدلال هندسه در دبیرستان می شوند.

سطح ۲: تجزیه و تحلیل

دانش آموز ویژگی های شکل را تجزیه و تحلیل می کند و یک شکل به صورت کلکسیونی از ویژگی ها که برای تشخیص آن لازم است بیان می شود مثلاً ممکن است دانش آموزان به جای «مستطیل» بگویند «یک شکل چهارضلعی که زاویه های آن قائمه باشند». در این سطح دانش آموز ممکن است بفهمد که ضلع های مقابل و حتی قطرهای مستطیل همنهشت هستند اما نتواند ارتباط مستطیل ها را با مربع ها و مثلث های قائم الزاویه تشخیص دهد. یا در طبقه بندی شخصی خود برای متوازی الاضلاع ها زاویهٔ قائمه را جایز نشمرد و در نتیجه مستطیل ها را به عنوان زیرمجموعه ای از متوازی الاضلاع ها در نظر نگیرند.

سطح ۳: تجرید

دانش آموز به طور منطقی شکل ها را در ذهن خود مرتب می کند

و رابطهٔ درونی بین شکل ها و اهمیت تعریف های دقیق را درک می کند. هم چنین عبارت های اگر ـ آنگاه صریحاً مورد استفاده قرار می گیرند. در این سطح هنگام استدلال دربارهٔ شکل ها دانش آموزان می توانند یک بحث استنتاجی صحیح را براساس منطق طبیعی شکل بدهند (مثلاً اگر P نتیجه دهد Z و Z نتیجه دهد r، آنگاه P نتیجه می دهد r.) ولی ممکن است دانش آموزان قادر به استفاده از اصول موضوع خاص یا قضیه ها بدون درک واقعی تمایز منطقی بین آنها نباشند. مثلاً دانش آموز درک می کند که هر مربعی یک مستطیل است ولی نتواند آن را توضیح دهد.

سطح ۴: استنتاج

دانش آموز اهمیت استنتاج و نقش اصول موضوع، قضیه ها و اثبات را درک می کند.

در این سطح، ساختمان ریاضی هندسه به طور کامل برای دانش آموزان پدیدار می شود و اثبات به عنوان توانایی نهایی برای تصمیم گیری در مورد درستی یک حدس در نظر گرفته می شود. نقش تعریف نشده ها، اصول موضوع، نظام منطق، قضیه ها و اثبات در بحث ها تصریح می شود. به این ترتیب دانش آموزان توانایی استدلال درون یک نظام ریاضی خاص را خواهند داشت اگرچه تشخیص ندهند که اصول موضوع متفاوت، نظام متفاوت و در نتیجه قضیه های متفاوتی را ایجاب می کند.

مثلاً در این سطح دانش آموز قادر است از اصل ض ز ض برای اثبات گزاره هایی در مورد مستطیل ها استفاده کند اما نفهمد چرا شرط ض ز ض را مسلم فرض می کند و چطور اصل ض ز ض به فاصله و اندازهٔ زاویه مربوط می شود.

سطح ۵: دقت

دانش آموز اهمیت دقت در کار کردن با مبانی (بنیادها) و رابطهٔ درونی بین ساختمان ها را درک می کند.

در این سطح دانش آموزان نظام های اصل موضوعی و نظام های منطقی را مورد بررسی قرار داده و قادر به استدلال از راههای دقیقتر درون نظام های متفاوت خواهند بود. مثلاً دانش آموز می فهمد که چطور اصل موضوع توازی مربوط می شود به وجود مستطیل و این که در هندسهٔ نااقلیدسی مستطیل وجود ندارد.

این پیشرفته ترین سطح به ندرت توسط دانش آموزان دبیرستانی کسب می شود.

❁❁❁

تحقیقات فن هیلی نشان می دهد که لازمهٔ عملکرد خوب دانش آموزان در سطوح پیشرفته، توانایی، تسلط و مهارت کافی در سطوح قبلی است. اما مانند هر یادگیری سلسله مراتبی دیگر بهتر است ما احتیاط کرده و از برچسب گذاری دانش آموزان در سطوح مختلف پرهیز کنیم. این مدل می تواند چارچوب خوبی برای تهیهٔ دنباله ای از فعالیت های هندسی برای رسیدن به مرحلهٔ استدلال که هدف سنتی هندسهٔ دبیرستانی است ارائه کند. دانش آموزانی که در دبیرستان مشکل دارند (سطح ۴) ممکن است فقط با توانائیهای سطح ۱ وارد این درس شده باشند و ممکن است تجربیات آنها از دورهٔ ابتدایی و راهنمایی به عنوان پیش زمینه ای برای کار کردن در سطح ۴ کافی نباشد.

مهارت های نمونه و مسأله ها

جدول های صفحات بعد، مهارت های ذکر شده را که از دانش آموزان انتظار می رود در سطوح مختلف از خود بروز دهند نشان می دهد.

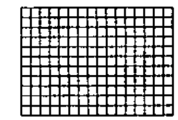
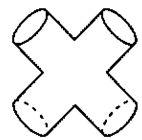
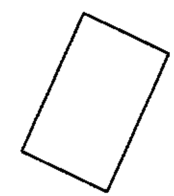
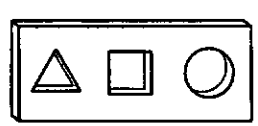
با شروع اثبات های رسمی زودهنگام در درس هندسه ممکن است آن دسته از دانش آموزان را که هنوز به اندازهٔ کافی به سطح بالای توسعهٔ ذهن برای عملکرد با کفایت در سطح رسمی دست نیافته اند در نظر نگیریم.

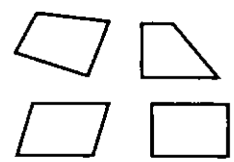
آیا بهتر نیست آموزش هندسه در دبیرستان را با انجام فعالیت های غیررسمی با مفاهیم هندسی شروع کنیم بدون آن که تأکیدی بر اثبات وجود داشته باشد. در این مرحله غیررسمی به دانش آموزان فرصت دهیم تا تلاش لازم برای توضیح درستی ادعاهای خود را داشته باشد. دانش آموز واقعاً در طول اثبات خود استدلال خواهد کرد، بدون آن که عبارات خود را به صورت اثبات دوستونی بنویسد (همان چیزی که اغلب معلمان در درس هندسه بر آن تأکید دارند.)

محققان معتقدند که دانش آموزان نیازمند این تجربیات غیررسمی قبل از معرفی اثبات رسمی می باشند.

چنان که ما از چگونگی یادگیری هندسی دانش آموزان آگاهی یافتیم، می توانیم تجربیات یادگیری مؤثرتری را برای آنها تهیه کنیم. شاید سخت ترین کار ما غلبه بر ذهنیاتی است که هنگام تحصیل هندسه در دبیرستان برایمان شکل گرفته است. و باور آنکه ***واقعاً هندسه چیزی بیش از اثبات است***.

سطح / مهارت	تشخیص	تجزیه و تحلیل	تجرید	استنتاج	دقت
دیداری	■ شناخت شکل‌های متفاوت از روی تصویر ■ شناسایی اطلاعات مشخص‌شده روی شکل	■ مشاهدهٔ ویژگی‌های یک شکل ■ تشخیص یک شکل به عنوان قسمتی از یک شکل بزرگتر	■ شناخت رابطهٔ درونی بین انواع مختلف شکل ها ■ شناخت ویژگی‌های مشترک انواع مختلف شکل‌ها	■ استفاده از اطلاعات روی شکل برای استنتاج اطلاعات بیشتر	■ شناخت فرضیات اثبات نشده‌ای که بر اساس شکل ایجاد می‌شوند ■ درک شکل‌های مربوطه در نظام‌های استنتاجی متفاوت
شفاهی	■ مربوط کردن اسم صحیح به شکل داده شده ■ تفسیر جملاتی که شکل را توصیف می‌کنند	■ توصیف دقیق ویژگی‌های متفاوت یک شکل	■ تعریف واژه‌ها به طور دقیق، مختصر و مفید ■ صورت‌بندی جملاتی که نشان دهندهٔ رابطهٔ درونی بین شکل‌ها هستند	■ درک تمایز بین تعریف ها، اصول موضوع و قضیه‌ها ■ شناخت آن‌که چه چیزی در مسأله داده شده و چه چیزی خواسته شده که پیدا یا انجام شود	■ صورت‌بندی توسیع‌های شناخته شده ■ توصیف نظام‌های استنتاجی متفاوت
ترسیم	■ طراحی شکل‌ها به طور دقیق و مشخص کردن قسمت‌های داده شده	■ تبدیل اطلاعات شفاهی به یک تصویر ■ استفاده از اطلاعات داده شده برای کشیدن یا رسم شکل‌ها	■ براساس شکل خاصی که داده شده بتواند شکل دیگری رسم کند که مربوط به نمونهٔ داده شده باشد	■ شناخت آن‌که چه موقع و چطور از مؤلفه‌های کمکی در شکل استفاده کنیم ■ از اطلاعات داده شده چگونگی رسم شکل استنتاج شود	■ درک محدودیت‌ها و توانایی‌های ابزار ترسیمی متفاوت ■ نمایش تصویری مفاهیم غیر استاندارد در نظام‌های استنتاجی متفاوت
منطقی	■ درک آن‌که تفاوت‌ها و شباهتهایی بین شکل‌ها وجود دارد. ■ درک آن‌که قالب شکل‌ها در موقعیت‌های متفاوت ثابت می‌مانند.	■ درک آن‌که شکل‌ها می‌توانند در کلاس‌های مختلف طبقه‌بندی شوند ■ درک آن‌که ویژگی‌ها می‌توانند در تشخیص شکل‌ها مورد استفاده قرار گیرند	■ کیفیت یک تعریف خوب را بفهمد ■ استفاده از خاصیت شکل‌ها برای تعیین آن‌که یک کلاس از شکل‌ها مشمول کلاس دیگری است	■ استفاده از قواعد منطق برای توسعهٔ اثبات‌ها ■ توانایی استنتاج نتایج از اطلاعات داده شده	■ درک محدودیت‌ها و توانایی‌های فرضیات و اصول موضوع ■ دانستن آن‌که چه موقع یک نظام اصل موضوعی مستقل، سازگار و قطعی (قیاسی) است
کاربردی	■ تشخیص شکل‌های هندسی در اجسام فیزیکی	■ شناخت ویژگی‌های هندسی اجسام فیزیکی ■ نمایش پدیده‌های فیزیکی روی کاغذ یا به صورت یک مدل	■ درک مفهوم مدل ریاضی‌ای که رابطهٔ بین اجسام را نشان می‌دهد	■ توانایی استنتاج خواص اشیاء از اطلاعات داده شده یا به دست آمده ■ حل مسایل مربوط به اشیاء	■ استفاده از مدل‌های ریاضی برای نشان دادن سیستم‌های مجرد ■ توسعهٔ مدل‌های ریاضی برای توصیف پدیده‌های فیزیکی، اجتماعی و طبیعی.

ترسیم	از صفحهٔ شطرنجی نشان داده شده برای رسم مستطیل WXYZ به اضلاع ۴ و ۷ واحد استفاده کنید. 	مستطیلی را رسم کنید که طول یک ضلع و یک قطر آن داده شده است.	در مثلث ABC مستطیلی محاط کنید که اندازهٔ یک ضلع آن دو برابر اندازهٔ ضلع دیگرش باشد.	دو استوانه دارای شکل و اندازهٔ یکسان هستند. تصویر ناحیه‌ای را رسم کنید که در هر دو استوانه مشترک است. 	دایره‌ای مفروض است آیا ممکن است تنها با استفاده از خط‌کش و پرگار مربعی رسم کنیم که مساحت آن برابر مساحت دایره باشد؟
منطقی	اگر مستطیلی چنان‌که نشان داده شده، چرخانده شده باشد، آیا شکل جدید هم‌چنان مستطیل است؟ 	آیا مساحت یک مستطیل با استفاده از محیطش تعیین می‌شود؟ اگر دو مستطیل دارای محیط برابر باشند آیا مساحتشان نیز مساوی خواهد بود؟	کدامیک از عبارت‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ ۱. هر مستطیلی یک مربع است. ۲. هر مربعی یک مستطیل است. ۳. اگر قطرهای یک متوازی‌الاضلاع برابر باشند، شکل مستطیل است.	ثابت یا رد کنید: اگر قطرهای یک چهار ضلعی برابر باشند، شکل مستطیل است.	چون در هندسهٔ نااقلیدسی مستطیل وجود ندارد، مساحت شکل‌ها چگونه تعیین می‌شوند؟
کاربردی	شکل‌های مستطیلی که در کلاس درس و در میدان‌های ورزشی می‌بینید توصیف کنید.	اگر یک زمین مستطیل شکل ۱۰۰ متر طول داشته باشد، اندازهٔ کوچکترین کاغذی که برای رسم نقشهٔ زمین با مقیاس $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ لازم است، چقدر می‌باشد؟	مساحت بزرگترین مستطیلی که می‌تواند در یک مثلث داده شده محاط شود، چقدر است؟	سرپوشی طراحی کنید که بتواند به صورت کامل از هر سه سوراخ عبور کند، بدون آنکه منفذی باقی بماند. 	اگر ناحیه مستطیل شکلی را روی نقشهٔ زمین انتخاب کنید، شکل واقعی آن روی سطح زمین چگونه خواهد بود؟

سطح / مهارت	تشخیص	تجزیه و تحلیل	تجرید	استنتاج	دقت
دیداری	کدام‌یک از شکل های زیر مستطیل است؟ 	یک مستطیل چند خط تقارن دارد؟	آیا می‌توانید مقطعی از یک چهار وجهی را بیابید که مستطیل شکل باشد.	یک قطعه کاغذ مستطیل شکل می‌تواند رویهٔ جانبی یک استوانهٔ دوار باشد. برای ساخت یک استوانهٔ مایل کاغذ چه شکلی باید داشته باشد؟	آیا مستطیلی در تاکسی وجود دارد که قطرهایش همنهشت نباشند؟
شفاهی	در مستطیل ABCD ۱. پاره‌خط‌های AC و BD چه خوانده می‌شوند؟ ۲. زاویهٔ مقابل به زاویهٔ ABC کدام است؟ ۳. ضلع های مجاور BC کدامند؟	هر تعداد از ویژگی‌های مستطیل را که می‌توانید بنویسید.	یک تعریف دقیق و مختصر برای واژهٔ مستطیل بنویسید.	کدام‌یک از موارد زیر تعریف، کدام‌یک اصل موضوع و کدام‌یک قضیه است. ۱. مستطیل متوازی‌الاضلاعی است با یک زاویهٔ قائمه ۲. مساحت مستطیل برابر است با حاصلضرب دو ضلع مجاور آن ۳. مستطیلی که قطرهای آن برهم عمود باشند مربع است.	توضیح دهید که چرا در هندسهٔ نااقلیدسی مستطیلی وجود ندارد.

زیرنویس:

1- Dougherty 1975; Tabias 1978

2- that which is learned

3. Pierre Marie Van Hiele and Dina Van Hiele-Geldof

مراجع:

۱ ـ ظهوری زنگنه، بیژن ـ گویا، زهرا ـ دیدگاه‌های نوین آموزش هندسه، بیست و چهارمین کنفرانس ریاضی ـ کرمان .

2- Burger W. F. Culpepper B., **Restructuring Geometry**, Wilson P. S (ed.), Research Ideas for the Classroom, HIGH SCHOOL MATHEMATICS, NCTM, 1993.

3- Hoffer A., **Geometry is More Than Proof**, The Mathematics Teacher, Vol. 44 number 1, January 1981, 11-26.

4- Sharon L. Senk, VAN HIELE LEVELS AND ACHIEVEMENT IN WRITING GEOMETRY PROOFS, Journal for Research in Mathematics Education, 1989, vol. 20, No. 3, 309-321.

عوامل مؤثر بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم راهنمایی کشور در درس ریاضی (جمعیت دوم تیمز)

علیرضا عصاره
معاون سازمان اولیاء و مربیان

چکیده

این پژوهش به بررسی برنامه درسی اجرا شده و برنامه درسی کسب شده در درس ریاضی پایه های دوم و سوم راهنمایی کشور و تبیین عوامل مؤثر بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان، با استفاده از داده های حاصل از اجرای سومین مطالعه بین المللی ریاضی و علوم (TIMSS) پرداخته است. در چارچوب معرفی TIMSS مهمترین ابزار سنجش برنامه درسی اجرا شده پرسشنامه معلمان و پرسشنامه مدرسه و مهمترین ابزار برای برنامه کسب شده آزمون پیشرفت تحصیلی می باشد.

جامعهٔ آماری مطالعه شامل دانش آموزان پایه های دوم و سوم راهنمایی و نیز کلیه مدیران و دبیران ریاضی مدارس راهنمایی سراسر کشور می باشند. با استفاده از روش تصادفی به صورت چندمرحله ای از میان مدارس راهنمایی عادی ۱۹۲ واحد آموزشی انتخاب و از هر واحد آموزشی یک کلاس دوم و یک کلاس سوم (در صورت نیاز) نیز به صورت تصادفی انتخاب گردید. تعداد کل دانش آموزان انتخاب شده ۷۴۰۰ نفر است که شامل ۳۷۱۸ نفر در پایه دوم و ۳۶۸۲ نفر در پایه سوم می باشد. دبیران ریاضی کلاسهای انتخاب شده و مدیران مدارس، دیگر گروههای مورد بررسی در این مطالعه می باشند. متوسط درصد پاسخ های صحیح دانش آموزان به ۱۵۱ سؤال آزمون ریاضی و پاسخ این دانش آموزان و هم چنین دبیران ریاضی و مدیران مدارس به سؤالهای پرسشنامه با استفاده از روشهای آماری تجزیه و تحلیل گردیده است.

مقدمه

ریاضیات یکی از دستاوردهای ارزشمند تمدن انسانی است که امروزه به عنوان یکی از پایه های اساسی رشد صنعتی و تکنولوژیکی مورد توجه می باشد. این علم در شرایط کنونی تغذیه کننده اصلی صنعت و فن آوری عصر فضا و مایه اساسی اطلاع رسانی رایانه ای است، همچنین رشد و توسعه فن آوری رایانه ای در هر مرحله مدیون علم ریاضی می باشد.

از آنجا که بسیاری از کشورهای جهان در ارزیابی های مکرر از نظامهای آموزشی خود به این حقیقت پی برده بودند که رشد و توسعه اقتصادی با ریاضیات و علوم (به عنوان زبان تکنولوژی) پیوندی جدانشدنی دارد، طرح سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم (۱۹۹۰) با نام اختصاری (TIMSS) مورد تصویب مجمع عمومی قرار گرفت (فقیهی قزوینی ۱۳۷۱). هدف این طرح تنها سنجش میزان موفقیت دانش آموزان در ریاضیات و علوم نبود بلکه تفاوتهای برنامه درسی و شیوه و امکانات تدریس نیز مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. این مطالعه مهمترین و بزرگترین مطالعه انجمن در دهه ۹۰ بوده است و نزدیک به ۵۱ کشور از اعضاء انجمن در مطالعه TIMSS شرکت کرده اند. هدف کلی مطالعه TIMSS بررسی میزان موفقیت دانش آموزان در فراگیری دروس ریاضیات و علوم و شناخت و ارزشیابی عوامل مؤثر بر میزان موفقیت بوده است:

برای ارزشیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان پایهٔ دوم و سوم راهنمایی در ایران در درس ریاضی نیز براساس چارچوب TIMSS، مطالعه حاضر براساس اهداف زیر صورت پذیرفته است:

۱ـ بررسی برنامه درسی اجرا شده و برنامه درسی کسب شده در درس ریاضی (پایه های دوم و سوم) دوره راهنمایی تحصیلی.

۲ـ ارزشیابی و بررسی عوامل مؤثر در پیشرفت تحصیلی دانش آموزان پایه های دوم و سوم دوره راهنمایی در درس ریاضی.

جامعه و نمونه آماری

جامعه آماری: کلیه مدارس راهنمایی سراسر کشور، کلیه دانش آموزان پایه های دوم و سوم راهنمایی و کلیه دبیران این دو پایه، جامعه آماری مطالعه را تشکیل می دهند.

با استفاده از روش نمونه گیری تصادفی چندمرحله ای از میان مدارس راهنمایی کشور (فقط مدارس دولتی و عادی) تعداد ۱۹۲ واحد آموزشی انتخاب شد. از هر واحد انتخاب شده، یک کلاس

دوم و یک کلاس سوم به صورت تصادفی انتخاب شد. سپس از هر کلاس تقریباً ۲۵ دانش آموز به صورت تصادفی برای شرکت در آزمون برگزیده شد. بدین ترتیب ۸۳ مدرسه دخترانه، ۱۰۳ مدرسه پسرانه و ۶ مدرسه مختلط (روستایی) برای بررسی انتخاب گردید. تعداد کل دانش آموزان انتخاب شده که اطلاعات آنها مورد بررسی قرار گرفته ۷۴۰۰ نفر می باشد. از این تعداد ۳۷۱۸ نفر (۱۶۴۵ دختر و ۲۰۷۳ پسر) در سال دوم راهنمایی و ۳۶۸۲ نفر (۱۶۳۹ دختر و ۲۰۴۳ پسر) در سال سوم راهنمایی تحصیل می کرده اند.

ابزار پژوهش

اطلاعات مورد نیاز جهت انجام مطالعه با سه پرسشنامه جمع آوری گردیده است:

الف: آزمون های پیشرفت تحصیلی: جمعاً شامل ۱۵۱ سؤال محتوای ریاضی بوده و به وسیلهٔ آزمون های پیشرفت تحصیلی اندازه گیری می شود. ۱۲۵ سؤال چندگزینه ای، ۱۹ سؤال کوتاه پاسخ و ۱۷ سؤال بازپاسخ.

ب: پرسشنامه دبیران ریاضی: سؤالهای پرسشنامه دبیران اطلاعات مختلفی را در باره پیشینه حرفه ای و تحصیلی، شیوه های آموزشی و بازخورد یا نگرش دبیران در زمینه آموزش ریاضی فراهم آورده است.

ج: پرسشنامه مدرسه: این پرسشنامه مربوط به ویژگیهای عمومی مدرسه، دانش آموزان، دبیران و کارکنان مدرسه به طور کلی می باشد که توسط مدیر هر مدرسه راهنمایی تکمیل گردیده است.

روش تجزیه و تحلیل

در این پژوهش از روشهای مختلف و متنوع آماری در دو سطح توصیفی شامل جدول فراوانی و درصد، میانگین، انحراف استاندارد و ضریب همبستگی و استنباطی شامل آزمونهای تی، تحلیل واریانس (F) کروسکال و الیس من وتینی، توکی (HSD)، بارتلت، کفایت نمونه (KMO)، تحلیل عاملی و رگرسیون چند متغیری استفاده گردیده است.

نتایج

۱ـ توزیع سنی دبیران ریاضی دوره راهنمایی کشورمان نشان می دهد که هر دو گروه سنی زن و مرد جوان و حدود نیمی از آنان کمتر از ۲۹ سال سن دارند، حداکثر سن دبیران زن ۴۹ سال و تنها ۴ درصد از دبیران مرد مسن تر از ۴۹ سال می باشند. مدرک تحصیلی اکثریت دبیران مورد بررسی (۷۰/۴ درصد) دیپلم دبیرستان با یک یا دو سال دوره تربیت معلم می باشد. ۷۴ درصد دبیران زن و مرد ریاضی دوره راهنمایی پس از دوره دبیرستان در دوره های تربیت معلم ۱، ۲، ۳، ۴ ساله آموزش های لازم برای اشتغال به شغل معلمی را کسب نموده اند. اکثریت مردان و زنان نمونه آماری (۷۷/۸ درصد) تمام وقت و ۱۹/۵ درصد آنها به صورت پاره وقت به تدریس اشتغال دارند.

۲ـ بررسی نقش دبیران در تعیین موضوع درس، کتاب درسی، بودجه آموزشی و تهیه مواد آموزشی نشان می دهد که ۳۲ درصد از آنان نقش خویش را در تعیین موضوع درس زیاد می دانند. ۶۵ درصد از دبیران نقش خویش را در تعیین کتاب درسی در حد صفر می شناسند. ۶۴ درصد از دبیران نقش خویش را در تعیین بودجه آموزشی در حد صفر می دانند. حدود ۳۳ درصد از دبیران ریاضی دوره راهنمایی سهم خویش را در تعیین مواد آموزشی در حد صفر می دانند و تنها ۱۹ درصد از آنان اعتقاد دارند که نقش زیادی در تعیین مواد آموزشی دارند.

۳ـ بررسی نگرش دبیران ریاضی نسبت به مفهوم آموزش و عوامل مؤثر در پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی نشان می دهد که حدود ۹۶ درصد از دبیران اعتقاد دارند برخی از دانش آموزان به طور طبیعی استعداد لازم برای ریاضی را ندارند. حدود ۹۵ درصد ازدبیران تمرکز بر قاعده (اصول و مفاهیم) را مهم می دانند. حدود ۹۵ درصد از دبیران، ریاضی را به عنوان راهنمایی عملی برای پی بردن به موقعیت واقعی دانسته اند و حدود ۹۴ درصد از دبیران اعتقاد دارند ریاضی راهی برای بازنمایی دنیای واقعی است. حدود ۹۴ درصد از دبیران نگرش مثبت دبیران نسبت به دانش آموزان و تفهیم مطالب ریاضی را به آنان لازمه آموزش ریاضی می دانند. به عقیدهٔ حدود ۹۳ درصد از دبیران فهمیدن مفهوم ها، اصل ها و راهبردها (تمرکز بر قاعده) برای بهتر شدن ریاضی دانش آموزان بسیار مهم می باشد. حدود ۸۵ درصد دبیران توانایی ارائه دلیل برای نتیجه گیری و راه حلها را برای پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی ضروری دانسته اند و حدود ۸۲ درصد از دبیران فکر کردن به صورت مرتب و نظام یافته را بسیار مهم در یادگیری ریاضی دانسته اند. حدود ۷۳ درصد از دبیران تفکر خلاق داشتن، حدود ۷۱ درصد چگونگی کاربرد در زندگی و تنها حدود ۵۲ درصد از دبیران به یاد سپردن فرمولها و روشها (محفوظات) را مراتب بعدی در یادگیری بهتر ریاضیات قلمداد نموده اند.

۴ـ بررسی نگرش دبیران ریاضی دوره راهنمایی تحصیلی نسبت به سطح توانایی تحصیلی دانش آموزان کلاس خود نشان می دهد که بیش از ۲۵ درصد از دبیران ۱۰ درصد از دانش آموزان خود را جزو بالاترین دانش آموزان کشور قلمداد نموده اند. حدود ۱۷ درصد از دبیران ۵۰ درصد از دانش آموزان خود را جزو دانش آموزان متوسط

و حدود ۱۴ درصد ازدبیران ۳۰ درصد از دانش آموزان خود را جزو دانش آموزان ضعیف کشور محسوب نموده اند.

۵ـ بررسی میزان استفاده از کتاب درسی تدوین شده برای تدریس و نیز سایر منابع به جز کتاب درسی ریاضی در پایه های دوم و سوم راهنمایی نشان می دهد که حدود ۹۶ درصد دبیران از کتاب درسی تدوین شده برای تدریس استفاده می نمایند. دبیران به جز کتاب درسی به ندرت از سایر کتابهای درسی و راهنمای برنامه درسی استفاده می کنند و یا اصلاً استفاده نمی نمایند. تنها ۳۰ درصد از دبیران از مطالب مرجع و ۲۲ درصد از منابع منتشرشده آن هم تا حدودی استفاده می نمایند.

۶ـ بررسی نگرش دبیران نسبت به عوامل مؤثر در تدریس ریاضی نشان می دهد که حدود ۸۹ درصد از دبیران از توانایی های تحصیلی گوناگون دانش آموزان در تدریس خود تأثیر می پذیرند که این امر نشان دهنده تفاوتهای فردی دانش آموزان می باشد. حدود ۸۱ درصد از دبیران در تدریس خود متأثر از پدران و مادرانی می باشند که به پیشرفت تحصیلی فرزندان خود علاقه مند می باشند، ۶۵ درصد از دبیران، در تدریس خود از کمبود وسایل کمک آموزشی متأثر می باشند و حدود ۶۴ درصد از کمبود سایر ابزارهای آموزشی برای دانش آموزان و ۶۲ درصد از نسبت بالای دانش آموزان (تراکم در کلاس)، در تدریس خود تأثیر می پذیرند.

۷ـ بررسی نحوه ارزشیابی از کار دانش آموزان در درس ریاضی دوره راهنمایی نشان می دهد که حدود ۵۹ درصد از دبیران، به صورت زیاد و حدود ۳۱ درصد به صورت بسیار زیاد دانش آموزان را از طریق آزمونهای معلم ساخته کوتاه پاسخ همراه با دلیل ارزشیابی می نمایند. فقط ۱۹ درصد از دبیران به صورت زیاد از آزمونهای معلم ساخته عینی استفاده می نمایند. حدود ۵۹ درصد به صورت زیاد و حدود ۳۰ درصد به صورت خیلی زیاد پاسخگویی دانش آموزان در کلاس را ملاک ارزشیابی از آنها قرار می دهند. ۵۱/۵ درصد از دبیران برای ارزشیابی از دانش آموزان هرگز از کارهای عملی و آزمایشگاهی استفاده نمی نمایند و فقط ۳۴ درصد از آنان آن هم به صورت کمی از کارهای عملی و آزمایشگاهی برای ارزشیابی دانش آموزان استفاده می نمایند. حدود ۶۲ درصد از دبیران فقط به میزان کمی از آزمون هایی که دیگران هنجار کرده اند استفاده نمایند. حدود ۵۵ درصد از دبیران از طریق چگونگی انجام تکالیف دانش آموزان ارزشیابی از دانش آموزان را انجام می دهند.

۸ ـ بررسی رابطهٔ عوامل مختلف (مربوط به دانش آموز، دبیر، مدرسه و خانواده) با پیشرفت تحصیلی دانش آموزان در درس ریاضی دوره راهنمایی نشان می دهد که مهمترین عوامل مؤثر در پیشرفت تحصیلی عبارتند از: وضع فرهنگی خانواده دانش آموزان عمدتاً به شرایط فرهنگی خانواده ازجمله میزان کتابهای موجود در خانه و نیز میزان مطالعهٔ کتابهای غیر درسی و نیز نوع نگرش والدین و اعضای خانواده بر مسائل فرهنگی همچون پیشرفت تحصیلی فرزندان مربوط می گردد. معمولاً نگرش فرهنگی پدران و مادران و علاقه مندی آنان به پیشرفت تحصیلی فرزندان عامل ارتباط خانه و مدرسه و نیز تماس با مربیان به منظور کسب آگاهی از چگونگی وضعیت تحصیلی فرزندان می گردد و همین امر نیز بر کیفیت یاددهی ـ یادگیری دبیران ریاضی دوره راهنمایی تأثیر مطلوب می گذارد.

بحث و نتیجه گیری

مهمترین عواملی که در بحث تحلیل عوامل و رگرسیون چند متغیره به عنوان عوامل مؤثر بر پیشرفت تحصیلی تعیین و احصاء گردیده اند به ترتیب مربوط به زمینه های اجتماعی و فرهنگی دانش آموز (وضع فرهنگی خانواده دانش آموز)، کیفیت آموزش (آموزش های تقویتی)، انجام فعالیت دانش آموز (تکالیف درسی و کار در خانه) و سرانجام صلاحیتهای فردی و حرفه ای معلم (وضعیت حرفه ای معلم) می باشند. براساس چارچوب TIMSS که **ویژگیهای دانش آموز** (زمینهٔ قبلی، و وضع اقتصادی خانواده، وضع فرهنگی خانواده، نگرش ها، فعالیتها، انتظارات) **ویژگیهای نظام آموزشی** (مقاطع تحصیلی، پایه های تحصیلی، تصمیمات محتوایی، سایر ویژگیهای مرتبط، فعالیتهای آموزشی)، **صلاحیت ها و ویژگیهای رسمی معلم** (سازمان و محیط حرفه ای معلم، زمینه و سابقه، گرایش و جهت گیری موضوع درس معلم، باورهای تربیتی) را دربر می گیرد، چهار محور مربوط به عوامل مؤثر در پیشرفت تحصیلی دانش آموزان را که در رگرسیون چند متغیره همین مطالعه تعیین واحصاء گردیده است را شامل می گردد.

سن و سابقه دبیران ریاضی مدارس راهنمایی درپیشرفت تحصیلی دانش آموزان مؤثر می باشد. جامعه دبیران مدارس راهنمایی کشور هم به لحاظ سنی و هم به لحاظ سابقه تدریس جامعه ای جوان می باشد و به همین دلیل این امر بر روند پیشرفت تحصیلی تأثیر نامناسب می گذارد. همچنین تحصیلات دبیران راهنمایی نیز بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مؤثر می باشد. دبیرانی که دوره های کارشناسی دبیری یا کارشناسی آزاد را طی نموده اند از سایر دبیران دیپلم با دوره یک یا دو ساله تربیت معلم و پائین تر عملکرد مناسبتری به لحاظ تأثیر در پیشرفت تحصیلی دانش آموزان نشان می دهند. دوره های ۴ ساله تربیت معلم (کارشناسی ریاضی) در مقایسه با دوره های کارشناسی آزاد یا معادل از وضعیت مطلوبتری در تأثیر بر پیشرفت تحصیلی برخوردارند. این امر احتمالاً به دلیل آن است که آشنایی دبیران ریاضی با مطالب و محتوای دوره های تربیت معلم و

دروسی که به لحاظ تربیتی آنان را در تدریس و مواجهه با دانش آموزان آشنا و با انگیزه می سازد عامل موفقیت در عملکرد دبیران فارغ التحصیل از مراکز تربیت در مقایسه با سایر دبیران می باشد.

نظر دبیران ریاضی و دانش آموزان ریاضی دوره راهنمایی نشان می دهد که میزان ساعات درسی در نظر گرفته شده متناسب با حجم کتابهای درسی نیست. از سوی دیگر سیر تحول در برنامه های درسی نشان می دهد که از میزان ساعات درسی بدون کاهش در محتوای از سال ۱۳۶۶ به میزان یک ساعت از ساعات کلاسهای دوم و سوم راهنمایی کاسته شده است.

هم چنین نتیجه این مطالعه نشان می دهد از ۴ ساعت برنامه ریاضی در بهترین موقعیت دبیران فقط ۱۸۰ دقیقه تدریس می نمایند. و در مواقعی این مدت به ۹۰ دقیقه می رسد که حدود ۹۰ دقیقه اختلاف تدریس در برنامه دبیران ریاضی را مشخص می سازد. این امر قطعاً در روند یادگیری و پیشرفت تحصیلی تأثیر منفی خواهد داشت.

تراکم کلاسهای درس طبق اطلاعات این تحقیق بیش از ۳۵ نفر می باشد دبیران ریاضی دوره راهنمایی هم گفته اند میزان تراکم کلاس بر نحوه تدریس آنها اثر منفی می گذارد بنابراین حجم بالای کلاسهای درسی از عوامل منفی برنامه های اجرا شده می باشد.

پیشنهادات و توصیه ها

۱ــ با توجه به این که بین سن دبیران و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان رابطه وجود دارد و این رابطه به نفع دبیرانی است که سن آنان بالای ۴۰ سال می باشد و از آنجایی که حدود ۷۹ درصد از دبیران ریاضی دوره راهنمایی کشورمان از نظر سنی زیر چهل سال می باشند، لازم است در این زمینه تمهیداتی به لحاظ استفاده از تجارب و توانایی های دبیران گروه سنی بالای چهل سال انجام پذیرد. به این منظور شایسته است بررسیهای لازم به منظور احصاء شرایطی که به لحاظ سنی در دبیران بالای چهل سال وجود دارد انجام پذیرد (وجود سنوات دبیران باعث تجربه مفید و توانایی آموزشی آنان می گردد) تا بتوان چنین خصوصیاتی را به گروههای سنی جوان تعمیم داد.

۲ــ دبیران ریاضی (۹۲/۴ درصد) اصلی ترین و مهم ترین موضوع را برای این که ریاضی دانش آموزان بهتر شود در فهم «مفهوم ها»، «اصلها» و «راهبردها» دانسته اند. ۸۴/۷ درصد از دبیران در مرتبه بعدی توانایی ارائه دلیل برای نتیجه گیری و راه حلها و ۷۲/۵ درصد از آنها در درجه سوم تفکر خلاق داشتن ۷۱/۱ درصد کاربرد ریاضی در زندگی را ذکر نموده اند، تنها ۵۲/۵ درصد از دبیران به یاد سپردن فرمولها و روش ها را مفید دانسته اند، بنابراین عمدهٔ دبیران برای بهتر شدن ریاضیات دانش آموزان بر فهم، درک، استدلال و کاربرد آن در زندگی تأکید نموده اند و نقش محفوظات را در این میان کم اثر دانسته اند، پیشنهاد می شود برای پیشرفت در ریاضیات به جای پرداختن به محفوظات، تنها به فهم، درک، استدلال و کاربرد آن در زندگی توجه و عنایت شود و دبیران محترم ریاضی برای پیشرفت بیشتر تحصیلی دانش آموزان به حیطه استدلال و فهم بیش از حیطه دانش و محفوظات توجه نمایند. این امر از طریق به کارگیری شیوهٔ حل مسأله و مسأله محوری در کلاس درس و فعال نمودن دانش آموزان به صورت انفرادی یا گروههای کوچک با نظارت دبیران قابل انجام می باشد.

۳ــ پیشنهاد می شود مدت زمان تدریس ریاضی که در برنامه ۴ ساعت پیش بینی شده است به ۵ ساعت افزایش یابد. و از آنجایی که براساس یافته های این مطالعه از ۱۸۰ دقیقه (۳ ساعت) تا ۹۰ دقیقه (۱/۵ ساعت) برای مناطق مختلف در نوسان می باشد، با کنترل و نظارت لازم به مدت زمان واقعی آن ۲۴۰ دقیقه در سراسر کشور ارتقاء و برای مدت زمانی ثابت مورد نظارت و تثبیت قرار گیرد.

۴ــ با توجه به این که ۹۳/۷ درصد از دبیران ریاضی در تمام زمینه ها، کتاب درسی را منبع اصلی اطلاعات خویش به حساب می آورند و از آنجایی که اتکاء بیش از حد به کتاب درسی، تا حدودی مسئولیت پذیری معلمان را (به لحاظ محدودیت های آنان برای تدریس مواردی معین در ایامی مشخص و الزام در پایان بردن برنامه درسی) برای ارائهٔ ابتکارات و خلاقیتهای شخصی (براساس اختلافات فردی دانش آموزان و اقلیم های متفاوت جغرافیایی) کاهش می بخشد. پیشنهاد می شود برای پاسخگویی به این نوع تفاوتهای اقلیمی و موقعیتهای جغرافیایی که زمان مفید سال تحصیلی را متغیر می سازد و لزوم انعطاف در برنامه درسی متناسب با تشخیص معلم را مؤکد می سازد **انعطاف در برنامه درسی** ریاضی را پیش بینی و به نقش دبیران پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مؤثرند. شایسته است برای نظام تربیت معلم (که اتفاقاً دبیران موفق و مؤثر بر پیشرفت تحصیلی، فارغ التحصیلان دوره های یک ساله یا دو ساله مراکز تربیت معلم می باشند) و استفاده از نیروهای بااستعداد و علاقه مند به خرفه معلمی، برنامه ریزی مؤثری انجام پذیرد و به لحاظ غنی نمودن محتوای دوره های نظام تربیت معلم متناسب با دستاوردهای پیشرفته نظام جهانی تعلیم و تربیت، اقدامات مؤثری صورت پذیرد.

۵ــ مطالعه حاضر نشان می دهد که ویژگیهای حرفه ای معلم یکی از عوامل مؤثر بر پیشرفت تحصیلی دانش آموزان در درس ریاضی دوره راهنمایی تحصیلی می باشد. همچنین میزان اطلاعات و وقوف به موضوعی که تدریس می نماید نحوه تدریس، سابقه تدریس، سن، میزان وقت گذاری در مشاوره با همکاران، دانش آموزان و والدین آنها، نگرش، میزان وقت گذاری بر انجام تکالیف دانش آموزان،

خلاقیتهای فردی، برنامه های فردی و گروهی و میزان تحصیلات، و ... از عواملی هستند که به معلم مربوط می شوند.

منابع داخلی:

۱. اسفندیاری، محمد، «بررسی مشکلات عملی تدریس ریاضی دوره راهنمایی»، خرداد ماه ۱۳۵۲، «ارزشیابی محتوای برنامه درسی ریاضی دوره راهنمایی تحصیلی»، مصوب ۱۳۷۳، سازمان پژوهش و برنامه ریزی درسی.

۲. بیژن زاده، محمدحسن، «نگرشی بر فلسفه و آموزش ریاضیات»، آموزش رشد ریاضی، شماره ۱، بهار ۱۳۶۳.

۳. بیلر، رابرت، «کاربرد روانشناسی در آموزش»، جلد اول، ترجمه پروین کدیور، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۷.

۴. رجالی، علی، «چگونه ریاضی بخوانیم» رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۵، پائیز سال ۶۶.

۵. رجالی، علی، «چهارده توصیه بر دبیران ریاضی» رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۲، بهار ۱۳۷۴، سال دوازدهم.

۶. رئیس دانا، فرخ لقا، «ارزشیابی محتوای برنامه درسی ریاضی دوره راهنمایی تحصیلی»، سازمان پژوهش وبرنامه ریزی آموزشی، دفتر برنامه ریزی و تألیف کتابهای درسی، ۱۳۷۳.

۷. رئیس دانا، فرخ لقا، «ارزشیابی محتوای برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی»، دفتر برنامه ریزی و تألیف کتابهای درسی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی درسی، ۷۰-۱۳۶۸.

۸. ساکی، رضا، «نگرش معلمان در مورد علل شکست و موفقیت آنها در تدریس»، فصلنامه تعلیم و تربیت تهران، سازمان پژوهش شماره ۱۵ و ۱۶، سال ۱۳۷۳.

۹. شریعتمداری، علی، «رسالت تربیتی و علمی مراکز آموزشی»، تهران، سمت، ۱۳۷۴.

۱۰. صافی، احمد، «سیر تحول برنامه های درسی دوره راهنمائی ایران»، فصلنامه تعلیم و تربیت، تهران، سازمان پژوهش، شماره ۳۷، ۱۳۷۳.

۱۱. فقیهی قزوینی، فاطمه، «آشنایی با انجمن بین المللی ارزیابی موفقیت تحصیلی و ... تهران»، مرکز تحقیقات آموزشی، ۱۳۷۱.

۱۲. کیامنش، علیرضا، نوری، رحمان، انجمن بین المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی، «سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم»، نشریه شماره ۱ (ریاضیات دوره راهنمایی)، تهران، وزارت آموزش و پرورش، معاونت آموزش عمومی و سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، آذر ماه ۱۳۷۵.

۱۳. کیامنش، علیرضا، نوری، رحمان، انجمن بین المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی، «سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم»، نشریه شماره ۳ (ریاضیات دوره ابتدایی)، تهران، وزارت آموزش و پرورش معاونت آموزش عمومی و سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، خرداد ماه ۱۳۷۶.

۱۴. کیامنش، علیرضا، «آموزش سنجش عملکرد در سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم سال چهارم ابتدایی و سوم راهنمایی»، تهران، وزارت آموزش و پرورش معاونت آموزش عمومی و سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، خرداد ماه ۱۳۷۶.

۱۵. «بررسی علل افت ریاضی در ایران»، گروه ریاضی دفتر تحقیقات و برنامه ریزی وزارت آموزش و پرورش، رشد آموزش ریاضی، سال چهارم، شماره ۱۶، زمستان ۶۶.

۱۶. مهرمحمدی، محمود، «تأملی در ماهیت نظام متمرکز برنامه ریزی درسی»، فصلنامه تعلیم و تربیت، تهران: سازمان پژوهش وبرنامه ریزی آموزشی، شماره ۴۱ و ۴۲، سال ۱۳۷۴.

۱۷. مهرمحمدی، محمود، «چرا باید برنامه های درسی را به سوی مسأله محوری سوق دهیم»؛ فصلنامه تعلیم و تربیت تهران، سازمان پژوهش، شماره مسلسل ۶۴-۶۳، سال ۱۳۷۴.

۱۸. یارمحمدیان، محمدحسین، «ارزشیابی رابطه برنامه درسی اجرا شده و برنامه درسی تحقق یافته در درس علوم دوره راهنمایی»، براساس سومین مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم TIMSS، ۱۳۷۶.

منابع خارجی:

19. Beyer, B. R. (1971). In quiry in the Social Studies Classroom, A strategy for Teaching. Columbus, Ohio, Charles E. Merril publication company 1971.

20. Bloom, B. S. (1968). "Learning of Mastery" Evaluation Comment, vol. 1, No 2.

21. Doll, Ronald C. Curriculum Improvment; Decision Making and Process. Massachusetts; Allyn & Bacon 1982.

22. Doran, R. L. Lawrenz, F. & Helgeson S. Research on assessment in Science cited in handbook research on science teaching & learning. A project of NSTA, Newyork; Macmillan 1994.

23. Douglass, Harl R. Secondary Education in the United States, Newyork. Ronal press 1964.

24. Hamburg, IEA. (1994). Timss, Mian study manuals; survey operations, VSA; ASCD, 1987.

25. Helgeson, S. (1987). The Relationship Between Curriculum and Instruction and Problem Solving in Middle / Junior High School Science, Eric/Smeac information Bulletin No., 1 Columbus, Ohio.

26. Jerom, B. (1995). "The ACT of Discovery" in Richard C. Anderson and David P. Ausbel, Reading in the Psychology of Cognition (Newyork, Holt, Rinehart and Winston).

27. Polya, G. (1962). Mathematical Discovery; volume 1, Ny; John wiley & sons.

28. Robitaille D. F. et al (1993). Curriculum Framework for Mathematics & Science, Canada IEA.

29. Robitaille D. F. (1996). Research Questions and study Design. Canada; Pacific Educational Press.

30. Ragan, William B., Shepherd Gene, D. (1991). Modern Elementary Curriculum, Hacourt Brace Javanovich College Publishers.

31. Shmidt, William H. et al. (1996). Characterizing Pedagogical Flow, Netherlands Kluwer.

32. Shmidt, William H. Raizen, Senta A, Britton, Edward D. Bianchi, Leonard J. & Wolfe, Richard. G. (1996 b). Many Visions, Many Aims, Across - National Investigation of Curricular Intentios, (Unpressed): IEA, TIMSS.

33. Schriver Martha. (1992). A Comparison of Middle and Junior High school science Teachers levels of Efficacy, and knowledge of Developmentally Appropriate Curriculum and Instruction. paper presented at the annual meeting of the research series No. 212 Michigan state university. East Lansing Inst for Research on Teaching.

34. Teravers and Westbury (1989). Cited in Robitail, et al. 1993-99. Timss manuals, USA; IEA, 1995.

35. Thomas Gibney and Edward Karns "Mathematics Education, 1955-1975: A summery of the finding" Education Leadership 36, No. 5 (February 1979).

36. Travers & WESTBURY, Kenneth J., the IEA study of mathematics I: Analysis of mathematics curricula, university of Illinois at urban champaign, USA copyright 1989 IEA.

استفاده از کامپیوتر در اثبات احکام ریاضی

اسماعیل بابلیان
استاد دانشگاه تربیت معلم

چکیده:

بسیاری از همکاران ریاضی هنوز از قابلیتهای کامپیوتر بی اطلاع هستند و آن را به عنوان ابزاری توانا در آموزش واثبات احکام ریاضی نپذیرفته اند. حتماً شنیده اید که بالاخره مسألهٔ چهار رنگ به کمک کامپیوتر حل شد و تجزیه اعداد صد رقمی توسط کامپیوترهای موازی صورت گرفت. روشهای به کار رفته در حل این مسائل بسیار پیچیده هستند و شرح آنها در سطوح پایین امکان پذیر نیست.

در این مقاله با تعریف فرایندهایی، که در واقع توابعی تعریف شده براعداد طبیعی هستند، چند سیاه چاله ریاضی را معرفی می کنیم.

تعریف: فرض کنید F تابعی بر N باشد و به ازای هر عدد طبیعی دنبالهٔ $\{x_n\}$ چنین تعریف شود:

$$x_n = F(x_{n-1} - 1), \quad n \in N.$$

زیرمجموعهٔ متناهی A از N را یک سیاه چاله ریاضی نامیم در صورتی که به ازای هر x_0 از N ، عددی طبیعی مانند m باشد که $x_m \in A$.

نشان خواهیم داد که در اثبات این که مجموعه ای یک سیاه چاله ریاضی است هم به استدلال ریاضی و هم به استفاده از کامپیوتر نیازمندیم.

مقدمه:

واژهٔ سیاه چاله اولین بار توسط فیزیکدانها معرفی شد. این واژه از دو قسمت سیاه و چاله تشکیل شده است. سیاه چاله به جایگاهی در فضا گویند که قابل رؤیت نیست (به عبارت دیگر سیاه است). ویژگی دیگر سیاه چاله این است که اجرام سماوی را که به آن نزدیک می شوند جذب می کند و در خود محو می نماید. انسان هنوز قادر نیست محل دقیق این سیاه چاله ها را مشخص کند امّا می دانیم که جاهایی در فضا هستند که مانند گرداب عمل می کنند و ستارگان و اجسام فضایی در یک مسیر مارپیچ به این گرداب جذب می شوند. دانشمندان حدس می زنند که در مرکز این گرداب باید یک میدان جاذبه بسیار قوی وجود داشته باشد.

در این مقاله قصد داریم مجموعه هایی را مشخص کنیم که ویژگی گردابها یا سیاه چاله های فضایی را دارند. به عبارت دیگر، با تعریف فرایندهایی، که در حکم نوعی جاذبه هستند، هر عدد طبیعی را به مجموعهٔ متناهی خاصی، که سیاه چاله ریاضی می نامیم، هدایت می کنیم. در این مقاله نشان خواهیم داد برای اثبات این که یک مجموعه سیاه چاله ریاضی است لازم است از توانایی های کامپیوتر نیز استفاده کرد.

قبل از وارد شدن به تعریف رسمی دو مثال ساده می آوریم.

الف) سیاه چاله زوج و فرد

عدد زیر را در نظر بگیرید

۸۳۷۹۶۰۵۴۳۱۲۷۸۹۵

این عدد ۱۵ رقمی است، ۶ رقم زوج و ۹ رقم فرد دارد. با اعداد اخیر عدد زیر ساخته می شود:

۱۵۶۹

این عدد ۴ رقمی است، ۱ رقم زوج و ۳ رقم فرد دارد. با اعداد اخیر عدد زیر ساخته می شود:

۴۱۳

این عدد ۳ رقمی است، ۱ رقم زو ج و۲ رقم فرد دارد. با اعداد اخیر عدد زیر ساخته می شود:

۳۱۲

این عدد ۳ رقمی است، ۱ رقم زوج و دو رقم فرد دارد که مجدداً عدد ۳۱۲ را می دهد.

سؤال: آیا با هر عدد طبیعی شروع کنیم و فرایند فوق را اجرا کنیم به عدد ۳۱۲ می رسیم؟ به عبارت دیگر مجموعه $A = \{۳۱۲\}$ یک سیاه چاله است؟ امتحان می کنیم!؟

عدد زیر را در نظر بگیرید:

۱۲۳۴۵۶۷۸۹۱۰۱۱۱۲۱۳۱۴۱۵

۲۱۷۱۴ → ۵۲۳ → ۳۱۲

شما هم چند عدد بنویسید و نتیجه را اعلام کنید. چگونه می توان ثابت کرد با هر عددی که شروع کنیم به عدد ۳۱۲ خواهیم رسید؟

اگر تاکنون توجه کرده باشید از هر عددی شروع کنید با سرعت به یک عدد سه رقمی می رسید. لذا، کافی است حالات مختلف ارقام یک عدد سه رقمی را، از نظر تعداد ارقام زوج و فرد، امتحان

کنیم . این حالات عبارتند از :

(۰ , ۳) , (۱ , ۲) , (۲ , ۱) , (۳۰ , ۰)

↓ ↓ ↓ ↓

۳۰۳ ۳۱۲ ۳۲۱ ۳۳۰

۳۱۲ ۳۱۲ ۳۱۲

ب) سیاه چاله حروف

عدد ۳۴۷ را در نظر بگیرید . این عدد را به فارسی می نویسیم و تعداد حروف آن را به دست می آوریم و این کار را به همین ترتیب ادامه می دهیم :

سیصد و چهل و هفت ← ۱۲ ← دوازده ← ۶ ← شش ← ۲ ← دو ← ۲

با عدد دیگری شروع می کنیم . مثلاً ، ۲۸۰۹

دو هزار و هشتصد و نه ← ۱۵ ← پانزده ← ۶ ← شش ← ۲

در این جا نیز ، با هر عددی شروع کنید ، به سرعت به عددی یک رقمی می رسید . آیا با اعمال فرایند مذکور روی آن به عدد ۲ خواهید رسید؟ توجه کنید :

۱ ← یک ← ۲ ؛ ۳ ← سه ← ۲ ؛ ۴ ← چهار ← ۴ ؛

۵ ← پنج ← ۳ ← سه ← ۲ ؛ ۶ ← شش ← ۲ ؛

۷ ← هفت ← ۳ ← سه ← ۲ ؛

۸ ← هشت ← ۳ ← سه ← ۲ ؛ ۹ ← نه ← ۲ ؛

۱۰ ← ده ← ۲ .

بنابراین ، فرایند مذکور سیاه چاله {۴ , ۲} = A را معرفی می کند .

توضیح: اگر به جای نوشتن عدد با حروف فارسی از حروف انگلیسی استفاده کنید و یا عدد را به زبان ترکی ادا کنید و با حروف بنویسید به سیاه چاله های دیگری می رسید . مثلاً ،

۴ → ۴ → FOUR

۴ FIVE → → ۵ → THREE → ۳ → ۱ → ONE

۴ → ۳ → TWO → ۲

۴ → ۳ → SIX → ۶

۴ → ۵ → SEVEN ۷ →

۴ → ۵ → EIGHT ۸ →

۴ → ۴ → NINE ۹ →

۴ → ۳ ۱۰ → TEN →

به عبارت دیگر {۴} = A یک سیاه چاله است .

اینک به تعریف دقیق یک سیاه چاله ریاضی می پردازیم . فرایندهایی که در مثالهای بالا تعریف شدند هریک تابعی بر N بودند ،

توجه کنید :

در سیاه چاله زوج و فرد ، اگر n عددی طبیعی باشد $F(N) = \overline{a_1 a_2 a_3}$ که در آن

تعداد ارقام n = a_1 ، **تعداد ارقام زوج n** = a_2 ، **تعداد ارقام فرد n** = a_3 .

در سیاه چاله حروف ، اگر n عددی طبیعی باشد .

تعداد حروف عدد n که به فارسی (انگلیسی یا ترکی) نوشته شده است = $F(n)$

لذا ، تعریف کلی زیر را داریم :

تعریف : فرض کنید F تابعی بر N باشد و برای هر x از N دنباله $\{x_n\}$ چنین تعریف شود :

$x_n = F(x_{n-1})$.

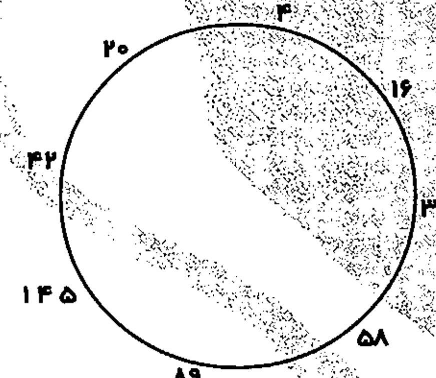
زیرمجموعه متناهی A از N را یک سیاه چاله ریاضی نامیم در صورتی که به ازای هر x از N ، عددی طبیعی مانند m باشد که $x_m \in A$.

در مثال سیاه چاله زوج و فرد ، {۳۱۲} = A زیرا ، ۳۱۲ = F(۳۱۲) و برای هر عدد طبیعی ، پس از چند بار اعمال تابع F به عدد ۳۱۲ خواهیم رسید . به همین ترتیب برای مثال سیاه چاله حروف .

اینک به جستجوی سیاه چاله های پیشرفته تری می پردازیم .

ج) سیاه چاله مربعی

به اعدادی که در مرکز و دور دایره زیر نوشته شده توجه کنید . هر عددی که دور این دایره انتخاب کنید مساوی مجموع مربعات ارقام عدد قبل از آن است (امتحان کنید) .



اگر n عددی طبیعی باشد و تعریف کنیم :

مجموع مربعات ارقام عدد n = $F(n)$

آیا با این تابع یک سیاه چاله تولید می شود؟ ابتدا چند عدد را آزمایش می کنیم :

۲ → ۴

۳۷ → ۴ → ۶۱ → ۶۵ ۸۱ → → ۳ → ۹

۵ → ۲۵ → ۲۹ → ۸۵ → ۸۹ → ۴

۶ → ۳۶ → ۴۵ → ۴۱ → ۱۷ → ۵۰ → ۲۵ → ۴

۷ → ۴۹ → ۹۷ → ۱۳۰ → ۱۰ → ۱

۸ → ۶۴ → ۵۲ → ۲۹ → ۴

۱۰ → ۱

۱۱ → ۲ → ۴

۱۲ → ۵ → ۴

۱۴ → ۱۷ → ۴

۱۸ → ۶۵ → ۴

۲۰ → ۴

به نظر می آید که {۴ , ۱} = A یک سیاه چاله است. امّا تا کجا آزمایش کنیم؟

ابتدا دامنه اعدادی که باید آزمایش کنیم محدود می کنیم. اگر n عددی هزار رقمی باشد $F(n)$ حداکثر ۸۱×۱۰۰۰ یعنی یک عدد پنج رقمی است و اگر n پنج رقمی باشد $F(n)$ حداکثر ۸۱×۵ یعنی سه رقمی است. بنابراین، به سرعت به یک عدد سه رقمی می رسیم. لذا، کافی است اعداد ۱ تا ۹۹۹ را آزمایش کنیم. یک برنامهٔ کامپیوتری ساده نشان می دهد که به ازای هر عدد طبیعی n، m ی هست که x_m مساوی ۱ یا ۴ است. جالب است بدانید که m حداکثر ۱۶ است!؟ آیا بررسی اعداد طبیعی تا ۹۹۹ را می توانستید دستی انجام دهید؟

د) سیاه چاله مکعبی

اعداد زیر دارای این ویژگی هستند که هر یک مساوی مجموع مکعبات ارقامشان هستند! (این اعداد را خودشیفته نیز می نامند!):

۱۵۳ , ۳۷۰ , ۳۷۱ , ۴۰۷

ملاحظه کنید:

$$۱۵۳ = ۱^۳ + ۵^۳ + ۳^۳ = ۱ + ۱۲۵ + ۲۷$$

$$۳۷۰ = ۳^۳ + ۷^۳ + ۰^۳ = ۲۷ + ۳۴۳$$

$$۳۷۱ = ۳^۳ + ۷^۳ + ۱^۳ = ۲۷ + ۳۴۳ + ۱$$

$$۴۰۷ = ۴^۳ + ۰^۳ + ۷^۳ = ۶۴ + ۳۴۳$$

به ازای هر عدد طبیعی n، تعریف می کنیم:

مجموع مکعبات ارقام عدد n = F(n)

در زیر تبدیل یافته چند عدد طبیعی را با این تابع به دست می آوریم:

۳ → ۲۷ → ۳۵۱ → ۱۵۳

۶ → ۲۱۶ → ۲۲۵ → ۱۴۱ → ۶۶ → ۴۳۲ → ۹۹ → ۱۴۵۸

۷۰۲ → ۳۵۱ → ۱۵۳ →

۹ → ۷۲۹ → ۱۰۸۰ → ۵۱۳ → ۱۵۳

۱۲ → ۹ → ۱۵۳

۱۵ → ۱۲۶ → ۲۲۵ → ۱۵۳

آیا هر عدد مضرب ۳ بالاخره به ۱۵۳ ختم می شود؟ جواب مثبت است! امتحان کنید.

برای تعیین یک سیاه چاله به آزمایش ادامه می دهیم.

۲ → ۸ → ۵۱۲ → ۱۳۴ → ۹۲ → ۷۳۷ → ۷۱۳ → ۳۷۱

۱۱ → ۲ → ۳۷۱

۱۴ → ۶۵ → ۳۴۱ → ۹۲ → ۳۷۱

۷ → ۳۴۳ → ۱۱۸ → ۵۱۴ → ۱۹۰ → ۷۳۰ → ۳۷۰

۱۹ → ۷۳۰ → ۳۷۰

۷۳۰ → ۳۷۰ → ۳۴ → ۹۱

.۴۷ → ۴۰۷

آیا می توان گفت که مجموعهٔ {۴۰۷ , ۳۷۱ , ۳۷۰ , ۱۵۳} یک سیاه چاله است؟ یا باید اعدادی به این مجموعه اضافه کنیم؟

بدیهی است که ۱ = $F(۱۰^k)$ پس باید عدد ۱ را به این مجموعه اضافه کنیم. امّا برای بقیه اعداد چی؟ ابتدا ببینیم با استدلال تا کجا می توانیم پیش برویم. اگر مثلاً n یک عدد صد رقمی باشد مجموع مکعبات ارقام آن حداکثر ۷۲۹ × ۱۰۰ است که یک عدد پنج رقمی است و مجموع مکعبات ارقام یک عدد پنج رقمی حداکثر ۳۶۴۵ = ۵ × ۷۲۹ می شود که چهار رقمی است.

بنابراین، باید برای اعداد کوچکتر از ۱۰۰۰۰ برقراری حکم را تحقیق کنیم. به همین منظور برنامه ای نوشته شد که برای این اعداد تحقیق لازم را انجام دهد. در اجرای این برنامه موارد زیر مشاهده شد!؟

۴ → ۶۴ → ۲۸۰ → ۵۲۰ → ۱۳۳ → ۵۵ → ۲۵۰ → ۱۳۳ → ۵۵ → ۲۵۰

۰ ۱۳ → ۲۸ → ۵۲۰ → ۱۳۳ → ۵۵ → ۲۵

۲۵ → ۱۳۳ → ۵۵ → ۲۵۰

این مشاهدات ما را مجبور می کنند که عدد ۵۵ را نیز به مجموعهٔ مورد نظر اضافه کنیم. پس از کمی پیشروی به نمونه های زیر برخورد نمودیم:

۱۶ → ۲۱۷ → ۳۵۲ → ۱۶۰ → ۲۱۷

۹۱۹ → ۱۴۵۹ → ۹۱۹

که سبب شد اعداد ۱۶ و ۹۱۹ را نیز به مجموعه اضافه کنیم. در ادامه کار مشخص شد که مجموعهٔ زیر یک سیاه چاله است:

A = {۱ , ۱۶ , ۵۵ , ۱۵۳ , ۳۷۰ , ۳۷۱ , ۴۰۷ , ۹۱۹}

مراجع:

[۱] کیهان علمی، سال چهارم، شماره ۱۲.

[۲] گاهنامهٔ ریاضی فارابی، شماره ۲ و ۳، بهار ۱۳۷۸، چاپ دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر دانشگاه تربیت معلم

ریاضیات:

کلید راه توسعه

بیژن ظهوری زنگنه
دانشکدهٔ ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف

پیشرفت و توسعهٔ پایدار در هر حوزه‌ای جز با محوریت انسان اتفاق نمی‌افتد. انسان، هم عامل توسعه و هم بهره‌گیرنده از مواهب آن است. بنابراین، ارزش نهادن به انسان نه در شعار، بلکه در عمل باید برجسته شود.

اختلاف سطح علمی بین کشورهای جهان، بیشتر مربوط به اختلاف بین توانایی‌های انسانی است. کشورهای ثروتمند زیادی در جهان وجود دارند که با پول نفت و منابع زیرزمینی خود، انواع ماشین‌آلات مدرن را تهیه کرده و وارد کشور خود می‌کنند. با این حال، مشکل هیچ یک از این کشورها تاکنون حل نشده است. زیرا توانایی تولید تکنولوژی را در جامعهٔ خود ایجاد نکرده‌اند.

مقدمه:

در سال ۱۹۹۲، اتحادیهٔ بین المللی ریاضی دانان با حمایت سازمان علمی ـ فرهنگی ملل متحد ـ یونسکو، سال ۲۰۰۰ میلادی را سال جهانی ریاضیات اعلام کرد. سه شعار محوری برای سازمان دهی فعالیت های مختلف به مناسبت بزرگداشت سال جهانی ریاضیات اعلام شد. این سه شعار، رویاروئی با چالش های ریاضی در قرن بیست و یکم، ریاضیات کلید راه توسعه و مردمی یا عمومی کردن ریاضیات بودند. کشورهای مختلف دنیا به تناسب نیازمندی ها و امکاناتشان، مطالعاتی را در جهت تحقق این سه شعار انجام داده اند. در جامعهٔ در حال توسعهٔ ایران، شعار «ریاضیات کلید راه توسعه» می تواند معنای ویژه ای به خود بگیرد.

این مقاله، ابتدا به جایگاه نقش ریاضیات در توسعه پرداخته و سپس، به پیامدهای آموزشی این شعار در آموزش ریاضی ایران می پردازد.

توسعه چیست؟

توسعه را می توان با تبیین های مختلف و تقسیمات گوناگون، مورد بررسی قرار داد. با این حال، هدف این مقاله، تحقیق در مقولهٔ توسعه به معنای عام آن نیست. تلاش آن است که با پذیرش معنی عام واژه های توسعه، به نقش و جایگاه ریاضیات در توسعه پرداخته شود. به همین منظور، ابتدا توسعه در دو بخش *توسعهٔ انسانی* و *توسعهٔ تکنولوژی* مورد توجه قرار می گیرد[1] و سپس نقش و جایگاه ریاضیات در هریک از بخش ها مورد بررسی واقع می شود.

توسعهٔ انسانی

پیشرفت و توسعهٔ پایدار در هر حوزه ای جز با محوریت انسان اتفاق نمی افتد. انسان، هم عامل توسعه و هم بهره گیرنده از مواهب

تاریخ توسعهٔ ریاضیات و سایر علومی که متکی و وابسته به ریاضی هستند، نشان می‌دهد که مدل‌هایی که براساس پدیده‌های واقعی ساخته می‌شوند و بعد با مبانی نظری تقویت می‌شوند، نسبت به مدل‌هایی که به طور مصنوعی تدوین می‌شوند، از قدرت پایداری بالاتری برخوردار هستند.

آن است. بنابراین، ارزش نهادن به انسان نه در شعار، بلکه در عمل باید برجسته شود. انواع عقب ماندگی های یک کشور از علمی و اقتصادی گرفته تا فرهنگی و اجتماعی، جز با توجّه و تمرکز بر روی ظرفیت های انسانی رفع شدنی نیستند. به قول یک ضرب المثل چینی، به جای آن که هر روز به انسان ماهی داده شود، باید به او ماهیگیری یاد داده شود تا از آن طریق، خود انسان برای تولید و بازآفرینی آماده گردد. به عبارت دیگر، اختلاف سطح علمی بین کشورهای جهان، بیشتر مربوط به اختلاف بین توانایی های انسانی است. کشورهای ثروتمند زیادی در جهان وجود دارند که با پول نفت و منابع زیرزمینی خود، انواع ماشین آلات مدرن را تهیه کرده و وارد کشور خود می کنند. با این حال، مشکل هیچ یک از این کشورها تاکنون حل نشده است. زیرا توانایی تولید تکنولوژی را در جامعهٔ خود ایجاد نکرده اند.

اگر جامعه‌ای اولویت اول خود را بر پرورش انسان‌های توانا، خلّاق، تحلیلگر، نقّاد، متفکر و نوآور قرار دهد، حتماً قادر خواهد بود که در فاصله‌ای کوتاه، انواع عقب‌ماندگی‌ها در زمینه‌های مختلف را رفع نماید.

تنها جامعه هایی می توانند پیشرفت کنند و به توسعهٔ پایدار برسند که انسان های توسعه یافته و پیشرفته تربیت کرده باشند. برای مثال، اگر جای شهروندان ژاپنی و افغانی با هم عوض شوند، چه اتفاقی می افتد؟ آیا ژاپن قادر به ادامهٔ پیشرفت و توسعهٔ فعلی خود خواهد بود؟ آیا افغانستان در حدّ درماندگی فعلی خود خواهد ماند؟

به نظر می رسد که با جا به جا کردن انسان های ژاپنی و افغانی، در میان مدت، موقعیت فعلی این کشورها نیز جا به جا شوند. تجربهٔ تاریخی نشان داده است که انسان های پیشرفتهٔ ژاپنی قادر خواهند بود پس از چند سال افغانستان ویران شده را به کشوری پیشرفته تبدیل کنند هم چنان که این انسانها توانستند ژاپن ویران شدهٔ پس از جنگ جهانی دوم را در مدّت کوتاهی به ژاپن فعلی تبدیل کنند. اینها در حالی بود که ژاپن از موهبتِ منابع زیرزمینی بهره ای نداشت. امّا

تنها جامعه‌هایی می‌توانند پیشرفت کنند و به توسعهٔ پایدار برسند که انسان‌های توسعه‌یافته و پیشرفته تربیت کرده باشند.

افغانستان دارای منابع طبیعی غنی سرشاری است.

از طرف دیگر، تصوّر می شود که با استقرار افغانی های توسعه نیافتهٔ فعلی در موقعیت جغرافیایی ژاپن پس از چند سال، دیگر نشانی از ژاپن پیشرفتهٔ امروز برجای نماند. (البتّه این ادّعا براساس شواهد تجربی است و مورد مطالعهٔ دقیق قرار نگرفته است.)

بنابراین، اگر جامعه ای اولویت اول خود را بر پرورش انسان های توانا، خلّاق، تحلیلگر، نقّاد، متفکر و نوآور قرار دهد، حتماً قادر خواهد بود که در فاصله ای کوتاه، انواع عقب ماندگی ها در زمینه های مختلف را رفع نماید. برای پرورش چنین انسان های توسعه یافته ای، تعلیم و تربیت مبتنی بر توانایی استدلال، آزادی انتخاب و استقلال تصمیم گیری و پذیرش مسؤولیت ضروری است. ریاضیات برای چنین آموزشی نقش کلیدی و محوری دارد و از طریق آن، به تربیت چنین انسان هایی می توان امیدوار بود.

مبارزه با بی سوادی، دادن حداقل سواد ریاضی متناسب با نیاز

بایستی به مدل سازی ریاضی اهمیت داده شود و مفاهیم ریاضی براساس مدل‌های ریاضی ساخته شوند، تا دانش‌آموزان بتوانند ارتباط بین ریاضی و دیگر علوم برقرار کنند.

انسان ها و مشاغل مختلف به تمام شهروندان است. تاریخ معاصر نشان داده است که فارغ التحصیلان کارشناسی ریاضی در دوره های تحصیلات تکمیلی مهندسی، علوم انسانی و مدیریت موفق بوده اند، زیرا انسان هایی با ذهن سیستم ساز، بهتر می توانند مباحث کیفی علوم انسانی را بفهمند و تجزیه و تحلیل کنند.

توسعه تکنولوژیکی

در دههٔ اخیر، دروس ریاضی دوره های مهندسی، اقتصاد، بازرگانی و حتی علوم انسانی، دستخوش تغییرات عمده ای شده است. به عنوان مثال، چهره دانشکده های اقتصاد به کلی دگرگون گشته است. به طوری که این فرآیند منجر به رودررویی دو نسل از استادان این رشته شده است. نسل اول، استادان قدیمی بیگانه با ریاضی و مدل های ریاضی و در مقابل آنها، نسل جدید و رو به رشد، استادان آشنا به ریاضی و حتی آگاه به ریاضیات نسبتاً پیشرفته هستند. تعداد زیادی از دانشکده های اقتصاد، بازرگانی و مهندسی دانشگاه های معتبر دنیا، هر روز تمایل بیشتری به استخدام فارغ التحصیلان دکتری ریاضی نشان می دهند. حتی این دانشکده ها، ترجیح می دهند، برای دوره های کارشناسی ارشد و دکتری خود از فارغ التحصیلان رشته های ریاضی دانشجو بپذیرند. به طوری که این رقم گاهی تا ۵۰ درصد کل دانشجویان پذیرفته شده را شامل می شود. عامل عمده چنین روندی، وابستگی اغلب کارهای تحقیقاتی این دوره ها به دانش ریاضی است.

تنوع و گستردگی رشته های مختلف علمی نظیر مهندسی علوم زیستی، ژنتیک، عصب شناسی و تلفیق آنها با یکدیگر، به پیچیدگی کارهای تخصّصی و تحقیقاتی در چنین رشته هایی افزوده است. در نتیجه، نیاز مبرم به وجود مهندسانی که قدرت تطابق با چنین پیچیدگیهایی را داشته باشند، روز به روز بیشتر احساس می شود. به عنوان مثال، اکثر فارغ التحصیلانی که جذب صنعت و اقتصاد می شوند، در محیط کار خود به تلفیقی از تخصصهای گوناگون نیازمندند. (زنگنه، ۱۳۷۲)

دنیای رو به توسعه، به انسانهای سیستم سازی که قدرت و توانایی حل مسائل گوناگون ناشناخته را داشته باشند نیازمند است. البته این نیاز، نفی کنندهٔ جایگاه با ارزش تکنسینهایی با مهارتهای حرفه ای خاص در جامعه نیست همگام با رشد و توسعه صنعت کامپیوتر، کارهایی از قبیل محاسبات تنش و غیره ـ که مهندسی نامیده می شود ـ از صحنهٔ مهارتها خارج گشته و برنامه های کامپیوتری از قبیل Auto CAD جامعه را از این قبیل مهارتها بی نیاز کرده است. بنابراین، در شرایط حاضر، نیاز مبرمی به انسان های تحلیل گر و قادر به حل مسائل وجود دارد. (زنگنه، ۱۳۷۲)

در گذشته، ریاضیات به دو قسمت *محض و کاربردی* تقسیم شده بود. در حالی که در قرن جدید، هیچ مرزی بین این دو نوع ریاضی وجود ندارد. محض بودن و کاربردی بودن ریاضی یک امر نسبی است. در حال حاضر، جامعیّت و مخلوط شدن این مباحث بیشتر مورد توجه هستند. در بخش های مختلف صنعت، معمولاً نقطهٔ شروع، مدل سازی پدیده های واقعی و طبیعی است و سپس، با استفاده از مبانی نظری و مجرد، مدل قوی و قوی تر می شود. تاریخ توسعهٔ ریاضیات و سایر علومی که متکی و وابسته به ریاضی هستند، نشان می دهد که مدل هایی که براساس پدیده های واقعی ساخته می شوند و بعد با مبانی نظری تقویت می شوند، نسبت به مدل هایی که به طور مصنوعی تدوین می شوند، از قدرت پایداری بالاتری برخوردار هستند. یک مثال برای روشن شدن این ادعا مفید است. شاید بعد از برنامه ریزی خطی، فیلتری کردن و بخصوص نوع پیشرفته آن یعنی روش فیلتر کالمن بیوسی (Kalman-Bucy filter)، را با بهترین نوع ریاضیات است که در عمل به کار می رود. برخاستن و نشستن هواپیماها و دنبال کردن مسیر آنها در آسمان، بازسازی سیگنال

در گذشته، ریاضیات به دو قسمت *محض و کاربردی* تقسیم شده بود. در حالی که در قرن جدید، هیچ مرزی بین این دو نوع ریاضی وجود ندارد. محض بودن و کاربردی بودن ریاضی یک امر نسبی است.

برای از بین بردن دیوارهای ساختگی بین مقولات ریاضی، بایستی برنامه درسی ریاضی طوری باشد که این ارتباط به طور طبیعی برقرار شود تا دانش‌آموزان بتوانند ریاضی را یک کل واحد ببینند.

(signal) رادیو، نمونه هایی از کاربردهای فراوان این نوع از ریاضیات هستند. فیلتری کردن، برای نخستین بار با کارهای هم زمان مستقل «وینر» در آمریکا و کلموگرف در شوروی سابق در زمان جنگ جهانی دوم مطرح شد. در سال ۱۹۶۰ به وسیله کالمن و در سال ۱۹۶۱ به وسیلهٔ کالمن بیوسی شکل نهایی فیلتری کردن برای معادلات دیفرانسیل تصادفی ثابت شد و مورد استقبال زیاد ریاضی دانان محض و کاربردی و مهندسان قرار گرفت. به قول اکساندل، فیلتری کردن کالمن-بیوسی مثال نقضی برای ادعاهایی از این قبیل بود که «ریاضی بد است» و «تنها ریاضیِ واقعاً مفید، ریاضی مقدماتی است» به واقع، در فیلتر کالمن-بیوسی ریاضیات پیشرفته، به شیوه ای جالب، زیبا و ناب، و با قدرت تمام به کار می رود. (زنگنه، ۱۳۷۵).

حال اگر به رشته جدید و رو به رشد «ریاضیات مالی» «Mathematical finance» توجه کنیم این رشته کاربرد روزمره دارد و از ریاضیات بسیار پیشرفته ای استفاده می کند این نوع ریاضی نیز از آن مثالهای نقضی است که نسبت به همان ادعای بالا که اکساندل بیان می کند. به نظر می رسد که در قرن بیست و یکم، مسائل اصلی ریاضیات براساس مسائل واقعی و مدل سازی ریاضی شروع

در بخش‌های مختلف صنعت، معمولاً نقطهٔ شروع، مدل‌سازی پدیده‌های واقعی و طبیعی است و سپس، با استفاده از مبانی نظری و مجرد، مدل قوی و قوی‌تر می‌شود.

می شود و از ابزارهای پیشرفته ریاضی استفاده می گردد و ساختمانهای ریاضی محض روی آن ساخته می شود.

پیامهای آموزشی

با توجه به مطالب بالا، می توان نتیجه گرفت که برای توسعه انسانی و تربیت شهروندهای خلاق و نقاد و تحلیل گر، برنامه ریاضی مدرسه ای طوری باید طرّاحی شود تا تمام دانش آموزان یاد بگیرند برای ریاضی ارزش قایل شوند یعنی به کارآیی و اهمیت ریاضی در جریان زندگی و در پرورش ذهن و اندیشه واقف گردند، تمام دانش آموزان بتوانند ارتباطات ریاضی وار برقرار کرده و ریاضی وار استدلال کنند و نسبت به ریاضی قدردانی داشته باشند. (گویا، ۱۳۷۵)

بایستی به مدل سازی ریاضی اهمیت داده شود و مفاهیم ریاضی براساس مدل های ریاضی ساخته شوند، تا دانش آموزان بتوانند ارتباط بین ریاضی و دیگر علوم برقرار کنند و همین طور، برای از بین بردن دیوارهای ساختگی بین مقولات ریاضی، بایستی برنامه درسی ریاضی طوری باشد که این ارتباط به طور طبیعی برقرار شود تا دانش آموزان بتوانند ریاضی را یک کل واحد ببینند. هم چنین، لازم است برنامه درسی ریاضی طوری تنظیم شود که مرز بین ریاضی محض و کاربردی برداشته شود. با رعایت چنین ویژگی هایی در برنامه های درسی ریاضی مدرسه ای و دانشگاهی، می توان امیدوار بود که ریاضی بتواند نقش کلیدی خود را در جهت توسعهٔ انسانی و تکنولوژیکی در جامعهٔ در حال توسعهٔ ما به خوبی ایفا نماید.

مراجع:

[۱] زنگنه، بیژن. (۱۳۷۲). جایگاه ریاضی در برنامهٔ رشته های مهندسی - *نشریهٔ ماهانهٔ علمی و پژوهشی شریف*. سال نهم. دورهٔ جدید شمارهٔ پنجم، شهریور و مهر ۱۳۷۲.

[۲] زنگنه، بیژن. (۱۳۷۵). فیلتری کردن. *رشد آموزش ریاضی*، شمارهٔ ۴۶ پائیز ۱۳۷۵، صص ۳۵ تا ۳۸. دفتر انتشارات کمک آموزشی.

[۳] گویا، زهرا. (۱۳۷۵). روند تغییر محتوای برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه. *رشد آموزش ریاضی*، شمارهٔ ۴۶. صص ۸ تا ۱۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی.

زیرنویس:

۱) نویسنده آگاه است این تقسیم بندی کامل و بی نقص نیست. امّا برای سهولت، این تقسیم بندی انتخاب شده است.

بررسی دو دیدگاه در تألیف کتب ریاضی

میرزاجلیلی
مؤلف کتابهای درس ریاضی

در کشور ما کتاب تنها وسیلهٔ آموزش و ابزار دست معلم است لذا این ابزار باید قوی و کارآمد باشد و مطرح می شود که محتـوای کتب درسی وشیوه های آموزش به دلایل زیر باید تغییر کنند:

الف) پیشرفت تکنولوژی و استفاده تکنولوژی از ریاضی به شیوهٔ جدید ب) دانشمندان اخیراً شیوه جدیدی که مغز در یادگیری به کـار می گیرد کشف کرده اند ج) جهان روز به روز کوچکتر می شود و ما ازتجارب دیگران نیز در آموزش باید استفاده کنیم.[1] و یا در آموزش هندسه کار ذهن عبارت است از تشخیص ـ تجزیه و تحلیل ـ تجرید ـ استنتاج و دقّت. و یا مهارتهای هندسی عبارتند از: دیداری ـ شفاهی ـ ترسیمی ـ منطقی ـ کاربـردی[2] و یا به طور کلی ترتیب در آمـوزش ریاضی عبارت است از: الف) آموزش مفهوم ب) آموزش تکنیک و محاسبه ج) آموزش سرعت و مهارت در محاسبه د) کاربرد

همچنین با توجه بـه جوّآموزش ریاضی در کشور که همکـاران محترم دبیر بیشتر به «خودریاضی» توجه دارند و به چیز دیگری کـار ندارند این ظرافت کاری یعنی اِعمال روانشناسی و شیوهٔ آموزش در کتاب به عهدهٔ مؤلف کتاب درسی می ماند به مثابه آن که گفته می شود:

مردم در غرب میوه تازه را کم مصرف می کنند لذا برای تأمیـن ویتامین مورد نیاز بدن آنها ویتامین به نان آنها اضافه می شود و یـا در بعضی از کشورها برای کمبود «ید» در بدن شهروندان خـود بـه آب آشامیدنی آنها «ید» اضافه می کنند.

در تألیف کتب درسی نیز برای جبران کاستی معلمین در «آموزش ریاضی» لازم است این اصول و نکات و شیوه های آموزش در کتاب به کار گرفته شود.

بر این مبنا، در زیر دو شیوه معمول در تألیف کتب درسی را مطرح و بررسی می نماید.

۱ ـ عده ای معتقدند که «کلام لازم است کوتاه و روشن باشـد» ولی باید توجه کرد که مطلب در کتاب درسی تنها یک خبـر سـاده و معمولی نیست که باید موجز و شفاف باشد، لذا ممکن است وقتـی مطلب کوتاه شود دیگر رسا و مفید نباشد. محتوای کـتـب درسـی موضوع انتقال دانش از یک نسل به نسل دیگر است ولذا همهٔ کوششها باید در این جهت باشد که این عمل به بهترین وجه خود صورت پذیرد و نسل آینده از این نقطه نظر احیاناً مغبون نشود. این دسته از مؤلفان شاید عقیده به یادآوری مطالب خوانده شده در سالهای گذشتـه، در شروع کتاب یا شروع فصل، را ندارند. همچنین ممکن است توجه به مربوط ساختن درس جدید با زمینـهٔ قبلی ذهن دانش آموز و آنچـه قبلاً خوانده است نیز نداشته باشند، بلکه سعی بر آن دارند که کتابی جدید یا مطالبی جدید و شیوه ای جدید در چارچوب محدودیتهـا و معذوریتهای برنامه و ساعات هفتگی، تنظیم و ارائه دهند. همچنین این مؤلفین توجهی به استفاده از اصطلاحات به کار گرفتـه شـده در کتابها و هر واژه و اصطلاحی که خود بیشتر دوست داشته باشند یا در جای دیگر معمول باشد استفاده می کنند و توجه ندارند که دبـیـری می خواهد این کتاب را تدریس کنـد ۲۰ سال یا بیشتر است کـه ایـن واژه را به صورت دیگری به کار برده است و یا دانش آموز در سالهای قبل واژه دیگری برای آن کلمه به کار گرفته است. فرض کنید لفـظ «زاویه» و مفهوم آن در ذهن دانش آموز جاافتاده باشد حالا به او بگوییم «گوشه» از نظر یادگیری کلی فعل و انفعال قبلاً در ذهن صورت گرفته است تا این واژه و مفهومش در ذهن کنار هم جای داده شود. هم چنین از نظر زمانی مدتی طول کشیده است تا جایگزینی کـامـل در ذهـن صورت گرفته است با جایگزینی واژهٔ جدید و قرارداد جدید همهٔ این زحمات ذهن یا قسمتی از آنها ضایع می گردد و این از سرعت یادگیری و انتقال مطلب می کاهد، در این تألیف نـحـوهٔ تقریر و خط الرسـم گذشته نیز ملحوظ نشده است مثلاً کتابهای قبلی نوشته اند «آن گـاه» حالا می نویسم «آنگاه و یا «آن را» می نویسم، «آنرا» قس علیهذا وحال آن که از نقطه نظر قوانین یادگیری دانش آموز باید همیشه بتـوانـد از محتوای قبلی و دسته بندی شده ذهنی خود در یادگیری جدید استفاده کند. البته در این شیوه تألیف، حجم کتاب کم می شود و این مطلب برای دبیر و دانش آموز خوش آیند است و فکر می کنند که کتاب کـم حجم است و در طول ترم قابل تدریس یا یادگیری اسـت ولـی ایـن دانش آموز احیاناً در موقع تدریس و انتقال مطلب و ارتباط آن با گذشته دچار مشکل می شود و به یادگیری تحریک و تشویق نمی شود و ممکن است روحیه او از همان آغاز ضعیف گردد.

۲ ـ در مقابل، دسته دیگری معتقدند که در تألیف کتاب درسـی

باید مطالبی را که دانش‌آموز درسالهای قبل خوانده است به شکلی یادآوری و درس جدید بر آنها بنیان گذاشته شود به عبارت دیگر، مطلب گذشته با درس جدید آغشته و عجین گردد. اما توجه به این مطلب در تألیف باعث می‌شود که حجم کتاب بالا برود که این خود موجب گله و مشکل همیشگی دبیران است در کلاسهای بازآموزی سالهای ۵۳، ۵۴ دبیران کتابهای درسی رابا دست سبک و سنگین می‌کردند، مثل وقتی که می‌خواهیم وزن جسمی را به کمک دست حدس بزنیم، سؤال یا اعتراض داشتند که آیا این حجم کتاب برای تدریس فلان ساعت در هفته مناسب است یا نه؟ این همکاران معتقد بودند که حجم زیاد کتاب روحیه دانش‌آموز را تضعیف می‌کند پیش داوری خواهد کرد که این همه مطلب را در مدت کوتاه نمی‌توان یاد گرفت! در کتابهای پُر حجم مؤلف معمولاً مطلب را باز کرده و چند صفحه از اول کتاب را به یادآوری دروس گذشته اختصاص داده است و سعی دارد درس جدید را با گذشته مربوط سازد طوری که دانش‌آموز در موقع تدریس فکر کند مطلب جدید نیست و ساده است و قادر خواهد بود که آنها را فراگیرد در نتیجه به گوش دادن تشویق شود و احیاناً از همان آغاز روحیهٔ تازه بگیرد.

وقتی شما کتاب جبر و مثلثات سال اول یا «آنالیز» سال آخر دبیرستانهای آمریکا را ورق می‌زنید می‌بینید که: اولاً این کتاب بیشتر از ۴۰۰ صفحه است که اگر به فارسی برگردانده شود از ۵۰۰ صفحه تجاوز خواهد کرد ثانیاً مطالب باز شده، روان و به صورت خودآموز است طوری که دبیر گاهی اوقات که تمرینهای درس قبل را حل کرده است و برای جلسه بعد تمرین ندارد رو به کلاس می‌گوید، بچه‌ها برای جلسهٔ بعد ۲۰ صفحهٔ کتاب را به عنوان تکلیف منزل مطالعه کنید و در جلسهٔ بعد درس جدید به صورت سمینار برگزار می‌شود و خود بچه‌ها درس جدید را مطرح می‌کنند. ثالثاً گاهی اوقات نیز مطالب ارائه شده در کتابها دقت لازم ریاضی را ندارند و از این نظر ضعفی در آنها دیده می‌شود (مثلاً استدلالها کم باشد یا ضعیف باشد یا ...) ولی جنبه روانکاوی و روانشناسی آنها قوی است اگر خواسته باشیم از کلام «خیرالامور اوسطها» پیروی کنیم، یعنی حد وسط را بگیریم این کار نیز وقتی مطلوب واقع خواهد شد که مؤلف علاوه بر تسلط علمی، دانستن یک زبان خارجی، تجربهٔ تدریس و کلاس رفتن، توانایی در تقریر و تحریر؛ اولاً زمان لازم و فرصت کافی در اختیار داشته باشد ثانیاً، منابع لازم و کافی و به روز در دسترس او باشد. ثالثاً محتوای فدای محدودیتها و معذوریتهای جدول تقسیم ساعات هفتگی دروس نشود. شاید رونق بی حد کتابهای جنبی وکلاسهای نیمه خصوصی قارچ گونه هشداری از نارسایی‌های موجود در کتابها و آموزش رسمی حکایت داشته باشد که از آن بی خبریم و یا اینکه هدفهای آموزشی نظام جدید برای مردم و سازمان سنجش خوب تبیین و روشن نشده باشد که لازم است موضوع در این گونه محافل و مجلات آموزشی مورد بررسی، تحقیق و چاره اندیشی قرار گیرد.

در ۴۰ سال قبل که «مرحوم آزرم» که خود دبیر ریاضی و رئیس آموزش متوسطه بود در زمان تغییر برنامه و کتاب دبیرستان آقایان صفاری و قربانی را صدا می‌زد و برنامه جدید را از آنها می‌خواست. آنها هم که کتابهای درسی بروز فرانسه را در دسترس داشتند از روی فهرست کتابها ریز مواد ریاضی را ارائه می‌دادند بعد هم خودشان مسؤل تألیف کتاب می‌شدند و کتابهای بروز فرانسه را به فارسی برگردانده و ارائه می‌دادند و چون در تألیف کتابهای اصلی اصول رعایت شده بود کتابهای برگردانده شده نیز تنظیم و ترتیب خاص خود را داشت و قابل استفاده بود و چون یک گروه کتابهای متوسطه را تألیف می‌کردند هم‌آهنگی در خط و رسم و یادآوری دروس قبل درآنها رعایت شده بود. در تغییر کتابها در سال ۱۳۵۳ به غیر از «ریاضیات جدید» در تألیف اخیر از کتابهای فرانسه استفاده شد ولی در تألیف اخیر به فرهنگ آموزش ریاضی متوسطه در بعضی کتابها توجه نشد.

در تألیف کتب اسبق ریاضی مؤلفین از دبیران ریاضی و همیشه در کلاس و مدرسه بودند ولذا هم خود در ضمن تدریس به اشکالات کتاب پی می‌بردند و هم سایر دبیران مشکلات را مطرح و یادآوری می‌کردند و مؤلف این نقطه نظرها را یادداشت و هر سال قبل از چاپ، کتابها را بازسازی و مطالب بحث انگیز و وقت گیر و یا مسائل «مشکل دار» را حذف و چیزهای جدیدی اضافه می‌کردند و در این راستا حق الزحمه ای نیز دریافت می‌داشتند و کتاب هر سال بهتر از سال قبل به مدرسه می‌رفت.

در تألیف کتب نظام قدیم نیز مؤلفین علاوه بر پیروی از شیوهٔ بالا به علت حضور مرتّب در کلاسهای بازآموزی دبیران و یا سمینارهای استانی همیشه نظرات دبیران را دریافت می‌کردند و در جهت رفع اشکالات کتاب و مشکلات اجرایی آن هر سال اقدام می‌کردند و کتاب بعد از چند سال کاملاً روان و خالی از اشکال می‌شد. شاید شایسته باشد که این سنت قدیمی نیز حفظ شود، یعنی یک کتاب را بعد از دریافت نقاط قوّت و ضعف آن ضمن تدریس به وسیلهٔ دبیران مورد بازسازی یا تجدید تألیف قرار گیرد. چه تغییر متن علمی یا سلیقه ای مشکلی را حل نمی‌کند، در زیر با بهره گیری از تجارب گذشته یک نمونه از این تألیف آورده شده است.

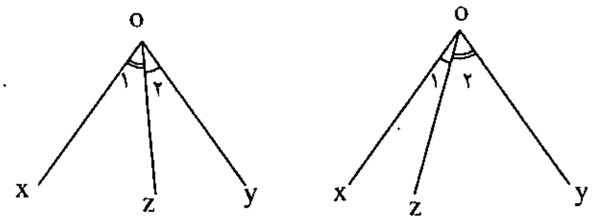
۱ ـ نیمساز زاویه (سال اول دبیرستان)

در زیر زاویه xoy و نیم خط oz رسم شده است راجع به دو زاویهٔ

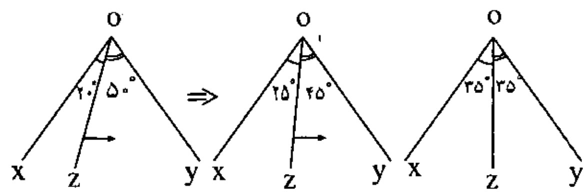
پدیدآمدهٔ ۱∠ و ۲∠ چه می گوئید؟ کدام بزرگتر است؟

آیا ۲∠ > ۱∠ ؟

در مورد شکل زیر چه می گوئید آیا ۱∠ > ۲∠ ؟

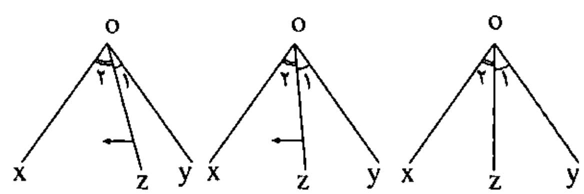


در شکل زیر اندازه زوایا مشخص شده است و oz را به طرف راست یعنی oy می چرخانیم



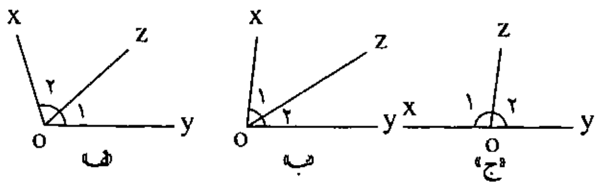
نیم خط oz در این شکل چگونه رسم شده است؟ آیا نامی برای oz پیشنهاد می کنید؟

در زیر oz را به طرف چپ یعنی ox می چرخانیم و عمل را ادامه می دهیم تا وقتی که اندازه دو زاویه مساوی شوند؟ ۲∠ = ۱∠



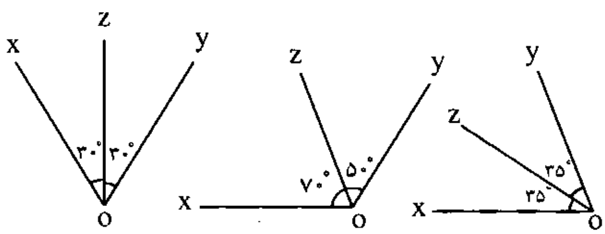
نیم خط oz چگونه به نظر می رسد آیا کاملاً داخل و وسط زاویه است؟ چه نامی را برای oz پیشنهاد می کنید؟

در شکلهای ستون بعد oz با همین خاصیت رسم شده است یعنی در هر شکل داریم ۲∠ = ۱∠

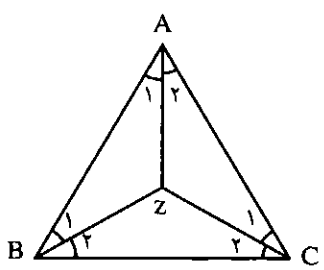


در شکل «الف» آیا هریک از زوایای ۱∠ یا ۲∠ از ۴۵ درجه بیشتر است یا کمتر است؟ در شکل «ب» اندازهٔ هرکدام چند درجه است؟ در شکل «ج» اندازه هریک از زوایا چند درجه است؟

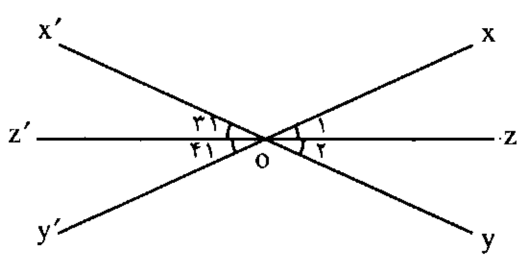
در شکل های زیر راجع به oz چه می گوئید: شکلها را توجیه کنید.



مثلث زیر متساوی الاضلاع است نیم خط ها طوری رسم شده اند که ۲∠ = ۱∠ اندازه هرکدام چند درجه است؟



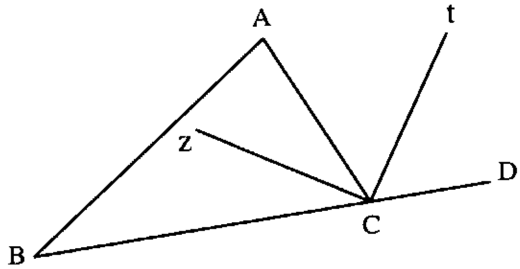
در شکل زاویهٔ متقابل به رأس xoy رسم شده است و زاویه ۲∠ = ۱∠ آیا ۴∠ = ۳∠ ؟



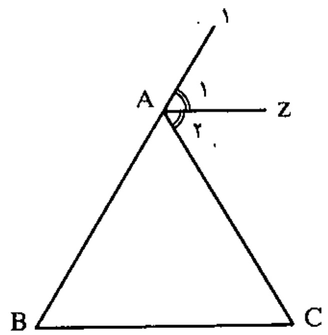
آیا نام نیمساز برای oz مناسب است؟ آیا موافقید بنویسیم :

تعریف : نیمساز زاویه خطی است که اندازه زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند؟

در شکل زیر cz نیمساز زاویهٔ ACB و Ct نیمساز زاویهٔ ACD است . اندازه زاویه zct چند درجه است؟

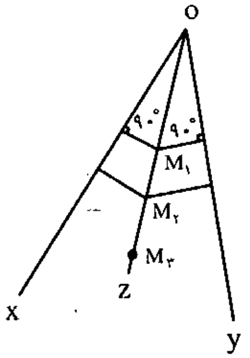


در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین است و AZ موازی BC است آیا $\angle ۲ = \angle ۱$ ؟



راجع به عکس مطلب چه می گوئید $\angle C = \angle B$ و اگر $\angle ۱ = \angle ۲$ آیا AZ موازی BC است؟ اگر AZ موازی BC و $\angle ۱ = \angle ۲$ باشد آیا مثلث متساوی الساقین است؟

زاویه XOZ را رسم کرده نیمساز OZ را بکشید . و روی OZ نقاط M_1، M_2، M_3، ... M_n را در نظر بگیرید و از این نقاط بر دو ضلع زاویه عمود کنید (فاصلهٔ هریک از نقاط تا اضلاع زاویه) و برای هر نقطه این فاصله ها را اندازه بگیرید و نتیجه را بیان کنید . آیا درست است که بگوئیم : **نیمساز زاویه خطی است که هر نقطه روی آن به فواصل مساوی از دو ضلع زاویه قرار دارد؟**



راجع به عکس مطلب چه فکر می کنید اگر نقطهٔ M از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد آیا آن نقطه روی نیمساز زاویه است؟ روی این مطلب فکر کنید بعدها در این زمینه بیشتر بحث خواهیم کرد؟

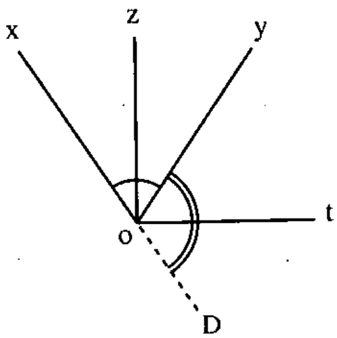
در کدام یک از چهارضلعی های زیر اقطار نیمساز زاویه ها نیز هستند؟

الف) متوازی الاضلاع ب) مستطیل

ج) لوزی د) ذوزنقه هـ) مربع

در شکل زاویه XOY رسم شده سپس مکمل آن را کشیده ایم . نیمساز این دو زاویه را رسم می کنیم این دو نیمساز نسبت بهم چگونه اند؟

آیا می توانید حکم کلی در این زمینه بیان کنید؟



زیرنویس:

۱ ـ از سخنرانی پرفسور رامبرگ در چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی

۲ـ ازسخنرانی سرکار خانم سهیلا غلام آزاد کارشناس محترم دفتر برنامه ریزی و تألیف در چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی

روش مؤثر و مفید تدریس ریاضیات در دورهٔ پیش دانشگاهی!

مریم گویا
دبیر آموزش و پرورش منطقهٔ ۲ تهران

علت انتخاب موضوع:

صحبت با یکی از دوستان دیرین که مدرسه غیرانتفاعی خوبی را اداره می کند، آنچه را که تاکنون رشته بودم پنبه کرد؛ مقاله ای را که صرفاً به بررسی مشکلات ناشی از کاهش ساعات تدریس ریاضیات در دورهٔ پیش دانشگاهی پرداخته بود، به یکسو انداختم و تصمیم گرفتم دربارهٔ روش مؤثر و مفید! تدریس ریاضیات پیش دانشگاهی بنویسم. آن چنان تدریسی که منجر به موفقیت در کنکور شده و به اصطلاح دانش آموز را دوپینگ کند.

سالها گمان می کردم که با به کارگیری روشهای نوین تدریس به شیوهٔ کشورهایی که موفق بوده اند و محصولات قابل قبولی تولید کرده اند و با توصیه های افراد صاحبنظر، من هم به نوبهٔ خود خواهم توانست در اعتلای آموزش ریاضی کشورم گامی هر چند ناچیز بردارم.

در کنفرانسهای قبلی کوشیدم راههای رسیدن به روش مطلوب و مؤثرتر را که منجر به یادگیری ریاضی در دانش آموزان می شود مطرح نمایم و نتیجه موفقیتهایی را که در این زمینه داشتم عنوان کنم. امّا صحبت مذکور آن چنان ضربه ای به من زد که تا مدتی گیج بودم و به خاطر تلاشم در این چند سالهٔ تدریس بر سر دو راهی قرار گرفتم. مستأصل ماندم که چه چیز درست است و چه چیز غلط؟ آیا باز هم باید در جهت تفهیم و یادگیری ریاضی بکوشم و در دانش آموز قوهٔ استدلال و تفکر را پرورش دهم؟ یا این که به توصیه های دوستم او را با تکنیکها و تاکتیکهای کنکور آشنا کنم و وقت دانش آموز و نیروی خودم را بیهوده در جهت ارائهٔ مطالب اساسی و تشریح مسائل به هدر ندهم. به همین جهت مقالهٔ حاضر به بررسی همین مسأله می پردازد.

وظیفهٔ ما معلمین چیست؟

اگر قرار است دانش آموز را برای گذر از کنکور آماده نمائیم، پس این همه اثبات، توضیح و تشریح چه معنایی دارد؟ و اگر جز این است که باید باشد ـ چرا نباید هماهنگ عمل شود که من معلم متهم شوم به این که ما معلمین بیهوده وقت دانش آموزان را تلف می کنیم و بی جهت وارد جزئیات می شویم. مدارس موفق که درصد بالای قبولیشان در کنکور ضامن موفقیت شان است ـ حال چند درصد پذیرفته شدگان در دانشگاههای معتبر از چنین مدارسی هستند، جوابش به عهدهٔ خوانندگان است ـ به معلمین توصیه می کنند که در کمترین وقت کتاب را تمام کنند و از همان ابتدای شروع ترم، تست کار کنند.

چگونه است که تدریس مطالب کتاب و توضیح و تشریح قضیه های مهم و برخی غیرقابل درک برای دانش آموزان اتلاف وقت محسوب می شود؟ و اگر چنین است چرا کتابها بر این اساس تألیف شده اند؟

متأسفانه جامعهٔ ما، مردم ما و مراکز پیش دانشگاهی اغلب به نتیجه های آنی و کوتاه مدت فکر می کنند و تمام همّ و غمشان برای نیل به موفقیت در کنکور است. این که پس از آن چه خواهد شد و آیا دانش آموزان دیروز و دانشجویان امروز قادر به درک مفاهیم پیچیدهٔ ریاضی در دانشگاه هستند یا خیر و میزان افت آنها در دانشگاهها چقدر است، ربطی به آنها ندارد.

و من که دغدغهٔ یادگیری دانش آموز را دارم و می خواهم به او فرصت دهم تا بتواند حتی با حلّ یک مسأله، لذت ناشی از تلاشش

بسیاری از دانش آموزانی که دیپلم گرفته اند و دورهٔ پیش دانشگاهی را می گذرانند نه توانایی استفاده از مطالب قبلی را دارند و نه با کار گروهی آشنا شده اند و نه حتی قدرت مشارکت فکری با یکدیگر را دارند. این چنین برخوردی با مسأله و درس در مورد کسانی که خواهان ورود به دانشگاه هستند، بسیار معنی دار است و جای تأمل و بازنگری اساسی دارد.

را احساس کند، نمی توانم خود را هماهنگ و همسو با جریانی کنم که می دانم عاقبتش چه خواهد بود. سالها کوشیدم دریابم، معلمهای موفق چگونه معلمانی هستند و تدریس خوب چگونه تدریسی است؟ و هنگامی که فکر می کنم به نتیجه رسیده ام و رضایت خاطر دانش آموزان و نتایج آنها در امتحانات و آرامششان را در کلاس مشاهده می کنم، با یک شوک مواجهه می شوم و پی می برم برای آموزش ریاضی در کشورمان به ویژه در دورهٔ پیش دانشگاهی باید الفبای دیگری نوشته شود و متخصصان کلاسهای کنکور به آموزش معلمان در این زمینه بپردازند تا همهٔ معلمها با تلمذ در محضر آنها بتوانند به موفقیتهای حتمی نائل شوند!! آنچه را که با تلاش و صبر و مطالعه و تحقیق به آن رسیده بودم با صحبتهای حکیمانه و کارشناسانهٔ دوستم انگار به حبابی تبدیل شد و برای مدتی به این فکر افتادم که آیا تمام این تلاشها عبث و بی فایده بوده است؟ آیا باید به تمام یافته هایم پشت پا بزنم و توصیه های جدی این عزیزان را به کار بندم؟

تصویر کلی تدریس ریاضی در دورهٔ پیش دانشگاهی

همه می دانیم دانش آموزی که در آموزشگاههای بیرون از مدرسه درس می خواند و برای کنکور آماده می شود، فضای کلاس و درس برایش سنگین شده و حاضر به یادگیری و مشارکت در کلاس نیست؛ چون به این باور رسیده که راه موفقیت آن است که کلاسهای تضمینی کنکور به او می گویند و حضور در کلاس جهت رفع تکلیف و گاهی تطبیق دادن مطالب گفته شده در کلاس با آموزشگاهها می باشد در چنین شرایطی چه باید کرد؟

تدریس در دورهٔ پیش دانشگاهی (در حال حاضر) حداقل در دروس ریاضیات ـ مجالی به معلم نمی دهد تا کاری اساسی و اصولی بکند. وقتی قدم به کلاس می گذاری باید به همهٔ آنچه بزرگانِ فکر و اندیشه و متخصصان آموزش ریاضی گفته اند پشت کنی، گچ به دست بگیری و مدام بگویی و بنویسی تا در آخر ترم توانسته باشی کتاب را تمام کنی و تمرینها را حل نمایی. اگر بخواهی دانش آموزان را در امر یاددهی ـ یادگیری سهیم کنی و مشارکت آنها را بطلبی وقت به سرعت از دست می رود و دغدغه ها و اضطرابهای ناشی از کمبود وقت، آن چنان فضا را سنگین و نگرانت می کند که ناچار از خیر مشارکت می گذری، آن هم در دوره ای که تأکید صاحبنظران به گونه ای دیگر است:

«درسهای ریاضی نباید بر حفظ قواعد و برگرداندن آنها از طریق برگزار کردن امتحانات با مسائل معمولی تأکید کنند. دانش آموزان باید دریابند که ریاضیات تفکر است، نه زورآزمایی با ذهن» زمان را تنها باید به کاربردهای واقعی ریاضی اختصاص داد. حتی در حالتی بسیار مطلوبتر از این، کاربردهای واقعی ریاضی باید در جهت ایجاد انگیزش و نیاز به تکنیکهایی خاص در ریاضی به کار گرفته شوند.

... به همان اندازه که بر محتوای آموزشی دروس تأکید می شود، باید از تکنیکهای آموزشی مفید و متنوعی که وجود دارد بهره جست. در سالهای اخیر، گامهای مؤثری در این راه برداشته شده است. دیگر استفاده از تخته سیاه و صحبت کردن مدام برای دانش آموزان، تنها سلاح معلمین دبیرستانی نیست. این قضیه کاملاً جدی است. [گفتن، آموزش نیست و شنیدن نیز یادگیری نیست.] با این جمله باید زندگی کرد.

ایجاد موقعیت هایی که دانش آموزان به یاری یکدیگر مطلبی را فرا می گیرند، هم در پروژه های کلاسی و هم در پروژه های خارج از کلاس با تکیه بر مسائل چند جنبه ای یادگیری از طریق کشف در مراکز کامپیوتر و یا استفاده از ماشینهای حساب، ارائه گزارشهای مکتوب، همه و همه باید شیوه های آموزشی در سطح دبیرستان را تشکیل دهند. این تعبیر باید بیشتر فرصتهایی را فراهم آورد که در آنها دانش آموزان به شکلی فعال و غیرمنفعل، مطالب را فرا بگیرند.

امتحانات باید به گونه ای برگزار شوند که بر پرسشها و مسائل مفهومی، تأکید کنند و به جای سنجش میزان توانایی دانش آموزان در حفظ پاسخ مسأله ها، آنها را به تفکر وادارند[۱].

... در آستانهٔ قرن جدید، هنوز محتوای صلب و کهنه و قدیمی را در برنامه های درسی سنّتی، فرض انگاشتن، ارزشیابی را در باز پس گرفتن آنچه که به دانش آموز یاد داده ایم، خلاصه کردن و تدریس را در «ارائه یکنواخت و منفعلانهٔ محتوای آموزشی» به دانش آموز دیدن، یک خطای نابخشودنی و جبران ناپذیر است. در نتیجه اگر اعتقاد به تغییر در چنین نگرشهایی وجود داشته باشد، آموزش معلمان، روشهای ارزشیابی، برنامه های درسی، انتخاب محتوا و نقش یادگیرنده در یادگیری، از چالشهای جدّی نظام آموزشی و جامعهٔ آموزشی ریاضی خواهد بود.»[۲]

مدتی است دستورالعمل ها و بخشنامه هایی در ردّ معلم محوری و امر به مشارکت و فعالیت گروهی مطرح شده

حفظ کردن مسائل و جوابهای آنها توسط دانش آموز بدون آن که کمترین درکی از موضوع داشته باشد، بسیار تأسف بار است. با مشاهدهٔ تب و تابهای ناشی از شرکت دانش آموزان در المپیادها (ابتدایی، راهنمایی) در خانواده ها، احساس می کنی سیلی بنیان کن جامعه را فراگرفته و همه بدون هدف اسیر سیلاب شده اند و تو می مانی که چه می توان کرد و چه باید بکنی؟

تا زمانی که در جامعهٔ آموزشی ما به معلم به عنوان مهره‌های شطرنج نگاه شود که باید توسط دیگران حرکت داده شود و در تصمیم گیری ها و برنامه ریزیها دخالتی نداشته باشد، واضح است که نمی توان توقع پویائی و تحرک و ابتکار عمل از وی داشت.

است. از مدرسه محوری صحبت می شود و این که معلم در کلاس درس همراه دانش آموز زندگی کند. امّا «مدرسه محوری بدون واگذاری بخشی از اختیارات آموزشی به معلمان توانا، دلسوز، علاقه مند و مسؤولیت پذیر امکان ندارد. ممکن است برای بعضی این سؤال مطرح شود که آیا جامعهٔ معلمان ما آمادگی پذیرش چنین مسؤولیتی را دارد؟ به نظر می رسد که در جواب باید گفت: تا در زمینهٔ آموزش معلمان و تغییر باور جامعه نسبت به این مسأله سرمایه گذاری عملی نشود، طبیعی است که علاقه و حس دلسوزی به تنهایی کارآیی لازم را نخواهند داشت. امّا با توجه به این که معلمان یکی از رکن های اصلی نظام آموزشی هستند و بدون خواست آنها، هیچ تحول آموزشی به موفقیت واقعی نخواهد رسید، لازم است که برای تقویت، حمایت، جذب و نگهداری و اعتلای علمی، حرفه ای این ستونهای اصلی آموزش، برنامه ریزی های تازه و بدیع انجام گیرد» [۳]. حال در کلاسهای درس ما چه می گذرد و به ویژه در دورهٔ پیش دانشگاهی چگونه عمل می شود؟ خود داستان دیگری است که مجالی دیگر می طلبد.

همان طور که ذکر شد، به دلایل گوناگون، بسیاری از معلمها به هیچ یک از این توصیه ها نمی توانند توجه کنند و اگر به راستی خواهان تدریسی فعال و بهینه باشند فقط حسرت می خورند و در عمل همان کاری را می کنند که بر جامعه آموزشی ما حاکم است، یعنی: تدریس یک سویه، خشک و در قالب ارائه اطلاعات و مطالب جدا از هم.

در ترم گذشته از دانش آموزان خواستم مسأله ای را حل کنند. قبل ازاین که حتی بررسی کنند، اظهار ناتوانی کردند. راهنمائیشان کردم، شاید به نتیجه برسند. احساس می کردم که نمی خواهند فکر کنند و راه حل پیدا کنند. به آنها گفتم کمی فکر کنید و با یکدیگر مشورت نمائید. شاید به نتیجه برسید. با تعجب گفتند: با هم حل کنیم؟ گفتم حتماً. می گفتند ما فکر کردن بلد نیستیم. ناباورانه نگاهشان کردم، اظهار داشتند: ما هیچ وقت با یکدیگر کار نکرده ایم و اصلاً یاد نگرفته ایم فکر کنیم و با هم مشورت کنیم. به آنها فرصت دادم تا شاید به نتیجه برسند. با اولین مورد نتیجه گیری می کردند. پرسیدم: آیا می شود با مشاهدهٔ یک مورد به نتیجه رسید؟ جوابها مأیوس کننده بود. از آنها خواستم با توجه به درسهای گذشته و مطالبی که در قبل خوانده اند راه حلّ مناسب را پیدا کنند. یادآوری کردم ما با مشاهدهٔ چند مورد می توانیم «حدسیه» بسازیم و بعد حدس خود را از طریق استدلال استنتاجی ثابت کنیم. در مواردی که به زعم خود مسأله ای را اثبات می کردند مثال نقض می زدم. برایشان بی معنی بود. وقتی از آنها می پرسیدم چطور نمی توانند از مطالبی که سال گذشته ـ جبر و احتمال ـ خوانده اند استفاده کنند؟ اکثر آنها ادعا می کردند که فصل اول را نخوانده و یا تعاریف را به صورت جزوه نوشته اند. این موضوع خاص یک کلاس و یک مدرسه نیست. در ترمهای متعددی که درس داده ام با آنکه نمره های ریاضی سال گذشته آنها در حد قابل قبولی بوده است، مطالب را خوب متوجه نشده اند و وقتی بنا به ضرورت گریزی می زنم و بعضی از مباحث مورد نیاز را توضیح می دهم احساس می کنم برایشان تازگی دارد! به طور کلی، بسیاری از دانش آموزانی که دیپلم گرفته اند و دورهٔ پیش دانشگاهی را می گذرانند نه توانایی استفاده از مطالب قبلی را دارند و نه با کار گروهی آشنا شده اند و نه حتی قدرت مشارکت فکری با یکدیگر را دارند. این چنین برخوردی با مسأله و درس در مورد کسانی که خواهان ورود به دانشگاه هستند، بسیار معنی دار است و جای تأمل و بازنگری اساسی دارد.

آیا وقت آن نرسیده است که جوانانمان را برای زندگی کردن و رویارویی با زندگی و آینده تربیت کنیم؟ آیا هدف از تحصیل این نیست که افرادی فهیم، مستدل، متفکر و خلاق پرورش یابند که بتوانند از فکر خود بهره بگیرند و در شرایط بحرانی قدرت تصمیم گیری، ابتکار عمل، خلاقیت، ابداع و نوآوری داشته باشند؟ آیا اکنون که در سال جهانی ریاضیات قرار داریم و همهٔ نهادها و سازمان ها، حداقل برای همرنگ شدن با شعارهای جهانی هم که شده، به تبلیغ در این امر پرداخته اند، نباید از این محمل استفاده کنیم و نسبت به ایجاد تغییرات اساسی در آموزش ریاضی به ویژه در دورهٔ ابتدایی و راهنمایی بیشتر فکر کنیم؟ آیا وقت آن نرسیده که به قول دیوئی مدرسه را خود زندگی بدانیم و نه فقط دربارهٔ زندگی؟

برای جامهٔ عمل پوشاندن به این حقیقت، دیگر «فقط دریافت حقایقِ خشک، جدا از هم، بدون کاربرد ومنفصل ریاضی، به تنهایی کافی نیُست، بلکه باید بیشتر به یادگیری، استدلال، مدل سازی، ایجاد ارتباط بین اجزای ریاضی، گسترش ارتباطات از طریق ریاضی و افزایش توانایی های حل مسأله در دانش آموز پرداخت. چنین دورنمایی از ریاضی، در واقع همان چیزی است که دیوئی از آن تعبیر زندگی را دارد. دانش آموز در مدرسه می خواهد با ایجاد اعتماد به نفس و با افزایش

علاقه و انگیزه، از طریق یادگیری ریاضی احساس قدرتمندی علمی بیشتری کند و توان حل مسائل واقعی امّا غیرکلیشه‌ای و فی البداهه را پیدا کند. چنین نگرشی به ریاضی مستلزم تغییر نگرش به انتخاب محتوا، روشهای تدریس و روشهای ارزشیابی و به طور کلی تغییر نگرش به مدرسه است»[۴].

آموزش معلمان در دوره‌های ابتدایی و راهنمایی از اهمّ مسائلی است که باید بدان پرداخته شود، زیرا هیچ تغییری در آموزش ریاضی ممکن نخواهد شد مگر آن که سنگ بنای اولیه درست تعبیه گردد. با این اوضاعی که کنکور در جامعه به وجود آورده، در حال حاضر هر نوع تحولی در آموزش ریاضی دورهٔ دبیرستان و پیش دانشگاهی تقریباً غیرممکن و محال است و اگر قرار باشد تحولی در این زمینه ایجاد شود بهتر است در همهٔ مقاطع به خصوص ابتدایی و راهنمایی باشد و این امر جز از طریق آموزش معلمان و تغییر باور آنها نسبت به آموزش ریاضی در درجهٔ اول و تغییر باور جامعه و مردم نسبت به این امر در مرحله بعد امکان پذیر نیست.

[همان طور که مامفورد رئیس I.M.U تأکید کرده است، تدریس و آموزش نقش اساسی در تغییر تصور جامعه نسبت به ریاضی دارد و نقش آموزش ریاضی و معلمان ریاضی در رسیدن به این اهداف بسیار برجسته و چشمگیر است[۵].]

به همین دلیل باید ترتیبی داد که علاوه بر برگزاری دوره‌های توجیهی و ضمن خدمت معلمان در رابطه با آموزش ریاضی، معلمان دبستان و راهنمایی حتی به اجبار هم که شده در این قبیل کنفرانسها شرکت کرده و حضوری فعال داشته باشند، در غیر این صورت نتایجی که مورد نظر است حاصل نخواهد شد و ارزش افزوده‌ای که از برگزاری چنین همایش هایی انتظار می رود به دست نخواهد آمد. معلم هایی که به تدریس ریاضی می پردازند باید «از ریاضی لذت ببرند و به گونه‌ای عمل کنند که دانش آموزان نیز متوجه آن بشوند و آنها را یاری کنند تا چنین حالتی را در خود به وجود آورند»[۶].

مدتی است که تب شرکت در المپیاد آن هم برای دوره‌های ابتدایی و راهنمایی بالا گرفته و معلمین مدارس نمونه درصدد آن هستند که تعدادی از دانش آموزان را برای شرکت در المپیاد آماده کنند و این کار معمولاً از طریق کتابهایی انجام می شود که به انحاء مختلف در دسترس آنها قرار می گیرد. حفظ کردن مسائل و جوابهای آنها توسط دانش آموز بدون آن که کمترین درکی از موضوع داشته باشد، بسیار تأسف بار است. با مشاهدهٔ تب و تابهای ناشی از شرکت دانش آموزان در المپیادها (ابتدایی، راهنمایی) در خانواده ها، احساس می کنی سیلی بنیان کن جامعه را فراگرفته و همه بدون هدف اسیر سیلاب شده اند و تو می مانی که چه می توان کرد و چه باید بکنی؟

چه باید کرد؟

اگر بخواهیم آموزش ریاضی متحول بشود که باید بشود زیرا در حرکت به سوی توسعه، چاره‌ای جز پرداختن به آموزش آن هم آموزش ریاضی نیست[۷]. باید موارد زیر مورد توجه قرار گیرد:

۱ـ تدریس ریاضی در دوره‌های ابتدایی و راهنمایی به طور کامل بازسازی شود و معلمان به لزوم آموزش ریاضی واقف شوند. تا بتوانند در دانش آموزان نیز، انگیزه و شوق یادگیری ریاضی را ایجاد نمایند. در این راستا لازم است که در برنامه‌های درسی و موضوعهای درسی مراکز تربیت معلم نیز تغییراتی ایجاد شود و دانشجویان این مراکز با لزوم تغییر در تدریس و نحوهٔ تدریس و روشهای نوین آموزش ریاضی آشنا شوند.

[همان طور که آناسیرپینسکا در سرمقالهٔ خبرنامهٔ تابستان ۱۹۹۸ سال جهانی ریاضیات ۲۰۰۰ اشاره کرده، هنوز تصوّر عمومی نسبت به ریاضی ضعیف و ناچیز است. زیرا اغلب مردم ریاضی را فقط به عنوان یک موضوع درسی کسالت بار می بینند که در آن یا شکست می خورند یا به ندرت موفق می شوند. در نتیجه به مناسبت سال جهانی ریاضیات ریاضیدانها باید دست به فعالیتهایی بزنند تا نشان دهند ریاضی تا چه اندازه می تواند هیجان انگیز باشد و با چه گستردگی می تواند قابل کار بست و استفادهٔ واقعی در جامعه اطلاعاتی مدرن باشد.]

ایجاد چنین تصوری در جامعه، مستلزم تغییر نگرش برنامه ریزان آموزشی و درسی به یادگیری، تبیین جدید هدفهای آموزش عمومی و تغییر باور معلمان ریاضی نسبت به یادگیرندگان ریاضی است.

«واضح است که تغییر نگرش و تغییر باور نه با نصیحت و سخنرانیهای هیجانی امکان پذیر است و نه با تحمیل و دستور و صدور بخشنامه! برای تغییر نگرش و تغییر باور، باید افقهای تازه با پشتوانه های پژوهشی معرفی شوند و چشم اندازهای جدید بررسی گردند و همهٔ اینها نیازمند کنار گذاشتن مطلق بینی ها و جزم اندیشی ها است. در عصر جدید، گوناگونی انسانها، تنوع مشاغل، سرعت غیرقابل تصور تکنولوژی، رشد لحظه به لحظهٔ علوم، برتری فکر به عمل، نیازمندی بیشتر شهروندان به یادگیری، رقابتهای بین المللی و نیازهای بومی و بسیاری عوامل دیگر

معلمان مخاطبان اصلی این کنفرانس هستند، امّا بسیاری از آنها به دلیل کمبود وقت و عدم جبران وقت از دست رفته نخواستند و یا نتوانستند در این جلسات شرکت کنند و آنهایی که با هزار دغدغه در اینجا حاضر شده اند علاوه بر مشکلات خودشان باید جوابگوی کلاسهای بی معلم و مدعیان متعدد باشند.

ضرورت دوباره نگری در آموزشهای معلمان روشهای ارزشیابی و برنامه های درسی ریاضی را بیش از گذشته ایجاب می کند» [۸].

برنامه های مراکز و معلم ها بود که با آغاز سال تحصیلی خود را نشان داد. طبیعی بود وقتی مراکز با کاهش ساعت تدریس مواجه شوند همهٔ برنامه ها به هم می خورد. به همین

کردن را هم از معلم می گرفت، چه رسد به آن که معلم با تأنی و آرامش کلاس را اداره کند و دانش آموزان را در یادگیری سهیم نموده و آنها را وادارد که فکر کنند. معلم آن قدر درگیر تمام شدن مطالب کتاب است که این دغدغه و تشویش را به دانش آموزان هم انتقال می دهد. اگر نتواند از تمام ساعات بهره بگیرد، اگر به تعطیلی برخورد، اگر اتفاقی برایش بیفتد، اگر بدون اطلاع و برنامه مریض شود! که البته چنین حقی ندارد!! اگر مثل حالا که تعدادی از ما در کنفرانس شرکت کرده ایم، کلاس را از دست بدهد، اگر ... اگر ... و اگر ... نتواند جبران مافات کند و ساعات تلف شده را به دست آورد [اگر چه شرکت در هیچ یک از همایش های علمی اتلاف وقت محسوب نمی شود و اگر با دید کلان به مسأله نگاه کنیم نتایج مفید آن به جامعهٔ آموزشی برمی گردد.] کلاهش پس معرکه است. چون در چنین شرایطی تا بخواهد به دانش آموز و مدیر و مشاور و خانواده ها و جامعه بباورانند که آموزش صحیح آن چیزی نیست که آنها توقع دارند، از قافله عقب مانده، ترم به پایان رسیده، کتاب نیمه تمام مانده و گاهی امتحانات هماهنگ و ... تو می مانی و مدعیان متعدد و ... «تو خود حدیث مفصل بخوان از این مجمل».

هنوز هم فکر می کنم ما به عنوان معلم رسالت آموزش را در همهٔ ابعاد به عهده داریم و آمادگی برای کنکور را باید به همان کسان و کلاسهایی که متولی این امر هستند واگذار یم. هنوز هم معتقدم، موفقیت معلم در آن است که بر دانش آموزان تأثیر مثبت داشته باشد و آنها را وادارد که فکر کنند و به آنها لذت حل مسأله را بچشانند.

۲ ـ نحوهٔ ارزشیابی در تمام مقاطع براساس اهداف صحیح آموزش صورت گیرد «امتحانات باید به گونه ای برگزار شوند که بر پرسشها و مسائل مفهومی تأکید کنند و به جای سنجش میزان توانایی دانش آموزان در حفظ پاسخ مسأله ها، آنها را به تفکر وادارند» [۹].

۳ ـ هر تغییری در اجرا یا برنامه های درسی براساس پژوهشهای انجام یافته صورت گیرد و پیامدهای احتمالی آنها قبلاً بررسی شود، در غیر این صورت مشکلاتی را هم برای معلمین، دانش آموزان و هم برای مدیران و برنامه ریزان فراهم خواهد کرد که هزینه های چنین تغییراتی به مراتب بیش از صرفه های احتمالی آنها خواهد بود.

نمونه بارز آن تغییراتی بود که در سال تحصیلی جاری منجر به کاهش ساعت تدریس برخی دروس از جمله ریاضیات پیش دانشگاهی شد.

این طور به نظر می رسد که بدون بررسیهای کارشناسانه و همه جانبه و بی آنکه نظر حداقل تعدادی از معلمین را جویا شوند اقدام به این تصمیم و ابلاغ آن به صورت بخشنامه به مراکز نمودند. مشکلات ناشی از این تصمیم هنوز زود است که مشخص شود. امّا آنچه قابل مشاهده بود، آشفتگی در ایجاد

جهت نقل و انتقال معلم ها از مراکز شروع شد و ما با این معضل مواجه شدیم که چگونه می توان یک یا دو ساعت کاهش در تدریس را جبران کرد. جالب است که هنوز هم مسؤولین بر تهیهٔ طرح درس و بودجه بندی کتاب و ... تأکید و اصرار می ورزند. امّا معلم که نقش اساسی را در آموزش دارد، بدون آن که نظرش مهم باشد و یا در جریان قرار گرفته باشد، در ابتدای ترم مواجه با کاهش ساعت تدریس می گردد و همهٔ برنامه هایش نقش بر آب می شود. این مسأله نشان دهندهٔ آن است که وقتی برنامه صلب است چگونه هر تغییری، ارکان آن را به هم می ریزد.

تا زمانی که در جامعهٔ آموزشی ما به معلم به عنوان مهره های شطرنج نگاه شود که باید توسط دیگران حرکت داده شود و در تصمیم گیری ها و برنامه ریزیها دخالتی نداشته باشد، واضح است که نمی توان توقع پویائی و تحرک و ابتکار عمل از وی داشت.

به هر تقدیر، اولین تأثیر این تصمیم ناگهانی پشت پا زدن به تمام اصول تعلیم و تربیت و آموزش بود که حتی فرصت فکر

به همین دلیل است که معلم سعی می کند به هر نحو که شده کتاب را تمام کند و اگر با تجربه باشد بیشتر به مطالب و مباحثی بپردازد که امکان سؤال بیشتر دارد. و اگر بتواند، تکنیکها و تاکتیکهایی را یاد دهد تا دانش آموز در امتحان نمره قابل قبول بیاورد و در ظاهر، مشکلی ایجاد نشود.

علی القاعده، سازمان سنجش باید براساس هدفهای آموزشی، نحوهٔ برگزاری کنکور و تنظیم سؤالات را مشخص نماید.

معلمان مخاطبان اصلی این کنفرانس هستند، امّا بسیاری از آنها به دلیل کمبود وقت و عدم جبران وقت از دست رفته نخواستند و یا نتوانستند در این جلسات شرکت کنند و آنهایی که با هزار دغدغه در اینجا حاضر

شده اند علاوه بر مشکلات خودشان باید جوابگوی کلاسهای بی معلم و مدعیان متعدد باشند.

آیا در چنین شرایطی تدریس می تواند موفق باشد؟ آیا برنامه باید تا این حد خشک و غیرقابل انعطاف باشد که اگر به هر دلیلی نتوانی یک یا دو جلسه، در کلاس حاضر شوی تمام ترم را از دست بدهی؟ اینها سؤالهایی است که پاسخ جدی می طلبد. البته شایان ذکر است که برخلاف گذشته، در دههٔ اخیر همهٔ معلمها کتاب را تمام می کنند امّا با چه کیفیتی و چگونه؟ این همان چیزی است که همهٔ صاحبنظران برای بهبودش تلاش می کنند. دیدن قیافه های پریشان و درمانده و خستهٔ دانش آموزان در کلاسهای درس با برنامه های غلط مدرسه ای ـ به طور مثال ۴ ساعت درس یک هفته را در یک روز و پشت سر هم می خوانند ـ آنقدر پریشانت می کند که نمی دانی چه باید بکنی. آیا به درس دادن ادامه دهی، که در آن صورت آب در هاون کوبیدن است. یا آن که به آنها فرصت دهی فکر کنند و روی مطالب توقف کنند تا یاد بگیرند؟ که اگر چنین کنی حتماً با کمبود وقت مواجه می شوی و ناچار به برگزاری کلاسهای فوق العاده! خواهی بود.

۴ ـ هماهنگی سازمان سنجش با وزارت آموزش و پرورش

در حال حاضر، نظام آموزشی ما به گونه ای طراحی شده که بتواند در جهت هدفهای سازمان سنجش باشد و چنین می نماید که سازمان سنجش است که نوع یادگیری و چگونگی تدریس را در دوره های دبیرستان و پیش دانشگاهی مشخص می نماید. در حالی که علی القاعده، سازمان سنجش باید براساس هدفهای آموزشی، نحوهٔ برگزاری کنکور و تنظیم سؤالات را مشخص نماید. سؤالات کنکور باید هر چه بیشتر به سمت مفهومی بودن پیش بروند، آن هم کاملاً در چارچوب کتابهای درسی، اگر چه سازمان سنجش بارها اعلام کرده است که سؤالات کنکور براساس کتابهای درسی تهیه می شوند، امّا باز هم شاهد آن هستیم که حجم مطالب ارائه شده در دبیرستانها و مراکز پیش دانشگاهی ویژه، دائماً رو به تزاید است و مدارس در این رقابت فرسایشی آن چنان گرفتار شده اند که برای برنده شدن ناگزیرند هر ساله مطالب بیشتری ارائه دهند به این امید که در این مسابقه برنده باشند.

علیرغم آن که نظام آموزشی در ایران متمرکز است، امّا در عمل بعضی از مدارس که بقای خود را در تعداد قبولشدگان کنکور می دانند، از جزوه ها و مطالبی استفاده می کنند که بتواند ضامن این موفقیت باشد. آنها به زعم خود گمان می کنند تدریس موارد تمام کتابهای نظام قدیم و جدید خواهد توانست مشکلات عدم یادگیری را حل نماید! به همین جهت روز بروز به حجم مطالب ارائه شده به دانش آموزان می افزایند، این که این روش تا چه اندازه توانسته است سطح آگاهی و معلومات دانش آموزان را بالا برد و ما را به هدفهای آموزشی برساند، جای تأمل بسیار دارد.

در سال تحصیلی جاری حدود ۷۵٪ قبولشدگان دانشگاههای برجستهٔ دولتی کشور، از شهرستانها بودند (منابع غیررسمی). اگر چه سهمیهٔ مناطق میزان قبولی شهرستانها را افزایش می دهد امّا بیانگر این واقعیت نیز هست که تلاشهای خارج از برنامه و کتاب و تزریق مطالب اضافه چندان موفق نبوده و در نتیجه لزوم بازنگری در برنامه آموزشی مدارس ویژه یا غیرانتفاعی های مخصوص احساس می شود.

در همین جا، لازم است اشاره شود که باید در کنکورهای آزمایشی که ادارهٔ کل آموزش و پرورش استان تهران برگزارکنندهٔ آن است، بررسی به عمل آید و اثرات مثبت و منفی آن مشخص شود که این کار خود مقاله ای مستقل را می طلبد.

[کنکور به شیوه کنونی در حال ویران کردن دانش مملکت است. از ابتدای ورود دانش آموز به دورهٔ راهنمایی هم خودش و هم خانواده اش در تشویش کنکور به سر می برند. علتش هم واضح است. وقتی از میان ۱/۵ میلیون داوطلب قرار است حدود ۱۵۰ هزار نفر پذیرفته شوند. رقابت بسیار بزرگ و مسابقه بسیار سهمگینی به وجود می آید. اگر دانش آموزی علاقمند به رفتن به دانشگاه و ادامه تحصیل باشد، باید همه زندگی خود را در دورانی که می بایست شخصیتش شکل بگیرد، وقف این کار بکند. اگر ذوق هنری داشته باشد، باید آن را تعطیل کند. اگر نقاشی کار می کرد، باید آن را کنار بگذارد. اگر موسیقی کار می کرد باید دیگر کار نکند. حتی همراه خانواده به مهمانی هم نباید برود. اگر کوه می رفت و ورزشی می کرد، باید آن را هم رها کند. باید خود را در اتاقی حبس کند و راه تست زنی را یاد بگیرد. چون تنها راه موفقیت در کنکور همین است. بالاخره هم می خواهد در رشتهٔ X قبول شود ولی در رشتهٔ Y قبول می شود که اصلاً به آن علاقه ای ندارد. این یکی از دلایلی است که جوانان ما در دانشگاه خیلی موفق نیستند. با همهٔ این ها، وقتی وارد دانشگاه هم بشود فقط سرگردانی اش ۴ سال عقب می افتد.

امّا گرفتاری اصلی در آن جاست که این

نتایج منتشر شده از تحقیقات، نشان دهندهٔ آن است که اگر بخواهیم با کاروان عظیم توسعه هماهنگ شده و یا حداقل در این مسیر گام برداریم، نیازمند انسانهایی هستیم که بتوانند خوب فکر کنند، خوب استدلال نمایند خوب تحلیل کنند و در نهایت بهترین تصمیم را اتخاذ کنند یا به عبارتی باید انسانهای ساخته شوند که مسأله حل کن باشند. این امر چگونه اتفاق می افتد؟

فرد در تمام دوران راهنمایی و دبیرستان یعنی دوره ای که باید کتاب بخواند و پژوهش یاد بگیرد و چشمانش را باز کند و هدف آینده اش را تعیین کند، فقط با اضطراب سرگرم تست زدن است. اگر به رشته فیزیک هم علاقمند است در مورد تاریخ آن چیزی نمی داند و اعلام کنید. اظهار می کنند که کنکور معضلی است که راه حل ندارد. من معلم ریاضی هستم. معلم ریاضی عادت دارد که در مواجهه با هر مسأله ای به فکر راه حل آن بیفتد. اگر ثابت کند که این مسأله جواب ندارد، خود این یک راه حل است. یعنی

دیدن قیافه‌های پریشان و درمانده و خستهٔ دانش‌آموزان در کلاسهای درس با برنامه‌های غلط مدرسه‌ای - به طور مثال ۴ ساعت درس یک هفته را در یک روز و پشت سر هم می‌خوانند - آنقدر پریشانت می‌کند که نمی‌دانی چه باید بکنی.

کتابی نمی خواند. چون به درد تست زنی نمی خورد. اگر معلم بخواهد در کلاس نکته ای را با دقت توضیح دهد، دانش آموزان دچار تشویش می شوند و از معلم می خواهند چیزی بگوید که به درد کنکور بخورد و این است که ما جز تعداد بسیار محدودی، نه کتابخوان جدی داریم و نه انسانی تربیت می کنیم که به دنبال علم و دانش به معنای واقعی آن باشد. این را باید بدانیم که در این زمان تعداد محدودی نخبه و خبره نمی توانند مشکل دانش مملکت را حل کنند. ما به انبوه ریاضی دان و انبوه فیزیک دان نیاز داریم و این به شرطی ممکن است که بچه ها از همان سال های راهنمایی به کار مطالعه و پژوهش عادت کرده باشند ... یکی از بزرگان ایرانی می گوید: «راه چه یک فرسنگ و چه هزار فرسنگ، جز با رفتن به انجام نمی رسد». درست است معضل کنکور راه حل ساده ای ندارد و این هم درست است که باید ارگان های مختلفی با هم جمع شوند و با کمک متخصصان یعنی جامعه شناسان، روانشناسان، اساتید علمی دانشگاهها و بسیاری افراد صاحب نظر دیگر، راه حلی پیدا کنند. امّا پرسش من از مسئولان آموزش و پرورش این است که تاکنون در جهت حل این معضل چه اقدامی کرده اید؟ به کدام ارگان اطلاع دادید که ما حاضریم در این بحث شرکت کنیم، شما هم حضور خود را مسأله را حل کرده است. در کدام بحث اجتماعی ما به این نتیجه رسیده ایم که کنکور هیچ راه حلی ندارد؟ و فقط کشور ما باید درگیر آن باشد. وقتی آموزش و پرورش می بیند که سواد دانش آموزان ما در حال ویران شدن است، به کدام مرجع ذی صلاح که مورد قبول خودش هم باشد مراجعه کرده است؟ کدام سمینار را برای حل این معضل تشکیل داده است؟ آموزش و پرورش باید از افراد صاحب نظر و مطلع دعوت کند تا در این مورد بحث کنند. بعد از این ممکن است به این نتیجه برسد که این کار از این وزارتخانه به تنهایی ساخته نیست. مثلاً باید وزارت علوم، سازمان برنامه و بودجه مثلاً وزارت معادن هم در حل این مشکل شرکت کنند. خوب به آن ها هم اطلاع دهند تا همه در جلساتی شرکت کرده و راه حل ارائه دهند. هر مقدار جلسه و هر چقدر وقت برای حل این معضل بگذارند. خدمتی به فرهنگ این مملکت کرده اند.] (پرویز شهریاری، ۱۳۷۸)

بنابراین لازم است سازمان سنجش، آموزش عالی، آموزش و پرورش و ... هماهنگ با هم عمل نمایند. در برنامه های تغییر نظام باید دقیقاً مشخص شود که از یک دانش آموز دیپلمه چه انتظاراتی باید داشت و دانش آموز در پایان دورهٔ ۱۲ ساله تحصیل به چه توانائیهایی باید برسد و سازمان سنجش با چه هدفی و بر چه اساسی او را گزینش می کند؟ همهٔ سازمانها و نهادها باید در این جهت باشند که جامعه ای توانا، قدرتمند، سالم و با نشاط، خلاق و مبتکر و فکور بسازند و در این راستا بکوشند.

۵ - باید ترتیبی اتخاذ شود که آموزشهای خارج از مدرسه و کتابهای کمک آموزشی و تبلیغات وسیع رسانه ای در خدمت آموزش و پرورش و اهداف آموزشی باشند نه آن که، چنان اضطراب و سردرگمی در خانواده ها و دانش آموز ایجاد کنند که در این آشفته بازار کسی نداند چه باید بکند و چگونه تصمیم بگیرد زیرا تبلیغات چنان انسان را احاطه می کنند که قدرت تصمیم گیری و تفکر را از انسان سلب می نمایند.

دانش آموز نمی داند ۱۰۰۰ نکته را در ۱۰۰۰ تست بخواند یا به تستهای طبقه بندی شده روی آورد؟ آموزشهای گام به گام مؤثرتر است یا خط صفر؟ آموزش ریاضیات در یک روز چطور؟!! راستی وقتی می توان یک کتاب را در یک روز یاد گرفت؟ چرا باید ۳ ماه در کلاس معطل ماند؟ و در آخر یاد هم نگرفت؟! عنوان این یکی بسیار جذّاب است. کنجکاو می شوی کتاب را بخری ابتدای کتاب با این نوشته مواجه می شوی:

«شاید چنین بنظر برسد که عنوان کتاب شگفت انگیز، غیرمنتظره و تا حدی فریبنده است. اتفاقاً انتخاب این عنوان، دقیقاً به این علت بوده است که حس کنجکاوی خواننده را تحریک کند و مقصود اصلی ما را که استفاده صدها هزار دانش آموز این کتاب است برآورده سازد. به هر حال با دیدن عنوان کتاب، یک خواننده حق دارد بپرسد که مگر می شود ریاضیات را در یک روز فرا گرفت؟ البته که نمی شود! حداقل تا آنجا که ما می دانیم. هیچ آمپول یا کپسولی برای آموزش ریاضیات در یک روز ساخته نشده است. با این اوصاف این کتاب چه ادعایی دارد؟ در جواب باید گفت: بسیاری از دانش آموزان که در یک ترم یا در یک سال کتابهای پرحجم را خوانده اند، می خواهند

یک روز قبل از امتحان مروری بر کتاب داشته باشند. این کتاب به چنین نیازی پاسخ می دهد و اگر دانش آموزان در حل مسائل به نکته یا قضیه ای احتیاج داشته باشند، این کتاب یک مرجع فوری و دست یافتنی برای آنها خواهد بود.»

همان طور که در مقدمهٔ کتاب نیز ذکر شده، نمی شود ریاضیات را در یک روز یاد گرفت، امّا این عنوان می تواند انگیزه در کلاس ماندن و توجه کردن را از دانش آموز بگیرد.

اگر یادگیری را به معنای نمره گرفتن در امتحان تلقی کنیم و یا حفظ قوانین و شگردهایی که دانش آموز را قادر می سازد امتحان را بگذراند و یا حتی در کنکور هم موفق بشود، باید تعریف های جدیدی از یادگیری، یاددهی، تدریس، ارزشیابی و ... به عمل آید و همه دست اندرکاران از مؤلف و مجری و محقق گرفته تا دانش آموز و معلم هماهنگ و همسو با هم عمل کنند و از وقت آزاد شده استفادهٔ بیشتری ببرند. با این حال به نظر می رسد با وجود تمام کتابهای کمک درسی که برخی از آنها را خود وزارت آموزش و پرورش یا سازمانهای وابسته به آن تألیف و تبلیغ نموده و روانه بازار می نماید، باز هم مشکل بسیاری از دانش آموزان لاینحل مانده و آنها مدام از غیرقابل درک بودن کتابهای درسی و ناتوانی خود در یادگیری می نالند و به راههای مختلف ناتوانی خود را عنوان می کنند. در یک نظرخواهی از دانش آموزان رشتهٔ ریاضی در مقطع پیش دانشگاهی موارد زیر به کرات دیده می شد:

«متأسفانه نظام آموزشی که در دبستانها، مدارس راهنمایی، دبیرستانها و حتی دانشگاهها پیاده می شود تا حدود زیادی غلط است. بخشی از این اشکالات نظام تا حدی مربوط به کتابهای آموزشی ما می شود.»

«من نمی دانم کسانی که کتاب را طرح کردند هیچ وقت به این مسأله فکر کردند که آیا این مطالب از عهدهٔ درک ما خارج است یا نه؟ من خودم شخصاً فکر می کنم اصلاً به این مسأله فکر نکردند. اگر فکر کرده بودند این حجم سنگین درس را با این همه مطلب در یک کتاب ۱۲۲ صفحه ای آن هم ظرف ۳ ماه قرار نمی دادند.»

معلم آن قدر درگیر تمام شدن مطالب کتاب است که این دغدغه و تشویش را به دانش آموزان هم انتقال می دهد.

«... قضیه ها بسیار سنگین است و معمولاً یک صفحه یا بیشتر راه حل دارد. خوب من می خواهم بدانم من دختر ۱۸ ساله که دارم برای کنکور می خوانم و ثانیه به ثانیه برای من مهم است چه لزومی دارد ساعتها بنشینم اثبات قضیه ها را بخوانم ولی اصلاً در کنکور نقشی نداشته باشد (بیشتر قضیه ها فقط صورتش مهم است).»

«... یکی از اشکالات کتاب، حجم سنگین مطلب و تمرینهای زیاد و وقت کم است. ما در هفته ۴ ساعت ریاضی داریم و به نظر من محصل این وقت برای یادگیری کامل و دقیق کتاب بسیار وقت محدودی است.»

«... از اشکال دیگر مؤلفان کتابهای ریاضی این است که خیلی سطح بالا توضیح دادند یعنی از قدرت بیان درستی استفاده نکردند. معمولاً کتاب خیلی گنگ و مبهم توضیح داده، یعنی اگر چند بار دبیر آن را توضیح ندهد و خط به خط معنی نکند اصلاً نمی توان هدف کتاب را فهمید ... باور کنید این مشکل من تنها نیست بلکه بیشتر هم سن و سالانم هم این مشکل را دارند.»

«... خلاصه آنقدر قضیه ها مشکل است که وقتی هم دبیر توضیح می دهد برای من قابل فهم نیست در صورتی که به نظر من محتوای هر کتاب باید در سطح درک و فهم بچه های هر کلاس باشد.»

«... یکی از مشکلات ما این است که در بعضی از جاها، مثلاً در اثبات قضیه، وسط اثبات یک سری سؤال کرده که جوابش تقریباً مشکل است و اگر کسی بدون دبیر بخواهد آن را بخواند حتماً با مشکل رو به رو خواهد شد.»

«... خلاصهٔ مطلب، من فکر می کنم که سطح کتابهای ریاضی پیش دانشگاهی در حال حاضر در حد دانشگاه باشد شاید ما همه مثل بقیه این کتاب را پاس کرده و حتی نمرهٔ خوب بیاوریم، ولی این را بدانید با هزار زور و بدبختی نمره آوردن اصلاً نشان دهندهٔ این نیست که ما مطلب کتاب را کاملاً فهمیدیم و در سطح ما است.»

اقداماتی که ذکر آن رفت، همه در جهت ایجاد تحولی در آموزش است که بر اساس آن بتوان به موفقیت رسید. امّا موفقیت چیست؟ چنین به نظر می رسد که ما هنوز تعریف دقیقی از موفقیت، کمال، خوشبختی، توانمندی و ... نداریم و فکر می کنیم برای موفقیت باید همواره کپی برداری کنیم. بدون آنکه به توانائیها، امکانات، خواسته ها، علائق، شرایط فرهنگی، محیط اجتماعی و اوضاع اقلیمی خود توجه کنیم.

اگر خواهان توسعه هستیم باید «جهانی

تمام دغدغه ها برای این است که چگونه زیستن به انسان آموخته شود انسانی که در شرایط نامساعد بتواند عکس العمل مناسب نشان داده و در مواجهه با بحران دچار یأس و وازدگی نشود و بتواند مشکل خود، جامعه و دهکدهٔ کوچک جهانی را که خود جزیی از آن است حل نماید.

فکر کنیم و بومی عمل نمائیم» (گویا، زهرا، ۱۳۷۸ روزنامه فتح) از یک سو کشورهای توسعه یافته ای را می بینیم که روز به روز بر میزان سرمایه گذاری در امر آموزش می افزایند و با صرف هزینه های هنگفت تحقیقاتی سعی دارند به آموزش بهتر دست یابند، زیرا دریافته اند که نتایج چنین شوند که مسأله حل کن باشند. این امر چگونه اتفاق می افتد؟

همان طور که بارها شنیده و خوانده ایم و در چند سالهٔ اخیر در کنفرانسهای آموزش ریاضی به آن پرداخته شده است، آموزش ریاضی اگر درست انجام گیرد، می تواند چنین افرادی را بسازد. چارچوب چنین

من که دغدغهٔ یادگیری دانش آموز را دارم و می خواهم به او فرصت دهم تا بتواند حتی با حلّ یک مسأله، لذت ناشی از تلاشش را احساس کند، نمی توانم خود را هماهنگ و همسو با جریانی کنم که می دانم عاقبتش چه خواهد بود.

سرمایه گذاریهایی در آینده چندین برابر خواهد بود و برای آنکه هم موقعیتِ کنونیشان را حفظ کنند و هم در آینده همچنان در صدر باقی بمانند نیازمند چنین سرمایه گذاریهای زیربنایی هستند. یک بررسی ساده در مورد کشورهای توسعه یافته، بخصوص آنها که به تازگی به توسعه دست یافته اند نظیر کره جنوبی، ما را متوجه این حقیقت می کند که عامل عمدهٔ موفقیتشان توجه به آموزش بوده است. زیرا کشورهای دیگر از نظر تجهیزات، ماشین آلات، سرمایه امکانات طبیعی و ... چیزی کم نداشته اند. با این حال نتوانسته اند به موقعیت مشابهی دست یابند که علت عمده را علاوه بر پاره ای از مسائل باید در آموزش نیروی انسانی دانست که نقش تعیین کننده ای در توسعه داشته است. ما نیز می توانیم از این رهگذر استفاده کرده و از نتایج چنین تحقیقاتی بهره مند شویم و هر حرکتی را بر مبنای پژوهشهای انجام یافته و با توجه به شرایط خود انجام دهیم. نتایج منتشر شده از تحقیقات، نشان دهندهٔ آن است که اگر بخواهیم با کاروان عظیم توسعه هماهنگ شده و یا حداقل در این مسیر گام برداریم، نیازمند انسانهایی هستیم که بتوانند خوب فکر کنند، خوب استدلال نمایند خوب تحلیل کنند و در نهایت بهترین تصمیم را اتخاذ کنند یا به عبارتی باید انسانهای ساخته آموزشی را از ده فرمان معلمان پولیا گرفته تا توصیه های علمی-حرفه ای آموزشگران ریاضی در سالهای مختلف در نحوهٔ تدریس ریاضی و نگرش جامعه و معلمین نسبت به ریاضی می بینیم.

تدریسی که جریان یادگیری را تسهیل کند و دانش آموز را برای مقابله با دشواریهای زندگی آماده نماید. به عبارتی تمام دغدغه ها برای این است که چگونه زیستن به انسان آموخته شود انسانی که در شرایط نامساعد بتواند عکس العمل مناسب نشان داده و در مواجهه با بحران دچار یأس و وازدگی نشود و بتواند مشکل خود، جامعه و دهکدهٔ کوچک جهانی را که خود جزیی از آن است حل نماید.

«دانش آموز در مدرسه باید یاد بگیرد که برای مسائل حل نشدهٔ خود و جامعه ای که در آن زندگی می کند راه حلهای اصولی پیدا کند. دانش آموز امروز برای فردای نزدیکی تربیت می شود که در آن، قدرت از دانایی حاصل می شود نه فقط زور بازو!»

فردایی که وابسته به تکنولوژی و مدل سازی و برنامه ریزی است و چنین فردایی، بلامنازع نیاز روزافزون به توانمندی ریاضی افراد جامعه دارد. منتها این توانمندی از طریق تکرار و تمرینهای کلیشه ای، کسالت آور، خشک و خسته کننده و با محتوا و روش کهنه حاصل نمی شود.

این توانمندی ها از طریق روشهای بدیع و جذاب و در کلاسهایی سرشار از روح زندگی ایجاد می شود. در قرن بیست و یکم، دانش آموزان ما بیش از هر چیز، به یاد گرفتن یادگیری و یادگیرندهٔ مستقل شدن نیازمند هستند. با این حال جریان آموزشی فعلی پاسخگوی چنین نیازهایی نیست. متأسفانه در چند سال اخیر، گاهی مدرسه های ما تبدیل به آموزشگاههایی شده اند که فقط در آنها، موضوع درس دنبال می شود. زیرا در بسیاری مواقع، آموزش غیررسمی در حاشیهٔ آموزش مدرسه ای، مدارس را از موضوعیت انداخته اند و باز هم متأسفانه بعضی تأکیدات موجود آموزشی، زندگی طبیعی مدرسه را مختل کرده است، تبلیغات بی رویه برای انواع آموزش های غیررسمی شامل تدریس خصوصی، کلاس خصوصی و کتابهای اغلب غیرکارشناسی کمک درسی، اعتبار واقعی مدرسه را زیر سؤال برده است ... از طرف دیگر دانش آموزانی که از طریق آموزشهای غیررسمی و واسطه ای تغذیه می شوند، در کلاس درس خسته و بی انگیزه شده و کلاً چنین فضایی اجازه یک زندگی سالم را به آنها نمی دهد. بعضی خانواده ها نیز بدون توجه به عقوبت دخالتهای دلسوزانه و غیرمتخصصانهٔ خود و از شدت ناچاری، ابتکار عمل را به دست می گیرند و ناخواسته به بی رمق کردن حیات مدرسه کمک می کنند.

در این گیر و دار و با این شرایط ما به کجا خواهیم رسید؟

من معلم که بعد از سالها تدریس بر سر دو راهی قرار می گیرم. حتی اگر زودگذر باشد- چگونه می توانم تضاد ناشی از این دوگانگی را که بر آموزش ما سایه افکنده است برای دانش آموز حل نمایم. او- دانش آموز- به عنوان یک جوان، جوانی که خواهان رسیدن به افقهای تازه است و نگاه به آینده دارد. آیا برای رسیدن به هدف باید پیرو برنامه های مدرسه باشد؟ یا تبلیغاتِ

وسیع کلاسهای خارج از مدرسه و کتابهای کمک آموزشی! آیا باید از همان ابتدای ورود به دبیرستان برای موفقیت در کنکور به توصیه های صاحبنظران غیرمتخصص توجه نماید و وقت خود را معطوف تست زدن و حفظ کردن نکات کنکوری کند؟ یا به خود اجازه دهد تا با آرامش و تأنی و با چشمانی باز ببیند و بفهمد و درک کند، اشتباه کند، اشتباه خود را جبران کند تا یاد بگیرد و لذت ببرد و برای زندگی بهتر و فردای بهتر ساخته شود و زندگیش توأم با تلاش و موفقیت باشد. جرج برنارد شاو می گوید: «زیستنی که با اشتباه کردن همراه است، نه تنها افتخارآمیز، بل مفیدتر از زیستنی است که بدون انجام دادن هیچ کار مفیدی سپری گردد. و ویلیام جیمز می گوید: بزرگترین اکتشاف نسل من این است که نوع بشر با اصلاح دیدگاههای ذهنی خود می تواند زندگیش را بهبود بخشد.»

و باید این فرصت در اختیار نسل جوان قرار بگیرد تا بتواند ببیند، آزمایش کند، اشتباه کند و دیدگاههای ذهنی خود را اصلاح نماید تا زندگیش بهبود یابد.

بنابراین در این شرایط، حداقل کاری که می توان انجام داد این است که در نحوهٔ ارائهٔ مطالب کتابهای درسی، میزان ساعات تدریس و ... تجدیدنظر به عمل آید و اگر قرار است دانش آموزان پس از پایان این دوره توانائیهای قابل قبول را برای ورود به دانشگاه کسب کنند باید به آن بها داده شود. از آنجا که دانش آموزان فکر می کنند، تشریح و اثبات مطالب به درد کنکور نمی خورد، توجهی به یادگیری ندارند و حتی حضور در کلاس و مدرسه را اتلاف وقت می دانند ـ دلیل آن هم افزایش تعداد دانش آموزانی است که به صورت غیرحضوری واحدهای خود را می گیرند ـ بنابراین شاید شرط معدل دورهٔ پیش دانشگاهی برای ورود به دانشگاه یا ضریب بالای آن در کنکور باعث شود که دانش آموزان به یادگیری مفاهیم توجه کنند و یا آنکه سؤالات کنکور کاملاً بر اساس یادگیری مطالب درسی باشد.

با وجود مشکلاتی که مطرح شد در شرایط کنونی شاید تدریس مؤثر و مفیدی در ریاضی دورهٔ پیش دانشگاهی وجود نداشته باشد. با این حال، طریقهٔ تدریس چند مبحث از کتاب ریاضیات گسسته را جهت اطلاع حاضران عنوان می نمایم و امیدوارم مورد قبول واقع شود ـ از ذکر این قسمت خودداری می شود و بعضی مطالب عملاً بررسی خواهد شد ـ لازم به ذکر است قبل از شروع به تدریس، سؤالهایی را در کلاس مطرح می کنم و جواب آن را از دانش آموزان خواستارم. جوابهای مختلفی که به سؤال ها می دهند، میزان آگاهی آنها را نسبت به مطلب نشان می دهد. سعی می کنم خودشان جواب را حدس بزنند و از مشاهدهٔ موارد جزئی نتیجه گیری کنند.

برای این که تدریس پویا و موفق باشد علاوه بر احاطه معلم به موضوع تدریس و به روز بودن اطلاعات او در زمینهٔ موضوع و آموزش، لازم است نکات زیر نیز مورد توجه قرار گیرد:

- معلم همه دروس را در تمام رشته ها و همه پایه ها تدریس کنند(منظور همهٔ دروس ریاضی است)
- سعی شود به مطالب دیگری به جزء ریاضی هم آشنایی داشته باشند و اگر چنین است از آنها در تدریس بهره بگیرد ـ یکی از مواردی که در تدریس همیشه به من کمک کرده شاید این باشد که بسیاری از درسهای دیگر را تدریس کرده ام.
- معلم محقق کلاس خود باشد.
- بازتاب بر عمل و در عمل داشته باشد.
- دانش آموزان و مسائل خاص آنها را بشناسد.
- زمینه های فرهنگی، قومی و تربیتی آنها را بشناسد.
- آگاه به مسائل روز(سیاسی، اقتصادی، اجتماعی و ...) باشد.
- ...

در خاتمه خود من علیرغم توصیه های هوشمندانه و دلسوزانه بعضی از دوستان و همکاران، هنوز نتوانسته ام خود را قانع کنم که باید از خیر ارائهٔ مطالب به صورت مفهومی به دانش آموز گذشت و به نکاتی پرداخت که مورد نیاز کنکور است.

هنوز هم فکر می کنم ما به عنوان معلم رسالت آموزش را در همهٔ ابعاد به عهده داریم و آمادگی برای کنکور را باید به همان کسان و کلاسهایی که متولی این امر هستند واگذاریم. هنوز هم معتقدم، موفقیت معلم در آن است که بر دانش آموزان تأثیر مثبت داشته باشد و آنها را وادارد که فکر کنند و به آنها لذت حل مسأله را بچشاند. کاری کند تا موضوع درسی برای دانش آموز لذت بخش شود و در او انگیزه یادگیری و بیشتر فهمیدن و درک کردن ایجاد گردد و کاری کند که همیشه به دنبال درک حقیقت باشد. کار ما شاید همین باشد.

مراجع:

[۱] ویلیام بارکر، دیدگاههایی پیرامون آموزش ریاضی در دبیرستان ـ رشد آموزش ریاضی ـ شماره ۴۸.

[۲] یادداشت سردبیر ـ رشد آموزش ریاضی، شماره ۵۵.

[۳] یادداشت سردبیر ـ رشد آموزش ریاضی، شماره ۵۳.

[۴] مجلهٔ رشد ریاضی، شماره ۴۸.

[۵] لئون هنکین، مجلهٔ رشد، شماره ۴۸.

[۶] همان طور که در بیانیهٔ زیر در سال ۱۹۹۲ آمده است سطح سواد و دانش عموم جامعه تعیین کننده حرکت به سوی پیشرفت است. در این بیانیه تأکید شده است کشورهای در حال توسعه و جهان سوم باید تلاشهای وسیع و همه جانبه را از آموزش همگانی و عمومی شروع کنند تا در آستانهٔ قرن آینده، به حداقل استانداردهای آموزش لازم برای زندگی در قرن بیست و یکم برسند. (مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۴۸).

[۷] یادداشت سردبیر ـ مجلهٔ رشد ریاضی، شماره ۵۵.

[۸] دیدگاههایی پیرامون آموزش ریاضی در دبیرستان، ویلیام بارکر ـ مجلهٔ رشد ریاضی، شماره ۴۸.

[۹] آموزش و پرورش دیروز، امروز، فردا(۶) ـ شهریاری پرویز، روزنامهٔ فتح ۹، بهمن ۱۳۷۸.

[۱۰] یادداشت سردبیر ـ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۵۳.

بهترین شروع کدام است؟

نویسنده: امیرحسین اصغری، فوق لیسانس ریاضی

درس را چگونه شروع کنیم؟

با طرح مسأله ای که برای همهٔ دانش آموزان انگیزهٔ پی بردن به رازش را ایجاد کند؛ پیش نیازهای لازم برای فهمیدن آن چنان کم باشد که دانش آموزان کم اطلاعتر را از حل خود ناامید نکند، و از همه مهمتر با درسمان ارتباطی نزدیک و تنگاتنگ داشته باشد.

یکی از بهترین منابع چنین مسائلی، جادوگریها با زمینهٔ ریاضی است. می توان بسیاری از مسائل ساده را به عنوان زمینه ای برای یک تردستی به کار برد؛ فقط باید توجه داشت آنچه که دریکی از مراحل رشد به نظر حُقّه می رسد ممکن است در مرحله ای دیگر، چنان نباشد. همچنین، برای ایجاد و هدایت انگیزش درونی این تردستیها باید با آموزش پیوند بخورند و نباید تافته ای جدا بافته تلقی شوند، به بیان دیگر، هرگز نباید در کلاس درس جملهٔ زیر شنیده شود:

«خوب بچه ها بازی تمام شد، حالا بریم سراغ درس»

این ترفندها می تواند آموزش را از شش سالگی تا نود و شش سالگی (چرا که هرازگاهی شنیده می شود که فلان آدم در نود و چند سالگی لیسانس گرفته) جذاب کند.

خوب، بریم سراغ بچه ها (و شاید بزرگترها)

اول از همه ۶ تا ۸ ساله ها

چگونگی اجرا: تعدادی مهره را روی میز بریزید (مثلاً ده تا مهره) چشمانتان را ببندید و از یکی از آنها بخواهید هرچند تا مهره که می خواهد بردارد و از شما پنهان کند، چشمهایتان را باز کنید و تعداد مهره هایی را که برداشته است، حدس بزنید. نشان دهید که تمام تلاشتان را می کنید که رازتان پنهان بماند در عین حال به بچه ها فرصت دهید که به راز شما پی ببرند و با انجام این شعبده بازی شما را شگفت زده کنند.

هدف: با ایجاد انگیزش درونی، آنها را درگیر شمارش، جمع و تفریق کرده اید و به آنها فرصت داده اید که خود به رابطهٔ بین آنها پی ببرند و در ساخت دانششان سهیم باشند.

دوم، ۸ تا ۱۰ ساله ها

معمولاً سه، چهار تا بچه وقتی می خواهند یک نفر را از بین خود انتخاب کنند، دور یک دایره می ایستند، سپس یکی از آنها با اشاره به خود می گوید ۱۰، با اشاره به بغل دستی ۲۰، با اشاره به سومین نفر ۳۰ و همینطور ادامه می دهد، فردی که عدد ۱۰۰ به او بیافتد انتخاب می شود.

(به طور آهنگین بخوانید، ده، بیس، سی، چهل،
پنجاه، شصت
هفتاد، هشتاد، نود، صد)

در فرصت مناسب در این بازی شرکت کنید و با شروع شمارش و قبل از اینکه حتی، بیست گفته شود فردی که انتخاب می شود را حدس بزنید. (انتخابها یا بازیها بر این اساس متنوع هستند. از بازیهایی که بیشتر بین بچه ها رواج دارد، آن را که مناسب می دانید انتخاب کنید)

توضیح: با گسترش این بازی با تعداد بیشتری دانش آموز یا با تغییر شکل آن به طور مناسب، به بچه ها فرصت درک مفهوم تقسیم داده می شود.

و بالاخره، از ۱۰ تا ۹۶ ساله ها.

واردکلاس درس شوید (با یک کلاس ۴۰ نفره چطورید) و از یکی از دانش آموزان بخواهید که تعدادی مهره را با دو رنگ متفاوت (قرمز وآبی) بین دانش آموزان تقسیم کند و خود برای مدت کوتاهی (تا تقسیم شدن مهره ها) از کلاس خارج شوید، سپس به کلاس برگردید و با دقت کافی (که کاملاً از حرکات شما آشکار باشد) جای تعدادی از بچه ها را با هم عوض کنید، آن چنان که دانش آموزان به دو دستهٔ مجزا و برابر تقسیم شوند (البته معمولاً دروهلهٔ اول برابر بودن تعداد دو دسته به چشم دانش آموزان نمی آید)، سپس ادعا کنید که تعداد مهره آبی ها (دانش آموزانی که مهرهٔ آبی دارند) در یک دسته با تعداد مهره قرمزها در دستهٔ دیگر برابر است.

این ترفند ساده تاکنون صدها دانش آموز وآدم بزرگ را به شگفتی واداشته و به طور ناخودآگاه آنها را درگیر یک دورهٔ کامل حل مسئله کرده است؛ عناصر دخیل درمسئله کدام ها هستند، تعداد مهره ها، نوع جابجایی ها؟ چگونه می توان یک بیان ریاضی مناسب برای مسئله پیدا کرد، کشیدن جدول، استفاده از نمادها؟

توضیح: شما در یک کلاس چهل نفره باید از ۲۰ مهرهٔ قرمز و

۲۰ مهرهٔ آبی استفاده کنید. جدول زیر موقعیت دانش آموزان و مهره ها را بعد از تقسیم آنها به دو دستهٔ مساوی نشان می دهد:

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول		
دستهٔ دوم		

فرض کنید در دستهٔ اول ۷ نفر مهرهٔ قرمز داشته باشند.

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول	۷	
دستهٔ دوم		

از اینجا به بعد اعداد خود را به شما تحمیل می کنند. کـلاً ۲۰ مهرهٔ قرمز داشتیم، پس در دستهٔ دوم ۱۳ مهره قرمز وجود دارد.

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول	۷	
دستهٔ دوم	۱۳	

دستهٔ اول ۲۰ دانش آموز دارد، ۷ تا از آنها مهرهٔ قرمز دارند، پس ۱۳ تا مهرهٔ آبی دارند:

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول	۷	۱۳
دستهٔ دوم	۱۳	

و بالاخره جدول به صورت زیر کامل می شود

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول	۷	۱۳
دستهٔ دوم	۱۳	۷

مشاهده می شود که مهره قرمزهای دستـهٔ اول با مهره آبی های دستهٔ دوم برابرند (و برعکس!).

به یاد داشته باشید شما تعداد مهره قرمزها یا مهره آبی های یـک دسته را پیشگویی نمی کنید و تنها چیزی که پیشگویی می کنید برابری آنهاست.

در نهایت بد نیست علاوه بر استدلال کلامی، بسته به کلاسسمان از حروف برای حل مسئله استفاده کنیم (البته قدم به قدم، ابـتـدا بـا همان ۴۰ و سپـس بـا $2n$. برای کلاسی بـا $2n$ نفر دانـش‌آمـوز، n مهـرهٔ قرمز و n مهـرهٔ آبی احتیاج داریم و جدول به صـورت زیـر درمی آید.

	مهرهٔ قرمز	مهرهٔ آبی
دستهٔ اول	a	b
دستهٔ دوم	c	d

$a + c = n$، زیرا n مهرهٔ قرمز داریم

و

$a + b = n$ زیرا هر دسته n نفری است.

بنابراین $a + c = a + b$ و درنتیجه $b = c$.

در پایان یک جمله از خودم:

باایجاد انگیزش درونی به تدریج دانـش آمـوزان را از نـیـاز بـه انگیزشهای بیرونی (پاداش، تنبیه، کنکور!) رها سازیم.

و یک جمله از مارتین گاردنر فیلسوف و ریاضی دانی کـه ده هـا جادوگر ریاضی در سرتاسر دنیا مدیون ایده های همـیـشـه نـاب او هستند.

... مگر ریاضیات چیزی جز حل مسأله و معما، و علم چیـزی جز تلاش در به دست آوردن پاسخی بهتر و روشن تر از مسائلی کـه طبیعت فراروی ما می گذارد، می باشد؟

مشکلات آموزش ریاضیات دبیرستانی
باتوجه به فرهنگ حاکم بر آموزش ریاضی در مدارس ایران

یدالله ایلخانی‌پور
آموزش و پرورش منطقه ۶ تهران

در سال ۱۳۵۴ دانش آموزان رشتهٔ ریاضی در ایران ۲۹ درصد کل دانش آموزان بوده است. با موج نظام جدید آن زمان (نظام قبل از نظام موجود) در سال ۱۳۵۶ با افت شدید به ۱۲ درصد می رسد. این سیر نزولی در سال ۶۰ به حدود ۷ درصد و در سال تحصیلی ۶۴ـ۶۳ تعداد کلّ دانش آموزان سال چهارم رشتهٔ ریاضی کشور حدود ۱۰/۰۰۰ (ده هزار) نفر بوده است. این تعداد به اندازهٔ ظرفیت نیاز همهٔ مؤسسات و مراکز آموزش عالی به ریاضی نبوده است. پس از بررسی دلایل ضعف و عدم گرایش به این رشته ضعف ریاضی دورهٔ راهنمایی وعدم تبحّر معلمان ریاضی راهنمایی و هم چنین ابتدایی آشکار می شود.

این آمار و نتایج آن در سخنرانی آقای دکتر حداد عادل رئیس وقت سازمان پژوهش و برنامه ریزی وزارت آموزش و پرورش در سال ۶۷ در اولین سمینار آموزش ریاضی در دانشگاه تهران ارایه شده است و در مجلهٔ رشد ریاضی سال ۶۷ به چاپ رسیده است. وی در آن سمینار ادامه می دهد:

«در ابتدایی مشکل ما این است که تقریباً دیپلمهٔ ریاضی نداریم که معلّم ابتدایی بشود. شاید مثلاً یک درصد دیپلمه هایی که داوطلب آموزگاری هستند دیپلمهٔ ریاضی باشند. اگر بخواهیم تعبیر بدبینانه ای از این آمار به دست دهیم، باید بگوییم که همهٔ کسانی که نتوانسته اند به رشتهٔ ریاضی بروند، ریاضی تدریس می کنند. به این صورت خشت اول کج نهاده می شود. و ریاضی با همهٔ زیبایی و جاذبه ای که می تواند داشته باشد متأسفانه به صورت غول خطرناکی برای دانش آموزان ما جلوه می کند.»

وی ادامه می دهد: *«برای تربیت معلم دیپلمهٔ ریاضی نداریم. و لذا از دیپلمه های تجربی برای دبیری ریاضی دورهٔ راهنمایی گزینش و استخدام می شوند.»*

هر چند قصد نگارنده این نیست که تلاش همکاران در دورهٔ ابتدایی و راهنمایی نادیده گرفته شود، ولی اکنون دبیرستانهای ما وارث دانش آموزان دههٔ قبل از ابتدایی و راهنمایی هستند و لذا یکی از عوامل و مشکلات تدریس ریاضیات در دبیرستانها ضعف پایه ای دانش آموزان است.

این تفکّر نیز که آموزش ریاضیات در مقاطع ابتدایی و راهنمایی نیاز به معلومات کمتری دارد خطاست. معلم ابتدایی پایه گذار تفکّر ریاضی و علاقه دانش آموز به ریاضی است. جهت گواه این مطلب می توان به نظرات پیش کسوتان از جمله آقای جلیل الله قره گوزلو استناد کرد که در پاسخ این سؤال که علت اینکه جنابعالی شغل دبیری ریاضی را انتخاب کرده اید چه بوده است؟ پاسخ می دهند که: «سه چیز موجب شد که شغل مقدس معلمی به ویژه معلمی ریاضی را برگزینم از جمله این که استادان والاالمقام و پر ارجی که دردوران تحصیل نصیبم شدند. و هرگز قیافهٔ شادروان عزت الله خان خامه ای معلم ریاضی کلاسهای ۵ و ۶ ابتدایی را فراموش نمی کنم.»

امروزه از جمله فرهنگی که بر آموزش دبستانهای ما حاکم است، دخالت دادن اولیاء در امر آموزش فرزندان خود به طوری که بیشتر اوقات موجب اتکاء دانش آموز به ولی و عدم اعتماد به نفس و استقلال فکری دانش آموز می شود. انجام تکالیف و حل مسائل و تمرینات شبانهٔ دانش آموز به وسیلهٔ اولیاء در یادگیری او خلل وارد کرده و لذا در حل تمرینها و محاسبات متکی به خود بار نمی آید. دانش آموز با این روحیه وارد دورهٔ راهنمایی می شود. در دورهٔ راهنمایی که نیاز به اطلاعات تخصصی بیشتری برای کمک به دانش آموز از طرف

اولیاء است و از طرفی دوران بحران بلوغ و پرسشگری و کنجکاوی و چون و چرا کردن دانش آموز است و دیگر در منزل آن حرف شنوی بدون قید و شرط دوران کودکی را نیز ندارد. احساس می کنند کمک های پدر و مادر کارساز نیست و باید کس دیگری به او کمک کند. از طرفی چون دانش آموز متکی به خود هم نیست، از فکر کردن و استدلال آوردن و حل مسائل فکری عاجز می ماند و لذا نقش معلّم ریاضی و شیوهٔ تدریس او بیشتر آشکار می شود.

برنامهٔ ریاضیات و معلّم ریاضی در این دوره باید نیروی دانش آموز را در جهت کاوش کردن و سؤال کردن هدایت کند و به او اجازه داده شود تا از حدس و گمان کمک گیرد و به شهود و احساس خود متکی باشد و به فعالیتهای استقرایی بپردازد و خود تجربه و کاوش کند تا پایهٔ تجربه و بلوغ ریاضی او گذارده شود.

با توجه به تغییراتی که در کتابهای ریاضی راهنمایی در اوایل انقلاب صورت گرفت و تا حدودی شیوهٔ تدریس فعال مد نظر مؤلفین قرار گرفته است ولی به علّت تراکم دانش آموز و مشکلاتی که در رابطه با دبیر ریاضی راهنمایی ذکر شد، دانش آموز با مشکلاتی از فهم ریاضی وارد دورهٔ متوسطه می شود که به نمونه هایی اشاره می کنیم:

از جمله مباحث ریاضی که در دورهٔ راهنمایی تدریس می شود، مجموعهٔ اعداد صحیح Z و اعمال جمع و ضرب و تقسیم در این مجموعه، تشخیص زوج و فرد بودن اعضای این مجموعه، هم چنین آموزش مفهوم متغیّر که از مفاهیم اصلی در آموزش زبان ریاضیات است. حل معادلات و دستگاه معادلات و جذر است. ولی دانش آموزان با بعضی از این مفاهیم حتی تا آخرین سال دبیرستان نیز مشکل دارند. به عنوان مثال برداشت غلط این که:

۱ ـ عدد صفر نه زوج و نه فرد است.

۲ ـ تقسیم طرفین مساوی بر متغیر را مجاز می شمرند.

$$x^2 = x \Rightarrow x = 1$$

۳ ـ تقسیم عدد بر صفر می شود بینهایت.

۴ ـ ساده کردن صورت و مخرج کسر. به صورت

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{+1}{-1} = -1$$

۵ ـ $\sqrt{9} = \pm 3$

و مفاهیم مختلف دیگر از این نوع که نیاز به توجه ودقت و تسلط در ریاضی و تسلط در روش تدریس بیشتری دارند (مانند: جذر تقریبی که از مفهوم دیفرانسیل استفاده می شود.).

دانش آموزان دوره راهنمایی نیز از حل مسائل فکری و استدلالی عاجز هستند. این نتیجه در آزمون تیمز نیز مشهود بوده است که دانش آموزان ما بیشتر در قسمت سؤالات حفظی جوابگو بوده اند و در سؤالات فکری و استدلالی ضعف بیشتری نشان داده اند (گزارش آقای دکتر نجفی). لذا پایهٔ تفکّر ریاضی و استدلال کردن در دورهٔ راهنمایی خوب بنا نمی شود. و روش ادارهٔ کلاس بیشتر معلم محوری است. و تمام مسائل به وسیلهٔ معلم حل می شود و تدریس غیرفعال است. دانش آموز با چنین زیرساخت از یادگیری ریاضی وارد دورهٔ متوسطه می شود. امّا مشکلاتی که در دورهٔ متوسطه وجود دارند می توان به صورت زیر برشمرد:

۱ ـ دانشگاههای تربیت معلم در تربیت دبیران ریاضی نتوانسته اند مانند دانشسراهای سابق موفق باشند و یا کمتر موفق بوده اند. بلکه بیشتر به اطلاعات اندک علمی بسنده کرده اند. و لذا معلم ریاضی پس از چند سال تدریس تازه شیوهٔ تدریس و تسلط بر کار تدریس را پیدا می کند. شاید دلیل عدم موفقیت در این بوده است که تجربهٔ دبیران موفق در امر آموزش دورهٔ متوسطه در انتقال به دانشجویان به خدمت گرفته نشده است. لذا می بایست از دبیران موفق و پیش کسوت برای الگوی تدریس عملی و معلم راهنما در دانشکده های تربیت دبیر و تربیت معلم ها استفاده شود:

۲ ـ عدم آموزش مستمر معلمان ریاضی و عدم جاذبه و تأثیر دوره های ضمن خدمت در حرفه و زندگی معلمان. هم چنین عدم استقبال معلمان از این دوره ها و اجرای بی محتوای دوره توسط ضمن خدمت و به کار گرفتن بعضی مدرسان که نسبت به اهداف و محتوای کتب و آموزش دبیرستانی تسلط کافی ندارد.

۳ ـ تعصّب بعضی معلمان ریاضی نسبت به گذشته و عدم تغییرپذیری چه در محتوا و چه در شیوهٔ تدریس. به عنوان نمونه آموزش اتحادهای جبری به شیوه های گذشته است. در این روش نامأنوس برای دانش آموز، نام اصلی و مفهوم عبارت ریاضی اتحاد به زبان ریاضی معرفی نمی شود، بلکه، اصطلاحات نامناسب مانند شماره دادن.

«اتحاد اول، اتحاد دوم و ... و اتحاد هفتم و اتحاد هشتم».

به جای اتحاد «مربع مجموع دو جمله»

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

و اتحاد «مربع تفاضل دو جمله»

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

و ...

جالب تر این که به جای اتحاد «مجموع مکعبات دو جمله»

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

و اتحاد «تفاضل مکعبات دو جمله»

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

نام اتحاد «چاق و لاغر» داده می شود. بدون توجه به این که این نوع اتحادها که از ضرب دو پرانتز به دست می آیند تعدادشان زیاد است و دانش آموز را به مشکل می اندازد. مثلاً آیا اتحادهایی مانند:

$$a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

و یا در حالت کلّی:

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$$

چاق و لاغرند؟!!!

از طرفی این اتحادها نباید به صورت یک شکل قالبی در ذهن دانش‌آموز جا بگیرد که اگر یک حرف آن به طرف دیگر تساوی برود دانش‌آموز را به اشتباه بیندازد. مثلاً دانش‌آموز باید بداند که صورتهای:

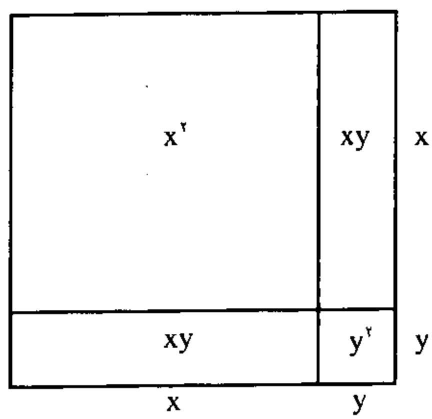
$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

و

$$a^2 + b^2 - (a+b)^2 = -2ab$$

همان اتحاد «مربع مجموع دو جمله» یعنی $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ هستند. و نباید به آنها نام اتّحاد فرعی داد.

چون دو اتحاد «مربع مجموع» و «مربع تفاضل» خیلی مهم هستند و بخصوص برای مربع کامل کردن در توابع و دنباله ها و هم چنین در حل معادلات درجهٔ دوم کاربرد دارند، بهتر است از الگوهای هندسی و فیزیکی برای فهم آنها استفاده شود. مانند شکل زیر که از مساحت مربع و مستطیل ها استفاده می شود.



می توانیم از دانش آموزان بخواهیم که برای $(x-y)^2$ و $(x+y)^3$ الگوهای فیزیکی و یا هندسی ارایه دهند.

هم چنین از صورت دیگر اتحاد

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

که $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$ می باشد، باید استفاده کرد تا در حل معادلات درجهٔ ۲ و رابطهٔ بین ریشه ها که در $S^3 - 3SP$ و نظایر آن کاربرد دارد دچار مشکل نشوند. می توان جمع و ضرب دو عدد را داد و مجموع مکعبات دو عدد را از دانش آموز بخواهیم. هم چنین الگوریتم و شیوهٔ استقرایی بسط $(x+y)^n$ را از روی $(x+y)^2$ و $(x+y)^3$ و ... را می توان مطرح کرد که خود دانش آموز تحقیق و محاسبه کند و الگوی کلی را کشف کند.

۳ـ عدم امکانات جدید تکنولوژی در آموزش ریاضی و ناآشنایی معلمان ریاضی با این تکنولوژی.

ازجمله کاربرد کامپیوتر و استفاده از نرم افزار حسابان و یا ساختن الگوریتم ها و نظایر آن که در این زمینه بعضی از دانش آموزان از معلمان خود جلوترند. اعتقاد بر این است که امروزه هرکس کامپیوتر نداند در اصل بی سواد است. از طرفی تهیهٔ یک دستگاه کامپیوتر برای معلم هزینهٔ بالا دارد و برای هر معلم تهیهٔ آن ناممکن است.

۴ـ ناآشنایی با استانداردهای ملی و جهانی ریاضی و اهداف آموزش ریاضی.

بعضی از همکاران فکر می کنند که هرچه خودشان می دانند و از هر مسأله ای خوششان می آید باید به دانش آموزان یاد بدهند. در تدریس ریاضیات باید جانب احتیاط را نگه داشت و به حدّی پیش رفت که دانش آموزان درک کنند، و باید از حل مسائل معمّاگونه پرهیز کرد. مغز دانش آموز مانند سایر ارگانهای بدن تحمّل بار محدودی را دارد. در این مورد بعضی مدارس نیز برای بازارگرمی چنین رقابتهای ناسالمی را به راه می اندازند. و هنوز هم کمی مسائل دشوار روسی از جمله مسائل کتاب دمیدویچ که مربوط به دانشکده های فنی شوروی ۳۰ سال قبل است در این مدارس رایج است و دانش آموز بدون این که درک درستی از مفاهیم تابع، حد، مشتق و انتگرال و سایر مفاهیم ریاضی داشته باشد، مجبور است با مسائلی که اطلاعات خاص لازم دارند و هم چنین راه حل های خاصی را بعضی می طلبند دست و پنجه نرم کند و در پایان جز یأس و نومیدی و باختن روحیهٔ خود چه به دست می آورد؟ معلوم نیست. دادن مسائل پیچیده و خارج از چارچوب برنامهٔ درسی مانند محاسبات بردهای توابع پیچیده در حسابان و یا تاخت و تاز بیش از نیاز در مفاهیم مثلثاتی. از لحاظ تاریخی مثلثات منحصراً به عنوان ابزاری برای اندازه گیریهای غیرمستقیم به کار برده می شده است. در صورتی که اکنون به آن به عنوان یک درس کمکی برای هندسهٔ تحلیلی، حساب دیفرانسیل و انتگرال و علوم نگاه می کنند. و در نتیجه از این دیدگاه مثلثات به عنوان مجموعه ای از توابع دارای ویژگی های جالب و مهم که در بسیاری از حوزه ها به کار برده می شود مورد مطالعه قرار می گیرد و کاربرد آن در مسائل اندازه گیری فقط جزئی از این مطالعه است. لذا در برنامه های دبیرستان به عنوان تابع های مثلثاتی مطرح می شود و تحت عنوان درس مثلثاتی مستقل از برنامه های دبیرستان حذف شده است. بلکه در درس توابع مثلثاتی مطرح می شود. لذا بررسی و رسم توابع مثلثاتی مانند $y = \sin x$ و تغییرات نمودار آن وقتی به $y = 2\sin x$ یا $y = \sin(2x)$ یا $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ و نظایر آن تبدیل می شود. مورد تأکید است.

جرج پولیا از قول آناتول فرانس نقل می کند:

«سعی نکنید با زیاد یاد دادن به دانش آموزان غرور و تکبّر خود را ارضا کنید. فقط کنجکاوی آنها را بیدار کنید. چشم شنوندگان خود را باز کنید ولی از سنگین کردن بار مغز آنها بپرهیزید. کافی است جرقه ای در آنها به وجود آورید. هرجا که خوراکی برای آتش وجود داشته باشد. شعلهٔ آن به خودی خود، فروزان می شود.»

۵ـ توقع اولیای مدرسه و اولیای دانش آموزان از معلم ریاضی

که تمام مسائل کتاب را معلّم ریاضی حل کند وگرنه معلم مورد بازخواست قرار می گیرد و نقطهٔ ضعفی برای معلم محسوب می شود، که این خود تقویت شیوهٔ معلم محوری و عدم فعالیت فکری و یادگیری دانش آموز می باشد و به نفع دانش آموز نیست. نظر همهٔ صاحب نظران خلاف این امر است. **استاد حسین غیور** می گویند: ***«من اساساً با این که معلّم سر کلاس مسأله را از اول تا آخر حل کند موافق نیستم.»***

ریاضیات یک تفکّر است که باید آن را در دانش آموزان به وجود آورد و اجازه داد آنها خود قضیه و مسأله ها را حل کنند و مسأله و قضیهٔ تازه ارائه دهند. در این مورد **جرج پولیا** می گوید:

«یک معلم ریاضی از فرصت بزرگی در کلاس برخوردار است. اگر زمان تدریس خود را صرف حلّ تمرینهایی با راه حل های معمولی نماید علاقه و اشتیاق را در دانش آموزان می کشد، رشد هوشی آنها را سد می کند و از فرصت خود به شکل نامطلوبی استفاده کرده است. امّا اگر او با ارائه مسائل متناسب با اطلاعات آنها حس کنجکاوی دانش آموزان را به مبارزه بطلبد و به آنها کمک کند تا با طرح پرسش های انگیزه دار خود این مسائل را حل کنند، او ممکن است طعم و معنایی از تفکر مستقل ریاضی را به آنها آموزش دهد.»

لذا نداشتن دیدی واقع بینانه در بین مسؤولان و متولیان آموزش دبیرستانی به خصوص مدیران اجرایی دبیرستانها نسبت به شیوه های آموزش ریاضی و عدم ارتباط بین مدیریت دبیرستان و رشتهٔ تخصصی آنها نیز بر این مشکلات می افزاید و حل المسائل شدن معلّم ریاضی، تفکّر و خلاقیت را از دانش آموز می گیرد.

۶ـ معلمانی که بیشترین سالهای تجربه را دارند و موفق ترین افراد در کار معلّمی هستند به تدریس در کلاسهایی روی می آورند که از بااستعدادترین دانش آموزان تشکیل شده اند نظیر «تیزهوشان ـ مدارس نمونه دولتی و نمونه مردمی و نظایر آنها که دانش آموز با استعداد را جذب می کنند.» و یا رشته های تخصصی ریاضی و سالهای چهارم متوسطه و کلاسهای کنکور. و تدریس به دانش آموزانی که استعداد متوسطی دارند و یا در سالهای اول و دوّم که ریاضیات عمومی می خوانند به وسیلهٔ معلّمان صورت می گیرد که از نظر سابقه و موقعیت در مرحلهٔ پائین تری قرار دارند و یا رشتهٔ اصلی تدریسشان ریاضیات نیست. به تصور اینکه:

۱ ـ دانش آموزان ریاضی عمومی ارزش تغذیهٔ علمی به وسیلهٔ معلمین مجرب را ندارند.

۲ ـ دانش ریاضی لازم برای تدریس ریاضیات عمومی کمتر از دانش ریاضی برای کلاس های آمادگی کنکور دانشگاه است.

۳ ـ کار کردن با دانش آموزانی افتخار است که معلمشان هر که باشد درس خود را می خوانند.

۴ ـ از نظر اقتصادی اولیاء برای دانش آموزان سالهای آخر سرمایه گذاری بیشتری می کنند و حق التدریس بیشتری می پردازند.

آموزش و پرورش نیز برای ادارهٔ کلاسهای سالهای آخر با مشکل روبه رو است و خواهان این موضوع هست و لذا تدریس ریاضیات عمومی از وجود معلمان با تجربه و موفق تا حدودی محروم می شوند.

سالهای اول و دوّم متوسطه از نظر آموزش ریاضی خیلی حساس است. زیرا آموزش مفاهیم پایه ای و استدلالی از این سالها شروع می شود. لذا پرورش ذهن ریاضی دانش آموزان و هدایت آنها به شیوهٔ صحیح تدریس معلّم و تسلط او بر مفاهیم ریاضی بستگی دارد. دانش آموزانی که در این سن چارچوب ذهنی مستقلی پیدا می کنند خود را با هر چیزی درگیر می کنند و ممکن است در کلاس ریاضی خیلی زود به یک فرد عاصی و عاطل بدل شوند.

وقتی که ریاضیات به صورت ساخته و پرداخته و در آن هر سؤالی با جواب صریح و متکی بر دلیل توسط خود معلم به او ارائه شود. دانش آموز هر وقت چون و چرا کند و با معلم درافتد شکست می خورد و هر فرایند یادگیری به او عرضه شود جای چون و چرا ندارد. زیرا «درست» است و معلم می تواند دلیلی برای درستی آن ارایه دهد و چون و چرای او را رد کند. تنها چیزی که مورد سؤال باقی می ماند این است که کدام طریق راه حل مسأله بهتر است یا جواب به این سؤال کلّی که «چرا باید این چیزها را یاد بگیرم؟» چون دانش آموز نمی تواند درست بودن حقیقتی را مورد تردید قرار دهد. او باید این امر را که «چرا مجبور به فراگیری آن شده است.» مورد سؤال قرار دهد.

باید به دانش آموزان فرصت داده شود تا ببینند که چگونه تعریفی تکامل پیدا می کند یا یک قضیه که بر اساس حدس و گمانی که صحت آن نامعلوم است به وجود آمده است. اگر دانش آموز به احکام نادرست که نیاز به رد کردن دارند برخورد نکند یا حدسهای مشکوکی را که جهت آنها نیاز به برهان منطقی و آزمون دارد مشاهده نکنند مطمئناً نمی تواند نیاز برهانهای قیاسی و نقش آنها را در ریاضیات کاملاً درک کند. باید حدس زدن و آزمودن را که شیوه ای علمی است به آنها چه درهندسه و یا هر درس دیگر ریاضیات آموزش داد تا دانش آموز امکان پیدا کند که:

۱ ـ فهرستی از حدسها و گمانهای هم صحیح و هم غلط درست کند.

۲ ـ شکلهایی رسم کند و مثالهایی ارایه دهد تا از این طریق حدسهایش را بیازماید و اعتمادش را به درستی حدسها تقویت کند، یا مثال نقض بیاورد.

۳ ـ تعیین کند آیا قضیه ها و احکام ریاضی استثناء بردارند یا خیر، و آیا عکس آنها درست است یا نه.

مثلاً: باتوجه به بسط $(a+b)^2$ و $(a+b)^3$ و ... بسط $(a+b)^n$ را حدس بزند و برای $(a+b)^2$ و $(a+b)^3$ شهود هندسی بیاورد و لذا تعدادی اتحاد را نیز یاد می گیرد. و یا حدس یک حد تابع و رسم

نمودار و امتحان آن در کلاس های بالاتر.

و در هندسه که مثلاً: قطرهای لوزی برهم عمودند آیا هر چهارضلعی که قطرهایش بر هم عمودند لوزی است؟

و یا هر مربع لوزی است؟ بر عکس چطور؟

ـ در Z، مربع هر عدد فرد، عددی فرد است آیا عکس این مطلب نیز درست است؟

لذا باید حدس بزنند و درستی حدسها را تحقیق کند و برهانهای خود را با راهنمایی معلّم ذکر کند. اکنون به نمونه هایی از مفاهیم ریاضی که با ریاضی راهنمایی هم اشتراکهایی دارند اشاره می کنیم که مشکلات یادگیری دانش آموز هستند و در این دورهٔ دو سالهٔ ریاضی عمومی هم حلّ نشده اند.

در ریاضیات عمومی که ادامهٔ ریاضیات دورهٔ راهنمایی و مکمّل آنهاست. مفاهیم کلّی مجموعه و اجتماع و اشتراک و معرفی Z و W و اعمال روی آنها و هم چنین Q و R، نوشتن جملات با مفهوم و نماد ریاضی، متغیر و حل معادله و نامعادله هم ارزی دو مجموعه، اتحادها و تجزیه، کسرهای گویا و اعمال روی آنها، رابطه، تابع قدر مطلق و تابعهای مثلثاتی و چند موضوع دیگر بحث می شوند که همه از مفاهیم زیربنایی و اصلی ریاضی هستند. در این دو سال نیز مشکل فهم درست دانش آموزان از مفاهیم اولیهٔ فوق وجود دارد که به چند نمونه اشاره می کنیم:

۱ ـ اکثر دانش آموزان بسته بودن مجموعه نسبت به یک عمل مانند جمع را نمی دانند و یا این که خیلی سریع فراموش می کنند به طوری که مثلاً نمی دانند که مجموعهٔ {۱ , ۰ و ۱ـ} نسبت به جمع بسته نیست. این مطلب فهم درستی از بسته بودن عمل در یک مجموعه نیاز دارد.

۲ ـ مجموعهٔ W با N را می گویند هم ارز نیست چون W یک عضو ۰ اضافه دارد!! در صورتی که مفهوم هم ارزی دو مجموعه به مفهوم تناظر یک به یک یعنی وجود یک تابع یک به یک و پوشا بین دو مجموعه بستگی دارد. مثلاً با تعریف تابع $f(n) = n-1$ ‏ $f: N \to W$ هم ارزی دو مجموعه ثابت می شود. البته نیاز به این دقت برای تدریس به دانش آموز نیست و باید به طور شهودی به او یاد داد.

۳ ـ درک صحیح و تعریف صحیحی از قدر مطلق عدد برای دانش آموزان یا ارائه نمی شود و یا تفهیم نمی شود. زیرا تقریباً اکثر دانش آموزان قدر مطلق عدد را عدد منهای علامت تعریف می کنند که اشتباه است و مفهوم آن فاصلهٔ نقطهٔ نظیر عدد روی محور تا مبدأ می باشد.

۴ ـ دانش آموزان مانند راهنمایی تقسیم طرفین تساوی بر مجهول را حتی در سالهای آخر دبیرستان مجاز می دانند.

۵ ـ در بیان جملات ریاضی به زبان سادهٔ محاوره ای و برعکس در نوشتن یک مفهوم ریاضی به زبان ریاضی عاجزند. مثلاً: اگر گفته شود عددی پیدا کنید که مکعب آن ۴ برابر خود عدد باشند در نوشتن معادلهٔ سادهٔ $x^3 = 4x$ ناتوانند.

ولی بدون توجه به این که دانش آموزان درک درستی از ریاضیات عمومی ندارند و باید این درک را با مثالهای ساده و آزمون و خطا کردن خود او بالا برد در صورتی که فرهنگی که بر جامعهٔ معلمان ریاضی ما حاکم است، دادن پلی کپی های خارج از توان دانش آموز و یا بسط مطلبی که مورد علاقهٔ دبیر مربوطه است مانند قسمت مثلثات یا تجزیه های پیچیده و مشکل به خیال اینکه دانش آموز مشکلش حل شود ولی او نسبت به ریاضی و توان یادگیری خود بیشتر مأیوس می شود. بعضی همکاران برای ارضای خود و یا رقابت کردن بعضی دبیرستانها، مطالب کلاسهای بالاتر را به خورد دانش آموزان می دهند.

۷ ـ وجود حلّ المسائل های مختلف که قدرت فکر کردن را از دانش آموز می گیرند و مضرّ به حال دانش آموزان است. حل المسائلهایی که فقط جنبهٔ انتفاعی دارند نه جنبهٔ آموزشی. لذا باید حل مسائل متن کتاب و چاپ آنها ممنوع گردد تا هر ساله نیاز به اضافه کردن و یا تغییراتی در مسائل کتاب نباشد.

۸ ـ تدریس بیش از حدّ معلّمان ریاضی به علت رفع نیاز مادی زندگی و در نتیجه نداشتن وقت کافی برای تهیهٔ طرح درس و بالا بردن سطح آگاهی شغلی و حرفه ای خود.

۹ ـ عدم روحیهٔ همکاری و تعاون دبیران ریاضی در محیط کار و اغلب روحیهٔ غرور و مطلق گرایی و در نتیجه عدم شرکت و عضویت در سازمانهای صنفی و خواندن مجلّات حرفه ای ریاضی. البته در این مورد آموزش و پرورش نیزبی تقصیر نیست زیرا هیچ منبع یا مرجعی نیست که مجلّات ریاضی کشورهای پیشرفته و بولتن های آموزش ریاضی آنها را در اختیار معلم قرار دهد.

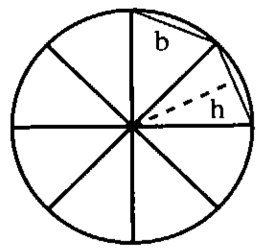
۱۰ ـ بی اطلاعی اکثر معلّمان ریاضی از پیشرفتهای جدید در آموزش ریاضی و عدم ارتباط با جهان خارج از محیط کار و کشور خود و عدم امکان شرکت در کنفرانسهای بین المللی آموزش ریاضی به علت عدم حمایت وزارت آموزش و پرورش. لذا معلّمانی که خواستار افزایش معلومات و ارتباطات جهانی آموزش ریاضی هستند مورد حمایت قرار نمی گیرند و در این مورد وزارت آموزش و پرورش اقدامی صورت نداده است.

۱۱ ـ رواج تدریس حسابان و حساب دیفرانسیل به روش مجرّد و محاسباتی فرمولی به طوری که دانش آموز به حفظ فرمول محاسبات و اعمال حدگیری و پیوستگی و مشتق گیری توابع پیچیده را انجام می دهد ولی برای او تشخیص مفهوم و حتّی تشخیص از روی نمودار این مطالب مشکل است.

در صورتی که بهتر است با روش شهودی از جمله نموداری و فیزیکی و محاسباتی یک صورت ذهنی از فرآیند حدّ و پیوستگی و مشتق و انتگرال در دانش آموز ایجاد کرد تا برای درک مجرّد حدّ از راه دلتا و اپسیلن آماده شود. مطالب پیشرفتهٔ حساب دیفرانسیل و انتگرال با مسائل کاربردی مانند مساحت و محیط، حجم، سرعت،

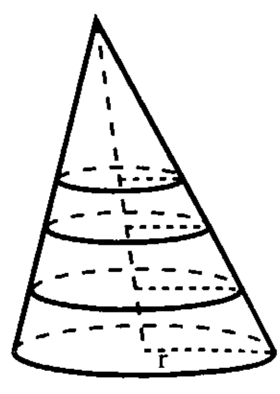
شتاب و آهنگ تغییر قابل فهم ترند.

مثالها: **الف -** مفهوم حد در ریاضیات، در اوایل، از محاسبهٔ سطح داخل یک دایره پیدا شده است. فرض کنید دایره‌ای به مرکز O و شعاع r و محیط C باشد. برای محاسبهٔ سطح دایره مانند شکل آن را به n قطعهٔ همشکل با مساحتهای مساوی تقسیم می‌کنیم و برش بزنیم.

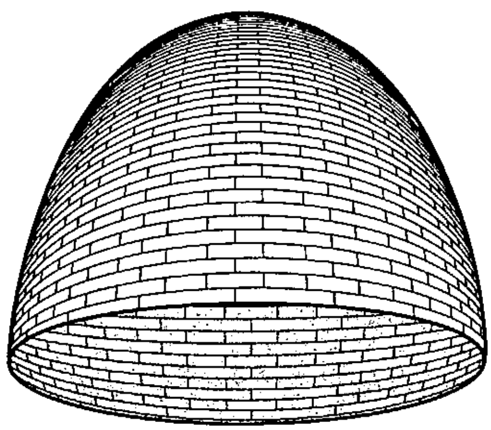


و سپس از دانش‌آموز بخواهیم مساحت‌ها را محاسبه کند و با هم جمع کند و بخواهیم b را کوچکتر کند یعنی در واقع n را بزرگ کند و نتیجه را خود به دست آورد. این فرآیند در رسیدن به مفهوم حد به دانش‌آموز کمک می‌کند. هم چنین برای آموزش مفاهیم بینهایت کوچکها و بینهایت بزرگها که مفاهیم اساسی حد را می‌سازند می‌توان مثالهای ملموس فیزیکی یا هندسی دیگر را مطرح کرد و از دانش‌آموزان با طرح سؤال بخواهیم خود به نتیجه برسند.

ب - باز به عنوان مثال، همانند شکل زیر اگر یک مخروط (کلّه قند) را در نظر بگیریم، برشهایی روی کلّه قند بزنیم و حتی بخواهیم دانش‌آموزان رابطهٔ مساحت یا محیط دایره‌های ایجادشده با شعاع آنها را بنویسند و بستگی محیط یا مساحتها با شعاع از نظر کوچک شدن مساحت و کوچک شدن شعاع را کشف کنند.

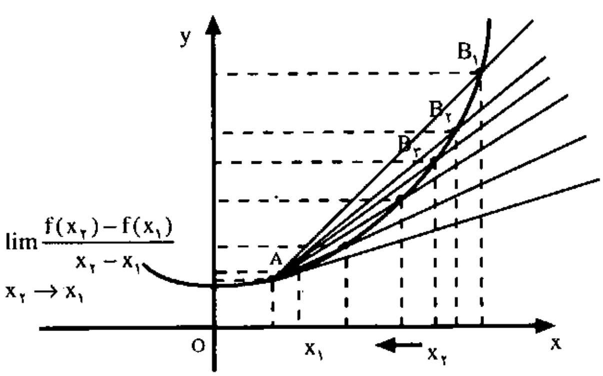


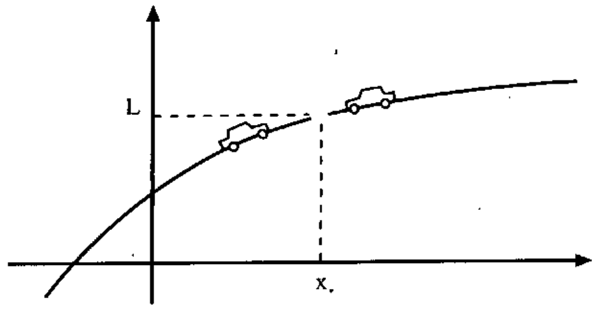
پ - همانند شکل زیر بنّائی برای زدن طاق یک گنبد اولین دور آجر طاق را که می‌چیند دورهای بعدی را طوری می‌چیند که آجر هردور نسبت به دور قبل مقداری به داخل کشیده می‌شود. از دانش‌آموزان بخواهیم تابعی مثال بزنند که محیط هردور آجر را به شعاع آن وابسته کند و برای این که سقف گنبد پوشیده شود چه تغییراتی صورت می‌گیرد؟ محیط هر دور کم می‌شود؟ شعاع هر دور کم می‌شود؟ وقتی سقف پوشیده می‌شود شعاع دور آجرها نزدیک چند است؟ محیط دور آخر نزدیک چند است؟



ت - سنگی را درون حوض پر از آب دایره‌ای شکل پرتاب می‌کنیم اگر سنگ دقیقاً وسط حوض بیافتد موجی که ایجاد می‌شود شعاع اش نزدیک چه عددی باشد تا محیطش نزدیک محیط حوض شود (محیط حوض تقریباً ۳۱٫۵ متر است).

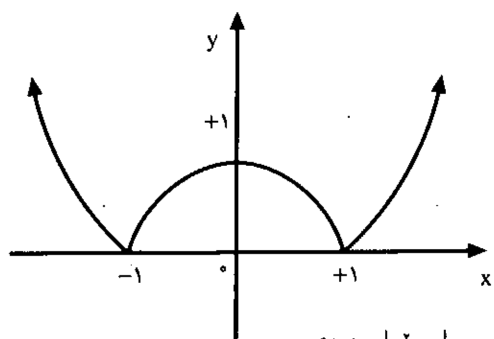
می‌توان مثال یک قاطع و مماس با منحنی را مطرح کرد و یا مسیر یک جاده و حرکت یک اتومبیل که پلی در مسیر جاده تخریب شده باشد و این که اتومبیل چه مقدار می‌تواند به پل تخریب شده نزدیک شود؟ و حد قاطع و مماس را نیز مانند شکل می‌توان استفاده کرد.





نکته دیگر این که در تدریس مفهوم حد در حسابان وقتی تابع به صورت کسری یعنی تقسیم دو تابع است و حدّ مخرج صفر و حد صورت مخالف صفر است. از نوشتن کسری که صورت عدد و مخرج صفر است مانند "$\frac{۲}{+۰}$" یا $(\frac{۲}{-۰})$ پرهیز کرد. چون صفر بدون علامت است و خواندن صفر مثبت و صفر منفی بی معنی است و در درازمدت نماد عدد روی صفر برای دانش آموز مفهوم غلط این که عدد تقسیم بر صفر می شود بی نهایت شکل می گیرد. لذا باید مفهوم نزدیک شدن از راست و یا از چپ به یک عدد را از جمله نزدیک شدن به صفر را به طور دقیق به کار برد تا در ذهن دانش آموز تقسیم بر صفر مطرح نشود. هم چنین از نمودار تابع در فهم پیوستگی و مشتق پذیری تابع در یک نقطه بیشتر استفاده شود تا شهود ذهنی دانش آموز در مورد این مفاهیم قوی شود.

به عنوان مثال رسم نمودار تابع $f(x)=|x^{۲}-۱|$ به کمک انتقال و قدر مطلق ساده است و از روی نمودار به سادگی پیوستگی F روی IR و مشتق پذیر نبودن f در نقاط ۱+ = x و ۱- = x قابل درک دانش آموزان است. هم چنین تشخیص نقاط بحرانی تابع از روی نمودار ساده است. (طبق شکل).



$f(x)=|x^{۲}-۱|$

۱۲ ـ عدم اظهار فعالیتهای پشت پردهٔ معلّمان ریاضی برای دانش آموزان خود.

دانش آموزان باید بدانند که معلّم هم برای کسب مهارت در ریاضی و تدریس آن فعالیتهای مختلفی را انجام داده و فرآیندهای متفاوتی را طی کرده است تاکنون به راحتی می تواند جوابگوی سؤالهای دانش آموزان باشد و این تصور که معلّم حتماً شخص خارق العاده ای است و یک معجزه گر، دانش آموزان را در فهم و انجام عملیات ریاضی مأیوس می کند. داستانی راجع به یک استاد معروف ریاضی نقل می کنند که ارایهٔ برهان او چنان سریع بود که اغلب دانش آموزان را در ابهام رها می کرد.

«روزی در آغاز کلاس درس دانش آموزی دست بلند می کند و از استاد می خواهد که یکی از مسائل تکلیف شب را حل کند. استاد صورت مسأله را می خواند و چند دقیقه ای فکر می کند و می گوید بله جواب $\frac{\pi}{۴}$ است و روی تخته سیاه می نویسد $\frac{\pi}{۴}$.

دانش آموز که زیرک بود درصدد کسب اطلاع بیشتر برمی آید و می گوید:

ببخشید استاد راه دیگری وجود ندارد؟ معلم پاسخ می دهد. این سؤال جالبی است. و برای یک لحظه در فکر عمیقی فرو می رود وسپس می گوید این یک مسأله سرراست است. البته محاسبات آن قدری ناجور است و به تخته برمی گردد و یک $\frac{\pi}{۴}$ خیلی تمیز دیگر کنار $\frac{\pi}{۴}$ قبلی می نویسد و سپس از کلاس می خواهد که اگر سؤال دیگری دارند مطرح کنند.»

۱۳ ـ ناهمآهنگی انتخاب رشتهٔ ریاضی با علاقه و استعداد و توان بعضی از دانش آموزان و وابستگی انتخاب رشتهٔ بعضی از دانش آموزان به توصیهٔ پدر و مادر و جوّاقتصادی جامعه.

۱۴ ـ کلیشه ای بودن سؤالهای امتحانات نهایی و عدم پویایی در این سؤالات و ناآگاهی بعضی از طراحان سؤال از شیوه های نوین ارزشیابی.

در مقالهٔ «آموزش ریاضی برای دنیای فردا» نوشتهٔ لین آرتور که در مجلهٔ معروف آمریکایی «Educational - Leader ship» در سپتامبر ـ ۱۹۸۹ به چاپ رسیده است دربارهٔ ارزشیابی چنین آمده است:

«ارزشیابی باید همراه با هدفهای غائی آموزش و یادگیری باشد. ارزشیابی و آموزش باید مکمّل یکدیگر باشند و هدف تنها برگزاری امتحان نباشد. ارزشیابی باید طوری طرح ریزی شود و انجام پذیرد که منعکس کنندهٔ سطح اطلاعات دانش آموزان و نحوهٔ تفکّر آنها باشد. به طوری که روشن سازد که آنها چه می دانند و چگونه می اندیشند. بالاتر از همهٔ اینها ارزشیابی باید جزو هدفهای برنامه ریزی یعنی، به ریاضی ارزش دادن، ریاضی گونه استدلال کردن، پیدا کردن ارتباط های ریاضی، پیدا کردن راه حل مسائل و پرورش اعتماد به نفس باشد.»

بنابراین باید از دادن سؤالهایی که خارج از معلومات دانش آموزان

است پرهیز کرد. یعنی امتحان از مجهولات نباشد تا روحیهٔ اعتماد به نفس در او ایجاد شود. سؤالات باید ارزیاب مفاهیم، درک، محاسبه، مهارت و جنبه های مختلف آموزش باشد. باید ببینیم مسأله ای که در کلاس مورد بحث قرار گرفته است تا چه حد در یادگیری دانش آموزان اثر داشته و آیا آن مسأله را فرا گرفته اند یا نه؟ و این تفکّر که نباید سؤال ریاضی را که در کلاس حل می شود برای امتحان دانش آموزان داد درست نیست.

۱۵ ـ جهت گیری جامعهٔ دانش آموزی و آموزش کشور به سمت کنکور.

در نتیجه شیوهٔ تدریس به سمت تکنیک و فن تست زنی و سرعت عمل و نکته آموزی و خلاصه آموزی و فرمولی کردن مطالب بدون فهم آنها، جزوه گویی و در نتیجه دور شدن از تدریس عمقی و فهمی ریاضیات و انبار شدن ذهن دانش آموزان از محفوظات جهت آمادگی کنکور سوق پیدا کرده است. متأسّفانه آزمونهای تستی به مدارس راهنمایی و حتی ابتدایی نیز کشیده شده است. زمانی که تستهای چندجوابی خاصی حاکم بر ارزشیابی دانش آموزان باشد، چه برای ورود به دانشگاهها و چه آنچه که در درون مدارس برای ارزیابی و سنجش دانش آموزان با یکدیگر می گذرد. معلّمان بدون توجه به هدفهای غائی آموزش، مهارتهایی را که برای جواب دادن به این تستها لازم است به دانش آموزان می آموزند. حتی از قضایا و مطالب دانشگاهی برای جواب تست ها استفاده می شود بدون این که دانش آموز فهمی از آنها داشته باشد این نکته نیز قابل توجه است که تستهای کنکورهای این دو سه سال اخیر را اگر بررسی کنیم می بینیم که جهت گیری سؤالهای چهارگزینه ای به کتابهای نظام قدیم متمایل است. این باعث می شود که دانش آموزان و بسیاری از معلّمان باز مطالب کتابهای نظام گذشته را محور قرار دهند و نکات تستها و حتی راه حل این تستها مربوط به نظام قدیم باشد. به عنوان نمونه اگر به تست های کنکور سراسری ۷۸ نگاه کنیم از ۸ تست مخصوص نظام جدید به شماره های ۱۴۸ تا ۱۵۵، سه تست مشترک هردو نظام هستند (تست های ۱۵۰ و ۱۵۲ و ۱۵۴) و از مجموع ۵۵ تست ریاضی فقط ۵ تست مخصوص نظام جدید بوده است.

نتیجه و پیشنهاد: هرچند وجود کلاسهای شلوغ ۴۰ تا ۶۰ نفری در شهرهای بزرگ، تنوع درسها و وقت کم و جهت گیری آموزش به سمت کنکور، بسیاری از اهداف مهم آموزش و شیوه های صحیح آموزش را زیر سؤال می برد. به نظر می رسد برای حلّ دشواریهای آموزش ریاضی، به مرکز رهبری کنندهٔ نیرومندی نیاز داریم که بتواند نه تنها نیازهای دانش و صنعت، بلکه نیازهای تمام جامعه را در مجموع در نظر بگیرد. این مرکز باید افرادی با تخصص های مختلف را دور هم جمع کند که از جمله ریاضیدانانی که با مسأله آموزش آشنا هستند و مربیان و دبیران و معلّمان ریاضی که بر ریاضیات و آموزش آن تسلط دارند و عشق می ورزند و عملاً در فرآیند آموزش دستی بر آتش دارند، و هم چنین انجمن های ریاضی و حرفه ای معلّمان ریاضی تقویت کنند تا دربارهٔ نواقص تصمیم گیری کنند و بر آموزش مستمر معلّمان و ارتقاء علمی و کیفی آموزش آنها تکیه شود و معلّم نیز از پشتیبانی خوبی برخوردار گردد تا هم معلّم پژوهنده تربیت شود و هم معلّم متکی به شغل و حرفهٔ معلّمی، تا با خاطری آسوده بتوانند در پیشرفت آموزش گامهای مؤثرتری بردارد.

بالاخره باید در شیوه های آموزش معلّم محوری و سخنرانی تجدیدنظر کرد. تحقیق در کشور آمریکا (نقل از مجلهٔ مذکور در مقاله) نشان داده است که «بچه ها به آسانی آنچه به آنها آموخته می شود یاد نمی گیرند بلکه در اثر کار و تجربهٔ خود با تصحیح دانسته ها و باورهای قبلی همراه است نوعی معلومات ریاضی در آنها به وجود می آید که در نوع خود یگانه است.» لذا باید آموزش، فعّال، ملموس و متنوع باشد و از آموزش به صورت سخنرانی، حفظ کردن بدون تفکّر و تعقّل و یک روش و یک جواب، دستور و قواعد حفظ کردنی، تمرینهای کلیشه ای، تکالیف یکنواخت پرهیز کرد.

در پایان به فرازی دیگر از مقالهٔ «آموزش ریاضی برای دنیای فردا» توجه می کنیم:

«دانش آموزان امروز در قرن بیست و یکم زندگی و کار خواهند کرد. عصری که تحت سیطرهٔ کامپیوتر، رسانه های گروهی عالمگیر و اقتصاد جهانی خواهد بود. کسانی که برای مشاغلی آماده می شوند که به این اقتصاد کمک می کنند لازم است ایده های تازه را جذب و طرحهای نو را درک کنند. ریاضیات کلید مناسبی برای آمادگی جهت انجام این شغلهاست. لذا ریاضی تنها لازمهٔ کار متخصصان آینده نیست. بلکه جزء لاینفک تعلیم و تربیت عموم مردم به شمار می رود. این خیال واهی است که دانش آموز دبیرستانی بتواند به طور قطعی به این نتیجه برسد که او دیگر واقعاً به ریاضی نیازی ندارد. تمام دانش آموزانی که به شکلی قصد رفتن به دانشگاه و تحصیلات عالی دارند به عنوان پیش نیاز دانشگاه، و کسانی که قصد رفتن به دانشگاه را ندارند باید مهارتهای ریاضی لازم را برای آموزش حرفه یا کار آیندهٔ خود کسب نمایند.»

مراجع:

۱ ـ خلاقیت ریاضی، جرج پولیا (ترجمه پرویز شهریاری)، چاپ ۱۳۷۳، انتشارات فاطمی

۲ ـ چگونه مسأله حل کنیم، جرج پولیا (ترجمه احمد آرام)، چاپ ۱۳۷۶، انتشارات کیهان

۳ ـ بحث ریاضی با دانش آموز، سرژ لانگ (ترجمه نعمت عبادیان)، چاپ ۱۳۷۴، انتشارات مدرسه

۴ ـ آموزش ریاضیات دبیرستانی، اتوس بلر، جان ر ـ کولب (ترجمه جواد همدان زاده)، چاپ ۱۳۶۸، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی

۵ ـ مسیر ریاضیات جدید، و. و. سایر (ترجمه پرویز شهریاری)، چاپ ۱۳۶۶، انتشارات علمی دانشجو

۶ ـ مجلات رشد آموزش ریاضی، شماره های ۱۸ (سال ۶۷) و ۲۴ (سال ۶۸)، نشریه گروه ریاضی دفتر برنامه ریزی و تألیف

1. Lynn. Arthur

چه قدر دانش آموزان
در بازآفرینی ریاضیات نقش دارند؟

مانی رضائی
عضو هیأت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی

چکیده

به عنوان معلم ریاضی بارها شنیده اید که «ریاضیات به چه دردی می خورد و چه کاربردی دارد؟» «چرا باید ریاضی بخوانیم؟» و ... به نظر می رسد ضرورت این درس و چند و چون آن برای بسیاری از دانش آموزان پوشیده است. شاید منشاء بسیاری از این پرسشها در یک عبارت خلاصه شود: درس ریاضی برای دانش آموزان پیچیده تر از حد معمول است! اگر چنین باشد این سؤال مطرح می شود که مشکل از کجا شروع می شود؟ واقعیت این است که چنان چه دانش آموزان در بازآفرینی ریاضیات شرکت کنند از ریاضی لذت خواهند بُرد. در این نوشتار قصد داریم به کالبدشکافی این موضوع، هر چند کوتاه، بپردازیم.

طرح موضوع

دانش آموزان در دوران تحصیل خود چند مرحله ی اساسی را پشت سر می گذارند. در نخستین روزهای ورود به دبستان هر دانش آموز کوله باری هر چند کوچک از دانش، امّا قابل اتکا، همراه خود دارد و برنامه ی دبستان معمولاً حول این محور دور می زند که به منظم کردن این توشه و نمادگذاری برای آن بپردازد و در این میان برخی کاستی های آن را نیز جبران کند. طی این مرحله اگر دانش آموزان با مثالهایی طبیعی رو به رو شوند و خود نیز در این مثالهای دقیق و ملموس شرکت کنند، به درستی می توان گفت که دانش آموزان در ساختن این بخش از دانش ریاضی خود شرکت کرده اند. اهمیت و حساسیت این دوره بر کسی پوشیده نیست. در این مرحله اگر پایه های دوستی با ریاضی ریخته شود، در آینده با مشکلات کمتری رو به رو خواهیم شد. معمولاً دانش آموزان درمقابل ریاضی تسلیم می شوند امّا به سختی آن را می پذیرند، همان گونه که آن ها در نظمی آهنی سکوت می کنند و به نظر می رسد سراپا گوش شده اند و چنین نیست.

دانش آموزان بعد از آشنایی با نمادها و وسعت دادن به شناخت خود، در دوره ای دیگر به فراگیری برخی تکنیکهای محاسبه و استدلالهای ساده می رسند. در این دوره که سالهای پایانی دبستان و دوره ی راهنمایی را شامل می شود، بیشتر مفاهیم اولیه بیان می شود و پایه های مطالب بعدی استوار می شود. هم چنین ابزارهای لازم برای محاسبه و دقت بیشتر در اختیار دانش آموزان قرار می گیرد. دانش آموزان با تمرینهای مکرر مهارت بیشتری در استفاده از تکنیکها به دست می آورند و اعتماد بنفس زیادی کسب می کنند. امّا شاید این موقعیت زمینه ای برای دام اصلی در مرحله ی بعد را فراهم می کند.

در آخرین دوره ی تحصیل در مدرسه، آشنایی با چون و چراها آغاز می شود و به همراه آن مفاهیم جدید مسلسل وار در کتابها وارد می شوند، مفاهیمی از قبیل مجموعه ها، اتحاد، چندجمله ای،

تابع، ماتریس، احتمال، مشتق و انتگرال، بخش پذیری و اعداد اول، و ... و استدلالها رنگ دیگری به خود گرفته اند. مجال آشنایی با تمام مطالب به کمک تمرینهای مکرر کمتر شده است و در پایان راه غول بزرگی به نام کنکور نشسته که سایه ی شومی بر تمام آموزش دوره ی متوسطه انداخته است. روح کلی این بخش از آموزش دقت و استدلال و فراگیری عمیق است که به نظر بسیاری از دانش آموزان در تعارض و تناقض با کنکور است. راه حلّ فوریی که به نظر می رسد روش دوره ی قبل است که پاسخ نیاز آن دوره را برآورد کرده است: تمرینهای مکرر! امّا با این روش موفقیت کمی به دست می آید، زیرا انتظار دانش آموزان این است که معلم محصول فکر خود را در قالب تکنیکهای عمومی، فرمولها و روابط فشرده در اختیار آن ها قرار دهد و بتوانند با به کارگیری این تکنیکها و فرمولها در تمرینهای مکرر به نتیجه برسند. در این برنامه زمانی برای بازآفرینی ریاضیات پیش بینی نمی شود و تمام انرژی و زمان، صرف ارایه این تکنیکها و «حلّ مسایل نمونه» می شود، که در عمل چندان موفق نیست و نتیجه ی طبیعی آن انزجار و تنفر است.

بررسی اولیه و بازآفرینی ریاضی

آیا در این وضعیت می توان روش یا روشهایی را به کار بست تا از بن بست خارج شویم؟ به نظر نگارنده این مهم امکان دارد و راه های گوناگونی برای رویارویی با آن وجود دارد و شاهد آن روشهایی است که هریک از معلمان زبردست در اختیار دارند. می توان یقین داشت که هر معلمی راه کار و برنامه ای برای فایق آمدن بر این مشکل دارد و جمع بندی آن ها می تواند سرمایه ای ارزنده برای آموزش ریاضی در کشور باشد.

از طرفی بدیهی است که عدم تحرک فکری دانش آموزان در کلاس درس، عدم احساس ضرورت چیزی که فرا می گیرند، هم چنین ملموس نبودن ریاضیات برای آن ها و در یک عبارت «عدم شرکت دانش آموزان در بازآفرینی ریاضیات» آنان را در کلاس به انفعال می کشاند و از دست و پنجه نرم کردن با مسایل هراس دارند و خودداری می کنند. در این زمان حجم عظیم تمرینهای مکرر که صرفاً برای تسلط بر تکنیکی خاص یا نوعی استدلال از پیش تعیین شده ارایه می شود، منجر به خستگی دانش آموزان می گردد و در بیشتر موارد ذهن آن ها را دنباله رو می کنند. اگر به تفکر درست و اصلاح پذیر دانش آموزان باور داشته باشیم می توانیم آن ها را در بازآفرینی ریاضیات شرکت دهیم. این امکان وجود دارد که دانش آموزان را با تعیین ۴۰ یا ۵۰ تمرین تکنیکی با جزییات محاسبه در فلان بخش از درس آشنا کنیم امّا می توان با طرح چند سؤال در سطوح مختلف قوای فکری آن ها را به فعالیت واداشت و به مطلوب نیز نزدیک شد. در شروع ممکن است زمان از دست رفته زیاد به نظر برسد، امّا به زودی بعد از فعالیت دانش آموزان محصول کار چندین برابر می شود. به هرحال تغییر در سیستم آموزشی در این مرحله، زمانی را برای آموخته شدن دانش آموزان می طلبد. معلم وقتی محصول فکر خود را به دانش آموزان می دهد از آن ها می خواهد که مصرف کننده باشند و آن را ببلعند و هضم کنند، امّا وقتی دانش آموزان در کلاس و پا به پای معلم محصول را به دست می آورند چیزی بیش از ریاضیات فرا گرفته اند، در این حال بازآفرینی ریاضیات را تجربه کرده اند. **«اگر به گرسنه ای ماهی بدهی او را سیر کرده ای، امّا اگر به وی ماهیگیری بیاموزی او دیگر بی نیاز می شود.»**

مجال بازآفرینی ریاضیات در کتابهای درسی

اکنون این سؤال اساسی پیش می آید که چه گونه دانش آموزان در این بازآفرینی شرکت کنند؟ و شاید پیش از این سؤال باید به کتابهای درسی نگاهی دوباره بیاندازیم. طی دوره ی طولانی فراگیری، هر دانش آموزی با پرسشهای زیادی رو به رو می شود که در جریان یافتن پاسخ آن می تواند مطالب دیگری را نیز فرا بگیرد. وقتی درباره ی قطب نما مطالعه می کند، می تواند با ویژگی مغناطیسی آهن ربا «آشنا شود» و می تواند به وجود میدان مغناطیسی زمین «پی ببرد» و می تواند «ببیند» برخی از اشیا جذب آهن ربا نمی شود و «حتی» برخی از فلزات نیز چنین ویژگی را دارند. (البته این که در درسهای دیگر مثل فیزیک تا چه حد به این مطلوب نزدیک هستیم بحث دیگری است که باید به آن جداگانه پرداخت.) امّا در ریاضی که بیشتر مفاهیم آن انتزاعی است و دانش آموز شهود کمتری در این مفاهیم دارد، چه گونه می تواند با ویژگی ها «آشنا شود»، و به وجود بعضی دیگر «پی ببرد»، «ببیند»، و «حتی» استثناها را بیابد. این در حالی است که نگرش کتابهای درسی در ابتدای آشنایی با مفاهیم انتزاعی و مجردی مثل تابع بدون پی ریزی مقدمه ای مناسب است و جانِ کلام داخل کادر یا با رنگی متفاوت چنین بیان می شود:

> **رابطه، مجموعه‌ای از زوجهای مرتب است. یک تابع رابطه‌ای است که در آن هیچ دو زوج متمایزی دارای مختصهای اول (xهای) مساوی نباشد. اگر دو زوج دارای مختصهای اول مساوی باشند آن‌گاه مختصهای دوم آن‌ها هم مساوی خواهد بود.[۱]**

به عنوان نمونه ای دیگر به تعریف «تابع نمایی طبیعی» در کتابهای درسی توجه کنید.

همانطور که در ریاضیات سال گذشته خوانده اید نظیر هر عدد حقیقی x، یک عدد منحصر به فرد a^x $(a > 0)$ وجود دارد، همچنین با تابع نمایی آشنا شدید و می دانید که اگر...

هر چند ایجاد ارتباط بین مطالب پایه های مختلف تحصیلی یک ضرورت محسوب می شود لیکن مقدمه ی کوتاه بیشتر قسمتهای کتابهای درسی به حافظه ی دانش آموزان در ریاضیات سال گذشته اتکا دارد و اگر احیاناً دانش آموزان در درس ریاضی سال گذشته ی خود با مشکلی رو به رو بودند (که در بیشتر موارد چنین است) احساس ضعف در درس ریاضی به این سال نیز منتقل می شود. امّا می توان این ارتباط را کمی واقعی تر و نه الزاماً با مطالب دوره های تحصیلی بلکه با موضوعهای جاری زندگی پیوند داد. به نظر می رسد جایی که بیشترین ارتباط بین مفاهیم ریاضی (در دوران مدرسه) با پیرامون ما وجود دارد، تابع نمایی طبیعی است. امّا در کتابهای درسی نه تنها به این پرسش که «طبیعی» به چه معنی است پاسخی داده نمی شود، بلکه بعد از تجرید بسیار، موضوع با این جمله تمام می شود:

بنا به تعریف تابع نمایی با پایه ی a که می تواند هر عدد مثبت غیر از یک باشد، وقتی $a = e$ باشد تابع نمایی طبیعی با ضابطه $y = e^x$ نامیده می شود.

آیا در این شیوه ی بیان مجالی برای بازآفرینی می ماند؟ در این میان پرسشهای بسیاری بی پاسخ مانده است. چرا این عدد به عنوان پایه ی تابع نمایی طبیعی انتخاب شده است؟ چرا تابع نمایی در پایه ی ۲ که محاسبه ی تابع آن لااقل برای عددهای صحیح ساده تر است طبیعی نامیده نمی شود؟ کاربرد آن چیست؟ و ... پاسخ گروهی به این پرسشها در یک عبارت خلاصه می شود: «پس نقش معلم چیست؟!»

به جا است در همین سطور تأکید کنیم این نگرش نمی تواند از ارزش کتابهای ارزنده ی موجود بکاهد، و از آنجا که در این نوشتار قصد نقد دقیق کتابهای درسی را نداریم به این چند مثال بسنده می کنیم.

جایگاه معلم و نقش دانش آموزان

به جرأت می توان گفت شاید معلمان مهمترین سرمایه ی آموزشی کشور هستند. برای هر کسی که دوران تحصیلی خود را پشت سر گذاشته حضور یک یا چند معلم در کلاس درس نقشی بر جا گذاشته که شاید تا سالهای پایانی عمر فراموش نشدنی باشد. این معلمان جدا از خصوصیات اخلاقی برجسته و بزرگ منشی خود، در تدریس نیز صاحب سبک و سیاقی هستند که آن ها را بارز می کند.

نگارنده تا این دوران فاصله ای بسیار دارد، امّا ذکر برخی از این ویژگیها را با قلم ضعیف خود، تمرینی برای یادگیری خود می داند. از جمله ی این ویژگیها می توان از **علاقه مند بودن معلم به درسی که می دهد، توجه به وضع عمومی کلاس و حفظ شادابی آن، ارتباط متقابل بین معلم و دانش آموزان، طرح پرسشهایی که به کلاس تحرک دهد، پیش بردن درس با بهره گیری از اطلاعاتی که دانش آموزان عرضه می کنند، ایجاد امکان کشف برای دانش آموزان طی درس، طرح تمرینها و پرسشهایی که در خارج از کلاس دانش آموزان را وادار به تفکر کند،** و ... نام برد.

با توجه به وجود فن آوریهای نوین، حضور معلم به عنوان کسی که صرفاً تمامی مطالب کتاب را بیان کند و مسأله حل کن باشد، تا حد زیادی عبث به نظر می رسد. چنان چه ارتباط متقابل بین معلم و دانش آموزان برقرار نشود، معلم حکم نواری زنده را دارد که در کلاس پخش می شود و شاید تهیه ی جزوه ی دقیق یکی از دانش آموزان یا در وضعیت بهتر تهیه ی فیلم ضبط شده از کلاس برای کسی که حوصله ی حضور در کلاس را ندارد ثمره ای به مراتب بیشتر برای فراگیری داشته باشد.

ارتباط متقابل چه گونه پدید می آید؟ این ارتباط می تواند با طرح پرسشهای گوناگونی از طرف معلم در کلاس ایجاد شود. واضح است که این پرسشها می تواند متناسب با موضوع و توان دانش آموزان مطرح شود. در نظر گرفتن توان دانش آموزان اهمیت ویژه دارد تا به آن ها برای ادامه ی کار قوت قلب بدهد. اگر دانش آموزان در کلاس از عدم توانایی در حل«تمام» تمرینها بازخواست نشوند می توانیم از آن ها بخواهیم که این اجازه را به دیگران ندهند که با راهنماییهای خود فرصت فکر کردن را از آن ها بگیرند، و می توانیم تا اندازه ای امیدوار باشیم که امکان بازآفرینی ریاضیات توسط دانش آموزان فراهم شده باشد. این واقعیت که هر کس به محصولی که خود کاشته دل بسته است، انکارناپذیر است. اگر این محصول، بدون راهنمایی مستقیم دیگران به دست آمده باشد کاملاً درونی می شود. بهتر است این راهنمایی از دل پرسش بیرون بیاید و نه معلم آن را استخراج کند و در اختیار دانش آموزان قرار دهد. به عنوان مثال، به این پرسش توجه کنید:

عدد ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱ اول است. نشان دهید در هر پایه ی دلخواه b اگر عددی به صورت $(1 \ldots 111)_b$ اول باشد، تعداد رقمهای آن اول است.

در بدو امر ممکن است این پرسش امتحانی برای آزمایش چشم به نظر برسد! امّا ادامه ی پرسش تا حد زیادی روش کار را روشن می کند. نمایش این عدد در هر پایه ای منجر به یک چندجمله ای می شود که انجام عملیات جبری روی آن و استفاده مکرر از اتحادها و فرض اول بودن عدد مورد نظر منتهی به اول بودن تعداد رقمهای آن می شود:

با فرض این که تعداد رقمهای این عدد n باشد، عدد مورد نظر را می توان در پایه ی b به صورت

$$b^{n-1}+b^{n-2}+\cdots+b+1=\frac{b^n-1}{b-1}$$

نمایش داد. حال فرض کنید n اول نباشد، پس می توان آن را به صورت حاصل ضرب دو عدد نوشت:

$$\begin{aligned}
\frac{b^n-1}{b-1}&=\frac{b^{km}-1}{b-1} \qquad (n=km)\\
&=\frac{(b^k)^m-1^m}{b-1}\\
&=\frac{(b^k-1)((b^k)^{m-1}+(b^k)^{m-2}+\cdots+b^k+1)}{b-1}\\
&=\frac{(b-1)(b^{k-1}+b^{k-2}+\cdots+b+1)((b^k)^{m-1}+(b^k)^{m-2}+\cdots+b^k+1)}{b-1}\\
&=(b^{k-1}+b^{k-2}+\cdots+b+1)((b^k)^{m-1}+(b^k)^{m-2}+\cdots+b^k+1)
\end{aligned}$$

که برابری آخر در تناقض با فرض اول بودن عدد $(1\ldots111)_b$ است.

قابل ذکر است که هیچ اقدامی برای پاسخ گویی به چرایی اول بودن ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱ انجام نشده است، و نیازی به این امر نیز احساس نمی شود. امّا وجود این عدد می تواند برخی سؤالها را در ذهن خواننده ایجاد کند. مثلاً آیا عکس حکم نیز صحیح است؟ یا، آیا برای رقمی دیگر نیز این حکم صحیح است؟ کلی بودن حکم ارایه شده، به حل آن کمک می کند، و مثالی لذت بخش است که راه حلّ زیبای آن را از دل پرسش آن بیرون آمده است و هر خواننده ی علاقه مند به ریاضی را سرِ شوق می آورد. امّا، آیا همیشه دانش آموزان را در این لذت و زیبایی ریاضیات با خود شریک می کنیم؟ کمی تغییر در صورت پرسش می تواند آن را دگرگون کند و شاید راهنمایی ما نیز نتواند جبران آن باشد. از دانش آموزان می خواهیم که به درس «شیرین ریاضی» توجه کنند و از آن لذت ببرند! در برابر خلاصه ی مبهم این پرسش به صورت بالا، انتظار چه واکنشی داریم:

اگر عددی به صورت ۱ ...۱۱۱ اول باشد، نشان دهید تعداد رقمهای آن اول است.

(راهنمایی: بسط این را در پایه ی اعشاری بنویسید.)

گزارش

گزارشی که در ادامه آمده، تجربه ی نگارنده در کلاسی با سطح معلومات متوسط است. طرح پرسش کلاس می تواند چندمنظوره باشد. در این کلاس طرح موضوع با هدف تحریک دانش آموزان و مشارکت آن ها بیان شده است.

وارد کلاس شدم و قصد داشتم به بحث بخش پذیری و مفاهیم مقدماتی آن بپردازم. امّا با چهره ی خسته و حتی بی زار از درس دانش آموزان رو به رو شدم و فکر کردم اگر همین الان درس را شروع کنم شنونده ی اصلی درس آجرهای دیوار هستند! بنابراین، بعد از سلام و احوال پرسی رو به دانش آموزان و خطاب به همه گفتم: هرکس یک عدد دلخواه برای خودش انتخاب کند ... حداقل سه رقم داشته باشد ... با وارونه کردن جای ارقام آن، عدد دیگری به دست آورید ... مثل ۱۲۳ و ۳۲۱ ... عدد کوچک تر را از عدد بزرگ تر کم کنید ... (و در این میان با گفتن برخی جمله های فرعی خطاب به کسانی که در این ماجرا فعال نبودند، آنان را نیز به فعالیت وادار می کردم و کلاس کاملاً جنبه ی بازی گونه و تفریحی پیدا کرده بود) ... در ارقام عدد حاصل از تفریق یک عدد مخالف صفر انتخاب کنید و آن را کنار بگذارید و حاصل جمع بقیه ی ارقام را به دست آورید ... (و با اشاره ی دست، هرکسی را که محاسبه را تمام می کرد خطاب قرار می دادم) حاصل جمع چه قدر شد؟ ... ۱۷ ... عدد انتخابی تو ۱ است! ... (با اشاره به دیگری) حاصل جمع چه قدر شد؟ ... ۶ ... عدد تو ۳ است! ... (با اشاره به دیگری) چند؟ ... ۲۹ ... عدد تو ۷ است! ... (دیگری) چند؟ ... ۳۵ ... ۱! ... چند؟ ... ۱۸ ... ۹! ... چند؟ ... ۲۵ ... ۲! ... (و آن قدر ادامه یافت تا تقریباً هر کسی که حاصل جمع خود را گفته بود پاسخ دریافت کرد) این کار در کلاس جنب و جوش بسیاری ایجاد کرد. تمام زمانی که صرف این نمایش شد به ده دقیقه نرسید امّا در چهره ی دانش آموزان دیگر آن نشانه های ابتدای ساعت وجود نداشت. هرکس حدس خود را برای من یا دوستانش بیان می کرد و برای این که صدایشان به گوش برسد با تمام توان فریاد می زدند. تقریباً همه چگونگی به دست آوردن عدد را حدس زده بودند. در این حال روی تخته ی کلاس نوشتم:

تمرین: ثابت کنید عدد حاصل از تفریق (در این فرآیند) بر ۹ بخش پذیر است.

تحرکی که این نمایش به کلاس داد، انرژیی ایجاد کرد که تا پایان ساعت ادامه یافت و تنها صدای زنگ مدرسه به یادمان انداخت که آخرین زنگ از آخرین روز هفته است.

فعالیتی که دانش‌آموزان در جریان این بازی داشتند باعث شد که موضوع برای آن‌ها نیز جذاب شود. با این فعالیت عمومی مثالهای متنوعی در کلاس مطرح شد و استثنایی بودن مثال مورد بررسی را برای هرکس منتفی کند. از طرفی وجود حالت معمایی به موضوع جاذبه ای دیگر داده بود. با مشارکت دانش آموزان، طی آن روز مطالب بیان شده، بسیار بیش از برنامه ای بود که از قبل پیش بینی کرده بودم. با این که بارها در پایه های مختلف تحصیلی شرط بخش پذیری بر ۹ بیان می شود و تقریباً هر دانش آموزی این شرط را می داند، امّا اگر از دانش آموزان یک کلاس بخواهیم استدلالی قابل قبول و دقیق برای این شرط بیان کنند در اثبات بیشتر آن ها اشکالهای فراوان دیده می شود و حتی گروهی از استدلال کلی برای این شرط وا می مانند. جالب این که بسیاری عدم وجود مثال مشابه را دلیل عدم موفقیت خود در استدلال می دانند.

بدیهی است که اگر دانش آموزان با حالت انفعال در کلاس حضور داشته باشند این حضور تنها یک حضوری فیزیکی است و حضوری فعال نیست. امّا به نظر می رسد چنان چه دانش آموزان در بازآفرینی ریاضیات شرکت کنند، محصول کار را از آنِ خود می دانند و در ایجاد و خلق آن خود را سهیم می دانند و در تعمیم و حفظ آن کوشش می کنند.

راه درازی پیش رو داریم

شاید برشمردن مشکلات و نارساییها، نخستین گام برای رسیدن به نظام آموزشی دلخواه باشد. هر چند ترسیم خطوط کلی برای این نظام نیز از اهمیت ویژه ای برخوردار است، که درخور تأمل است. در حیطه ی ریاضیات و مشکلات ویژه ی آن در آموزش، که تنها در کشور ما مطرح نیست، راه درازی در پیش داریم. از رفع تنش های ناشی از مشکلات غیرآموزشی تا مسایل آموزشی از قبیل نارساییهای کتابها، برنامه ریزی کلان نظام آموزشی، برنامه ریزی کلان درسی، انتخاب محتوای مطالب در هر پایه، نگرش عمومی به کنکور و برنامه ریزی مسئولان سازمان سنجش، و ... همگی گامهای نخستین برای اجرای پیشنهادهای آموزشی و طرحهای نوین در تدریس خواهد بود. با تمام این نکات، نگارنده با ایمان به موثر بودن تلاش معلمان در شناسایی آگاهانه ی این نارساییها و جمع بندی تجربه های خود، امید به فردای روشن دارد.

در این میان توجه به نسلی که در جریان این حرکت بزرگ تا حدود زیادی نگران و سرگردان در میانه ی راه به دنبال ریسمانی هستند تا به آن چنگ زنند، اهمیت دارد.

تشکّر و سپاس

تصور نمی‌کنم قادر باشم با هیچ قلم و زبانی بتوانم از استاد و معلم ارزنده خود، دکتر گویا، که نه با ریاضی، بلکه با «آموزش ریاضی» آشنایم کرد و دنیای دیگری را برایم گشود، تشکر کنم و سپاسگزار باشم.

■

زیرنویس:

۱. در این کتاب تابع به عنوان ابزار و زبان برای آموزش مطالب بعدی مانند دنباله، لگاریتم، جزء صحیح، ... آمده است و وجوه دیگر آن مورد تأکید نیست.

با این وصف بدیهی است که این پرسش پیش بیاید که در نگارش کتابهای درسی به «آموزش» تا چه اندازه توجه کرده ایم؟ آیا در این نوع آموزش از دانش‌آموزان نمی خواهیم که معنی تک تک این لغات را بیابند و این تعریف جامع و مانع را به خاطر بسپارند؟ آیا در چند صفحه ای که این مفهوم معرفی شد، نمی توانستیم مسیر را طوری هموار کنیم که در نهایت در «تعریفی که دانش آموزان از تابع ارایه می کردند» این مفهوم بیان شود؟ مشارکت دانش آموزان در بازآفرینی ریاضی می تواند به فراگیری آن ها کمک کند. اگر دانش آموزان با بیان مثالهایی دقیق تر و عمومی به ضرورت تعریف تابع برسند، شاید دیگر نیازی به زیرنویسی برای تأکید بر اهمیت موضوع نباشد.

مراجع:

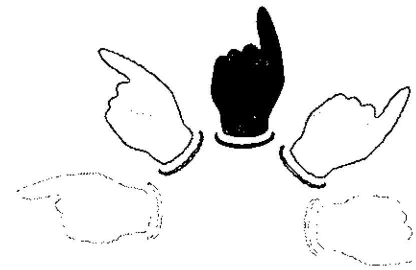
۱) ریاضیات (۳) و (۴)، سال دوم، نظام جدید آموزش متوسطه، نظری ـ فنی و حرفه ای.

۲) حسابان (۱) و (۲)، سال سوم، نظام جدید آموزش متوسطه، رشته ی ریاضی و فیزیک.

۳) یادداشتهای شخصی، بهار ۱۳۷۸.

4) GRAHAM, R. L., KNUTH, D. E., and PATASHNIK, O. *Concrete Mathematics*. Addison - Wesley, New York, 1992.

روش های رهگشای حل مسأله و چالش های آن



محمدرضا نوروزی، آموزش و پرورش خراسان ـ ناحیه ۴ مشهد

مقدمه

هر کسی که فعالیت می کند چه علمی و چه اجتماعی همیشه با «مسأله هایی» روبرو می شود که برای *ادامه کار* خود ناچار است آنها را حل کند. همهٔ ما باید این توانایی را داشته باشیم که از موقعیتها و پیش آمدهای تازه نهراسیم و بتوانیم راه خروج از «بن بستها» را بیابیم.

برای این منظور، باید قبل از هر چیز، موقعیت مسأله خود را مورد بررسی انتقادی قرار دهیم و با تجزیه و تحلیل دقیق آن، «داده ها» و «خواستها»ی مسأله را به خوبی بشناسیم، یعنی، برای خود روشن کنیم که چه هدفهایی را در نظر گرفته ایم و برای رسیدن به آنها، چه امکانهایی در اختیار داریم؟

در این مقاله، فعلاً به بررسی مفهوم دقیق «تجزیه و تحلیل» در مسأله های ریاضی، که منجر به حل مسأله می شود، نمی پردازیم و فرض را بر این می گیریم که مسأله را حل کرده ایم، در اینجا، به این پرسش پاسخ می دهیم که آیا بعد از حل مسأله، کار را تمام شده بدانیم و به سراغ مسأله ای دیگر یا کاری دیگر برویم یا دوباره در همان مسأله به جستجو بپردازیم و در پی کشف نکته های تازه ای باشیم؟

گرچه خود مسأله، اگر با نیروی اندیشه و نه یاری دیگران انجام گیرد، در تکامل خلاقیت ذهن و شکوفاشدن نیروی اندیشه اهمیت جدی دارد، ولی مهمتر از آن، توجه به نکته های جنبی مسأله و پرداختن به «چیزهایی» است که به ظاهر از ما نخواسته اند:

- آیا مسأله، راه حل یا راه حلهای دیگری دارد؟
- چه مسأله هایی مشابه با این مسأله حل می شوند؟
- آیا عکس مسأله معنا دارد و آیا قابل حل است؟
- آیا مسأله، حالتهای خاصی دارد؟
- آیا می توان مسأله را تعمیم داد؟

و . . .

معادله و شکل که مدلهای آزمایشی اند

مواظب باشید شما را فریب ندهند. معادله و شکل ابزار حل مسأله اند. برای حل یک مسأله تلاش می کنیم خود را به «معادله» یا «دستگاهی از معادلات» برسانیم و به کمک آن، مجهول یا مجهولها را به دست آوریم. هم چنین عادت کرده ایم برای حل یک مسأله گاهی از شکل استفاده کنیم، شکل تقریبی را رسم می کنیم و روی آن هدف خود را دنبال می نمائیم.

این کار روش درستی است. هر وقت بتوانیم، برای مشکل خود و برای حل مسأله مورد نظر خود، مدلی بسازیم، آزمایش روی آن، کار ما را ساده تر و ملموس تر می کند و در نتیجه ما رابطهٔ بین هدف و امکانهای موجود را بهتر و روشنتر درک می کنیم. ذهن آدمی، بدون مدل سازی، حتی نمی تواند کار استدلال را آغاز کند. اگر بخواهید دو عدد ساده را در ذهن خود جمع کنید. بدون تجسم نماد دو عدد به هیچ نتیجه ای نمی رسید و نماد عدد نوعی مدل برای عدد است.

توجه کنید که کار روی مدل نوعی آزمایش است و آزمایش نمی تواند جانشین استدلال ریاضی شود. ممکن است آزمایش روی یک مدل موفقیت آمیز باشد ولی در مدل دیگر، ما را به بن بست بکشاند. یکی از علتهای این وضع آن است که مدل، تنها بخشی از حقیقت موضوع مورد نظر ما را منعکس می کند نه تمامی آن را.

مدل *کاریکاتوری* از حقیقت است و ممکن است بسیاری از جنبه های حقیقت را پنهان کند.

مدلِ مسأله های جبری و هندسی، یعنی معادله و شکل نیز از این خصلت دور نیستند. به ویژه، در شکلهای هندسی عدم دقت در رسم، عدم توجه به «ماهیت وجودی شکل» و یا جستجو نکردن حالتهای ممکن دیگر، ممکن است آن را از حقیقت دور کند، وقتی برای حل یک مسأله هندسی، می خواهیم شکلی را رسم کنیم، علاوه برتوانایی در تجسم شکل، به ویژه شکلهای فضایی، باید همواره خود را در برابر این پرسشها قرار دهیم:

- آیا چنین شکلی می تواند وجود داشته باشد؟
- آیا شکلی که رسم کرده ایم، دست کم تا حد معقول، درست و دقیق است؟
- آیا شکل، معرف حالت خاصی از مسأله است یا حالت کلی آن؟

و ...

شبیه چنین پرسشهایی را می توان دربارهٔ معادله ای که تشکیل داده ایم، مطرح کرد.

عدم توجه به این پرسشها و تنها متوسل شدن به آزمایش، روی مدل ناقص خود، ممکن است ما را به نتیجه ای کاملاً دور از واقعیت برساند. با مثال می توان مطلب را روشنتر کرد.

مثال ۱: مجموع $S = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ چیست؟

حل: ژوزف فوریه «۱۸۳۰ـ۱۷۶۸ میلادی» ریاضی دان فرانسوی در کتاب خود به نام «نظریهٔ تحلیلی گرما، ۱۸۲۹ میلادی» مجموع $S = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ را برابر $\frac{1}{2}$ دانسته است او این طور استدلال می کرد:

$$S = 1-1+1-1+1-\cdots = 1-(1-1+1-1+\dots)$$

چون داخل پرانتز، همان مقدار S است، بنابراین:

$$S = 1 - S \Rightarrow S = \frac{1}{2}$$

چند سال بعد برنارد بولتسانو «۱۸۴۸ـ۱۷۸۱ میلادی» ریاضی دان و فیلسوف چک، برای اثبات نادرستی نتیجه گیری فوریه، با استدلالی شبیه به استدلال فوریه، دو مقدار دیگر برای S پیدا کرد:

$$S = (1-1)+(1-1)+(1-1)=\cdots=0$$
$$S = 1-(1-1)-(1-1)-(1-1)-\cdots=1$$

دربارهٔ نادرست بودن نتیجه گیری فوریه، حتی می توان به این «استدلال عامیانه» متوسل شد که چطور ممکن است از مجموع جبری عددهای صحیح، عددی کسری به دست آید؟

مثال ۲: وضع خط راست $3x + y + 1 = 0$ را نسبت به منحنی (C) به معادلهٔ $2x^2 - y^2 + xy + 2x + 5y - 4 = 0$ معلوم سازید.

حل: برای پی بردن به موقعیت یک خط راست، نسبت به یک منحنی باید نقاط مشترک آنها را در صورت وجود به دست آورد. برای این منظور، خط و منحنی را باهم قطع داده تا معادله تلاقی خط و منحنی حاصل شود لذا از دستگاه

$$\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 2x^2 - y^2 + xy + 2x + 5y - 4 = 0 \end{cases}$$

با حذف y نتیجه می شود $(x+1)^2 = 0$ یعنی این خط در نقطهٔ $N\left|{}^{-1}_{\,2}\right.$ بر منحنی تابع (C) مماس است.

با کمی تأمل متوجه این موضوع می شویم که اگر قرار باشد خط بر منحنی در $N\left|{}^{-1}_{\,2}\right.$ مماس باشد مقدار عددی مشتق تابع در $N\left|{}^{-1}_{\,2}\right.$ باید برابر شیب خط یعنی ۳- شود که چنین نیست زیرا:

$$y' = \frac{4x + y + 2}{2y - x - 5} \Rightarrow m = \frac{0}{0} \text{ مماس}$$

لذا این مطلب ما را، دربارهٔ درستی جواب، به تردید می اندازد:
حال اگر معادله (C) را به صورت صریح درآوریم داریم:

$$y = 2x + 4$$

یا

$$y = -x + 1$$

پس معلوم می شود که (C) منحنی نبوده بلکه دو خط راست بوده که در $N\left|{}^{-1}_{\,2}\right.$ یکدیگر را قطع می کنند.

نتیجه این که ریشهٔ مضاعف داشتن و معادلهٔ (C) به کمک هم، ما را فریب داده اند.

مثال ۳: آیا $x=-1$ جوابی برای معادلهٔ $x^x=x$ است؟

حل: اگر بنویسیم:

$$x^x = (-1)^{-1} = \frac{1}{(-1)^1} = -1 = x$$

واضح است که $x = -1$ در معادله صدق کرده با این حال نمی توان گفت که ریشه معادله است زیرا این معادله فقط یک ریشه به صورت $x=1$ دارد. دلیل این مطلب به تعریف تابع با ضابطه:

$$y = [f(x)]^{g(x)}$$

مربوط می شود، دامنه این تابع یعنی مقادیر قابل قبول برای متغیر x بنابر تعریف با این شرط تعیین می شود: f(x) مقداری مثبت باشد.

روش برهان خلف

«برهان خلف» یکی از روشهای جالب برای اثبات قضایا در مسائل ریاضی است. در برهان خلف به جای این که درستی یک گزاره را به طور مستقیم ثابت کنیم، راهی غیرمستقیم انتخاب می کنیم و ثابت می کنیم با نپذیرفتن درستی گزاره، به نتیجه ای ***نامعقول*** می رسیم. به زبان مثال، برای اثبات برابری دو عدد b, a ثابت می کنیم: a از b بزرگتر یا کوچکتر نیست.

تا آنجا که می دانیم «اقلیدس» نخستین کسی بود که از «برهان خلف» در کتاب مشهور خود به نام «اصول» استفاده کرد. او آن را

«معمای برهان خلف» می نامید و دربارهٔ آن می گفت «گزاره A را می توان ثابت شده دانست، وقتی که آن را نادرست بدانیم، با هم درستی A را نتیجه می دهد».

در حل مسائل با روش برهان خلف باید دقت کنیم که به طور دقیق، چه نتیجه یا نتایجی از استدلال ما، که بر پایهٔ برهان خلف انجام گرفته است، به دست می آید و چه نتایجی به دست نمی آید.

مثال ۱: دنبالهٔ نامتناهی $\{a_k\}$، که همهٔ جمله های آن، عددهای مثبتند، چنان است که برای هر $k \in N$، داریم:

$$[a_{k+1}+k]a_k=1$$

ثابت کنید تمام جملات این دنباله ها، عددهایی گنگ هستند.

حل: فرض می کنیم، یکی از جمله های دنباله، عددی گویا و به صورت $a_k=\frac{p}{q}$ باشد، که در آن p, q را عددهای طبیعی اند.

بنا به فرض می توان مقدار جملهٔ بعدی را به دست آورد:

$$a_{k+1}=\frac{1}{a_k}-k=\frac{q}{p}-k=\frac{q-p^k}{p}$$

مجموع عددهای صورت و مخرج، در a_k برابر $p+q$ و در a_{k+1} برابر $p+q-p^k$ است یعنی این مجموع، در a_{k+1} کمتر از آن در a_k است و بنابراین بعد از چند گام، به جایی می رسیم که صورت یا مخرج جمله ای، عددی منفی می شود و فرض را که باید همه جمله ها مثبت باشند، نقض می کند. این تناقض ثابت می کند که در این دنباله، جملهٔ گویا وجود ندارد.

توجه کنید ما ثابت کردیم دنبالهٔ فوق، نمی تواند جمله ای گویا داشته باشد، ولی ثابت نکردیم چنین دنباله ای با جمله های گنگ وجود دارد، خودتان در این باره اندیشه کنید که آیا چنین دنباله ای وجود دارد؟ و روشن است برای پاسخ مثبت یا منفی به این پرسش، استدلال ریاضی لازم است. البته اگر بتوان یک نمونهٔ عددی برای چنین دنباله ای پیدا کرد، کافی است تا حکم کنیم، چنین دنباله ای وجود دارد ولی آیا می توانید چنین نمونه ای را بیابید؟

مثال: در تعیین دورهٔ تناوب توابع از جمله تابع به معادلهٔ $f(X)=(-1)^{[x]}(x-[x])$ این گونه به حل مسائل می پردازیم.

فرض می کنیم $f(x+T)=f(x)$ داریم

$$(-1)^{[x+T]}(x+T-[x+T])=(-1)^{[x]}(x-[x])$$

که با فرض $T \in Z$ نتیجه می شود:

$$(-1)^T=1 \Rightarrow T=2k$$

حال کوچکترین T مثبت وقتی است که $K=1$ یعنی $T=2$ دورهٔ تناوب اصلی تابع است.

مثال ۲: به ازای $n>71$ جملات دنبالهٔ $\left\{\frac{2n^2-32}{n^2-41}\right\}$ در کدام همسایگی واقع می شود؟

حل:

$$a_n=\frac{2n^2-32}{n^2-41}=2+\frac{50}{n^2-41}$$

برای $n>71$، $a_n>2$ و $\epsilon=\frac{50}{n^2-41}\Big|_{n=71}$. لذا $\epsilon=\frac{1}{100}$. لذا جملات برای $n>71$ دربازهٔ (۲, ۲/۰۱) واقع می شوند. که برخی با تصور این که بازه باید متقارن باشد آن را به صورت (۱/۹۹, ۲/۰۱) اختیار می کنند.

مثال: اگر $y=\sqrt{u^2+u}$ و $u=(\tan x-1)^5$ مقدار مشتق مرتبهٔ دوم y نسبت به متغیر x وقتی $x=\frac{\pi}{4}$ چیست؟

حل: چون y نسبت به متغیر x در $u=(\tan x-1)^5$ مشتق ندارد لذا مشتق مرتبهٔ دوم وجود ندارد. در حالی که برخی مقدار $y''_{x=\frac{\pi}{4}}$ را صفر می دانند.

مثال ۳: برای اثبات این که تابع f با ضابطهٔ

$$f(x)=\begin{cases}1 & x \text{ گویا}\\ 0 & x \text{ اصم}\end{cases}$$

در $x=a$ «a عددی است اصم» حد ندارد. می توان دو دنبالهٔ $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ را به صورت $a_n=\frac{[na]}{n}, b_n=a+\frac{1}{n}$ انتخاب نمود.

اشتباهات سیستماتیک در حسابان

بسیاری از دانش آموزان در کلاسهای درسی حسابان، اشتباهاتی می کنند که تصادفی نیستند و اغلب معلمان در کلاسهای ریاضی به دفعات با این نوع اشتباهات از طرف دانش آموزان مواجه می شوند. بیشتر اشتباهات از نظر دانش آموزان قابل توجیه هستند، بعضی اوقات علل اشتباهات تعمیم دادن بیش از اندازه و غیرمعقول بعضی از قوانین جبری به وسیلهٔ دانش آموزان است و گاهی مطالب درسی موجود درکتاب. به عقیده براون و بورتن «۱۹۷۸ میلادی» این تعمیم دادن ها توسط دانش آموزان براساس خواص قوانینی است و اکثر دانش آموزان تعمیم کلی خود را آگاهانه آزمایش نمی کنند یعنی بسیاری از آنها با

مفهوم محدودیت دامنه قوانین بیگانه اند.

در زیر به برخی از این نوع اشتباهات اشاره می شود که آشنایی با آنها در کمک کردن به دانش آموزان مفید است.

۱) **قضیه**: «اگر f در a، g در $f(a)$ مشتقپذیر باشند $g\,o\,f$ در a مشتق پذیر است». برخی از دانش آموزان این گونه تصور می کنند که اگر f در a مشتق پذیر نباشد $g\,o\,f$ در a مشتق ندارد که این خلاف واقع است زیرا مثلاً الف) با انتخاب $f(x)=|x|$ و $g(x)=x^2$ معلوم است که f در $x=0$ مشتق ندارد ولی $g\,o\,f$ در $x=0$ مشتق دارد.

۲) می دانید که: $f(x)=[x]$ در نقاط صحیح حد ندارد. تعمیم می دهند که مثلاً $f(x)=[x^2]$ در نقاط صحیح حد ندارد، به عنوان مثال نقض $f(x)=[x^2]$ در $x=0\in Z$ حد دارد.

۳) هنگام بررسی مشتق پذیری در توابع چند ضابطه ای دیده می شود که برای تعیین مشتق پذیری f در $x=a$ از تابع مشتق، f' برای $x>a$ و $x<a$ و حد آنها در آن نقطه استفاده می شود که این امر همیشه درست نیست. مانند نمونه های زیر:

مثال ۱: تابع

$$f(x)=\begin{cases}-1 & x<0\\ 0 & x=0\\ 1 & x>0\end{cases}$$

الف) f در $x=0$ مشتق پذیر نیست ولی در سایر نقاط مشتق پذیر است.

ب) تابع مشتق به صورت $f'(x)=\begin{cases}0 & x\neq 0\\ \text{وجود ندارد} & x=0\end{cases}$ است.

واضح است که $\lim_{x\to 0} f'(x)=0$ یعنی f' در $x=0$ حد دارد ولی $f'(0)$ وجود ندارد.

مثال ۲: تابع $g(x)=\begin{cases}x^2 \operatorname{Sin}\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ در همهٔ نقاط از جمله $x=0$ مشتق پذیر است و تابع مشتق به صورت

$$g'(x)=\begin{cases}2x \operatorname{Sin}\frac{1}{x}-\operatorname{Cos}\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

تعریف می شود و در این جا g در تمام نقاط یک همسایگی $x=0$ مشتق پذیر است. ولی $\lim_{x\to 0} g'(x)$ وجود ندارد لذا نمی تواند مقدار حد فوق برابر $g'(0)$ باشد.

مثال ۳: تابع $h(x)=\begin{cases}x^2 & \text{گویا } x\\ 0 & \text{اصم } x\end{cases}$ فقط در $x=0$ مشتق پذیر است

لذا $h'(0)=0$ و $\lim_{x\to 0} h'(x)$ وجود ندارد.

مثال ۴: در کتاب آمده که خط $y=L$ مجانب افقی تابع $y=f(x)$ است هر گاه

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=L \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=L$$

بلافاصله مثال حل شده که خط $y=0$ مجانب تابع $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ است زیرا $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x^2+1}$ و خط $y=0$ نمودار تابع را قطع نمی کند. با این وصف آیا

۱) $y=0$ مجانب تابع $y=\frac{\sin x}{x}$ می باشد؟

۲) آیا در شکل روبرو خط $y=k$ مجانب منحنی f است؟

نتیجه گیری

در دنیای جدید که به حق عصر انفجار اطلاعات نامیده شده است و در آستانه ورود به قرن بیست و یکم می باشد، روشهای سنتی به زیر سؤال رفته است. دانش آموز کنجکاو و جستجوگر این عصر، تنها به کلام معلم بسنده نمی کند، بلکه درس معلم را تجزیه و تحلیل کرده و گاه معلم و نحوهٔ تدریس او را به زیر سؤال می برد. حتی اگر شهامت این کار را نداشته باشد، در خلوت خویش چنین دغدغه ای را دارد.

به هر حال هنجاری های این زمان با گذشته متفاوت هستند و به قول خواجه شیراز باید «طرحی نو دراندازیم» تا دانش آموزانی عمیق و باتفکر بپرورانیم.

مراجع:

[۱] جورج پولیا، «خلاقیت ریاضی».

[۲] جورج پولیا، «چگونه مسأله را حل کنیم».

[۳] زهرا گویا، «مجلات رشد ریاضی».

[۴] سؤالات آزمونهای سراسری، «سازمان سنجش آموزش کشور».

[۵] پرویز شهریاری، «آشتی با ریاضی».

[۶] دکتر حسن بیژن زاده، یدالله ایلخانی پور، غلامعلی فرشادی، «حسابان» سال سوم ریاضی فیزیک.

[۷] فروزان خردپژوه، نشریهٔ انجمن معلمان ریاضی اصفهان، «فرنود».

[۸] علی رجالی، فروزان خردپژوه، محمود تلگینی، «حساب دیفرانسیل و انتگرال دورهٔ پیش دانشگاهی».

■

تأثیر شیوه‌های بیان مسأله بر حالت‌های مسأله و راهبردهای حل معادلات درجه اول یک مجهولی در دانش‌آموزان دختر سال دوم ریاضی

صفورا یزدچی (با همکاری دکتر حمیدرضا عریضی)
دبیر ریاضی اصفهان

مقدمه

اگرچه در طول تاریخ رابطه تنگاتنگی میان شکوفایی علم و تمدن بشر وجود داشته است، ولی در ۲۵ سال اخیر حجم دانش تقریباً دو برابر شده و تأثیر شگرفی بر تمدن بشری گذاشته است. به نظر می‌رسد قرن بیست و یکم، دوران دانش، اطلاعات و ارتباطات است. در این عصر توانایی‌های «تفکر، استدلال، تخیل و نقد، خلاقیت، تصمیم‌سازی، انتخاب‌گری، ساماندهی حجم عظیم داده‌ها، برخورد منطقی و درست با پدیده‌ها و تحولات یادگیری مستمر و مستقل، برقراری ارتباط سازنده و...» همگی از ویژگیهای ضروری بر شهروندی است که می‌باید فرزند زمان خویش گردد.

نقش ریاضیات در صورت‌بندی نظم عالم و تبیین پدیده‌ها، نقش اساسی ریاضیات به عنوان ملکه علوم بشری و نقش بی‌بدیل ریاضیات در پرورش توانایی تفکر، استدلال و نقادی و به طور کلی عقلانیت، همگی جایگاه منحصر به فردی برای ریاضیات به وجود آورده است. بنابراین آموزش ایده‌ها مهم و معنادار ریاضی، جوهر اصلی پرورش توانایی‌های لازم برای ایفای وظایف شهروندی محسوب می‌شود (به مناسبت سال ۲۰۰۰، سال جهانی ریاضیات).

پیشرفت های تکنولوژیک، سیستم های اطلاع رسانی، انفجار اطلاعات و حجم عظیم اطلاعات تولیدشده در هر روز، ما را بر آن می دارد که در پی یافتن روش هایی برای تسهیل یادگیری بوده و با سرعت بخشیدن به روش های یاددهی ـ یادگیری با پدیده انفجار دانش مقابله کنیم.

مسائل اصلی روان شناختی، مربوط است به شیوه های درک، یادآوری و استفاده از اطلاعات توسط انسان که اغلب معلمان نیز به همین موضوع ها علاقه شدید دارند.

فرآیندهای شناختی شامل عملکردهای جذاب ذهن ـ بازشناسی، یادآوری، خود ـ آگاهی، فکر کردن، خواندن، نوشتن، حل مسأله، و خلاقیت ـ است.

این که ما چگونه فکر می کنیم، چگونه و چه چیزی را به یاد می آوریم و چگونه مسائل را حل می کنیم، همه فرآیندهایی شناختی هستند که روان شناسان بسیار به آن توجه دارند. همین فرآیندهای ذهنی برای معلمان نیز، که مسئول هدایت همه گونه های یادگیرند، مهم است. در واقع، بسیاری از متخصصان تعلیم و تربیت معتقدند که وظیفه اساسی معلم پرورش فرآیندهای شناختی دانش آموزان است (گلاور و همکاران، ترجمه خرازی، ۱۳۷۵).

زندگی انسان اساساً یک مسأله یا امر روان شناختی است یعنی فعالیت های آدمی در هر شرایطی از وضع روانی یا شخصیتی او متأثرند که این حقیقت در آموزش و پرورش (تربیت) بیشتر محسوس و آشکار است (شعاری نژاد، ۱۳۶۶).

مسائل جبری به دو صورت قابل بیان می باشد گاهی به صورت کلامی و گاهی به شکل معادله ای.

به عنوان مثال: عددی را به دست آورید که اگر ۸ واحد به ۳ برابر آن بیفزاییم و حاصل را بر ۲ تقسیم کنیم، مساوی ۳ برابر همان عدد منهای ۱۱ می گردد.

این نوع مسائل، معادلات کلامی جبری نامیده می شود و دانش آموزانی که این نوع مسائل را حل می کنند گروه کلامی نامیده می شوند. می توان همین مسأله را به صورت معادله ای $\frac{8+3x}{2} = 3x - 11$ مطرح کرد. این گونه مسائل، مسائل معادله ای جبری نامیده می شود و دانش آموزانی که این مسائل را حل می کنند گروه معادله ای جبری نام می گیرند.

برای حل این گونه مسائل معمولاً دو نوع عمل نیاز است .

حرکت ها: زمانی که یک متغیر یا یک عدد از یک طرف معادله به طرف دیگر معادله به کمک چهار عمل اصلی منتقل شود این عمل حرکت نامیده می گیرد .

محاسبات : ترکیب دو عدد یا دو متغیر به کمک چهار عمل اصلی در یک طرف معادله محاسبه نامیده می شود .

برای مثال، در مسأله زیر $۸ = ۶x - ۲۲ - ۳x$ یک حرکت این است که به دو طرف معادله عدد ۲۲ را اضافه کنیم یعنی $۸ + ۲۲ = ۶x - ۳x$. یک راه دیگر این است که یک محاسبه انجام دهیم و دو متغیر موجود در یک طرف معادله را ترکیب کنیم و این حالت را به دست آوریم $۸ = ۳x - ۲۲$.

حالت های هر مسأله به حداقل حرکت و محاسبه مورد نیاز گفته می شود تا به حالت آخر مسأله یعنی حالت هدف یعنی $x = \alpha$ (که α عدد ثابت می باشد) به دست آید .

مثلاً زمانی که می گوییم مسأله ۳۲ یعنی مسأله ای که برای رسیدن به حالت هدف نیاز به ۳ محاسبه و ۲ حرکت دارد . حالت های مسائل مطرح شده در این تحقیق عبارتند از حالت های ۵۴ ، ۵۳ ، ۵۲ ، ۵۱ ، ۳۳ ، ۳۲ ، ۳۲′ ، ۳۱ ، ۲۲ ، ۲۲′ ، ۲۱ ، ۲۱′ ، ۱۱ ، ۱۰ که ۱۴ حالت مسأله را شامل می شود که همان طور که قبلاً مطرح شد منظور از عدد اول تعداد محاسبات و عدد دوم نشان دهنده تعداد حرکت های مورد نیاز برای حل یک معادله می باشد . یعنی در حالت ۵۴ حداقل ۵ محاسبه و ۴ حرکت نیاز می باشد تا مسأله به حالت هدف یعنی حالت 00 برسد و x برای یک عدد ثابت به دست آید . منظور از علامت (′) در بالای چند حالت از مسائل، یعنی مسائلی که به تعداد محاسبه و حرکت یکسان با حالت قبلی نیاز دارد ولی شکل ظاهری آنها متفاوت است که برای مثال یک نمونه از این گونه مسائل در زیر نمایش داده می شود .

$$۳۰ = ۶x - ۳x \quad (۲۱') \qquad \text{و} \qquad ۸ + ۲۲ = ۳x \quad (۲۱)$$

برای حل این گونه مسائل دو راه حل اساسی در این تحقیق توضیح داده می شود .

راهبرد کاهشی[۱]: در این راهبرد سعی می شود که پرانتزها ساده شود یعنی عمل، اول روی پرانتزها انجام می شود . این راهبرد ممکن است توسط دانش آموزان حل مسأله به شکل کلامی به کار برده شود . وقتی که به دانش آموز یک مسأله داده می شود دانش آموز شرایط مسأله ای را که با آن مواجه می شود، جستجو می کند اگر بیشتر شرایط با راهبرد کاهشی مطابقت کند او یکی از شرایط مقدماتی R - ۱ ، R - ۲ ، R - ۳ ، R - ۴ ، I - ۱ و I - ۲ را انتخاب می کند، یا راه دیگر، این که دانش آموز ابتدا شرایط کاهشی را جستجو می کند و وقتی یک شرایط انتخاب شد دانش آموز سعی می کند جفت عمل را روی آن اجرا کند .

فرآیند حل برای مسأله ۵۴ با استفاده از روش کاهشی را در نظر بگیرید که در جدول شماره ۲ خلاصه شده است . برای این حالت مسأله ۵۴ با سه شرط روبه رو می شویم : وجود x در دو طرف معادله (I - ۱) و عدد انتخاب کنیم و عمل ضرب دو طرف در ۲ را انجام دهیم که این عمل مستقیماً می تواند اجرا شود و مسأله به حالت ۵۳ تبدیل شود و با شرایط زیر روبه رو شویم . x در دو طرف معادله وجود دارد در دو طرف معادله (I - ۲) . یک پرانتز وجود دارد (R - ۳) . طبق روش کاهشی باید حالت R - ۳ را (R - ۱) و همچنین عدد در

جدول ۱ـ شرایط عمل شده برای حل مسأله ۵۴

راهبرد حل
جداکننده (I)
I ـ ۱ توجه به xهای دو طرف معادله وحرکت دادن xها به طرف چپ معادله و ترکیب آن ها
I ـ ۲ توجه به اعداد دو طرف معادله و حرکت اعداد به سمت راست معادله و ترکیب آن ها
کاهشی (R)
R ـ ۱ دو X را در یک طرف معادله باهم ترکیب کردن
R ـ ۲ دو عدد را در یک طرف معادله باهم ترکیب کردن
R ـ ۳ توجه به پرانتزهای یک طرف معادله و توجه به تقسیم و حرکت دادن این تقسیم به طرف دیگر معادله
R ـ ۴ توجه به پرانتزهای یک طرف معادله و توجه به عمل ضرب و انجام این عمل ضرب

توجه: شرایطی که با I نام گرفته است مربوط به روش جداکننده xها در یک طرف معادله و شرایطی که با R نام گرفته است دلالت بر انجام عملگردهای حسابی دارد.

جدول ۲ ـ حل مسأله ۵۴ با استفاده از روش کاهشی

حالت های مسأله	C (محاسبه)	M (حرکت)	S (توقف)
۵۴ ‏ $۳x-۱۱=\frac{۸+۳x}{۲}$ شرایط : I - ۲ ، I - ۱ ، R - ۳ هدف : R - ۳ عمل :		۱	
۵۳ ‏ $۲(۳x-۱۱)=۸+۳x$ شرایط : I - ۲ ، I - ۱ ، R - ۴ هدف : R - ۴ عمل :	۲		
۳۳ ‏ $۶x-۲۲=۸+۳x$ شرایط : I - ۲ ، I - ۱ هدف : I - ۱ عمل :	۱	۱	
۲۲ ‏ $۳x-۲۲=۸$ شرایط : I - ۲ هدف : I - ۲ عمل :	۱	۱	
۱۱ ‏ $۳x=۳۰$ شرایط : I - ۲ هدف : I - ۲ عمل :	۱	۱	
۰۰ ‏ $x=۱۰$			

توجه: C = محاسبه، M = حرکت، S = توقف، I = جداکننده و R = کاهشی.

دو طرف معادله وجود دارد (R - ۲) . و یک پرانتز داریم یعنی حالت (R - ۴) . طبق روش کاهشی باید حالت R - ۴ انتخاب شود . لازم است که عمل ضرب پرانتز در ۲ را انجام دهیم کـه ۲ محاسبه انجام می شود و مسأله به حالت ۳۳ تبدیل می شود . جدول ۲ نشان می دهد که عمل انتخاب شده فعلاً این باید باشد که x ۳ را از دو طرف معادله کم کنیم و دو طرف معادله را با عدد ۲۲ جمع کنیم و تقسیم دو طرف به عدد، و به دست آوردن عدد ۱۰ می باشد .

برای حل مسأله ۵۴ با راهبرد کاهشی ۵ محاسبه و ۴ حرکت لازم است که جدول شماره ۳ این حرکت ها و محاسبات برای هر حالت از مسأله را نشان می دهد . ما برای زمان پاسخ برای حل مـعـادلات به شکل کلامی طبق روش کاهشی فرمول زیر را پیشنهاد می کنیم که در آن زمان پاسخ تابعی از تعداد محاسبات و تعداد حرکتها می باشد .

$$RT_W(p)=f\left(N_M(p),N_C(p)\right)$$

$N_M(p)$ به تعداد حرکت ها برای مسألـه p و $N_C(p)$ به تعـداد محاسبات برای مسألـه p اشاره می کند . و این ممکن است به ایـن صورت خلاصه شود که زمان پاسخ برای حل مسأله کلامی فقط تابعی از تعداد حرکات و محاسبات است .

راهبرد جداکننـده[۲]: در این راهبرد سعی می شـود xها به یـک طرف معادله و اعداد به طرف دیگر معادله حرکت داده شـود . ایـن

راهبرد ممکن است بیشتر توسط دانش‌آموزان حل مسأله به شکل معادله‌ای به کار برده شود. زمانی که دانش‌آموز از استراتژی جداکننده استفاده می‌کند با حالت قبلی مقایسه کنید. زمانی که دانش‌آموز با یک مسأله مواجه می‌شود و او شرایط پیشنهاد شده در جدول شماره ۱ را بررسی می‌کند. اگر او بیشتر با شرایط راهبرد جداکننده مواجه شود به طور مقدماتی یکی از شرایط ۱ - I، ۲ - I، ۲ - R، ۳ - R، ۴ - R ، را انتخاب می‌کند. یا به عبارت دیگر دانش‌آموز به دنبال شرایط راهبرد جداکننده می‌گردد. وقتی یک شرط انتخاب شد دانش‌آموز سعی می‌کند جفت عمل را روی آن اجرا کند. در هر حالت، عمل نمی‌تواند اجرا شود و در این حالت او با یک توقف

جدول ۳-حل مسأله با استفاده از راهبرد جداکننده

حالت های مسأله	C (محاسبه)	M (حرکت)	S (توقف)
۵۴ $۳x-۱۱=\frac{۸+۳x}{۲}$ شرایط : ۲ - I ، ۱ - I، ۳ - R هدف : ۱ - I++ به علت وجود پرانتز (R-۳) هدف : R-۳ عمل :		۱	۱
۵۳ $۲(۳x-۱۱)=۸+۳x$ شرایط : ۲ - I، ۱ - I، ۴ - R هدف : ۱ - I+ به علت وجود پرانتز (R-۴) هدف : R-۴ عمل :	۲		۱
۳۳ $۶x-۲۲=۸+۳x$ شرایط : ۲ - I ، ۱ - I هدف : ۱ - I عمل :	۱	۱	
۲۲ $۳x-۲۲=۸$ شرایط : ۲ - I هدف : ۲ - I عمل :	۱	۱	
۱۱ $۳x=۳۰$ شرایط : ۲ - I هدف : ۲ - I عمل :	۱	۱	
00 $x=۱۰$			

توجه: C = محاسبه، M = حرکت، S = توقف، I = جداکننده و R = کاهشی.

روبه رو می شود و مجبور است عمل دیگری را اجرا نماید. جدول شماره ۳ یک مثال از مسأله ۵۴ با راهبرد جداکننده را نشان می دهد. در مسأله ۵۴ با سه شرط روبه رو می شویم:

x در دو طرف معادله وجود دارد (I - ۱). عدد در دو طرف معادله (I - ۲) و یک پرانتز وجود دارد (R - ۳). طبق راهبرد جداکننده دانش آموز می خواهد از I - ۱ استفاده کند. اما حرکت و ترکیب x به علت وجود پرانتز نمی تواند مستقیماً اجرا شود. بنابراین، عمل I - ۱ با توقف روبه رو می شود و هدف جدیدی شکل می گیرد که عبارت است از عمل روی پرانتز یعنی R - ۳ باید اجرا شود. پس باید عمل ضرب دو طرف در ۲ انجام شود که یک عملگر حرکت است و بعد از این اجرا مسأله به حالت ۵۳ تبدیل می شود. برای حالت ۵۳ سه شرط وجود دارد.

۱ ـ وجود x در دو طرف معادلهٔ (I - ۱).

۲ ـ وجود دو عدد در دو طرف معادلهٔ (I - ۲).

۳ ـ وجود پرانتز (R - ۴).

طبق راهبرد جداکننده با توجه به شرایط، دانش آموز می خواهد حالت I-۱ را انتخاب کند که در واقع xها را حرکت دهد و با هم ترکیب کند ولی باز به علت وجود پرانتز مستقیماً نمی تواند این اعمال را انجام دهد پس با توقفی روبه رو شده و مجبور است عمل R - ۴ را انجام دهد که به دو محاسبه نیاز دارد و حالت جدید مسأله به حالت ۳۳ می رسد. ما برای زمان پاسخ برای حل معادلات به شکل معادله ای طبق روش جداکننده فرمول زیر را پیشنهاد می کنیم که در آن زمان پاسخ تابعی از تعداد محاسبات، تعداد حرکتها و تعداد توقف ها می باشد.

$$RT_C(p) = f\left(N_M(p), N_C(p), N_S(p)\right)$$

که $N_S(p)$ به تعداد توقف ها در رسیدن به حالت نهایی (یعنی آنجایی که عمل مستقیماً نمی تواند اجرا شود) و $N_M(p)$ یعنی تعداد حرکت ها برای حل مسأله p و $N_C(p)$ تعداد محاسبات برای حل مسأله p می باشد. یعنی زمان پاسخ برای حل یک مسأله تابعی از تعداد حرکت ها، محاسبات و تعداد توقف های نهایی که در اجرای مسأله با آن روبه رو می شویم، است (مایر ۱۹۸۲).

اظهارنظر: حال به نظر می رسد بین زمان حل مسأله در دو گروه کلامی و معادله ای تفاوت وجود دارد و هم چنین یک مسأله حالت ۵۴ بیش از یک مسأله حالت ۲۲ زمان برای حل نیاز دارد و سطوح متغیرهای مستقل، بیان مسأله (کلامی ـ معادله ای) و حالت های مسأله (تعداد محاسبات و تعداد حرکت ها) بر زمان حل مسأله تأثیر یکسان و یکنواخت ندارد. هم چنین به نظر می رسد که راهبرد دانش آموزان برای حل معادلات در دو گروه معادله ای و کلامی متفاوت از یکدیگر است و دانش آموزانی که مسائل را به شکل کلامی دریافت می کنند از راهبرد کاهشی و دانش آموزانی که مسائل را به شکل معادله ای دریافت می کنند از راهبرد جداکننده استفاده می کنند.

در این قسمت لازم است به ذکر چند پژوهش که زمینه روان شناختی دارد پرداخته شود.

مایر (۱۹۷۸) تحقیقی روی ۱۸۴ دانش آموز انجام داد. در این تحقیق نامعادلات به دو شکل داستانی و عددی به دانش آموزان داده شد و نتیجه گرفت که، نامعادلات به شکل عددی و داستانی با اندازه های مختلف، به زمان حل و حافظه ای متفاوت نیاز دارند. بین متغیرهای مستقل، شکل نامعادلات (عددی ـ داستانی) و اندازه های متفاوت نامعادلات بر زمان حل اثر تعاملی وجود دارد.

عریضی سامانی (۱۳۷۴) در پژوهشی با عنوان «بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چندحرکتی با توجه به روش حل مسأله در دانش آموزان سال اول دبیرستان های اصفهان» به نتایج زیر دست یافت. مسائل یکریخت (مسائل با شکل یکسان اما مسیر متفاوت برای حل) به دانش آموزان داده شد و در مجموعه ای از مسائل اثر مرحله (بیشتر بودن تعداد خطا در مرحله زیر هدف مسأله دو حرکتی) مشاهده شد. مسائل همریخت اما با درجه متفاوت دشواری به دو گروه آزمودنی داده شد که معلوم شد تغییر شکل مسأله آن را دشوارتر می گرداند. در آزمون دیگر معلوم شد که حتی در مسائلی که شکل ظاهری کاملاً یکسانی دارند، ممکن است یک مسأله آشناتر ارزیابی شده و در این صورت در روش حل و میزان اثر آن مرحله اثر بگذارد.

عریضی سامانی (۱۳۶۷)، مدل نگاشت ساختاری[3] برای مسائل کلامی را مورد مطالعه قرار داد. این تحقیق شامل چهار آزمایش بود که در دو آزمایش اول دانش آموزان مفید بودن راه حل ها را برای زوج مسائل رتبه بندی می کردند که آزمایش اول شامل مسائل ترکیبی[4] و آزمایش دوم شامل مسائل کاری[5] بود. مسائل یا هم ارز (دارای یک داستان و یک روش حل)، یا مشابه (یک داستان اما با روش های مختلف حل)، یا یکریخت (داستان های مختلف اما با یک روش حل) و یا نامربوط (داستان ها و روش هامسأله هر دو متفاوت) بودند.

عریضی سامانی (۱۳۷۷) تحقیقی با عنوان «میزان تفکر نیوتونی در میان معلمان ابتدایی اصفهان» بر روی ۱۰۳ نفر از معلمان مدارس ابتدایی انجام داد. سؤالات به شکل چهار گزینه ای بود معلمان باید تصمیم می گرفتند که پاسخ درست کدام است. نتیجه گرفته شد که معلمان مدارس ابتدایی پاسخ های نیوتونی را بیشتر غلط و پاسخ های غیرنیوتونی را صحیح می دانند.

روش

پژوهش حاضر از لحاظ نوع اطلاعات و دانش به دست آمده، پژوهشی کاربردی است و ازلحاظ روش تحقیق نیز مبتنی بر روش تحقیق تجربی است. در تحقیق حاضر با دو گروه نمونه که نماینده

یک جامعه می باشد سر و کار داریم و بر هر دو گروه نمونه متغیر مستقل به دو شکل مختلف اعمال می شود یک گروه بیان مسأله به شکل کلامی و یک گروه بیان مسأله به شکل معادله ای .

دو گروه نمونه از جامعه دانش آموزان دختر دوم ریاضی شهر اصفهان در نیمسال اول سال تحصیلی ۷۸ ـ ۷۷ انتخاب شدند گزینش به صورت تصادفی و حجم نمونه کلاً ۴۴ نفر است که به دو گروه ۲۲ نفری تقسیم شدند .

ابزار مورد استفاده در پژوهش

۱ ـ پرسشنامه کلامی حاوی ۹۸ معادلهٔ درجه اول با حالت های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت ، ۷ مسأله) ساخته شده و پایائی سنجی و اعتباریابی شد .

۲ ـ پرسشنامه معادله ای حاوی ۹۸ معادله درجه اول با حالت های مختلف (۱۴ حالت متفاوت مسأله از هر حالت ، ۷ مسأله) ساخته شده و پایائی سنجی و اعتباریابی شد .

۳ ـ ابزار نرم افزاری کامپیوتری برای یادداشت زمان حل مسأله به هر سؤال پرسشنامه برای هر دو گروه .

سؤالات به شکل انفرادی به دانش آموزان داده شده و از آنها خواسته شد بدون داشتن کاغذ و قلم مسائل را حل کنند و جواب به دست آمده را به رایانه بدهند که در صورت درست بودن جواب زمان حل مسأله برای هر مسأله یادداشت شده و دانش آموز به سراغ مسأله بعدی می رفت و در صورت غلط بودن جواب اگر زمان حل مسأله کمتر از ۱ دقیقه بود دانش آموز یک بار دیگر برای به دست آوردن جواب درست تلاش می کرد و در صورتی که زمان حل مسأله از ۱ دقیقه بیشتر می شد مسأله مورد نظر برای محاسبات در نظر گرفته نمی شد این ابزار توسط پژوهشگر ساخته شد . پایایی و اعتبار پرسشنامه به کمک آلفای کرونباخ ۰/۹۶ به دست آمد که در سطح $\alpha =$ ۰/۰۱ معنی دار می باشد . از روش آماری تحلیل واریانس با اندازه های مکرر برای تحلیل داده های مربوط به فرضیه های ۱ ، ۲ و ۳ استفاده شد . تحلیل واریانس با عوامل متقاطع و آشیانی که عامل متقاطع (درون گروهی) حالت های مسأله و عامل آشیانی (بین گروهی) شیوه های بیان مسأله (کلامی ـ معادله ای) می باشد .

هم چنین از روش های آماری تحلیل رگرسیون یک متغیره ، تحلیل رگرسیون دو متغیره و تحلیل رگرسیون سه متغیره استفاده شده است .

تحلیل رگرسیون چند متغیره برای بررسی زیربنای نظری روش های حل مسأله به صورت کلامی و معادله ای و همین طور ساختن مدلی برای روش حل مسأله استفاده شده است و نتیجه آن اعتبار سازه آزمون های ساخته شده را تأیید می کند .

جدول ۴ - جدول تحلیل واریانس

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	اندازه F	سطح معنی داری
اندازه اثرهای اصلی	۵۵۱۰۳/۱۰۲	۱۴	۳۹۳۵/۹۳۶	۱۸۴/۰۰۰	۰/۰۰۰۱
کلامی ـ معادله ای	۱۱۷۹۸/۸۵۱	۱	۱۱۷۹۸/۸۵۱	۵۵۱/۵۸۱	۰/۰۰۰۱
حالتهای مسأله	۴۳۳۰۴/۲۵۱	۱۳	۳۳۳۱/۰۹۶	۱۵۵/۷۲۴	۰/۰۰۰۱

مدل رگرسیون یک متغیره یا رگرسیون ساده

متغیر وابسته زمان $Y = R_T$

متغیر مستقل $X = N_{M+C} = N_M + N_C$

مثلاً برای مسأله ۵۴ ، یعنی مسأله ای با ۵ محاسبه و ۴ حرکت $X = ۵ + ۴$

$$N_{M+C}(P_s ۵۴) = ۹$$

مدل رگرسیون دومتغیره

متغیر وابسته زمان $Y = R_T$

متغیر مستقل $X = (X_۱, X_۲)$ ، $X_۱ = N_M$ و $X_۲ = N_C$.

مثلاً $X = (P_S ۵۴) = (۵, ۴)$

مدل رگرسیون سه متغیره

متغیر وابسته به زمان $Y = R_T$

متغیر مستقل $X = (X_۱, X_۲, X_۳)$ ، $X_۱ = N_M$ و $X_۲ = N_C$ و $X_۳ = N_S$.

مثلاً $X = (P_S ۵۴) = (۵, ۴, ۲)$

نتایج

به منظور ارزیابی تفاوت زمان حل مسأله در گروه کلامی و گروه

جدول ۵ ـ بررسی اثر تعاملی بین حالت‌های مسأله و بیان مسأله بر زمان حل مسأله

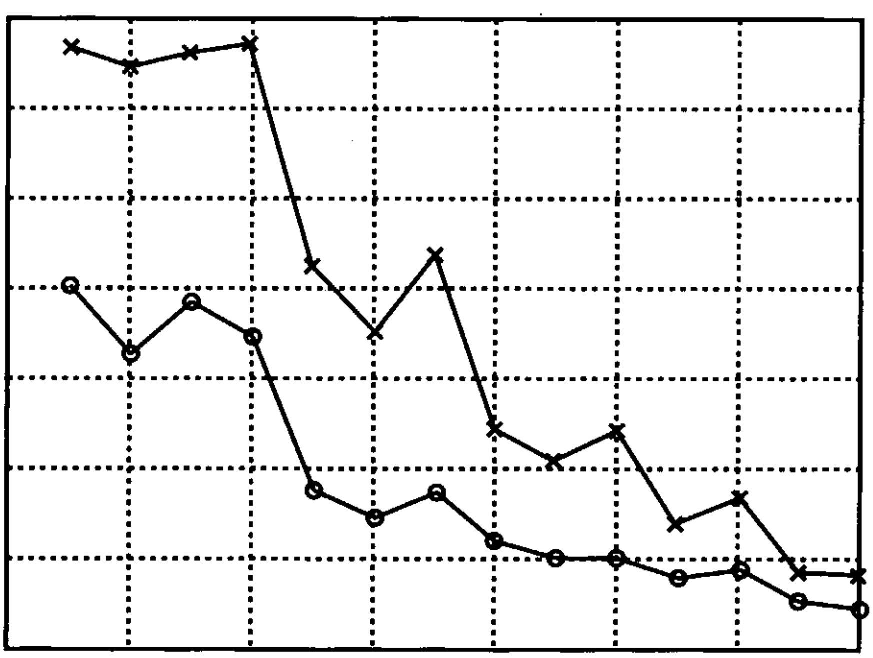
منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	اندازه F	سطح معنی داری
اثر تعامل بین دو گروه و حالت های مسأله	۴۰۹۹/۶۳۱	۱۳	۳۱۵/۳۵۶	۱۴/۷۴۲	۰/۰۰۰۱

معادله ای و هم چنین تفاوت زمان حل مسأله در حالت های مختلف مسأله از تحلیل واریانس با دو عامل بین گروهـی و درون گـروهـی استفاده شد که نتایج در جدول شماره ۴ نشان داده شده است.

همان طور که مشاهـده مـی شـود مـقـدار F به دست آمـده از ۶/۵۹ = (۵۸۸ ، ۱ ، ۰/۰۱) ب F بیشتر می باشد یعنی بین دو گروه معادله ای و کلامی در زمان حل مسأله تفاوت معنادار وجـود دارد.

جدول ۷ ـ مقایسه دو گروه معادله ای و کلامی در رگرسیون های یک، دو و سه متغیره.

	رگرسیون یک متغیره	رگرسیون دو متغیره	رگرسیون سه متغیره
گروه کلامی	۰/۷۳۰۸۱	۰/۸۰۲۶۶	۰/۸۰۲۶۶
گروه معادله ای	۰/۵۶۲۰۰	۰/۶۳۰۱۸	۰/۶۵۴۶۱



حالت های مسأله شکل ـ ۱۰ اثر تعاملی بین بیان مسأله و حالتهای مسأله علامت × نمودار مربوط به گروه کلامی و علامت O نمودار مربوط به گروه معادله ای می باشد.

در مورد فرضیه دوم نیز مقدار F برابر ۱۵۵/۷۲۴ به دست آمد که از مقدار ۲/۱۱ = (۵۸۸ ، ۱۳ ، ۰/۰۱) ب F بیشتر می باشد یعنی بین زمان حل مسأله در حالت های مختلف مسأله تفاوت معنی دار وجود دارد .

به منظور بررسی اثر تعاملی سطوح متغیرهای مستقل [بیان مسأله (کلامی و معادله ای) و حالت های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت ها)] بر زمان حل مسأله از روش آماری تحلیل واریانس استفاده شد که نتایج در جدول شماره ۵ درج شده است .

باتوجه به این که مقدار F مشاهده شده برابر با ۱۴/۷۴۲ می باشد و از مقدار F بحرانی ۲/۱۱ = (۵۸۸ و ۱۳ و ۰/۰۱) ب F بیشتر است وجود اثر تعاملی بین شیوه های بیان مسأله و حالت های مسأله بر زمان حل مسأله تأیید می گردد .

در شکل ۱ وجود اثر تعاملی بین شیوه های بیان مسأله و حالت های مسأله بر زمان حل مسأله نشان داده شده است . به منظور بررسی راهبرد دانش آموزان در گروه های کلامی و معادله ای رگرسیون های یک متغیره، دو متغیره و سه متغیره در هر گروه به صورت جداگانه به دست آمد که نتایج به دست آمده در جدول ۶ آمده است .

لازم به تذکر است که تمام ضرایب همبستگی به دست آمده در حالت های یک، دو و سه متغیره با درجه آزادی ۲۰ و ۲/۸۴۵ = t در سطح ۰/۰۱ = α معنی داری را نشان می دهد .

بحث و نتیجه گیری

نتیجه تحقیق کنونی بیانگر تفاوت قابل ملاحظه و معنی داری از نظر آماری بین زمان حل مسأله در دو گروه معادله ای و کلامی می باشد . نتایج نشان می دهد که این تفاوت حاکی از این است که زمان حل مسأله در گروه کلامی بیشتر از زمان حل مسأله در گروه معادله ای می باشد (طبق جدول ۴) .

نتیجه این تحقیق با نتیجه تحقیق مایر (۱۹۸۲) مبنی بر این که زمان حل مسأله در گروه کلامی بیشتر از زمان حل مسأله در گروه معادله ای می باشد همسو است . هم چنین نتیجه به دست آمده از این تحقیق با نتیجه تحقیق مایر (۱۹۷۸) مبنی بر این که نامعادلاتی که به شکل های متفاوت عددی و داستانی بیان می شوند الگوریتم و حافظه متفاوت برای حل نیاز دارند همخوانی دارد .

نتیجه دیگر پژوهش حاضر این است که زمان حل مسأله در حالت های مختلف مسأله متفاوت می باشد . نتیجه به دست آمده با نتیجه تحقیق مایر (۱۹۸۲) که در مورد زمان حل معادلات در حالت های مختلف مسأله انجام شد همسو است . مایر نتیجه گرفت که زمان حل مسأله در حالت های مختلف مسأله متفاوت است . همچنین مایر (۱۹۷۸) نتیجه گرفت که زمان حل نامعادلات به شکل های عددی و داستانی به سایز این نامعادلات بستگی دارد که نتیجه به دست آمده از این پژوهش با نتیجه تحقیق مایر همخوانی دارد .

در تحقیق دیگری که عریضی سامانی (۱۳۷۴) با عنوان بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چند حرکتی با توجه به روش حل مسأله در دانش آموزان سال اول دبیرستان های شهر اصفهان انجام شد در یک آزمون مسائل یکریخت (مسائل با شکل یکسان اما مسیر متفاوت برای حل) به دانش آموزان داده و نتیجه گرفته شد که در مسائل دو حرکتی تعداد اثر مرحله (تعداد خطا در زیر هدف ها) بیشتر از اثر مرحله در مسائل یک حرکتی می باشد یعنی هر چه به تعداد حرکت ها در مسائل هندسی افزوده می شود تعداد خطا در این مسائل نیز زیادتر می شود که نتیجه به دست آمده با نتیجه تحقیق کنونی مبنی بر این که زمان حل مسأله بستگی به تعداد محاسبات و حرکت ها دارد همخوانی دارد .

هم چنین نتایج به دست آمده بیانگر این مطلب است که سطوح متغیرهای مستقل [بیان مسأله (کلامی و معادله ای) و حالت های مسأله (تعداد محاسبات و حرکت ها)] بر زمان حل مسأله تأثیر یکنواخت و یکسان ندارد . تحقیق حاضر وجود اثر تعاملی بین بیان مسأله و حالت های مسأله بر زمان حل مسأله را تأیید کرد .

مایر تحقیقی در سال ۱۹۸۲ انجام داد و وجود اثر تعاملی بین شیوه بیان مسأله و حالت های حل مسأله را نتیجه گرفت که نتیجه گرفته شده با نتیجه این تحقیق همخوانی دارد . هم چنین مایر (۱۹۷۸) تحقیقی انجام داد و نتیجه گرفت که اثر تعاملی بین شیوه های بیان نامعادلات (عددی ـ داستانی) و اندازه های متفاوت نامعادلات وجود دارد که با نتیجه گرفته شده از تحقیق فوق همسو می باشد .

در پژوهش حاضر طبق نظریه مدل دو راهبرد برای حل معادلات در گروه های کلامی و معادله ای مطرح شد که پیش بینی می کرد دانش آموزانی که مسائل را به شکل معادله ای دریافت می کنند از راهبرد جداکننده و دانش آموزانی که مسائل را به شکل کلامی دریافت می کنند از راهبرد کاهشی استفاده می نمایند .

همان طور که در جدول ۶ مشاهده می شود هنگامی که برای محاسبه رگرسیون، یک متغیر وارد شده، که این متغیر عبارت است از جمع تعداد محاسبات به اضافه تعداد حرکت ها، عدد مربوط به رگرسیون یک متغیره برابر با ۰/۷۳۰۸۱ به دست آمده است . هنگامی که دو متغیر یعنی تعداد محاسبات و حرکت ها به عنوان دو متغیره جداگانه وارد شده است، عدد مربوط به رگرسیون به ۰/۸۰۲۶۶ رسید یعنی همبستگی نسبت به رگرسیون یک متغیره بیشتر شد . اما زمانی که رگرسیون سه متغیره حساب شده است، یعنی سه متغیر تعداد محاسبات، تعداد حرکت ها و تعداد توقف ها در نظر گرفته شده، عدد رگرسیون همان عدد قبلی ۰/۸۰۲۶۶ به دست آمده است . یعنی عملاً در مسائل به شکل کلامی متغیر توقف هیچ نقشی ندارد و نتیجه به دست آمده حاکی از این است که دانش آموزان گروه کلامی در حل این گونه مسائل از راهبرد کاهشی استفاده می کنند .

همان طور که در جدول ۶ مشاهده می شود رگرسیون یک متغیره

برابر با ۰/۵۶۲۰۰ به دست آمده است و در حالت دو متغیره عدد مربوط به رگرسیون به ۰/۶۳۰۱۸ رسید یعنی همبستگی نسبت به رگرسیون یک متغیره بیشتر شد. اما زمانی که رگرسیون سه متغیره حساب شد، عدد مربوط به رگرسیون ۰/۶۵۲۳۲ به دست آمد که این نشان می دهد همبستگی در حالت سه متغیر از همبستگی در حالت یک متغیره و دو متغیره بیشتر است. یعنی معادلات به شکل معادله ای به هر سه متغیر وابسته است و همان طور که پیش بینی شد متغیر سوم یعنی توقف در مسائل به شکل معادله ای مؤثر و همبستگی را بیشتر می کنند. نتیجه به دست آمده حاکی از این است که دانش آموزانی که مسائل را به شکل معادله ای دریافت می کنند از راهبرد جداکننده استفاده می کنند.

پژوهش مایر (۱۹۸۲)، نشان می دهد که راهبرد دو گروه کلامی و معادله ای متفاوت ازیکدیگر می باشد و دانش آموزان گروه کلامی از راهبرد کاهشی و دانش آموزان گروه معادله ای از راهبرد جداکننده استفاده می کنند، که یافته های این تحقیق نتایج تحقیق مایر را تأیید می کند.

مایر (۱۹۷۸)، نشان داد که نامعادلات در دو شکل داستانی و نامعادله ای به ساختارهای حافظه ای و الگوریتم های متفاوتی نیاز دارند و هم چنین نشان داد که اجرا در دو گروه از طریق دو مدل متفاوت انجام می شود که این یافته با نتیجه به دست آمده از تحقیق کنونی همخوانی دارد.

عریضی (۱۳۷۴) نتیجه گرفت که اشکال یکریخت هندسی (اشکالی که از نظر ظاهری کاملاً یکسان باشند اما مسیر حل آن ها تفاوت داشته باشد) با روش حل مسأله رابطه نزدیک دارد. یعنی یکی از دو زوج این اشکال از یک روش و زوج دیگر با روش دیگری حل می شود، که این یافته با یافته حاصل از این تحقیق مبنی بر این که شیوه بیان مسأله بر راهبرد حل مسأله تأثیر می گذارد، همسو می باشد.

مراجع:

۱) شعاری نژاد، ع. ا. ۱۳۶۶. مبانی روان شناختی تربیت، مؤسسه مطالعات و تحقیقات فرهنگی، چاپ تهران.

۲) عریضی سامانی، ح. ۱۳۷۴. بررسی رابطه میزان آشنایی با نوع و ابعاد شکل هندسی با نوع خطا در مراحل حل مسائل چندحرکتی با توجه به روش حل مسأله در دانش آموزان سال اول دبیرستانهای اصفهان، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده علوم تربیتی و روان شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۳) عریضی سامانی، ح. ۱۳۷۶. مدل نگاشت ساختاری برای حل مسائل کلامی گزارش تحقیق، دانشکده علوم تربیتی روان شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

۴) عریضی سامانی، ح. ۱۳۷۷. میزان تفکر نیوتونی در میان معلمان مدارس ابتدائی اصفهان. انجمن فیزیک ایران، تبریز، ۱۳۷۸ (زیر چاپ).

۵) گلاور، ج.، ر. رانینگ و ر. ا. برونینگ. روان شناسی تربیتی اصول و کاربرد آن ترجمه ع. خرازی. ۱۳۷۵، مرکز نشر دانشگاهی، چاپ اول، ص ۲۲ـ۲۹، تهران.

منابع انگلیسی:

6) Mayer, R. E. (1978). Qualitatively different storage and processing strategies used for linear reasoning tasks due to meaning fullness of prmises. Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory, 4, 5-18 (a).

7) Mayer, R. E. (1982). Different problem - solving strategies for Algebra Word and Equation Problems. Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory vol 8, No 5, 448-462.

زیرنویس‌ها:

۱ - Reduced strategy

۲ - Isolate strategy

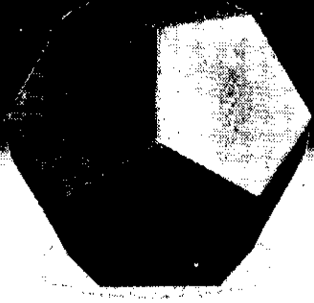
۳ - Structure - Mapping Model

۴- Mixture problems

۵ - Work problems

هندسه کاغذ و تا

امیر صالحی طالقانی - پرویز امینی



کاغذ و تا، یکی از شیوه‌های آموزش ضمنی کارگاهی

بدون اغراق کاغذ یکی از ارکان تمدن است. به هر طرف که نظر افکنیم و به هر گوشه ای که برویم با کاغذ سر و کار داریم. گزاف نگفته ایم اگر بگوییم که بشر امروزی درمیان کاغذ غوطه می خورد و درتمام امور فرهنگ و تمدن خود از کاغذ به عنوان وسیله کار استفاده می نماید.

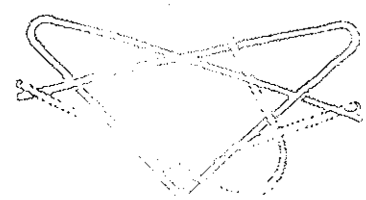
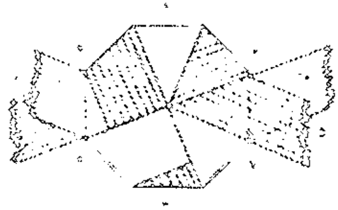
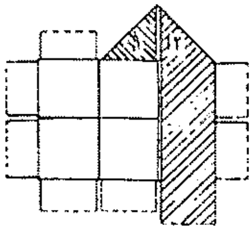
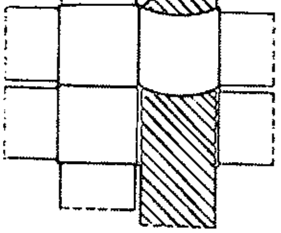
قبل از پیدایش کاغذ، بشر برای نوشتن و ثبت آثار مختلف از الواح گلی و سنگی و سپس از پوستهای مختلف حیوانات استفاده می کرد.

ساختن کاغذ از الیاف گیاهان از زمانهای بسیار قدیم در چین متداول بود وآنها از حدود قرن اول و دوم قبل از میلاد با هنر ساختن کاغذ آشنایی داشتند و از آن استفاده می کردند. این هنر در قرن ششم به ژاپن منتقل شد. در این جزیرهٔ کوچک کاغذ ماده ای ارزشمند به شمار می رفت. آنها از کاغذ برای تزئینات، ساختن بادبادکها و فانوسها در مراسم مختلف و برای پوشاندن پنجره ها استفاده می کردند. بازی با کاغذ و سرگرم شدن با آن در بین اشراف و ثروتمندان ژاپن رواج فراوان داشت. تاحدی که به عنوان یک برنامهٔ جنبی در کنار مراسم چای جا باز کرده بود، تا جایی که یکی از نویسندگان آن زمان اریگامی را جزو برنامه های تکمیلی مراسم چای ذکر می کند و آن را از آداب ورسوم ژاپنی می داند.

با رشد ارتباطات بازرگانی و همراه با توسعه صنعت کاغذسازی، اریگامی پابه پای رواج کاغذ، گسترش یافت و در تمامی ممالک غنی و فقیر نفوذ کرد. این گسترش در کشورهای آسیایی به خاطر منابع طبیعی بسیار بیشتر بود. در غرب نیز، هنراریگامی به وسیله قبایل مورکه مسلمانان غرب آفریقا بودند در قرن هشتم میلادی به اسپانیا منتقل شد. مسلمانان درآن زمان، با توجه به ریاضیات و نجوم اسلامی به ساخت اشکال گوناگون می پرداختند.

پس از مورها نیز فرهنگ کاغذ وتا دراسپانیا رونق داشت که حتی شاعران و فلاسفه به آن می پرداختند. میگل اویونامونو (Miguel deunamuno) با تنظیم مقالهٔ طنزآمیز و سرودن شعر، هنر اریگامی را به میان مردم برد، هم چنین با ریختن شالوده ای اصولی در تا زدن کاغذ، بسیاری از گونه های تازه وچشم گیر را ابداع کرد.

دربارهٔ یونامونو نوشته اند که این نویسندهٔ اسپانیایی دوست داشت هم چنان که در قهوه خانه سالمانکا (Salmanca) نشسته و قهوه نیمروز خود را آرام آرام می نوشد، باکاغذ شکلهای مختلف درست کند. جالب آن که در همین حال بچه های شیطان خیابان خیره خیره، در حالی که نوک دماغشان را به شیشه چسبانده بودند، به کارهای او می نگریستند.

یکی از دوستان یونامونو در کتابی، از موقعیتی ذکر می کند که روزی فیلسوف اسپانیایی برای پسر بچه ای حیوان های کاغذی درست می کرد که پسر بچه پرسید: «این پرندگان کوچولو حرف می زنند؟» و همین پرسش الهام بخش سرودن یکی از بهترین ومشهورترین اشعار او شد.

در حدود سال ۱۸۳۵ فردریش فرابل کسی که کودکستان را پایه گذاشت به کمک اریگامی توانست اهداف آموزشی مورد نظر خود را ارائه نماید. او بااستفاده از هنر اریگامی فعالیتهای ذهنی را با مهارتهای حرکتی ـ فکری همراه کرد.

کاغذ وتا سراسر امپراتوری انگلستان را نیز در نوردید. جان تنیل تصویرگر شهیر، کلاه کاغذی ساده‌ای طراحی کرد که از اولین نوشته های اریگامی درغرب به شمار می رود.

اریگامی چیست؟

اریگامی سنتی عبارت است از هنر تا زدن ورقه ای کاغذ، بدون بریدن، چسباندن و یا تزئین کردن و ساختن حیوانات، پرندگان، ماهی ها وچیزهای دیگر. در اریگامی نو اندکی از این سخت گیری ها کاسته شده و استفاده از قیچی، چسب، مداد و سایر چیزهای ساده مجاز شمرده شده است. ولی هم چنان که شیرینی و لطافت شعر در به کاربردن کمترین واژه ها، تحت قواعد سخت و شدید می باشد، فریبندگی و کشش اریگامی نیز در این واقعیت نهفته است که جز از یک ورقهٔ کاغذ و یک جفت دست ماهر، از چیز دیگری استفاده نشود.

از نظر هندسی، اریگامی دارای جاذبه ای دل انگیز است و شگفت نیست که بسیاری از ریاضی دانان به طرف این هنر نجیب و پرکشش کشیده شده اند. لویزکارول (Lewis Carroll) معلم ریاضیات آکسفورد، یکی از همین اشخاص بود. یادداشتهای او نشان می دهد که چقدر به این کار علاقه نشان می داد و چه شور و نشاطی به او دست داده وقتی که توانسته برای اولین بار وسیله ای از کاغذ بسازد که با حرکت دادن آن در هوا، صدای بلندی تولید می شود.

ما معتقدیم

ـ هرچند اریگامی یک هنر است ولی اساس آن ریاضی و هندسی است. در حقیقت در اریگامی با ترکیب چند شکل هندسی یک حجم زیبا پدید می آید. اگر ریاضی را از اریگامی بگیریم، جز کاغذ که مادهٔ خام آن است چیزی باقی نخواهد ماند.

ـ اریگامی یک معماری با استفاده از ابزاری خاص؛ ما نام بخشی از آن را که به کار کلاسی هندسه می آید، هندسه کاغذ وتا گذاشته ایم. در واقع ما از دنیای ریاضی اریگامی، تنها بخش بسیار کوچکی را برگزیده ایم.

ـ هندسه کاغذ وتا، یکی از ساده ترین شیوه ها برای جذاب تر کردن آموزش است و برای خود اصول و قواعدی دارد که عبارتند از:

۱ـ با تا کردن کاغذ، ردی به صورت خط راست روی آن خواهد افتاد.

۲ـ با تا کردن، می توان خطی را از یک یا دونقطه گذراند.

۳ـ با تا کردن، می توان نقطه ای را روی نقطهٔ دیگراز همان کاغذ انداخت.

۴ـ با تا کردن، می توان نقطه ای را روی خطی از همان کاغذ انداخت تا رد کاغذ از نقطه دوم بگذرد.

۵ـ با تا کردن، می توان هرخطی را روی خط دیگری از همان کاغذ انداخت.

۶ـ با تا کردن، می توان پاره خطها و زاویه ها را روی یکدیگر انداخت. اگر آنها همدیگر را به طور کامل بپوشانند می توان گفت: با هم برابرند.

ـ کاغذ وتا، نه تنها زبان ساده ای است برای یادگیری هندسه، بلکه روش برتری است برای فهم ودرک مفاهیم آن.

ـ برای هندسه کاغذ وتا، هر کاغذی قابل استفاده است. امّا بهتر است از کاغذ روغنی ضخیم استفاده کنیم. وقتی کاغذ روغنی را تا می زنیم، رد آن به صورت خط سفیدی باقی می ماند. به خاطر شفافیت نسبی کاغذ روغنی رد یا نوشتهٔ روی آن، از هر دو طرف قابل مشاهده است. به این ترتیب جابه جایی، انطباق، وارونه کردن، چرخاندن، قرینه کردن و ... به سهولت انجام پذیر است.

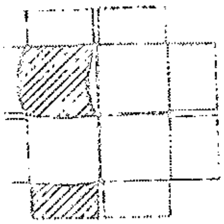
ـ در ریاضیات تفریحی یا به تعبیری سرگرمی ریاضی تا کردن کاغذ و به تعبیرما کاغذ وتا جایگاهی خاص دارد ومقاله ها و کتابهای بسیاری می توان یافت که دربارهٔ آن نوشته شده است. امّا در بحث های جدیدی یا به تعبیرنادرست در بحث آموزش و یادگیری کلاسیک مطالب بسیار محدودی در زمینه هندسه کاغذ وتا داریم.

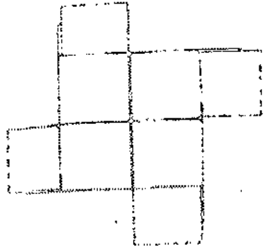
بدنیست بدانید:

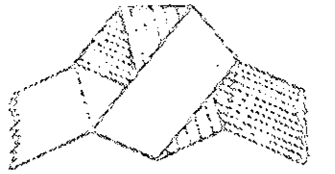
ـ در یک بررسی محدود در شبکه آمازون که بزرگترین توزیع کننده کتاب و دیگر مواد آموزشی، خواندنی و ... است. ۲۹۴ عنوان کتاب درزمینهٔ اریگامی ثبت شده بود.

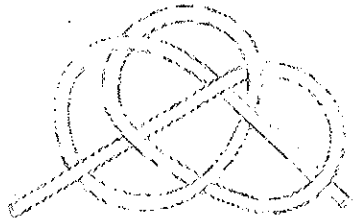
ـ بر روی اینترنت ۴۵۴ سایت کامپیوتری و ۱۴۵۳ صفحه Webpage به اریگامی اختصاص دارد. به عنوان نمونه به مواردی اشاره می شود:

ـ سایت http://www.sgi.com این سایت بسیار گسترده است که بخشی از آن به کارهای دکتر هافمن اختصاص دارد.









http://www.sgi.com / garica / huffman / index. htmi

-سایت http://shimun. math. berkeley. edu

و اما چند نمونه:

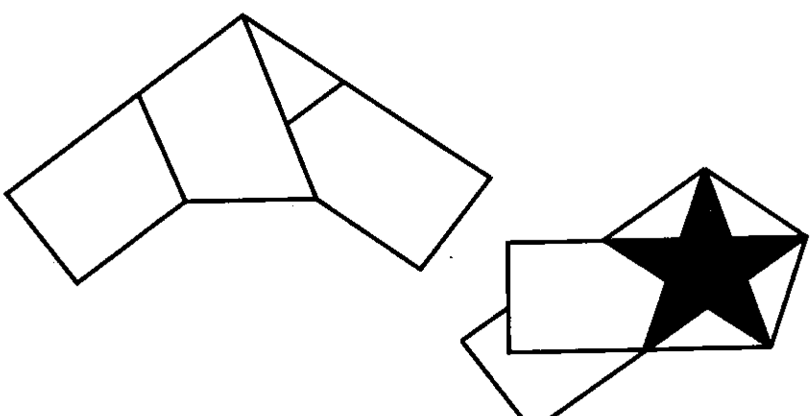
- مقاله ای تحت عنوان اریگامی یا بازی با کاغذ، نوشتهٔ مارتین گاردنر، ترجمهٔ هرمز شهریاری مجلهٔ آشتی با ریاضیات سال هفتم شماره یک فروردین سال ۱۳۶۲ .

عمل تاکردن کاغذ، سؤال ریاضی جالبی را مطرح می سازد، که چرا محل تاخوردگی یک ورقهٔ کاغذ همیشه خطی مستقیم است؟ در هندسهٔ عالی، اگر به این موضوع برخوردی پیدا شود، گفته می شود دلیل آن این است که دو سطح مستوی یکدیگر را همیشه درخط مستقیم قطع می کنند، در حالی که روشن است، این یک استدلال گمراه کننده و نادرستی است، زیرا قطعه های ورقهٔ تاخورده با هم موازیند نه متقاطع. و اما استدلال درست آن، که در «ماهنامهٔ ریاضی آمریکایی»، ژوئن - سال ۱۹۴۰ به وسیلهٔ ل - ر - چیس (L.R.Chase) ذکر شده است، چنین است:

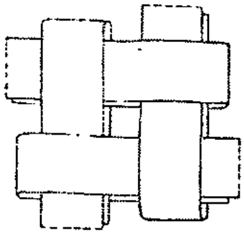
فرض کنید P و P′ دو نقطه از یک صفحهٔ مستوی باشند که پس از تا خوردن صفحه بر یکدیگر منطبق شوند، هر نقطه ای مثل a که روی خط تا فرض شود از نقطه های P و P′ به یک فاصله خواهد بود، چون خط های aP و a P′ نیز برهم منطبق اند، بنابراین خط تا، که مکان هندسی نقطه هائی مثل a هستند (a از P و P′ به یک فاصله است)، عمود منصف P′P خواهد بود، وخطی مستقیم می شود.

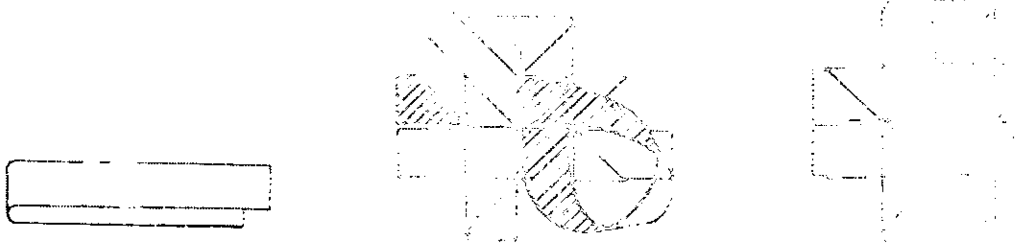
تا زدن و بریدن ورقهٔ کاغذ و درست کردن چند ضلعی های منتظم، از جمله کارهایی است که در کلاس های درس به صورت مسابقه بین شاگردان زیاد به اجرا گذاشته می شود و شاگردان ضمن تمرین هندسه از سرگرمی پرشور و نشاطی نیز برخوردار می شوند. درست کردن مثلث متساوی الاضلاع، مربع، شش ضلعی و هشت ضلعی منظم، تقریباً کار آسانی است، ولی ساختن پنج ضلعی منظم دشواری هایی دربر دارد. ساده ترین راه ساختن آن از گره زدن یک نوار کاغذ و تا زدن آن به دست می آید، به این صورت که مطابق شکل ۱، پس از زدن یک گرهٔ ساده به نوار، محل گره را با سرانگشت فشار می دهیم و آن را صاف و مسطح می کنیم و سپس دنباله های اضافی نوار را قطع می کنیم. اگر یک انتهای نوار را باز هم تا بزنیم و سپس آن را جلو نور شدیدی نگه داریم (تصویر سمت راست) ستارهٔ زیبای پنج پری به چشم ما خواهد آمد که از اثر لبه های نوار به وجود آمده است.

هم چنین با تازدن کاغذ می توان مماس هایی را ایجاد کرد که پوش آن ها منحنی های مختلف درجهٔ پایین را به دست دهد. سهمی، به خصوص برای این نمایش از همه آسان تر است. در ابتدای کار، نقطه ای را به فاصلهٔ چند سانتی متر از لبهٔ کاغذ علامت می گذاریم، سپس کاغذ را حدود ۲۰ دفعه در مکان های مختلف تا می زنیم و دقت می کنیم که در هر دفعه تا زدن، لبهٔ کاغذ نقطهٔ علامت را قطع کند. شکل ۲ تشکیل این چنین سهمی را به خوبی نشان می دهد. نقطهٔ علامت، کانون - لبهٔ کاغذ، خط ثابت منحنی و هر خط تا، مماسی بر منحنی به شمار می آید. به سهولت دیده می شود که با این روش،

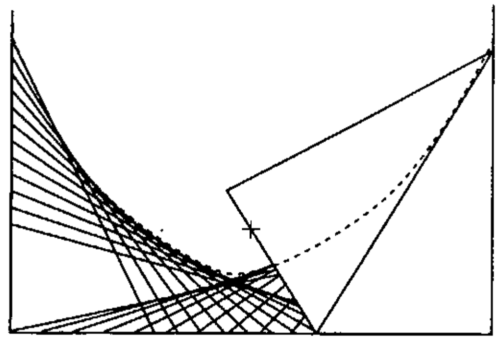


(شکل ۱)





فاصلهٔ هر نقطهٔ منحنی از کانون برابر فاصلهٔ همان نقطه از خط ثابت می شود و این همان خاصیت سهمی است.



شکل ۲

مماس‌های سهمی از تا زدن لبهٔ پائین کاغذ، روی کانون آن به دست می‌آید.

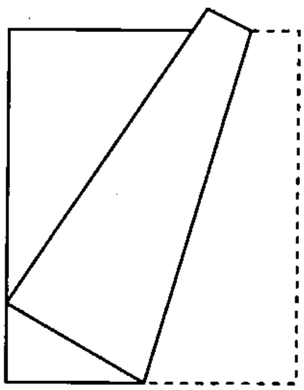
در این جا مسأله ای جالب به میان می آید که ارتباط نزدیکی با این طرز رسم منحنی و حساب دیفرانسیل وانتگرال پیدا می کند. فرض کنید صفحهٔ کاغذی به ابعاد ۸ در ۱۱ سانتی متر داشته باشیم وآن را به نحوی تا بزنیم که ازگره زدن نوار کاغذها پنج ضلعی منظمی به دست می آید (تصویر سمت چپ) اگردنباله نوار را باز هم یک تا بزنیم و در جلو نور شدیدی به آن بنگریم، ستاره ای پنج پر در آن مشاهده خواهیم کرد.

رأس گوشه A (شکل ۳) روی لبهٔ چپ کاغذ قرار گیرد. باهر دفعه بالا یا پایین آوردن رأس A روی لبه و تا زدن کاغذ مماس های یک سهمی را به دست می آوریم که رأس گوشه A (همان گوشهٔ پایین و سمت راست کاغذ) کانون آن محسوب خواهد شد. گوشه A در چه نقطه ای از لبهٔ چپ قرار گیرد تا خط تایی که لبهٔ پایین را قطع می کند، از بین همه، کوتاه ترین طول ممکن را داشته باشد، هم چنین طول این خط تای مینیمم چقدر است؟ برای خواننده ای که به حساب دیفرانسیل و انتگرال آشنایی ندارد، مسأله زیر را مطرح می کنیم که هم ساده تر از مسأله پیشین است وهم شیرین تر.

اگر عرض کاغذ را به ۷/۶۸ سانتی متر کاهش دهیم وگوشهٔ A را در نقطه ای به فاصله ۵/۷۶ سانتی متر از قاعدهٔ کاغذ قرار دهیم و آن را تا بزنیم، طول دقیق تا چقدر خواهد شد؟

پیدا کردن کوتاه ترین خط تا در مسألهٔ اول، از بهترین مسأله های ماکسیمم و مینیمم حساب دیفرانسیل و انتگرال، در ارتباط با تا زدن کاغذ می باشد که حل آن در زیر به نظر خواننده می رسد. اگر فاصلهٔ گوشهٔ A تا محل تقاطع خط تا و قاعدهٔ کاغذ را x فرض کنیم، باقیماندهٔ طول قاعدهٔ کاغذ مساوی $8-x$ خواهد بود. فاصله نقطه ای از لبهٔ چپ که A روی آن قرار می گیرد تا قاعده نیز مساوی $4\sqrt{x-4}$ خواهد شد. فاصلهٔ گوشهٔ A تا نقطه ای که خط تا لبهٔ راست برخورد می کند $\frac{2x}{\sqrt{x-4}}$ و طول خود خط تا مساوی $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x-4}}$ می شود. اگر مشتق جملهٔ اخیر را مساوی صفر بگیریم، x مساوی ۶ خواهد شد. بنابراین گوشهٔ A در نقطه ای به ارتفاع $4\sqrt{2}$ از قاعدهٔ کاغذ، روی لبهٔ چپ قرار خواهد گرفت وخط تا مساوی $6\sqrt{3}$ یا اندکی بیش از ۱۰/۳۹۲ خواهد بود.

نکتهٔ جالب مسأله دراین است که بدون توجه به عرض کاغذ، برای به دست آوردن خط تای مینیممی که لبهٔ پایین را قطع می کند، باید کاغذ را به نحوی تا بزنیم که طول x مساوی $\frac{3}{4}$ عرض کاغذ باشد و این $\frac{3}{4}$ طول، ضرب در $\sqrt{3}$ طول خط تا را خواهد داد. حال اگر مینیمم سطح قطعهٔ تا شده نیز مورد نظر باشد، دراین صورت خواهیم دید که x همیشه مساوی $\frac{2}{3}$ عرض کاغذ خواهد شد.



شکل ۳

مسأله ای ازحساب دیفرانسیل و انتگرال درارتباط باتا زدن کاغذ

مراجع:

- مطلبی تحت عنوان Geometricpaper Folding: Dr. David Huffman
از سایت http:// www. sgi. com / grarica / huffman / index.htmi
پیوست یک
- مطلبی تحت عنوان Origami
از سایت origamihtt:// shimun. math. berkeley. edu/ ~ helena/
پیوست دو
- بخشهایی از کتاب هندسه کاغذ و تا پیوست سه

در رابطه با ریاضی مدرسه ای، در دنیا چه می گذرد؟

(خلاصهٔ مقاله)

توماس رامبرگ
استاد آموزش ریاضی- دانشگاه ویسکانسین

این مقاله توسط پروفسور رامبرگ در چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی کـه از ۱۳ تا ۱۵ بهمـن ۱۳۷۸ در تهران برگزار شد، ارایـه گردید. مثالهای استفاده شده در شـمـارهٔ بعدی مجله، در اختـیـار خوانندگان گرامی قرار می گیرد.

چکیده:

عنوان این سخنرانی برمبنای سؤالی است که اخیراً ازسوی مدیر یک مدرسهٔ راهنمائی مطرح شده بود. ایشان همیشه فرض کرده بود که محتوای درس ریاضی در چندین دهـهٔ اخیر یکسان بوده اسـت و آن چه که الان باید تدریس شود، همان ریاضیات و به همان روشـی است که حدود ۵۰ سال قبل، خوداو تجربه کرده بود.

جواب من به این مدیر این بود که در سراسر جهان، انقلابـی در حال وقوع است. اگر به کلاسهای درس ریاضی در بریتانیا، ژاپن، استرالیا، هلند یا ایالات متحده [یا هر جای دیگر] نگاه کنید، متوجه می شوید که در بیشتر آن کلاسها، محتوا و پداگوژی درس ریاضی، به نوعی با آن چه که زمان دانش آموزی من وجود داشت، متفـاوت است.

در این سخنرانی، ابتدا به طور اجمالی سـه ریـشـهٔ این انقلاب (تغییرات در تکنولوژی و کاربردهای آن، تغییرات در شناختی که از چگونگی یادگیری انسانها حاصل شده است، و آگاهی فزاینده نسبت به آن چه که در سایر کشورها [در رابطه با آموزش ریاضـی] انـجـام می شود) را معرفی می کنم. سپس، توضیح می دهم کـه چـگـونـه معلّمان ریاضی در ایالات متحده، به این چالش ها پاسخ داده انـد. سرانجام، نمونه هائی از محتوا و نوع تدریسی که اکنون در کلاسهای درس ریاضیِ اصلاح شده در جریان است را ارائه می دهم.

ریشه‌های جنبش اصلاح طلبی

تغییرات در تکنولوژی

اولین ریشهٔ این انقلاب براساس اختراع ابزار الکترونیکی و موارد استفادهٔ آنهاست (مانند کامپیوترها و ماشین حساب ها)

■ هم چنان که چندین مؤلف در مورد تأثیر این ابزار توضیح داده اند، ما در فرآیند تغییر از «عصر صنعتی» به «عصر اطلاعات» هستـیـم. در واقع، اختراع کامپیوتر با اختراع صنعت چاپ مقایسه شده است.

■ یکی از پی آمدها، تغییرات در ریاضی و استـفـادهٔ از ریاضـی در آخرین ربع قرن بوده است. برای مثال؛ می توان به آمار، ریاضیـات گسسته، و به طور مشخّص مدل سازی ریاضی اشاره کرد.

■ تأثیر این تغییرات تازه به طور جدی در کلاسهای درس ریاضی در نظر گرفته شده است. در ابتدا، تکنولوژی در موضوع ها و رویّه های سنّتی به کار گرفته می شد، امّا حالا ...

تغییرات در شناختی که از چگونگی یادگیری انسانها حاصل شده است.

دومین ریشهٔ این جنبش اصلاح طلبی براساس تحقیقات وسیـع بین المللی دربارهٔ یادگیری در قرن گذشته است.

■ تمام یادگیری ها حاصل تجربه ها هستند. درک و فهم به عـنـوان پی آمدِ یک مجموعهٔ غنی از تجاربِ مرتبط است.

■ دانش آموزان با پیش تصورهائی دربارهٔ چگونگی قانون مندی دنیا به کلاس درس می آیند. اگر درک و فهم اولیهٔ آنها به حساب نیاید، ممکن است آنها نتوانند به مفاهیم جدید و اطلاعاتـی کـه تـدریـس می شود دست یابند. یا ممکن است دانش آموزان آنها را به منـظـور گذراندن آزمون یاد بگیرنـد امّا در بیرون از کلاس درس، به همـان پیش تصورهای خود بازگشت کنند.

■ برای توسـعـهٔ شایستگـی در یـک حـوزهٔ علمی ـ تحـقـیـقـی، دانش آموزان باید:

(الف) یک مبـنـای عـمـیـق از دانـش مـوضـوعـی (Factual) داشته باشند.

(ب) حقایق و ایده ها را در قالب یک چارچوب مفهومـی درک کنند.

(پ) دانش را به گونه ای سازمان دهی کنند که بازیابی و کاربرد آن تسهیل شود.

■ یک رویکرد «فراشناختی» به تدریس می تواند به دانش آموزان کمک کند تا بتوانند هدف های یادگیری خود را کنترل کنند و بر پیشرفت خود در رسیدن به آن هدف ها نظارت داشته باشند.

فعالیت های آموزشی در سایر کشورها

سومین ریشه این جنبش براساس دانش رو به رشد دربارهٔ فعالیت های آموزشی سایر کشورهاست. این دانش، به خصوص در ایالات متحده به دلیل آن که هر ایالت برنامهٔ آموزشی خود را دارد، حائز اهمیت است.

■ بسیاری از شهروندان اعتقاد دارند که ما بهترین نظام [آموزشی] را در دنیا داریم و دیگران باید همان کاری را بکنند که ما می کنیم.

■ نتایج مطالعات تطبیقی مربوط به موفقیت تحصیلی، آن چه را که تا به حال از نظر بسیاری از ما عادی می نمود، مسأله دار کرده است. این مطالعات، رویّه هائی که توسط نظامهای مختلف، برای حل مسائل یکسان استفاده شده اند را روشن می کنند، و مسائل آموزشی مشترک و معاصر ما را تقویت می کنند.

■ مقایسه ی برنامه های درسی، کتابهای درسی، آزمون ها و غیره، تفاوت های قابل ملاحظه ای را در موضوع های پوشش داده شده، تأکید بر موضوع ها، زمان تدریس آن موضوع ها و غیره نشان می دهد.

■ گزارش های ملاقات های بین المللی این تفاوتهای عملی را آشکار کرده است.

عکس العمل معلمان ریاضی

به خاطر گوناگونی اجرائی در مدارس ایالات متحده (آموزش و پرورش از مسئولیت های ایالت ها است نه دولت مرکزی، و بیشتر ایالت ها این مسئولیت را به انجمن های محلّی تفویض کرده اند)، انجمن آموزش علوم ریاضی در دهـهٔ ۱۹۸۰؛ مسئولیت توسعهٔ دیدگاهی برای تلاشهای اصلاح طلبی را به عهده گرفت. شورای ملی معلمان ریاضی(NCTM)، یک سازمان حرفه ای با حدود ۱۱۰/۰۰۰ عضو معلم ریاضی موارد زیر را محقق کرد:

■ هدفهای جدید برای ریاضی مدرسه ای

■ چهار مجموعه از استانداردها (برنامهٔ درسی، تدریس، ارزشیابی و ارزیابی)

■ مجموعه ای از ویژگی های تدریس که توسعه و تهیه کتابهای درسی جدید، آزمونها و غیره مورد توجه قرار گرفتند.

■ پنج اصل برای طراحی واحدهای برنامهٔ درسی

ویژگی های تدریس اصلاح شده

برای نشان دادن ویژگی های تدریس اصلاح شده، من فعالیتهایی از «ریاضی در متن[1]» که برای تدریس مفاهیم قبل از جبر به دانش آموزان ۱۰ تا ۱۲ سال طرّاحی شده است را مورد بررسی قرار می گیرد. مثالها بر طرّاحی متمرکز شده است، به گونه ای که پیشرفت دانش آموزان را از مفاهیم غیرصوری به قبل از صوری و سپس به مفاهیم صوری در آن حوزه نشان دهد.

■

زیرنویس

1. Mathematics in Context

زندگی نامهٔ

پروفسور رامبرگ

توماس- الف- رامبرگ استاد تمام آموزش ریاضی بنیاد سِرز روبائوک بسکام[1] در دانشگاه ویسکانسین- مدیسون و رئیس «مرکز ملی برای پژوهش در آموزش ریاضی» «دپارتمان آموزش و پرورش» ایالات متحده است. او دارای سابقهٔ طولانی در اصلاحات برنامهٔ درسی ریاضی، شامل مشارکت ایشان در پروژه های «گروه های مطالعات ریاضیات مدرسه ای»[2] در دههٔ ۱۹۶۰ میلادی، «توسعهٔ فرآیندهای ریاضی»[3] در دههٔ ۱۹۷۰ میلادی و دبیری دو کمیسیون در مورد ریاضیات مدرسه ای در دههٔ ۱۹۹۰ میلادی است؛ این دو کمیسیون، عبارتند از کمیسیون Options «انتخابهای دپارتمان آموزش و پرورش ایالات متحده برای دههٔ ۱۹۹۰ میلادی»[4] و کمیسیون «استانداردهای برنامهٔ درسی و ارزشیابی برای ریاضیات مدرسه ای[5] (برای «شورای ملّی معلمان ریاضی»[6] (NCTM) بودند. به دلیل کارهای اخیر ایشان در رابطه با استانداردها، «اتحادیهٔ تحقیقات آموزشی آمریکا»[7] جایزهٔ I.S[8] و «خدمات حرفه ای»[9] را در سال ۱۹۹۱ به پروفسور رامبرگ اعطا کرد.

تحقیقات رامبرگ بر دو حوزه متمرکز است: یادگیری مفاهیم اولیّه ریاضی توسط کودکان (که به بهترین شکلی در تک نگاشت JRME[10] با عنوان «یاد گرفتن جمع کردن و منها کردن»[11] بازتاب داشته است، و روشهای ارزشیابی دانش آموزان و برنامه ها (که به بهترین نحوی در کتاب «به سمت مدرسهٔ مؤثر[12]: تجربهٔ IGE» بازتاب یافته است). علاوه بر اینها، مقالهٔ «پژوهش در تدریس و یادگیری ریاضی- دو دیسیپلین مطالعات علمی»[13] مشخّص کنندهٔ تعهّد و تقیّد ایشان به تلفیق پژوهش با تدریس، برنامهٔ درسی و تفکّر دانش آموزان است. این مقاله توسط «اتحادیهٔ تحقیقات آموزشی آمریکا» به عنوان بهترین مرور تحقیقی سال ۱۹۸۷ برگزیده شد.

بالاخره، یکی از شهرت های ایشان، درگیری با تلاشهای اصلاحی برای تغییر برنامهٔ درسی ریاضی در سطح جهان است. او دارای بورس مطالعاتی فولبرایت[14] برای استرالیا و شوروی سابق بوده است و تغییرات و اصلاحات جاری برنامهٔ درسی ریاضی را در کشورهای انگلستان، هلند، استرالیا، شوروی سابق، سوئد، نروژ، آلمان، اسپانیا، ونزوئلا و ایتالیا مورد نقد و بررسی قرار داده است.

زیر نویس:

1. Sears Roebuck Foundation-Bascom
2. School Mathematics study Group(SMSG)
3. Developing Mathematical Processes
4. Options for the 1990's for the U.S. Department of Education
5. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics
6. National council of teachers of Mathematics(NCTM)
7. American Educational Research Association(AERA)
8. Interpretive schoolarship
9. Professional service
10. Journal for Research in Mathematics Education(JRME)
11. "Learning to add and Subtract"
12. "Toward Effective schooling: The IGE Experience"
13. "Research on Teaching and Learning Mathematics. Two Disciplines of scientific Inquiry."
14. fulbright fellow ships

■ این زندگی نامه، در پایان مقالهٔ «پایه های علمی نهضت اصلاحات ریاضیات مدرسه ای در ایالات متحده» نوشته شده بود.

منبع اصلی:

"The Scholarly Basis of the school Mathematics Reform Movement in the United States."

بیانیه سال ۲۰۰۰ یونسکو

سرآغازی نوین

حمید جاودانی

سال ۲۰۰۰ باید آغازی نوین باشد، موقعیتی که با یکدیگر فرهنگ جنگ و خشونت را به فرهنگ صلح و عدم خشونت تبدیل کنیم. البته وقوع این تحول به مشارکت فردفرد ما اعم از زن و مرد نیازمند است و باید ارائه کننده ارزشهایی به نسل های آینده باشد تا آنها را در ساختن دنیایی متعادل تر، همبسته تر، آزادتر، شرافتمندتر، موزون تر و سربلندتر یاری رساند. فرهنگ صلح، توسعه پایدار، حمایت از محیط زیست و شکوفایی همگان را میسر می سازد.

مجمع عمومی سازمان ملل را در نوامبر ۱۹۹۷، سال ۲۰۰۰ را سال بین المللی فرهنگ صلح اعلام کرد. در این زمینه یونسکو نیز مسؤولیت هماهنگی فعالیتهای مربوط را در سطح جهان به عهده گرفت.

گروهی از برندگان جایزه صلح نوبل، که به مناسبت برگزاری پنجاهمین سالگرد بیانیه جهانی حقوق بشر در پاریس گرد هم آمده بودند بیانیه ۲۰۰۰ را برای ایجاد صلح و عدم خشونت تهیه کردند. این بیانیه، در چهارم مارس سال ۱۹۹۹ در پاریس اعلام شد و پیشنهاد گردید که به امضای عموم مردم در سراسر جهان برسد. هدف تهیه کنندگان بیانیه مذکور این است که در آغاز سومین هزاره، ۱۰۰ میلیون امضا جمع آوری و به مجمع عمومی سازمان ملل که در سپتامبر سال ۲۰۰۰ برگزار می گردد، عرضه شود.

متن بیانیه ۲۰۰۰، برای فرهنگ صلح و عدم خشونت به شرح زیر است:

اینجانب با آگاهی از مسؤولیت خویش در قبال آینده بشریت، بویژه در قبال کودکان امروز و آینده، متعهد می شوم که در زندگی روزمره، در خانواده، محیط کار، جامعه، کشور و منطقه‌ام موارد زیر را رعایت کنم:

- «احترام به هرگونه حیات»، حیات و حیثیت همه افراد بشر را بدون هیچگونه تبعیض و پیش داوری محترم می شمارم.

- «اعمال نفی خشونت»، خشونت را در تمامی اشکال خود اعم از: جسمی، جنسی، روانی، اقتصادی و اجتماعی، بویژه در قبال محرومترین و آسیب پذیرترین افراد، یعنی کودکان و نوجوانان طرد می کنم.

- «سخاوتمند باشیم»، برای ترویج سخاوتمندی، وقت و منابع مادی خود را در جهت پایان بخشیدن به حذف، بی عدالتی، فشار سیاسی و اقتصادی به کار می گیرم.

- «برای تفاهم با دیگران گوش بسپارم»، برای دفاع از آزادی بیان و تنوع فرهنگی، همواره گوش دادن به دیگران و اصل گفتگو اولویت قرار می دهم؛ بدون آنکه تسلیم تعصب بدگویی و طرد دیگران شوم.

- «محافظت از سیارهٔ زمین»، مشوق مصرف مسؤولانه و نیز مروج جهان توسعه یافته ای خواهم بود که به اهمیت هرگونه حیاتی واقف است و از توازن منابع طبیعی سیاره زمین، محافظت می کند.

- «انداختن طرحی نو در همبستگی»، در توسعه جامعه خود با مشارکت کامل زنان و با رعایت اصول مردم سالاری به منظور ایجاد طرحی نو در زمینه همبستگی با دیگران مشارکت می کنم.

■ این مطلب بر گرفته از خبرنامهٔ آموزش عالی، سال اول، شماره ۴، فروردین ماه ۱۳۷۹ می باشد.

بسم الله الرحمن الرحيم

Roshd
Mathematics Education Journal

Vol. 15 - No. 59/60 - 2001

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

CONTENTS:

Managing Editor: Alireza Hajianzadeh
Editor: Zahra Gooya
Executive Director: Soheila Gholamazad
Graphic Designer: Fariborz Siamaknejad

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6588

«طنز ریاضی»

فرستنده: محمود ابراهیمی معمره
استان بوشهر - بندر ریگ

✔ سؤال:

«ثابت کنید مجموعه اعداد طبیعی جالبه»

✔ جواب:

اثبات به‌روش استقراء:

۱. اولین عدد طبیعی است پس جالبه.

۲. تنها عدد اول زوج طبیعی است پس جالبه.

فرض استقراء:

اگر n عدد جالبی باشد

حکم استقراء:

ثابت می‌کنیم $n+1$ عدد جالبی است.

برهان خلف:

فرض کنید $n+1$ عدد جالبی نباشد. درآنصورت اولین عدد طبیعی خواهد بود که جالب نیست.

درنتیجه $n+1$ بعنوان اولین عدد طبیعی ناجالب، جالب خواهد بود.

پس مجموعه اعداد طبیعی جالبه.

چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران

۱۳ تا ۱۵ بهمن ۱۳۷۸

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

Fourth Annual Iranian Mathematics Education Conference

Tehran . IRAN

February 2-4 2000