رشد

آموزش ریاضی ۷۸

سال نوزدهم ـ ۲۰۰ تومان
ISSN 1606 - 9188
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.Roshdmag.org

شمارهٔ ویژهٔ بزرگ‌داشت پرویز شهریاری

- صنعت کنکور در ایران، موانع و اضطراب‌ها،
- اثبات‌های فراموش نشدنی،
- بازی‌های منصفانه و نقش آن‌ها در آموزش ریاضی،
- وینر و حرکت براونی.

کنکور با این وضعی که امروز در مملکت ما هست،
دانش مملکت را ویران می کند.

(پرویز شهریاری)

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۶۸

سال نوزدهم / سال ۱۳۸۱ / تیراژ ۱۰۰۰۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

فهرست :

۲ یادداشت سردبیر

۴ بزرگ‌داشت استاد پرویز شهریاری

۱۴ صنعت کنکور در ایران، موانع و اضطراب ها

نویسنده : زهرا گویا

۲۳ اثبات های فراموش نشدنی

نویسنده : امید علی شهنی کرم زاده

۳۶ روایت معلمان

به قلم پرویز شهریاری

۴۲ بازی های منصفانه و نقش آن ها در ...

نویسنده : سید عباداله محمودیان

۵۱ وینر و حرکت براونی

نویسنده: بیژن ظهوری زنگنه

۶۰ گزارش و خبر

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹ - ۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۱) E-mail:info@Roshdmag.org
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلّمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

یادداشت سردبیر

اولین بار که استاد شهریاری را از نزدیک دیدم، در دفتر انتشارات مدرسه بود. شخصیّت واقعی شهریاری با تصوّری که از او در ذهن داشتم، مطابقت داشت و به همین دلیل، از همان اولین دیدار، شیفتهٔ این شخصیت شدم. پس از آن، در چهار میزگرد تلویزیونی که با حضور ایشان، دکتر بیژن ظهوری زنگنه و من و به ابتکار آقای یاسی‌پور تشکیل شده بودند، شرکت کردم. آن چهار برنامه باعث شد تا بیش‌تر و بهتر ایشان را بشناسم و به عمق خدماتی که به جامعهٔ علمی، آموزش ریاضی و فرهنگی و اجتماعی ایران کرده است، پی ببرم. این آشنایی‌ها، به همراه ویژگی‌های شخصیتی ایشان، باعث شد تا به خود جرأت دهم و برای «گردهمایی شکوفه‌های ریاضی» از شهریاری به عنوان پیشکسوت آموزش ریاضی دعوت کنم.

حضور شهریاری در جمع بیش از ۱۰۰۰ دانش‌آموز مشتاق، تماشایی بود. بچه‌ها دوست داشتند تا آنجا که می‌توانند، از او سؤال کنند و با شخصیت واقعی وی آشنا شوند. آن‌ها باور نمی‌کردند کسی با چنین سابقهٔ درخشانی، آن‌قدر صمیمی، قابل دسترس، با محبّت و عاشق باشد. بچه‌ها ناباورانه به فرصتی که ایجاد شده بود فکر می‌کردند تا این عاشق معروف را که می‌گوید «معلمی معشوق من است»، از نزدیک ببینند و با او به گفتگو بپردازند. از او الهام بگیرند و از او، وطن‌دوستی و امید به آینده را یاد بگیرند. از نظر من، این شیرین‌ترین تجربه و به یادماندنی‌ترین خاطره آشنایی با شهریاری است.

شهریاری در زمانی به جوانان ما امید داد که خود، مورد شدیدترین بی‌مهری‌ها قرار گرفته بود. در زمانی به ماندن تشویق کرد و ماند و پایداری کرد که همگان را دچار تعجّب کرده بود. به خصوص کسانی که شاهد دل‌آزردگی بعضی از عزیزان این مرزوبوم بودند و دیدند که آن‌ها، با رنجشی

اغلب جزیی‌تر، جلای وطن کردند و رفتند. آن‌هایی که نه تنها بی‌مهری، حتی اخم‌ها را هم برنتابیدند و آن‌ها را توجیهی برای نماندن‌ها و انفعال‌های خود دانستند. این ویژگی‌های شخصیتی، شهریاری را ممتاز ساخته است و به او فرصت طلاییِ «شهریاری» شدن را داده است.

استاد شهریاری، فروتن، متواضع، صمیمی و بااخلاص است، امّا شکسته‌نفسی کاسبکارانه ندارد. با توانایی‌های خویش آشناست و محدودیت‌های خود را می‌شناسد. آشنا به زمان خویش است. دارای فکری منسجم و اصول‌گراست. آرمانی می‌اندیشد و زمینی عمل می‌کند. در مجموع، من به عنوان یکی از شاگردان استاد (اگر چنین افتخاری را بدهند که مرا به شاگردی بپذیرند)، بیش از هر چیز و به دلایل زیر، نقش او را در سرنوشت جامعه آموزشی و به خصوص آموزش ریاضی ایران، بلامنازع می‌دانم:

۱ـ شهریاری در هر زمانی و از هر فرصتی، برای آموزش فرزندان ایران زمین، حسن استفاده را کرده است. در انتخاب نوعِ کار؛ لج‌بازی، تنگ‌نظری و جزمیت نداشته است. هیچ وقت هدف را فدای قالب نکرده است. اگر زمانی با نوشتن حل‌المسایل می‌توانست فرصت مناسب آموزشی برای دانش‌آموزان مناطق محروم این سرزمین اهورایی ایجاد کند، با فروتنی این کار را انجام می‌داد و حالا که وجود «تست» و «تست‌زنی» و «کنکور» را به حق یک آفت آموزشی می‌داند، در جهت تصحیح این مسیر قلم می‌زند و قدم برمی‌دارد. درواقع، حُسن شهریاری نسبی‌گرایی آموزشی اوست که لازمهٔ یک مصلح اجتماعی شدن است و در عوض، هیچ وقت «نان به نرخ روز» نخورده است، چرا که بیش‌تر به عمق می‌اندیشد تا به سطح.

۲ـ انتخاب موضوع‌های تألیفی و ترجمه‌ای، نشانگر ظرافت، دقت‌نظر و تیزبینی آموزشی ـ اجتماعی ـ فرهنگی شهریاری است. به طور مثال، اگر تمام فعالیت‌های علمی ـ آموزشی ـ فرهنگی شهریاری فقط منحصر به ترجمهٔ «خلاقیت ریاضی» می‌شد، باز هم نام او چون نگین بر تارک جامعهٔ ریاضی و آموزش ریاضی ایران تا همیشه می‌درخشید.

۳ـ شهریاری به جای آن که به دنبال کارهای راحت، سودآور و پرآوازه باشد، همیشه به استقبال چالش‌های جدید رفته است. ممکن است رویارویی با این چالش‌ها در زمان حال، بازدهی کمتری داشته باشند. امّا ثمرهٔ این رویارویی و نتایج شیرین آن‌ها، ضامن بقای نام پرافتخار وی در تاریخ ایران عزیز بوده و هست.

۴ـ شهریاری معلّم ارزنده‌ای است. همیشه سعی در پرورش شخصیّت نوجوانان و جوانان داشته است و ریاضی را بهانه‌ای دانسته است تا از آن طریق، در آن‌ها حس وطن‌دوستی و توجه به تمدن غنی ایرانی را ایجاد کند. شهریاری به جدّ معتقد است که تا ابعاد مختلف و متنوع شخصیتی جوانان ما رشد پیدا نکند، نظام آموزشی ما کارنامهٔ موفقّی نخواهد داشت.

نکوداشت استاد شهریاری در دانشگاه شهید باهنر کرمان و دیدن آن همه اخلاص، صفا و قدرشناسی در چهرهٔ تک‌تک شرکت‌کنندگان، تأییدکنندهٔ صحّت انتخاب شهریاری در ترجیحِ ماندن به رفتن، آگاهی دادن، و تولید منابع فرهنگی برای عزیزان ایران‌زمین است.

این شمارهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، ویژه‌نامهٔ این شخصیّت والای فرهنگی و گوهر دردانهٔ آموزش ریاضی ایران است که تقدیم خوانندگان گرامی می‌شود.

■

بزرگداشت پرویز شهریاری

هفدهم و هیجدهم اردی‌بهشت ماه امسال، همایش **آموزش ریاضی و تجلیل از استاد شهریاری** در دانشگاه شهید باهنر کرمان و با همکاری سازمان آموزش و پرورش استان کرمان، برگزار شد.

این همایش که در بعدازظهر روز هفدهم اردی‌بهشت، با سخنرانی آقای پرویز ملک‌پور آغاز شد، با سخنرانی‌های تخصصی دکتر زهرا گویا (صنعت کنکور در ایران، موانع و اضطراب‌ها)، دکتر امیدعلی کرم‌زاده (اثبات‌های فراموش‌نشدنی)، دکتر یحیی تابش (آموزش‌های مجازی و تألیف ریاضی) و دکتر یوسف بهرامپور (مراحل کشف تا هدایت و جایگاه ریاضیات) ادامه یافت.

در روز دوم این همایش، پس از سخنرانی‌های دکتر ماشاءالله ماشین‌چی (بحثی در مورد کیفیت در مؤسسات آموزش عالی)، دکتر جواد بهبودیان (تقارن در جبر و نقش تقارن)، دکتر عباداله محمودیان (بازی‌های منصفانه و نقش آن در آموزش ریاضی)، دکتر غلامرضا خسروشاهی (اشاره‌ای به مسألهٔ کلاه و حل آن) و دکتر محمدرضا درفشه (جبر و مقابلهٔ خیام و حل معادلات به روش هندسی)، مراسم تجلیل از استاد پرویز شهریاری برگزار شد که در این قسمت، سخنرانی‌هایی از جمله سخنرانی دکتر مهدی بهزاد، رییس انجمن ریاضی ایران و دکتر مهدی رجبعلی‌پور، رییس مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، ایراد شد.

به بهانهٔ برگزاری این همایش، بخشی از این شمارهٔ مجله به تجلیل از این استاد گران‌قدر اختصاص داده شده است. ضمن تشکر از دبیرخانهٔ این همایش که اجازهٔ چاپ تعدادی از این سخنرانی‌ها را به ما داده است، از دکتر کرم‌زاده و دکتر محمودیان نیز که متن مقاله‌های ارایه شدهٔ خود در این همایش را برای ما ارسال داشته‌اند، تشکر می‌کنیم. آنچه در ادامه می‌خوانید، تعدادی از سخنرانی‌ها و مقاله‌های ارایه شده در این همایش دو روزه است.

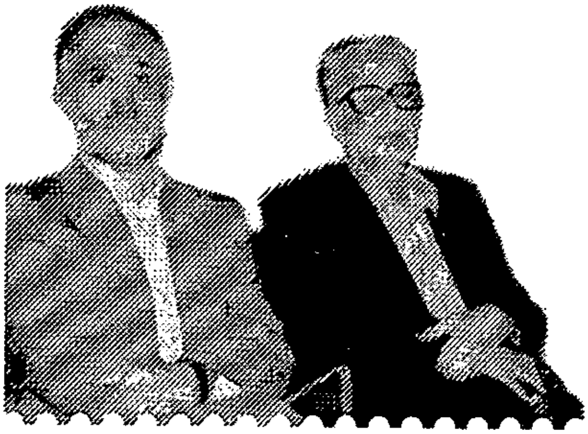
خاطره‌ای ارزشمند

دکتر مهدی بهزاد

استاد پرویز شهریاری را بیش از سی سال است که می‌شناسم. از کتاب‌ها و مقالاتشان استفاده کرده و می‌کنم. به ژرفای تأثیر خدمات فراوانشان پی نبرده بودم، تا وقتی که در تیرماه سال ۱۳۷۷ به شهرداری منطقهٔ ۶ تهران رجوع کردم. در آن زمان انجمن ریاضی ایران، با بیش از یک ربع قرن فعالیت، تنها یک اتاق کوچک در اختیار داشت. دوستی، در دو ـ سه جملهٔ کوتاه، مرا به شهردار سابق این منطقه معرفی کرد و برایم وقت گرفت تا شاید لطفی کند. در راه می‌اندیشیدم: ظرف چند دقیقه، چگونه می‌توانم شهردار را به اهمیت ریاضیات آگاه سازم و نقاط قوت و ضعف ریاضیات کشور و اهداف انجمن را برایش شرح دهم. مبادا حرف‌هایم ملال‌انگیز باشند. پس از شنیدن یکی ـ دو جمله، شهردار فرهیخته عبدالکریم بابارضا، خطاب به افرادی که در اتاقش بودند اهمیت ریاضیات را به‌زیبایی بیان کرد و افزود: «درست است که بعد از دبیرستان، به ادبیات و هنر پرداختم، اما با کتاب‌ها و مقالات پرویز شهریاری آشنایی دارم و آن‌ها را با علاقه‌مندی مطالعه می‌کردم.»

به هدف رسیده بودم. ساختمان چهار اتاقی در پارک بهجت‌آباد که بعداً به بوستان ریاضیات تغییر نام یافت، در اختیار انجمن قرار گرفت. هنگام خداحافظی، به اشتیاق زیارت استاد اشاره کرد و دیری نپایید که این ملاقات در حال و هوایی وصف‌ناشدنی انجام شد.

راستی، شخصیت‌های خودساختهٔ جامعهٔ ریاضی ایران در عصر حاضر، شخصیت‌هایی نظیر شهریاری، مصحفی و روان‌شادان بیرشک و قربانی، با چه انگیزه‌ای دست به تولید این همه اثر باارزش زده و هریک جامعهٔ علمی کشور را این‌چنین تحت تأثیر قرار داده‌اند؟ درست است سرنوشت، این بزرگواران را که از همگنان خود هیچ کم نداشتند، به کسب مدارک بالاتر موفق نساخت، اما اینان هدفی والا و راهی نو برگزیدند و با تلاشی خستگی‌ناپذیر نشان دادند



لازمهٔ توفیق خدمت و کسب افتخار، مدرک نیست. آیا این مطلب، برای بسیاری از جوانان، به‌ویژه جوانان پر استعداد ما پندآموز و راهگشا نیست؟

استاد شهریاری در طول عمر پربرکت خود، افق پیش رویش را باز دیده و می‌بیند، از مشکلات نهراسیده و نمی‌هراسد، با ضعف شدید و مزمن بینایی خود ستیز کرده و می‌کند و با هدف خدمت به دانش‌پژوهان سرزمین پرافتخار نیاکان خود، قلم‌زده و هم‌چنان روان و زیبا می‌نویسد و می‌نویسد.

استاد! بی‌شک ریاضیات را به شیوه‌ای بس زیبا معرفی کرده‌اید و در عمومی کردن آن، همتا ندارید. به خوبی می‌دانید اهمیت این رشته در دنیای پیچیدهٔ امروز بیش از همیشه ایجاب می‌کند صدها، بلکه هزاران نفر شما را الگو قرار دهند و راهتان را بپویند. پس باز هم بنویسید و به جوانان این مرز و بوم درس امید، تلاش، پشتکار و خدمت بیاموزید.

سخنرانی رییس مرکز پژوهش و ریاضی ماهانی

دکتر مهدی رجبعلی‌پور

سقراط به عنوان یک آموزگار و راهنما، همیشه سعی داشت باورهای خود را بر دیگران تحمیل نکند. وی، خود را قابله‌ای می‌دانست که انسان‌ها را در گذر از زندان نادانی به جهان دانایی یاری می‌داد. قابله چیزی به نوزاد نمی‌آموزد، بلکه فقط چشمانش را به دنیای جدید باز می‌کند. وی، توانایی یادگیری را امری ذاتی می‌دانست و وظیفهٔ آموزگار را در هدایت این استعداد می‌دید. این اعتقاد در روش و منش استاد پرویز شهریاری به‌وضوح دیده می‌شود؛ ایشان به مفهوم واقعی روش سقراطی دارند.

کتاب‌ها و مقاله‌های زیادی به صورت تألیف و ترجمه از استاد شهریاری موجود است که بازتاب خصوصیات فکری و کاری اوست، ولی من برای شناخت ایشان کتاب اخیر او را با عنوان «شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید» توصیه می‌کنم. کتابی است بدون تکلف و با نثری بسیار خودمانی. وقتی که کتاب را می‌خوانید انگار که با او هم‌سفرید؛ فرصت پیدا می‌کنید که با خُلقیات او آشنا شوید. بدون مقدمه مطلب را شروع کرده است، البته عنوان طولانی کتاب، خود مقدمه‌ای گویا است. با این همه بهتر بود که انتشارات مدرسه، تاریخچه‌ای از جمع‌آوری این یادداشت‌ها را در آغاز کتاب می‌آورد.

در این کتاب با جزییات روش‌های تدریس او آشنا می‌شوید و به حوصلهٔ بی‌پایان او پی می‌برید. او معلمی نیست که بخواهد با شگردهای خود، چشمان دانش‌آموز را خیره کند. با سخاوت کامل، غرور و افتخار یافتن پاسخ را به دانش‌آموز ارزانی می‌کند. دانش‌آموزی که در مقابل شهریاری قرار می‌گیرد فکر می‌کند با کسی طرف است که جز منطق صحیح، هیچ معلومات دیگری ندارد. استاد می‌پرسد: «a^2-b^2 چیست» و دانش‌آموز جواب می‌دهد: «اتحاد مزدوج.» استاد، اعتراضی نمی‌کند، ولی می‌پرسد اتحاد چیست و این پرسش و پاسخ، صبورانه ادامه می‌یابد تا دانش‌آموز و بقیهٔ کلاس، به مفهوم واقعی آن برسنند. [1]

شهریاری مرتباً بر این نکته تأکید دارد که انسان باید چشم‌هایش باز باشد، نه تنها تسلیم قیاس‌های عجولانه نشود، بلکه حتی تسلیم گفته‌های دقیق گذشتگان هم نشود. از دکارت نقل قول می‌کند: «وقتی روی موضوعی بررسی می‌کنیم، نباید چیزی را جستجو کنیم که دیگران فکر می‌کنند یا خودمان تصور می‌کنیم، بلکه باید در جست‌وجوی چیزی باشیم که یا آشکارا و به روشنی دیده می‌شود و یا با استدلال قیاسی قابل اثبات است، زیرا دانش به صورت دیگری به دست نمی‌آید.» یا از بودا: «ما نباید گفته‌ای را به صرف این که دیگران گفته‌اند باور کنیم؛ نباید اخبار دیگران را به صرف این که از قدیم به ما رسیده‌اند باور کنیم؛ نباید بدون فکر به گفته و نوشتهٔ دانشمندان و خردمندان، تنها چون گفتهٔ دانشمندان و خردمندان است تسلیم شویم...، نباید به ملاحظهٔ شباهت و قیاس، چیزی را بپذیریم؛ نباید کلام استاد را تنها چون کلام استاد است، قبول کنیم. ما باید با تکیه به عقل و فهم و ادراک خود، چیزی را بپذیریم که درستی آن برایمان روشن و آشکار است؛ خواه کلام باشد خواه نوشته یا هر چیز دیگری.» و از قول رژه گودمان: «نخستین وظیفهٔ ریاضی‌دان، ساختن و تحویل دادن چیزی است که شاید امروز کمتر کسی طالب آن باشد، یعنی «انسان». انسانی که می‌اندیشد، انسانی که می‌تواند درست را از نادرست تشخیص دهد، انسانی که برایش شناخت و انتشار حقیقت بر خیلی چیزها و مثلاً بر یک تلویزیون دوبُعدی برتری دارد. انسانی آزاد، نه آدم‌واره‌ای آهنی.» و بالاخره از ابن سینا: «... هم‌چنین از جست‌وجوی رابطه‌ای بین اوضاع و احوال آسمان، خواص روح و بعدهای موسیقی خودداری می‌کنیم وگرنه روش کسانی را که از حقیقت علم، آگاهی ندارند [منظور ابن سینا، برخی دانشمندان یونانی مثل فیثاغورس و افلاطون و پیروان آن‌هاست (شهریاری)] پیروی کرده باشیم. اینان وارث فلسفه‌ای کهنه و سست می‌باشند و ویژگی‌های اصلی چیزها را با کیفیت‌های اتفاقی آن‌ها به جای هم گرفته‌اند. خلاصه‌کنندگان نیز از آن‌ها تقلید کرده‌اند. ولی کسانی که فلسفهٔ حقیقی را فهمیده و ویژگی‌های درست چیزها را درک کرده‌اند [منظور ابن سینا، فارابی و پیروان اوست (شهریاری)] اشتباه‌هایی را که در اثر تقلید رخ می‌دهد، تصحیح کرده و خطاهایی را که

زیبایی های اندیشه های کهنه را می پوشاند، پاک کرده اند. اینان سزاوار تحسین اند...»

استاد شهریاری پس از ذکر چند مثال و باطل نما، چنین ادامه می دهد: «گمان می کنم همین نمونه های کوتاه ولی آموزنده، کافی باشد تا به درستی سخنان بودا و دکارت پی ببریم. پیش از هر چیز به اندیشه و خرد خود اعتماد کنید و آن چه را می بینید و می شنوید با محک اندیشه و خرد و دانش خود بسنجید، خودتان آزمایش کنید، خودتان استدلال کنید، دربارهٔ واژه ها، تعریف ها، استدلال ها و شکل ها بیندیشید. از خودتان بپرسید: آیا شکل را درست رسم کرده ام؟ آیا در این تعریف یا این استدلال، نقصی وجود ندارد؟ آیا راهی برای آزمایش درستی جواب وجود دارد؟ آیا ممکن است مثالی پیدا کرد که حکم و استدلال ما را نقض کند؟»

البته هدف کتاب، بالاتر از ردیف کردن باطل نماها است؛ سراسر کتاب پر از روش ها و مسایل جالب ریاضی است که بحث در آن ها به خواننده نحوهٔ برخورد با مسایل ریاضی و یافتن راه حل آن ها را می آموزد. نثر کتاب و کاربرد زبان فارسی در بیان مفهوم ها و تعریف ها باید سرمشق نویسندگان پایان نامه ها و کتاب های ریاضی قرار گیرد. هم در مورد کاربرد واژه ها و اصطلاح های ریاضی و هم در مورد رسم شکل ها و یا قیاس های سطحی مرتباً هشدار داده می شود. این مسألهٔ «قیاس» امری جدی است و باید به جز الهام گرفتن و حدس روش و جواب مسأله، بهای دیگری به آن نداد. فکر نکنید که وقتی ابن سینا از سستی استدلال های فیلسوفان یونانی انتقاد می کند و درک صحیح فیلسوفان هم عصر خود همچون فارابی را سزاوار تحسین می داند، خود از خطا مصون است. انسان جایزالخطاست. با جلب توجه خواننده به نکتهٔ زیر، مطلب خود را پایان می دهم.

بیرونی در یکی از کتاب های خود می نویسد: «از ابوسعید سنجری، اسطرلابی از نوع واحد و بسیط دیدم که از شمالی و جنوبی مرکب نبود و آن را اسطرلاب زورقی

می نامید و او را به جهت اختراع آن اسطرلاب، تحسین بسیار کردم؛ چه، اختراع آن متکی بر اصلی است قایم به ذات خود و مبنی بر عقیدهٔ مردمی است که زمین را متحرک دانسته و حرکت یومی را به زمین نسبت می دهند نه به کرهٔ سماوی و بدون شک، این شبهه ای است که تحلیلش دشوار و رفع و ابطالش مشکل است. مهندسان و علمای هیأت که اعتماد و استناد ایشان بر خطوط مساحیه است، در نقض آن شبهه چیزی (گفتنی) ندارند. زیرا چه حرکت یومی را از زمین بدانند و چه آن را به کرهٔ سماوی نسبت دهند، در هر دو حالت به صناعت آنان زیان نمی رسد و اگر نقض این اعتقاد و تحلیل این شبهه، امکان پذیر باشد، موکول به رأی فلسفهٔ طبیعی دان است.»

این طرز تفکر ریاضی دان ابوریحان بیرونی را با طرز تفکر فیلسوفانهٔ ابوعلی حسن بن علی مراکشی که حدود سیصد سال بعد از ابوریحان می زیسته، مقایسه می کنیم: «ابوریحان بیرونی گفته است که مخترع این اسطرلاب، ابوسعید سنجری بوده است و آن اسطرلاب مبنی بر این فرض است که کرهٔ زمین متحرک و کرهٔ سماوی، به استثنای سیارات هفتگانه، ثابت است. بیرونی گفته است که این شبهه ای است که حل آن دشوار است و از او عجیب که چگونه چیزی را دشوار دانسته که فساد آن بی اندازه آشکار است و این امری است که ابوعلی سینا بطلان آن را در کتاب شفا و رازی بطلان آن را در کتاب ملخص و بسیاری از کتاب های دیگرش بیان کرده است.»

معلوم نیست مراکشی این فساد بی اندازه آشکار را چگونه در سخنان کاملاً منطقی ابوریحان دیده است. تفکر ابوریحان یک تفکر ریاضی است. چنین تفکری شیفته و مقلد نیست؛ اگر خداوند علمی به او نداده باشد، آسمان و ریسمان را به هم نمی بافد.

فرازهایی از زندگی پرویز شهریاری[۲]

پرویز شهریاری در دوم آذرماه ۱۳۰۵ در محلهٔ شهر (معروف به محلهٔ دولت‌خانه) کرمان به دنیا آمده است. پدرش شهریار، دهقانی تهی‌دست بود که روی زمین‌های اربابی کار می‌کرد. پدر که در کشتزار (یا به اصطلاح مردم کرمان، در صحرا) کار می‌کرد، اغلب بیش از هفته‌ای یک‌شب در منزل نبود. مادر پرویز (گلستان) هم، دهقان‌زاده بود. پرویز دو برادر کوچک‌تر (هرمز، متولد ۱۳۰۸ و سهراب، متولد ۱۳۱۲) و یک خواهر بزرگ‌تر (اختر، متولد ۱۲۹۷) داشت. خواهرش در سال ۱۳۶۷ از دنیا رفت. هرمز، مهندس مکانیک و سهراب، دکترای زمین‌شناسی و استاد بازنشستهٔ دانشگاه شهید بهشتی است. چندین خواهر و برادر پرویز در سنین مختلف (تا ۱۰ سالگی) در گذشته‌اند. آن روزها در کرمان تنها چند پزشک مجاز بود که اغلب مردم عادت نداشتند به آن‌ها مراجعه کنند، گرچه از پزشکان مجاز هم کاری ساخته نبود. فقر و مرگ بین مردم فقیر کرمان، بیداد می‌کرد و مردم به مرگ فرزندان خود، عادت داشتند. اصطلاحی در کرمان بود که می‌گفتند: «فلانی (و بیش‌تر نام مادر او را می‌آوردند) بچه میرو است» و این به معنای آن بود که بچه‌های او می‌میرند.

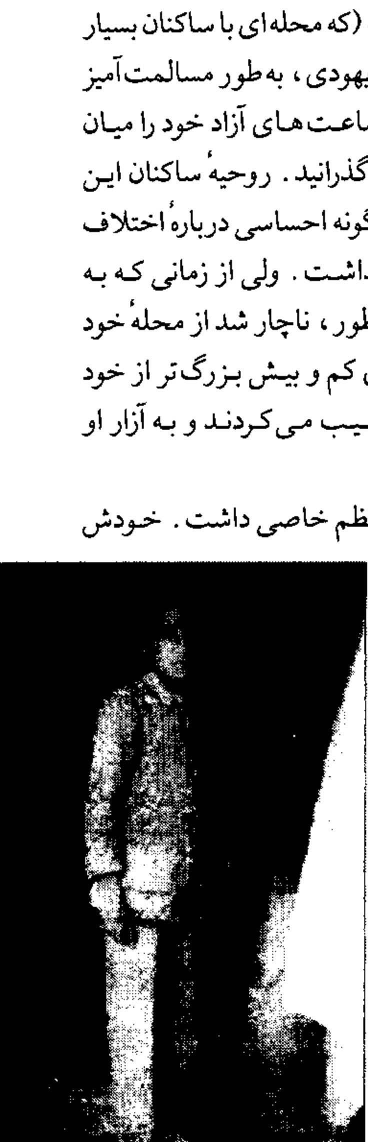
دورترین خاطرهٔ زندگی پرویز مربوط به ۳ سال و شش ماهگی اوست که مریض شده بود. مادرش یک استکان روغن کرچک (که بسیار هم نامطبوع است) به خوردش داده بود. طفل تب‌دار را به دور حیاط خانه می‌چرخاند و پرویز به یاد می‌آوَرَد که مادر او این جمله را تکرار می‌کرده است: «خدایا! این یکی را از من نگیر.»

دوران کودکی، با سختی و نداری گذشت. مادر هفته‌ای یک‌بار نان می‌پخت و این نان به طور معمول، تنها غذای خانواده بود. (البته گاهی نان جو یا نان ارزن، جای نان گندم را می‌گرفت.) پرویز به یاد می‌آورد که روزهای پنج‌شنبه و جمعه، روزهای جشن آن‌ها بود، زیرا سربازانی که پنج‌شنبه آزاد می‌شدند (آن روزها، خدمت سربازی را «اجباری» می‌گفتند)، ظرف آش خود را می‌فروختند و خانوادهٔ پرویز، یک یا دو ظرف از آن‌ها می‌خرید و تا دو یا سه وعده، با نان می‌خورد. از بهار هم سهمیهٔ گندم و آرد تمام می‌شد و تا برداشت خرمن و محصول جدید، گرسنگی در انتظار خانواده بود.

در پنج سالگی، پرویز را به دبستان «کاویانی» گذاشتند. کاویانی، دبستانی مربوط به زرتشتیان کرمان بود که تا سال دوم دبستان داشت. البته، دو سال قبل از آن، باید در کلاس‌هایی شرکت می‌کردند که حکم کودکستان را داشت و به مقدمه‌های زبان فارسی و حساب، می‌پرداختند. از سال سوم دبستان، روز اول مهر، بچه‌ها را با صف به «ایرانشهر» می‌بردند که از سوم دبستان تا سوم دبیرستان داشت و مدیر آن «برزو آمیغی» بود. ایرانشهر و مدیر آن در تمام کرمان مشهور بود و همهٔ خانواده‌ها (از هر دین و مذهبی) تلاش می‌کردند فرزندانْ خود را به این مدرسه‌ها (کاویانی و ایرانشهر) بفرستند. فاصلهٔ منزل تا مدرسه (چه کاویانی و چه ایرانشهر) کم و بیش، زیاد بود و پرویز باید این راه را پیاده طی می‌کرد.

در محلهٔ شهر یا دولت‌خانه (که محله‌ای با ساکنان بسیار فقیر بود) زرتشتی، مسلمان و یهودی، به‌طور مسالمت‌آمیز زندگی می‌کردند و پرویز، ساعت‌های آزاد خود را میان بچه‌هایی از این سه گروه می‌گذرانید. روحیهٔ ساکنان این محله چنان بود که پرویز هیچ گونه احساسی دربارهٔ اختلاف مذهب هم‌بازی‌های خود نداشت. ولی از زمانی که به مدرسه راه یافت و برای این منظور، ناچار شد از محلهٔ خود خارج شود، اغلب با بچه‌های کم و بیش بزرگ‌تر از خود مواجه می‌شد که او را تعقیب می‌کردند و به آزار او می‌پرداختند.

میرزا برزو در ایرانشهر، نظم خاصی داشت. خودش از یک ساعت و نیم قبل از آغاز کلاس‌ها به مدرسه می‌آمد. همهٔ بچه‌ها باید یک مشق می‌نوشتند و او آن‌ها را بازدید می‌کرد. از سال سوم دبیرستان آغاز می‌کرد و کلاس به کلاس از بالا به پایین به کلاس‌ها سر می‌زد. موقع ورود او به



کلاس، همهٔ دانش‌آموزان باید در کلاس حاضر بودند. او دفترچه‌های مشق شبانه را یک به یک می‌دید و نمره می‌داد. از نمرهٔ پایین‌تر در اول هر ماه آغاز می‌کرد و بسته به نوشته‌ای که به او ارایه می‌شد، یک نمره یا نیم‌نمره به روز پیش می‌افزود و یا چیزی اضافه نمی‌کرد. به‌ندرت هم نمرهٔ کم‌تری می‌داد. ردیف نمره‌ها طوری بود که یک دانش‌آموز مرتب، آخر ماه نمره‌اش به بیست برسد. بعد از تمام شدن کار کلاس‌ها (روی هم هفت کلاس)، زنگ مدرسه به صدا درمی‌آمد و کلاس‌های درس آغاز می‌شد. آموزگاران و دبیران، پیش از دانش‌آموزان سر کلاس حاضر می‌شدند. اغلب معلمان، هم در دبستان درس می‌دادند و هم در دبیرستان. پیش از ظهرها، از ساعت هشت و نیم، سه ساعت درس آغاز می‌شد. زنگ‌های تفریح، یک‌ربع ساعت بود و بعدازظهرها دو ساعت یا دوونیم ساعت فاصله برای نهار. کسانی که علاقه‌مند به ورزش بودند، عصرها از ساعت پنج به بعد، در میدانی که چندان فاصله‌ای تا مدرسه نداشت، با نظارت و سوت زدن رییس مدرسه، فوتبال بازی می‌کردند. پرویز هم به‌طور معمول در این بازی شرکت می‌کرد (البته در سال‌های دبیرستان). وقتی که پرویز به سال سوم دبیرستان رسید، در ساعت‌های ورزش یا درس‌های کم‌اهمیت، به دانش‌آموزان پنجم و ششم دبستان، حساب و هندسه درس می‌داد و از آن زمان (یعنی پانزده سالگی) تا همین چندی پیش (یعنی نزدیک به شصت سال) کار معلمی ریاضیات را که به آن عشق می‌ورزید، ادامه داد.

پرویز در دوازده سالگی، وقتی که ششم دبستان را می‌گذراند، پدرش را از دست داد. پدر یک سال و نیم پیش از آن، به‌خاطر اختلافی که با مالک پیدا کرده بود، ناچار به ترک روستا شده بود و در کارخانهٔ خورشید که به کار ریسندگی می‌پرداخت و تازه در کرمان شروع به کار کرده بود، با روزی دوازده ساعت، مشغول کار شد. کسی که از کودکی به هوای آزاد روستا عادت کرده بود، وارد سالنی شد پر از گرد و خاک و کار یکنواخت و این، روزبه‌روز او را فرسوده‌تر می‌کرد. سرانجام، مریض شد، یک سرماخوردگی ساده بود، ولی پزشک کارخانه (از همان پزشکان مجازی که هرکس به او مراجعه می‌کرد، گردی می‌داد) داروی عوضی به او داد و او را کُشت. پرویز وقتی از مدرسه به خانه آمد، پدرش را خفته دید. پدر او را صدا کرد: «پسرم، با تو حرف دارم.» ولی مادر دخالت کرد: «اول برو، دو عدد نان بخر، بعد با پدرت حرف بزن...» و وقتی پرویز برگشته بود، دیگر پدر حرف نمی‌زد، او مرده بود، در چهل و شش سالگی. هنوز وقتی پرویز از پدرش یاد می‌کند، به یاد آن غروب وحشتناک می‌افتد که پدرش را از دست داد. پدر چه وصیتی داشت و می‌خواست چه چیزی را سفارش کند. او از مال دنیا هیچ نداشت، حتی یک شاهی.

در محلهٔ شهر، بلافاصله خبر مرگ شهریار پیچید. سه نفر از ریش‌سفیدان زرتشتی، مسلمان و یهودی جمع شدند، باهم مشورت کردند و ترتیب خاک‌سپاری شهریار را، طبق رسم زرتشتیان دادند. مقداری هم قند و چای و برنج آوردند. این در کرمان آن روزگار، دست‌کم در محلهٔ شهر، رسم بود. وقتی فقیری می‌مُرد، همان سه نفر ترتیب کفن و دفن و مخارج آن‌ها را می‌دادند (مردهٔ فقیر، مسلمان بود یا زرتشتی یا یهودی، برای آن‌ها فرقی نمی‌کرد).

زرتشتیان روز سوم و بعد روز سی‌ام مرگ عزیز خود را برپا می‌دارند و از آن به بعد، سالگرد را تا سی سال ادامه می‌دهند. این رسم‌ها از دورهٔ ساسانیان باقی مانده است. پیش از آن، ایرانی‌ها بعد از مرگ (چه در خانواده و چه در شهر یا کشور برای مردان و زنان معروف) باز هم روز تولد از دست رفته را جشن می‌گرفتند و معتقد بودند، اگر کسی ارزشی دارد، به خاطر آمدن او به این جهان است و کارهایی که در این جهان کرده است. پرویز همیشه سفارش می‌کند، پس از مرگ، برای او، همان دوم آذر یعنی روز تولد او را به یاد داشته باشند و از او یاد کنند.

بعد از مرگ پدر، فعالیت مادر چندبرابر شد. او که پیش از آن هم به انواع کارها، از جمله ریسندگی با چرخ دستی خانگی، کمک‌خرجی برای خانواده بود، اکنون ناچار بود تمام خرج خانواده را تأمین کند.

پرویز از امتحان نهایی ششم دبستان خاطره‌هایی دارد. برای امتحان دستور داده بودند هر داوطلب یک صندلی و یک میز یا دو صندلی بیاورد. پرویز در خانه صندلی نداشت و با زحمت توانست دو صندلی به عاریه بگیرد. روزی که

در سال بعد «تصدیق ششم ابتدایی» را می‌دادند، همهٔ دانش‌آموزان را جمع می‌کردند و بعد از سخنرانی‌ها، ورقهٔ لوله کردهٔ قبولی را که با پرچم شیر و خورشید مزین شده بود، به دانش‌آموزان می‌دادند.

پرویز نقل قول می‌کند، در راه برگشت به خانه انتظار داشت همه به او تبریک بگویند و بفهمند که او بزرگ شده و «تصدیق ششم» را که آن روزها خیلی ارزش داشت، گرفته است. ولی هیچ کس به او اعتنا نکرد، حتی جواب سلام او را به سختی می‌دادند. با خود فکر کرد: «خوب، مادرش ارزش موفقیت او را می‌فهمد.» ولی وقتی در خانه را زد، مادرش در را باز کرد و گفت: «اونو که دستت گرفتی به من بده و برو نان بخر» و پرویز از این که آن روز هیچ فرقی با روزهای قبل نداشت و کسی ارزش او را نمی‌فهمید، شگفت‌زده شده بود.

در کرمان آن روزگار رسم بر این بود که مالکان و مغازه‌داران بزرگ، مترصد بودند تا کودکی ششم دبستان را تمام کند، به سراغ خانوادهٔ او می‌آمدند و او را پنج یا ده ساله «اجیر» می‌کردند. در این پنج یا ده سال چیزی به او نمی‌دادند، به‌جز بخور و نمیری خوراک و لباسی اندک و اگر تا پایان «اجیر شدن» می‌ماند، آن‌وقت طبق قرارداد مبلغی (که چندان هم زیاد نبود) به خانوادهٔ او می‌دادند، به سراغ پرویز هم آمدند. درضمن پرویز پیش خود راضی بود، چون فکر می‌کرد دست‌کم در آن‌جا غذا و لباسی دارد. ولی مادرش به همه جواب رد داد. او می‌گفت: «من می‌خواهم بچه‌هایم درس بخوانند و برای خودشان کسی شوند.»

«من و برادرهایم در حد خود کار می‌کردیم. بنایی، کوزه‌گری، آجرپزی، چاخویی و غیره. آن روزها آب لوله‌کشی نبود و در هر خانه چاهی بود که آب خانواده را از آن تأمین می‌کردند. به‌طور معمول سالی یک‌بار نیاز بود تا به پایین چاه بروند و با کلنگ چشمه‌های تازه‌ای برای آب پیدا کنند. این کار را «چاخویی» می‌گفتند که کاری بسیار دشوار بود و به همین جهت مزد بیش‌تری داشت.»

سرانجام سوم دبیرستان تمام شد و پرویز از مدرسهٔ ایرانشهر بیرون آمد. در آن زمان در کرمان یک دبیرستان کامل به نام «پهلوی» بود که به‌وسیلهٔ میسیون مذهبی انگلیسی‌ها اداره می‌شد. به‌جز آن، یک دانش‌سرای مقدماتی هم وجود داشت که آموزگار برای تدریس در دبستان‌ها تربیت می‌کرد. دبیرستان پهلوی شهریه می‌گرفت و دانش‌سرای مقدماتی به هر دانش‌آموز ۸۰ ریال کمک‌خرج می‌داد، در ضمن، تعهد می‌گرفت که بعد از تمام کردن دانش‌سرا، در یکی از دبستان‌های استان کرمان به آموزگاری مشغول شود. سال نخست آموزگاری را باید در یک نقطهٔ بد آب و هوا مثل بندرعباس بگذرانند (بندرعباس، جزو استان کرمان بود و هرکس که برای چند ماه یا یک سال به آن‌جا سفر می‌کرد، بی‌تردید با «مالاریا» و «پیوک» برمی‌گشت. «پیوک» نوعی بیماری پوستی بود که بیش‌تر در پا ظاهر می‌شد و نوعی کرم زیر پوست پا پدید می‌آمد). پرویز به ناچار به دانش‌سرا رفت؛ زیرا هم کمک‌خرجی برای خانواده می‌گرفت و هم بعد از تحصیل، کار تضمین‌شده‌ای داشت.

در روزهایی که پرویز سال دوم دانش‌سرا را به پایان می‌برد، بخش‌نامه‌ای از مرکز رسید که خبر می‌داد دانش‌آموزان دانش‌سرا که در آن سال و سال‌های قبل، شاگرد اول یا دوم شده‌اند، می‌توانند برای ادامهٔ تحصل به تهران بروند. پرویز به‌طور طبیعی با اختلاف معدلی نمایان، همیشه شاگرد اول بود. ولی این بخش‌نامه، دشواری‌هایی برای او پدید آورد. کسانی که در قبولی خود هم تردید داشتند، به فکر شاگرد اول شدن افتادند و در این راه، به هر وسیلهٔ مشروع یا نامشروعی دست زدند. خوشبختانه پرسش‌های امتحان‌های کتبی از تهران می‌آمد و پرویز در همهٔ امتحان‌های کتبی نفر اول بود. ولی همهٔ درس‌ها امتحان شفاهی هم داشت و در امتحان‌های شفاهی خیلی کارها صورت می‌گرفت تا به جای پرویز، فردی که مورد نظر بود، شاگرد اول شود. سه نفر از معلمان (معلم فلسفه و علوم تربیتی، معلم زیست‌شناسی و معلم فیزیک) در این میان مواظب بودند که حقی ناحق نشود. ولی آن‌ها نمی‌توانستند در درس‌هایی مثل عربی، روش تدریس، موسیقی و ورزش دخالت کنند. نتیجه این شد که معدل پرویز به تقریب دو نمره پایین آمد و با معدل ۱۶٫۰۵ شاگرد دوم شد. سرانجام به تهران آمد. کلاس مخصوصی در «دانشکدهٔ ادبیات» برای دانش‌آموزانی که آمده بودند، ترتیب دادند تا سال آخر دبیرستان را تمام کنند. دبیران آن‌ها استادان دانشگاه بودند و در کلاس ریاضی، هفت نفر ثبت‌نام کرده بودند که یکی

هم پرویز بود.

سرانجام در مهر ۱۳۲۴ در رشتهٔ ریاضی دانشکدهٔ علوم وارد شد: دوره‌ای سه ساله در انتظارش بود تا لیسانس بگیرد. برای درس‌های تربیتی به دانشکدهٔ ادبیات می‌رفتند تا بتوانند دورهٔ دانش‌سرای عالی را هم تمام کنند. (هنوز دانش‌سرای عالی- دانشگاه تربیت معلم تشکیل نشده بود). گرفتاری‌های مالی و برخی گرفتاری‌های دیگر، او را از درس خواندن عقب انداخت (به‌ویژه که از سال ۱۳۲۶ خانواده‌اش- مادر و دو برادرش- به تهران نزد او آمده بودند و پرویز ناچار بود با کار در کلاس‌های شبانه، مخارج زندگی را آماده کند).

سرانجام بعد از تأخیری چندساله، در خرداد ۱۳۳۲ از دانشکدهٔ علوم (رشتهٔ ریاضی) و دانش‌سرای عالی لیسانس گرفت. یک سال را در شیراز معلمی کرد و بعد به تهران آمد و در دبیرستان‌های تهران، دانشکدهٔ فنی، دانشسرای عالی و مدرسهٔ علوم اراک، تدریس کرد.

از همان دوران دانشجویی به روزنامه‌هایی مثل «خاورزمین»، «ایران» و «قیام ایران» مقاله می‌فرستاد. نخستین کتابی که از او چاپ شد، «جنبش مزدک و مزدکیان» بود که یک مقالهٔ تحلیلی و یک داستان بود. این کتاب، در سال ۱۳۲۷ چاپ شد و وقتی آن را از نویسنده‌اش خواستیم، گفت: «بسیاری از کتاب‌هایم، از جمله این کتاب را در اختیار ندارم.»

کتاب دوم او که از فرانسه ترجمه شده بود، «تاریخچهٔ حساب» نوشتهٔ «رنه تاتون» بود. از آن زمان تاکنون بیش از دویست کتاب ترجمه و تألیف کرده است. بخش عمده‌ای از کتاب‌های او دربارهٔ ریاضیات، فلسفهٔ ریاضی، کاربردهای ریاضی و شرح زندگی ریاضی‌دانان است. ولی کتاب‌هایی هم در زمینه‌های دیگر دارد. وقتی از او پرسیدیم کدام یک از کتاب‌هایش را بیش‌تر

دوست دارد، پاسخ داد: «من کتاب را از بین کتاب‌هایی که می‌پسندم، برای ترجمه انتخاب می‌کنم و یا درنتیجهٔ تجربهٔ معلمی، متوجه نیازهای دانش‌آموزان می‌شوم و در همان زمینه کتابی می‌نویسم. بنابراین کتاب‌های من، نتیجهٔ تجربه‌های یک عمر من است و نمی‌توانم از میان آن‌ها کتابی را انتخاب کنم.»

پرسشمان را تغییر دادیم: «چه کتاب‌هایی مورد استقبال دانش‌آموزان قرار گرفته است؟» او پاسخ داد: «از بین کتاب‌هایی که تألیف کرده‌ام، «روش جبر» و از بین کتاب‌هایی که ترجمه کرده‌ام، «خلاقیت ریاضی» بیش از دیگر کتاب‌هایم مورد استقبال قرار گرفته است.»

دربارهٔ کتاب‌های درسی، داستانی دراز داشت. وقتی از او پرسیدیم: «از چه موقع به کتاب‌های درسی پرداخته‌اید؟» پاسخ داد: «کتاب‌های درسی در سال‌های دههٔ بیست و بعد از ۱۳۳۰، در اختیار آموزش و پرورش نبود. آموزش و پرورش برنامهٔ درسی را معین می‌کرد و هرکس یا هر گروهی مایل بود، کتاب را تهیه می‌کرد. پنج یا شش نوع کتاب درسی به‌وسیلهٔ مؤلفان تهیه شده بود و با هم رقابت می‌کردند. این به نظر من بهترین روش بود، چراکه مؤلفان، نوشته‌های دیگران، یعنی رقیبان خود را موشکافانه تجزیه و تحلیل می‌کردند و برعکس، هر گروهی که می‌خواست کتاب درسی تهیه کند، می‌دانست دیگران نوشته‌های او را زیر ذره‌بین قرار می‌دهند و به همین مناسبت، کتاب‌ها در حد زمان معقول بود. ولی قیمت کتاب‌ها در زمان خود گران بود؛ بین چهار تومان تا هشت تومان.

یک روز به مغازهٔ کتاب‌فروشی «کلالهٔ خاور» که آقای رمضانی آن را اداره می‌کرد رفته بودم (به نظرم یکی از روزهای سال ۱۳۲۸ بود). آقای رمضانی مجله‌های قدیمی را جمع می‌کرد و من به دنبال مجله‌های ریاضی بودم و او مسألهٔ کتاب‌های درسی را با من در میان گذاشت. او روی قیمت و اجحافی که به دانش‌آموزان می‌شد، تأکید داشت. به من پیشنهاد کرد من کتاب‌های ریاضی را تألیف کنم و او چاپ کند. من از حق تألیفم بگذرم و او از سودش و پذیرفتم و مشغول شدم. دو جلد حساب، دو جلد جبر و سه جلد هندسه برای دورهٔ اول دبیرستان نوشتم و «کلالهٔ خاور» چاپ کرد. قیمت همهٔ آن‌ها را جلدی ده ریال گذاشت که در

مقایسه با کتاب‌های نظیر، دست کم یک چهارم یا یک پنجم بود. من این دوره کتاب را خیلی دوست دارم، چون زحمت زیادی برای آن‌ها کشیده بودم. حالا بعضی از آن‌ها در دسترسم نیست، خیلی مایلم اگر کسی به ویژه حساب سال سوم دبیرستان چاپ «کلالهٔ خاور» را دارد، ولو به طور امانت به من بدهد. این کتاب‌ها مورد استقبال فراوان قرار گرفت و موجب شد تا دانش‌آموزان با نام من آشنا شوند. ولی آموزش و پرورش این سنت خوب را برانداخت و کتاب‌های یکنواخت را در اختیار دانش‌آموزان قرار داد. حتی در آن زمان هم دانش‌آموزانی بودند که کتاب‌های مرا می‌خواندند و از آن‌ها استفاده می‌کردند. تجربهٔ کتاب‌های درسی ریاضی برای دورهٔ اول دبیرستان، (که اکنون دورهٔ راهنمایی جای آن را گرفته است) برای من بسیار آموزنده بود.»

از آخرین کارهای او پرسیدیم و او این گونه پاسخ داد:

«از ده سال پیش به این طرف، روی مسأله‌های جنبی ریاضیات، از جمله تاریخ ریاضی، کاربرد و فلسفهٔ ریاضی کار می‌کنم. از آخرین کتاب هایم، «فلسفه، اخلاق و ریاضیات»، «خلاقیت در ریاضیات و مهندسی»، «ریاضیات و هنر»، دو جلد «مسأله‌های ریاضی را چگونه حل کنیم»، «آموزش ریاضی»، «سرگذشت ریاضیات» و «سرگذشت ریاضی‌دانان» است.»

از نشریه‌هایی که با سردبیری پرویز شهریاری منتشر می‌شود، پرسیدیم و او پاسخ داد: «من به جز آن که نزدیک به هزار مقاله در نشریه‌های مختلف کشور دارم، تاکنون چند نشریه را هم سردبیری کرده‌ام. در سال‌های ۱۳۲۴ و ۱۳۲۵ مجلهٔ «اندیشهٔ ما» در دوازده شماره و در سال ۱۳۳۱، هفته‌نامهٔ «وهومن» را اداره می‌کردم. در سال ۱۳۴۱ ماهنامهٔ «سخن علمی و فنی» را سردبیری کرده‌ام که هشت سال مرتب بر روی هم نود شماره از آن منتشر شد. در سال ۱۳۵۶ سردبیر مجلهٔ «آشتی با ریاضیات» بودم که بعد از انتشار سی و دو شماره، به دلیل مخالفت با نام نشریه، به نام «آشنایی با ریاضیات» تا اسفند ۱۳۷۱ منتشر شد؛ روی هم هفتاد شماره (سی و دو شماره «آشتی با ریاضیات» و سی و هشت شماره «آشنایی با ریاضیات»). در همان سال‌ها فصلنامهٔ «آشنایی با دانش» را منتشر کردم که نخستین شمارهٔ آن در آذر ۱۳۵۶ و هشتمین یعنی آخرین شمارهٔ آن در فروردین ۱۳۶۰ منتشر شد. از مهر ۱۳۵۹ ماهنامهٔ «چیستا» را که سالی ده شماره دارد، منتشر می‌کنم که با دو سال وقفه (در سال‌های ۱۳۶۲ تا مهر ۱۳۶۴) هم اکنون سال نوزدهم خود را می‌گذراند. این مجله دربارهٔ تاریخ ایران به ویژه ایران کهن، زبان و ادب فارسی، شعر و غیره بحث می‌کند و نشریه‌ای قابل مراجعه برای هر پژوهنده‌ای است. از فروردین ۱۳۷۹ هم مجلهٔ «دانش و مردم» را شروع کردم که هم اکنون شمارهٔ دوم سال سوم آن منتشر شده است، مجله‌ای است جدی و شامل بحث‌های تازهٔ علمی و تاریخ علم. به ویژه دوره‌های «آشتی و آشنایی با ریاضیات» در زمینه‌های گوناگون تاریخ ریاضیات، کاربردهای ریاضیات، سرگرمی‌ها، مسأله‌ها و فلسفهٔ ریاضی بسیار غنی است و می‌تواند تا سال‌ها مورد استفادهٔ دانش‌آموزان، معلمان و پژوهشگران قرار گیرد.»

پرسیدیم، با تجربه‌ای بیش از ۶۰ سال در تدریس ریاضی، وضع ریاضیات را در کشورمان چگونه می‌بینید، آینده را چگونه پیش‌بینی می‌کنید و خلاصه چه پیشنهادهایی دربارهٔ آموزش ریاضیات دارید؟

پاسخ داد: «جوانان و دانش‌آموزان ما بسیار بااستعداد هستند، ولی فرصت اندیشیدن پیدا نمی‌کنند. درس‌های روزانه، که خیلی هم حساب شده تنظیم نشده‌اند، چنان آن‌ها را غرق در خود کرده است (من دربارهٔ دانش‌آموزان که خیلی هم کم نیستند صحبت می‌کنم) که به هیچ کار اضافی نمی‌رسند. تب فوتبال را هم از نظر من به عمد، چنان تند کرده‌اند که بخش عمده‌ای از وقت و ذهن جوانان را می‌گیرد. ورزش را که باید برای سلامتی جسم و روان بکوشد، به عاملی که موجبات آزار جسم و روح را فراهم می‌کند، درآورده‌اند. من از بوکس و هاکی و برخی ورزش‌های رزمی سخن نمی‌گویم که باید به نظر من از صحنهٔ ورزش کنار بروند. چرا که به جسم و روان صدمه می‌زنند و به ویژه دربارهٔ کسانی که برای «قهرمانی» کار می‌کنند، عمرشان را کوتاه می‌کنند،

بلکه دربارهٔ فوتبال صحبت می‌کنم که جوان ما یا جلو تلویزیون نشسته و با اعصابش بازی می‌کند و یا در میدان ورزشی ناظر آن است که هم برای بازیکن و هم برای بیننده، به این صورتی که وجود دارد، نادرست است. این بازی‌ها همهٔ فرصت‌ها را از جوانان ما می‌گیرد. جوان باید مطالعه کند، حتی در رشته‌ای که مربوط به درس او نیست. تاریخ، سفرنامه، داستان‌های کلاسیک که معرف رنج‌های مشترک همهٔ مردم جهان است، شعر و مقدمهٔ دانش‌هایی که در جهان امروز باید با آن‌ها آشنا بود. جوان باید فرصت اندیشیدن داشته باشد و این فرصت را باید مدرسه، کتاب درسی و معلم به او بدهد. ولی هیجان فوتبال از یک طرف و «آمادگی برای کنکور» از طرف دیگر، فرصتی به او نمی‌دهد. تبلیغ‌های مربوط به دکان‌های «آمادگی برای کنکور» مثل رگبار به سر و روی او می‌ریزد و توان اندیشیدن را از او می‌گیرد. سال‌هاست که وعده می‌دهند فکری برای این کنکور کرده‌اند، ولی خبری نیست. علت بن‌بست هم این است که می‌خواهند همهٔ دشواری‌ها را در اتاق‌های دربسته حل کنند و با هیچ معلمی یا صاحب‌نظری مشورت نکنند. این طرز تفکر که همه چیز با بخش‌نامه قابل حل است، نادرست است. باید همهٔ علاقه‌مندان، به‌ویژه معلمان ریاضی، حق داشته باشند دربارهٔ سرنوشت آیندهٔ جوانان بیندیشند. این کار عاجل را نمی‌توان و نباید عقب انداخت. دربارهٔ کتاب درسی هم باید با انجمن‌های دبیران ریاضی مشورت کرد، هم برنامه و هم نوشتن کتاب‌های درسی را از انحصار خارج کرد و به عهدهٔ انجمن‌های دبیران ریاضی گذاشت. مؤلفان کتاب‌های درسی دست‌کم اکثریت آن‌ها، باید از بین دبیران آزموده انتخاب شوند نه استادان دانشگاه و چه بهتر که چند گروه مؤلف و چند کتاب درسی داشته باشیم. کتاب‌های درسی را باید از انحصار درآورد. در کتاب‌های درسی باید روی تاریخ ریاضیات، فلسفهٔ ریاضی و کاربردهای ریاضی تکیه شود و دانش‌آموزان را در حال و هوای کوشش و کشش‌های آفرینندگان ریاضیات قرار داد.

توجه به وضع معیشتی معلمان هم باید جدی‌تر باشد. معلم باید از زندگی خود و خانواده‌اش راضی باشد، وقت برای مطالعه و تحقیق پیدا کند و به اندیشهٔ کار دومی برای کمبود مخارج و از جمله به کار زشت تدریس خصوصی نیفتد. کلاس برای این است که دانش‌آموز بتواند چیز یاد بگیرد. درس خصوصی معلم به معنای این است که سر کلاس وظیفهٔ خود را خوب انجام نداده و ناچار شده است برای کمبود کار کلاسی خود، به درس خصوصی متوسل شود.

سفارش‌هایی هم به معلم‌های ریاضیات دارم. کار گروهی را بین دانش‌آموزان رواج دهید. دو اندیشه همیشه بهتر از یک اندیشه است. در کار گروهی حتی یک دانش‌آموز برجسته هم سود می‌برد. رقابت ناسالم را که مربوط به یک یا نیم‌نمره اختلاف است، بین دانش‌آموزان از بین ببریم. دانش‌آموزان ذهن‌های متفاوت دارند، گاهی دانش‌آموزی چیزی به نظرش می‌رسد که در برخورد اول موجب شگفتی معلم می‌شود. باید به اندیشهٔ دانش‌آموز بها داد. او را دربارهٔ نکته‌هایی که درست اندیشیده است، ولو نکته‌های کوچکی باشد، تشویق کرد. باید کار تحقیقی را آن هم به صورت گروهی، و از جمله دربارهٔ تاریخ و کاربرد ریاضی، بین دانش‌آموزان رواج داد. اگر دانش‌آموزی در ریاضی عقب مانده است، باید دوست او را هم شماتت کرد و از او خواست به کار درسی دوستش حساسیت داشته باشد. این عدم همکاری که امروز وجود دارد و همراه با نوعی رقابت (یعنی رقابت ناسالم) است، بعدها به کار دانش‌آموز در جامعه هم سرایت می‌کند و او را تک‌رو و بی‌هیچ توجه به حال دیگران تبدیل می‌کند.

ریاضیات به استدلال و منطق مربوط است. از هیچ درسی بدون ذکر مفهوم‌ها و ریشهٔ تاریخی آن‌ها نباید گذشت.

این‌ها سفارش‌های من در اثر یک عمر تجربه است. خلاصه کلام، باید به جوانان این مملکت راه اندیشیدن را یاد داد وگرنه با انباشتن حافظهٔ خود از اندیشه‌های دیگران، بعید است که به جایی برسیم.»

زیرنویس

۱. این روایت، از همان کتاب، در روایت معلمان همین مجله چاپ شده است.

۲. این مقاله، حاصل مصاحبه با ایشان است و از گزارش چاپ شده از سوی همایش «آموزش ریاضی و بزرگ‌داشت پرویز شهریاری»، برگرفته شده است.

■

صنعت کنکور

موانع و اضطراب ها در ایران

سخنرانی ارائه شده در
همایش آموزش ریاضی و
اعطای دکترای افتخاری ریاضی به
استاد پرویز شهریاری
۱۷ و ۱۸ اردی‌بهشت ۱۳۸۱
دانشگاه شهید باهنر کرمان

زهرا گویا ـ دانشگاه شهید بهشتی

من اگر کامروا گشتم و خوشدل چه عجب
مستحق بودم و این‌ها به زکاتم دادند
هاتف آن روز، به من مژدهٔ این دولت داد
که بدان جور وجفا، صبر و ثباتم دادند
این همه شهد و شکر کز سخنم می‌ریزد
اجر صبریست کزان شاخ نباتم دادند
کیمیاییست عجب، بندگی پیر مغان
خاک او گشتم و چندین درجاتم دادند

به نام خدا و با سلام حضور همگی و به خصوص شهریاری عزیز، من فکر می کنم این چند بیت شعر خواجهٔ شیراز، مصداق روشنی از این همه صبر و متانت پرویز شهریاری است که همیشه الگویی برای همهٔ رنج دیدگان از نادانی‌های بعضی کسان در زمان‌های مختلف بوده است.

استاد شهریاری بارها گفته است «کنکور، دانش مملکت را ویران می‌کند»! من با کسب اجازه از محضر استاد، می‌خواهم ادّعا کنم کنکور نه فقط دانش مملکت، بلکه تمام جامعه را تهدید به ویرانی می‌کند! منَ فعلاً، با بُعد علمی کنکور کاری ندارم که این، کار کارشناسان است و نیازمند بررسی‌های همه جانبهٔ تخصّصی است. بحث امروز من، بیش‌تر بر عوارض جانبی کنکور متمرکز است.

به نظر می‌رسد عوارض جانبی کنکور در ایران، بیش از

آن که توجیه علمی و آموزشی داشته باشد، توجیه اجتماعی و اقتصادی دارد. تقریباً به جرأت می‌توان گفت در هیچ کشوری ـ چه توسعه یافته و چه درحال توسعه ـ به جز ایران، حیات مدرسه‌ای این چنین تحت تأثیر «کنکور» ناآرام و بی‌رمق نشده است. این درحالی است که در تمام دنیا، ورود به دانشگاه دارای ضوابطی خاص و اغلب متکی بر آزمون‌های مختلف است. در نتیجه، تکرار این عبارت شوم که «با این جمعیت عظیم متقاضی ورود به دانشگاه، راهی جز کنکور فعلی نیست» توجیه منطقی ندارد. استاد شهریاری همیشه گفته‌اند «به عنوان یک معلّم ریاضی، می‌دانم برای هر مسأله‌ای، راه‌حلّی وجود دارد، مگر آن که ثابت کنم مسأله حل نشدنی است. درنتیجه، اگر بخواهیم، برای حل مسألهٔ کنکور، راه‌حل پیدا خواهیم کرد». برای پیداکردن راه‌حل مناسب، لازم است که به دور از تعصّبات، عادت‌ها و یک سونگری‌ها، قبل از هر چیز به لحاظ نظری، با وضع موجود فاصله بگیریم، نه آن که مانند گذشته، راه‌حلّ را در شرایط موجود جستجو کنیم. سپس، دلایل وجودی مدرسه و آموزش عمومی اجباری و رایگان را مورد بررسی تحلیلی قرار دهیم. بالاخره، با انجام مطالعات تطبیقی و بررسی‌های نیازسنجی و امکان‌سنجی در داخل کشور، راه‌حل‌های احتمالی را به بحث بگذاریم. یکی از مهم‌ترین بخش‌های چنین مطالعه‌ای، نشان دادن تعارض بین «فرهنگ کنکور» با «زندگی مدرسه‌ای»، و چگونگی تأثیر کنکور، بر تغییر مسیر مدرسه از جریان طبیعی خویش است.

جهت بررسی بعضی از عوارض جانبی کنکور، در ابتدا، به طنزگونه‌ای اشاره می‌کنم.

به این عبارت‌ها دقت کنید و جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب، پُر کنید!

۱ ـ اگر خواهان ...... بیش‌تری هستید، دست خود را به ما بدهید. ما...... شما را تضمین می‌کنیم؛
۲ ـ ...... در منزل، با کمترین هزینه تا ساعتی ۱۰۰۰ تومان؛
۳ ـ ۱۰٪ تخفیف به خانواده‌های کارمندان، شهدا و فرهنگیان؛
۴ ـ ۱۵٪ تخفیف به...... به بالا؛
۵ ـ اعزام ...... برای ...... ؛
۶ ـ ...... توسط ...... مجرب ...... ؛
۷ ـ دریافت ...... به صورت اقساط کوتاه و بلندمدت.

من با اجازهٔ شما، می‌خواهم جاهالی خالی را با این واژه‌ها، پُر کنم.

۱ ـ اگر خواهان **اطمینان** بیش‌تری هستید، دست خود را به ما بدهید. ما **تعمیر وسیلهٔ برقی** شما را تضمین می‌کنیم؛
۲ ـ **تعمیر** در منزل با کمترین هزینه تا ساعتی ۱۰۰۰ تومان؛
۳ ـ ۱۰٪ تخفیف به خانواده‌های شهدا و فرهنگیان؛
۴ ـ ۱۵٪ تخفیف به **سه فقره تعمیرات** به بالا؛
۵ ـ اعزام **تعمیرکار** ویژه برای **هر وسیلهٔ برقی**؛
۶ ـ **تشخیص و تعمیر وسیله** توسط **تعمیرکار** مجرب **عضو اتحادیهٔ تعمیرکاران**؛
۷ ـ دریافت **حق‌الزحمه** به صورت اقساط کوتاه و بلندمدت.

اگر به در و دیوار شهرها نیک بنگرید، به صفحه‌های نیازمندی‌های روزنامه‌ها نظری بیفکنید، و صبح‌ها به تبلیغاتی که به داخل خانه‌های شما می‌اندازند توجه کنید، با این عبارت‌ها احساس آشنایی می‌کنید. البتّه برای سهولت در ارایهٔ خدمات، شماره تلفن و آدرس تماس هم بر روی برگه‌ها نوشته می‌شوند!

حالا اجازه بدهید تا جاهای خالی را با واژه‌های دیگری که عیناً، برگرفته شده از یک برگه تبلیغ کنکور است، پر کنم.

۱ ـ اگر خواهان **موفقیت** بیش‌تری هستید، دست خود را به ما بدهید. ما **موفقیت علمی** شما را تضمین می‌کنیم؛
۲ ـ **تدریس** در منزل با کمترین هزینه تا ساعتی ۱۰۰۰ تومان؛
۳ ـ ۱۰٪ تخفیف به خانواده‌های کارمندان، شهدا و فرهنگیان؛
۴ ـ ۱۵٪ تخفیف به **کلاس‌های سه نفره** به بالا؛
۵ ـ اعزام **دبیران خانم** برای **دخترخانم‌ها و خردسالان**؛
۶ ـ **برنامه‌ریزی و تدریس کنکور** توسط **اساتید** مجرب **دانشگاه**؛
۷ ـ دریافت **شهریه** به صورت اقساط کوتاه و بلندمدت.

پیش از هر چیز، باید تأکید کنم که این هفت عبارت، از روی یکی از تبلیغ‌های کلاس‌های کنکور که دو روز پیش، کنار در خانه افتاده بود، نوشته شده است، (فقط،

نام آن مؤسسه به دلیل ضرورت حفظ حرمت شخصیت‌های حقیقی یا حقوقی، حذف شده است.) حال استدعا دارم به هردو گونهٔ این تبلیغ، باهم بنگرید. آیا واقعاً هدف آموزش رسمی کشور این است که اگر جای معلم را با تعمیرکار ـ که ماهیت حرفهٔ این دو بسیار باهم متفاوت است ـ عوض کنیم، فرقی نکند؟ آیا «انسان» را به سطح یک «وسیله» تنزّل دادن و رسالت «آموزش» را در حدّ «رفع خرابی» و «تعمیر» دیدن، نگران کننده نیست؟ در هیچ کجای این جهان پهناور و در جهان سرمایه‌داری که حریّت انسان توسط روش‌های سرمایه‌داری تهدید می‌شود، آیا نمونه‌هایی از این حقیر شمردن انسان‌ها وجود دارد؟ شواهد و مطالعات، نشان می‌دهند که هر قدر این مرزها ـ باتوجّه به سلایق سرمایه‌داری ـ به عقب رانده می‌شوند و برای افزایش سود، تحقیر غیرمستقیم انسان‌ها از طریق تبلیغات توجیه می‌شوند، باز موانعی برای محدودکردن این میل سیری‌ناپذیر سرمایه‌داری برای بهره‌کشی از انسان‌ها وجود دارد. بازهم تا حدودی، ساحت آموزش و مدرسه، از بعضی تعرضات به حریت و شأن انسانی مصون است. امّا با وجود علاقه‌ای که به حفظ حرمت انسان‌ها داریم، چرا بعضی‌ها فرض می‌کنند که جامعه جاهل است و با این فرض نادرست، انتظار سودجویی را از جهالت مردم می‌کشند؟

به نظر می‌رسد گاهی «کنکور» استعاره‌ای می‌شود که از طریق آن، هدف‌های اقتصادی دنبال می‌شوند. به واژه‌های زیر توجه کنید که از چند تبلیغ که در عرض نیم ساعت به دستم رسیده، استخراج شده‌اند:

نرخ‌های توافقی، نرخ‌های استثنایی
ارایهٔ رایگان، کمترین هزینه، اقساط کوتاه
و بلندمدت، تخفیف، ارزان‌ترین
حق‌التدریس.

همگی این واژه‌ها، اقتصادی هستند و نشانی از آموزش و یادگیری در آن‌ها نیست. از این‌ها جالب‌تر این است که در بعضی تبلیغ‌ها، این نوید داده شده است که

دبیر را شما انتخاب کنید:
استاد دانشگاه، دکتر، مهندس،
دبیر رسمی، فوق‌لیسانس، لیسانس

توجه کنید که چگونه با روح و روان انسان‌های معصوم، بازی می‌شود. مگر محتوای کنکور براساس کتاب‌های درسی مدرسه‌ای نیست؟ پس «استاد دانشگاه»، «دکتر»، «مهندس»، «فوق‌لیسانس» و «لیسانس» که «دبیر» نباشند و سواد حرفه‌ای معلمی نداشته باشند، برای یاددادن محتوای کتاب‌های مدرسه‌ای مناسب نیستند. آن‌ها که با رمز و راز یادگیری آشنایی ندارند. پس چرا این طبقه‌بندی تفاخری را به وجود می‌آوریم؟ سود این کار، نصیب چه کسانی می‌شود؟ دانش‌آموزان، یا مؤسساتی که «کنکور» به شکل فعلی، برای آن‌ها، یک نعمت است؟

از این دردناک‌تر آن که در بعضی از این تبلیغ‌ها، بشارت داده شده است که «شهریه براساس وضع اقتصادی خانواده، به صورت اقساط دریافت می‌شود»! یعنی در سبد اقتصاد خانواده، «کنکور» جایگاه رفیعی پیدا کرده است و این‌ها درحالی است که طبق قانون اساسی ایران عزیزمان، آموزش، همگانی و رایگان است.

در تبلیغ دیگری، گروه‌های مختلف آموزشی نام برده شده است و وعده داده شده که برای تمامی آن‌ها، آموزش مناسب نیازشان، ارایه داده می‌شود:

سواد آموزی، ابتدایی، راهنمایی
تیزهوشان، دبیرستان، پیش‌دانشگاهی
دروس دانشگاهی، تقویتی، تجدیدی
جهشی، المپیاد، هنرستان
و به صورت عادی و تضمینی

اگر به فهرست بالا یک بار دیگر بنگرید، متوجه می‌شوید که این مؤسسات، به طور معجزه‌آسا، قادر به ایجاد همه نوع توانایی در نوع بشر هستند! از «سوادآموزی» گرفته تا «جهشی» و «المپیادی»؛ برای همه، تقویت‌کننده‌های «عادی» و «تضمینی» وجود دارد و

می‌دانید که این دسته‌بندی‌ها، امکان گسترش فراوان دارند! شاید در آینده‌ای نزدیک، شاهد تقسیم‌بندی بازهم بیش‌تری در درون هریک از این تقسیمات باشیم. برای مثال، شاید چندی بعد، با «تیزهوش درجهٔ ۱» و «تیزهوشِ درجهٔ ۲» هم مواجه شویم. جالب است که «سوادآموزی» نیز جزو دوره‌ها یا شاخه‌های آموزشی شده است، بدون آن‌که جامعه، تعریف مشخصی از «سواد» داشته باشد.

دامنهٔ این تقسیم‌بندی‌ها، به انواع و کیفیت آموزش نیز سرایت کرده است. به این بخش از یک تبلیغ توجه کنید:

> **تدریس خصوصی برای کنکور**
> **پزشکی، مهندسی، هنر، انسانی**
> **آزاد و سراسری**

. . . و وای بر کسی که از طریق «تدریس خصوصی» و کلاس‌های «نکته» و «تست»، پزشک شود و علاقه و عشق به مردم، عامل اصلی انتخاب این حرفه نباشد. آن وقت، چگونه می‌توانیم با اعتماد، جسم و روح خود را برای بهبودی، در اختیار چنین پزشکی بگذاریم؟ یا هنر را، که از درون افراد می‌جوشد و بستگی به ذوق هنری و علاقهٔ جدی به آن دارد، چگونه می‌توان با «نکته» و «تست» و به قصد تربیت «هنرمند»، آموزش داد؟

تلخ‌ترین طنز این قست، درجه‌بندی معلمان و مربیان است. توجه کنید:

> **دبیر ممتاز**
> **تضمینی**
> **دبیر فوق‌ممتاز**
> **کادر ویژه**

بلاتشبیه، این تقسیم‌بندی‌ها انسان را به یاد صورت غذای چلوکبابی‌ها می‌اندازد که در آن، از «چلوکباب برگ»، «چلوکباب ممتاز»، «چلوکباب سلطانی» و «چلوکباب مخصوص سرآشپز» نام برده می‌شود و اخیراً، باب شده است که در انتهای فهرست غذاها بنویسند که «کیفیت غذا تضمین می‌شود و در صورت عدم رضایت، پول پس داده می‌شود»!

به نظر من، این گونه تمایز قایل شدن‌ها، توهین به تمام انسان‌های والای ایرانی است ـ چه دانش‌آموزان، چه معلمان شریف و چه والدین ـ همگی مورد توهین واقع شده‌اند. با این تقسیم‌بندی‌ها، حتی به عقل سلیم جامعه نیز اهانت می‌شود و هنوز، بسیاری از ما متوجه نیستیم که در چه سرازیری‌ای افتاده‌ایم.

تبلیغات و کنکور

این تبلیغ‌ها، از تمام «جلوه‌های ویژه» و «حقه‌های تبلیغاتی» استفاده می‌کنند و همهٔ این‌ها، از کیسهٔ «کنکور» خرج می‌کنند. به طور مثال، بعضی برگه‌های تبلیغاتی برای کلاس‌های کنکور سال ۱۳۸۱ ـ به دلیل توأم شدن این ایام با مسابقات فوتبال جام جهانی ـ «جدول زمان‌بندی بازی‌های فوتبال جام جهانی ۲۰۰۲» را در پشت این برگه‌ها به چاپ رسانده‌اند تا جاذبهٔ آن‌ها را بیش‌تر کنند؛ بعضی دیگر نیز از تکنولوژی استفاده کرده‌اند و با استفاده از جذبهٔ «تکنولوژی اطلاعاتی»[1] و «یادگیری الکترونیکی»[2] ـ و بدون توجه به زیرساخت‌های عصر اطلاعاتی در مقابل زیرساخت‌های عصر صنعتی[3] ـ به جلب مشتری می‌پردازند:

> **تعیین رشتهٔ کامپیوتری**
> **عمق ماکزیمم در کف می‌نیمم**
> **پرهیز از تعیین رشتهٔ استاتیک**
> **لحظات پرشکوه پیروزی**

من هرچه فکر کردم، منظور از «عمق ماکزیمم» و «در کف می‌نیمم» را نفهمیدم. اگرچه می‌توان حدس‌هایی زد! اما خدا می‌داند که «تعیین رشتهٔ دینامیک» چیست که باید از نوع «استاتیک» آن «پرهیز» کرد تا به «لحظات پرشکوه پیروزی» رسید؟!

در یکی دیگر از آگهی‌های تبلیغاتی، نوشته است:

> **۲۰۰۰ ساعت تا کنکور ۸۱ زمان دارید!**

با وجودی که این عبارت، باید در خواننده آرامش ایجاد کند که هنوز وقتِ زیاد است و جای نگرانی نیست، اما با دیدن عبارت بعدی که نوشته است:

پس چرا نگران هستید؟

ناگهان بزرگی عدد ۲۰۰۰، رعب‌آور شده و از آن، برداشت منفی ایجاد می‌شود. اگر کسی حداقل یک درس پایه‌ای روان‌شناسی عمومی خوانده باشد، این تکنیک‌ها را لمس می‌کند و می‌فهمد که چنین عبارتی، خود، تولید نگرانی و اضطراب می‌کند. اگر چنین شد، این تبلیغ مؤثر واقع شده و برای «کلاس‌های کاهش اضطراب» هم مشتری علاقه‌مند و مستأصل، پیدا شده است! البته در همین تبلیغ، یادآوری کرده است که:

فردا دیر است!

و سپس زیر آن نوشته شده، «عضو انجمن بین‌المللی آموزش و یادگیری». آیا این ادعای بی‌اساس، اهانت به عقل سلیم و خرد جمعی ایرانیان، نیست؟ و کدام «انجمن بین‌المللی آموزش و یادگیری» ممکن است تأییدکنندهٔ چنین ترفندهایی به اسم آموزش و یادگیری باشد؟ در پشت همین برگهٔ تبلیغ و پس از این توصیه که

جام جهانی را با خیال آسوده ببینید

گفته شده است که

تکدرس (کلیهٔ مقاطع و کلیهٔ نظام‌ها)

و کسی نمی‌پرسد که مگر نظام آموزشی در ایران، تنوع و تکثر دارد؟ (چند سال است که نظام جدید، فراگیر شده است). تبلیغات هم‌چنان ادامه دارد و تمام توانایی‌ها و نیازمندی‌های علمی و هنری را شامل می‌شود. در تبلیغی، پس از جدول «دریافت شهریه براساس پیشنهاد شما»، برای کلاس‌های تقویتی و کنکور و با تأکید بر اخذ شهریهٔ «تضمینی: پس از قبولی در ۱۰ قسط» و «عدم دریافت پیش‌پرداخت»، نوید برنامه‌های متنوع دیگری نیزداده شده است:

برنامهٔ ویژه جهت تیزهوشان

کلاس‌های نقاشی

خط و انواع موسیقی

در کمتر از دو ماه، به زبان دلخواه صحبت نمایید

آموزش روش‌های صحیح مطالعه

و البته، برای همهٔ آن‌ها، بشارت «تخفیف جهت مشترکین سال‌های قبل» داده شده است! تمام این ادعاها، تلاش برای تبدیل انسان‌های واقعی به دُن‌کیشوت‌های تخیلی است. انسان‌های بی‌گناهی که فکر می‌کنند دیگرانی هستند که توان یادگیری همه چیز را در زمانی کوتاه و توسط روش‌هایی خاص دارند و آن‌ها که چنین نیستند، حتماً دارای نقیصه‌ای هستند. چنین احساسی را در جوانان پرتوان ایرانی ایجادکردن، در واقع سوق دادن آن‌ها به سمت خودکم‌بینی، انفعال، یأس و سرخوردگی است که جرمی نابخشودنی است.

افزایش حجم تبلیغات برای کلاس‌های کنکور، ابعاد غیرمتعارفی پیدا کرده است. به قول معروف، صاحبان این صنعت یاد گرفته‌اند که «در دل دوست، به هر حیله رهی باید زد». پس بعضی از این مؤسسه‌ها، با برگزاری «کنکورهای آزمایشی در مقاطع پنجم ابتدایی، راهنمایی، متوسطه و کارشناسی ارشد» به «دل دوست» راهی می‌یابند و بعضی دیگر، با تهیهٔ مجموعه‌هایی با عنوان‌های «آموزش و پرسش»، «گنجینه نمونه سؤالات امتحانی» و «تیزهوشان»، در جامعه جاذبه ایجاد می‌کنند. دقت کنید که از یک سو، «فرهنگ کنکور»، حتی دوره‌های ابتدایی را هم تحت تأثیر قرار می‌دهد و از همان دوران کودکی، یک‌سونگری و اضطراب ناشی از کنکور را در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند تا وقتی که آن‌ها به پایه‌های بالاتر تحصیلی رسیدند، دیگر در مقابل این فرهنگ، هیچ‌گونه مقاومتی از خود نشان ندهند. ازسوی دیگر، سیطرهٔ این فرهنگ، حتی تا دوره‌های تحصیلات تکمیلی نیز گسترش یافته است. چگونه می‌توان انتظار داشت که رفته رفته، بحران کیفیت در دوره‌های تحصیلات تکمیلی که وظیفهٔ تولید علم و دانش را از طریق تحقیقات اصیل و تجربی و بنیادین دارند، به

وجود نیاید؟ درحالی که دورهٔ «کارشناسی ارشد» و احتمالاً به دنبال آن و در آیندهٔ نزدیکی، «دوره‌های دکتری» نیز از طریق «تست» و «نکته» و با کمک حافظه و تمرین و تکرار، مبادرت به گسترش دانشجو کرده و می کنند.

جالب این است که گلایه داریم از این که سهم تحقیق و تولید ما در دنیا پایین است. آیا راهی برای افزایش این سهم، باقی گذاشته‌ایم؟ آیا تبدیل انسان‌های فکور، توانا، بلندپرواز و باتلاش به انسان‌هایی بی‌اراده، بدون فکر، بدون اعتماد به نفس و قانع به آب کم! که نوع «تست»ها و «آزمون»ها، تعیین کنندهٔ نوع علاقه و یادگیری آن‌ها است، اعتلای کیفی را به خطر نمی‌اندازد؟

چه باید کرد؟

این نکته قابل تعمق است که در اکثر نشست‌های علمی دانشگاهی، استادان دانشگاه از وجود «کنکور» ابراز نگرانی می‌کنند و برنامه‌های مدرسه‌ای را، تحت تأثیر آن می‌بینند. این بزرگواران، در تلاش هستند تا با اصلاح برنامه‌های درسی مدرسه‌ای و تغییر وضعیت فعلی کنکور، دانشجویان علاقه‌مندتر، مستعدتر و باانگیزه‌تری را به دانشگاه‌ها جذب کنند. اما به نظر می‌رسد که دانشگاهیان، باید انتقاد را از خود شروع کنند. درحال حاضر، برای دوره‌های کارشناسی ارشد و تخصصی پزشکی، انواع و اقسام کلاس‌ها و کتاب‌های کنکور وجود دارند. اکثر این کلاس‌ها توسط دانشگاهیان تدریس می‌شوند و بیش‌تر کتاب‌ها نیز توسط آن‌ها نوشته شده‌اند. به طور مثال، در بیست و هشتمین کنفرانس ریاضی کشور که در سال ۱۳۷۶ در دانشگاه صنعتی امیرکبیر برگزار شد، از حدود ۵۵۰ عنوان کتاب فارسی ریاضی که در نمایشگاه کتاب عرضه شده بود، بیش از ۴۵۰ عنوان کتاب شامل «تست»، «نکته»، «حل المسایل» و از این قبیل بود و تقریباً همهٔ آن‌ها، توسط دانشگاهیان نوشته شده بودند. کتاب‌هایی که گاهی به آن‌ها، امتیاز پژوهشی نیز تعلق می‌گیرد. پس چرا در رابطه با کنکور، بیش‌تر آموزش و پرورش و معلمان شریف آن مورد نقد هستند تا دانشگاه‌ها؟ طبیعی است که اصلاح فرآیند گزینش دانشجو برای دوره‌های تحصیلات تکمیلی، به مراتب راحت‌تر و محتمل‌تر باشد. زیرا تعداد متقاضیان ورود به این دوره‌ها، با تعداد کسانی که متقاضی ورود به دوره‌های کاردانی و کارشناسی هستند، قابل مقایسه نیست. اما چرا این کار را نمی‌کنیم؟ شاید برنامه‌های متمرکز آموزش عالی و گزینش متمرکز، ابتکار عمل و پویایی لازم را از دانشگاه‌ها گرفته است. زیرا گزینش متمرکز اگرچه تحمیلی است، اما سختی مسئولیت‌پذیری، نوآوری و ابداع را هم ندارد! در نتیجه، به جای آن‌که دانشگاه‌ها، برای نوع دانشجویی که می‌خواهند جذب کنند، برنامه‌ریزی کنند، فقط پذیرای انتخابی هستند که توسط «سازمان سنجش» انجام شده است.

درحال حاضر، بررسی وضعیت کنکور به منظور ارایهٔ راه‌حل‌های بدیل، مستلزم بررسی رسالت مدرسه، مطالعهٔ همه‌جانبهٔ سیر تحول تاریخی کنکور در ایران، نقش و حدود وظایف و اختیارات «سازمان سنجش آموزش کشور»، شناسایی شریان‌های عظیم اقتصادی که کنکور را در کلان آن، تبدیل به یک صنعت عظیم کرده است، انجام مطالعهٔ تطبیقی، وبالاخره ارایهٔ راه‌حل‌های بومی است. در غیراین صورت و در شرایط موجود، صحبت از «حذف کنکور»، بیش‌تر به یک طنز سیاسی شبیه است.

رسالت مدرسه

جهت بررسی رسالت مدرسه، لازم است تا قبل از هر چیز، «سواد شهروندی» که آموزش و پرورش مسئولیت تضمین آن را دارد، تعریف شود. در چنین حالتی، مدرسه‌ها به رسالت اصلی خویش که تربیت چنین شهروندی است، می‌پردازند و زندگی مدرسه‌ای به مخاطره نمی‌افتد. همان‌طور که جان دیویی می‌گوید، «مدرسه دربارهٔ زندگی نیست، خود زندگی است» و لازمهٔ این زندگی، آرامش، نشاط، خلاقیت و سازندگی است. در چنین مدرسه‌ای، دیگر تنها «تغییر رفتار»، یادگیری محسوب نمی‌شود. بلکه یادگیری به معنای تغییر باور، تغییر نگرش، ساختن دانش نو و رضایت درون است که به طور طبیعی، به تغییر رفتار هم می‌انجامد. یادگیری نیازمند اطمینان و چالش است و در فضای ترس و فشار اتفاق نمی‌افتد. رسالت اصلی مدرسه نیز، بسترسازی برای پرورش دانش‌آموزانی متعادل و متوازن است تا با طی مسیر مدرسه‌ای، تبدیل به شهروندانی مسئولیت‌پذیر، انتخابگر، خلاق، نقّاد و تصمیم‌گیرنده

شوند که به دانش روز مسلح باشند و به اندازهٔ کافی، مهارت‌های زیستن در جامعهٔ پیچیده و پرتوقع قرن بیست و یکم را داشته باشند. بدیهی است که چنین مهارت‌هایی، از طریق آموزش «نکته» و «تست»، ایجاد نمی‌شود.

سیر تحول تاریخی کنکور در ایران

تا قبل از دههٔ اخیر و هجمهٔ نوین کنکور، همهٔ دانش‌آموزان برای ورود به دانشگاه، کنکور می‌دادند. در همان موقع نیز، نسبتِ پذیرفته‌شدگان به متقاضیان، تقریباً با نسبت سال‌های اخیر، برابری می‌کرد. به طور مثال، تا اواخر دههٔ ۱۳۵۰، حدود ۱۵۰٫۰۰۰ نفر در کنکور سراسری جهت ورود به دانشگاه‌های دولتی، شرکت می‌کردند و حدود ۱۵٫۰۰۰ نفر آن‌ها، پذیرفته می‌شدند ـ باتوجه به این که در آن دوران، کمتر از ۱۰ دانشگاه دولتی در تهران و مراکز استان‌های بزرگ بود. حدود همین تعداد هم به مؤسسات خصوصی راه می‌یافتند که در مجموع، حدود ۱۰٪ توسط دانشگاه‌های دولتی و حدود ۱۰٪ نیز توسط مؤسسات خصوصی پذیرفته می‌شدند. اگر این نسبت با نسبت‌های جدید مقایسه گردد، مشاهده می‌شود که تقریباً وضعیت فعلی، با گذشته مشابه است و تفاوت چشمگیری پیدا نکرده است. با این حال، در اکثر صحبت‌های رسمی و غیررسمی، تأکید اصلی بر افزایش تعداد متقاضیان ورود به دانشگاه است و کمتر به افزایش ظرفیت دانشگاه‌ها، اشاره می‌شود. هم‌چنین، تا اواخر دههٔ ۱۳۴۰، دانشگاه‌های مختلف، کنکورخود را جداگانه برگزار می‌کردند. در نتیجه، مجبور به تعیین معیارها و ملاک‌های مشخص و اعلام آن‌ها به طور شفاف بودند تا متقاضیان بتوانند انتخاب مناسب‌تری برای ادامهٔ تحصیل خود انجام دهند. در نتیجه، کار گزینش دانشجو، توسط دانشگاه‌ها انجام می‌شد.

به هرحال، بررسی سیر تحول کنکور در ایران از جهات و ابعاد مختلف، یک ضرورت است و نتایج این بررسی، می‌تواند هدایت کنندهٔ مطالعات و تصمیم‌های بعدی راجع به جرح و تعدیل نحوهٔ فعلی برگزاری کنکور باشد.

نقش، حدود وظایف و اختیارات سازمان سنجش

«سازمان سنجش آموزش کشور» در سال ۱۳۵۴ تأسیس شد. مانند سازمان‌های مشابه در سطح جهانی، به نظر می‌رسد که وظیفهٔ اصلی سازمان سنجش نیز، «سنجش» باشد. با این حال، جریان فعلی در ایران به گونه‌ای است که عملاً و به طور غیررسمی، حدود وظایف و اختیارات سازمان سنجش توسعه یافته و به تدریج، به کار «گزینش» و «برنامه‌ریزی» نیز تسرّی یافته است. برای مثال، گاهی سازمان سنجش در مورد نوعِ برنامه‌های مدرسه‌ای قضاوت کرده و طی اظهار نظرهای رسمی و غیر رسمی، توصیه‌هایی در مورد محتوای برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای می‌کند. اغلب موارد هم، ضرایب مختلفی که به درس‌های گوناگون در کنکور داده می‌شود، نوع توجه به آن‌ها را در برنامهٔ مدرسه ای، تعیین می‌کند. بالاخره، نوعِ سؤال‌های کنکور، عملاً نوع برنامه درسی مدرسه‌ای، روش تدریس و روش ارزشیابی را دیکته می‌کند. این‌ها درحالی است که ماهیت سؤال‌های کنکور، اکثراً برمبنای حقایق و دانشِ واقع شده[4] است که به طور طبیعی، توجه به حافظه را بیش‌تر می‌کند و به جای توجه به توانایی‌های حل مسأله و نقد و تحلیل، اغلب بر «دقت» و «سرعت» تکیه دارد. طبیعی است که چنین شیوه‌هایی به رشد مؤسسات جنب مدرسه‌ای، کمک می‌کند.

صنعت کنکور

برای شناسایی شریان‌های اقتصادی کنکور، نیازمند مطالعات عمیق اجتماعی و فرهنگی هستیم تا بتوانیم ابعاد مختلف اینَ صنعت و حوزهٔ تأثیر و تأثر آن را در جامعه، مورد بررسی موشکافانه قرار دهیم. نگاهی به تبلیغات هزاررنگ و هزار نوعِ کلاس‌های کنکور، که جزیی از زندگی روزانهٔ شهروندان ایرانی شده است، آموزنده و مفید است. حجم منابعِ آموزشیِ تولیدشده به بهانهٔ کنکور، نقش «کنکور» در سبد اقتصاد خانوادهٔ ایرانی، وابستگی افراد جامعه به محصولات این صنعت، و بالاخره نقشی که این صنعت در تأمین معیشت قشر وسیعی از جامعهٔ ایرانی دارد، همگی مستحق مطالعهٔ عمیق هستند. این صنعت به گونه‌ای رشد یافته که افراد بی‌شماری را وابستهٔ خود ساخته است و همین بزرگواران، می‌توانند از جدی‌ترین موانع تغییر وضعیت فعلی کنکور باشند.

مطالعهٔ تطبیقی

ضرورت انجام مطالعات تطبیقی از جهات گوناگون، قابل دفاع است. نخست می توان از کشورهایی که نظام آموزشی آن‌ها از نظر نوع تمرکز، تعداد مخاطب و نوع ورود به دانشگاه، کمابیش با ایران شباهت دارند، اطلاعات نظری و تجربی متنوعی دریافت کرد. دوم، کشورهایی که امتحان‌های جامع را جانشین کنکور کرده‌اند و در عوض، دانشگاه‌ها فعالانه به گزینش دانشجو می‌پردازند نیز نیازمند بررسی همه‌جانبه هستند. بالاخره، انواع مختلف کنکور در کشورهای مختلف جهت ورود به دانشگاه، باید مورد مطالعه قرار گیرند.

در این راستا، بررسی وضعیت کنکور در ژاپن و رابطهٔ آن با آموزش متوسطه، که از جهات مختلف با ایران مشابهت دارد، آموزنده است.

ژاپن و ایران، هر دو دارای نظام آموزشی متمرکز هستند و ورود به دانشگاه، از طریق کنکور سراسری انجام می گیرد. با این حال، هریک از دو نظام آموزشی، دارای ویژگی های خاص خود هستند. ایران در بین کشورهای شرکت کننده در سومین مطالعهٔ بین المللی ریاضیات و علوم (تیمز)[5]، رتبه‌های نزدیک به آخر را کسب کرده است. اما در دو دههٔ گذشته، رتبهٔ ژاپن در تمام مطالعات بین المللی ریاضیات و علوم، بین اول تا چهارم بوده است. درخشش عملکرد دانش‌آموزان ژاپنی در این مطالعات، بعضی از نظام‌های آموزشی را آن‌چنان شیفته کرده است که حتی صحبت از الگوبرداری از نظام آموزشی ژاپن را می کنند و این امر، به خصوص طرفداران زیادی در ایالات متحده آمریکا دارد. با این حال، «سومین مطالعهٔ بین المللی ریاضیات و علوم» (تیمز)، نشان داد که دانش‌آموزان ژاپنی نسبت به خود، طرز تلقی منفی دارند، از اعتماد به نفس پایینی برخوردارند و احساس خستگی می کنند. به همین دلیل، وزارت آموزش وپرورش ژاپن، یک برنامهٔ جدید پیشنهاد کرده که در آن، حداقل ۲۵٪ از محتوای آموزشی کم شده و در عوض، فعالیت‌های متنوع و مهارت‌های کیفی مانند حل مسأله، افزایش چشمگیری یافته است. این برنامه به مدت سه سال، در محافل و مجامع علمی و آموزشی بین المللی ارایه شد تا فرصت نقد آن، به دیگران و اعضای جامعهٔ جهانی داده شود. سپس، این برنامهٔ پیشنهادی چند بار جرح وتعدیل شد. از سال ۲۰۰۰ نیز اجرای آزمایشی آن شروع شده است و قرار است که برنامهٔ جدید از سال ۲۰۰۳، فراگیر شود.

در رابطه با کنکور نیز، ژاپن شباهت‌های زیادی با ایران دارد. در آنجا هم بازار کنکور و تست و تست‌زنی داغ است. دانش‌آموزان برای ورود به دانشگاه باید از سدّ کنکور بگذرند. اما دانش‌آموزان ملزم به دادن امتحان در تمام درس‌ها نیستند. هر دانش‌آموز متقاضی ورود به دانشگاه، چهار یا پنج درس را متناسب با رشته‌ای که دوست دارد و دانشگاهی که ترجیح می‌دهد توسط آن پذیرفته شود، انتخاب می کند و فقط آن چند درس را امتحان می دهد. زیرا در ژاپن، دانشگاه‌ها اعلام می کنند که برای هر رشته یا شاخهٔ تحصیلی، کدام درس‌های مدرسه‌ای باید جزو انتخاب‌های کنکور دهندگان باشد. در چنین حالتی، اولاً دانشگاه‌ها فعال‌تر عمل می کنند و کار «گزینش» را براساس «سنجشی» که توسط سازمان مربوطه انجام شده پی می گیرند. در ثانی، دانش‌آموز مجبور نیست برای درس‌هایی که دانستن آن‌ها به مرور حاصل شده و جزو سواد شهروندی است و تعیین کنندهٔ میزان صلاحیت متقاضی برای ورود به دانشگاه نیست، کنکور بدهد. این کار تا میزان زیادی فشارهای روانی احتمالی بر دانش‌آموزان را کاهش می‌دهد و حیات واقعی را به مدرسه بازمی گرداند.

یک نقطهٔ اشتراک دیگر بین ایران و ژاپن، نوع تبلیغات برای مؤسسات کنکور است. یکی از معروف‌ترین این مؤسسات در ژاپن، توشین[6] است. جالب است بدانید که مؤسس «توشین»، یک دبیر بازنشستهٔ ریاضی است که به همراه پسران خود، این مؤسسه را دایر کرده است. توشین در حال حاضر، دارای چند کانال ماهواره‌ای، هزارها شعبه در سراسر ژاپن، کلاس های حضوری، نیمه حضوری و غیرحضوری، انواع نوارهای ویدیویی گام به گام، رفع اشکال تلفنی و کامپیوتری[7] و بسیاری امکانات دیگر است.

اینجانب در سال ۲۰۰۰ میلادی در «نهمین کنگرهٔ بین‌المللی آموزشی ریاضی»[8] شرکت کردم و به دلیل علاقه‌ای که به مطالعه راجع به کنکور داشتم، متقاضی شرکت در یک تور آموزشی شدم تا از وضعیت ورود به

دانشگاه در ژاپن، آگاه شوم. این تور، متقاضیان را به مؤسسهٔ توشین برد و بازدیدکنندگان را با تمام جزییات آن، آشنا کرد. چیزی که برای من جای تأثر فراوان داشت، شباهت زیاد برنامه‌های این مؤسسه و نوع تبلیغات و راهکارهای آن‌ها با رقبای خود در ایران بود. مؤسسهٔ توشین برای تمام درس‌ها و تمام پایه‌های تحصیلی، کتاب‌ها و تست‌های طبقه‌بندی شده را در رنگ‌های مختلف تهیه کرده بود. رنگ‌های خاکستری، زرد، آبی و از این قبیل، تعیین کنندهٔ ویژگی‌های مشترک بین هر سری از کتاب‌ها بود. به اتاق فرمان این مؤسسه که رفتیم و از پشت شیشه به دانش‌آموزان حاضر در کلاس‌ها نگاه کردیم، تأسف من بیش‌تر شد. معروف‌ترین معلمان ژاپنی در این مؤسسه به تدریس مشغول بودند. معلمان پشت به دانش‌آموزان و رو به تابلو، مشغول نوشتن بودند یا طبق روش تدریس‌های سنتی، آن‌ها می‌گفتند و دانش‌آموزان منفعلانه، جزوه می‌نوشتند و کلاس هم، توسط دوربین ضبط می‌شد تا بعد، نوارهای ویدیو به معرض فروش گذاشته شوند.

تبلیغات این مؤسسه، همه‌جا دیده می‌شد. موفق‌ترین هنرپیشه‌های ژاپنی برای کلاس‌های توشین تبلیغ می‌کردند و در و دیوار اتوبوس‌ها و متروها، پر از تبلیغات این شرکت بود. اما جالب است بدانید که صداوسیمای دولتی ژاپن، اجازهٔ پخش آگهی‌های تبلیغاتی این مؤسسه و سایر مؤسسات کنکور و کلاس‌های خصوصی را نداشت. زیرا تمام مردم ژاپن، از طریق مالیاتی که می‌پردازند، به نوعی در تأمین هزینه‌های صداوسیمای دولتی نقش دارند و آن‌ها، خواستار پخش این آگهی‌ها از این رسانه‌ها نیستند. تأسف از این است که حتی در جوامع سرمایه‌داری و غیر سرمایه‌داری، هر چه‌قدر که استفاده از تبلیغات موجه جلوه کند، بازهم دارای حد و مرز است و آن‌جا که صحبت از حقوق جامعه است، این مرزها محدود می‌شوند و در شرایط فعلی ما، ظاهراً در این زمینه، حد و مرزی وجود ندارد.

در کرهٔ جنوبی، یک رییس دانشگاه به خاطر آن که برای پسرش معلم خصوصی گرفته بود، مجبور به استعفا شد و در ایران عزیزمان، لابه‌لای بسیاری از برنامه‌های رسانه‌های مختلف، بحث راجع به کنکور و کاهش اضطراب ناشی از کنکور و آموزش شیوه‌های تست و تست‌زنی، جریان دارد! به هر حال، مطالعهٔ تطبیقی کمک می‌کند تا مشابه مشکلات خود را در جاهای دیگر نیز بیابیم و از راه‌حل‌های آن‌ها، برای تدوین یک برنامهٔ بومی، استفاده کنیم.

یک پیشنهاد

ارایهٔ یک طرح جامع، در این مقال نمی‌گنجد. با این حال، پیش فرض تهیهٔ هر طرح جامعی به منظور تغییر روش، منش و فرهنگ کنکور در ایران، داشتن آمار دقیق و غیر متعصبانه از وضعیت فعلی کنکور در ایران است. برای مثال، جامعه بیش از آن که مرتب تعداد حدود دو میلیون متقاضی کنکور در ایران را از رسانه‌ها و مقامات بشنود، مستحق دانستن این است که در هر سال، چند فارغ‌التحصیل مدرسه‌ای داریم؟ چند درصد از قبولی‌های کنکور هر سال را این فارغ‌التحصیلان تشکیل می‌دهند؟ معدل کنکور چند درصد کنکور دهندگان، صفر و زیر صفر است؟ رابطهٔ بین دفعاتی که هر فرد کنکور می‌دهد با شانس موفقیت او در کنکور چیست؟ درس‌های عمومی چه نقشی در تعیین سرنوشت علمی افراد برای رشته‌های تخصصی دارند؟ کاهش جمعیت دانش‌آموزی با افزایش متقاضی کنکور، چه رابطه‌ای دارد؟ و ده‌ها سؤال دیگر.

پاسخ به این سؤال‌ها، برنامه‌ریزان را جهت پیدا کردن یک راه‌حل بومی برای معضل کنکور یاری می‌دهد. حل این مسأله، نیازمند تلاش همگانی، عزم ملی و حمایت‌های علمی است. حل مسألهٔ کنکور، مستلزم انجام مطالعات پژوهشی در سطح ملی است و تنها، کار یک سازمان یا یک گروه نمی‌باشد.

■

زیرنویس

1. Information Technology (IT)
2. E-learning
3. رجوع شود به سرمقالهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۱.
4. Factual Knowledge
5. Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)
6. Toshin
7. Online
8. 9th International Congress on Mathematical Education (ICME9)

اثبات های فراموش نشدنی

امید علی شهنی کرم‌زاده
دانشکده ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید چمران اهواز

این سخنرانی، در همایش آموزش ریاضی و بزرگداشت استاد پرویز شهریاری و مراسم اعطای دکترای افتخاری ریاضی به او که در ۱۷ و ۱۸ اردیبهشت ۱۳۸۱ در دانشگاه شهید باهنر کرمان برگزار شد، ایراد شده است.

قبل از هر چیز، از این که امروز در همایشی حضور دارم که به پاس خدمات چندین ساله‌ٔ پرویز شهریاری به جامعهٔ ریاضی برگزار شده است، خوشحال هستم. به دانشگاهیان کرمان برای این کار خوب و باارزششان تبریک می‌گویم. این اولین بار است که برای ایراد سخنرانی در همایشی دعوت شده‌ام و بدون هیچ گونه مکثی آن را قبول کرده‌ام. شهریاری را چهل سال است که می‌شناسم، بدون این که هیچ ملاقاتی با او داشته باشم. شاید من یکی از افراد خوشبخت این مملکت باشم که از سنین دبیرستان، با آثار شهریاری آشنا شدم. بگذارید بدون تعارف صحبت کنیم؛ من اطمینان دارم کاری که شهریاری به تنهایی در این مملکت انجام داده است، فقط از عهدهٔ یک دولت یا یک انجمن علمی یا یک تشکیلات وسیع برمی‌آمده است. حتی در تمام کشورهای غربی، فردی نظیر شهریاری پیدا نمی‌شود. نظیر کار او در این کشورها، توسط انجمن‌ها، آن هم اخیراً صورت گرفته است. اهمیتی که کار شهریاری داشته، این است که معمولاً در کشورهایی نظیر ما، اگر افرادی مبادرت به ترجمه یا نوشتن کتابی در ریاضی بکنند، سعی می‌کنند کتابی درسی یا حل المسایل باشد، تا فروش داشته باشد. امروزه وقتی کتاب هایی نظیر حل المسایل کتاب آنالیز رودین یا حل مسایل جبر خطی یا کتاب های دیگر را می‌بینم، وحشت می‌کنم. اما شهریاری از همان ابتدا، گویا تصمیم گرفته بود که وظیفه‌ای اساسی را به عهده گیرد و با صرف تمام عمر خود، آن را به سرانجام برساند. در این جا از فرصت استفاده می‌کنم و به شهریاری تبریکات صمیمانه خود را اعلام می‌کنم و می‌گویم کمتر کسی می‌تواند نظیر شهریاری در مملکت ما در کاری پیوسته و بیش از چهل سال تألیف و ترجمه و خدمت به جامعهٔ علمی، صد در صد موفق باشد. شهریاری اکثراً سراغ کتاب های ریاضی‌دانان خیلی بزرگ می‌رفت و با توجه به این که بیش‌تر زبان این کتاب‌ها هم روسی بود، ما توسط شهریاری، به مجموعه‌ای بی‌نظیر از کتاب های ریاضی دنیا دسترسی یافتیم. مثلاً کتاب **آنالیز ریاضی** که ترجمهٔ آن توسط شهریاری، از فرانسه برای بار دوم در ۱۳۴۳ در ۱۱۶ صفحه به چاپ رسید، حاوی مطالب بسیار با اهمیتی است. در این کتاب، علاوه بر آشنایی با مفاهیم آنالیز، سیر تکامل این رشته از ریاضیات را مشاهده می‌کنیم و نقش ریاضی‌دانان بزرگ در این تکامل را می‌بینیم. در این کتاب مشاهده می‌کنیم که چگونه اعداد ترانسفینی وارد کار می‌شوند، و برای اولین بار در سنین دبیرستانی، خمی را مشاهده می‌کنیم که پیوسته است، ولی مماس ندارد. در این کتاب کوچک، با بورباکی آشنا می‌شویم. حتی از وجود کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی‌دانان که هر چهار سال برگزار می‌شود، در سنین دبیرستانی مطلع می‌شویم (در شهریور امسال این کنگره در چین برگزار می‌شود).

از ترجمهٔ کتاب‌های دیگر نظیر **۲۵۰ مسألهٔ حساب** از سرپنسکی و **نظریهٔ مجموعه‌ها** از همین مؤلف، چیزهای زیادی در حساب و مجموعه‌ها می‌توان آموخت. مثلاً از وجود مجموعه نقاطی در صفحه آگاه می‌شویم که هر خط، دقیقاً آن‌را در دو نقطه قطع می‌کند که این موضوع، امروزه خود یک زمینهٔ تحقیقاتی است (سرپنسکی، ریاضی‌دانی لهستانی بود که در زمینهٔ مجموعه‌ها و توپولوژی و نظریهٔ اعداد، کم‌نظیر بود). یا کتاب‌های **تاریخ حساب** یا **هندسه‌های نااقلیدسی** یا مجموعه کتاب‌های **ریاضیات؛ محتوی، روش و اهمیت آن**، که هر چیزی از ریاضیات انتظار داشته باشید در این کتاب‌ها یافت می‌شود، یا کتاب **مسایل ریاضی آسان ولی...**، که واقعاً حاوی مسایل جالبی است (جالب‌تر از خود کتاب، یادداشت مترجم است که حاوی نکات مهمی در امر آموزش ریاضی است) یا کتاب **خلاقیت ریاضی** نوشتهٔ پولیا (در دنیا نظیر پولیا فقط خودش بود) یا انتشار مجموعهٔ **آشتی با ریاضیات** که هر سال، شش شماره از آن منتشر می‌شد و (کاملاً به همت شهریاری بود)، می‌توان دنیایی از ریاضی و سایر علوم را در هر شمارهٔ آن مشاهده کرد. مثلاً، در یکی از شماره‌های آن (مهر و آبان ۱۳۵۷) یعنی ۲۴ سال پیش ترجمهٔ کاملی از نوزدهمین المپیاد جهانی ریاضی را می‌بینید که توسط خود شهریاری انجام شده است. در این گزارش، کاملاً با کار المپیاد جهانی، از طرح مسأله گرفته تا جلسات داوران و هر امر دیگر مربوط به المپیاد، با جزییات کامل با خبر می‌شوید. همان‌طور که می‌دانید حدود ۱۴ تا ۱۵ سال است که ما در المپیاد جهانی ریاضی شرکت می‌کنیم ولی شهریاری جامعهٔ ریاضی ایران را ۲۴ سال پیش در جریان آن قرار داده است. در صدها کتاب که او ترجمه کرده است، ضمن این‌که تمام قسمت‌های ریاضی مورد بحث قرار گرفته است، منطق، فلسفه، تاریخ و حتی ارتباط ریاضی با ایدئولوژی و انقلاب و تحقیق در ریاضی مورد بحث جدی قرار گرفته است. هم‌چنین، به سرگرمی‌های ریاضی نیز پرداخته است و هیچ قسمتی از ریاضی، رها نشده است. جالب است که مسایل بعضی از کتاب‌ها را خود حل کرده، ولی هرگز نام تألیف بر این کارها نگذاشته است. می‌توانست خیلی از این کارها را با عنوان تألیف ارایه کند. ولی او به اهمیت کار توجه داشت. مهم نبود اسمش ترجمه باشد یا تألیف. از یکی دو نسل قبل از من تاکنون، همه ریاضی‌کاران این مملکت به شهریاری مدیون هستند. کتاب‌های او به دورترین نقاط این مملکت، مانند مسجد سلیمان که من در آن زندگی می‌کردم، تا شهرهای بزرگ می‌رفت و همه جوانان و علاقه‌مندان، از آن‌ها بهره می‌بردند. امتیاز بزرگی که باید به شهریاری داد، این است که هیچ‌وقت مبادرت به نوشتن یا ترجمهٔ کتاب‌های تست کنکور یا حل‌المسایل نکرد. کاری که از عهدهٔ هر کسی برمی‌آمد و آدمی نظیر او می‌توانست روزانه یک کتاب در این زمینه‌ها بنویسد و به ثروت سرشاری دست یابد. چون شهریاری به خوبی می‌دانست چنین کتاب‌هایی، چه قدر برای سلامت علمی یک جامعه مضرند. امروزه اگر بخواهند نام معلمان خوب را ببرند، نام آن‌هایی را می‌برند که با کارشان می‌توانند موفقیت دانش‌آموزان را در کنکور تضمین کنند. دیگر هیچ معلم خوبی نمی‌تواند واقعاً ریاضی درس دهد، چون هم خودش و هم شاگردانش، فکر می‌کنند وقتشان گرفته می‌شود. امروزه کار کلاس کنکور و نوشتن کتاب‌های تست کنکور به گونه‌ای شده است، که دلالان بساز و بفروش هم وارد این کار شده‌اند. حتی شنیده‌ام بعضی از افراد، تخصص خود را رها کرده‌اند و به این کار روی آورده‌اند. بارها گفته‌ام، حالا هم می‌گویم، که هیچ دشمن خارجی، نمی‌تواند به اندازهٔ کنکور در خانواده‌های ایرانی ایجاد اضطراب، نگرانی و ترس و وحشت کند. کنکوری که حتی اگر تمام مردم ایران صد در صد از عهدهٔ انجام تست‌های ریاضی آن برآیند، به اندازهٔ ذره‌ای تأثیر در دانش آن‌ها نخواهد داشت، ضمن این‌که اعتقاد دارم که به طور جدی باید نسبت به مسألهٔ کنکور کار تحقیقی و بررسی کامل صورت گیرد. باید تمام کلاس‌های کنکور، کلاس‌های خصوصی، کتاب‌های مضرّ حل مسایل و تست‌های کنکور، حتی با وجود همین کنکور، جمع‌آوری شود (در کشور کره‌جنوبی تدریس خصوصی غیر قانونی است) تا خانواده‌ها و دولت، متوجه بهبود وضع کیفی مدارس و معلم‌ها بشوند و این خود، جایگاه واقعی معلم را به او برمی‌گرداند و دانش‌آموزان را وادار به فهم و درک عمیق مطالب می‌کند. چه فرقی می‌کند که دانش‌آموزی با انجام نود درصد تست‌های کنکور شاگرد اول شود یا با انجام مثلاً ده درصد (چون کنکور فقط یک وسیلهٔ انتخاب است)؟ همه باید با همان دانشی که از مدرسه کسب می‌کنند، در کنکور شرکت کنند و هیچ کس هیچ کاری اضافه انجام ندهد. ایجاد کلاس‌های کنکور و شرکت در آن، طبق قانون نه جزو نظام

آموزش متوسطه است و نه جزو دانشگاه، چون همه قادر به شرکت در این کلاس‌ها نیستند، پس عادلانه نیست و بدتر از آن، زیان‌های اقتصادی و روحی و علمی آن برای جامعه است. با این شیوه آموزش‌های مصنوعی برای تیزهوش شدن، آموزش برای کنکور، آموزش برای المپیاد و نوشتن کتاب‌های حل مسأله برای دانشجویان، به زودی برای کارشناسی ارشد و دکتری و بعد هم شاهد آموزش خصوصی برای نوشتن مقاله و تزهای دکتری و کلاس‌هایی برای بردن جایزه نوبل و مدال فیلدز خواهیم بود! همه در آینده‌ای بسیار نزدیک به دانشمندان ریاضی و فیزیک و شیمی تبدیل خواهند شد! کارهای شهریاری ضمن تأثیر عمیقی که در جامعهٔ ریاضی داشت، مانند سدی در مقابل کارهای مضرّی که در زمینهٔ ریاضی در این مملکت انجام می‌شود، جامعه ریاضی را حفاظت کرده است. در این جا می‌خواهم از طرف نسل خودم، نسل قبل از خودم و جوانان امروزی، از پرویز شهریاری برای انجام این خدمت بی‌نظیرش به جامعه ریاضی ایران، صمیمانه تشکر کنم. خوب، حالا بهتر است اثبات‌های فراموش نشدنی را فراموش نکنیم!

منظورم از عنوان این سخنرانی، چیزهای متفاوتی در مورد اثبات‌های نتایج ریاضی است. یکی از چیزهایی که همیشه آزار دهنده است این است که اثبات‌های موجود در کتب همیشه بهترین اثبات موجود در منابع نیستند. متأسفانه اکثر کسانی که کتاب می‌نویسند، مانند بیش‌تر کسانی که مقاله می‌نویسند، در فکر ارایهٔ بهترین اثبات موجود برای اثبات‌های خود نیستند. این موضوع هم بیش‌تر به این علت است که اکثر ریاضی‌دان‌ها، بیش‌تر نویسنده هستند تا خواننده. متأسفانه با این کار، ریاضی را به شکلی درآورده‌اند که نوشتن آن راحت‌تر از خواندن آن است. بگذارید قبل از بحث بیش‌تر، منظورم را از عنوان بالا ذکر کنم. اثبات فراموش نشدنی به اثبات‌های مختلفی گفته می‌شود که در این جا، به بعضی از آن‌ها اشاره می‌کنم.

۱ـ اثبات‌هایی از بعضی از نتایج ریاضی وجود دارند که حتی اگر کسی در پای پلکان هواپیما از ما بپرسد، قادر هستیم آن‌ها را شفاهاً ارایه کنیم. طبیعی است که این نتایج در منابع، اثبات‌های دیگری هم دارند که فراموش شدنی هستند، حتی اگر خود فرد، این اثبات را قبلاً ارایه کرده باشد.

۲ـ بعضی از نتایج ریاضی در کتب درسی هستند که فرد به علت تکرار زیاد در کلاس درس، اثبات آن‌ها را فراموش نمی‌کند، ولی من این دسته را فراموش نشدنی نمی‌دانم. فقط اثباتی از نتایج در کتب را فراموش نشدنی می‌دانم که حتی اگر کسی نتیجهٔ خاصی از دروس را برای سال‌ها تدریس نکند، اثبات این نتیجه آن چنان طبیعی باشد که فرد حتی با یک بار دیدن آن، بتواند هر وقت که لازم باشد، بدون رجوع به مراجع، آن را ارایه دهد.

۳ـ بعضی اثبات‌ها به این دلیل فراموش نشدنی هستند که خیلی کوتاه هستند، در حالی که اثبات‌های طولانی از نتیجهٔ مربوطه هم وجود دارد.

۴ـ بعضی از نتایج، اثبات فراموش نشدنی دارند، زیرا این نتایج، قبلاً از قضایای معروفی به دست آمده‌اند. ولی بعداً معلوم می‌شود که این نتایج، خود، اثبات مستقل و زیبایی دارند.

۵ـ اثبات‌های بعضی از نتایج، فراموش نشدنی هستند، زیرا بعضی از نتایج، قبلاً در منابع، اثبات‌های مستقلی داشتند ولی بعداً معلوم می‌شود که همهٔ این نتایج، از اثبات یک قضیه به دست می‌آیند.

۶ـ همان‌طور که انسان‌های بالای پنجاه سال، وقایع زمان بچگی را بهتر از اتفاقات روزمره به یاد می‌آورند، هر کسی که در زمان دبیرستان نتیجه‌ای تازه به دست آورده باشد، هرگز آن را فراموش نمی‌کند.

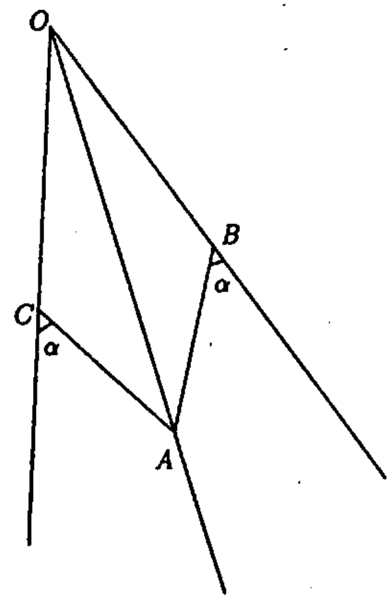
همان‌طور که می‌دانیم، اثبات‌های موجود در مقالات تحقیقی افراد، به شدت فراموش‌شدنی هستند، حتی برای خود نویسندهٔ مقاله، زیرا افراد هنگام نوشتن مقاله، ده‌ها مقاله و کتاب در کنار خود دارند و اثبات‌های خود را از دیگران قرض می‌کنند و یا حتی متأسفانه، بعضی اوقات سرقت می‌کنند (منظورم موقعی است که ایدهٔ یک مقاله را در اثباتی به کار ببریم، ولی به آن مقاله ارجاع ندهیم). فقط اثبات نتایج مقالاتی به یاد ماندنی هستند که در آن مقاله، علاوه بر نتایج جدید، فرد، روش‌های جدیدی نیز ارایه دهد. متأسفانه هنگام خواندن اکثر مقالات تحقیقی، در لابه‌لای اثبات‌ها، روش جدیدی نمی‌یابیم. اکثراً با نتایج دیگران و ترکیب طبیعی این نتایج، به یک نتیجهٔ جدید می‌رسند. به نظر من، اگر افراد به جای نوشتن این نوع مقالات، سعی در ارایهٔ اثبات ساده‌تری از نتایج مهم موجود در منابع کنند، خدمت بهتری به جامعه ریاضی کرده‌اند. اگرچه کار دوم مشکل‌تر از کار اول است، ولی متأسفانه

آن‌ها که ناآگاهانه تعداد مقالات افراد را بدون توجه به ماهیت تخصص‌ها و کیفیت مقالات، با هم مقایسه می‌کنند، باعث شده‌اند که در دنیا، عدهٔ زیادی بدون این که زحمت زیادی در ریاضی کشیده باشند، به مقاله‌نویسی روی آورند و نوشتن مقاله را مانند یک کار فنّی، یاد بگیرند. آن‌ها آموخته‌اند که چگونه فقط با به دست آوردن یک مثال ساده یا نتیجه‌ای که در حد یک مسأله است، یک مقاله در آورند. هر فرد از این دسته از مقاله‌نویسان، مانند مکانیکی است که هنگام مراجعه به او برای تعمیر ماشین، بدون این که مفهوم ماشین، حرکت و یا دقیقاً علت خرابی ماشین را بداند، فوراً سفارش خرید چند قطعهٔ جدید (حتی اگر بعضی از قطعات لازم نباشد) را می‌دهد و بعد با تعویض این قطعات، ماشین درست می‌شود. ظاهراً یک کار مکانیکی انجام شده است، ولی مکانیک ما، فقط چند پیچ را سفت کرده است. این قطعات جدید در بعضی از مقالات، همان نتایج دیگران هستند و سفت کردن پیچ‌ها هم همان دو سه خطی است که نویسنده به عنوان اثبات ارایه می‌دهد. این مکانیک و آن نویسنده، می‌توانند کار مشترک هم بکنند، چون دارای یک تفکرند و نه کار این مکانیک، تخصص مکانیکی می‌خواهد و نه کار ریاضی آن نویسنده، تخصص ریاضی لازم دارد. ظاهراً دارم از اصل موضوع خارج می‌شوم. بگذارید صادقانه علّت این که تصمیم گرفتم این عنوان را برای سخنرانی در نظر بگیرم، بگویم. همیشه در کلاس درس تلاشم بر این بوده است که برای نتایج مهم هر درس، ساده‌ترین اثبات ممکن (در صورت وجود) را ارایه دهم و همیشه برای این که دانشجویان این موضوع را متوجه شوند، آن‌ها را به کتب مختلف ارجاع می‌دادم و از آن‌ها می‌خواستم که اثبات در کلاس را با اثبات آن کتاب‌ها مقایسه کنند (در اینجا اثبات ساده‌ای از خودخواهی ارایه داده‌ام!) این کار را از این رو انجام می دادم که نشان دهم اکثر اثبات‌ها در کتب، از یک دیگر گرفته شده‌اند. من نه علاقه‌ای به کتاب‌نویسی دارم و نه علاقه‌ای به جزوه‌نویسی، ولی همیشه در منابع مختلف اثبات‌های ساده‌ای می‌دیدم که متأسفانه راهی به کتب نداشتند. متأسفانه غیر از تعداد کمی از نویسندگان کتب ریاضی، بقیه، مانند نویسندگان بعضی از مقالات، به دنبال کوتاه‌ترین و راحت‌ترین راه برای نوشتن بودند؛ اما بالاخره، یک اثبات فراموش‌نشدنی از یک قضیهٔ اساسی به کتب راه یافت. همان‌طور که می‌دانید، قضیهٔ پایه هیلبرت که می‌گوید **حلقهٔ چند جمله‌ای ها روی هر حلقهٔ نوتری یک حلقهٔ نوتری است**، یک قضیهٔ بسیار اساسی در جبر و هندسهٔ جبری است. اثبات این قضیه در تمام کتب قبل از سال ۱۹۷۸ به گونه‌ای بود که هر کس برای ارایهٔ آن، می‌بایست شب قبل نگاهی به اثبات بیندازد. در سال ۱۹۷۶ شخصی به نام H. Sarges در مجله .J. Reine Angew. Math اثباتی ارایه داد که هرکس با دیدن آن، حتی اگر بخواهد، قادر به فراموش کردن آن نیست. این مجله یکی از بهترین مجلات ریاضی دنیاست و فقط مقالات اصیل را چاپ می‌کند. خوشبختانه این اثبات اولین بار در سال ۱۹۸۰ در کتاب «مقدمه‌ای بر جبر جابجایی و هندسه جبری» نوشته .E. Kunz و سپس در سال ۱۳۶۳ در کتاب «آشنایی با نظریه حلقه‌ها» نوشته منصور معتمدی، انتشارات دانشگاه اهواز و در سال ۲۰۰۰ در کتاب «مقدمه‌ای بر نظریهٔ حلقه‌ها» نوشته P. M. Cohn ظاهر شد. این اثبات به گونه‌ای است که نه تنها در پای پلکان هواپیما، بلکه در حال سقوط از هواپیما هم فراموش نشدنی است! در این جا، به اثبات‌هایی که به شکلی به شاخه‌ای خاص ارتباط دارند اشاره‌ای نمی‌کنم و سعی می‌کنم به بعضی از اثبات‌های فراموش نشدنی بعضی از نتایج اشاره کنم که در ارتباط با دسته‌بندی قبل است و از خواننده انتظار می‌رود که خود تشخیص دهد که کدام اثبات به کدام دسته تعلق دارد.

اول، از دستهٔ آخر شروع می‌کنم. هنگامی که در سن ۱۷ یا ۱۸ سالگی بودم، نتیجهٔ زیر را به دست آوردم که غیر از قسمت کمی از آن، بقیه‌اش را اولین باری است که جایی ذکر می‌کنم. اگر چه همهٔ این سخنرانی برای پرویز شهریاری است، ولی مخصوصاً این قضیه و نتایج مربوط به آن را به ایشان که خود، معلمی توانا است و کتاب‌های بی‌نظیرش در ریاضی انگیزه‌بخش بوده است، و دیگر معلمان برجستهٔ ریاضی هم‌زمان او نظیر بیرشک، امامی، ازگمی، عسجدی، حریرچی، غیور، مصحفی و قراگزلو در تهران، و برادران نحوی در اهواز و معلمان ریاضی مستقیم‌ام در مسجد سلیمان، باورصاد، سعادت، گیتی‌زاده و وکیلی و دیگر معلمان ریاضی خوب آن زمان که نامشان را فراموش کرده‌ام، تقدیم می‌کنم. همه این بزرگان از طریق مجلهٔ یکان که به همت مصحفی به وجود آمده بود، به شکلی با کل دانش‌آموزان علاقه‌مند در مملکت در ارتباط بودند. خوب،

بهتر است اولین نتیجهٔ اصیل خود را که در زمان دبیرستان یافته‌ام و اثبات آن را هرگز فراموش نمی‌کنم، برایتان بگویم.

همان‌طور که می‌دانید، نیمساز یک زاویه، مکان هندسی نقاطی است که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند. از زمان اقلیدس تاکنون، در تمام کتب هندسهٔ دبیرستان دنیا، نیمساز را با خاصیت فوق می‌شناسند. حال به شکل زیر توجه کنید:



OA نیمساز است، اگر و تنها اگر $AB = AC$

یعنی به عمود بودن AB و AC بر اضلاع نیازی نیست و فقط یک حالت خاص است.

نکتهٔ زیبای فوق، ما را به قضیهٔ زیر هدایت می‌کند که خود نتایج زیادی دارد.

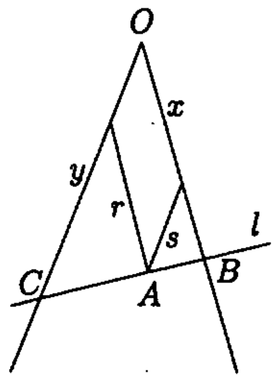
قضیهٔ ۱. نقطهٔ A روی نیمساز زاویه O است اگر و تنها اگر هر خط l که از A بگذرد و اضلاع زاویه یا امتداد آنان را در B و C قطع کند به طوری که $OB = x$ و $OC = y$، آن‌گاه $f(x,y) = 1/x \pm 1/y = K$ که K مقدار ثابت است (توجه: علامت منفی برای موقعی است که امتداد اضلاع قطع شود).

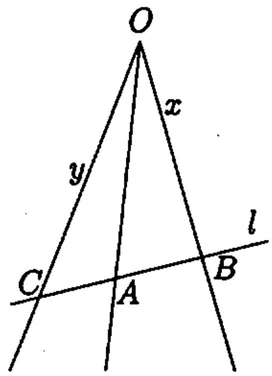
اثبات. فرض می‌کنیم A نقطهٔ دلخواهی درون زاویهٔ O باشد و l خط دلخواهی مارّ بر A باشد. اگر از A به موازات اضلاع رسم کنیم، داریم (مطابق شکل مقابل)

$$r/x + s/y = 1$$

امّا اگر A روی نیمساز باشد، داریم $r = s$ (طبق نکتهٔ قبل). پس

$$1/x + 1/y = \text{ثابت}$$





بالعکس، می‌خواهیم نشان دهیم A روی نیمساز است. داریم

$$r/x + s/y = 1$$

و چون طبق فرض، $1/x + 1/y = $ ثابت، پس $r/x + s/y = 1$ و $r/x + r/y = $ ثابت در نتیجه،

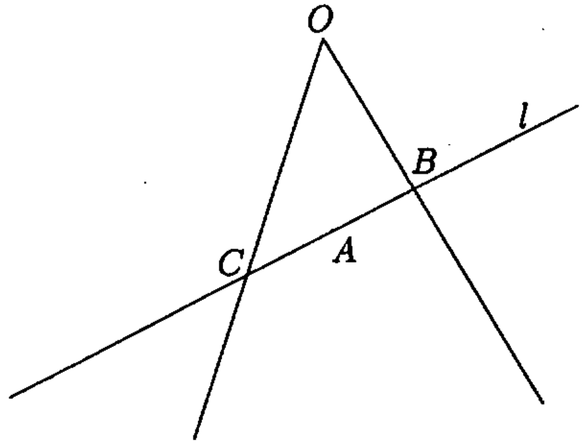
$\frac{1}{y}(r-s) = $ ثابت و چون y متغیر است پس باید $r = s$.

یعنی طبق نکتهٔ قبلی، A روی نیمساز است. (همین اثبات برای وقتی که l امتداد یکی از اضلاع را قطع کند به کار می‌رود و در این حالت $1/x - 1/y$ ثابت خواهد بود.)

کاربرد قضیه فوق. یکی از مسایل معروف تاریخ ریاضی (مسألهٔ پاپوس) این است که از نقطهٔ A درون یک زاویه به طور کلی نمی‌توان پاره‌خطی به طول داده شده به دو ضلع زاویه رسم کرد. زیرا حل این مسأله منجر به حل یک معادلهٔ درجه سوم می‌شود که معمولاً حل هندسی ندارد. ولی اگر نقطه روی نیمساز باشد، حل هندسی دارد و در اکثر کتاب‌های کلاسیک، راه‌حل آن وجود دارد. قضایای بعدی ضمن ارایهٔ خواص دیگری از نقاط روی نیمساز، کوچک‌ترین طول داده شده برای وجود جواب هنگامی که نقطه روی نیمساز است را، برای مسألهٔ پاپوس به ما می‌دهد. (موضوعی که در خود مسألهٔ پاپوس به آن توجه

نشده است، در حقیقت یافتن این می‌نیمم بود که ما را به آن قضیه هدایت کرد).

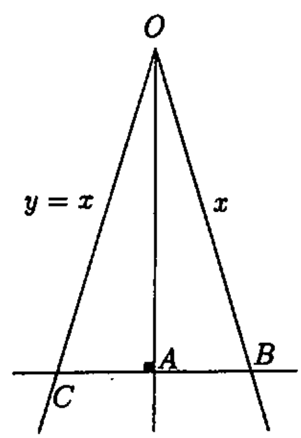
نتیجهٔ ۲. اگر نقطهٔ A درون یک زاویهٔ O باشد، رابطهٔ $r / x + s / y = 1$ قضیهٔ قبل نشان می‌دهد که هر خط که از A بگذرد، با دو ضلع زاویه هنگامی مثلثی با مساحت می‌نیمم می‌سازد که $r / x = s / y$، یعنی نقطهٔ A باید وسط BC باشد.



حال اگر نقطهٔ A روی نیمساز باشد، قضیهٔ زیبای زیر را خواهیم داشت.

قضیهٔ ۳. اگر A روی نیمساز زاویه O باشد، آن گاه از بین تمام مثلث‌های OBC که قاعدهٔ BC آن‌ها از A بگذرد، مثلث متساوی‌الساقین OBC دارای مساحت می‌نیمم، محیط می‌نیمم، قاعدهٔ می‌نیمم و مقدار می‌نیمم برای x+y است.

اثبات. رابطهٔ: ثابت $= 1 / x + 1 / y$، اثبات را تمام می‌کند.



نتیجهٔ ۴. طول BC در قضیهٔ قبل، کوچک‌ترین طول در مسألهٔ پاپوس است.

حال اثبات حدس زیر را، به شما واگذار می‌کنم.

حدس. نیمساز، مکان هندسی نقاطی درون زاویه است که از آن نقاط، می‌توان خطی رسم کرد که با دو ضلع زاویه، تشکیل مثلثی با مساحت می‌نیمم و محیط می‌نیمم و طول‌های می‌نیمم قضیهٔ بالا را بدهد. (آیا مساحت می‌نیمم و محیط می‌نیمم کافی است؟)

اعداد بین ۱ و ۲n

درست ۳۱ سال پیش که در دانشگاه اکستر انگلستان دانشجوی فوق لیسانس بودم، یک روز در اطاق چای‌خوری بودم. طبق معمول چند نفر از اساتید در آن‌جا با هم گفتگو می‌کردند. یکی از آن‌ها که الان ریاضی‌دانی برجسته است و متخصص نظریهٔ اعداد بود، می‌گفت مسأله‌ای در شمارهٔ اخیر ماهنامهٔ ریاضی آمریکا (AMM)، دو سه روز است که وقتش را گرفته است. مسأله این بود که

«نشان دهید در هر انتخاب $n+1$ عدد صحیح بین ۱ و $2n$، حتماً دو عدد بین این اعداد خواهد بود که یکی بر دیگری بخش‌پذیر باشد.»

من فوراً به اتاقم در طبقهٔ پایین رفتم و شروع به فکر روی مسأله کردم و خوشبختانه پس از دو سه ساعت، مسأله را حل کردم و فوراً به اتاق آن متخصص نظریهٔ اعداد رفتم و طبق معمول، حل را با خودم نبردم و به او گفتم که من برای این مسأله، راه‌حلی دارم. او خوشحال شد و مرا به داخل اتاق دعوت کرد. من هم با دستپاچگی روی یک ورق کاغذ روی میزش شروع کردم به نوشتن راه‌حل و او گفت «مرا راحت کردی!». هنوز این ورق کاغذ را که پشت آن مطالبی به خط او و طرف دیگرش هم حل من است و مربوط به ۳۱ سال پیش می‌شود، همراه دارم. (اگرچه همه می‌دانند که من خیلی بی‌نظم هستم ولی مطالب خاصی را به علت خاصی نگه می‌دارم). اگرچه این حل آن موقع مرا خیلی خوشحال کرد، ولی سال‌ها بعد که حل این مسأله را در مجلهٔ AMM دیدم، راه‌حل خود را به فراموشی سپردم. حال قبل از این که این حل فراموش نشدنی را بگویم، بگذارید داستان دیگری در مورد این مسأله بگویم. وقتی به دانشگاه اهواز آمدم، یکی دو سال بعد دوباره به یاد این مسأله افتادم و از همکاران خواستم که هرکس حل استقرایی برای آن بدهد،

جایزه دارد. یکی از همکاران به نام منوچهر میثاقیان حل زیبای زیر را (که اگرچه آن را فراموش نشدنی نمی‌دانم)، ارایه داد.

راه‌حل استقرایی: برای $n = 1$ بدیهی است. فرض کنیم برای n درست باشد، حال بین $2n + 2$ و ۱، تعداد $n + 2$ عدد $a_1, a_2, \ldots a_{n+2}$ انتخاب می‌کنیم. اگر تعداد $n + 1$ تای آن‌ها بین $2n$ و ۱ باشد، اثبات تمام است. پس باید فرض کنیم nتای آن‌ها یعنی $a_1, a_2, \ldots a_n$، بین $2n$ و ۱ و $a_{n+1} = 2n+1$ و $a_{n+2} = 2n+2$ و فرض کنیم که هیچ a_i بر a_j قابل قسمت نباشد. حال اگر در بین n عدد $a_1, a_2, \ldots a_n$، عدد $n + 1$ وجود داشت، اثبات تمام است، زیرا $n+1 \mid 2n+2$. اگر نه، خودمان $n + 1$ عدد $a_1, a_2, \ldots a_n, n+1$ را در نظر می‌گیریم که بین $2n$ و ۱ هستند. پس طبق فرض استقرا، یکی از آن‌ها بر دیگری قابل قسمت است. آشکار است که $n + 1$ باید بر یکی از a_iها مثلاً a_i قابل قسمت باشد، پس $a_i \mid 2n+2$ و اثبات تمام است.

حال اثبات فراموش نشدنی.

$n + 1$ عدد بین $2n$ و ۱ را به شکل $a_i = 2^{r_i} b_i$، $i = 1, 2, \ldots n+1$ می‌نویسیم که b_iها فرد هستند. چون بین $2n$ و ۱ فقط n عدد فرد وجود دارد پس i و j موجودند که $b = b_i = b_j$ یعنی $a_i = 2^{r_i} b$ و $a_j = 2^{r_j} b$ و اثبات تمام است.

(توجه: در این حل فراموش نشدنی اعداد تجزیه شده‌اند و خود این تجزیه، همه چیز را بدون هیچ گفت‌وگویی تمام می‌کند.)

اگر راه‌حل من را نگاه کنید، متوجه می‌شوید که در این حل، ریاضی بیش‌تری به کار برده شده است. ولی همین ریاضیات اضافی در اثبات‌ها است که باعث فراموشی آن‌ها می‌شود.

توجه: این مسأله برای $n = 100$ در کتاب **مسایل ریاضی آسان ولی**... ترجمهٔ شهریاری وجود دارد و همین راه‌حل فراموش نشدنی را برای حل آن، به کار برده است.

داستانی از اردیش در مورد اعداد ۱، ...، ۲n

اردیش تعریف می‌کند که بچهٔ یازده ساله‌ای به نام پوشا که بعدها ریاضی‌دان بزرگی شد، آن روزها در مدرسه نبوغ زیادی از خود نشان می‌داد. یک روز قرار شد این بچه با اردیش ناهار بخورد تا تشویق شود. اردیش می‌گوید سر میز غذا داشتم فکر می‌کردم که از او چه بپرسم. مسأله‌ای به یادم آمد که حل آن برای خودم نیم ساعت وقت گرفت. از او پرسیدم اگر بین ۱ و $2n$، تعداد $n+1$ عدد انتخاب کنیم، می‌توانی ثابت کنی که دو تا از آنها نسبت به هم اولند؟ پوشا بدون حتی یک ثانیهٔ مکث، گفت این که خیلی بدیهی است زیرا در بین این $n+1$ عدد، حتماً باید دو عدد متوالی باشد. اردیش می‌گفت نزدیک بود غذا در گلویم گیر کند!

باز هم اعداد بین ۱ و ۲n

سه ماه پیش یک دانشجوی مهندسی شیمی از دانشگاه نفت بنام امیر نیکو که علاقهٔ زیادی به ریاضی دارد و مرتب به دیدارم می‌آید، با خود این مسأله را که می‌گفت در یکی از کتاب‌های شهریاری دیده، ولی حل نداشته، مطرح کرد و خواستار حلی برای آن شد.

اگر دو دنبالهٔ دلخواه از اعداد صحیح مانند

$$b_1 < b_2 < \cdots < b_n \quad \text{و} \quad a_1 > a_2 > \cdots > a_n$$

بین اعداد $2n$ و ۱ بگیریم، آن‌گاه همواره

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i - b_i| = n^2$$

(توجه: یعنی جمع فوق، به دنباله‌ها بستگی ندارد.)

مجبور شدم مسأله را به منزل ببرم و پس از ساعت‌ها، حلی یافتم که در این جا همراه دارم. حلی است خیلی فراموش شدنی، ولی وقتی قرار شد برای سخنرانی به کرمان بیایم، با این انگیزه تصمیم گرفتم حلی فراموش نشدنی برای آن بیابم، که خوشبختانه یافتم و فقط راهنمایی می‌کنم که اگر دو دنباله، دنباله‌های $1 < 2 < \cdots < n$ و $2n > 2n-1 > \cdots > n+1$ باشند، مسأله بدیهی است. پس کافیست نشان دهیم که در مجموع داده شده، جملات منفی بین n و ۱ هستند.

پایان داستان اعداد بین ۱ و ۲n

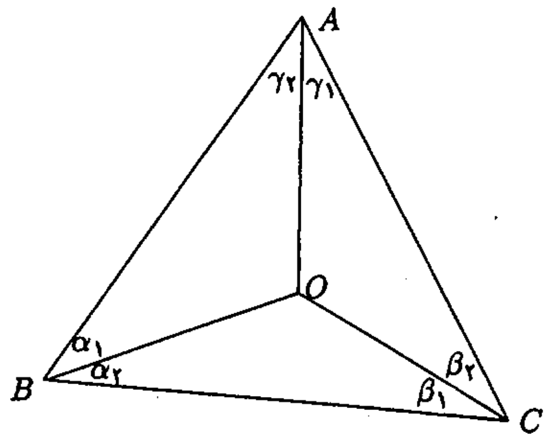
تعمیم جالب زیر از مسألهٔ اول وجود دارد که هرکس علاقه‌مند به نوشتن مقاله‌ای است، می‌تواند این موضوع را برای حلقه‌های اقلیدسی یا حلقه‌های دیگر مطالعه کند.

تعمیم. در بین اعداد ۱ و $2^m n$، اگر به تعداد $(2^m-1)n+1$ عدد انتخاب کنیم، آن‌گاه $m+1$ عدد $a_1, a_2, \cdots, a_{m+1}$ وجود دارد که $a_1|a_2|\cdots|a_{m+1}$.

کوتاه‌ترین اثبات در طول تاریخ المپیاد ریاضی

نزدیک به ده سال پیش در المپیاد جهانی ریاضی که در کشور سوئد برگزار شد، در میان شش مسألهٔ مسابقه، یک مسألهٔ هندسه از کشور فرانسه به شکل زیر بود.

مسأله. در مثلث حادة‌الزاویهٔ ABC، از نقطه‌ای دلخواه درون مثلث به رئوس آن وصل می‌کنیم (مطابق شکل زیر). نشان دهید از شش زاویهٔ به دست آمده، حداقل دوتای آن‌ها کم‌تر یا مساوی ۳۰ درجه است.

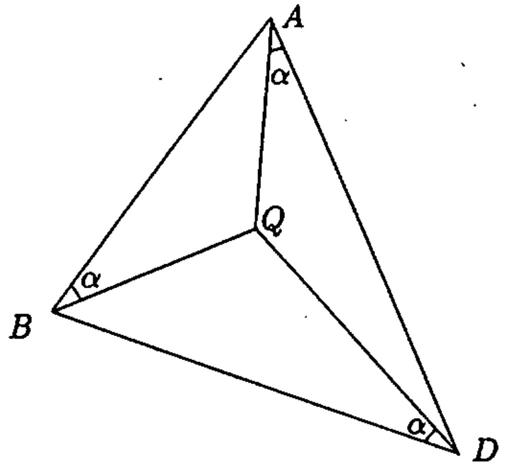


طراح مسأله، یک حل سه صفحه‌ای برای آن داده بود. قبل از مسابقه، خودم یک حل نسبتاً سادهٔ نیم صفحه‌ای دادم که سرپرست تیم اسپانیا، راه‌حل مرا در کتابی به نام من، چاپ کرد و آن را برایم فرستاد ولی متأسفانه به علت بی‌نظمی، نتوانستم کتاب را پیدا کنم تا از آن حل، برای شما یک نسخه بیاورم. چون حل من با توجه به حل نیم‌خطی زیر که از طرف یکی از دانش‌آموزان ایرانی به نام شهرام ارایه شد، باید فراموش شود، به حل فراموش نشدنی شهرام توجه کنید.

حل. از O به سه ضلع عمود می‌کنیم طبق قضیهٔ اردیش ـ مُردل، یکی از زوایای α_2 و β_2 و γ_2 کمتر یا مساوی ۳۰ درجه است. همین‌طور برای سه زاویهٔ دیگر.

خود من هم وقتی حل را دیدم، باورم نمی‌شد. چون خودم قبل از اعزام تیم به خارج، در یک اردوی آموزشی، قضیه اردیش ـ مُردل را به آن‌ها گفته بودم. ولی به فکرم نرسید که از آن، استفاده کنم.

در این جا، می‌خواهم به یک نکته اعتراف کنم که هم دست طراح مسأله و هم دست خودم را برای شما باز کنم. قضیهٔ معروفی وجود دارد که در هر مثلث، نقطه‌ای مانند Q وجود دارد که وقتی به سه رأس وصل شود، سه زاویهٔ مساوی (مطابق شکل) به وجود می‌آورد و $\alpha \le 30$. این نقطه را نقطهٔ بُرکارد گویند. هم طراح مسأله و هم من، از وجود چنین نقطه‌ای مطلع بودیم.



طراح، مسألهٔ خود را بر اساس نقطهٔ بُرکارد طرح کرده بود و من هم ایدهٔ اثبات خود را بر آن اساس ارایه دادم. (جالب است بدانید که بُرکارد، یک نظامی فرانسوی بوده که بین سال‌های ۱۹۲۲-۱۸۴۵ می‌زیسته و به ریاضی هم علاقه داشته است.)

داستان قضیهٔ اردیش ـ مُردل

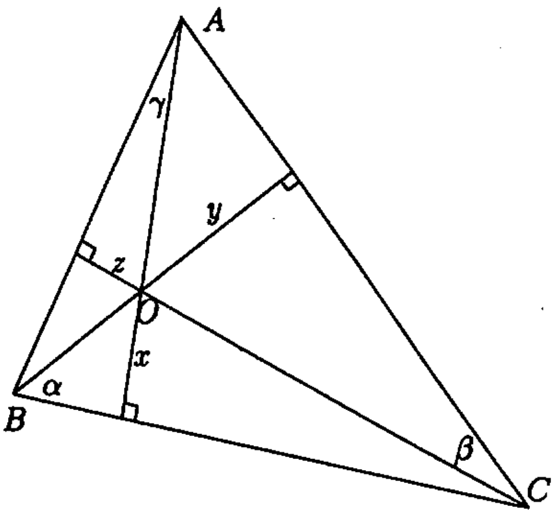
اردیش این قضیه را به صورت حدس در سال ۱۹۳۵ در مجله AMM مطرح کرد و برای دوسال، هیچ کس حتی خود او، حلی برای آن ارایه نکرد (باور کردنی نیست که در آن سال‌ها با وجود تعداد زیادی ریاضی‌دان بی‌نظیر، هیچ

کدام راه‌حلی ارایه نکردند). تا سال ۱۹۳۷ شخصی بنام مُردل که ریاضی‌دان برجستهٔ انگلیسی بود (همان کسی که حدسش در مورد متناهی بودن جواب‌های مسألهٔ فرما، شخصی به نام فالتگینز را به جایزهٔ فیلدز رساند)، آن را حل کرد و از آن به بعد به نام قضیهٔ اردیش ـ مُردل معروف شد (البته همان زمان شخص دیگری به نام بارو نیز، آن را حل کرد).

حال بهتر است قضیهٔ اردیش ـ مُردل را بیان کنیم.

قضیهٔ اردیش ـ مُردل. اگر O نقطهٔ دلخواهی درون مثلث ABC باشد و x,y,z طول‌های سه عمود وارد از O به اضلاع مثلث باشند، خواهیم داشت

$$OA + OB + OC \geq ۲(x + y + z)$$



در حقیقت، شهرام گفته است که اگر $\alpha, \beta, \gamma > ۳۰$ (در شکل بالا)، آن‌گاه نامساوی فوق برعکس می‌شود و تناقض به وجود می‌آید.

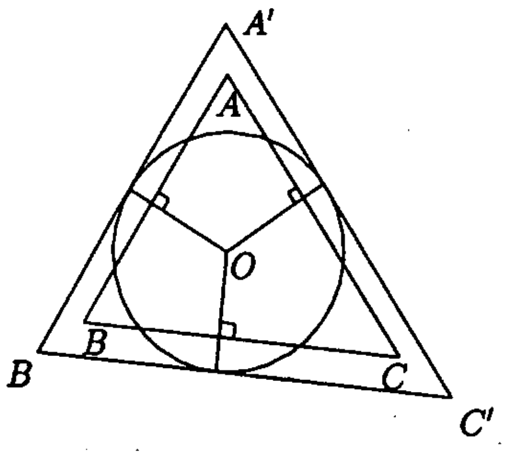
اثبات‌های متعددی از این قضیه وجود دارد. در کتاب **نامساوی‌های هندسی** تألیف کازارینف، ترجمهٔ بیژن‌زاده و هم‌چنین، در مقاله‌ای در AMM که ترجمهٔ آن در یکی از شماره‌های مجلّه رشد آموزش ریاضی توسط نصیری انجام شده است، می‌توانید چند اثبات آن را ببینید. هم‌چنین، در کتاب **بازآموزی و بازشناخت هندسه** تألیف کاکستر، تعمیمی از این مسأله وجود دارد که به جای عمودهای x,y,z، طول نیمسازهای زوایای BOC و COA و BOA را می‌توان قرار داد. نکته‌ای که می‌خواهم به آن اشاره کنم این است که، اگر مسایلی نظیر این مسأله به موقع در جامعهٔ ریاضی ما مطرح می‌شد، حتماً در میان دانش‌آموزان و دبیران ما کسانی بودند که قادر به حل آن‌ها باشند. من از این نوع مسایل به عنوان فرصت‌های از دست رفته یاد می‌کنم، چون تا چهل سال پیش هم، از این نوع مسایل بود. ولی امروزه کار ریاضی کاملاً شکلی دیگر پیدا کرده است. به هرحال خود اردیش گفته است که این نامساوی را از روی نامساوی معروف اویلر، $R > ۲r$ (R شعاع دایرهٔ محیطی و r شعاع دایرهٔ محاطی) ساخته است. اثبات‌های متعددی هم از این نامساوی وجود دارد. مثلاً قضیهٔ معروف اویلر که $d^۲ = R^۲ - ۲rR$ که در آن d فاصلهٔ مراکز دوایر محاطی و محیطی مثلث است، کار را تمام می‌کند.

این اثبات و اثبات شهرام، برای مسابقات ریاضی فراموش نشدنی هستند، ولی برای کلاس درس اثبات زیر را که بدون شک یکی از به یادماندنی‌ترین اثبات‌هاست، پیشنهاد می‌کنم. آن را با اثبات دوم این نامساوی در کتاب کازارینف مقایسه کنید.

اول. دایرهٔ محاطی را بهتر بشناسیم.

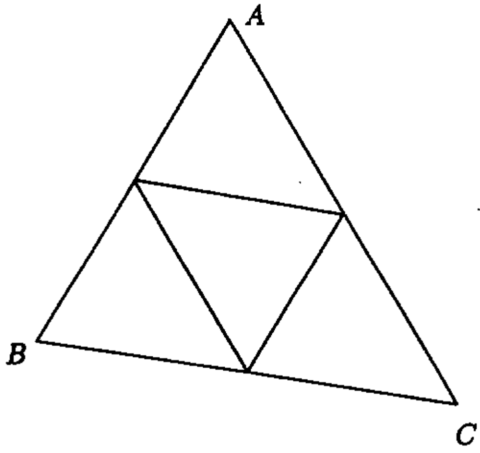
نکته. در بین دوایری که اضلاع یک مثلث را قطع می‌کنند، دایرهٔ محاطی کوچک‌ترین است.

اثبات. مثلث‌های $A'B'C'$ و ABC متشابه‌اند (مطابق شکل زیر) پس دایرهٔ محاطی مثلث $A'B'C'$ بزرگ‌تر است از دایرهٔ محاطی مثلث ABC.



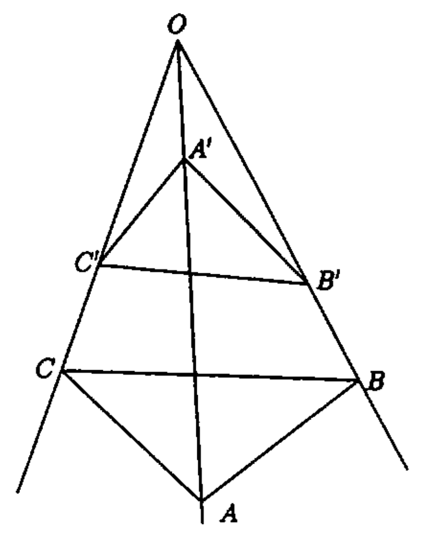
حال به اثبات نامساوی $R \geq ۲r$ می‌پردازیم.

دایره‌ای که از وسط های اضلاع مثلث بگذرد، دارای شعاعی برابر $R/2$ است؛ پس $R/2 \geq r$.



این اثبات خواب‌آور است و شما را به فضا می‌برد و برای چهاروجهی، نشان می‌دهد که $R \geq 3r$.

قضیهٔ ۵ (دزارگ). در شکل زیر، ثابت کنید محل برخورد AB و A'B'، AC و A'C'، BC و B'C' روی یک خط قرار دارند.



اثبات. اگر OABC یک چهاروجهی در فضا باشد، اثبات بدیهی است. پس کافی است شکل داده شده را تصویر یک چهاروجهی بگیریم (OBC را یک وجه بگیرید از A و A' به صفحه کاغذ عمود کنید و از O خط دلخواهی رسم کنید تا این دو عمود را قطع کند).

تفاوت اثبات معمولی قضیهٔ فوق که از قضیهٔ منلائوس استفاده می‌شود، با اثبات داده شده، مانند تفاوت فرستادن یک نامه به خارج از کشور از طریق پست زمینی با ارسال آن از طریق پست الکترونیکی (e-mail) است. فراموش نکنید روش اثبات بالا، همان روش مگس است که دوسال پیش در دانشگاه تهران (کنفرانس ریاضی) آن را عنوان کردم و بدیهی است که کارهای مگس، زمینی نیست.

نامساوی حسابی ـ هندسی

نامساوی

$$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{(a_1a_2\cdots a_n)}$$

که در آن، $a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_n \geq 0$ ، معروف‌ترین نامساوی ریاضی است و بیش‌تر نامساوی‌هایی که خصوصاً در آنالیز به کار می‌روند، نتیجهٔ این نامساوی هستند. بیش از پنجاه اثبات مختلف برای این نامساوی وجود دارد، ولی اثبات زیر بی‌نظیر است.

برای $n=2$ بدیهی است. فرض می‌کنیم به ازای $n-1$ ، درست باشد. قرار می‌دهیم

$$A=\frac{\sum_1^n a_i}{n}$$

پس $a_n \leq A \leq a_1$ ، یعنی $(A-a_n)(a_1-A) \geq 0$ و در نتیجه

$$a_1+a_n-A \geq \frac{a_1a_n}{A}$$

حال طبق فرض استقرا داریم

$$\frac{a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+(a_1+a_n-A)}{n-1} \geq \sqrt[n-1]{[(a_2a_3\cdots a_{n-1})(a_1+a_n-A)]}$$

اما سمت چپ برابر با A است، پس

$$A \ge \sqrt[n-1]{\left[a_2 a_3 \cdots a_{n-1}\frac{a_1 a_n}{A}\right]}$$

حال آن را به توان $n-1$ می‌رسانیم، یعنی $A^n \ge a_1 a_2 \cdots a_n$، که همان نامساوی موردنظر است.

از میان صدها کاربرد، آن یکی را ذکر می‌کنیم که به کار دانشجویان سال اول و دانش‌آموزان بیاید و خود، اثباتی فراموش نشدنی به حساب می‌آید.

کاربرد. قرار می‌دهیم $a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 1+1/n$ و $a_{n+1} = 1$. پس خواهیم داشت

$$\frac{n(1+1/n)+1}{n+1} > (1+1/n)^{\frac{n}{n+1}}$$

و در نتیجه

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} > (1+1/n)^n$$

و چون می‌دانیم $2 \le (1+1/n)^n < 3$، پس

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

قضیهٔ ویلسون. عدد طبیعی n اول است اگر و تنها اگر $n|(n-1)!+1$.

اثبات. یک طرف آن کاملاً بدیهی است. پس کافی است نشان دهیم که اگر $n=p$ اول باشد، آن گاه $p|(p-1)!+1$.

قرار می‌دهیم $f(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-p+1)$ و برای سهولت فرض کنیم به ازای $i = 1,2,\cdots p-1$، x_i ها ریشه‌های $f(x)$ باشند. قرار می‌دهیم

$$s_1 = \sum x_i \qquad \text{و} \qquad s_2 = \sum_{i\ne j} x_i x_j \qquad \text{و} \quad \ldots$$

و $s_{p-1} = (p-1)!$، آن گاه قضیهٔ ویلسون یعنی $p|s_{p-1}+1$.

حال اثبات را چنین ادامه می‌دهیم. قرار می‌دهیم

$$g(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-p+1) - x^{p-1} + 1$$

آشکار است که طبق قضیهٔ فرما روی میدان Z_p

$$g(1) = g(2) = g(3) = \cdots = g(p-1) = 0$$

امّا $g(x)$ از درجه $p-2$ است و $p-1$ ریشه دارد، یعنی $g(x) = 0$ یک اتّحاد است. پس تمام ضرایب آن بر p قابل قسمت هستند، اما جملهٔ ثابت آن یعنی $g(0) = (p-1)!+1$، قضیه ویلسون را می‌دهد. برای بقیهٔ ضرایب داریم

$$p|s_i \quad i = 1,2,\cdots,p-2 \qquad \text{و} \qquad p|(s_{p-1}+1)$$

توجه. اگر کسی مستقیماً ثابت کند $p|s_i,\ i = 1,2,\cdots,p-2$، آن گاه ثابت کرده است که قضیهٔ ویلسون و قضیهٔ فرما در واقع یک قضیه هستند.

اثبات چند قضیه در آنالیز

همان طور که می‌دانیم، پیشرفت نظریهٔ مجموعه‌ها و توپولوژی، در اصل برای آنالیز بود. اگرچه این پیشرفت در کارهای تحقیقی در آنالیز خیلی اثر گذاشته است، ولی در نتایج کتاب‌های آنالیز مقدماتی و اثبات‌های آن‌ها، اثر چندانی نگذاشته است. اکثر اثبات‌های کلاسیک در کتاب‌های آنالیز شبیه یکدیگر هستند.

مثلاً در هیچ کتاب آنالیز، گفته نشده است که اگر در قضیهٔ بولتسانو ـ وایرشتراس، مجموعه ناشمارا باشد، نیازی به کران‌دار بودن مجموعه هم نیست و خیلی چیزهای دیگر.

در این جا، با ارایهٔ یک نکتهٔ ساده نشان می‌دهیم که اثبات‌های چند قضیهٔ اساسی در آنالیز، همه از نکتهٔ اساسی زیر به دست می‌آید.

نکته. اگر $S = \{a_i\}_{i\in I}$ مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد حقیقی باشد، آن گاه یک دنبالهٔ یک‌نوا در S وجود دارد.

اثبات. یک مجموعهٔ نامتناهی شمارا مانند $\{a_n\}_{n\in N} \subseteq S$ را در نظر می‌گیریم. عدد a_n را خیلی بزرگ گوییم، هرگاه $a_n \ge a_m$ برای هر $m \ge n$. اگر تعداد

خیلی بزرگ‌ها نامتناهی باشد، آن‌گاه اگر a_{n_1} اولین عدد خیلی بزرگ بوده و a_{n_2} دومین عدد خیلی بزرگ و...، خواهیم داشت $a_{n_1} \geq a_{n_2} \geq \cdots$.

اگر تعداد خیلی بزرگ‌ها متناهی باشد، فرض می‌کنیم که a_k آخرین عدد خیلی بزرگ باشد، آن‌گاه یک دنبالهٔ

$$a_{k+1} \leq a_{r_1} \leq a_{r_2} \leq \cdots, \cdots$$

که در آن $k+1 \leq r_1 \leq r_2 \leq \cdots$ ، خواهیم داشت.

توجه. در کتاب‌های آنالیز، قبل از اثبات نتایج زیر، نشان می‌دهند که هر دنبالهٔ یک‌نوا و کران‌دار، همگرا است.

نتیجهٔ ۱. هر دنبالهٔ کران‌دار یک زیردنبالهٔ همگرا دارد.

اثبات. صد در صد بدیهی است.

نتیجهٔ ۲ (قضیه بولتسانو ـ وایرشتراس). هر مجموعهٔ نامتناهی و کران‌دار در R، دارای نقطهٔ حدّی است.

اثبات. صد در صد بدیهی است.

توجه. اگر مجموعه ناشمارا باشد، کران‌دار بودن هم لازم نیست.

نتیجهٔ ۳ (قضیهٔ هاینه ـ بورل). هر فاصلهٔ بسته در R فشرده است.

اثبات. فرض می‌کنیم که $[a,b] \subseteq \cup_{i=1}^{\infty} G_i$ که G_iها باز و هیچ اجتماع متناهی از G_iها فاصلهٔ $[a,b]$ را نمی‌پوشاند. پس فرض می‌کنیم که

$$x_1 \in [a,b], x_1 \notin G_1$$

$$x_2 \in [a,b], x_2 \notin G_1 \cup G_2$$

$$\vdots$$

$$x_n \in [a,b], x_n \notin G_1 \cup G_2 \cup \cdots \cup G_n$$

$$\vdots$$

یعنی دنباله $\{x_n\}$ دارای هیچ زیر دنبالهٔ همگرا نیست، که با نتیجهٔ ۱، در تناقض است (توجه: $x_m \notin G_n$ برای $m \geq n$).

نتیجهٔ ۴. اگر $f:[a,b] \to R$ پیوسته باشد، آن‌گاه پیوستهٔ یکنواخت است.

اثبات. اگر چنین نباشد، پس یک $\gamma \geq 0$ وجود دارد که به ازای هر n، $x_n, y_n \in [a,b]$ وجود دارد که

$$|f(x_n) - f(y_n)| \geq \gamma$$

و

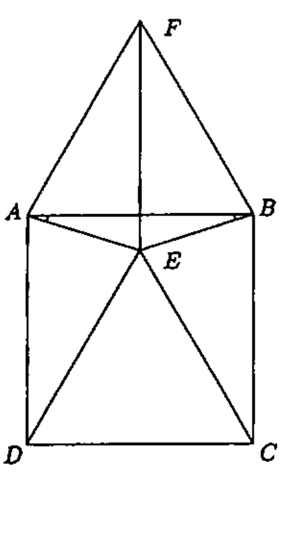
$$|x_n - y_n| < 1/n$$

حال طبق نتیجهٔ ۱، دو زیردنبالهٔ $\{x'_n\} \subseteq \{x_n\}$ و $\{y'_n\} \subseteq \{y_n\}$ همگرا وجود دارد. آشکارا باید $\lim x'_n = \lim y'_n = c \in [a,b]$. یعنی $f(x'_n) \to f(c)$ و $f(y'_n) \to f(c)$، پس $|f(x'_n) - f(y'_n)| \to 0$ که تناقض است.

با این که اثبات‌های زیادی در همهٔ زمینه‌ها وجود دارد که فراموش نشدنی هستند، ولی می‌خواهم دوباره در پایان، به یک نتیجهٔ دبیرستانی برگردم، خصوصاً که ارایه‌دهندهٔ اثبات فراموش نشدنی زیر، معلّمی است شدیداً علاقه‌مند به ریاضی در هفتگل، به نام کریمی که حدود ۱۷ یا ۱۸ سال پیش، زمانی که دانشجوی ریاضی اهواز بود، این اثبات را در کلاس درس به من گفت (به نظریهٔ اعداد و هندسه علاقهٔ ستودنی داشت و دانشجوی ممتازی بود.)

مطمئن هستم که همهٔ شما در سن بچگی (خودم در سن ۱۵ سالگی)، این مسأله را دیده‌اید.

در مربع ABCD از A و B زوایای ۱۵ درجه جدا می‌کنیم تا همدیگر را در E قطع کنند. ثابت کنید مثلث ECD متساوی‌الاضلاع است.



حل کلاسیک آن که در همهٔ منابع به آن اشاره شده است، این است که روی AB به بیرون، مثلث متساوی‌الاضلاع FAB را می‌سازیم. از تساوی دو مثلث EFB و EBC نتیجه می‌گیریم که $EC = EF = EB = BC$ و همین طور $ED = BC$ و اثبات تمام است.

حال به حل کریمی نگاه کنید.

مثلث متساوی‌الاضلاع EDC را روی DC می‌سازیم. بدیهی است که $B\hat{A}E = A\hat{B}E = ۱۵$ و اثبات تمام است. این اثبات را می‌توان اثبات بدون کلمه نامید.

دو یا سه سال پیش که المپیاد ریاضی در رومانی بود، روی یک مسألهٔ هندسه با شخصی که مسئول تصحیح مسألهٔ هندسه بود، در مورد امتیاز یکی از بچه‌های تیم ایران جرّ و بحث داشتم. دانش‌آموز ایرانی مسأله را کامل حل کرده بود و تمام جزییات کار را برای وقتی که نقطه‌ای مثلاً روی پاره‌خط AB قرار گرفته بود، نوشته بود و گفته بود اگر نقطه خارج AB هم بیفتد، عیناً همین اثبات را تکرار می‌کنیم و واقعاً هم تکرار اثبات برای نقطهٔ خارج از AB هم، کار می‌کرد. او اصرار داشت چون اثبات را کامل ننوشته باید یک امتیاز کم شود. بالاخره علی‌رغم میلم قبول کردم که اگر برای همهٔ کسانی که به این شکل عمل کرده‌اند یکسان رفتار شود، ما تسلیم شویم. روز بعد برای این که این موضوع را از دل ما درآورد، یک کتاب هندسه به من داد که همان سال نوشته شده بود (یعنی سال ۱۹۹۹). کتاب خوبی بود و تصادفاً همین مسألهٔ قبل را هم داشت و همین راه‌حل کریمی را هم در آن نوشته بود، ولی متأسفانه آن قدر این حل زیبا را پیچانده بود که تمامی زیبایی حل از بین رفته بود. وقتی به او گفتم که پانزده سال پیش یکی از شاگردان من هم این حل را داده است، خوشحال شد و گفت که اتفاقاً این حل را هم یکی از دانش‌آموزان او در ورقه امتحانی اش نوشته بوده است (بیچاره دانش‌آموزان، که به کارشان ارجاع نمی‌شود). علت این که این داستان را تعریف کردم این است که، چون موضوع سخنرانی اثبات و حل است، جرّ و بحثی که با این شخص در مورد حل آن مسأله داشتم مرا یاد بعضی از معلمان و استادهای سخت‌گیر انداخت که طرز فکر خطرناکی در ریاضی دارند. مثلاً آن معلمانی که یک تساوی را می‌نویسند و می‌خواهند که فقط با انجام عملیاتی مثلاً از سمت راست تساوی به سمت چپ تساوی برسند یا معلمان یا استادانی که یک «حدّ» بغرنج می‌دهند و می‌خواهند دانش‌آموزان یا دانشجویان، فقط از راه تعریف، این حد را بیابند. برای این دستهٔ آخر به خصوص چون هم در دانشگاه دیده می‌شوند و هم در دبیرستان، باید به این نکته اشاره کنم که زمانی که مثلاً مفهوم حد را تدریس می‌کنیم، همان اول کار، باید حدّهای ساده‌ای را به عنوان تمرین عنوان کنیم، چون هدف، یادگیری این مفهوم است. بعد، کم‌کم که قضایایی در این زمینه ارایه کردیم، تمرین‌هایی بدهیم که بتوانند با استفاده از این قضایا حل شوند. به این نکته باید توجه داشت که اکثر حدّهای بغرنجی که داده می‌شود و خواسته می‌شود که آن را از طریق تعریف به دست آورند، بیشتر به شکل ضرب دو تابع یا توان یک عبارت هستند و در حقیقت، با قضایایی که در این زمینه وجود دارد، به سادگی قابل حل هستند. ولی معلم یا استاد موردنظر، اصرار غیر منطقی دارند که از این قضایا استفاده نشود. بدتر از این‌ها، روزی یک دانش‌آموز یا شاید هم یک دانشجو به من مراجعه کرد و حدّی را از من سؤال کرد. به او گفتم که طبق قضیهٔ کتابتان، این حدّ برابر است با مجموع این دو حدّ. گفت نه، معلممان گفته که فقط از تعریف بروید. گفتم خوب بگذارید یک راه کلی برای این گونه مسایل به شما بدهم. هر گاه از تو خواستند که حدّی را با تعریف به دست آوری، اوّل سعی کن قضیهٔ مربوطه را پیدا کنی و سپس اثبات قضیه را که به طور کلی است، برای حل آن مسأله که دو تابع خاص هستند، عیناً تکرار کن. چند روز بعد برگشت و گفت، معلّم گفته باید یک راه دیگر غیر از روش اثبات قضیه مربوطه ارایه دهی!

به نظر من، چنین معلمی را باید محاکمه کرد. چون اصلاً هدف اصلی ریاضیات، وجود قضایا و دیگر چیزها را متوجه نشده است.

■

روایت معلمان

به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می آورد تا به‌تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به‌عمل دَر می آیند و مجدداً عمل به‌نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به‌اهمیّت تجربه‌ای خود واقف شوند و باپویایی به‌غنی‌تر کردن آنها بپردازند.

از آن‌جا که بخشی از این شمارهٔ مجله را به پرویز شهریاری اختصاص داده‌ایم، بی‌مناسبت نیست که روایت معلمان را نیز از زبان او داشته باشیم. روایت زیر عیناً از کتاب «شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید»، که توسط انتشارات مدرسه به‌چاپ رسیده، انتخاب شده است.

از دانش‌آموز خوبی که در سال سوم دبیرستان، رشتهٔ ریاضی فیزیک تحصیل می کرد، خواستم روی تختهٔ سیاه بنویسد: $a^2 - b^2$. بعد از او پرسیدم: «این چیه؟ در جبر، به $a^2 - b^2$ چه می گویند؟» و دانش‌آموز پاسخ داد: «این، یک **اتحاد مزدوج** است.» کلاس اعتراضی نکرد، من هم مخالفت نکردم. به او گفتم: «بسیار خوب، ولی اوّل **اتّحاد** را تعریف کن. اتحاد یعنی چه؟»

بعد از گفت‌وشنود کم و بیش طولانی با کلاس، به این نتیجه رسیدیم که: **اتحاد، نوعی برابری است.** پرسیدم: «چه نوع برابری؟» و باز هم، بعد از اظهارنظرهای متفاوت، با چند تعریف که کم و بیش هم‌ارز یکدیگر بودند، با هم توافق کردیم:

ـ در اتحاد، در دو طرف برابری، یک عبارت، ولی به دو صورت مختلف نوشته شده است.

ـ اتحاد یک برابری است که به کمک تبدیل‌ها و عمل‌های مجاز، بتوان یکی از دو طرف را، به طرف دیگر منجر کرد.

ـ اتحاد به چنان برابری گویند که با انجام عمل‌های مجاز، بتوان از آن به یک برابری واضح، مثل $x = x$ رسید.

ـ برابری اتحادی، باید به ازای هر مقدار دلخواه مجهول یا مجهول‌ها، برقرار باشد.

پرسیدم: «چند اتحاد جبری داریم؟» یکی گفت ۱۲ تا، دیگری گفت ۱۳ تا، ... پرسیدم: «$2x - x = x$ ، چه نوع برابری است؟ آیا اتحاد است؟» این‌جا بود که همه به اشتباه خود پی بردند: «آقا! بی‌نهایت اتحاد جبری وجود دارد.»

ـ بسیار خوب، حالا به من بگویید، آیا برابری $\frac{x^2-1}{x-1} = x+1$ ، یک اتحاد است؟

ـ بله!

ـ ولی قرار شد، اتحاد به ازای مقدارهای مجهول برقرار باشد. آیا می‌توان در دو طرف این برابری $x = 1$ قرار داد؟

ـ نه! مخرج نمی‌تواند برابر صفر باشد؛ به جای x نمی‌توان عدد ۱ را قرار داد.

بنابراین، باید در تعریف‌های خود تجدیدنظر کنیم؛ آن‌ها به دقت بیش‌تری نیاز دارند. عبارت $\frac{x^2-1}{x-1}$ ، تنها با شرط $x \neq 1$ ، با عبارت $x+1$ متحد است. سرانجام، روشن شد که در تعریف اتحاد باید شرط «برای مقدارهای قابل قبول مجهول یا مجهول‌ها» ذکر شود. به زبان دیگر، در یک اتحاد، باید عبارت‌هایی که در دو طرف برابری قرار دارند، حوزهٔ تعریف یا دامنهٔ مشترکی داشته باشند.

پرسیدم: «سرانجام، تکلیف ما با برابری $\frac{x^2-1}{x-1} = x+1$ چیست؟ اتحاد است یا یک برابری از نوع دیگری؟»

و بعد از گفت‌وگوها و ذکر مثال‌ها، به این نتیجه رسیدیم که این، یک اتحاد مشروط است:

$\frac{x^2-1}{x-1} = x+1$ ، با شرط $x \neq 1$ ، یک اتحاد است.

هم‌چنین روشن شد که مثلاً، می‌توان گفت: برابری $x^3+y^3+z^3 = 3xyz$ ، با شرط $x+y+z=0$ ، یک اتحاد است. می‌دانید چرا؟... اگر سمت چپ برابری را، به ازای $z=-(x+y)$ محاسبه کنیم، به دست می‌آید

$$x^3+y^3+z^3 = x^3+y^3-(x+y)^3 = x^3+y^3 -$$
$$(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3) = -3x^2y-3xy^2 =$$
$$-3xy(x+y) = -3xy(-z) = 3xyz$$

سمت چپ برابری، با توجه به شرط $x+y+z=0$ ، با انجام عمل‌های مجاز، به سمت راست برابری تبدیل شد.

گفتیم: بحث اتحاد اندکی طولانی شد، به مطلب خود برگردیم. دوباره پرسش اوّل خود را، به صورت دیگری تکرار می‌کنم:

ـ آیا $a^2 - b^2$ یک برابری است؟

ـ نه.

ـ پس، اتحاد هم نمی‌تواند باشد. کمترین شرطی که باید یک «اتحاد» داشته باشد، وجود یک برابری است: «اتحاد نوعی برابری است که...» $a^2 - b^2$ اتحاد نیست.

به واژهٔ «مزدوج» بپردازیم. در ریاضیات، و به خصوص در جبر، در کجا از واژهٔ «مزدوج» استفاده می‌کنیم؟ «مزدوج» یعنی چه؟

سرانجام معلوم شد، برای استفاده از واژهٔ «مزدوج» باید با دو عبارت دوجمله‌ای سروکار داشته باشیم: دو عبارت دوجمله‌ای را وقتی مزدوج هم می‌گویند که در آن‌ها، یکی از جمله‌ها برابر و جمله‌های دوم قرینهٔ یکدیگر باشند، مثلاً $a+b$ و $a-b$ مزدوج یکدیگرند.

ـ $x+y$ چند مزدوج دارد؟

ـ دوتا! $x - y$ و $-x + y$.

ـ $x + y + z$ چند مزدوج دارد؟

ـ آقا، این سه جمله‌ای است نه دوجمله‌ای!

و دانش‌آموزی دیگر:

ـ می‌توان $(x + y)$ را، یک جمله به حساب آورد.

ـ فقط $(x + y)$ را؟

ـ نه! $(x + z)$ یا $(y + z)$ را هم می‌توان به عنوان یک جمله در نظر گرفت.

ـ اکنون فکر می‌کنید، $x + y + z$ چند مزدوج دارد؟

ـ شش تا:

$$\begin{array}{ll} (x+y)-z, & -(x+y)+z, \\ (x+z)-y, & -(x+z)+y, \\ x-(y+z), & -x+(y+z), \end{array}$$

ـ بسیار خوب، دوباره به $a^2 - b^2$ برگردیم. آیا در این‌جا با دو عبارت سروکار داریم؟

ـ نه!

ـ ولی شرط اصلی استفاده از واژهٔ مزدوج این است دو عبارت داشته باشیم

$$a + b \text{ و } a - b \text{ یا } x + y + z \text{ و } x + y - z$$

به این ترتیب، برای $a^2 - b^2$، که یک عبارت است و نه دو عبارت، نمی‌توان از واژهٔ مزدوج استفاده کرد.

به دانش‌آموزی که کنار تختهٔ سیاه ایستاده بود، با لحنی شماتت‌بار گفتم:

ـ شما، برای معرفی $a^2 - b^2$، از دو واژه استفاده کردید: «اتحاد» و «مزدوج». ولی $a^2 - b^2$ نه اتحاد است و نه مزدوج. پس چیست؟ و توضیح دادم:

ـ چرا به چشم‌های خود اعتماد نمی‌کنید؟ هرچه می‌بینید، همان را به زبان بیاورید.

ـ آقا، این یک عبارت جبری است.

ـ درست است. ولی «عبارت جبری» خیلی کلی و مبهم است. تلاش کنید، بیش‌تر و بهتر آن را معرفی کنید.

ـ این، یک دو جمله‌ای جبری است.

ـ چه نوع دو جمله‌ای؟

ـ تفاضل دو مجذور کامل.

ـ بله، کاملاً درست است. $a^2 - b^2$، نه اتحاد است و نه مزدوج؛ تفاضل دو مجذور کامل است و اگر بخواهیم، ویژگی‌های بیش‌تری از آن را بیان کنیم، می‌توانیم بگوییم: $a^2 - b^2$، یک دو جمله‌ای و به صورت تفاضل دو مجذور کامل است و بنابراین، می‌توان آن را به ضرب دو عبارت مزدوج هم، تجزیه کرد

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \qquad (1)$$

و برابری (1)، یک اتحاد است. حالا دیگر، رابطهٔ $a^2 - b^2$ با واژه‌های «اتحاد» و «مزدوج» روشن شد.

* * *

می بینید، حتی در ساده‌ترین موضوع‌ها، اگر معنا و تعریف درست واژه‌ها را ندانیم، ممکن است دچار چه گمراهی‌هایی بشویم!

شما معمولاً، ضمن عمل‌هایی که انجام می‌دهید، اغلب از این جمله‌ها استفاده می‌کنید: «معلوم و مجهول می‌کنیم»؛ «طرفین وسطین می‌کنیم»؛ «دور در دور؛ نزدیک در نزدیک»؛ ... این جمله‌ها، به خودی خود، هیچ معنایی ندارند؛ آن‌ها را روی کاغذ بنویسید و به کسی نشان دهید که با زبان فارسی آشناست، ولی ریاضیات نمی‌داند. بدون تردید، به شما خواهد گفت: «این جمله‌ها بی‌معنی‌اند؛ «طرفین وسطین می‌کنیم»، هیچ معنای روشنی ندارد. اصلاً «طرفین» یا «وسطین» یعنی چه؟

سفارش من این است: هرگز از این گونه جمله‌ها استفاده نکنید. سعی کنید، معنای ریاضی عملی را که انجام می‌دهید، برای خودتان روشن کنید و بعد، چیزی را بر زبان بیاورید که معرف آن عمل ریاضی باشد. شما، عمل را درست انجام می‌دهید، ولی معنای آن را نمی‌دانید، یعنی نمی‌دانید از کدام عمل ریاضی، به چه دلیل و با چه شرطی

استفاده می‌کنید.

عمل «طرفین وسطین کردن» را بشکافیم.

اگر a و b، دوعدد و در ضمن، b مخالف صفر باشد، $\frac{a}{b}$ را نسبت هندسی دو عدد a و b گویند. اکنون اگر دو نسبت هندسی برابر داشته باشیم

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \qquad (۲)$$

با یک تناسب هندسی سروکار داریم. برابری (۲)، با شرط $b\neq 0$ و $d\neq 0$، یک تناسب هندسی است که می‌توان آن را، این طور هم نوشت

$$a:b = c:d \qquad (۲)'$$

وقتی تناسب هندسی را به صورت (۲)' بنویسیم، عددهای a و d در دو طرف و عددهای b و c در وسط قرار می‌گیرند؛ به همین جهت a و d را «طرفین» و b و c را «وسطین» گویند. اگر دو طرف برابری (۲) یا (۲)' را در عدد bd ضرب کنیم، به برابری $ad = bc$ می‌رسیم؛ یعنی در هر تناسب هندسی، حاصل ضرب دو عدد «طرفین»، برابر است با حاصل ضرب دو عدد «وسطین». این، یک ویژگی تناسب هندسی است و وقتی می‌گوییم «طرفین وسطین می‌کنیم»، از این ویژگی استفاده می‌کنیم.

بنابراین، اگر هم می‌خواهیم از همین جمله استفاده کنیم، دست کم به این صورت بیان کنیم:

«حاصل ضرب طرفین را برابر حاصل ضرب وسطین قرار می‌دهیم.»

خلاصه‌نویسی و خلاصه‌گویی، کار درستی است، ولی نباید به قیمت از دست رفتن معنای جمله تمام شود. می‌گویند «وقت ارزش دارد» یا «وقت طلاست» ولی اگر شما وظیفهٔ تهیهٔ کالایی را به عهده دارید، حق ندارید به بهانهٔ «صرفه‌جویی در وقت» کالای ناقص یا معیوبی تهیه کنید.

با همهٔ این‌ها، بهترین روش این است که اصلاً از واژه‌های «طرفین» و «وسطین» استفاده نکنید و همان عمل

ریاضی را که انجام می‌دهید، بیان کنید و بگویید: در برابری (۲)، می‌دانیم b و d مخالفت صفرند؛ بنابراین می‌توانیم دو طرف برابری را در bd ضرب کنیم.

زمانی در راهرو یکی از دبیرستان‌ها، به دختر دانش‌آموزی برخوردم که چیزی را، به زبانی کاملاً ناآشنا، تکرار می‌کرد. جلو رفتم و پرسیدم. چه می‌خوانی! گفت: «فرمول‌های مثلثات را حفظ می‌کنم» خواهش کردم، یک‌بار دیگر تکرار کند و او گفت:

ـ وقتی سینوس باشد، می‌شود «سَن کُو سَن کُو» و وقتی کسینوس باشد می‌شود «کُو کُو سَن سَن».

پرسیدم: یعنی چه؟ این چه زبانی است؟ چینی یا ژاپنی؟

ـ نه آقا، به این فرمول‌ها نگاه کنید:

$$\sin(a\pm b)=\sin a\cos b\pm\cos a\sin b,$$
$$\cos(a\pm b)=\cos a\cos b\mp\sin a\sin b$$

وقتی با سینوس مجموع یا تفاضل دو کمان سروکار داشته باشیم، حاصل آن از دو جمله تشکیل شده است که هر کدام حاصل ضرب یک سینوس در یک کسینوس است، یعنی «sin – co» (سَن کُو)، یعنی برای سینوس داریم «سَن کُو سَن کُو» و هم‌چنین برای کسینوس.

از این نوع یادگیری ریاضیات، چیزی عاید شما نمی‌شود. ریاضیات «سن کو سن کو ـ کو کو سن سن»، تنها به درد شوخی و طنز روی صحنه و برای خنداندن شنونده می‌خورد.

سال‌ها قبل، وقتی که دورهٔ دبستان شش سال و دورهٔ دبیرستان هم شش سال بود، در یکی از دبیرستان‌ها، در ساعت فراغت خود، به کلاس دوم دبیرستان (که در آن ساعت، معلم نداشت) رفتم. هندسه داشتند. پرسیدم: «کسی می‌تواند دایره را تعریف کند.»

همهٔ دانش‌آموزان دست خود را بلند کردند. یکی از آن‌ها را انتخاب کردم و او آغاز کرد:

«دایره، منحنی مسدودی است که همهٔ نقطه‌های آن از نقطه‌ای به نام مرکز، به یک فاصله باشند.»

به سرعت برق و باد حرف می‌زد و واژه‌ها همچون تگرگ از زبان او بیرون می‌ریخت و مغز شنونده را بمباران می‌کرد.

گفتم: پسرم، من باید بتوانم سخن تو را در مغز خودم حلاجی کنم. مغز من قدرت جذب این همه سرعت و شتاب را ندارد. شمرده‌تر و آرام‌تر تکرار کن.

مثل نواری که حرکت آن را کند کرده باشند، تکرار کرد:

«دایره... منحنی... مسدودی...»

او را نگه داشتم:

ـ می‌گویی «منحنی مسدود»؛ یعنی چه؟

نوار به دور افتاد. دانش‌آموز مرتب تکرار می‌کرد:

«منحنی مسدودی است که... منحنی مسدودی است که...»

پرسیدم «مسدود» یعنی چه؟ معنای واژهٔ «مسدود» را می‌خواهم. معلوم شد معنای این واژه را نمی‌داند. از دیگران پرسیدم و سرانجام، یکی گفت: «مسدود، یعنی بسته.»

از همان دانش‌آموزی که معنای «مسدود» را گفته بود، خواستم پای تخته بیاید و یک منحنی یا یک شکل رسم کند که مسدود باشد، ولی دایره نباشد، و او درماند. مگر می‌شود چیز دیگری، غیر از دایره، مسدود باشد؟ او حفظ کرده بود: «دایره، منحنی مسدودی است...»، اگرچه هر شکلی که او رسم می‌کرد، به همه‌چیز شباهت داشت به جز دایره.

... در ریاضیات (و نه تنها در ریاضیات)، کمتر حفظ کنید و بیش‌تر بفهمید... اغلب، چیزهایی می‌گوییم و از واژه‌هایی استفاده می‌کنیم که معنای درست، و به خصوص، معنای ریاضی آن‌ها را نمی‌دانیم و این، سرچشمهٔ اصلی ناکامی‌ها در درس‌های ریاضی است.

بسیار دیده شده است که جوانی یا حتی نوجوان یا کودکی، غزلی از حافظ را از حفظ می‌خواند، ولی حتی یک بیت آن را نمی‌تواند معنی کند. این، نوعی تحمیل به حافظه است و به‌خصوص، موجب تضعیف نیروی استدلالی فرد می‌شود، به نحوی که به تدریج به جای «اندیشیدن و انتخاب کردن»، به «پذیرفتن» عادت می‌کند... تأکید می‌کنم: تنها وقتی جمله‌ای را بر زبان بیاورید که معنای آن و معنای تک‌تک واژه‌های آن را بدانید.

این کمبودها را چگونه جبران کنیم؟

در هر کلاسی که هستید، حتی اگر گمان می‌کنید فهم موضوع‌های ریاضی برای شما دشوار است، از همین امروز تصمیم بگیرید، یک «واژه‌نامهٔ ریاضی» برای خودتان درست کنید.

وقتی سر کلاس به درس معلم گوش می‌دهید، وقتی مسأله‌ای را حل می‌کنید یا یک کتاب ریاضی را می‌خوانید، به واژه‌هایی که معنای ریاضی دارند، توجه کنید و همهٔ آن‌ها را روی ورق کاغذی بنویسید: «ضریب»، «جمله»، «معادله»، «دایره»، «چندضلعی منتظم»، «مخروط ناقص»، «کسر»، «نابرابری» و...

بعد در منزل، سعی کنید، دربارهٔ معنای ریاضی آن‌ها بیندیشید؛ به کتاب مراجعه کنید، از دوستان و یا دبیران خود بپرسید، جست‌وجو کنید تا معنا و تعریف درست هر واژه را پیدا کنید. اگر لازم است چند مثال مربوط به آن را بیابید، چند مسألهٔ مربوط به آن را حل کنید و بعد، در دفتر «واژه‌نامهٔ ریاضی» خود بنویسید. برای هر واژه، چند صفحه اختصاص بدهید تا اگر بعدها، باز هم مطلبی دربارهٔ آن داشتید و یا به نظرتان رسید که باید مطلب قبلی را اصلاح کنید، جا داشته باشید، به عنوان نمونه:

معادله، یعنی یک برابری که...

آن وقت چند مثال بیاورید، مثال‌ها را حل کنید، راه شناسایی معادله را توضیح دهید؛ چند نوع معادله می‌شناسید؟ و چگونه باید آن‌ها را حل کرد؟ چه

گمراهی‌هایی در حل معادله وجود دارد؟...

به یاد داشته باشید، هر «اصطلاحی» معنای خاصی دارد و ممکن است این معنا، در دانش‌های مختلف، متفاوت باشد: «آنالیز ریاضی»، غیر از «آنالیز شیمی» است. «عدد گنگ» مفهومی غیر از «آدم گنگ» دارد. در ریاضیات «اول» با «نخست» فرق دارد و به «عدد اول» نمی‌توان گفت «عدد نخست» یا به جای «عدد گویا» نمی‌توان «عدد زبان‌دار» به کار برد.

شما در ریاضیات، با «تصاعد نزولی» سروکار دارید. معنای واژه‌ای آن، چیزی به شما نمی‌دهد: «تصاعد» حکایت از «صعودی بودن» می‌کند و با «نزولی» سازگار نیست، مثل این که کسی بگوید «مرتفعِ عمیق» یا «ستم‌کارِ عادل». پس، اصطلاح «تصاعد نزولی»، معنای ریاضی دارد، غیر از آن‌چه از ظاهر واژه‌ها به دست می‌آید. همهٔ «اصطلاح‌ها» کم و بیش چنین اند: وقتی می‌گویید «فرودگاه»، در واقع از یک اصطلاح استفاده کرده‌اید؛ فرودگاه، تنها محل فرود آمدن هواپیما نیست؛ در فرودگاه، پرواز و بلند شدن هواپیما هم اتفاق می‌افتد. در این‌جا، قصد شما از واژهٔ «فرودگاه»، مشخص کردن محلی است که همگان معنای آن را می‌دانند. در ریاضیات هم باید معنای هر اصطلاحی، برای کسی که با ریاضیات کار می‌کند، معلوم باشد. در غیر این صورت، نمی‌توان بر ریاضیات مسلط شد. اصطلاح‌های ریاضی، «الفبای» زبان ریاضیات اند و بدون آشنایی کامل با الفبا، نمی‌توان از «زبان» سر درآورد.

«واژه‌نامهٔ ریاضی» شما، باید هر روز غنی و غنی‌تر شود و اگر به ریاضیات علاقه‌مندید، بعد از پایان تحصیل هم ادامه پیدا کند. نه تنها هر روز باید واژه یا واژه‌های تازه‌ای به آن اضافه شود، بلکه باید دایم در واژه‌های قبلی هم تجدیدنظر کرد و اگر بی‌دقتی و کمبودی در آن‌ها وجود دارد و یا اگر مطلب تازه‌ای دربارهٔ آن‌ها پیدا کرده‌اید، به اصلاح و تکمیل آن‌ها بپردازید.

اندکی بعد، نمونهٔ کوچکی از این «واژه‌نامه» را می‌آوریم،[1] ولی حتی دربارهٔ این نمونه هم، کار را تمام شده نپندارید، دربارهٔ تعریف‌ها و مثال‌های آن بیندیشید، شاید در آن‌ها ابهام‌ها یا کمبودهایی وجود داشته باشد. هرکسی که اهل دانش باشد، در همان حال که به نوشته‌ها و کارهای دیگران ارج می‌گذارد، نباید دربست به آن‌ها تسلیم شود؛ اگر تسلیم به کارهای علمی گذشتگان کار درستی بود، دانش در یک جا متوقف می‌شد و پیش نمی‌رفت. به این سخن **رنه دکارت**، ریاضی‌دان و فیلسوف فرانسوی توجه کنید:

«وقتی روی موضوعی بررسی می‌کنیم، نباید چیزی را جست‌وجو کنیم که دیگران فکر می‌کنند یا خودمان تصور می‌کنیم، بلکه باید در جست‌وجوی چیزی باشیم که یا آشکارا و به روشنی دیده می‌شود و یا با استدلال قیاسی قابل اثبات است، زیرا دانش به صورت دیگری به دست نمی‌آید.»

و یا حتی روشن‌تر از آن، این سخن **بودا**:

«ما نباید گفته‌ای را به صرف این که دیگران گفته‌اند، باور کنیم؛ نباید اخبار دیگران را، به صرف این که از قدیم به ما رسیده‌اند، باور کنیم؛ نباید بدون فکر به گفته و نوشتهٔ دانشمندان و خردمندان، تنها چون گفته و نوشتهٔ دانشمندان و خردمندان است، تسلیم شویم...؛ نباید به ملاحظهٔ شباهت و قیاس، چیزی را بپذیریم؛ نباید کلام استاد را، تنها چون کلام استاد است قبول کنیم. ما باید، با تکیه به عقل و فهم و ادراک خود، چیزی را بپذیریم که درستی آن برایمان روشن و آشکار است، خواه کلام باشد، خواه نوشته یا هر چیز دیگری.»

می‌دانید چرا؟ به این خاطر که به قول **رژه گودمان**، استاد دانشکدهٔ علوم دانشگاه پاریس:

«نخستین وظیفهٔ ریاضی‌دان، ساختن و تحویل دادن چیزی است که شاید امروز، کمتر کسی طالب آن باشد، یعنی «انسان». انسانی که می‌اندیشد، انسانی که می‌تواند درست را از نادرست تشخیص دهد، انسانی که برایش شناخت و انتشار حقیقت، بر خیلی چیزها و مثلاً بر یک تلویزیون دوبُعدی برتری دارد، انسانی آزاد نه آدم‌واره‌ای آهنی.»

زیرنویس

۱. منظور، در فصل‌های بعدیِ کتابی است که این مطلب از آن انتخاب شده است.

■

بازی‌های منصفانه
و نقش آن‌ها در آموزش ریاضی

سید عباداله محمودیان
دانشگاه صنعتی شریف

این سخنرانی، در همایش آموزش ریاضی که به مناسبت اعطای دکترای افتخاری ریاضی به استاد پرویز شهریاری در دانشگاه شهید باهنر کرمان در ۱۷ و ۱۸ اردی‌بهشت ۱۳۸۱ برگزار شد، ایراد گردید.

چکیده

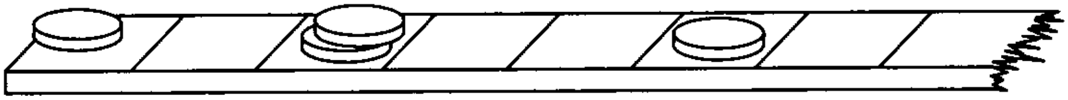
بازی‌ها و سرگرمی‌های طراحی شده، از دیرباز برای ایجاد انگیزه در آموزش به کار رفته‌اند. بیش‌تر این بازی‌ها برای تمرین فکری در کودکان طراحی شده‌اند ولی بازی‌های منصفانه یا بازی‌های ترکیبیاتی، مبحثی است که علاوه بر ایجاد انگیزه و تفکر در پایه‌های مختلف سنی، هم‌اکنون به صورت یک نظریهٔ بسیار جدی درآمده و با مسایلی که در این مبحث مطرح است، چه آن‌هایی که حل شده و چه آن‌هایی که هنوز حل نشده باقی مانده‌اند، بسیار انگیزه‌بخش هستند.

بازی‌های ترکیبیاتی شامل بازی‌های دو نفری‌اند که در آن‌ها، حرکت شانسی و امکان بلوف زدن وجود ندارد. هم‌چنین، این بازی‌ها در زمان متناهی پایان می‌یابند و یکی از دو بازیکن براساس قوانین بازی، برنده خواهد بود. پس از بیان هر بازی، شخص می‌تواند به یک مدل ریاضی برای حل آن فکر کند و اغلب، سعی در یافتن یک راه‌حل، باعث فهم بیش‌تر و گسترش بیش‌تر آن مدل ریاضی می‌شود. ارتباط این مبحث با زمینه‌های مختلف ریاضی قابل تعمق و جالب است. ما به جنبه‌های مختلف این زمینه‌ها خواهیم پرداخت.

در این سخنرانی، به معرفی کوتاه مبحث **بازی‌های ترکیبیاتی** می‌پردازیم، **ریچاردگای** که خود از متخصصین این رشته است و در گسترش آن سهم عمده‌ای داشته، کتابی مقدماتی و کوتاه در این‌باره نوشته است که هم‌اکنون به عنوان «بازی منصفانه» به فارسی ترجمه شده است [۱]. در این نوشته از آن کتاب استفاده فراوان خواهیم کرد. در حقیقت، این نوشته معرفی آن کتاب است و خوانندهٔ علاقه‌مند را به مطالعهٔ آن تشویق می‌کند.

نیمبل

در این جا، بازی ساده‌ای را به نام «نیمبل» معرفی می‌کنیم که در آن، می‌توانید دوستانتان را شکست بدهید (دست کم تا وقتی که آن‌ها نیز راز و رمز بازی را یاد بگیرند).



شکل ۱ . یک بازی نیمبل

چند سکه یا مهره را روی نواری که خانه‌بندی شده است قرار دهید .

به نوبت ، در هر حرکت فقط یک سکه را به سمت چپ حرکت دهید .

محدودیت دیگری وجود ندارد .

می‌توانید سکهٔ خود را روی سکهٔ دیگری قرار دهید یا از روی سکهٔ دیگری بپرید ، حتی اگر با این پرش ، سکه از نوار بیرون برود .

در هر خانه ، می‌توانید هر تعداد سکه که بخواهید بگذارید .

در این بازی و همهٔ بازی‌های دیگر ، برنده بازیکنی است که آخرین حرکت را انجام می‌دهد .

آخرین بازیکن برنده است .
اگر نتوانید حرکت کنید ،
می‌بازید!

البته ، آخرین بازیکن باید وجود داشته باشد! همهٔ بازی‌های ما ، در شرط زیر صدق می‌کنند :

شرط پایان‌پذیری

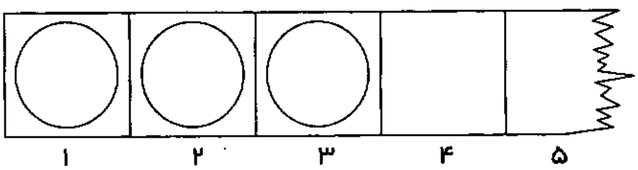
دنباله‌ای نامتناهی از حرکت‌ها وجود ندارد .

برای این که بفهمید در بازی **نیمبل** چه می‌گذرد ، خانه‌ها را از چپ به راست شماره‌گذاری کنید .

سکهٔ خانهٔ ۶ را بردارید و آن را روی سکهٔ خانهٔ ۱ بگذارید .

در این صورت می‌توانید هر حرکتی را که رقیبتان انجام می‌دهد ، تقلید کنید و مطمئن باشید که بازیکن آخر خواهید بود . این کار را **اصل مشابه‌سازی** می‌نامیم .

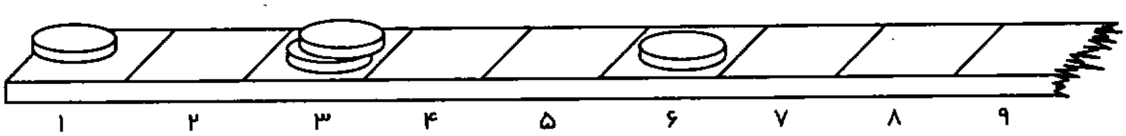
البته ، این مطلب را قبلاً هم می‌دانستید و راز بزرگی نیست . رقیبتان به زودی دستتان را می‌خواند . موقعیت‌های زیادی هم هست که اصل مشابه‌سازی ، هیچ کمکی به پیروزی شما نمی‌کند . به موقعیت ساده‌ای در شکل ۳ با سه سکه توجه کنید که در آن ، هر سکه در یکی از سه خانهٔ اول قرار گرفته است :



شکل ۳. وضعیت ساده‌ای از بازی نیمبل

اگر نوبت شما باشد ، هر حرکتی بکنید رقیبتان می‌تواند ترتیبی بدهد که با استفاده از اصل مشابه‌سازی ، بازی را ببرد .

اگر شما	رقیب
سکهٔ ۱ را از نوار بیرون ببرید .	سکهٔ ۳ را روی سکهٔ ۲ می‌گذارد .
سکهٔ ۲ را روی سکهٔ ۱ بگذارید .	سکهٔ ۳ را از نوار بیرون می‌برد .
سکهٔ ۲ را از نوار بیرون ببرید .	سکهٔ ۳ را روی سکهٔ ۱ می‌گذارد .
سکهٔ ۳ را روی سکهٔ ۲ بگذارید .	سکهٔ ۱ را از نوار بیرون می‌برد .
سکهٔ ۳ را روی سکهٔ ۱ بگذارید .	سکهٔ ۲ را از نوار بیرون می‌برد .
سکهٔ ۳ را از نوار بیرون ببرید .	سکهٔ ۲ را روی سکهٔ ۱ می‌گذارد .



شکل ۲. **نیمبل**، شماره‌گذاری شده و آمادهٔ تحلیل است.

پس حالت {۱،۲،۳} یک P-وضعیت یعنی یک وضعیت برد بازیکن قبلی[1] (یا برد بازیکن دوم) است.

اولین مثال ما، یعنی {۱،۳،۳،۶}، یک N-وضعیت بود، یعنی یک وضعیت برد بازیکن بعدی[2] (یا برد بازیکن اول) است.

دقت. در این جا برخلاف استفادهٔ معمول از نماد «مجموعه»، نماد {۱،۳،۳،۶} با {۱،۳،۶} فرق دارد.

P- وضعیت

هر انتخابی به یک N- وضعیت منتهی می‌شود.

N- وضعیت

همواره، دست کم یک انتخاب وجود دارد که به یک P- وضعیت منتهی شود.

کلمهٔ **انتخاب** را به معنای «انتخاب حرکت» به کار می‌بریم.

توصیف P-وضعیت و N-وضعیت را به این دلیل در کادر گذاشته‌ایم، که نه فقط در بازی **نیمبل**، بلکه در همهٔ بازی‌های ما به کار می‌روند.

تمرین ۱ ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

وقتی می‌شمارید، آیا می‌گویید: یک، دو، سه... یا این که از صفر شروع می‌کنید؟

فرض کنید که قاعده‌های بازی **نیمبل** را به این صورت تغییر دهیم که

■ اجازه نداشته باشید سکه را از انتهای نوار بیرون ببرید.

■ بازی وقتی تمام می‌شود که همهٔ سکه‌ها روی مربع اول انباشته شده باشند.

آیا می‌توانید با تغییر ساده‌ای در بحث قبلی، این گونهٔ بازی را، تحلیل کنید.

نیم

بازی اول را به این دلیل **نیمبل** نامیدیم، که یکی از شکل‌های متنوع بازی **نیم**[3] است.

- نیم با چند کپهٔ لوبیا بازی می‌شود؛
- وقتی که نوبت حرکت شماست، یک کپه را انتخاب می‌کنید و هر تعداد لوبیا که بخواهید، برمی‌دارید؛
- می‌توانید حتی کل لوبیاهای یک کپه را بردارید، اما باید دست کم، یک لوبیا را بردارید.

شکل ۴. یک بازی نیم

در **نیمبل**، سکه‌ای را که مثلاً در خانهٔ شمارهٔ ۶ است می‌توانید به هریک از خانه‌های ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ یا به بیرون نوار (یعنی خانهٔ ۰) ببرید. در نیم، می‌توانید یک کپهٔ ۶تایی لوبیا را به کپه‌ای با ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ یا ۰ لوبیا تبدیل کنید. پس اگر بلد باشید که در **نیم** چه طور برنده شوید، در **نیمبل** هم می‌توانید بازی را ببرید.

- چگونه می‌توانیم P-وضعیت‌ها را در بازی نیم پیدا کنیم؟
- بهترین حرکت‌ها زمانی که در N-وضعیت هستیم، چیست؟

ابتدا فرض کنید فقط یک کپه لوبیا داشته باشیم.

■ مسلماً کل کپه را برمی‌دارید: طرف مقابل نمی‌تواند حرکتی انجام دهد و بنابراین می‌بازد!

حال فرض کنید که دقیقاً دو کپه لوبیا داشته باشیم.

■ اگر تعداد لوبیاهای دو کپه یکی نباشد، می‌توانید از کپهٔ بزرگ‌تر بکاهید تا به اندازهٔ کپهٔ کوچک‌تر شود. آن‌گاه، از

	N- وضعیت ها	P- وضعیت ها
نیم یک کپه‌ای	$\{n\},\ n>0$	(کپهٔ خالی) $\{0\}$
نیم دو کپه‌ای	$\{m,n\},\ m\neq n$	(دو کپهٔ مساوی) $\{n,n\}$

(عددهای داخل آکلادها تعداد لوبیاهای کپه‌ها را مشخص می‌کنند.)

اصل مشابه سازی استفاده کنید.

اگر بیش از دو کپه داشته باشیم:

■ از ایدهٔ زیرکانهٔ **بوتون**[4] استفاده می‌کنیم.

■ تصور کنید هر کپه به توان‌هایی از ۲ افراز شده باشد (دقیقاً مثل یک کامپیوتر که با عددهای نمایش داده شده در مبنای دودویی کار می‌کند.)

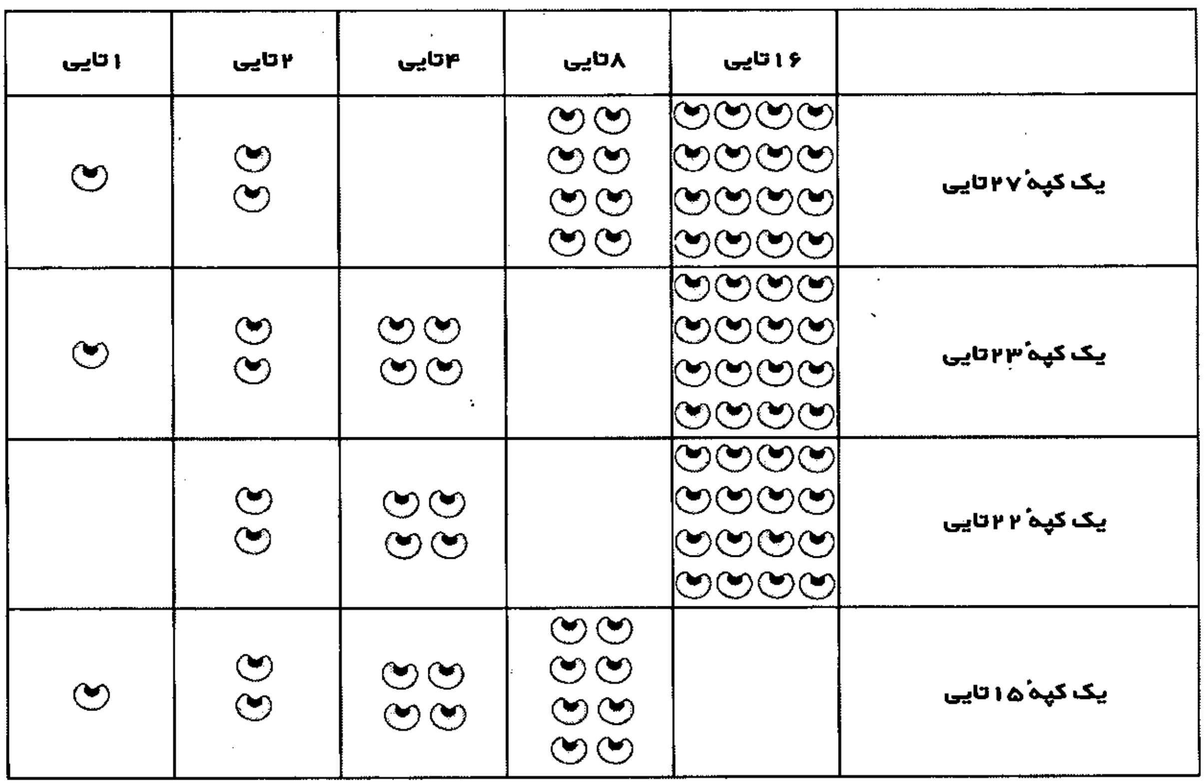
برای مثال، فرض کنید وضعیتی با چهار کپه شامل

۲۷، ۲۳، ۲۲ و ۱۵

لوبیا داریم. تجزیه‌ها به صورت زیر خواهند بود:

	$۲^۴$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۲۷:	۱	۱	۰	۱	۱
۲۳:	۱	۰	۱	۱	۱
۲۲:	۱	۰	۱	۱	۰
۱۵:		۱	۱	۱	۱

که در شکل زیر، نمایش داده شده است.



شکل ۵. چگونه به یک وضعیت بازی **نیم** نگاه کنیم؟

اگر دو کپهٔ هم‌اندازه داشته باشیم، می‌توانیم با توجه به اصل مشابه‌سازی، آن‌ها را ندیده بگیریم:

■ دوتا ۸ و چهار تا ۲ را ندیده بگیرید.

□ روی بقیه، یعنی ۱ها، ۴ها و ۱۶ها متمرکز شوید (یعنی ستون‌هایی با تعداد فردی از درایه‌ها).

یک حرکت خوب، برداشتن ۲۱ = ۱+۴+۱۶ لوبیا از کپهٔ ۲۳تایی است! زیرا:

P- وضعیت‌ها در بازی نیم

> **دقیقاً آن‌هایی هستند که هر توانی از ۲، به تعداد زوجی ظاهر می‌شود.**

این کپه شامل نمایندگان همهٔ توان‌هایی از ۲ است که به تعداد دفعات فرد، رخ داده‌اند: ۱۶، ۴، ۱. بله؟

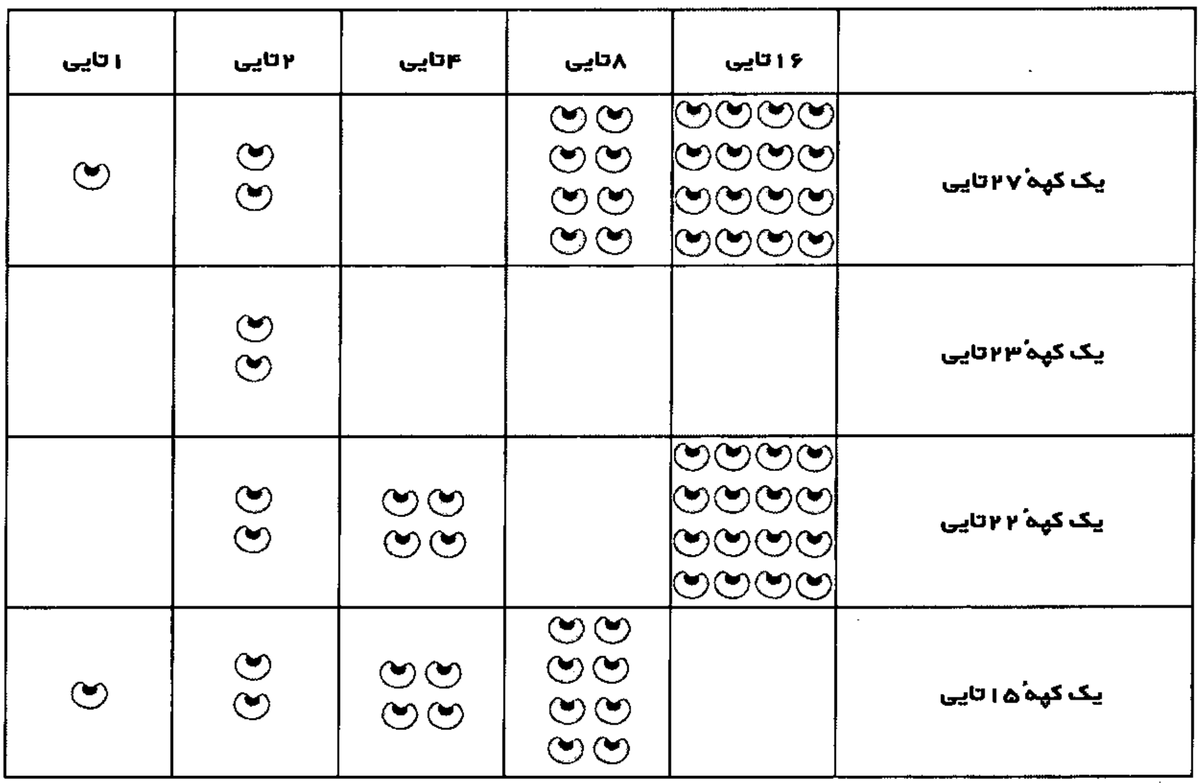
اما واقعاً به چنین شانسی نیاز نداریم!

تمرین ۲ ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

وضعیت نیم با ۵ کپهٔ حاوی ۲۳، ۱۹، ۱۳، ۱۲ و ۱۱ لوبیا، یک N-وضعیت است. سه حرکت خوب متفاوت که آن را تبدیل به یک P-وضعیت کند، بیابید.

سؤال: آیا حرکت‌های خوب دیگری در مثال {۲۷,۲۳,۲۲,۱۵} وجود دارد؟

جواب: بله!



شکل ۶. وضعیت بازی بعد از برداشتن ۲۱ لوبیا

اگر رقیبتان را در چنین وضعیتی قرار دهید، او مجبور خواهد بود که دست‌کم در یک ستون، توازن را از زوج به فرد تغییر دهد و سپس شما می‌توانید دوباره آن را اصلاح کنید.

شاید کمی خوش شانس بودیم که کپهٔ ۲۳تایی را یافتیم.

□ به بزرگ‌ترین توان ۲ که به دفعات فرد ظاهر شده باشد، نگاه کنید (در این حالت، ۱۶). هر کپه‌ای که در آن، یک ۱۶ وجود دارد می‌تواند حرکت خوبی را فراهم کند. البته حتماً یکی وجود دارد، زیرا تعداد فردی از آن موجود است!

❑ یک ۱۶ را بردارید و سپس، هر توان کوچک‌تر ۲ را که به دفعات فرد ظاهر شده است، بردارید یا بگذارید.

برای مثال، از کپهٔ ۲۷تایی، ۱۶ تا بردارید، ۴ تا بگذارید و یکی بردارید، یعنی برداشتن ۱۳=۱+۴−۱۶ لوبیا، وضعیت {۱۴,۲۳,۲۲,۱۵} را ایجاد می‌کند.

یا، برداشتن ۱۹=۱−۴+۱۶ لوبیا از کپهٔ ۲۲تایی، P-وضعیت {۲۷,۲۳,۳,۱۵} را ایجاد می‌کند.

توضیح: کاری که مثلاً برای برداشتن ۲۱=۱۶+۴+۱ از ۱+۲+۴+۱۶=۲۳ انجام می‌دهیم، این است:

	$۲^۴$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۲۷:	۱	۱	۰	۱	۱
۲۳:	۱	۰	۱	۱	۱
۲۲:	۱	۰	۱	۱	۰
۱۵:		۱	۱	۱	۱
۲۱:	۱	۰	۱	۰	۱

کم می‌کنیم:

۲۳:	۱	۰	۱	۱	۱	−
۲۱:	۱	۰	۱	۰	۱	
۲:				۱	۰	

نتیجه:

۲۷:	۱	۱	۰	۱	۱
۲:				۱	۰
۲۲:	۱	۰	۱	۱	۰
۱۵:		۱	۱	۱	۱

برای توضیح بیش‌تر این عملیات، جمعِ نیم را معرفی می‌کنیم:

جمع نیم

عمل جمع در مبنای دو، بدون رقم انتقالی

این عمل، یک عمل منطقی اساسی است که اغلب در کامپیوترهای خیلی کوچک و ماشین حساب‌ها وجود دارد و آن را XOR یعنی **«یای انحصاری»** می‌نامند.

❑ آیا شما در ماشین‌حسابتان کلید XOR دارید؟ برای جمع نیم، از نماد ⊕ استفاده خواهیم کرد.

مثال:

۲۳:	۱	۰	۱	۱	۱	⊕
۲۱:	۱	۰	۱	۰	۱	
۲:				۱	۰	

P- وضعیت‌ها در نیم

دقیقاً آن‌هایی هستند که کپه‌های نیم در آن‌ها اندازه‌هایی دارند که مجموع نیم‌شان صفر می‌شود.

مثال:

۲۷:	۱	۱	۰	۱	۱	⊕
۲:				۱	۰	⊕
۲۲:	۱	۰	۱	۱	۰	⊕
۱۵		۱	۱	۱	۱	
	۰	۰	۰	۰	۰	

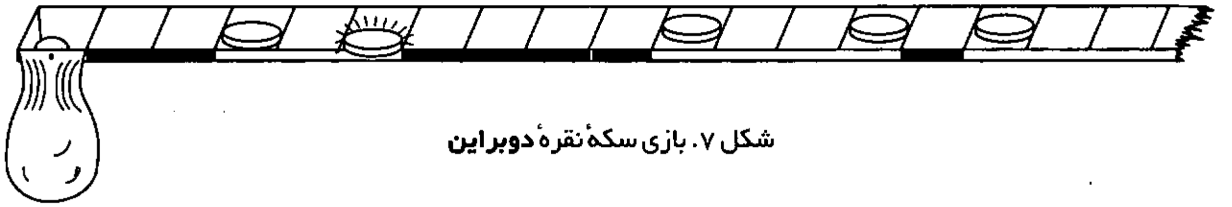
توجه کنید که مانند جمع معمولی،

فرد ⊕ فرد = زوج = زوج ⊕ زوج
زوج ⊕ فرد = فرد = فرد ⊕ زوج

بازی سکهٔ نقره‌ای

این بازی، مانند بازی شکل زیر صورت می‌گیرد، اما یکی از سکه‌ها از جنس نقره است و ارزش آن، از مجموع ارزش بقیهٔ سکه‌ها بیش‌تر است.

اما این کار گیر کوچکی دارد: دارند نیم پکر بازی می‌کنند، که با تعدادی قطعه چوب صورت می‌گیرد و هر کس می‌تواند چند قطعه چوب به هر ستون اضافه یا از هر ستون، کم کند.



شکل ۷. بازی سکهٔ نقرهٔ دوبراین

به آخرین خانهٔ روی نوار در سمت چپ، یک کیسهٔ پول متصل شده است و انتخاب دیگری به صورت زیر وجود دارد: کیسهٔ پول و محتوای آن را بردارید که در این صورت، طرف مقابل شما همهٔ سکه‌های باقی مانده روی نوار را برمی‌دارد.

بنابراین، بهتر است منتظر بمانید که رقیبتان سکهٔ نقره را درون کیسه بیندازد و بعد، کیسهٔ پول را بردارید.

تمرین ۳ ○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

آیا می‌توانید ارتباط این بازی را با بازی نیم دریابید؟

نیم پُکر

در شکل زیر، آن که در طرف چپ نشسته است احساس خوشایندی دارد. زیرا در حال بازی نیم است، و رقیبش در وضعیت {۳،۵،۶} قرار دارد.

❑ می‌دانیم که: ۳⊕۵⊕۶=۰

پس رقیب، در یک P-وضعیت است.

❑ این تفاوت چه اثری بر بازی می‌گذارد؟

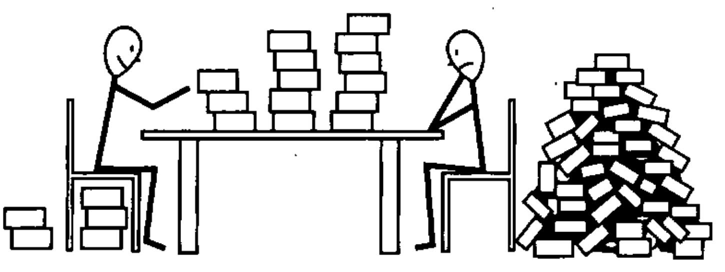
رقیب می‌تواند مثلاً ۲۷ قطعه چوب را به ستون با ۳ قطعه چوب اضافه کند و وضعیت {۳۰،۵،۶} را ایجاد کند.

در این حالت، چه کار می‌کنید؟

مسأله فقط با برداشتن ۲۷ قطعه چوب حل می‌شود!

ممکن است رقیب، قطعه‌چوب‌های زیادی را اضافه کند، ولی می‌توان آن‌ها را برداشت. بالاخره، ذخیرهٔ قطعه‌چوب‌ها به پایان می‌رسد و آن که در طرف چپ نشسته است، می‌تواند برنده شود.

اضافه کردن ۲۷ قطعه چوب، یکی از مثال‌های حرکت برگشت‌پذیر است. می‌توانیم چنین حرکت‌هایی را اصلاً به حساب نیاوریم، چون همیشه می‌توان ترتیبی داد که چنین حرکت‌هایی خنثی شوند! درواقع، این حرکت‌ها فقط تمام شدن بازی را به تأخیر می‌اندازند و به کار بستن آن‌ها، اثری در نتیجهٔ بازی ندارد.

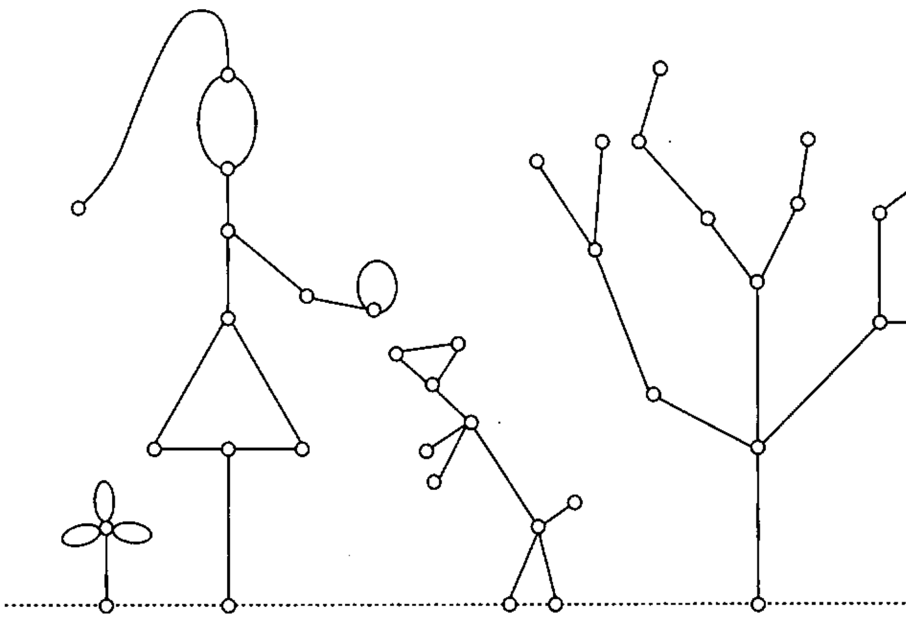


شکل ۸. نمونه‌ای از بازی نیم‌پکر

هَرَس کردن بوته‌های سبز

حال، بازی دیگری را معرفی می‌کنیم که در آن، جمع نیم و جمع معمولی با هم تلفیق شده‌اند.

- بازی **هرس کردن بوته‌ها** با یک **تصویر** انجام می‌گیرد.
- یک حرکت در بازی هرس **کردن بوته‌ها**، بریدن یک یال است.
- هر تعداد رأس و یال که به زمین متصل نباشند، به طور همزمان ناپدید می‌شوند. برای مثال، اگر شما بدن سگ را در شکل ببرید، پاهای جلو، گردن و سرش همگی



شکل ۹. تصویری از هرس کردن بوته‌های سبز

- در طول بازی، قسمت‌هایی از تصویر ناپدید می‌شود. بنابراین، فکر خوبی است که این بازی را روی یک تختهٔ سیاه و با استفاده از یک تخته پاک‌کن، انجام دهید.
- تصویر یک **گراف** است، یعنی مجموعه‌ای از نقاط یا **رأس‌ها** که تعدادی از آن‌ها توسط **یال‌هایی** به هم متصل شده‌اند.
- مجموعه‌ای از رأس‌ها مانند a، b، c، ...، k، l، تشکیل یک دور می‌دهند اگر یال‌های (a,b) (b,c)، ...، (k,l) و (l,a) موجود باشند.
- گراف بدون دور که هنوز همبند باشد، یک **درخت** نامیده می‌شود.
- بعضی از رأس‌ها، در **هرس کردن بوته‌ها** روی **زمین** (نقطه‌چین‌ها در شکل) قرار دارند.

ناپدید می‌شوند.

طبق معمول، هدف این است تا بازیکنی باشید که آخرین یال را می‌بُرد.

- چه طور مقدار **نیم**هرس کردن بوته‌ها را محاسبه کنیم؟

توجه: هرس کردن بوته‌ها اغلب مجموعی از مؤلفه‌های همبند است (گل، دختر، سگ و درخت در شکل). بنابراین جواب، مجموع نیم مقادیر هریک از مؤلفه‌ها خواهد بود.

- برای یافتن مقدار نیم یک مؤلفه، آن را با استفاده از یک اصل به نام اصل جوش به یک درخت تبدیل می‌کنیم. برای توضیح بیش‌تر این اصل، به منبع [۱] مراجعه کنید.
- محاسبهٔ مقادیر نیم درخت‌های خیلی ساده مثل شکل (الف)، آسان است: مقادیر نیم آن‌ها درست تعداد

(ب) (الف)

شکل ۱۰

یال‌های موجود در ساقهٔ اصلی درخت است!

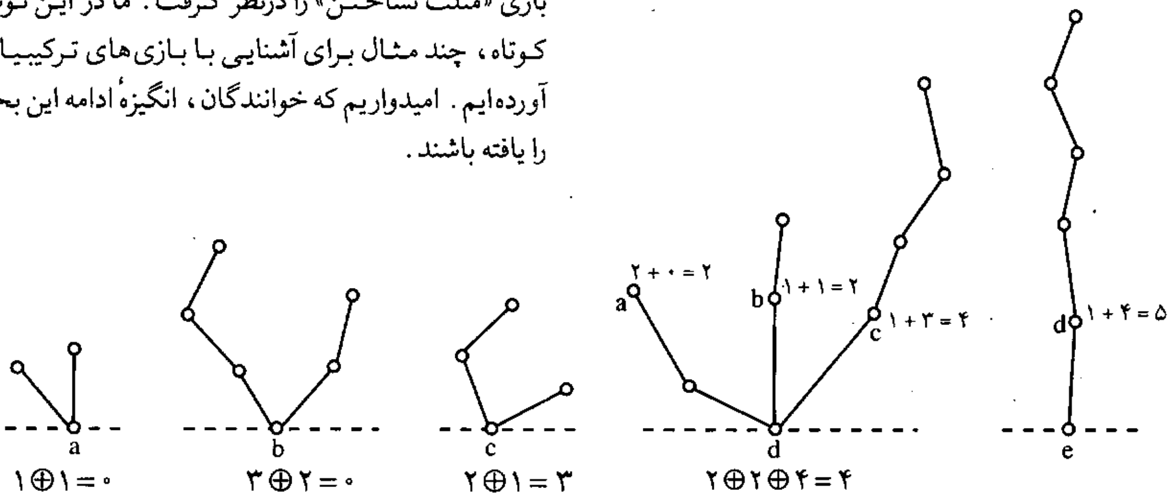
هم‌چنین، زمانی که شاخه‌ها به هم متصل هستند، مانند شکل (ب ـ ۱۰)، می‌توانیم جمع نیم را روی آن‌ها انجام دهیم.

□ برای کار کردن با درخت‌های پیچیده‌تر، می‌توانیم از یک اصل به نام **اصل کالن** استفاده کنیم که علاوه بر چیزهای دیگر، می‌گوید جمع نیم را می‌توان هم در هوا، و هم در زمین انجام داد!

برای مثال، درخت شکل ۹ را مانند زیر نام‌گذاری کنید، و مجموع‌های نیم (الف، ب و ج) را انجام دهید. سپس، در شکل (د)، شاخه‌های شکل‌های (الف)، (ب) و (ج) را با مسیرهای به طول ۰، ۱ و ۳ جایگزین کنید. این عمل، متناظر است با جمع معمولی ۰، ۱ و ۳ با شاخه‌های موجود به طول‌های ۲، ۱ و ۱ از d به a، b و c. حالا در d جمع نیم این شاخه‌ها، ۰+۲، ۱+۱، ۳+۱، را داریم؛ و ۴ = ۴⊕۲⊕۲. بالاخره، به روش معمولی، ۴ را به طول ۱ از e به d اضافه می‌کنیم، مقدار ۵ برای مقدار نیمِ درخت به دست می‌آید (شکل هـ ـ ۱۱).

بازی‌های دیگر روی گراف‌ها

بازی روی گراف‌ها بسیار متنوع است. مثلاً با استفاده از رنگ‌آمیزی رأسی گراف‌ها، بازی‌های جالبی ساخته شده‌اند و از مبحث به اصطلاح «رمزی» در گراف، می‌توان بازی «مثلث نساختن» را درنظر گرفت. ما در این نوشتهٔ کوتاه، چند مثال برای آشنایی با بازی‌های ترکیبیاتی آورده‌ایم. امیدواریم که خوانندگان، انگیزهٔ ادامه این بحث را یافته باشند.



(الف) (ب) (ج) (د) (هـ)

شکل ۱۱. حاصل جمع‌های نیم‌گونه و جمع‌های معمولی در محاسبهٔ یک درخت

زیرنویس

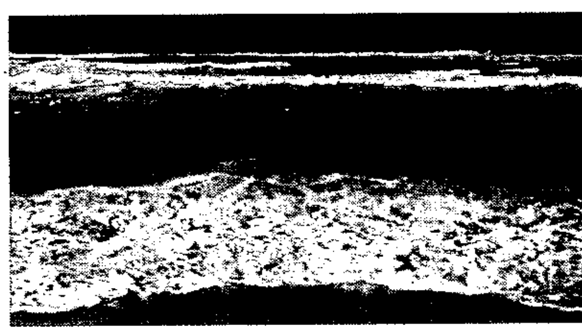
1. Previous Player
2. Next Player
3. Nim
4. Bouton, 1901

منبع

[۱] بازی منصفانه. ریچارد ک. گای. ترجمهٔ سید عباداله محمودیان و آناهیتا آریاچهر. انتشارات دانشگاه صنعتی شریف. تهران ۱۳۸۰.

وینرِ و حرکت بِراونی

بیژن ظهوری زنگنه، دانشگاه صنعتی شریف



این نوشته، در واقع معرفی کتاب «من ریاضیدانم» و حرکت براونی است که توسط استاد شهریاری، ترجمه شده است و نشان دهندهٔ حسن انتخاب و دقت نظر اوست و به مناسبت ویژه‌نامهٔ استاد شهریاری، تهیه شده است.

این مقاله، به بررسی زندگی‌نامه نوربرت وینر و نگاه او به حرکت براونی می‌پردازد که اغلب، از کتاب «من ریاضیدانم» تألیف نوربرت وینر، ترجمه پرویز شهریاری استخراج شده است. علت این کار، اشاره به یکی از وجوه ماندگار شخصیت علمی استاد شهریاری است. یکی از خدمات ماندگار پرویز شهریاری، انتخاب کتاب‌های بسیار جالب و به یاد ماندنی برای ترجمه است که از آن میان، می‌توان به «خلاقیت ریاضی»، نوشتهٔ جورج پولیا، «من ریاضیدانم»، نوشتهٔ نوربرت وینر و «ریاضیات؛ جوهره، روش و کارآیی آن» اشاره کرد.

وینر، کتاب «من ریاضیدانم» را به زبان انگلیسی نوشته است و پرویز شهریاری آن را از متن روسی به فارسی برگردانده است. مطالب این کتاب، بخشی به زندگی‌نامه و بخشی به عقاید وینر اختصاص دارد. وینر در بخش‌هایی از کتاب، با زبانی ساده به بیان نظریه‌های علمی و شرایط کشف و ساختن نظریه‌های ریاضی مانند حرکت براونی می‌پردازد.

وینر، یک ریاضی‌دان با جامعیت فوق‌العاده و عجیب است. وینر کار وسیعی در حرکت براونی انجام داد، آنالیز

هارمونیک را بعد از کارهای پالانچرال، با کاربرد وسیع آن در مهندسی برق توسعه داد و به همراه «پالی»، به اثبات قضیه «پالی ـ وینر» پرداخت. در واقع، در رشتهٔ مخابرات و مهندسی برق، هیچ‌کس به اندازهٔ وینر تأثیرگذار نبوده است.

وینر هم‌چنین، واضع نظریهٔ اطلاعات و سیبرنیتیک و نظریهٔ تخمین است. اولین کارهای اساسی در کامپیوتر دیجیتال به وسیلهٔ او انجام شد و سیستم‌های بیولوژی و عصب‌شناسی را نیز مورد مطالعه قرار داد، هم‌چنین به مطالعهٔ «خداپرستی» پرداخت.

پرداختن به همهٔ جنبه‌های علمی و تحقیقی وینر کاری بسیار عمیق و گسترده است و نیاز به دقت نظر، وقت کافی و آگاهی همه‌جانبه دارد که در این مختصر نمی‌گنجد. بنابراین، این نوشته فقط به کارهای وینر در توسعهٔ حرکت براونی می‌پردازد. به ویژه آن که این کارها تمثیلی است از فعالیت‌های پشت پردهٔ یک ریاضی‌دان، در کشف و توسعهٔ یک نظریه که از لحاظ آموزشی می‌تواند آموزنده باشد.

بعضی از بخش‌های کتاب، بسیار دقیق و فنی است و تنها متخصصان رشته‌ای خاص می‌توانند از عهدهٔ ترجمهٔ مطالب برآیند، که از این بابت نیز جا دارد به شهریاری، به خاطر دقت در ترجمهٔ این نوع مطالب، تبریک گفت.

نوربرت وینر در سال ۱۸۹۴ میلادی در شهر کلمبیا، ایالت میسوری آمریکا متولد شد و در اواخر زمستان سال ۱۹۶۴، در استکهلم درگذشت. پدر او، لئووینر استاد زبان و ادبیات اسلاو در دانشگاه هاروارد بود. لئو فردی پر انرژی، خون‌گرم و سرزنده بود. به آسانی خودش را سرگرم می‌کرد و «این می‌توانست هم معرف شادی و هم نشانه‌ای از قهر و خشم او باشد.» خصوصیات لئووینر تأثیر عمیقی در دوران کودکی و نوجوانی نوربرت وینر بر جای گذاشت.

«طبیعی است که بیست سال زندگی مستقیم در کنار چنین انسانی و احساس او با پوست و گوشت و استخوان خود، سرمشق و نمونه‌ای برای زندگی من ساخته بود که با آن‌چه در هم‌سالانم وجود داشت، به کلی متفاوت بود.»

وینر اگرچه در خود کشش عمیقی نسبت به فعالیت‌های علمی احساس می‌کرد، اما به گفتهٔ خودش، یکی از دلایل روی آوردن او به فعالیت‌های علمی، خواست پدرش بود.

وینر از همان اوان کودکی، با کنجکاوی به دور و بر خود می‌نگریست و تلاش می‌کرد تا به ماهیت و جوهر آن‌چه می‌دید و می‌شنید، پی ببرد. نزدیک چهار سالش بود که خواندن را آموخت و تقریباً، از همان زمان به مطالعهٔ مطالب علمی رغبت نشان می‌داد.

در هفت سالگی، به مطالعهٔ کتاب‌هایی چون تاریخ طبیعی داروین و کینگزلی، کارهای شارکو، ژانه و غیره پرداخت.

این مجموعه که شامل کتاب‌هایی در زمینه‌های مختلف و با قطع‌های گوناگون، حروفی ریز و یکنواخت و غالباً چاپی بد بودند، کتاب‌خانهٔ رنگارنگی را تشکیل می‌دادند.

وینر دانشمندی است، هم‌چون دیگر دانشمندانِ اصیل، انسان دوست، دشمن سرسخت جنگ و نابرابری‌های قومی و نژادی و موجودی سرشار از عاطفه و انسانیت.

«این کنجکاوی بی‌بند و بار مرا، تنها می‌شد با علاقهٔ پدر به آموزش منظم من، مقایسه کرد. من چیزی می‌خواندم که علاقه داشتم. پدر هم زبان‌های قدیمی و امروزی و ضمناً ریاضیات به من یاد می‌داد. نمی‌شود گفت که به این موضوع‌ها هیچ علاقه‌ای نداشتم ولی به آن‌ها به صورت ذوقی و تصادفی می‌پرداختم و هیچ توجهی به رضایت پدر نداشتم.»

وینر در هفت سالگی، هفت زبان قدیم و جدید را به خوبی می‌دانست، در ۹ سالگی وارد دبیرستان شد و بعد از اتمام دبیرستان به کالج تافت در نزدیکی شهر بوستن رفت و سپس، در دانشگاه‌های هاروارد و کورنل به تحصیل پرداخت.

در چهارده سالگی از کالج تافت درجه لیسانس و در هیجده سالگی از هاروارد درجه دکتری گرفت. «به همان اندازه که به تدریج مستقل می‌شدم، به همان اندازه که با پشت سر گذاشتن سال‌ها، به استقلال و بلوغ نزدیک

می‌شدم، روشن‌تر از پشت متوجه می‌شوم که آزادی به دست آمده قبل از هر چیز، آزادی اشتباه کردن، و تلخی شکست را آزمودن است.»

وینر بعد از گرفتن دکتری خود در فلسفهٔ ریاضی در هاروارد، بورسی برای مسافرت به خارج به دست آورد، او ابتدا به دانشگاه کمبریج در کشور انگلستان و سپس گوتینگن در آلمان رفت. در کمبریج، نزد راسل می‌رود.

«بهترین معلم و بزرگ‌ترین مربی من در کمبریج، برتراند راسل بود. با راهنمایی او بود که به منطق ریاضی پرداختم و یک رشته از مسأله‌های کاملاً کلی را، مربوط به فلسفهٔ ریاضی و فلسفهٔ دانش به طور عام، آموختم. راسل، که در آن زمان بیش از همیشه آدم را به یاد «کلاه‌دوز مجنون»[1] می‌انداخت، بیش‌تر نظریهٔ نسبیت انیشتین را، که تازه ساخته شده بود، به طور درخشانی درس می‌داد. همراه با گروه شاگردان نه چندان زیاد او، که در منزلش جمع می‌شدند، کارهای او را در زمینهٔ منطق ریاضی می‌آموختم و، به جز آن، به درس‌هایی از ریاضیات، که به وسیلهٔ او معرفی می‌شد، گوش می‌دادم. جالب‌ترین این درس‌ها، ریاضیات عالی بود که آن را گادفری هارولد هاردی اداره می‌کرد. او استاد آکسفورد و بعدها کمبریج بود و احتمالاً باید او را ممتازترین چهره در میان ریاضی‌دانان انگلیسی این نسل به شمار آورد.» (صفحهٔ ۲۵ کتاب)

وینر در هاروارد رسالهٔ دکتری خود را در فلسفهٔ ریاضی نوشته بود و برای ادامهٔ تحقیق در فلسفهٔ ریاضی به کمبریج انگلستان نزد راسل رفته بود. اما راسل او را قانع کرد که بدون آشنایی جدی با فن ریاضیات، نمی‌توان به فلسفهٔ ریاضی پرداخت. بنابراین، راسل برای یادگیری و عمیق شدن، در ریاضیات، وینر را به هاردی معرفی کرد. هاردی همان کسی بود که در سال‌های بلوغ، استاد نمونه کمبریج شد. او معلم و دانشمندی بی‌نظیر بود، به ریاضی محض علاقهٔ ویژه‌ای داشت و میانه چندانی با ریاضیات کاربردی نداشت. (رجوع کنید به «دفاعیات یک ریاضیدان»، نوشتهٔ هاردی، ترجمهٔ سعید قهرمانی).

وینر در کلاس‌های درس هاردی با علاقه شرکت می‌کرد.

«من از مجلس‌های درس هاردی، به واقع لذت می‌بردم. قبلاً هم بارها کوشیده بودم تا در قلمرو ریاضیات عالی نفوذ کنم، ولی هربار با احساس نارضایتی، عقب نشسته بودم. همیشه احساس می‌کردم که در رشتهٔ استدلال‌ها، نارسایی‌هایی وجود دارد، و من نمی‌خواستم وانمود کنم که متوجه آن نمی‌شوم. بعدها برایم روشن شد که حق داشتم، و این نارسایی‌های منطقی در مبانی ریاضیات، نه تنها من، بلکه معلمانم را هم، ناراحت کرده است. ولی هاردی، چنان با پختگی و احتیاط، مرا به دهلیزهای پیچ در پیچ ریاضیات عالی وارد کرد، که با نزدیک شدن من، هم چون اشارهٔ عصای سحرآمیز، همهٔ مانع‌ها عقب می‌نشست و سرانجام، فهمیدم که استدلال واقعی ریاضی چیست. همین هاردی بود که مرا واداشت تا به انتگرال لبگ آشنا شوم، آشنایی که مرا به سمت نخستین موفقیت ریاضی‌ام، راهنمایی کرد.»

کمی بعد، در همان سال تحصیلی یعنی بهار ۱۹۱۴، وینر در آستانهٔ جنگ جهانی دوم به گوتینگن آلمان رفت و تحت نظر لاندائو و هیلبرت، به تحقیق پرداخت.

«لاندائو در یک خانوادهٔ ثروتمند اروپایی به دنیا آمده بود. خانواده‌ای که بسیاری از مردان نسل‌های متوالی آن، به کار بانک‌داری مشغول بودند. او هم در کودکی از جملهٔ بچه‌های با استعداد و نابغه به حساب می‌آمد. او را در ناز و نعمت تربیت کرده بودند و از همان بچگی عادت کرده بود از همهٔ لذت‌های زندگی و آن چه می‌توان با پول به دست آورد، استفاده کند. این انسان ظریف مینیاتوری، با ذهنی به کلی بی‌انضباط و ظاهری زیبا و معصوم ـ سبیل‌های کوتاه و تابیدهٔ او چیزی از این تأثیر کلی نمی‌کاست ـ چنین می‌نمود که در این دنیای خشن و ناهنجار زندگی نمی‌کند. اگر کسی از او می‌پرسید، چگونه می‌تواند منزلش را در گوتینگن پیدا کند، با آرامش کامل می‌گفت: «کاری ساده‌تر از این نیست، باید زیباترین خانه را در شهر پیدا کنی.»

معلم دوم من هیلبرت، از قماشی به کلی دیگر بود. او آرامش یک دهقان پروس شرقی را داشت و با وجودی که از

قدرت کار خود به خوبی آگاه بود، سادگی و فروتنی اصیل خود را از دست نمی‌داد. دوست داشت دربارهٔ پسرش، که استعداد درخشانی در ریاضیات نداشت، بگوید: «او استعداد ریاضی را از مادرش و بقیهٔ چیزها را از من به ارث برده است.»

هیلبرت، دست به حل پیچیده‌ترین مسأله‌ها، در همهٔ شاخه‌های ریاضیات معاصر، می‌زد و همیشه هم به نحوی درخشان موفق می‌شد. او تجسمی از عقب‌ترین سنت‌ها و استعدادهای درخشان گذشته بود؛ درست همان دانشمندی بود که من آرزوی بودنش را داشتم: با توانایی حیرت‌انگیزی غیرعادی‌ترین اندیشه‌های به کلی انتزاعی را با موضوع‌های مشخص فیزیکی و علمی پیوند می‌داد.» (صفحه‌های ۲۹ و ۳۰ کتاب)

وینر در کمبریج و تحت نظر راسل، به ضرورت پیوند ریاضیات با فیزیک پی برد. وینر اذعان می‌دارد که «فضای علمی گوتینگن ـ جایی که درس‌هایی را که در کمبریج آغاز کرده بودم، ادامه دادم ـ مرا هرچه بیش‌تر به درستی اعتقاد راسل در مورد فیزیک متقاعد کرد.»

وی، در تابستان همان سال به آمریکا بازمی‌گردد و سال تحصیلی بعد، مجدداً به کمبریج می‌رود. وینر می‌گوید:

«... در اوضاع و احوال مرگ و بدبختی، هیچ‌کس نمی‌تواند آمادگی کار جدی پژوهشی را داشته باشد. من هم دارای روحیه‌ای نبودم که بتوانم به نتیجه‌گیری‌های جالبی برسم. در پایان زمستان ۱۹۱۵ ـ ۱۹۱۴، نیروی دریایی آلمان داشت به صورت خطری جدی در می‌آمد و به همین مناسبت، پدر از من خواست تا به منزل برگردم.»

وینر به آمریکا بازمی‌گردد و در رشتهٔ توپولوژی جبری به کار می‌پردازد و سعی می‌کند مهارت و تجربه‌ای را که در تفکر انتزاعی از راسل آموخته بود، در توپولوژی جبری به کار برد. توپولوژی جبری و استادانش در دانشگاه کلمبیا، چندان رضایتش را جلب نکردند.

«با بی‌قیدی و نه همیشه مؤدب، به درس استادانی گوش می‌کردم که بعد از بودن با هاردی و دانشمندان هاروارد، بسیار کسل‌کننده به نظر می‌آمدند.»

سخنان وینر برای ما ایرانیان که هشت سال طعم جنگ و عدم آرامش را چشیده‌ایم، بسیار جالب و ملموس است.

«جنگ برای امریکایی‌ها چند سالی دیرتر از اروپایی‌ها آغاز شد، ولی من از اوت سال ۱۹۱۴، بی‌وقفه، در اندیشهٔ آن بودم. گمان نمی‌کنم نسل امروزی، که در میان بحران‌ها و بی‌نظمی‌های ناشی از آن بزرگ شده است، بتواند پیش خود تصور کند که جنگ چه وحشت و اضطرابی را برای هم‌عصران من با خود آورده بود. نسل هم‌عصر من، با این فکر تربیت و قانع شده بود که آرامش و نعمت جزو خصلت‌های طبیعی آدمی است؛ ما باور کرده بودیم که در نتیجهٔ تکامل تدریجی، ولی جبری، شرایط باز هم بهتر و مساعدتری برای زندگی فراهم می‌شود. حتی امروز، بعد از چهل سال، به سختی می‌توانیم باور کنیم که آن زنجیر طولانی بلیه‌ها و فاجعه‌ها را، چنین از سر گذراندیم و زندگی عادی انسانی، همچنان به راه خود ادامه می‌دهد. گمان می‌کنم، برای هر کدام از ما، گاه به گاه، این آرزوی مبهم پدیدار می‌شود که در یک سحرگاه زیبا، دوباره به زندگی آرام و بی‌دغدغهٔ ابتدای قرن بازگشته باشیم.

در این دوران سخت، به بسیاری کارها ـ علمی و غیر علمی ـ دست می‌زدم. ناآگاهانه و به طور غریزی، دایم در انتظار پایان جنگ بودم، تا زندگی عادی برگردد و بتوان دوباره برای آینده طرح ریخت.» (صفحهٔ ۳۱ کتاب)

وینر در سال تحصیلی ۱۶ـ۱۹۱۵ به عنوان کارآموز به هاروارد و سپس در ۱۷ ـ ۱۹۱۶ به دانشگاه ایالتی مِین[2] می‌رود. بعد از پایان جنگ، همان‌طور که زندگی به تدریج به حالت عادی خود بازمی‌گشت، پست‌های خالی روزبه‌روز آشکارتر می‌شد. انستیتوی صنعتی ماساچوست[3] (M.I.T) به تعداد زیادی کادر آموزشی ـ و تنها به همین منظور ـ نیاز داشت. یعنی به کسانی که بتوانند به تدریس منظم بپردازند. M.I.T در آن زمان، بیش‌تر یک مدرسهٔ عالی فنی بود تا یک دانشگاه علمی طراز اول. به همین جهت، ریاضیات در آن، تنها وسیله‌ای بود برای تربیت مهندسان. اما در بخش ریاضیِ M.I.T، افرادی بودند که اعتقاد داشتند

باید M.I.T بتواند نقش شایستهٔ خود را در ردیف هاروارد و پرینستون به دست آورد.

«حسن سلوک و خوش قلبی رییس بخش، موقعیت این شیفتگان را تا حدی بهتر می کرد. ه. او. تیلور که مردی کوتاه ولی پرحرارت و زنده بود، با ریشی که داشت، نه تنها با آرزوهای جاه طلبانهٔ هم کارانش هم دردی می کرد، بلکه عملاً هم از یاری به آن ها دریغ نداشت. خود او کار علمی نمی کرد و، در آغاز کار، به راحتی به موقعیتی درجهٔ دوم در بخش تن داد. وظیفه اش عبارت بود از کمک کردن به کسانی که می خواستند، بیش از هر چیز، به کار مهندسی بپردازند. ولی، همان طور که هر مدیر خوبی چنین است، تیلور با خوشحالی همهٔ امکان های خودش را در اختیار بخش می گذاشت، و بعدها، وقتی که ما ـ افراد بخش او ـ به تدریج

وینر، واضع نظریهٔ اطلاعات و سیبرنیتیک و نظریهٔ تخمین است. اولین کارهای اساسی در کامپیوتر دیجیتال به وسیلهٔ او انجام شد و سیستم های بیولوژی و عصب شناسی را نیز مورد مطالعه قرار داد، هم چنین به مطالعهٔ «خداپرستی» پرداخت

مقامی در جهان دانش به دست می آوردیم، او همچون کوه، پشت سرما ایستاده بود. دوستان تازه، در مجموع، برخوردی محبت آمیز با من داشتند، و به خصوص، در وجود ک. ل. ا. مور، مدافعی پرحرارت و متحدی واقعی پیدا کردم. مور استعداد فوق العاده ای در این زمینه داشت که عشق به ریاضیات را به اطرافیان خود منتقل کند؛ به برکت همین استعداد بود که او توانست به بسیاری کمک کند تا به چنان مرتبهٔ بلندی از دانش برسند، که به تنهایی برایشان ممکن نبود. به همین دلیل، می خواهم در این جا احترام عمیق خودم را نسبت به این انسان بزرگ ـ با اندام نامتناسب و خنده دارش ـ و به فداکاری، شرافت و پاک دلی او ابراز دارم.» (صفحهٔ ۳۰ کتاب)

برای وینر، M.I.T استراحتگاهی به شمار می رفت، زیرا با وجود بیش از بیست ساعت تدریس در هفته، هم برای مطالعهٔ نوشته های دیگران و هم برای تحقیق، وقت پیدا می کرد.

«تمامی روز را، از نُه صبح تا پنج بعدازظهر، در انستیتو بودم، ولی حتی در این شرایط هیچ خوشحالی برایم بزرگ تر از این نبود که یکشنبه را (شنبه روز کار بود) در سالن خالی کنفرانس به سر ببرم، چرا که مطمئن بودم هیچ چیز مزاحمی وجود ندارد و هیچ کس آرامش مرا به هم نمی زند. و حالا، با تمام تلاشی که می کنم، نمی توانم، حتی جزیی از آن چه را که آن زمان قادر بودم، انجام دهم.

آن چه مربوط به اوقات فراغت من می شد، به جز رفتن به سینما و تئاتر قدیمی کاپلی، گاهی به ارتفاع های میدل سکس می رفتم، سلانه سلانه در «تپهٔ آبی» قدم می زدم، گاهی هم یک سورتمهٔ ابتدایی برای پایین آمدن از کوه پشت قبرستان می ساختم؛ دوستانی هم داشتم: چند تا از هم کاران جوان بخش و یکی از آسپیران های دانشگاه هاروارد. زمستان، با قدم زدن روی یخ تا انستیتو و یا پیاده روی در خیابان اسپاکس از منزل تا بوستون، لذت می بردم.» (صفحهٔ ۴۰ کتاب)

در همین دوران بود که علاقهٔ وینر به جنبه های فیزیکی ریاضیات روز به روز عمیق تر می شد. وینر، دلیل این علاقه را چنین توصیف می کند:

«ساختمان «ام. آی. تی» در ساحل «ریور چارلز» [رودخانهٔ چارلز] ساخته شده بود و طوری قرار داشت که می شد مستقیماً، و از پنجره های آن، از چشم انداز گستردهٔ سرزمین زیبای دور و بر آن لذت برد، به خصوص وجود رودخانه، موجب شادی بود. به نظر می رسید که می توان از بام تا شام به تماشای ناز و کرشمه های عجیب و غریب آب نشست. ولی آن چه در میان این همه زیبایی مرا به طرف خود می کشید، ریاضیات و فیزیک بود. آن قانون مندی های ریاضی، که همهٔ این تودهٔ بی نظم و ناآرام آب را هدایت می کند، کدام است؟ مگر اهمیت اصلی ریاضیات در این نیست که می تواند نظم و ترتیبی را، که زیر این هرج و مرج و نابسامانی ظاهری دور و بر ما پنهان شده است، پیدا کند؟

ریور چارلز، گاهی ناگهان از موج‌های بلند، با شانه‌های بلند کف، پوشیده می‌شود و گاه چنان چین‌خوردگی ملایمی دارد که به زحمت می‌توان موج‌های کوتاه آن را دید. طول موج‌های آن، گاه از دو یا سه بند انگشت تجاوز نمی‌کند و گاه به چند متر می‌رسد. چگونه می‌توان بیان ریاضی همهٔ این پدیده‌ها را داد؟ از چه دستگاهی باید استفاده کنیم تا در تنوع بی‌پایان جزییات این منظره غرق نشویم؟ برایم روشن بود که این مسأله، با مسألهٔ میانگین آماری بستگی دارد که با انتگرال لبگ خویشاوند است.» (صفحهٔ ۴۱)

به همین جهت، ، وینر به کارهای ویلارد گیبس در زمینهٔ مکانیک آماری علاقه‌مند می‌شود. تعمق در زیبایی‌های اطراف، به خصوص رودخانه و مشاهدهٔ طول موج‌های بلند و کوتاه آب در وینر را، می‌توان با مشاهدهٔ نیوتن در افتادن سیب از درخت در کشف قانون جاذبه مقایسه کرد، زیرا وینر هم با مشاهدهٔ زیبایی‌ها و رمز و رازهای نهفته در آب رودخانه، به تبیین ریاضی حرکت براونی می‌پردازد.

حرکت براونی

«حرکت براونی نامی است که به حرکت نامنظم گرده گیاهان که در آب معلق هستند داده شده است. رابرت براون گیاه‌شناس معروف انگلیسی برای اولین بار در ۱۸۲۸ با مشاهدهٔ این حرکت، متوجه اهمیت آن در مطالعهٔ ذرات معلق میکروسکوپی شد. پس از آن دامنهٔ کاربرد حرکت براونی از مطالعهٔ ذرات معلق میکروسکوپی بسیار فراتر رفته است و شامل مدل‌سازی قیمت‌های سهام، نوفه حرارتی در مدارهای الکتریکی، برخی حالت‌های حدی در سیستم‌های صف و موجودی و اختلالات تصادفی در انواع دیگر از سیستم‌های فیزیکی، زیستی، اقتصادی و مدیریت شده است.

آنچه براون در ابتدا مشاهده نمود این بود که گرده‌های گیاهان درون مایع دارای حرکت‌اند و علاقه‌مند شد تا قانون و علت این حرکت را بیابد، اما از عهدهٔ این کار برنیامد و مسأله بدون پاسخ ماند. سپس در سال ۱۹۰۶ میلادی، انیشتین موفق به حل مسأله شد و علت حرکت را بمباران دانه‌های گرده توسط ملکول‌های مایع معرفی نمود. با این حال اولین مدل ریاضی حرکت براونی در تز دکتری ریاضی بشلیه[۴] (Bacheiler) در سال ۱۹۰۰ میلادی در دانشگاه پاریس و برای مدل اقتصادی مطرح شد.

بشلیه توزیع‌های مهم متعددی استخراج کرده بود که همگی به فرآیند حرکت براونی در $\mathbb{R}$ مربوط بودند، «از جمله توزیع مربوط به تغییر پیشینه در طول یک بازهٔ زمانی، بدین منظور وی توزیع‌های متناظر با یک قدم زدن تصادفی گسسته را پیدا می‌کرد و سپس حد را هنگامی که طول قدم‌ها به سمت صفر میل می‌کرد به دست می‌آورد. دقیق‌تر بگوییم، آنچه بشلیه استخراج نمود توزیع‌هایی بودند که

اکثر مردم هم موج رودخانه و دریا را بارها و بارها مشاهده کرده‌اند اما کمتر کسی با چشم دل به پدیده‌های طبیعی می‌نگرد و به کشفِ قانون‌مندی‌های حاکم بر آن‌ها، موفق می‌شود

برای فرآیند حرکت براونی کارایی داشتند، به فرض آن‌که اصلاً چیزی تحت عنوان حرکت براونی وجود داشته باشد، و به فرض این‌که بشود آن را با آن قدم زدن‌های تصادفی تقریب زد.» (دوب، نشر ریاضی ۱۲)

پس از آن، وینر با مطالعهٔ کارهای اینشتین و مشاهدات خود، مدل ریاضی این حرکت را به طور کامل بررسی کرد.

«خود حرکت براونی، موضوعی نبود که در فیزیک، بدون بررسی باقی مانده باشد. ولی در کارهای اساسی و عمیقی که اینشتین و اسمولوخوفسکی در این زمینه کرده‌اند، یا به رفتار یک ذره در یک لحظهٔ زمانی ثابت پرداخته‌اند و یا به خصلت‌های آماری مجموعهٔ بزرگی از ذره‌ها در جریان زمان؛ ولی خاصیت‌های ریاضی خط سیر ذره‌های جداگانه، هیچ‌گاه مورد مطالعه قرار نگرفته بود.» (صفحهٔ ۴۸)

دیدگاه سنتی در فیزیک که از نیوتون سرچشمه می گیرد، بر اساس تصورهای تعیّنی (دترمینسکی) بنا شده است؛ یعنی اگر قانون حرکت و شرایط اولیه را بدانیم، می توانیم آیندهٔ ذره را به طور دقیق پیش بینی کنیم. بنابراین، اگر موقعیت و سرعت ذره‌ها را در موج های سطح رودخانه چارلز بدانیم، می توان حرکت این موج ها را در همهٔ سده های آینده محاسبه کرد.

متأسفانه با وسیله های اندازه گیری که در اختیار داریم و همهٔ آن‌ها دست ساز هستند، نمی توان تصاویر دقیق و سرعت همهٔ ذره‌ها را در اولین زمان به دست آورد. اما می توان اندازهٔ احتمال ذره در مجموعه ای خاص را در زمان معین، محاسبه کرد.

این اندیشه های تازه که بر اساس کارهای گیبس قرار داشت، **پدیده‌های گیبس** نامیده می شود.

«تصادفی نبود که اندیشه های گیبس، چنین اثر نیرومندی بر من گذاشت. درست قبل از نخستین ترم تحلیلی من در «ام. آی. تی» دکتر ای. بارنت، برای کار از سین سیناتی به کمبریج آمد. من و او، بحث های زنده و گرمی دربارهٔ مسأله های مختلف ریاضی و غیر ریاضی داشتیم. من برای نخستین بار، کار مستقل علمی خود را، در پیش رو داشتم و درست نمی دانستم که نیروی خودم را روی چه چیزی متمرکز کنم. از بارنت خواهش کردم، مسألهٔ جالبی برایم پیدا کند، که تاکنون کسی روی آن کار نکرده باشد. او گفت: میدان گسترده‌ای برای فعالیت وجود دارد که به تعمیم مفهوم احتمال، در مواردی مربوط می شود که «حالت های ممکن» را نمی توان به صورت نقطه های یک صفحه یا حوزه‌ای از فضا در نظر گرفت، ولی خصلت منحنی هایی را دارند که معرف اشیای متحرکی هستند.» (صفحهٔ ۴۱ کتاب)

تا آن زمان، شهود نقطه‌ای در یک فضا، یک نقطه با بُعد متناهی بود؛ یعنی نقطه‌ای در صفحه و یا فضای اقلیدسی و یا صفحه مختلط. دیدن یک تابع به عنوان یک نقطه بسیار نامأنوس بود و ریاضی دان ها، به حسن و توانایی فضای توابع نمی اندیشیدند.

مشاهدهٔ وینر از موج رودخانه چارلز و دیدن مسیر منحنی ها به عنوان یک نقطه و حرکت موج ها به عنوان حرکت نقطه در فضای توابع، بدیع و تازه بود.

مشاهده‌ای بسیار ساده و واضح، چیزی که همهٔ مردم بارها دیده‌اند، اکثر مردم هم موج رودخانه و دریا را بارها و بارها مشاهده کرده‌اند اما کمتر کسی با چشم دل به پدیده های طبیعی می نگرد و به کشف قانون مندی های حاکم بر آن ها، موفق می شود. همان طور که بارها افتادن سیب از درخت و موج رودخانه را مشاهده کرده‌ایم ولی هیچ کس جز نیوتن، از این مشاهدات، به قانون جاذبه پی نبرد و هیچ کس جز وینر، فضای توابع را درک ننمود.

«به این ترتیب، حرکت براونی موقعیتی را در برابر ما قرار می دهد که، در آن، ذره‌ها به رسم منحنی هایی مشغول اند، و این منحنی ها، به مجموعه‌ای آماری از منحنی ها تعلق دارند. این حرکت، بهترین زمینه برای اندیشه های من در مورد به کار بردن انتگرال گیری لبگ در فضای منحنی ها بود و ضمناً دارای این خصوصیت بود که موضوع آن، از لحاظ فیزیکی، به دنیای واقع مربوط می شد و دقیقاً به اندیشه های گیبس بستگی داشت. در واقع، در این جا بود که توانستم با به کار بردن نظرهای خود در تعمیم نظریهٔ انتگرال گیری، به موفقیت های بزرگی برسم.» (صفحهٔ ۴۸)

ب. ج. دانیل، دانشمند انگلیسی هم که آن زمان، در انستیتو رایس در هوستون تگزاس درس می داد، چند مقاله دربارهٔ انتگرال و اندازه چاپ کرد که بعدها به نام انتگرال دانیل مشهور شد. باید توجه داشت که در انتگرال دانیل، بُعد فضا متناهی بود. اما وینر، انتگرال دانیل را برای فضاهای بی نهایت بُعدی توابع تعمیم داد و حرکت براونی را ساخت.

«توجه کنید که شکی در وجود حرکت براونی نیست: حرکت براونی را می شود زیر میکروسکوپ نظاره کرد. ولی هنوز برهانی برای وجود یک فرآیند تصادفی، یک حساب ریاضی، با خواص مطلوب در دست نبود. وینر (۱۹۲۳) فرآیند مطلوب حرکت براونی را که امروزه گاه

فرآیند وینر نامیده می‌شود ساخت. بدین منظور وی از رهیافت دانیل به نظریهٔ اندازه استفاده کرد تا اندازه‌ای با خواص ذیل بر فضای S از توابع پیوسته به دست آورد: اگر $X(t,\circ)$ متغیری تصادفی باشد که با مقدار یک تابع در S در زمان t تعریف شده باشد، فرآیند تصادفی این متغیرهای تصادفی فرآیندی تصادفی است با اعضای S به عنوان توابع نمونه‌ای، و به توزیع‌های توأمی که برای فرآیند حرکت براونی وجود دارد، به عنوان توزیع‌های توأم متغیر تصادفی.» (دوب، نشر ریاضی)

با این ایده، وینر، فضای نمونه‌ای را فضای توابع پیوسته، یا به واقع، فضایی که هر عضو آن یک موج باشد، در نظر گرفت. متغیر تصادفی از فضای توابع پیوسته $C[\circ,T]$ به اعداد حقیقی تعریف شده بود. وینر حرکت براونی را به عنوان یک متغیر تصادفی گوسی، روی فضای توابع پیوسته با استفاده از بسط فوریه آن، با پایه توابع شاودر و ضرایب متغیرهای تصادفی نُرمال ساخت. کارهای وینر، بعدها به وسیله پل لِوی، کامرون و مارتین، ادامه پیدا کرد. شرح حرکت براونی به عنوان بازی یوش بال و اثر ساچمه‌ای ذرات و کاربرد آن در الکترونیک و نظریهٔ پتانسیل، مطالب جالب و جذابی است که می‌توان در کتاب «من یک ریاضیدانم» وینر دید.

وینر در بخش پایانی کتاب، به ویژگی‌های شخصیتی خویش و برداشت خود از یک دانشمند، اشاره می‌کند. وینر، موفقیت خود را هم مدیون «استعداد ذاتی» و هم «تأثیر محیط» می‌داند. به گفتهٔ خودش، «نه تنها نبوغ خود را از پدرم گرفته‌ام، بلکه آموزش خود را هم، طبق دل‌خواه و با همان ویژگی که از او به ارث برده بودم، به دست آوردم. اگر شبیه پدرم نبودم، به صورت موضوع نامناسبی برای نوع تربیتی مورد نظر او در می‌آمدم. بدون این امکان بالقوه‌ای که از او به ارث برده بودم، به احتمال زیاد، آموزش و تربیت او، بی‌حاصل می‌ماند.» وینر اساس دیدگاه تربیتی پدرش را که خود دانشمند برجسته‌ای بود، «اعتقاد به تلفیق کامل نظریه و عمل» معرفی می‌کند. او هم‌چنین، به روحیهٔ مستقل، جستجوگر، فداکار و ایثارگر پدر خود اشاره می‌کند و ایجاد چنین روحیه‌ای را در خود، مدیون او می‌داند. وینر، زمان و مکانی که در آن رشد علمی یافته است را محترم می‌شمارد و می‌گوید:

«خوشبخت بودم که قبل از جنگ جهانی اول به دنیا آمدم؛ وقتی که هنوز جهان دانش، دچار امواج جهل سال‌های فاجعه و بلیه نشده بود. به خصوص خودم را از این بابت خوشبخت می‌دانم که گرفتار وضعی نشدم تا سال‌های طولانی، هم‌چون یکی از پیچ و مهره‌های کارگاه دانش امروزی، کاری را انجام دهم که دستور می‌دهند و روی مسأله‌هایی کار کنم که مورد خواست مقام ریاست است و مغز خود را تنها «به افتخار کلیسا»[5] بفرسایم و همچون شوالیه‌های سده‌های میانه، تنها در اختیار اربابان خود باشم. من، با تمام وجودم، برای

دانشمند، در هر جای جهان و با هر نظام فکری، انسانی می‌اندیشد و هر رفتار غیر انسانی، او را مضطرب و پریشان می‌سازد، و اگر گاهی نواهایی ضد انسانی، از زبان کسانی می‌شنویم که خود را صاحب علم و معرفت می‌دانند، بیش‌تر سوداگر و دانشمندنما هستند تا دانشمندی اصیل و واقعی

دانشمندان جوان امروزی متأسفم ـ خواه خود آن‌ها موافق باشند یا مخالف که به «روح زمان» تسلیم شده‌اند به صورت مستخدمان یا کارمندان روش فکری درآمده‌اند که نام خود را در لحظه‌های ورود و خروج از محل کار، در دفتر حضور و غیاب ثبت می‌کنند.» (صفحه‌های ۴۳۹ و ۴۴۰ کتاب)

وینر تأثیر محیط و نوع تعامل با آن را برای تربیت دانشمند، ضروری می‌داند. به گفته او، «دانشمند باید در جریان کاری باشد که در اطراف او می‌گذرد، وگرنه کار او، به نتیجهٔ واقعی خود نمی‌رسد. او باید در محیطی زندگی کند که امکان اشتغال به دانش را به او بدهد، دوستانی داشته باشد که ضمن گفت‌وگو و

بحث با آن‌ها بتواند به دانش خود بیفزاید و استعداد خود را شکوفا کند». (صفحه‌های ۴۴۰ و ۴۴۱)

وینر در ادامه، نگرانی خود را از حساب‌گری و کاسب‌کارانه شدن علم و تولید آن، ابراز می‌کند و می‌گوید:

«ما در دورانی زندگی می‌کنیم که جست‌وجوی سود، نقشی چنان استثنایی به عهده دارد که همهٔ جنبه‌های دیگر را به کنار زده است. جامعهٔ امروزی ما، ارزش اندیشه‌ها را با معیار دلار و سنت می‌سنجد، ولو این‌که ارزش چنین اندیشه‌هایی به مراتب پایدارتر و ثمربخش‌تر از ارزش پول باشد. کشفی که احتمالاً بتواند در پنجاه سال بعد مورد استفادهٔ علمی قرار گیرد، تقریباً هیچ شانسی برای تأمین شرایط ادامهٔ تحقیق ندارد. از طرف دیگر، چنین کشفی، هیچ کسی را به طرف خود جلب نمی‌کند، چرا که همه در فکر تأمین آیندهٔ خود و آیندهٔ بچه‌ها و نوه‌های خود هستند.» (صفحهٔ ۴۴۲)

وینر سپس، بر ضرورت عبور از فردگرایی و کار گروهی در تولید علمی، تأکید می‌کند و در پایان، به ارزیابی خود می‌پردازد:

«پس از سی و شش سال خدمت در «ام. آی. تی» و در سن شصت سالگی، نه خود را در پایان علاقه به کارهای علمی می‌بینم و نه گمان می‌کنم که موفقیت‌های خود را، به طور کامل، پشت سر گذاشته‌ام. به نظرم می‌رسد که همکاری من در زمینهٔ امواج مغز، منجر به شکوفایی دانش مهمی می‌شود، هم‌چنین پژوهش‌هایم همراه با آرماند زیگل دربارهٔ حرکت براونی و رشته‌های زمانی، مرا به بازشناسی نقش نسبی علیت و تصادف در جهان، رهنمون شده است. نمی‌دانم، در سال‌هایی که از عمرم باقی مانده است، این برنامه را خود به فرجامی خواهم رساند یا، دست کم، شاهد اجرای آن به دست دیگران و شناخته شدن سهم اندیشه‌های گذشته‌ام در آن، خواهم بود یا نه! ولی، اینک اطمینان برحقی دارم که اگر کار علمی‌ام زود آغاز شده است، دیر می‌پاید.» (صفحهٔ ۴۴۶)

این نوشته را با نکته‌ای در باب اخلاق و سلوک وینر، مسئولیت دانشمند و تعهد او در قبال انسان‌ها، عدم همکاری در ساختن بمب اتم و کارهای نظامی، کمک به ریاضی‌دان‌های آلمان برای مهاجرت به آمریکا بعد از فاجعهٔ جنگ جهانی دوم، نظیر مماس، رادامچر، پولیا، سگو، امی نوتر، فون نیومن و برخورد با نژادپرستی را با جمله‌ای از یادداشت مترجم، به پایان می‌برم.

«وینر دانشمندی است، هم‌چون دیگر دانشمندان اصیل، انسان دوست، دشمن سرسخت جنگ و نابرابری‌های قومی و نژادی و موجودی سرشار از عاطفه و انسانیت. سراسر کتاب، حکایت از آن دارد که وینر، نه تنها گوشه‌گیر و برکنار از پیش‌آمدهای دور و بر خود نیست؛ بلکه هر حادثه‌ای در هر گوشهٔ جهان اگر به سرنوشت انسان و انسانیت مربوط باشد، او را به خود جلب می‌کند و بسته به نوع حادثه، در برابرش سمت‌گیری می‌کند.

و به این ترتیب یک بار دیگر قانع شدم که دانشمند، در هر جای جهان و با هر نظام فکری، انسانی می‌اندیشد و هر رفتار غیر انسانی، او را مضطرب و پریشان می‌سازد، و اگر گاهی نواهایی ضد انسانی، از زبان کسانی می‌شنویم که خود را صاحب علم و معرفت می‌دانند، بیش‌تر سوداگر و دانشمندنما هستند تا دانشمندی اصیل و واقعی». (پرویز شهریاری، مقدمهٔ مترجم، صفحهٔ ۱۱)

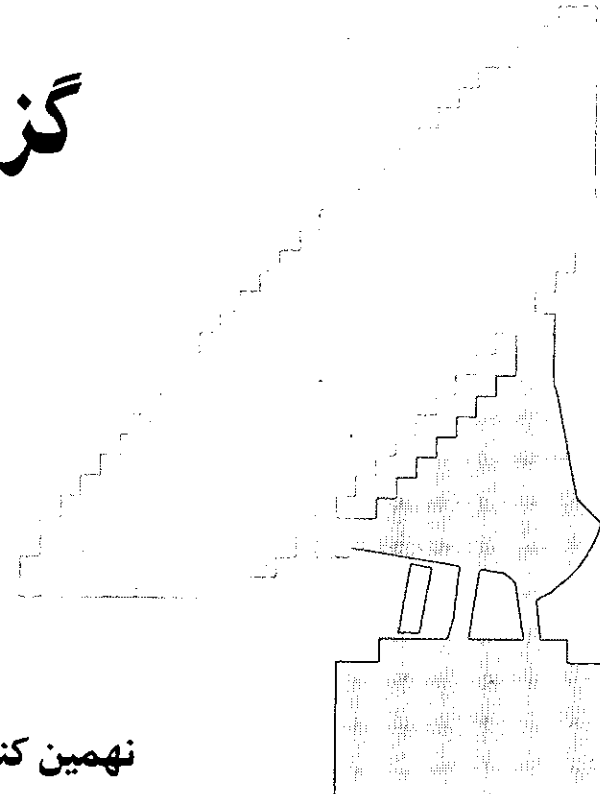
■

زیرنویس‌ها

1. Mad Hatter
2. Main
3. Massachusets Institute of Technology (M.I.T)
4. Bachelier
5. Incommendom,

اصطلاح لاتینی سده‌های میانه، که به معنای «به افتخار کلیسا» و «به خاطر کلیسا» به کار می‌رفت.

گزارش و خبر



به بهانهٔ برگزاری
نهمین کنفرانس بین‌المللی iEARN در مسکو
۱۴ تا ۲۳ تیر ۱۳۸۱ ــ ۷ تا ۱۴ جولای ۲۰۰۲

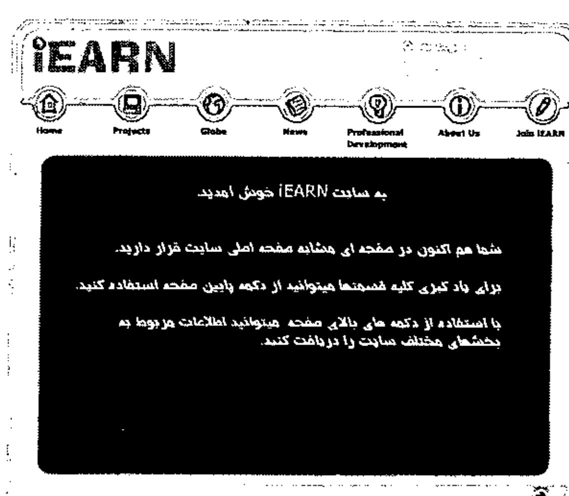
فریبا وثوقی
دبیر مدارس تهران

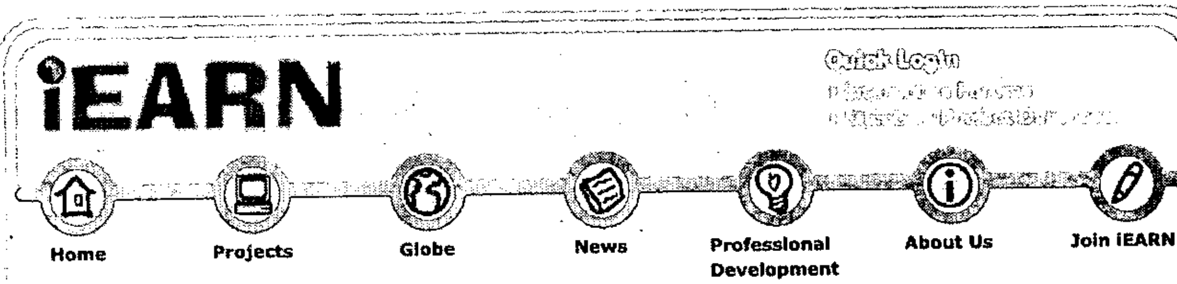
word war 1: w.w.1.
word war 2: w.w.2.
why not www.?

iEARN چیست؟

iEARN[1] ، سازمانی غیر انتفاعی است که از سال ۱۹۸۸ برای تشویق و بسیج مدارس سراسر دنیا در انجام پروژه‌های دانش‌آموزی بین کشورهای مختلف، پیش قدم شد و اکنون حدود ۵ هزار مدرسه در ۹۲ کشور جهان را به هم پیوسته است.

دانش‌آموزان و معلمان در iEARN، از طریق اینترنت روی پروژه‌های مشترک با همدیگر کار می‌کنند و قصد دارند به روشی جدید و متفاوت، مسایل و مشکلات جهانی سیارهٔ ما را حل کنند. در چشمان اینترنت، همه یکسانند، اینترنت در مقابل رنگ و نژاد و مذهب، کور است. اینترنت، محلی است که به همه کس اجازه می‌دهد به صحنه





بیاید و با هر کسی ارتباط داشته باشد. اینترنت، یک برابرکننده است. روزی که اینترنت به هر مدرسه‌ای در دنیا پا بگذارد، به این معنی است که شما به کودکان اجازه داده‌اید با هم ارتباط داشته باشند و از یکدیگر یاد بگیرند. این کودکان، آزادتر و بُردبارتر بار خواهند آمد و در آینده، با همدیگر همکاری خواهند کرد. این چشم‌انداز جدید، می‌تواند آینده را تغییر دهد.

از ۱۴ تا ۲۳ ـ اُم تیرماه سال جاری، نهمین کنفرانس سالانهٔ بین المللی iEARN در شهر مسکو برگزار شد. از ویژگی‌های این کنفرانس، حضور فعال بیش از ۷۰ نمایندهٔ ایرانی از مدارس و مراکز فرهنگی سراسر ایران بود. بخش اعظمی از این کنفرانس، به بحث دربارهٔ دست‌آوردها و پروژه‌های انجام شده در سال گذشته و نیز برنامه‌ریزی برای سال آینده، اختصاص یافت. به طور کلی برنامهٔ کنفرانس حول مطالب زیر بود:

■ ایجاد فرصت‌های جدید برای ارتباطات جدید. معلمان و مسئولان مدارس، از نزدیک با افراد و کارهای کشورهای مختلف آشنا شدند و پروژه‌های جدیدی برای سال آینده، طراحی و پیش‌بینی کردند.

■ معرفی پروژه‌ها و تجربه‌های جداگانه در سال گذشته و این که در هر کشوری چگونه کار شده است. معرفی این کارها، علاوه بر انتقال تجارب به یکدیگر، برای انجام پروژه‌های دیگر نیز ایجاد انگیزه می‌کرد.

■ برگزاری جلسات مربوط به هماهنگ‌کننده‌های iEARN و مشارکت در تجارب و روش‌های اجرایی این سازمان، ائتلاف و همبستگی استراتژیک تخصیص بودجه، پیوستن مدارس و معلمان جدید به فهرست iEARN، آموزش معلمان و...

■ ICT و مباحث مربوط به مدیریت، آموزش، ارتباطات، مشاغل، پروژه‌های مشترک آموزش از راه‌دور و غیره. برای دسترسی بیش‌تر، می‌توانید به آدرس اینترنتی زیر مراجعه کنید:

http://www.iearn.org

چگونه عضو iEARN شویم؟

برای دیدن قسمت‌های مختلف سایت، نیازی به عضو شدن نیست و می‌توان از اکثر قسمت‌ها، از جمله اطلاعات پروژه‌ها، به راحتی استفاده کرد. اما در صورتی که قصد شرکت فعال در انجمن‌ها یا پروژه‌های خاصی را داشته باشید، یا اگر دبیر هستید و می‌خواهید علاوه بر خود، دانش‌آموزان خود را نیز در سایت ثبت‌نام کنید، نیازمند نام کاربَر و کلمهٔ عبور خواهید بود.

برای عضویت در iEARN، باید توسط پست الکترونیک، با مسؤول iEARN در ایران (آقای محمدرضا مهجوریان) ارتباط برقرار کنید تا برای شما، کدکاربری و کلمهٔ عبور ایجاد شود و در اختیارتان قرار گیرد:

Reza@schoolnet.ir

زیرنویس

1. International Education and Resource Network.

UK IMO 2002

چهل و سومین المپیاد بین المللی ریاضی
گلاسکو، بریتانیا

یحیی تابش، دانشگاه صنعتی شریف
سرپرست تیم ملی المپیاد ریاضی ایران

به گلاسکو که رسیدیم، هوای خنک که گه گاهی بارانی می شد به استقبالمان می آمد، بچه ها در خوابگاه های دانشگاه استرات کلاید در گلاسکو اسکان داده شدند؛ هرسه ـ چهار نفر در یک آپارتمان کوچک، اتاق خصوصی برای هریک و فضای عمومی مشترک. همه چیز تمیز و مرتب. سرپرست ها را هم بردند به خارج شهر در یک هتل دورافتاده که کار طرح سؤال انجام شود.

از هشتاد و چهار کشور شرکت کننده، حدود ۳۰ کشور، مسأله فرستاده بودند که کمیتهٔ علمی، ۱۵۰ مسأله دریافت کرده بود و ۲۷ تا را در به اصطلاح short list جمع کرده بودند که دو تا از آن ها هم از مسأله های ارسالی ما بود، که ذوق زده شدیم! ولی در رده بندی مسأله ها در هیأت داوری، مسأله های ما که زیاده از حد سخت بودند، شانس حضور در شش مسأله را از دست دادند و بالاخره پس از بحث و گفتگو، هیأت داوری شش مسألهٔ ضمیمه را به عنوان سؤال های دو روز امتحان برگزید. مسأله های ۳ و ۶ از سخت ترین مسایل المپیادها هستند، ولی ۴ مسألهٔ دیگر کاملاً برای المپیاد کارها آشناست.

بالاخره، پس از مراسم افتتاحیه که در تالار دانشگاه استرات کلاید برگزار شد و از دور توانستیم دستی برای بچه ها تکان دهیم، روزهای امتحان فرا رسیدند و پس از روز دوم، به دیدار بچه ها رفتیم و کار تصحیح اوراق با نظم و دقت زیاد، شروع شد. هر چند که انتظار داشتیم بچه های ما ۴ مسأله را کامل حل کرده باشند، ولی شاید اضطراب امتحان، این انتظار را برآورده نکرد.

بهترین ورقه را حسام مهدوی فر نوشته بود. حسام، سال سوم است و سال آینده هم می تواند شانس خوب ما باشد. او جمعاً ۲۸ امتیاز به دست آورد و یک بی دقتی کوچک باعث شد که از سؤال ۵، یک نمره از دست بدهد، وگرنه مدال طلا که لیاقتش را داشت زینندهٔ گردنش می شد. در مسأله های سخت، فقط پیام ولدخان با مسألهٔ ۶ برخورد خوبی کرده بود و چند نمره ای گرفت؛ هرچند که بی دقتی او در سؤال های ۴ و ۲، او را هم از طلا محروم کرد. سپیده میررحیمی هم که سومین دختری است که از ایران به المپیاد بین المللی ریاضی راه پیدا می کند، خوش درخشید و مدال نقره را به گردن آویخت. گذشته از آن، شخصیت قوی و روحیهٔ اجتماعی سپیده هم، باعث افتخارمان بود.

حاصل کار بچه ها به قرار زیر است:

- **حسام مهدوی فر** (دبیرستان شهید بهشتی شهرری) ۲۸ امتیاز، مدال نقره
- **محمد مهدی کرامتی** (دبیرستان شهید هاشمی نژاد مشهد) ۲۷ امتیاز، مدال نقره
- **پیام ولدخان** (دبیرستان شهید دانش تهران) ۲۵ امتیاز، مدال نقره
- **سپیده میررحیمی** (دبیرستان فرزانگان کرج) ۲۴ امتیاز، مدال نقره
- **میرامید حاجی میرصادقی** ۲۲ امتیاز، مدال برنز
- **آرمین مربی** ۱۷ امتیاز، مدال برنز

از لحاظ رده بندی تیمی نیز، بین ۸۴ کشور شرکت کننده، حائز رتبهٔ یازدهم شدیم.

از تیم های اول و دوم که بگذریم، بقیهٔ ده ـ پانزده تیم، خیلی به هم نزدیک هستند و رقابت فشرده است. ولی به هر صورت، موقعیت ما در المپیاد ریاضی بسیار مثبت است و به عنوان یک تیم مطرح و برجسته، همیشه مورد توجه هستیم. غیر از بچه ها که همیشه مورد توجه هستند، موقعیت ما در هیأت داوری نیز از هر لحاظ قوی است.

در مراسم اختتامیه که باز هم در یک روز خنک و بارانی در گلاسکو برگزار می شد، بچه های ما با وقار زیادی مدال هایشان را گرفتند؛ وقاری که به چشم هم آمده بود. هرچند از بنیهٔ علمی آن ها، بیش تر برمی آمد و لیاقتشان، بیش تر از این ها بود، ولی همه شان (حتی آن ها که در مرحلهٔ نهایی به تیم راه پیدا نکردند).

کشور	امتیاز	رتبه
چین	۲۱۲ امتیاز	رتبهٔ اول
روسیه	۲۰۴ امتیاز	رتبهٔ دوم
آمریکا	۱۷۱ امتیاز	رتبهٔ سوم
بلغارستان	۱۶۷ امتیاز	رتبهٔ چهارم
ویتنام	۱۶۶ امتیاز	رتبهٔ پنجم
کره	۱۶۳ امتیاز	رتبهٔ ششم
تایوان	۱۶۱ امتیاز	رتبهٔ هفتم
رومانی	۱۵۷ امتیاز	رتبهٔ هشتم
هند	۱۵۶ امتیاز	رتبهٔ نهم
آلمان	۱۴۴ امتیاز	رتبهٔ دهم
ایران	۱۴۳ امتیاز	رتبهٔ یازدهم
مجارستان	۱۴۲ امتیاز	رتبهٔ دوازدهم
کانادا	۱۴۲ امتیاز	رتبهٔ دوازدهم
بلاروس	۱۳۵ امتیاز	رتبهٔ چهاردهم
ترکیه	۱۳۵ امتیاز	رتبهٔ چهاردهم

جوهرهٔ علمی بایسته‌ای از خود نشان داده‌اند که به آیندهٔ آن‌ها سخت امیدوارم.

هیأت سرپرستی، امسال هم از لحاظی با سال‌های قبل متفاوت بود. از اینجا دکتر آرش رستگار و امید نقشینه همراه من بودند و در لندن هم خانبان و خانم کمالی (همسر آقای خانبان) به ما پیوستند. خانبان، اولین مدال آورندهٔ المپیاد ریاضی در ایران (۱۳۶۶) در امپریال کالج، مشغول کار در دورهٔ دکتری است و وضع خیلی خوبی دارد. بعد از ۱۶ سال، از او هم دعوت کردیم به المپیاد بیاید که خاطره‌ها را زنده کند. سیمین کمالی هم به عنوان سرپرست دانش‌آموز دختر، همراه ما شد. حضور هر دوی آن‌ها خیلی مغتنم بود. به هر صورت، حضور آرش، امید و خانبان، توجه خیلی از سردمداران المپیاد را جلب کرده بود. علاوه بر این، آرش نشان داد که به‌خوبی می‌تواند امور لازم را در یک جمع بین المللی پیش ببرد و به نظر می‌رسد، شایسته‌ترین فردی است که می‌تواند از این به بعد، المپیاد ریاضی را رهبری کند و نشاط لازم را در المپیاد، زنده نگه دارد.

* * *

در گلاسکو (اسکاتلند)، بیش از همه بنای یادبود ویلیام والاس، که بالای تپهٔ سرسبزی ساخته شده بود و برای آزادی جنگیده بود، جلب توجه می‌کرد. شاید بیش‌ترین تلاش ما هم در آموزش ریاضی و بالطبع در المپیاد ریاضی، این است که به آزادی باطنی برسیم...

به عون الله ـ مرداد ۱۳۸۱

چهل و سومین المپیاد بین المللی ریاضی / گلاسکو، بریتانیا

روز اول، ۲۴ ژوئیهٔ ۲۰۰۲
مدت: ۴/۵ ساعت
هر مسأله، ۷ نمره دارد.

سؤال ۱. فرض کنید n یک عدد صحیح مثبت است. هم‌چنین فرض کنید T مجموعهٔ نقاط (x,y) در صفحه باشد که x و y غیرمنفی‌اند و $x+y<n$. هر نقطهٔ T با رنگ قرمز یا آبی رنگ‌آمیزی شده است. اگر یک نقطهٔ (x,y) قرمز باشد، آن‌گاه تمام نقاط (x',y') در T که $x'\le x$ و $y'\le y$ نیز با رنگ قرمز رنگ شده‌اند. هر مجموعه از n نقطهٔ آبی که دارای مؤلفه‌های x متفاوت باشند را X ـ مجموعه می‌نامیم، و هر مجموعه از n نقطهٔ آبی که دارای مؤلفه‌های y متفاوت باشند را Y ـ مجموعه می‌نامیم. ثابت کنید تعداد X ـ مجموعه‌ها با تعداد Y ـ مجموعه‌ها برابر است.

سؤال ۲. فرض کنید BC یک قطره دایرهٔ Γ با مرکز O است. فرض کنید A نقطه‌ای روی Γ است. به طوری که $0^\circ < AOB < 120^\circ$. هم‌چنین فرض کنید نقطهٔ D وسط کمان AB، که شامل C نیست، باشد. خطی که از O به موازات DA رسم می‌شود خط AC را در J قطع می‌کند. عمود منصف OA دایرهٔ Γ را در نقاط E و F قطع می‌کند. ثابت کنید J مرکز دایرهٔ محاطی مثلث CEF است.

سؤال ۳. همهٔ زوج‌های صحیح $m, n \ge 3$ را پیدا کنید به قسمی که تعداد نامتناهی اعداد صحیح مثبت a وجود داشته باشد که

$$\frac{a^m+a-1}{a^n+a^2-1}$$

یک عدد صحیح باشد.

چهل و سومین المپیاد بین المللی ریاضی / گلاسکو، بریتانیا

روز دوم، ۲۵ ژوئیهٔ ۲۰۰۲
مدت: ۴/۵ ساعت
هر مسأله، ۷ نمره دارد.

سؤال ۴. فرض کنید n یک عدد صحیح بزرگ‌تر از ۱ است. فرض کنید $d_1, d_2, \ldots, d_k$، مقسوم‌علیه‌های مثبت n هستند به طوری که داریم

$$1 = d_1 < d_2 < \ldots < d_k = n$$

هم‌چنین فرض کنید $D = d_1d_2 + d_2d_3 + \ldots + d_{k-1}d_k$

الف) ثابت کنید $D < n^2$.

ب) همهٔ مقادیر n را بیابید که برای آن‌ها D یک مقسوم‌علیه n^2 است.

سؤال ۵. همهٔ توابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ مجموعهٔ اعداد حقیقی) را پیدا کنید به قسمی که برای هر x و y و z و t متعلق به $\mathbb{R}$ داشته باشیم

$$(f(x)+f(z))(f(y)+f(t)) = f(xy-zt)+f(xt+yz).$$

سؤال ۶. فرض کنید که $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_n$ دایره‌هایی با شعاع ۱ در صفحه باشند و $n \ge 3$. مرکز دایره‌ها را به ترتیب با $O_1, O_2, \ldots, O_n$ نشان می‌دهیم. فرض کنید هیچ خطی با بیش از دو دایره، نقطهٔ مشترک ندارد. ثابت کنید که

$$\sum_{1\le i<j\le n} \frac{1}{O_iO_j} \le \frac{(n-1)\pi}{4}.$$

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd

Mathematics Education Journal

Vol.19 - No.68 - 2002

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

CONTENTS:

2 Editor's Note

4 Aknowledging Parviz Shahriari Contribution to Math Education in Iran

14 Konkoor,...
by: Z. Gooya

23 Memorable Proofs
by: O.A. Karamzadeh

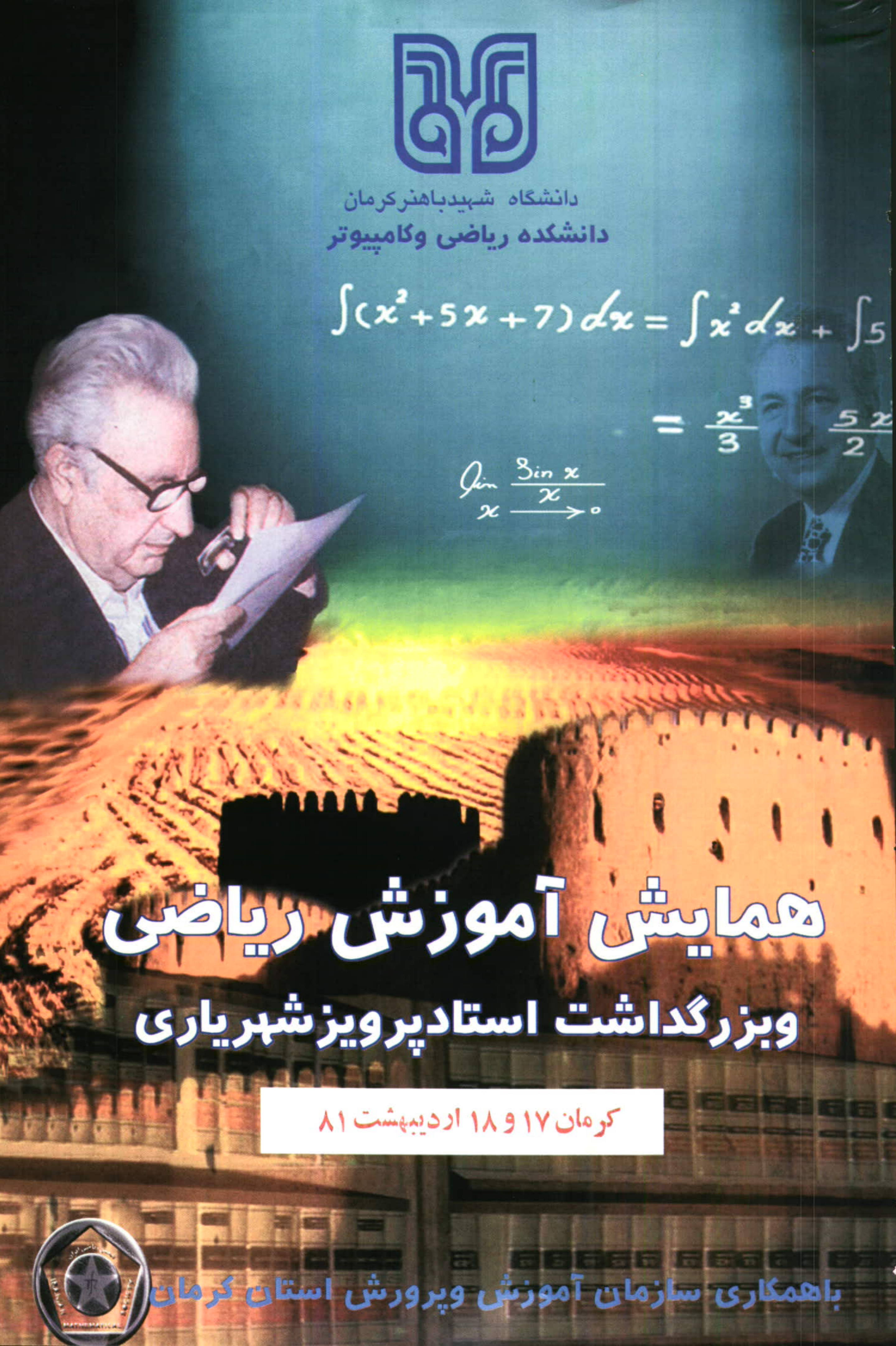
36 Teacher's Narrative
by: P. Shahriari

42 Fair Games and ...
by: S.E. Mahmoodian

51 Winner and Brownian Motion
by: B.Z. Zangeneh

60 News

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585 / E-mail:info@Roshdmag.org


دانشگاه شهید باهنر کرمان
دانشکده ریاضی وکامپیوتر
$\int(x^2+5x+7)\,dx = \int x^2\,dx + \int 5$
$= \frac{x^3}{3} \quad \frac{5x}{2}$
$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$
همایش آموزش ریاضی
وبزرگداشت استادپرویزشهریاری
کرمان ۱۷ و ۱۸ اردیبهشت ۸۱
باهمکاری سازمان آموزش وپرورش استان کرمان

امواج آب و ساحل دریا

(رجوع کنید به مقالهٔ وینر و حرکت براونی)