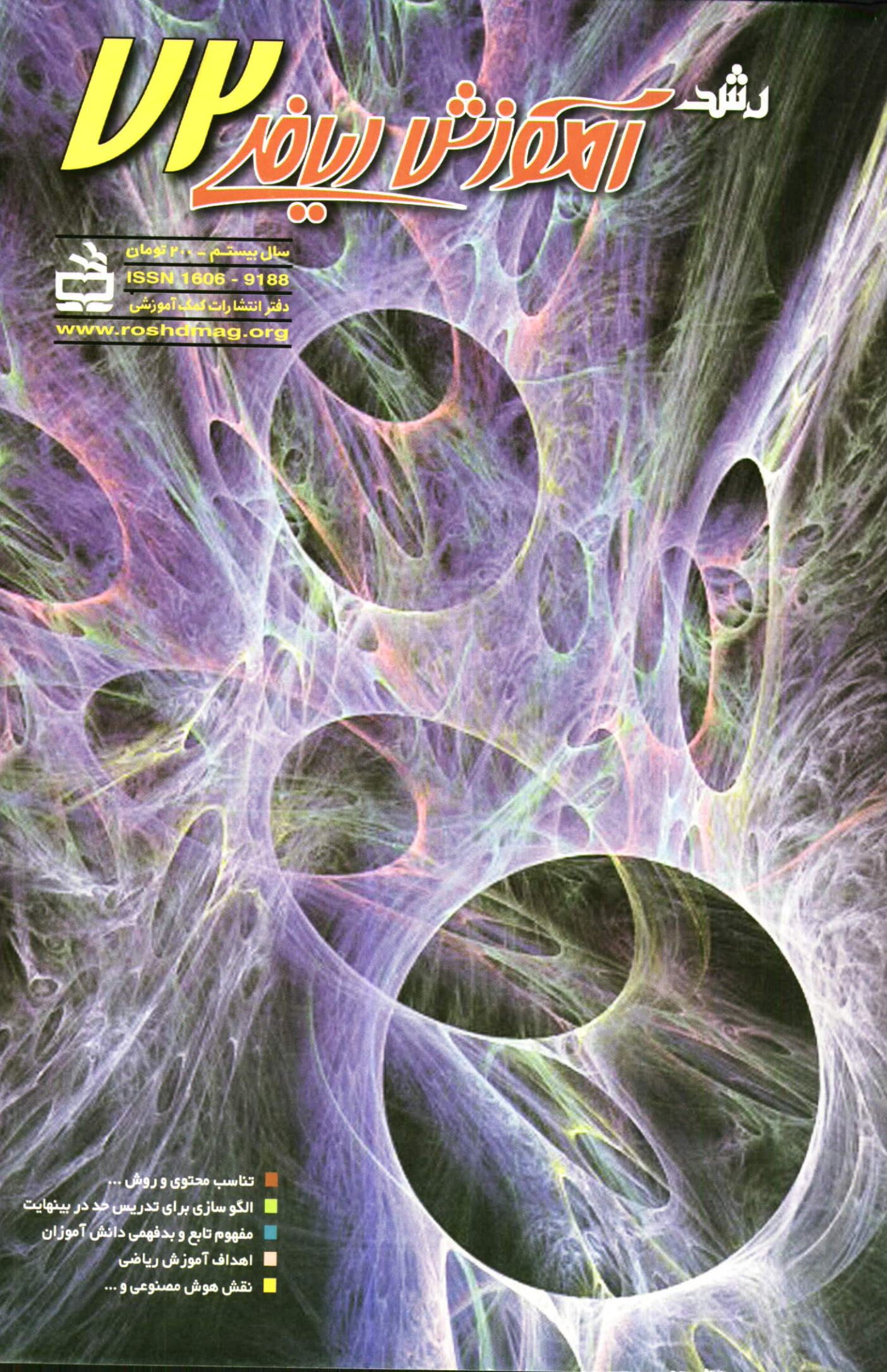
رشد آموزش ریاضی

سال بیستم - ۲۰۰ تومان
ISSN 1606 - 9188
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.roshdmag.org



تناسب محتوی و روش ...
الگو سازی برای تدریس حد در بینهایت
مفهوم تابع و بدفهمی دانش آموزان
اهداف آموزش ریاضی
نقش هوش مصنوعی و ...

تدریس، یک علم نیست، بلکه یک هنر است. اگر تدریس یک علم بود، بهترین روش تدریس وجود داشت و همه باید مانند آن، تدریس می کردند. اما چون تدریس یک علم نیست، آزادی عمل بسیار و احتمال بیش تری برای تفاوت های شخصی وجود دارد.

جرج پولیا (۱۹۶۹)

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۷۲

سال بیستم / سال ۱۳۸۲ / تیراژ ۱۳۰۵۰۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

فهرست

۲ یادداشت سردبیر

۴ تناسب محتوا و روش در برنامهٔ درسی ریاضیات و ...
نویسندگان: علی روزدار و زهرا گویا

۱۳ الگو سازی برای تدریس حد در بینهایت
نویسنده: جواد لالی

۲۲ مسأله: برش بزنید ! / نویسنده: مانی رضائی

۲۳ مفهوم تابع و بد فهمی دانش آموزان
نویسنده: مریم گویا

۳۱ نقطه بازی برای خبره ها / نویسنده: یان استیوارت
مترجمان: مهناز پاک خصال و اسماعیل بابلیان

۳۴ مسأله: تغییر موقعیت / نویسنده: مانی رضایی

۳۵ اهداف آموزش ریاضی / سخنران: جورج پولیا
مترجمان: علیرضا طالب زاده و زهرا گویا

۴۲ - نقش هوش مصنوعی و نرم افزارهای ...
نویسنده: مرتضی ایوبیان

۵۲ دیدگاه: شکل های بی محتوا / نویسنده: بهمن طباطبائی

۵۶ اخبار وگزارش ها

۶۱ پاسخ به نامه ها ، از میان نامه ها

مدیر مسؤول: علیرضا حاجیان زاده
سردبیر: زهرا گویا
مدیر داخلی: سپیده چمن آرا
اعضای هیأت تحریریه: اسماعیل بابلیان، میرزا جلیلی، جواد حاجی بابایی، مهدی رجبعلی پور مانی رضائی، شیوا زمانی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام آزاد، محمد رضا قدانی و علیرضا مدقالچی
مدیر هنری و طراح گرافیک: فریبرز سیامک نژاد

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹-۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۱) E-mail:info@roshdmag.org

چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

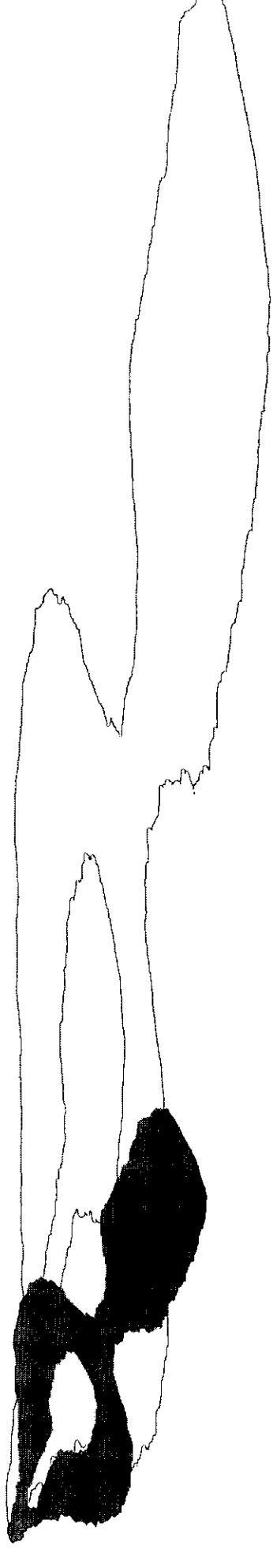
دفتر انتشارات کمک آموزشی، مجلات زیر را منتشر می کند:
رشد کودک، برای پیش دبستان و دانش آموزان کلاس اول دبستان
رشد نوآموز، برای دانش آموزان دوم و سوم دبستان
رشد دانش آموز، برای دانش آموزان چهارم و پنجم دبستان
رشد نوجوان، برای دانش آموزان دورهٔ راهنمایی
رشد برهان، مجله ریاضی دورهٔ راهنمایی
رشد جوان، برای دانش آموزان دورهٔ متوسطه
رشد برهان، مجله ریاضی دورهٔ متوسطه
مجلات رشد: معلم، تکنولوژی آموزشی، آموزش ابتدایی، آموزش فیزیک آموزش شیمی، آموزش معارف اسلامی، آموزش زبان وادب فارسی آموزش زبان، آموزش تاریخ، آموزش راهنمایی تحصیلی، آموزش جغرافیا آموزش علوم اجتماعی، آموزش تربیت بدنی، آموزش زیست شناسی آموزش هنر، مدیریت مدرسه، آموزش قرآن و آموزش زمین شناسی
برای معلمان، دانشجویان تربیت معلم، مدیران مدارس و کارشناسان آموزش و پرورش

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.



یادداشت سردبیر

دانش‌آموزان و خانواده‌هایشان، هر ساله، هنوز خستگی سال تحصیلی تمام شده را از تن به در نکرده، در تب و تاب ثبت‌نام برای سال تحصیلی جدید هستند. در این میان، کسانی که درون یک دورهٔ تحصیلی بوده و مجبور به تغییر مدرسه نمی‌باشند، وضعیت بهتری دارند. امّا وای به حال کسانی که به هر دلیل، نیازمند تغییر مدرسه باشند که در آن صورت، آرامش تابستانی خود و خانواده‌هایشان به مخاطره می‌افتد. این وضعیت وقتی بحرانی و فرسایشی می‌شود که دانش‌آموز، «متوسط» یا «ضعیف» باشد و نمره‌های او، «بالا» نباشند. آن‌وقت است که او باید، آمادگی مواجه شدن با انواع محدودیت‌ها، اهانت‌ها، حریم و حرمت‌شکنی‌ها و تحقیرشدن‌ها را در خود ایجاد نماید. در این میان، البته درس‌هایی مانند «ریاضی» و «فیزیک» و «شیمی»، اصلی‌ترین نقش را ایفا می‌کنند و به قول آنا سیرپینسکا، مانند «دروازه‌بانی» مقتدر و بی‌انعطاف عمل می‌کنند که راه ورود دانش‌آموزان را به مدارس به اصطلاح «خوب»، می‌بندند. و همهٔ این‌ها در حالی است که بستر سازی برای گسترش پوشش آموزش عمومی و افزایش سال‌های آموزش جزو اولویت‌های هر جامعه‌ای است.

***

برای روشن‌تر شدن موضوع، یک داستان واقعی[1] را نقل می‌کنم و قضاوت را به عهدهٔ خوانندگان فهیم و درد آشنای مجله می‌گذارم.

دانش‌آموزی که سال اول دبیرستان را در خردادماه امسال، در یک مدرسهٔ غیرانتفاعی تمام کرده است، برای ثبت‌نام به همان مدرسه مراجعه کرد. مشاوره مدرسه پس از صحبت با پدر دانش‌آموز، به ایشان توصیه کرد که به دلیل نمرهٔ پایین درس‌های «فیزیک» و «شیمی»، دانش‌آموز در رشتهٔ علوم انسانی ثبت‌نام کند. جالب اینجاست که نمرهٔ ریاضی این دانش‌آموز ـ که ظاهراً، باید جزو ملاک‌های اصلی برای انتخاب رشتهٔ ریاضی فیزیک باشد ـ ۱۸ و نمرهٔ درس ادبیات فارسی او، ۱۶/۵ است! هر چقدر که پدر دانش‌آموز با مشاور محترم مدرسه بحث کرد که فرزندش، به ریاضی علاقه‌مند است و متأسفانه، ذوق و علاقه‌ای نسبت به رشتهٔ علوم انسانی ندارد، مؤثر واقع نشد و بالاخره، به فکر مدرسهٔ دیگری افتادند که ماجرای اصلی از اینجا شروع شد! و این گشتن و گشتن و با در بسته مواجه شدن، هم‌چنان ادامه دارد.

مدرسهٔ دیگری در پاسخ به تقاضای این خانواده جهت ثبت‌نام فرزندشان، یادآور شده بود که دانش‌آموز، باید «هندسهٔ صفر» و چند درس دیگر را گذرانده باشد. هم‌چنین، مدیر مدرسه متذکر شده بود که با مجوز وزارت آموزش و پرورش، مدارس مختارند تا به منظور پر کردن خلاءهای ریاضی دورهٔ راهنمایی دانش‌آموزان، برای آن‌ها طی تابستان کلاس‌های مخصوص بگذارند. ایشان در ادامه فرموده بودند که خانواده‌ها از آن‌ها انتظار دارند تا فرزندانشان سدّ کنکور را شکسته و به دانشگاه راه

یابند، در نتیجه؛ چاره‌ای جز افزایش فشار کاری و حجیم‌تر کردن محتوای درسی نیست، و بالاخره این مدیر محترم تأکید کرده بودند که برای عبور از سدّ کنکور، مدارس غیر انتفاعی بیش‌ترین امید خانواده‌ها هستند.

***

اگر این گشتن‌ها هم‌چنان ادامه دارد و هنوز به نتیجه‌ای نرسیده است، امّا فعلاً نتیجه این شده است که این دانش‌آموز معصوم، هر روز بیش‌تر از روز گذشته نسبت به خود بی‌اعتماد شده، گناه تمام شکست‌ها و ناکامی‌ها را به گردن خود انداخته و به طور نگران‌کننده‌ای، انگیزهٔ خود را برای ادامهٔ تحصیل از دست بدهند. از طرف دیگر، سؤال‌های اساسی چندی برای اینجانب، به عنوان یک برنامه‌ریز درسی و آموزشگر ریاضی ایجاد شده است که به نظر می‌رسد، پاسخگویی به آن‌ها نیازمند مطالعات جامع و غیر متعصبانه است:

۱ـ آموزش عمومی با آموزش نخبگان چه تفاوت‌هایی دارد؟

۲ـ توزیع امکانات، توانایی‌ها و سرمایه‌های مالی و انسانی مدارس دولتی در مقایسه با مدارس غیر انتفاعی به چه نسبت است؟

۳ـ پراکندگی مدارس دولتی برخوردار در نواحی مختلف آموزشی تهران بزرگ به چه صورت است؟

۴ـ تکلیف دانش‌آموزان «متوسط» در آموزش عمومی که به نوعی «اجباری» و «رایگان» باید باشد، چیست، و جایگاه این عزیزان در نظام آموزشی کجاست؟

۵ـ آیا «متوسط» و «ضعیف» بودن دانش‌آموز (به شرط موثق بودن قضاوت)، یک جرم است یا یک واقعیت؟ و در هر صورت، مسئولیت آموزش این عزیزان به عهدهٔ کیست؟

۶ـ در نظام آموزشی متمرکز ایران که برنامه و کتاب درسی یکسان است، آیا هر مدرسهٔ غیر انتفاعی مجاز است که به تناسب سلیقه و نیازسنجی خویش، درس‌های دیگری به برنامهٔ درسی اضافه کند؟ و اگر پاسخ مثبت است، چه نظارتی بر این کار صورت می‌گیرد؟

۷ـ آمار قبول شدگان دانش‌آموزان مدارس غیرانتفاعی در کنکور سراسری و آمار پذیرفته شدگان آن‌ها در دانشگاه‌های طراز اول دولتی، در کجا موجود است و چگونه قابل دسترسی است؟

۸ـ مشاوران محترم مدارس، ملاک‌های انتخاب رشتهٔ دبیرستانی را چگونه تعیین می‌کنند؟ جایگاه تست‌های رغبت‌سنج و ریون در تعیین انتخاب رشته کجاست؟

۹ـ به جز درصد اندکی که با علاقهٔ ویژه وارد رشته‌های علوم انسانی می‌شوند، تکلیف سایرینی که به دلایل مختلف، از جمله پایین بودن نمرات درس‌های فیزیک، شیمی، ریاضی و حتی ادبیات فارسی، به سمت این رشته هدایت می‌شوند چیست؟

۱۰ـ چه کسی پاسخگوی استعدادهای دیر شکوفا[2] شدهٔ دانش‌آموزان در زمینه‌های مختلف است؟

۱۱ـ آموزش بی‌وقفهٔ ۱۲ ماهه که اغلب با تأکید بر تکرار تمرین و حجیم‌تر کردن محتوای درسی است، چقدر در افزایش یادگیری و موفقیت تحصیلی مؤثر بوده است و چه تحقیقاتی در این زمینه انجام شده است؟

۱۲ـ مسئولیت پاسخگویی به ادعاهای بعضی مدارس غیرانتفاعی که علت حجیم‌تر کردن برنامهٔ درسی ریاضی و افزودن درس‌هایی چون «هندسه صفر»، «منطق»، «مثلثات» و نظایر آن‌ها را موفقیت در کنکور سراسری می‌دانند، با سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی است یا با سازمان سنجش آموزش کشور؟

۱۳ـ چه تلاشی از طرف دو سازمان یاد شده، برای نشان دادن تطابق سؤال‌های کنکور سراسری با کتاب‌های درسی رسمی انجام گرفته است؟

طبیعی است که اگر با حوصله و دقت بیش‌تری به این داستان و داستان‌های مشابه آن توجه شود، سؤال‌های متعدد دیگری قابل طرح خواهند بود. به نظر می‌رسد که تلاش برای ارائهٔ آمار و ارقام صحیح و پاسخگویی به سؤال‌های اساسی‌تری از قبیل «جایگاه دانش‌آموزان متوسط و ضعیف» در نظام آموزشی و حق آن‌ها در برخورداری از امکانات آموزشی، اثرات مثبت و ماندگاری خواهد داشت و می‌تواند راهنمای روشنگری برای تصمیم‌گیری‌ها و سیاست‌گذاری‌های نوآورانه با اتکا به مستندات واقعی باشد.

زیرنویس‌ها

۱ـ سوابق این داستان در دفتر مجله موجود است، اما برای حفظ حرمت افراد، اسامی افراد و مکان‌ها، حذف شده است.

2.Latebloomers

تناسب محتوا و روش در برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه

علی روزدار

دبیر ریاضی و دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

زهرا گویا

دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

در فرآیندهای یادگیری، عوامل متعددی تأثیرگذارند. از جملهٔ این عوامل، می‌توان به ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان، نقش معلم در فرآیند یاددهی ـ یادگیری، تکنولوژی آموزشی و روش‌های آموزشی، محتوای ریاضیات مدرسه‌ای، و شرایط اقتصادی، فرهنگی و سیاسی حاکم بر محیط زندگی دانش‌آموز، اشاره کرد. از بین این عوامل، محتوای آموزشی و روش تدریس نقش مهمی را در برنامهٔ درسی ایفا می‌کنند. پیرامون این دو مؤلفه از برنامهٔ درسی، دیدگاه‌های متفاوتی مطرح هستند.

عده‌ای از صاحب‌نظران، محتوا را بر روش مقدم می‌دانند و جمعی دیگر، در مقابل آن موضع گرفته‌اند و بالاخره گروه سوم، در جهت آشتی‌دادن این دو گروه، تلاش کرده‌اند.

مقالهٔ حاضر تحقیقی است پیرامون بعضی دیدگاه‌ها و مباحث مطرح شده در زمینهٔ برنامهٔ درسی ریاضی، که به نقش محتوا و روش در برنامهٔ درسی و ویژگی‌ها، تناسب و رابطهٔ بین آن‌ها می‌پردازد، تا بتواند پاسخ مناسبی برای این سؤال پیدا کند که چه چیزی را در ریاضیات مدرسه باید تدریس کنیم و چگونه؟

«برنامهٔ درسی[1] عبارت است از یک سلسله رویدادهای آموزشی طراحی شده که به قصد تحقّق نتایج آموزشی برای یک یا چند دانش‌آموز پیش‌بینی شده است.» (آیزنر، ۱۹۹۴) [۱]. چنین طراحی‌ای، بر سه محور هدف، محتوا و ارزشیابی قرار گرفته است.

محتوای ریاضی مدرسه‌ای، همراه با تحولات ایجادشده در سطح جهان، دائماً در حال تغییر و دگرگونی بوده است. تحولات سیاسی، اقتصادی و فرهنگی، تحولات ناشی از فنّاوری، گذشت زمان، تغییر شرایط، نیازها و خواسته‌های دانش‌آموزان، برنامهٔ درسی و محتوای آموزشی را تحت‌تأثیر قرار داده‌اند. از این‌رو، برای تهیهٔ محتوای آموزشی، باید شرایط جدید و دیگر عوامل تعیین‌کننده را مدنظر قرار داد. یکی از این عوامل، اهداف یا انتظارات جامعه از آموزش ریاضیات است. به گفتهٔ هارت (۱۳۷۷) [۲] «محتوای برنامهٔ درسی، به‌میزان زیادی به هدف‌ها و مقاصد جامعه‌ای که برای آموزش و پرورش پول خرج می‌کنند، بستگی دارد. ایده‌های شهروندان دربارهٔ ریاضیات، الزاماً با ایده‌های آموزشگران ریاضیات که خودشان را در رشتهٔ خود متخصص می‌دانند، مطابقت ندارد.» (ص ۳۲).

بعد از آگاهی از این اهداف، می‌بایست شیوهٔ انتخاب و سازمان‌دهی محتوا مورد بررسی قرار گیرد.

در دورهٔ ریاضیات جدید[2] برنامه‌ریزان درسی با اتکا به ساختار مفاهیم ریاضی، محتوا را سازمان‌دهی کردند و این امر، موجب انتقادها و اعتراضات بسیاری شد. از جمله این انتقادها، می‌توان به بیانیه‌ای که به امضای ۷۵ نفر از مشهورترین ریاضی‌دان‌های آمریکا و کانادا در آن زمان رسید، اشاره کرد (۱۹۶۲، ترجمهٔ حاجی بابایی، ۱۳۷۵) [۳]. به اعتقاد این ریاضی‌دان‌ها، «معرفی مفاهیم مجرد در زمانی که هنوز تجربه‌ای از تجرید وجود ندارد، یا عجله در معرفی مفاهیم، بدون کاربردهای ملموس که می‌تواند دانش‌آموزان را به تحریک فکری و فعالیت وادارد، درواقع صورت‌گرایی ناپخته و بی‌استفاده‌ای است که ممکن است به عقیم کردن یادگیری ریاضیات منجر شود.

معرفی خام و زودرس انتزاع، به‌خصوص با مقاومت ذهن‌های نقّاد و کنجکاو روبه‌رو می‌شود. ذهن‌هایی که قبل از پذیرش انتزاع، آرزو دارند بدانند که این تجربه بر چه اساسی منطبق است و چگونه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد» [۳].

درواقع، صادرکنندگان این بیانیه، توجه خود را به رابطهٔ بین چگونگی ارایهٔ محتوا و شرایط یادگیرنده نیز معطوف کردند تا بر تناسب چگونگی ارایهٔ مفاهیم ریاضی با سن و شرایط یادگیری دانش‌آموزان تأکید کنند.

به گفتهٔ آن‌ها (۱۹۶۲)، «در تدریس ریاضیات نه‌تنها قابل‌قبول، بلکه مطلقاً ضروری است که در شروع، کمتر انتزاعی بوده و مرتب به کاربردها بپردازیم، و زمانی به‌طور تدریجی به پالایش ایده‌ها و تجرید برسیم، که دانش‌آموز برای درک آن‌ها، توانمند شده باشد» [۳].

به گفتهٔ کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) [۴]، منتقدین «جنبش ریاضیات جدید»[3]، اغلب ادعا می‌کردند که معلمان به‌جای توجه به کسب مهارت‌ها و درک اصول بنیادی ریاضی، بیش‌تر بر آموزش قواعد گوناگون اعداد (مانند قاعدهٔ تعویض‌پذیری) متمرکز شده بودند. این موضوع، حتی در یکی از آوازهای مردمی تام لِرر[4]، خوانندهٔ معروف تجلی می‌یابد؛ آنجا که او ادعا می‌کند با ریاضیات جدید، دانش‌آموزان یاد نمی‌گیرند که ۵=۲+۳، بلکه می‌فهمند که جمع تعویض‌پذیر است، یا این‌که ۲+۳ با ۳+۲ برابر

معرفی خام و زودرس انتزاع، به‌خصوص با مقاومت ذهن‌های نقّاد و کنجکاو روبه‌رو می‌شود. ذهن‌هایی که قبل از پذیرش انتزاع، آرزو دارند بدانند که این تجربه بر چه اساسی منطبق است و چگونه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد

است. آن‌ها در ادامه می‌افزایند:

اگرچه ترسیم چنین کاریکاتوری غیرمنصفانه است، با این وجود، این چنین تصویری از وضعیت «دورهٔ ریاضی جدید» نزد عموم مقبولیت یافت. به‌همین‌سبب، در دههٔ

هفتاد میلادی، برنامهٔ درسی ریاضی جدید، تحت تأثیر نهضت «رجعت به اصول»[5]، تغییر چشمگیری کرد.

با وجود انتقادهای شدید به دورهٔ ریاضی جدید (کلاین، ۱۹۷۳ [۵]؛ فرودنتال، ۱۹۸۲ [۶]؛ سیر پینسکا، ۱۹۹۶ [۷])، چنان دیدگاهی طرفداران پابرجای خود را دارد که از آن میان، می‌توان به اچ وو[6] (۱۹۹۷، ترجمهٔ ولیدی، ۱۳۷۶) [۸] اشاره کرد. به اعتقاد او:

«**الف)** باید دانش‌آموزان را از همان مدارس ابتدایی، با مفاهیم انتزاعی هر چند به میزان اندک آشنا کرد. دانش‌آموزان باید تفکر انتزاعی را فرابگیرند. هرچه در مراحل ابتدایی‌تر از این مفاهیم دورتر نگاه داشته شوند، فراگیری آن‌ها در مراحل بعدی، برایشان مشکل‌تر خواهد بود. برای مثال، اگر کسرها را همراه با آن میزان استدلال انتزاعی که لازمهٔ آن است، به دانش‌آموزان آموزش دهیم، حتی دانش‌آموزان کلاس پنجم نیز خواهند توانست جوهر اصلی ریاضیات را در عمل ببینند.

به گفتهٔ اندروز:
«در تهیهٔ محتوای آموزشی ریاضی مدرسه‌ای، باید به شاخه‌های گوناگون و مفاهیم اساسی آن توجه داشت، و تلفیقی مناسب از این شاخه‌ها و مفاهیم را ارایه داد. حتی ایده‌آل آن است که این تلفیق و جامعیت، شامل تعدادی از کتب دبیرستان و در صورت امکان همهٔ کتب دبیرستان شود»

ب) استدلال غیرصوری را باید از همان ابتدا برای هر عبارت ریاضی ارایه داد. در سال‌های آخر دورهٔ راهنمایی، باید از اثبات‌های صوری هر چند تا حدی متعادل، استفاده کرد. در سال‌های سوم و چهارم دبیرستان، باید اثبات‌های صوری را به طور مداوم به کار برد.

ج) برنامهٔ درسی ریاضی نباید تحت تأثیر شدید موارد کاربرد آن، به‌ویژه مواردی که منحصراً در زندگی روزمره نمود پیدا می‌کنند، قرار بگیرد. ریاضی می‌تواند قدرت خود را به بهترین شکل، هنگامی نشان دهد که از آن، در بیان اصول علمی، دور از دسترس بشر استفاده شود، نه برای حل مسایل جزئی و معمولی» (ولیدی، ۱۳۷۶) [۸].

چنین دیدگاهی، ریاضی را در یک «برج عاج» می‌بیند که ورود به آن، برای هر کسی ممکن نیست. این دیدگاه، با رویکردی که ریاضی را یک فعالیت اجتماعی- انسانی می‌داند (ژاکوبز، ۱۹۹۴) [۹] و «همگانی کردن ریاضیات» را جزو چشم‌اندازهای اصلی آموزش ریاضی می‌داند، در تقابل جدی است. چشم‌اندازی که از سال ۱۹۹۲، با هدف اصلی «همگانی کردن ریاضیات» و توجه به ریاضی به‌عنوان زیربنای توسعه اجتماعی، سال ۲۰۰۰ را سال جهانی ریاضیات نامگذاری کرد.

از طرف دیگر، اندروز[7] (۱۹۹۷، ترجمهٔ ولیدی، ۱۳۷۶) بر به‌روز نبودن ریاضی مدرسه‌ای از جنبه‌ای دیگر، انتقاد دارد و نگران تأثیر منفی تکنولوژی بر یادگیری مفاهیم اولیه و اساسی ریاضیات توسط دانش‌آموزان است. وی به نقل از مور[8] اظهار می‌دارد:

«مادامی که اصلاحات به‌تدریج اعمال می‌شوند، بیش‌تر کلاس‌های درسی ریاضی هنوز به برنامهٔ درسی سنتی متکی هستند. این برنامه، از دید یک نظاره‌گر عیب‌جو، از هشت سال حساب قرن پانزده، دو سال جبر قرن هفده، و یک سال هندسهٔ قرن سوم پیش از میلاد، تشکیل شده است» (ص ۲۴). اندروز در ادامه می‌افزاید:

«در تهیهٔ محتوای آموزشی ریاضی مدرسه‌ای، باید به شاخه‌های گوناگون و مفاهیم اساسی آن توجه داشت، و تلفیقی مناسب از این شاخه‌ها و مفاهیم را ارایه داد. حتی ایده‌آل آن است که این تلفیق و جامعیت، شامل تعدادی از کتب دبیرستان و در صورت امکان همهٔ کتب دبیرستان شود» (ص ۲۴).

اظهارات اندروز به معنای غیرضروری و گاه بی‌فایده

بودن بعضی از مطالب ریاضیات سنتی است. زیرا با ورود به دنیای جدید، بعضی از مفاهیم ریاضی به حاشیه رانده شده و نیازی به آموزش آن‌ها احساس نمی‌شود. مثلاً با وجود ماشین حساب، بعضی از الگوریتم‌های طولانی و پیچیدهٔ محاسباتی مانند تقسیمات متوالی و جذرگیری در دوره‌های ابتدایی و راهنمایی، عملاً از کارآیی افتاده‌اند و لازم است تا در مورد حضور آن‌ها در ریاضیات مدرسه‌ای، تجدیدنظر شود. هم‌چنین باید توجه داشت که در دنیای واقعی کنونی و در عمل، دانش‌ها با هم تلفیق شده‌اند. لذا جامع‌نگری در تهیهٔ محتوای دروس، امری ضروری و اجتناب‌ناپذیر است. این تلفیق، به‌خصوص در مورد ریاضیات که مفاهیم اساسی آن با رشته‌های مختلف علوم عجین شده و کاربرد زیادی در دانش‌های مختلف یافته است، بیش‌تر مستحق توجه می‌باشد. بنابراین، توجه به کاربردها در آموزش مفاهیم ریاضی، یک ضرورت است و می‌تواند به‌عنوان یکی از مؤلفه‌های اساسی در رویکرد تلفیقی به برنامهٔ درسی ریاضی، به‌حساب آید.

میلت[9] [۹]، رویکرد تلفیقی به برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای را به‌گونه‌ای می‌بیند که در آن، ریاضی به صورت یک کل به همه پیوسته، ارایه شود. به گفتهٔ وی، «چنین برنامه‌ای، باید دربرگیرندهٔ هندسه، آمار و احتمالات، ریاضیات گسسته، منطق، استدلال و ارتباط، کاربردهای ریاضی و اعداد باشد. اگر به این موارد به‌عنوان لایه‌های مختلف ریاضیات نگریسته شود، تصویر زیبای قالیچه‌ای را به‌دست می‌دهد که زیبایی و استحکام آن، در هم‌آمیختن هنرمندانهٔ این لایه‌ها را می‌طلبد.» (ص ۲۶). به گفتهٔ میلت، «هنگامی که از دور به چنین برنامه‌ای بنگریم، به‌طوری که بتوانیم اتحاد اجزا و وجود روابط نسبی صحیح را بین آن‌ها متصور شویم، بهترین درک را از چنین برنامه‌ای خواهیم داشت». (ص ۲۶) وی در ادامه، اجتناب از سلسله‌مراتبی بودن برنامهٔ درسی ریاضی را توصیه کرده و بر چندجهتی بودن برنامهٔ درسی ریاضی تأکید می‌ورزد. در واقع، نوعی تلفیقی که میلت (۱۹۹۷) از آن یاد می‌کند، همان ارتباط و اتصال بین مقولات ریاضی و بین ریاضی و سایر مقولات است که «شورای ملی معلمان ریاضی»[10] در «استانداردهای برنامهٔ درسی و ارزشیابی برای ریاضی مدرسه‌ای»[۱۰] (۱۹۸۹) و در «اصول و استانداردها برای ریاضی مدرسه‌ای ۲۰۰۰»[۱۱]، آن را به‌عنوان یکی از استانداردهای عمومی آموزش ریاضی مدرسه‌ای معرفی کرده است. چنین رویکردی، به‌عوض سازمان‌دهی سلسله‌مراتبی محتوای ریاضی، روشی را پیشنهاد می‌کند که در آن دانش‌آموزان بتوانند در سطوح متفاوت با محتوای ریاضی آشنا شوند و از آن‌ها، برای مدل‌سازی ریاضی برای موقعیت‌های پیچیده اما واقعی، استفاده کنند. هم‌چنین، در فرآیند مدل‌سازی، حل مسألهٔ ریاضی، را یاد می‌گیرند، با انواع استراتژی‌های حل مسأله و چگونگی به‌کارگیری آن‌ها، آشنا می‌شوند، توانایی‌های فراشناختی آن‌ها ارتقا یافته و به‌تدریج، اعتماد به‌نفس آن‌ها در رویارویی با ریاضی و یادگیری آن، افزایش می‌یابد. به‌همین‌سبب، بدون شتاب‌زدگی برای ارایهٔ مفاهیم ریاضی به صورت مجرد، لازم است تا با ارایهٔ فرصت‌های مناسب، تجربه‌های یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را غنی و غنی‌تر کرد. به اعتقاد میلت [۸]، حتی در مورد دروس سال‌های آخر متوسطه مانند حسابان نیز، ارایهٔ آن‌ها به‌طور صوری ضرورت ندارد. «مهم‌تر این است که فکر کردن در مورد ریاضیات و اندیشیدن پیرامون آنچه که فرد فراگرفته است، باید بخش اساسی و مرکزی تجربهٔ آن فرد را در دبیرستان تشکیل دهد. دقت و عمق مطلب، بسیار مهم‌تر از سرعت دانش‌آموزان در انجام عملیات تجویز شده به آن‌ها است» (ص ۲۶).

به اعتقاد میلت:
«مهم‌تر این است که فکر کردن در مورد ریاضیات و اندیشیدن پیرامون آنچه که فرد فراگرفته است، باید بخش اساسی و مرکزی تجربهٔ آن فرد را در دبیرستان تشکیل دهد. دقت و عمق مطلب، بسیار مهم‌تر از سرعت دانش‌آموزان در انجام عملیات تجویز شده به آن‌ها است»

در همین راستا، فینما[11] و رامبرگ[12] (۱۹۹۹) [۱۲]

معتقدند که ریاضیات مدرسه‌ای، باید به عنوان فعالیتی انسانی تلقی شود، که بازتاب عمل ریاضی‌دان‌ها در یافتن چگونگی کار با تکنیک‌های داده شده، اختراع تکنیک‌های جدید، توجیه و اثبات کردن احکام و از این قبیل باشد. هم‌چنین، برنامهٔ درسی ریاضی باید نشان دهد که یک استفاده‌کننده از ریاضیات، چگونه به حل یک مسأله می‌پردازد، راجع به متغیرها، راه‌های کمّی کردن، و ارتباط آن‌ها با متغیرها، تصمیم می‌گیرد، محاسبات را انجام می‌دهد، تخمین می‌زند، و محتمل بودن پیش‌بینی‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهد.

رامبرگ و کاپوت (۱۹۹۹) [۱۳]، به نقل از تورستون[۱۳] (۱۹۹۰)، این جنبه از فعالیت‌های انسانی را با استعاره‌ای بیان می‌کند:

«ریاضیات یک درخت نخل، با یک تنهٔ راست بلند یکدست ساده نیست که با فرمول‌های خرچنگ قورباغه‌ای پوشیده شده باشد. بلکه همانند یک درخت انجیر هندی[۱۴] با تنه‌ها و شاخه‌های فراوان در هم تنیده است ـ درخت انجیری که به اندازهٔ یک جنگل، رشد می‌کند و وسوسهٔ بالا رفتن و جستجو و شناسایی کردن را در ما، به‌وجود می‌آورد.» (ص ۵).

تصویر تورستون از ریاضیات به عنوان درخت انجیر گسترده در هر جهت، و فعالیت‌های «بالا رفتن» و «جستجو و شناسایی کردن» نشان‌دهندهٔ این است که ریاضیات، اسم جمع مکسری است که در آن، تنه‌ها و شاخه‌های بسیاری وجود دارد، که به هم، پیچیده شده‌اند. سپس ایشان تأکید می‌کنند که شکل جدید ریاضیات مدرسه، بر دگرگونی معرفت‌شناسانه، و براساس آنچه که فهم و درکش برای دانش‌آموز مهم است، استوار است. درنتیجه، «فعالیت‌های برنامهٔ درسی که بازتاب چنین نگرشی است، آن‌هایی هستند که دانش‌آموزان را درگیر حل مسأله می‌کنند و آن‌ها را به «ریاضی‌وار کردن»[۱۵] ترغیب می‌کنند.

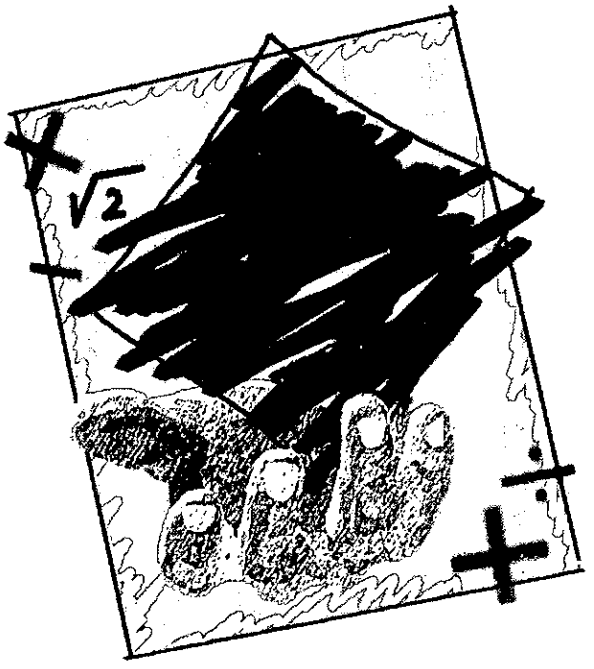
چنین فعالیت‌هایی شامل موقعیت‌هایی است که در آن‌ها، مثلاً موضوعی برای اندازه‌گیری و کمیت‌سازی باشد و تغییر و دگرگونی کمیت‌پذیر را شکل دهد. آن موقعیت، مستلزم ناپایداری تشخیص‌ناپذیر، الگوریتم‌های نمادین، و ساختارهای مقدماتی است. در مجموع، فعالیت به‌گونه‌ای باشد که دانش‌آموزان را به استفاده از زبان ریاضیات برای بیان کردن، مرتبط ساختن، استدلال کردن، محاسبه کردن، خلاصه کردن، تعمیم دادن و صورت‌بندی کردن، تشویق کند» (ص ۶). بالاخره رامبرگ و کاپوت (۱۹۹۹) بر کارآیی چنین برنامهٔ درسی ریاضی تأکید مجدد کرده و بیان می‌دارند که «اگر دانش‌آموزان از رویکرد ما به محتوای ریاضیات پیروی کنند، اطمینان داریم که آن‌ها صورت‌بندی کردن مسایل را یاد می‌گیرند، استراتژی‌های حل مسأله را توسعه می‌دهند، روش‌های حل را یافته و آن‌ها

بارکر معتقد است که
«درس‌های ریاضی، نباید بر حفظ قواعد و برگردان آن‌ها، از طریق برگزار کردن امتحانات با مسایل معمولی، تأکید کنند. دانش‌آموزان باید دریابند که ریاضیات، تفکر است نه زورآزمایی با ذهن»

را در زمینه‌های گسترده‌تری به کار می‌برند» (ص ۷) [۱۳].

درنتیجه، با توجه به این که یکی از مقاصد اصلی آموزش ریاضیات، توسعهٔ فهم و ادراک همهٔ دانش‌آموزان است، پس برنامهٔ درسی ریاضی، بیش‌تر باید بر توسعهٔ مهارت‌هایی تأکید داشته باشد که دانش‌آموزان را با موقعیت‌های مسأله‌ای مواجه کند، زیرا به گفتهٔ فینما و رامبرگ (۱۹۹۹)، «اولین دلیل این تأکید، آن است که عموماً، ریاضیاتی که ارزش یادگرفتن دارد، بادقت هرچه بیش‌تر در مهارت‌های حل مسأله ارایه شده است. علت دوم آن است که دانش‌آموزان، برای پرداختن به فعالیت‌های ذهنی ضروری جهت توسعهٔ درک و فهم ریاضی، زمانی آماده‌ترند که با ریاضیات شکل گرفته در موقعیت‌های حل مسأله درگیر می‌شوند». (ص ۱۸۷) [۱۲].

شونفیلد[۱۶] (۱۹۹۴) [۱۴] نیز ضمن اشاره به برنامه‌های درسی ریاضی «مبتنی بر مسأله»[۱۷]، معتقد است که «در رویکرد مبتنی بر مسأله به برنامهٔ درسی ریاضی، مسایل،



موتورها و «محرک‌های»[18] اصلی برای معرفی موضوع‌های مهم هستند و راه‌حل آن‌ها، حاملان اصلی بار سنگین برنامه‌های درسی‌اند» (ص ۶۷).

به طور خلاصه، در برنامه‌ریزی درسی ریاضیات مدرسه‌ای، ابتدا باید به اهداف آموزش ریاضی در دورهٔ آموزش عمومی توجه کرد؛ اهدافی که انتظار می‌رود با مشارکت آموزشگران ریاضی، ریاضی‌دان‌ها و روان‌شناسان یادگیری و با توجه به نیازهای جامعه تبیین شده باشند. سپس عوامل تأثیرگذار بر انتخاب و تدوین محتوا تا حد امکان، شناسایی شوند. این عوامل می‌توانند از جنبه‌های فرهنگی، سیاسی، اجتماعی، اقتصادی و غیره، مورد مطالعه قرار گرفته و سرانجام، انتخاب و تدوین محتوا انجام گیرد. روش‌های تدریس، در یادگیری مفاهیم ریاضیات، نقش مهمی دارند، درنتیجه؛ تغییر رویکرد و نگرش سنتی به تدریس و یادگیری ریاضی، امری ضروری و اجتناب‌ناپذیر است. ممکن است برنامه درسی تدوین شده، از ویژگی‌های مثبتی برخوردار باشد، اما به علت فقدان روش‌های تدریس مناسب، عقیم بماند. برای نمونه «برخی تحقیقات نشان داده است که در کلاس‌های بزرگ ریاضی که به روش سخنرانی اداره می‌شوند، فقط حدود ۲۰ درصد از دانش‌آموزان به‌طور واقعی از کلاس بهره می‌گیرند، که اغلب بهترین‌ها هستند. ۸۰ درصد بقیه، اغلب، چون تندنویسانی عمل می‌کنند که دیوانه‌وار و بدون اندیشه یادداشت برمی‌دارند. تعداد کمی فرصت سؤال کردن یا ارتباط مستقیم با مدرس را دارند. اغلب، حتی اگر فرصت سؤال کردن پیدا شود، از سؤال کردن خجالت می‌کشند. اخیراً در حین تدریس معلوم شد که دانش‌آموزان، کاربرد ریاضیات را در زندگی روزمرهٔ خود جست‌وجو می‌کنند. برخی تا زمانی که ارتباط مستقیم موضوع درسی را با زندگی روزمره و اعمالی که مشغول آن هستند، ندیده باشند، نیاز کمی به یادگیری آن موضوع حس می‌کنند.» (لندزمن، ترجمهٔ بخشعلی‌زاده، ۱۳۷۹) [۱۵]

چگونگی تدریس و روش آموزش محتوای ریاضی، مورد بحث و بررسی بسیاری از آموزشگران ریاضی قرار گرفته است. به‌طور مثال، فرودنتال[19] (۱۹۸۲)، ضمن طرح سیزده مسألهٔ اساسی در زمینهٔ آموزش ریاضیات، در ارتباط با این سؤال که «چگونه زمینهٔ مناسبی را به منظور تدریس مدل‌سازی ریاضی خلق کنیم؟»، اظهار داشت: «... اما چه چیزی ارزش تدریس دارد؟... آنچه که معلمان علوم وانمود می‌کنند که دانش‌آموزان به آن نیازمندند؟ یا منظور این است که بعد از دروس اجباری جبر و حساب، تعدادی دروس اختیاری مانند احتمالات، روش‌های عددی، برنامه‌ریزی خطی، یا مکانیک را بگذرانند؟ از نقطه‌نظر آموزشی، «کاربرد» یک چشم‌انداز[20] نادرست است، که ریاضیات قدیم و حتی بیش‌تر ریاضیات جدید، خواهان آن هستند یا آن را می‌پرورانند. چشم‌انداز صحیح اساساً از محیط به سمت ریاضیات است، نه از ریاضیات به سمت محیط. یعنی کاربرد به این معنا نیست که ابتدا ریاضیات را فراگیریم و سپس برای به‌کار بستن آن به دنیای واقعی بازگردیم. بلکه ابتدا در دنیای واقعی کار می‌کنیم و سپس، به مدل‌سازی آن پدیدهٔ واقعی می‌پردازیم. تدریس ریاضیات در دنیای واقعی به‌وسیلهٔ زمینه‌ای «معنی‌دار» شامل یک مسألهٔ ریاضی، ارایه می‌شود. البته منظور از «معنی‌دار» بودن آن است که برای یادگیرندهٔ آن معنی‌دار باشد. به‌هر حال، ریاضیات باید در یک زمینه یا قالب مشخص تدریس شود و من دوست دارم که انتزاعی‌ترین مفاهیم ریاضیات، در ملموس‌ترین قالب آن تدریس شود» (ص ۱۴۴) [۶]. فرودنتال درواقع، بر زمینه‌مدار بودن تدریس و یادگیری (لیو و وگز، ۱۹۹۱) [۱۶] تأکید قابل

ملاحظه‌ای کرده است.

یکی دیگر از روش‌های مناسب و زمینه‌های انگیزه‌بخش برای اجرای برنامهٔ درسی ریاضی، استفاده از تکنولوژی ماشین‌حساب و کامپیوتر است. این تکنولوژی، به‌طور طبیعی بسیاری از مباحث سنتی و محاسباتی ریاضی را به حاشیه رانده و به‌جای آن‌ها، اجازهٔ طرح مطالب جدید یا حتی طرح مباحث قدیمی را به شیوه‌ای نو، داده است. (گویا و گویا ۱۳۸۰) [۱۷]

هم‌چنین، شواهد تحقیقی و تجربیات آموزشی زیادی وجود دارند که نشان می‌دهند «در حال حاضر، تکنولوژی در جایگاهی قرار دارد که می‌توان به تمام ویژگی‌های اساسی که به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد تا فراگیران فعالی باشند، دست یافت. استفاده از تکنولوژی به سن و موقعیت آن‌ها، مواد آموزشی، امکانات، و تجربهٔ معلم بستگی دارد، ولی گریز از آن جایز نیست.» (لندزمن، ترجمهٔ بخشعلی‌زاده، ۱۳۷۹).

بابلیان (۱۳۸۰) نیز، به بعضی از مزایای تکنولوژی در تدریس ریاضی، اشاره می‌کند: «(۱) تسهیل امر محاسبات و رفع مشکل فراموش کردن قواعد و الگوریتم‌های فراوان؛ (۲) صرفه‌جویی در وقت و اطمینان از فعال بودن یادگیرنده؛ (۳) روبه‌رو شدن با مسایل واقعی‌تر و متنوع؛ (۴) پوشش دادن مطالب بیش‌تر با مفاهیم ساده‌تر؛ (۵) خودآموزی، کشف قواعد و ابراز حدسیه؛ (۶) امکان ردیابی اشتباهات و تصحیح آن‌ها؛ (۷) امکان برگشت به عقب و یادگیری مفاهیم تفهیم‌نشده؛ (۸) امکان ارزشیابی توسط معلم؛ (۹) اصلاح و بهتر کردن برنامه» (ص ۲۶) [۱۸]. بالاخره، گویا و گویا (۱۳۸۰)، تأکید می‌کنند که «انبوه تحقیقات نشان می‌دهند در کلاس‌هایی که از ماشین‌حساب استفاده می‌شود، دانش‌آموزان دید بهتری نسبت به ریاضیات دارند و در مقایسه با کلاس‌هایی که از ماشین‌حساب استفاده نمی‌کنند، علاقهٔ بیش‌تری به ریاضیات نشان داده‌اند و در حل مسأله، جدی‌تر و مطمئن‌تر هستند» (ص ۵۳) [۱۷].

همراه با تکنولوژی، به‌منظور تدریس مفاهیم ریاضی، روش‌هایی مورد استفاده قرار می‌گیرند که مفید و ثمربخش هستند، از جمله روش انفرادی و روش گروهی در آموزش، که در هر کدام، می‌توان از طریق حل مسأله، به آموزش و تدریس مفاهیم ریاضیات پرداخت. اهمیت روش‌های تدریس از آن جهت است که تحقیقات متعدد نشان می‌دهد که یادگیری مفاهیم از سوی دانش‌آموزان، بستگی زیادی به روش تدریس مؤثر دارند که برای نمونه، می‌توان به گزارش کاکروفت اشاره کرد که بیان می‌دارد:

«تدریس ریاضیات در تمام سطوح باید شامل فرصت‌هایی برای

- شرح و تفسیر و توضیح معلم؛
- بحث بین معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با خودشان؛
- کار عملی مناسب؛
- تحکیم و تقویت و تمرین علمی مهارت‌های اساسی؛ و
- حل مسأله، شامل کاربرد ریاضیات در موقعیت‌های زندگی روزانه» باشد (کاکروفت، ۱۹۸۲) [۱۹].

در مورد روش تدریس ریاضی، توصیه‌های مشابهی نیز از سوی «شورای ملی معلمان ریاضی» عنوان شده است:

«تدریس باید متنوع و شامل فرصت‌های زیر باشد:

- کارهای پروژه‌ای مناسب؛
- تکلیف‌های فردی و گروهی؛
- بحث بین معلم و دانش‌آموز و بین خود دانش‌آموزان؛
- تمرین عملی و روش‌های ریاضی؛
- شرح و تفسیر و توضیح توسط معلم.»

از این گذشته، به اعتقاد بارکر (۱۹۹۷) ترجمهٔ (ولیدی، ۱۳۷۶)، «ایجاد موقعیت‌هایی که دانش‌آموزان به یادگیری یکدیگر، هم در پروژه‌های کلاسی و هم در پروژه‌های خارج از کلاس، مطلبی را فراگیرند، با تکیه بر مسایل چندجنبه‌ای، یادگیری از طریق کشف در مراکز کامپیوتر و با استفاده از ماشین‌حساب، ارایهٔ گزارش‌های مکتوب، همه و همه باید شیوه‌های آموزش در سطح دبیرستان را تشکیل دهند. این تغییر، باید بیش‌تر فرصت‌هایی را فراهم آورد که در آن‌ها، دانش‌آموزان به شکلی فعال و غیرمنفعل، مطالب را فراگیرند» (ص ۲۵). بارکر (۱۹۹۷) در پایان، جمع‌بندی نظرات خود را دربارهٔ برنامهٔ درسی ریاضی ابراز کرده و معتقد است که «درس‌های ریاضی، نباید بر حفظ قواعد و برگردان

آن‌ها، از طریق برگزار کردن امتحانات با مسایل معمولی، تأکید کنند. دانش‌آموزان باید دریابند که ریاضیات، تفکر است نه زورآزمایی با ذهن. زمان را باید به کاربردهای واقعی ریاضی اختصاص داد. حتی در حالتی بسیار مطلوب‌تر از این، کاربردهای واقعی ریاضی باید در جهت ایجاد انگیزه و نیاز به تکنیک‌های خاص در ریاضی به کار گرفته شوند. برای مثال، نباید توابع مثلثاتی را تنها برای بررسی مسایل از طریق مثلث‌ها معرفی کرد، بلکه باید از آن‌ها، به‌عنوان ابزاری اساسی در برخورد با پدیده‌های تکراری و تناوبی، بهره جست. هندسهٔ تحلیلی نباید تنها مجموعه‌ای از مهارت‌ها تلقی شود که تسلط بر آن‌ها ضروری بنماید. بلکه به‌عنوان یک ابزار برای برقرار کردن ارتباطی عمیق بین مسایل جبری و مسایل هندسی بدان نگریسته شود. فکر نمی‌کنم

فینما و رامبرگ (۱۹۹۹) نیز، تأکید می‌کنند که «تکلیف‌هایی که دانش‌آموزان به منظور یادگیری ریاضیات انجام می‌دهند، می‌بایست متناسب با توانایی‌های آن‌ها باشد و هر دانش‌آموز را در موقعیتی که می‌تواند مسأله را تشخیص دهد، به کار بگمارد و دانش‌آموزان را به موقعیت خودشان آگاه سازد.»

حسابان، همیشه باید یک هدف اصلی برای بهترین دانش‌آموزان دبیرستانی باشد. وارد شدن به حیطهٔ حسابان در دبیرستان، همواره به معنی گذراندن شتابان آن‌ها از مواد درسی پایه و ایجاد یک ذهنیت بسیار ابتدایی برای روبه‌رو شدن با تمام جنبه‌های ریاضی است. این امر از درک ضعیف ما نسبت به اصول پایه ناشی می‌شود» (ص ۲۵) [۸].

فینما و رامبرگ (۱۹۹۹) نیز، تأکید می‌کنند که «تکلیف‌هایی که دانش‌آموزان به منظور یادگیری ریاضیات انجام می‌دهند، می‌بایست متناسب با توانایی‌های آن‌ها باشد و هر دانش‌آموز را در موقعیتی که می‌تواند مسأله را تشخیص دهد، به کار بگمارد و دانش‌آموزان را به موقعیت خودشان آگاه سازد.» به گفتهٔ آن‌ها، «ریاضیاتی که مستلزم انجام دادن فعالیت‌هایی باشد، باید مرتبط با ایده‌های ریاضی در برنامهٔ درسی باشد، به سمت مدل‌سازی هدایت شود و نیازمند تحقیق و توجه باشد» (ص ۱۸۷) [۱۲].

کلام آخر

در این مقاله، نظری اجمالی به محتوای آموزشی و روش تدریس ریاضیات مدرسه افکندیم. جا دارد در این زمینه مطالعات و تحقیقات بیش‌تری صورت گیرد تا از این رهگذر، تلاش در جهت به‌روز کردن محتوای دروس و شیوه‌های تدریس انجام پذیرد. گفتیم که محتوای آموزشی ریاضیات منبعث از نیازها و خواسته‌های جامعه‌ای است که برای آموزش، از وقت و منابع خود هزینه می‌کند. روش‌های تدریس، متأثر از تحول تکنولوژی و تغییر سلایق، نیازها و انتظارات دانش‌آموزان است. اگر به این عوامل تأثیرگذار در روند تدوین محتوای آموزشی و انتخاب و اجرای شیوه‌های تدریس توجه کافی مبذول نگردد، چه‌بسا دستیابی به اهداف آموزشی، امری محال جلوه کند. چرا که به قول آیزنر (۲۰۰۰) «آنچه که آموزشگران ادعا می‌کنند می‌خواهند در دبیرستان انجام دهند و آنچه از یادگیری دانش‌آموزان ارزیابی می‌کنند، اغلب متناقض‌اند» [۲۰].

به عبارت دیگر، گاه آنچه که آموزشگران ریاضیات انتظار دارند دانش‌آموزان در دورهٔ مشخصی فراگیرند، با آنچه که دانش‌آموزان در طول دوره یاد گرفته‌اند، اشتراک ناچیزی دارد و حتی گاهی با هم در تعارض هستند. این امر می‌تواند به دلایل زیر، واقع شود:

- گستردگی دامنهٔ یادگیری دانش‌آموزان از جامعه و جهان اطراف خود؛
- تغییر سلایق و علایق دانش‌آموزان در کسب اطلاعات؛
- نامتناسب بودن محتوا و روش انتخاب‌شده برای این قشر از دانش‌آموزان.

به طور مسلم، اگر موضوعات مورد تدریس و شیوه‌های آموزشی به‌روز شوند؛ با نیازها و خواسته‌های جامعه

هماهنگ شوند؛ با دنیای واقعی و زندگی روزمره پیوند بخورند؛ برای عموم یادگیرندگان قابل درک و فهم باشند؛ و بر اصول مبتنی بر روان‌شناسی جدید، عملکرد اجتماعی و هدف‌های وسیع استوار گردند، در این صورت می‌توان امیدوار بود که ریاضیات، نقش خود را در اعتلای تفکر بشری و هموار نمودن مسیر توسعه به‌خوبی بازی کند. برای تحقق این امر، گام نخست، تربیت آموزشگرانی قابل و ماهر است که بار سنگین تعلیم و تربیت ریاضی را به دوش گیرند. چنین آموزشگرانی باید:

۱) از تحولات زمانه و جامعهٔ خود، از جمله تحولات تکنولوژیکی، فرهنگی، اجتماعی و سیاسی آگاهی داشته باشند؛

۲) مخاطب خود را به خوبی بشناسند و نیازهای او را در ارتباط با موضوع مورد تدریس تشخیص دهند؛

۳) با روش‌های نوین آموزش و منابع آموزشی آشنایی داشته باشند؛ و سرانجام

۴) بتوانند برای تدریس موضوع و محتوای تدوین شده، روشی مناسب انتخاب نمایند.

زیرنویس‌ها

1. Curriculum
2. New Math Era
3. New Math Movement
4. Tom Lehrer
5. Back To The Basics
6. H. Woo
7. G. Andrews
8. C. Moore
9. K. Millet
10. National Council Of Teachers Of Mathematics (NCTM)
11. E. Fennema
12. T. A. Romberg
13. Thurston
14. Banyan
15. Mathematization
16. A. H. Schoenfeld
17. Problem Based
18. Vehicles
19. H. Freudental
20. Perspective

منابع

[1] Eisner, E. (1994). **Educational Imagination**, (2nd Ed.), Newyork, Macmillan.

[۲] هارت، کاتلین. ترجمهٔ زهرا گویا (۱۳۷۷). برنامهٔ درسی ریاضیات مدرسه. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۵۴. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[۳] در باب برنامهٔ درسی ریاضیات دبیرستان (۱۹۶۲). ترجمهٔ جواد حاجی‌بابائی (۱۳۷۵). مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۴۶، صص ۲ تا ۷. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، وزارت آموزش و پرورش.

[4] Klements, M. A. & Elerton, N. F. (1996). **Mathematics Education Research: Past, Present and Future**. UNESCO.

[5] Kline, M. (1963). **Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math**. New york: Vintage Books.

[6] Freudental, H. (1982). Major Problems of Mathematics Education. **Educational Studies in Mathematics**. Nether land.

[7] Sirpinska, A. (1996). **Whiter Mathematics Education**. Plenary Speach at the 8th International Congress of Mathematics Education (ICME8). Spain.

[۸] دیدگاه‌هایی پیرامون آموزش ریاضی در دبیرستان (۱۹۹۷). ترجمهٔ محمود ولیدی(۱۳۷۶). مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۴۸، صص ۲۲ تا ۳۱. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، وزارت آموزش و پرورش.

[9] Jacobs, H. R. (1994). **Mathematics; A Human Endeavor**, (3rd Ed). W. H. Freeman and Company, Newyork.

[10] National Council of Teachers of Mathematics (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston. VA: The Author.

[11] National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Principles and Standards of School Mathematics**. Reston, VA: The Author.

[12] Fennema, E. & Romberg, T. A. (1999). **Mathematics Classroom that promote Understanding** (Eds.), LEA.

[13] Romberg, T. A. & Kaput, J. J. (1999). Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding in E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.): **Mathematics Classroom that Promote Understanding**. LEA.

[14] Shoenfeld, A. H. (1994) What Do we Know About Mathematics Curricula. **Journal of Mathematics Bahavior**, No. 13.

[۱۵] لندزمن، ادوارد؛ ترجمهٔ شهرناز بخشعلی‌زاده (۱۳۷۹). تکنولوژی دیداری در آموزش یادگیری ریاضی. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۸، صص ۴۴ تا ۴۸، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[16] Lave, J. & Wegner, E. (1991). **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge University Press.

[۱۷] گویا، زهرا و گویا، مریم (۱۳۸۰). استفاده از ماشین‌حساب در کلاس ریاضی. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۶۵، صص ۵۲ تا ۵۵، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[۱۸] بابلیان، اسماعیل (۱۳۸۰). کاربرد تکنولوژی در آموزش ریاضی. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۵، صص ۲۵ تا ۲۸، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

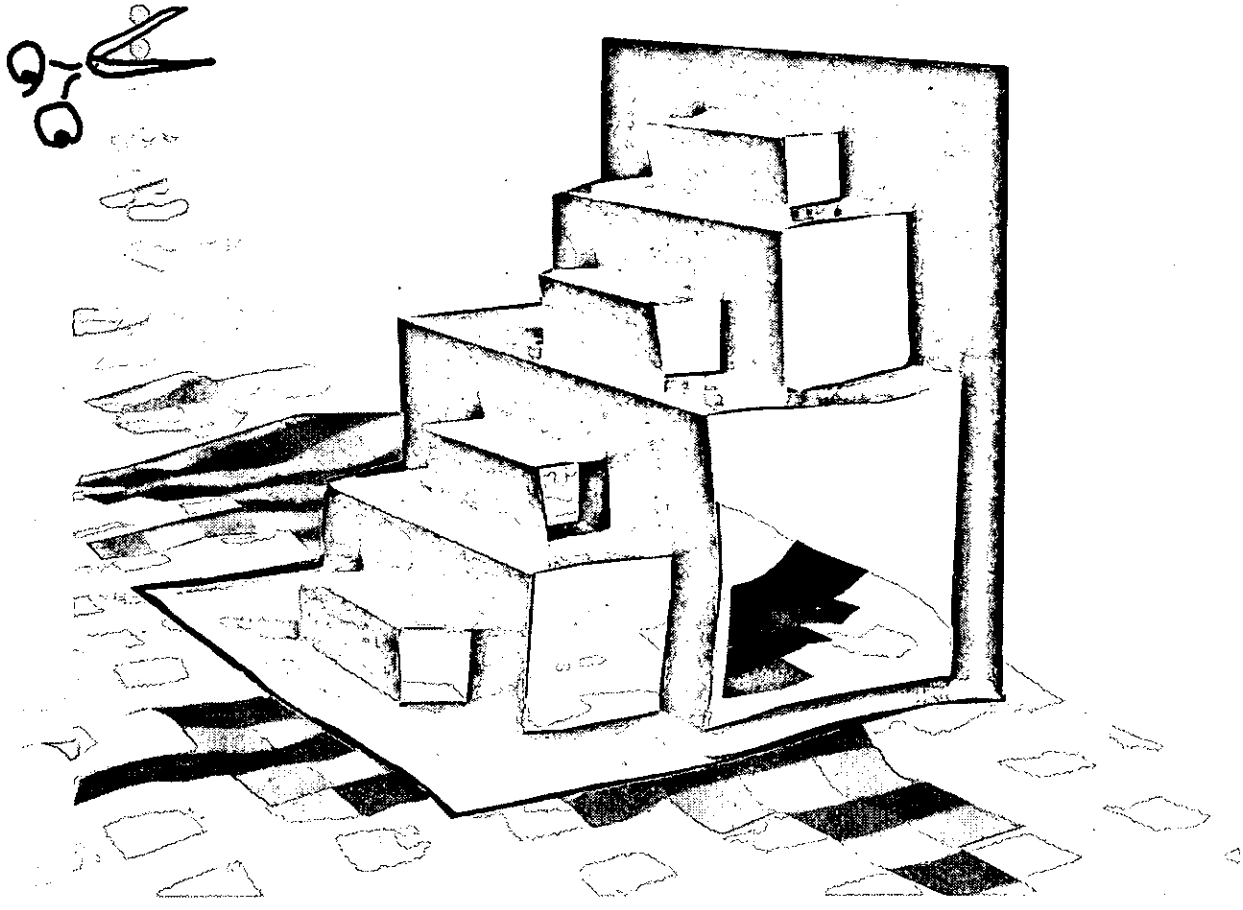
[19] Cockroft, W. H. (1982). **Mathematics Counts: Reporf of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools**. Her Majesty's Stationary Office.

[۲۰] آیزنر، الیوت (۲۰۰۰)، ترجمهٔ سپیده چمن‌آرا و زهرا گویا (۱۳۸۱). آنان که گذشته را نادیده می‌گیرند...: ۱۲ درس آسان برای هزارهٔ بعد. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۹، صص ۴ تا ۱۸، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

الگو سازی برای تدریس حد در بینهایت

جواد لاکی

گروه ریاضی ـ دانشگاه تربیت معلم تهران



در این مقاله می‌خواهیم نشان دهیم که تغییرات نظام آموزشی وکتاب‌های درسی، باید بر اساس نیاز جامعه طراحی شوند؛ و چون نیاز جامعهٔ دیروز با امروز متفاوت است، پس از زمان‌های معین، تغییر نظام آموزشی وکتاب‌های درسی الزامی است. سپس، برای تدریس «حد در بینهایت» روش همسالان را انتخاب کرده‌ایم و متذکر می‌شویم حرکات بدنی، و زبان و گفتار معلم، باید متناسب با زبان و گفتار یک دانش‌آموز باشد. مبنای تدریس ما، الگوی دانش‌آموز محوری است؛ و با چند نوع فعالیت، مفاهیم ریاضی را به کمک اشکال هندسی مطرح می‌کنیم و تلاش می‌کنیم که انگیزهٔ پرسشگری و نقادی را در دانش‌آموزان، پرورش دهیم.

مقدمه

یادگیری با تأکید صرف بر حفظ و ضبط دانش محض و انتقال اطلاعات علمی بی‌کمک خلاقیت، نمی‌تواند در خدمت صنعت و در جهت حل مشکلات اجتماعی قرار گیرد. با نگاهی گذرا به کتاب‌های درسی، ملاحظه می‌کنیم

که مطالب آن عمدتاً متکی بر مفاهیم مجرد ریاضی و بدون توجه جدی به کاربردهای عملی آن است. در نتیجه، دانش‌آموزان به ندرت، ارتباط مفاهیم با کاربرد آن را یاد می‌گیرند. مطالب اغلب به گونه‌ای ارایه می‌شود که امکان تفکر همراه با نقادی و پرسشگری را از دانش‌آموز می‌گیرد. چنین آموزشی، امکان حضور فعال دانش‌آموزان را در محافل آموزشی، محدود می‌کند. هم‌چنین، در شرایطی که ملاک اصلی در ارزشیابی دانسته‌های یک دانش‌آموز، کسب نمرهٔ خوب از انتقال معلومات و محفوظات است، توجه به فعالیت‌های نوآورانه و خلاق، کمتر می‌شود. در نتیجه، تربیت دانش‌آموزان نقاد و پرسشگر و ایجاد تنوع در شیوه‌های ارزشیابی مناسب چنین تربیتی، یکی از دغدغه‌های نظام‌های آموزشی است. ابداع الگوها و شیوه‌های مختلف به منظور آموزش مفاهیم ریاضی با توجه به کاربردهای عملی و رابطهٔ آن مفاهیم با دنیای واقعی، در ارتقای آموزش ریاضی گامی مؤثر است. الگوی همسالان برای آموزش مفهوم حدّ، به همین منظور صورت می‌گیرد.

یادآوری این نکته ضرورت دارد که هدف اصلی از آموزش، انتقال اطلاعات و مفاهیم نیست؛ زیرا، پس از مدت زمانی کلیهٔ مفاهیم فراموش می‌شود. اما، با فراموش شدن آن باید معرفت فرد افزایش یابد و او را به قلهٔ شکوفایی استعدادهای نهفته برساند و موجب بازسازی رفتارهای فردی، اجتماعی و شهروندی گردد

الگوی همسالان در آموزش

دانش‌آموزان، پس از خانواده تحت تأثیر دو گروه همسالان و بزرگسالان قرار می‌گیرند. گروه همسالان، جمعیتی هم سن‌وسال دانش‌آموزان است که در دوران تحصیل هم‌بازی و هم‌کلاس او است. گروه بزرگسالان نیز شامل معلمان و نخبگان فرهنگی جامعه‌اند که بسیاری از رفتارهای دانش‌آموزان متأثر از اعمال و گفتار آن‌هاست. به نظر می‌رسد که تأثیر گروه همسالان در دوران بلوغ دانش‌آموزان، از هر زمان دیگری بیش‌تر است. زیرا در این دوره، از اتکای دانش‌آموزان به خانواده‌ها کاسته می‌شود و دانش‌آموزان به دنبال نقاط اتکای دیگری نیز هستند که از آن جمله، به مهم‌ترین آن‌ها گروه همسالان می‌توان اشاره کرد که زبان گفتاری و توان فکری اعضای آن، به هم نزدیک است. این گروه با ایجاد دوستی و رفاقت، با برخورد طبیعی با یکدیگر، شخصیت هم را می‌سازند. به نظر «کلاین برگ»، برخورد دانش‌آموزان با دو گروه همسالان و بزرگسالان، دشواری‌هایی را برای آن‌ها ایجاد می‌کند، زیرا به گفتهٔ وی، فرهنگ مقتدرانهٔ بزرگسالان شخصیت نوجوان را جریحه‌دار می‌کند و او را به سوی عصیانگری و خشونت هدایت می‌کند؛ در صورتی که، فرهنگ همسالان، مکمل فرهنگ دانش‌آموزان است. همسالان قواعدی را که خود وضع کرده‌اند به خوبی می‌شناسند. بنابراین، به انجام دادن آن‌ها مصرّند و چون از انتظارات یکدیگر واقف‌اند، از قواعد و قوانین خود به طور جدی پیروی می‌کنند.

در ایران، با این که قرن‌ها اندیشهٔ بزرگسالان، هستی جوانان را تحت تأثیر قرار داده است، با این وجود، گاه‌گاه کسانی بوده‌اند که جوانان را به چشم دیگری می‌نگریستند و از طریق همسالان، اندیشهٔ آنان را پرورش می‌دادند. غزالی، بازی را که مختص کودکان وهمسالان آن‌هاست، در پرورش روان آن‌ها سودمند می‌دانست. خواجه نصیرطوسی، در کتاب اخلاق ناصری، پرورش کودکی را از اخلاق اجتماعی و همگانی جدا می‌کرده است. سعدی هم سخنانی دارد که نشان دهندهٔ توجه او به پذیرایی و پرورش ذهن کودک از طریق همسالان است. اما، هیچ یک از این بزرگان، مانند مولانا (جلال‌الدین بلخی)، روشن‌بینی در این زمینه نداشته‌اند. به قصه‌ای از مولانا که در دفتر چهارم مثنوی (بیت ۲۶۵۷ به بعد) قرار دارد، توجه کنید.

زنی پیش مولای پرهیزکاران، حضرت علی (ع) می‌آید و می‌گوید: بچه من، از روی بام، خود را به نوک ناودان رسانده و همانجا مانده است؛ هرچه می‌خواهم او را برگردانم نمی‌آید؛ می‌ترسم که از بام بیفتد.

نیست عاقل تا که دریابد چو ما
گربگویم کز خطر سوی من آ
هم اشارت را نمی داند بدست
ور بداند نشنود این هم بَدَست

سرور پرهیزکاران به او می گوید: طفل دیگری را روی بام ببر تا فرزندت به هوای این کودک به بام بازگردد.

گفت طفلی را برآر هم به بام
تا ببیند جنس خود را آن غلام
سوی جنس آید سبک زان نادان
جنس بر جنس است عاشق جاودان
زان چنان کرد و چو دید آن طفل او
جنس خود خوش خوش بدو آورد رو

از این حکایت، به سادگی می توان نتیجه گرفت که معلم برای آموزش بهتر، باید مانند همسالان با دانش آموزان عمل کند؛ با زبان همسالان او سخن بگوید و با روش همسالان، آن ها را راهنمایی کند. اگرچه این داستان کوتاه یک نتیجه گیری عرفانی و ارزنده به دنبال دارد، اما در عین حال، عمق اندیشهٔ جلال الدین بلخی را در مسایل آموزشی و پرورشی هم نشان می دهد.

مشاهده می کنید که بزرگان و نخبگان ما از پرورش فکری کودکان و نوجوانان غافل نبوده اند. اما، به نظر می رسد که جامعهٔ ایرانی، کمتر این اندیشه ها را در آموزش رسمی به کار بسته است. اگر گروهی پای سخن غزالی یا در جمع یاران جلال الدین بلخی گرد می آمدند، شمار آن ها چندان نبود که روح یک جامعه با آن ها دگرگون شود. به همین دلیل است که قرن های پیاپی، کودکان به دنیا می آمدند و مانند پدران و مادران، لباس می پوشیدند؛ مانند آن ها می اندیشیدند، کتاب هایی را می خواندند که پدران آن ها خوانده بودند یا اصلاً چیزی نمی خواندند تا چیزی بدانند.

امروزه دانش آموزان چه در محیط مدرسه، چه در خیابان و کوچه و میدان بازی، و چه هنگامی که با یکدیگر به کار و تفریح می پردازند، تحت تأثیر گروه همسالان قرار می گیرند و از رفتار و کردار آن ها پیروی می کنند. در این جاست که نقش پدر و مادر، معلمان و مربیان مدرسه بسیار مهم وحساس می شود. هم چنین، یکی از اصولی که پیوسته توصیه می شود این است که معلم باید از روش های مقتدرانه بپرهیزد و با دانش آموزان دوستانه و آگاهانه برخورد کند و تا می تواند دانش آموز را به اظهارنظر و ابراز وجود تشویق کند تا استعدادها و توانایی های آن ها شکوفا شود. بدین ترتیب، الگوی همسالان می تواند در تحقق چنین اهداف آموزشی و تربیتی، مؤثر باشد.

با این مقدمات، طرح ما این است که می خواهیم مفهوم حد را تدریس کنیم. این مفهوم معمولاً در سال سوم ریاضی و دورهٔ پیش دانشگاهی تدریس می شود؛ یعنی زمانی که سن دانش آموزان بین ۱۶ تا ۱۸ سال است. پس گروه همسالان آن ها مشخص است. اما، اعضای این گروه چه خصوصیت هایی دارند؟ حرکات و رفتار آن ها چگونه است؟ چگونه سخن می گویند و به چه موضوعی فکر می کنند؟ موضوعات و مسایلی که برای آن ها جالب است چیست؟

موضوع دیگری که بسیاری از متخصصان امور آموزشی به آن معتقدند، این است که هیچ موضوع و مفهومی با یک روش و الگوی معین که برای همهٔ دانش آموزان و در همهٔ زمان ها مفید باشد، وجود ندارد. بنابراین، هیچ وقت نمی توانیم روشی برای برنامهٔ درسی که از پیش تعیین شده است، به راحتی برای دانش آموزان متعددی انتخاب کنیم به گونه ای که دوران تحصیلات خود را با موفقیت طی کنند. این موضوع، مسؤولیت تدریس معلمین را دو چندان می کند

چه موضوعاتی برای آن ها ایجاد انگیزه می کند؟ و از این قبیل.

پاسخ درست به این سؤال ها، زمینه را برای تدریس فعّال

مفهوم حد مهیا می‌کند. معلم با درک شرایط سنی دانش‌آموز و توان ظرفیت پذیرش او می‌تواند برنامهٔ تدریس خود را در کلاس عملی کند (اطلاعات بیش‌تر را می‌توانید از منابع [۲]، [۵] و [۷] کسب کنید.)

روش تدریس فعال برای مفهوم حد

یکی از مهم‌ترین مسایلی که در حوزهٔ آموزش وتدریس مفاهیم ریاضی مطرح است، انتخاب روش مناسب با مفهوم ریاضی و الگوهای جالب و انگیزه‌بخش برای دانش‌آموز است که او را برای دریافت مفاهیم ریاضی آماده کند. روش‌های ارایه شده باید در دانش‌آموز ایجاد انگیزه کند؛ ذهن دانش‌آموز را بر آن مفهوم ریاضی متمرکز سازد؛ در دانش‌آموز ایجاد خلاقیت کند و او را به فکر کردن و اندیشیدن وادارد؛ تا برای حل مسایل، جویای روش‌ها و تکنیک‌های مناسب باشد. در نتیجه، دانش‌آموز به‌جای حفظ مفاهیم، به ساختن مفاهیم هدایت می‌شود. روش تدریس ما باید به گونه‌ای باشد که از سختی مفاهیم ریاضی بکاهد و با تقلیل بار دانش محض، به صورت شهودی و کاربردی، توجیه‌گر مفهوم ریاضی باشد.

یادآوری این نکته ضرورت دارد که هدف اصلی از آموزش، انتقال اطلاعات و مفاهیم نیست؛ زیرا، پس از مدت زمانی کلیهٔ مفاهیم فراموش می‌شود. اما، با فراموش شدن آن باید معرفت فرد افزایش یابد و او را به قلهٔ شکوفایی استعدادهای نهفته برساند و موجب بازسازی رفتارهای فردی، اجتماعی و شهروندی شود. ما تا چه‌حد می‌توانیم در ارایهٔ روش مناسب والگوی جالب برای تدریس مفهومی موفق شویم؟ به نظر شما شگرد یک معلم خوب و موفق چیست؟ آیا صرفاً توانایی‌های تدریس یک معلم ریاضی و اجرای اهدافی که به وسیلهٔ کتاب‌های درسی، از پیش تعیین شده کفایت می‌کند؟ ما چه روشی را انتخاب کنیم تا آموزش دروس ریاضی برای دانش‌آموزان لذت‌بخش باشد؟

اولین مسألهٔ مهم این است که در دانش‌آموز ایجاد انگیزه کنیم. بی‌توجهی به ایجاد انگیزه برای مفاهیم ریاضی دقت و پذیرش دانش‌آموز را کاهش می‌دهد و عوارض جانبی آن در نحوهٔ آموزش ما مشکلات بنیادی ایجاد می‌کند. «آرتور کومبز» یکی از پیشگامان نهضت انسانگرایی، در سال ۱۹۶۲ میلادی، دربارهٔ ایجاد انگیزه چنین اظهار نظرمی‌کند: «... یادگیری بدون ایجاد انگیزه میسر نیست، دانش‌آموزان همیشه برای یادگیری، زمینهٔ ایجاد انگیزه را دارند. در واقع آن‌ها هیچ‌وقت بدون انگیزه نبوده‌اند. شاید آن‌ها برای انجام کاری که ما ترجیح می‌دهیم و باید انجام گیرد، انگیزه نداشته باشند. اما هرگز نمی‌توان گفت که آن‌ها برای یادگیری موضوعی بدون انگیزه‌اند.»

نکتهٔ اساسی که کومبز مطرح می‌کند آن است که دانش‌آموزان انگیزهٔ یادگیری را دارند. اما هنر معلمی در این است که با انتخاب روش‌ها و الگوهای مناسب، هم این انگیزه را تقویت کند و هم در دانش‌آموز ایجاد انگیزه کند. در حقیقت، «کومبز» به انگیزهٔ درونی برای رشد معرفت شخصی اعتقاد دارد و این نیرویی است که همهٔ رفتارهای دانش‌آموز را جهت می‌دهد و او را به سمت درک معرفت هدایت می‌کند.

موضوع دیگری که بسیاری از متخصصان امور آموزشی به آن معتقدند، این است که هیچ موضوع و مفهومی با یک روش و الگوی معین که برای همهٔ دانش‌آموزان و در همهٔ زمان‌ها مفید باشد، وجود ندارد. بنابراین، هیچ‌وقت نمی‌توانیم روشی برای برنامهٔ درسی که از پیش تعیین شده است، به راحتی برای دانش‌آموزان متعددی انتخاب کنیم به گونه‌ای که دوران تحصیلات خود را با موفقیت طی کنند. این موضوع، مسئولیت تدریس معلمین را دوچندان می‌کند. یک معلم، با توجه به شرایط سنی دانش‌آموز و توان و ظرفیت پذیرش آن‌ها، باید بتواند روش‌های مختلفی را جهت بالا بردن کیفیت مشارکت آن‌ها افزایش دهد. متأسفانه موضوعی که باید آن را پذیرفت، روالی است که در مراکز آموزشی ما عموماً اتفاق می‌افتد؛ و آن هدایت مقتدرانه و ارباب مآبانه‌ای است که از سوی صاحب‌نظران آموزشی انجام می‌گیرد. وجود چنین بینش مخربی، نیروی پرسشگری و خلاقیت را از دانش‌آموزان و حتی معلمان، می‌گیرد (جهت اطلاعات بیش‌تر به منبع [۱] مراجعه کنید.) با این مقدمه، روش تدریس فعال مفهوم حد را ارایه می‌دهیم.

ابتدا، یادآوری می‌کنیم که x به a میل می‌کند اگر و فقط اگر t=x-a به صفر میل کند، این خود معادل این است که

$\frac{1}{t^2}$ به $+\infty$ میل کند. بنابراین، تدریس مفهوم حد در بینهایت را به صورت چندین فعالیت شروع می‌کنیم.

فعالیت ۱

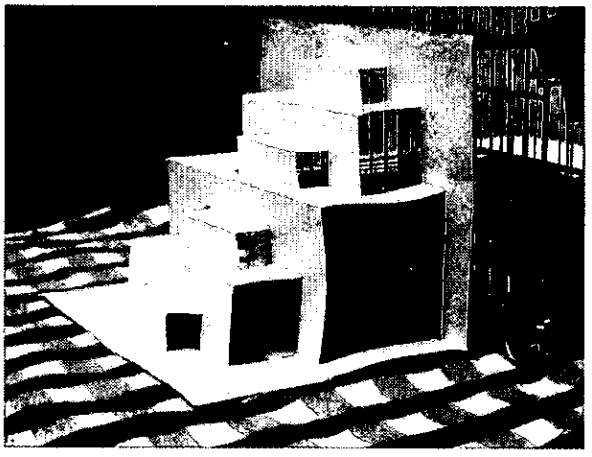
وسایل مورد نیاز: یک برگ کاغذ A۴، یک قیچی، یک خط‌کش.

ابتدا، کاغذ A۴ را از وسط تا می‌کنیم.

الف) قسمت تاشده را سه قسمت کنید به طوری که طول قسمت میانی بیش‌تر باشد.

ب) از قسمت‌های تقسیم شده، به موازات لبهٔ کاغذ، تا وسط آن با قیچی ببرید.

پ) قسمت میانی را به داخل تا کنید.



شکل ۱

ت) اعمال (الف) تا (پ) را برای قسمت میانی تکرار کنید و این عمل را، چندین‌بار انجام دهید.

ث) دو لبهٔ کاغذ را به طرفین کشیده، آن را باز کنید تا زاویهٔ تا شده، ۹۰ درجه گردد.

اینک به این سؤالات، پاسخ دهید:

الف) شکل‌های هندسی به وجود آمده، چه شکلی هستند؟ جواب: مربع. (شکل (۱) را ببینید.)

ب) تعداد این مربع‌ها در مرحلهٔ nام چند تا است؟ جواب:

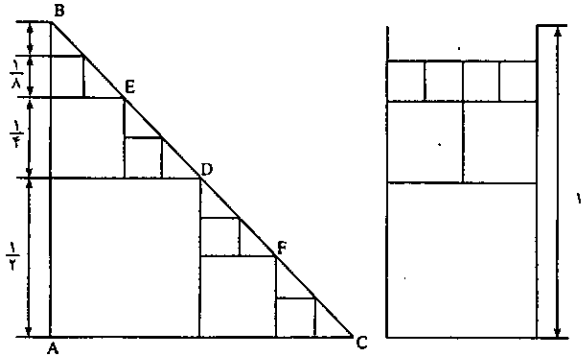
$$۱+۲+۴+\cdots+۲^{n-۱}=۲^n-۱$$

پ) اگر طول برگ کاغذ، دو واحد در نظر گرفته شود، مجموع مساحت‌های مربع‌ها تا مرحله nام چقدر است؟ جواب:

$$S_n=\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲+۲\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲+\cdots+۲^{n-۱}\left(\frac{۱}{۲n}\right)^۲$$

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲^۲}+\cdots+\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲^n}=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲^{n+۱}}$$

ت) اگر n به قدر کافی بزرگ شود، مجموع مساحت‌ها و تعداد مربع‌ها به چه عددی نزدیک می‌شود؟ (با ملاحظهٔ شکل (۲ـ الف) مشاهده می‌کنیم که یک گوشهٔ هر مربع با وتر BC یک نقطهٔ مشترک دارد و آن نقطهٔ مشترک وسط یک



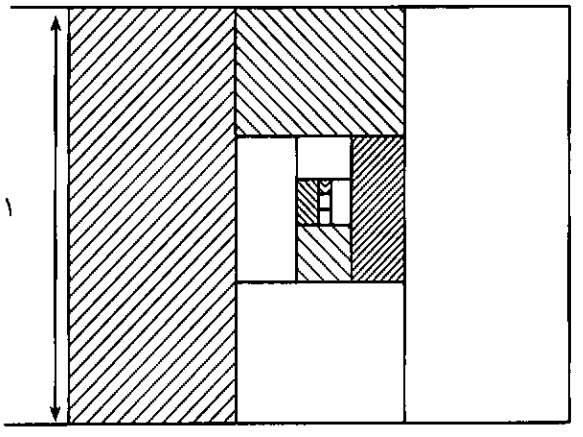
شکل ۲ـ الف　　شکل ۲ـ ب

پاره‌خط است؛ یعنی D وسط BC است. F و E، به ترتیب، وسط‌های DC و BD است. برای مجموع مساحت‌های مربع‌ها به شکل (۲ـ ب) مراجعه کنید.)

فعالیت ۲

حاصل عبارت زیر، با توجه به شکل (۳) چقدر است؟

$$\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳^۲}+\frac{۱}{۳^۳}+\cdots$$



شکل ۳

جواب: $\frac{۱}{۲}$.

فعالیت ۳

بنابر فرضیهٔ خواجه‌نصیرطوسی، که هر منحنی از خطوط راست کوچک غیر قابل تقسیم تشکیل شده، متحرکی در $\frac{۱}{۲}$ ثانیه با سرعت اولیهٔ یکنواحت حرکت می‌کند و در $\frac{۱}{۴}$ ثانیه بعدی با سرعت ۲ برابر سرعت اولیه، در $\frac{۱}{۸}$ ثانیه بعدی با سرعت ۳ برابر سرعت اولیه، و به همین ترتیب، در $\frac{۱}{۲^n}$ ثانیه بعدی با n برابر سرعت اولیه به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر حرکت متحرک به همین ترتیب، تا بینهایت ادامه پیدا کند، سرعت متوسط متحرک حداکثر ۲ برابر سرعت اولیه خواهد بود. چرا؟ (به منبع [۴] مراجعه کنید.)

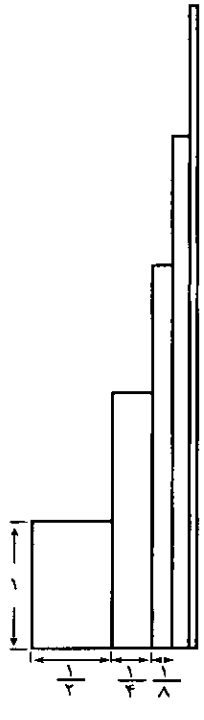
الف) حل این مسأله، اثبات تساوی زیر است:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۲^۲}+\frac{۳}{۲^۳}+\cdots+\frac{n}{۲^n}+\cdots=۲$$

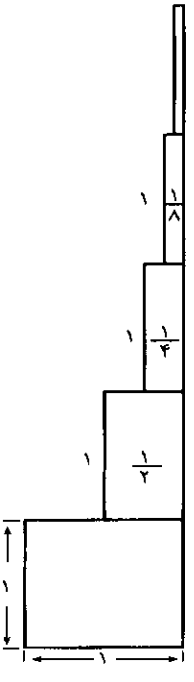
چرا؟

ب) اگر نتوانستید تساوی (الف) را ثابت کنید، از شکل‌های (۴ـ الف) و (۴ـ ب) برای تساوی زیر استفاده کنید؛ و سپس به کمک شکل (۴ـ ج)، مقدار حاصل جمع را تعیین کنید.

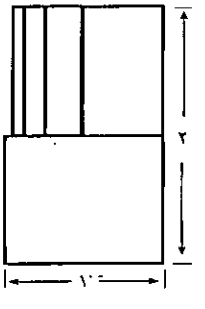
$$\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۲^۲}+\frac{۳}{۲^۳}+\cdots+\frac{n}{۲^n}+\cdots=۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\cdots\frac{۱}{۲^n}+\cdots$$



شکل ۴ـ الف



شکل ۴ـ ب



شکل ۴ـ ج

دانش افزایی :

امروزه، حاصل جمع سری های فوق را به کمک مفاهیم پیوستگی یکنواخت و مشتق گیری، به راحتی می توان محاسبه کرد (به [۶]، صفحه ۲۲۰ مراجعه کنید). روش کار به این صورت است که؛ فرض کنید x، یک عدد حقیقی باشد به طوری که $|x|<1$. در این صورت به کمک تصاعد هندسی و این که $\lim_{n\to+\infty} x^n = 0$، داریم

$$1+x+x^2+\cdots+x^n+\cdots=\frac{1}{1-x} \qquad (|x|<1) \qquad (1)$$

به سادگی می توان از طرفین اتحاد فوق، وقتی که $|x|<1$، مشتق گیری یا انتگرال گیری جمله به جمله نمود. بنابراین، اگر از طرفین اتحاد فوق جمله به جمله مشتق بگیریم، داریم

$$1+2x+3x^2+\cdots+nx^{n-1}+\cdots=\frac{1}{(1-x)^2} \qquad (2)$$

$(|x|<1)$

حال طرفین عبارت فوق را در x ضرب نموده، بار دیگر مشتق می گیریم. بنابراین داریم

$$x+2x^2+3x^3+\cdots+nx^n+\cdots=\frac{x}{(1-x)^2} \qquad (3)$$

$$1+2^2x+3^2x^2+\cdots+n^2x^{n-1}+\cdots=\frac{x+1}{(1-x)^3} \qquad (4)$$

اینک طرفین رابطهٔ (۴) را در x ضرب می کنیم. پس

$$x+2^2x^2+3^2x^3+\cdots+n^2x^n+\cdots=\frac{x(x+1)}{(1-x)^3} \qquad (5)$$

حال اگر به جای x در رابطه های (۳) و (۵)، اعداد $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ را قرار دهیم، اتحادهای جالب زیر حاصل می شود

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots\frac{n}{2^n}+\cdots=2$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2^2}{2^2}+\frac{3^2}{2^3}+\cdots\frac{n^2}{2^n}+\cdots=6$$

$$\frac{1}{3}+2(\frac{1}{3})^2+3(\frac{1}{3})^3+\cdots n(\frac{1}{3})^n+\cdots=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3}+2^2(\frac{1}{3})^2+3^2(\frac{1}{3})^3+\cdots n^2(\frac{1}{3})^n+\cdots=\frac{3}{2}$$

می توان به جای x، اعدادی بین ۱ و ۱- قرار داد و اتحادهای جالب دیگری به دست آورد. حال اگر از رابطهٔ (۱) جمله به جمله انتگرال بگیریم، داریم

$$\log(1-x)=-(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots+\frac{x^n}{n}+\cdots) \qquad (6)$$

$|x|<1$

با قرار دادن x- به جای x در رابطهٔ (۶)، خواهیم داشت

$$\log(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+\frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}+\cdots \qquad (7)$$

$|x|<1$

تساوی فوق، بنابر قضیهٔ حد آبلی ([۶]، صفحه ۲۲۱)، به ازای $x=1$ نیز بر قرار است. بنابراین، اتحاد جالب زیر نیز برقرار می باشد.

$$\log_{LE} 2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}+\cdots$$

فعالیت ۴

الف) حاصل عبارت زیر چیست؟

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}$$

ب) ادعا می کنیم که حاصل عبارت فوق، ریشهٔ معادلهٔ $y^2-y-2=0$ است. چرا؟

راهنمایی: y را برابر عبارت فوق قرار دهید و طرفین را به توان دو برسانید.

پ) آیا می توان ادعا کرد که مقدار عبارت عددی فوق، ۲ است؟ چرا؟

در حقیقت، روش فوق، جواب بدون برهان مسأله است، که ما می باید حداکثر بعد از ۵۰ ثانیه به گزینهٔ درست برسیم. این روش چندان دقیق نیست و هر دانش آموز نکته سنجی ممکن است پرسش هایی را مطرح کند که امکان پاسخ بدان، چندان ساده نباشد. اگر بخواهیم به صورت دقیق به پرسش فوق پاسخ دهیم، چنین عمل می کنیم:

دانش افزایی :

در این جا دنباله $\{a_n\}_{n\in IN}$ را به گونه‌ای تعریف می‌کنیم که حد آن، عبارت فوق باشد :

$$a_1 = \sqrt{2} = 1/4142$$

$$a_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}} = 1/8477$$

$$a_3 = \sqrt{2+a_2} = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} = 1/9615$$

$$a_4 = \sqrt{2+a_3} = \sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}} = 1/9903$$

.....

$$a_n = \sqrt{2+a_{n-1}} = \sqrt{2+\sqrt{2+\cdots\sqrt{2}}}$$

از طرفی، محاسبات نشان می‌دهد که دنبالهٔ $\{a_n\}$ به ۲ نزدیک می‌شود. یعنی، اگر n به قدر کافی بزرگ شود، a_n تقریباً برابر ۲ است. از طرف دیگر قضیهٔ جالبی در آنالیز هست که می‌گوید هر دنبالهٔ یکنوا (صعودی یا نزولی) و کران‌دار، حد دارد و حد آن یک عدد حقیقی است. به استقرا ثابت می‌شود که دنبالهٔ $\{a_n\}$ صعودی و از بالا کران‌دار است. حال اگر حد آن را y بنامیم؛ یعنی $\lim_{n\to\infty} a_n = y$ داریم :

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} \sqrt{2+a_{n-1}}$$

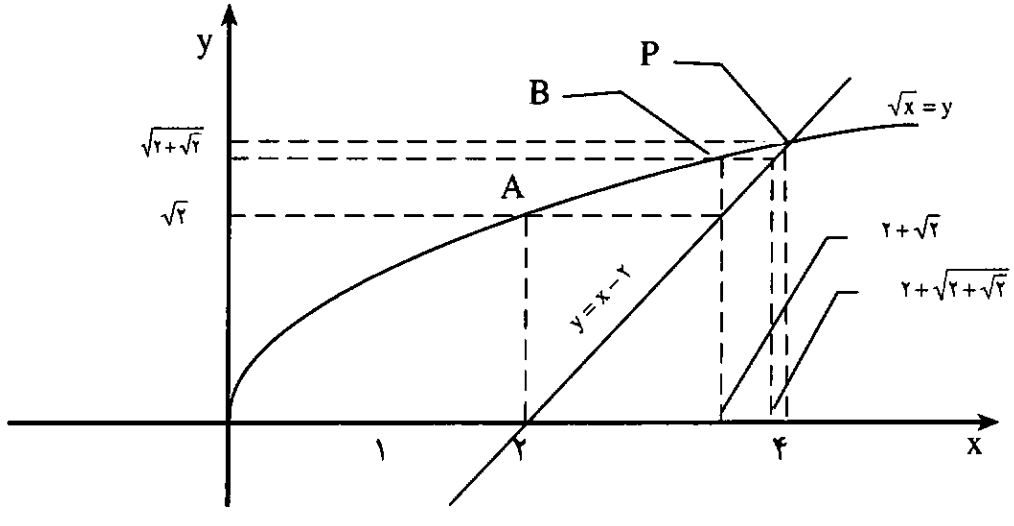
$$y = \sqrt{2+y}$$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

چون $y > 0$ ، پس جواب $y = 2$ قابل قبول است.

تعبیر هندسی : دو نمودار $y = \sqrt{x}$ و $y = x - 2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. (شکل زیر)

از نقطهٔ $x = 2$ خطی موازی محور yها رسم می‌کنیم تا منحنی $y = \sqrt{x}$ را در نقطهٔ $A(2,\sqrt{2})$ قطع کند، و از نقطهٔ A خطی به موازات محور xها رسم می‌کنیم تا خط $y = x - 2$ را در نقطه‌ای قطع کند. سپس، از این نقطه خطی به موازات محور yها رسم می‌کنیم تا منحنی $y = \sqrt{x}$ را در نقطهٔ $B(2+\sqrt{2},\sqrt{2+\sqrt{2}})$ قطع کند. اگر عمل را به همین ترتیب ادامه دهیم، می‌بینیم که در مرحله nام، به نقطه‌ای مانند $M(2+a_{n-1},a_n)$ خواهیم رسید. بنابراین، حد دنبالهٔ $\{a_n\}$ مختص دوم محل تقاطع دو خط $y = x - 2$ و $y = \sqrt{x}$ است که جواب



شکل ۵

آن، $y = ۲$ است (نقطهٔ $P(۴, ۲)$).

فعالیت ۵

معنی عبارت $\lim_{n\to+\infty} a_n = b$ چیست؟

بحث: اگر محاسبات فوق را بررسی کنیم، مشاهده می‌کنیم که اگر n به قدر کافی بزرگ باشد، مقدار a_n تقریباً برابر b است؛ یعنی به ازای مقادیر بزرگ n، $a_n \cong b$. اگر در فعالیت قبل، با ماشین حساب جملات دنبالهٔ a_n را محاسبه کنید، خواهید دید که $b = ۲$.

فعالیت ۶

شخصی مدعی است که اگر $a_۱ = \sqrt{۲}$ ، و به ازای $n > ۱$ ، $a_n = \sqrt{۲ + a_{n-۱}}$ ، آنگاه

$$a_n = ۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^n})$$

بحث: بهترین روش برای اثبات این ادعا، استقرای ریاضی است. بنابراین، شرایط قضیهٔ استقرا را بررسی می‌کنیم.

شروع استقرا: $n = ۱$

$$۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲}) = ۲\times\frac{۲}{۲} = \sqrt{۲} = a_۱$$

فرض استقرا: $a_n = ۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^n})$

حکم استقرا:

$$a_{n+۱}^۲ = ۲ + a_n = ۲ + ۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^n})$$

$$= ۲(۱ + ۲\cos^۲(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^{n+۱}}) - ۱)$$

$$= ۴\cos^۲(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^{n+۱}})$$

یا

$$a_{n+۱} = ۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^{n+۱}})$$

فعالیت ۷

فرض کنید $a_۱ = \sqrt{۲}$ ، و به ازای $n > ۱$ ، $a_n = \sqrt{۲ + a_{n-۱}}$. مقدار

$$\lim_{n\to+\infty} ۴^n(۲ - a_n)$$

کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $(\frac{\pi}{۲})^۲$ ۳) π ۴) $\pi^۲$

حل: فرض کنید $f(x) = ۴^x(۲ - \cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^x}))$. در این صورت، بنابر قاعدهٔ هوپیتال

$$\lim_{n\to+\infty} ۴^n(۲ - a_n) = \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{۲ - ۲\cos(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^x})}{(\frac{۱}{۴})^x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} (\frac{\pi}{۲})^۲.\frac{\sin(\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^x})}{\frac{\pi}{۲}.\frac{۱}{۲^x}} = (\frac{\pi}{۲})^۲$$

(به منابع [۸] ، [۹]، [۱۰] مراجعه شود).

مراجع

[۱] حمیرا آزادمنش، آموزش مبتنی بر الگوی شاگرد محوری، روزنامه ایران، سال هشتم، شماره ۲۲۸۳، ۶ آبان ۱۳۸۱.

[۲] محمد استعلامی، بررسی ادبیات امروز، چاپ سوم، کتابفروشی زوّار تهران شاه‌آباد، ۱۳۵۱.

[۳] مرتضی خلخالی و مهرداد ناظری، مصاحبه تحت عنوان غیبت تفکر نقّاد در نظام آموزشی ایران، روزنامه ایران، سال هشتم، شماره ۲۳۰۳، ۲۶ آبان ۱۳۸۱.

[۴] مهدی رجبعلی‌پور، مفهوم بینهایت در آنالیز و تاریخچهٔ مختصر آن، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال دوم شماره‌های ۵ و ۶ و ۷، پاییز ۱۳۶۴.

[۵] عبدالکریم سروش، مثنوی معنوی (مولانا جلال‌الدین محمد بن حسین بلخی) بر اساس نسخهٔ قونیه، جلد اول و دوم و سوم، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، چاپ دوم ۱۳۷۶.

[۶] کنت راس، آنالیز مقدماتی؛ نظریهٔ حسابان، ترجمه جواد لاّلی و محمد قاسم وحیدی اصل، انتشارات مبتکران، چاپ اول، پاییز ۱۳۷۷.

[۷] امان قرائی مقدم، جامعه‌شناسی آموزش و پرورش، ناشر: کتابخانه فروردین، چاپ دوم، ۱۳۷۵

[8] The College Mathematics Journal, May 1997.

[9] The College Mathematics Journal, November 1999.

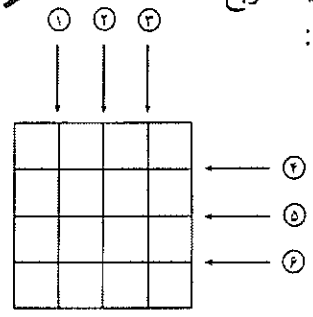
[10] The College Mathematics Journal, January 2001.

■

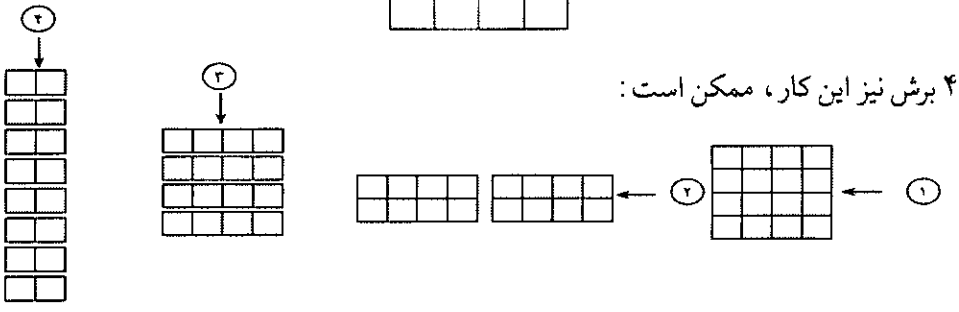
مسأله: برش بزنید!

مانی رضائی

■ با ۶ برش مستقیم می‌توان یک مربع را به ۱۶ مربع کوچک تقسیم کرد:

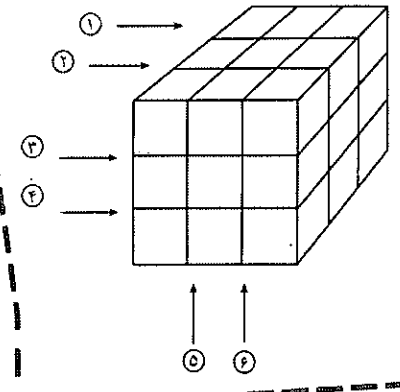


■ اما با ۴ برش نیز این کار، ممکن است:



■ اکنون یک مکعب را در نظر بگیرید. آیا می‌توان با کمتر از ۶ برش مستقیم آن را به ۲۷ مکعب کوچک تقسیم کرد؟

پاسخ در صفحه ۴۱



مراجع جا مانده از مجله شماره ۷۱ مربوط به مقاله «سیر تاریخی آموزش ریاضی»

Howson G 1990 Mathematics education: A historical view. *Impact of Science on Society* 160: 303-13.

Howson G. Keitel C. Kilpatrick J 1981 *Curriculum Development in Mathematics.* Cambridge University Press, Cambridge.

Høyrup J 1980 Influences of institutionalized mathematics teaching on the development and organization of mathematical thought in the pre-modern period. *Studien zum Zusammenhang von Wissenschaft und Bildung.* Materialien und Studien, No. 20.Institut für Didaktik der Mathematik. Bielefeld.

Høyrup J 1985 Varieties of mathematical discourse in pre-modern sociocultural contexts: Mesopotamia, Greece, and the Latin Middle Ages. *Science and Society* 49(1): 4-41.

Kilpatrick J 1992 A history of research in mathematics education. In: Grouws D A (ed.) 1992 *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* Macmillan Inc., New York.

Marrou H I 1984 *Histoire de l'education dans l'antiquité.* Seuil. Paris [1982 *A History of Education in Antiquity.* University of Wisconsin Press, Madison, Wisconsin].

Myers E D 1960 *Education in the Perspective of History.* Harper, New york.

Further Reading:

Boyer C B 1989 *A History of Mathematics,* 2nd. edn Wiley, New York

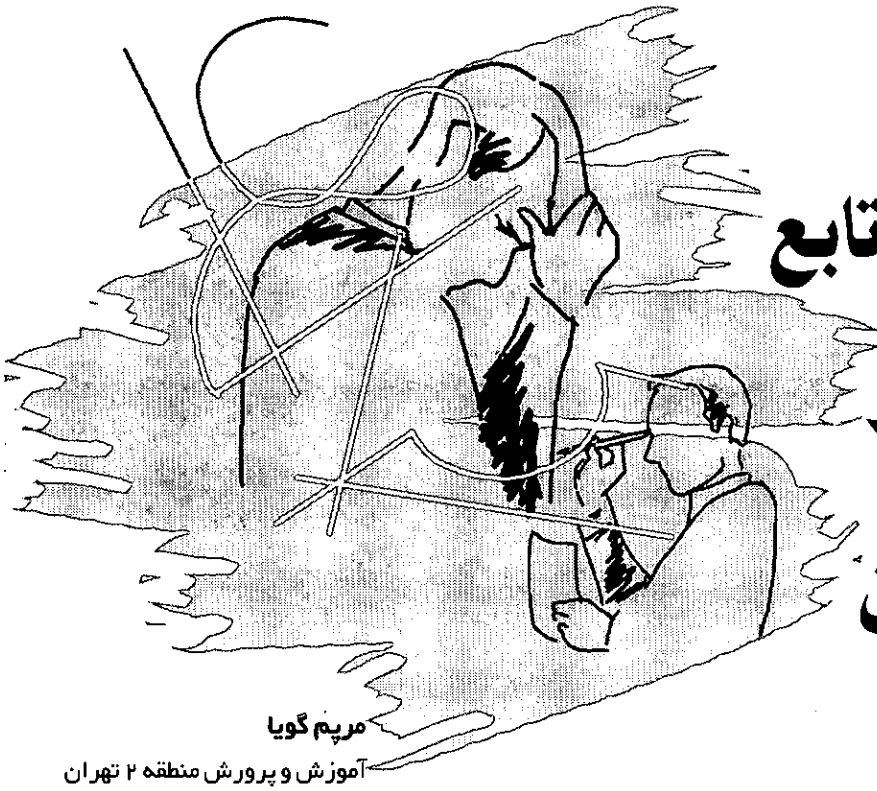
Howson A G 1982 *A History of Mathematics Education in England.* Cambridge University Press, Cambridge.

Joseph G G 1991 *The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics.* Tauris, London.

Keitel C, Schubring G, Stowasser R 1991 History of mathematics education. In: Lewy A (ed.) 1991 *The International Encyclopedia of Curriculum.* Pergamon Press, Oxford.

Nakosteen M 1964 *History of Islamic Origins of Western Education, AD 800-1350.* University of Colorado Press, Boulder, Colorado.

Stanic G M A, Kilpatrick J 1992 Mathematics curriculum reform in the United States: A historical perspective. *Int. J. Educ. Res.* 17(5): 407-17.



مفهوم تابع و بدفهمی دانش‌آموزان

مرپم گویا
آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران

چکیده

دانش‌آموزانی که دیپلم گرفته‌اند و دورهٔ پیش‌دانشگاهی را می‌گذرانند، هنوز در درک مفهوم تابع دچار مشکل هستند و این در حالی است که در پایان سال، تعداد زیادی از همین دانش‌آموزان، با رتبه‌های بسیار خوب در دانشگاه‌های معتبر دولتی پذیرفته می‌شوند و این موفقیت‌ها دلیلی بر این است که دانش‌آموزان ناتوان نیستند و از ذکاوت و هوش و پشتکار بهره‌مندند.

به همین جهت، برای معلمان این سؤال مطرح می‌شود که اشکال کار در کجاست و این ابهام چگونه و از چه زمانی ایجاد شده است؟ و منشأ بروز بدفهمی‌ها در رابطه با تابع چیست؟

شواهد نشان می‌دهند که مشکل از دانش‌آموزان نیست، حتی مشکل از کتاب‌های درسی هم نیست. معلمان هم که معمولاً علاوه بر کتاب درسی، مطالب اضافی و تکمیلی و جایگزین و حاشیه‌ای نیز می‌گویند و انواع ریزه‌کاری‌ها را نشان می‌دهند تا جایی که دیگر فرصتی برای فکر کردن باقی نمی‌گذارند و شاید، کلید معما در همین نکته نهفته باشد!

این مقاله ضمن پرداختن به نوع بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با مفهوم تابع و با توجه به سیر تحول تاریخی آن، چند پیشنهاد آموزشی ارایه می‌دهد.

علت انتخاب موضوع

هر سال، با شروع سال تحصیلی امیدوارم که دانش‌آموزان تواناتری در کلاس حاضر شوند و اطلاعات جامع‌تری نسبت به دانش‌آموزان قبلی داشته باشند؛ زیرا سال به سال استقبال دانش‌آموزان و خانواده‌هایشان از کلاس‌های آزاد بیش‌تر می‌شود و تعداد زیادی، موفقیت در کنکور را در گرو تلاش جهت یادگیری دروس در تابستان، و استفاده از کتاب‌های کمک درسی می‌پندارند. به همین جهت، انتظار داریم که هر سال، دانش‌آموزان نسبت به سال گذشته، آماده‌تر و پرانرژی‌تر باشند. اما به تدریج درمی‌یابیم که نه تنها توانا نیستند که حتی خسته و بی‌انگیزه در کلاس حاضر می‌شوند و مشکلاتشان همچنان باقی است. البته در اغلب نظرخواهی‌هایی که در ابتدای سال تحصیلی به عمل می‌آورم، اکثریت قریب به اتفاق آن‌ها از مثلثات، توابع نمایی و افراز مجموعه‌ها گلایه دارند و کمتر کسی به وضوح، اشاره‌ای به تابع می‌کند. در نتیجه،

به دلیل این که ابراز نارضایتی از این مباحث هر ساله تکرار می‌شود، علاقه‌مند شدم تامطالب مذکور را بررسی کنم. اما از آنجا که اکثر معلمان، مشکل دانش‌آموزان را در رابطه با مثلثات یا جبر مجموعه‌ها، به دلیل کم‌رنگ شدن این مباحث در برنامهٔ درسی می‌دانند، احساس کردم هر نوع بررسی در این موارد، ممکن است با پیش‌داوری‌هایی همراه باشد. اما در مورد تابع، دانش‌آموزان به ظاهر مشکلی ندارند، با این حال تجربهٔ تدریس خودم نشان می‌دهد که دانش‌آموزان، در درک مفهومی تابع مشکل دارند. به همین جهت، موضوع تابع را برای این بررسی انتخاب کردم.

قابل توجه است که دانش‌آموزان سال دوم که برای اولین‌بار با تعریف رسمی تابع آشنا می‌شوند، درک آن را ساده می‌پندارند و نسبت به آن، گلایه‌ای ندارند. اما به ترتیب که به سال‌های بالاتر می‌روند، بیش‌تر و بیش‌تر احساس سردرگمی می‌کنند و در رابطه با تابع و عملیات آن، دچار مشکل می‌شوند. به طور مثال، با اغلب دانش‌آموزانی که سروکار داشته‌ام، در سال دوم با تعیین برد تابع و در سال سوم با ترکیب توابع مشکل دارند. وقتی با دانشجویان فعلی و فارغ‌التحصیلان پیش‌دانشگاهی نیز راجع به تابع و مشکلات مفهومی آن گفتگو می‌کنم، اکثر آن‌ها اظهار می‌دارند که در واقع، مفهوم تابع را نفهمیده‌اند و به‌خصوص، در مورد تعیین برد تابع، همیشه با اشکال مواجه بوده‌اند.

حتی بعضی از آن‌ها عنوان می‌کنند که وقتی صحبت از هم‌دامنه و برد می‌شود، دیگر موضوع را نمی‌فهمند و همهٔ دانسته‌هایشان مغشوش می‌شود. این گفتگوها با کسانی صورت گرفته است که همگی در مدارس خوب تهران درس خوانده‌اند و از طریق تمرین‌های پیچیده و سخت و جزوه‌های خارج از برنامه‌ای که در اختیارشان گذاشته می‌شده است، در ظاهر با انواع تابع‌ها، ترکیب توابع و تعیین دامنه و برد تابع‌های مختلف آشنا شده‌اند. اما به گفتهٔ خودشان، عملاً هرچه بیش‌تر تمرین کرده‌اند، کمتر یاد گرفته‌اند و بر ابهامشان افزوده شده است. شاید یکی از دلایل بروز این پدیده این است که به گفتهٔ غلام‌آزاد، «برخی تحقیقات اولیه روی مفاهیم مربوط به تابع‌ها، اشاره دارد که دانش‌آموزان، مفهوم رسمی تابع را در چندین مرحله می‌سازند که این مراحل، با نمادگذاری ضابطهٔ تابع شروع می‌شود و از طریق لغوی و نمادی، نمایش گرافیکی، اعمال روی تابع‌ها و ویژگی‌های درونی تابع‌هایی خاص توسعه پیدا می‌کند»[۱]. در حالی‌که، معرفی تابع در دو کتاب درسی ریاضیات ۲ و حسابان، با توجه جدی به چنین مراحلی، انجام نشده است. در نتیجه، برای ایجاد درک مفهومی تابع، بیش‌تر از تکرار و تمرین کمک گرفته شده است.

اما سؤالی که همیشه ذهنم را به خود مشغول داشته، این است که چرا با این همه تکرار و تمرین، باز هم دانش‌آموزان در درک مفهوم تابع، مشکل دارند. آیا همان‌طور که غلام‌آزاد (۱۳۸۰) اشاره کرده است، ریشهٔ مشکل در طی نکردن مراحل ذکر شده است؟ آیا دلایل دیگری برای انواع نارسایی‌ها یا بدفهمی‌های رایج در مفهوم تابع وجود دارد؟ آیا علاوه بر این، مشکل از دانش‌آموزان هم هست؟ یا کتاب‌ها و برنامه‌ها نیز مشکل دارند؟ نقش منِ معلم، در بروز این مشکلات مفهومی چیست؟

برای یافتن پاسخ به این سؤال‌ها، ابتدا مفهوم تابع و چگونگی تعریف آن در کتاب‌های دبیرستان مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس، با استفاده از سیر تاریخی تابع و یافته‌های پژوهشی در رابطه با چگونگی یادگیری این مفهوم، هم‌چنین تجربیات معلمی نگارنده، مقاله با یک پیشنهاد به پایان می‌رسد.

تعریف تابع در کتاب ریاضی ۲ و حسابان

در کتاب ریاضیات ۲، بعد از تعریف رابطه، آمده است:

«یک تابع، رابطه‌ای است که در آن هیچ دو زوج متمایزی دارای مختص‌های اول (xهای) مساوی نباشند. اگر دو زوج دارای مختص‌های اول مساوی باشند، آن‌گاه مختص‌های دوم آن‌ها هم مساوی خواهد بود.» (ص ۲۱) [۲].

در کتاب حسابان نیز، تابع به این دو صورت تعریف شده است:

«تابع f از مجموعهٔ D به مجموعهٔ R، قاعده‌ای است که به هر عضو x از مجموعهٔ D به نام دامنه، عضو منحصر به

فرد f(x) از مجموعهٔ R به نام برد را نظیر می‌کند (ص ۸) [۳]. هم‌چنین، تابع f یک مجموعه از زوج‌های مرتب است که مؤلفه‌های اول آن‌ها (xها) ورودی‌های تابعند و مؤلفه‌های دوم آن‌ها (f(x)ها) خروجی‌های تابعند و هیچ دو زوج متمایز، ورودی‌های مساوی ندارند. پس، می‌توان تابع f را به صورت زیر نمایش داد:

$$f = \{(x,y) \mid x \in D_f \ , \ y = f(x)\}$$

یا

$$f = \{(x,f(x)) \mid x \in D_f\}$$

در این تعریف، مجموعهٔ تمام مؤلفه‌های (مختص‌های) اول زوج‌های مرتب تابع، دامنه و مجموعهٔ تمام مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب تابع، برد نامیده می‌شوند» (ص ۱۰) [۳] هر دو تعریف، به وضوح نشان می‌دهند که تابع از D به R روی همهٔ عضوهای مجموعهٔ D تعریف می‌شود. سپس هر دو کتاب با ذکر مثال‌هایی سعی در فهماندن تعریف‌های فوق دارند. با این حال، تجربیات نشان می‌دهند که دانش‌آموزان درک صحیحی از مفهوم تابع ندارند. ایجاد چنین درکی، نیاز به حوصله، دقت، ژرف‌نگری، وقت کافی و سعهٔ صدر دارد و بدون هیچ درکی، امکان به‌کارگیری تابع در حل مسایل مختلف، کمتر وجود دارد. شاید یکی از دلایل این نارسایی، آموزش زودهنگام و مجرد مفهوم تابع باشد! این موضوع زمانی تشدید می‌شود که سلیقه‌های گوناگون توسط مراکز رسمی و غیررسمی آموزشی نیز اعمال می‌شود و کسانی تحت عناوین مختلف به تدریس و انتشار کتاب‌های کمک درسی می‌پردازند که کمترین مسئولیتی در قبال آموزش و پرورش رسمی کشور ندارند.

از این‌ها گذشته، وقتی برنامه بر محور کتاب درسی ارایه نمی‌شود، کمتر مبنایی وجود دارد که بر اساس آن، بتوان کتاب‌های درسی را ارزیابی کرد. به همین دلیل، تنها درصد بالای قبولی در یک درس یا افت شدید در درسی دیگر، نمی‌تواند ناشی از مناسب بودن یا نامناسب بودن کتاب‌های درسی باشد. حال آن‌که اگر معلمان تنها در چارچوب کتاب‌های درسی عمل نمایند و به تدریس بپردازند و ارزشیابی از آموخته‌های دانش‌آموزان بر مبنای کتاب‌های درسی باشد، بعد از چند دوره، بهتر می‌توان نکات مثبت و منفی کتاب‌ها را ارزیابی کرد و در جهت تقویت نقاط مثبت و برطرف کردن نقاط منفی، گام برداشت. به همین دلیل، این مقاله به مفهوم تابع و تنها بر همین دو کتاب درسی، متمرکز شده است.

در حسابان آمده است: «... برد تابع f، مجموعهٔ f(x)ها است (خروجی‌ها) که x (ورودی) از دامنه گرفته شده باشد. به عبارت دیگر، y عنصری از برد تابع است، اگر عدد حقیقی x از دامنه یافت شود به قسمی که y=f(x). پس:

$$R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x), x \in D_f\}$$

مثال. در مثال قبل ($g(x) = \sqrt{x^2 - 9}$)، برد تابع، بازهٔ $[0, +\infty)$ است زیرا به ازای هر y متعلق به این بازه، معادله $y = \sqrt{x^2 - 9}$ برای x، دارای جواب است.

تذکر: در تابع‌های حقیقی، ما بیش‌تر به دامنه و ضابطه توجه داریم. زیرا اکثراً با داشتن دامنه و ضابطه، خود به خود برد تابع نیز مشخص می‌شود.» (ص ۱۴) [۳]

لازم به توضیح است که این تنها مطلبی است که دربارهٔ تعیین برد تابع در کتاب حسابان آمده است و در واقع، در این کتاب، تابع پوشا فرض شده است. هم‌چنین، با توجه به این که در ریاضی سال دوم نیز، تابع تنها به عنوان ابزار و زبان ریاضی فرض شده است (ص ۲۱) بنابراین، درگیر کردن دانش‌آموزانِ سال‌های دوم و سوم دبیرستان برای تعیین برد توابع گوناگون، بی‌آن‌که در برنامهٔ درسی آن‌ها باشد، نه تنها به یادگیری مفهومی آن‌ها کمکی نمی‌کند، بلکه ممکن است باعث سردرگمی و تشویش دانش‌آموزان نیز بشود. زیرا به نظر می‌رسد تدریس زود هنگام مطالب انتزاعی، قبل از آن‌که دانش‌آموز به مرحله‌ای از رشد فکری و درک واقعی رسیده باشد، نتیجهٔ مثبت نخواهد داشت و این گونه اعمال سلیقه‌ها در تدریس، می‌تواند یک مانع جدی برای یادگیری عمیق آن مطالب باشد.

برای اثبات این ادعا، چند مورد از مسایل گوناگونی که

در بعضی از مدارس تهران به دانش‌آموزان سال‌های دوم و سوم داده شده است، مطرح می‌گردد:

مطلوبست تعیین دامنه و برد توابع زیر:

(۱) $f(x)=|x-۱|+|x|+|x+۱|$

(۲) $f(x)=\dfrac{x^۴-۳x^۲+۲x}{x(x-۱)(x+۲)(x-۳)}$

(۳) $f(x)=\sqrt{[x]-[x^۲]}$

(۴) $f(x)=\dfrac{x-۱}{[x]-[-x]}$

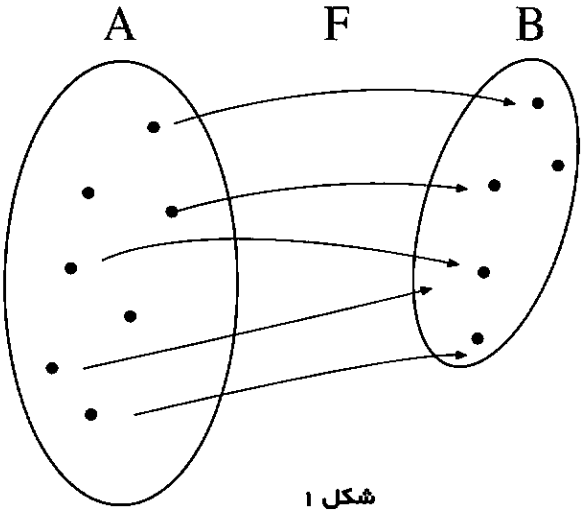
(۵) $f(x)=\dfrac{x-۱}{[[x]]-۱}$

(۶) $f(x)=\left[\dfrac{x^۲+x+۱}{x^۲+x+۲}\right]$

به طور کلی، معلوم نیست هدف از گنجاندن چنین مسایلی در برنامهٔ ریاضی سال‌های دوم و سوم چیست؟ آیا تعریف تابع به گونه‌ای که در این دو کتاب معرفی شده، توان حل چنین مسایلی را در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند؟ اصولاً، آیا دانش‌آموزان این سال‌ها، واقعاً قدرت درک و پذیرش چنین مسایلی را دارند؟ آیا این نحوهٔ برخورد، انگیزهٔ مناسب را در جهت یادگیری مفهوم تابع در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند؟ یا ممکن است که به انزجار و نفرت آن‌ها از ریاضی بدل شود؟

اگر چنین برنامه‌هایی می‌توانست مفید باشد و به یادگیری بهتر و بیش‌تر دانش‌آموزان بیانجامد، به طور طبیعی نباید پس از کسب دیپلم و در دورهٔ پیش‌دانشگاهی، دانش‌آموزان در درک مفاهیم اساسی و پایه دچار مشکل می‌شدند اما، شواهد نشان می‌دهند که مشکل وجود دارد و مشکلات دانش‌آموزان پیش‌دانشگاهی، جدی‌تر از خطا و اشتباه محاسباتی است.

مثلاً جمع زیادی از دانش‌آموزان پیش‌دانشگاهی، نمی‌توانند همهٔ توابع ممکن از یک دامنهٔ ۴ عضوی A به یک برد سه عضوی B را در عمل پیدا کنند، یا به صورت نموداری نشان دهند که منظور از $F:A\to B$ چه می‌باشد. در حالی که آن‌ها، با انواع مختلف تابع آشنا شده‌اند و حتی فرمول‌ها و راه به دست آوردن تعداد تابع‌ها، تعداد توابع پوشا، توابع یک به یک و غیره را می‌دانند، ولی در توجیه یک مسألهٔ جزئی و پایه‌ای، در می‌مانند.



شکل ۱

نکته قابل تأمل آموزشی این است که اشتباهات مفهومی تصادفی نیستند، و وقتی مدام تکرار می‌شوند، نمی‌توانند تنها ناشی از بی‌دقتی و حواس‌پرتی و ندانم‌کاری باشند. این اشتباهات که به طور منظم تکرار می‌شوند، دلیلی دارند که بدون بررسی علت‌های ریشه‌ای آن، نمی‌توان در رفع آن‌ها اقدامی اساسی کرد. به همین جهت، باید منشأ بروز بدفهمی‌ها یا کج‌فهمی‌ها[۱] را پیدا کرد. در واقع، باید بررسی شود که چرا دانش‌آموزان پس از ۱۲ سال ریاضی خواندن، باز هم در درک بعضی مفاهیم پایه‌ای مشکل دارند؟

به طور مثال، چه می‌شود که درک یک مفهوم مانند تابع، گاهی آن‌چنان ابعاد پیچیده‌ای می‌یابد که این مفهوم، حتی معنی لغوی خود را نیز برای بسیاری از دانش‌آموزان از دست می‌دهد. این موارد، باعث می‌شود تا به طور جدی‌تر، به بررسی عوامل تأثیرگذار بر یادگیری یا عدم یادگیری تابع توسط دانش‌آموزان پرداخته شود. برای نمونه، چگونه و از چه زمانی می‌توان تدریس تابع را آغاز کرد تا در دانش‌آموزان ایجاد ابهام و بدفهمی نکند؟ از چه مبانی نظری و پژوهشی برای پاسخ‌گویی به این سؤال‌ها می‌توان استفاده کرد؟ چرا

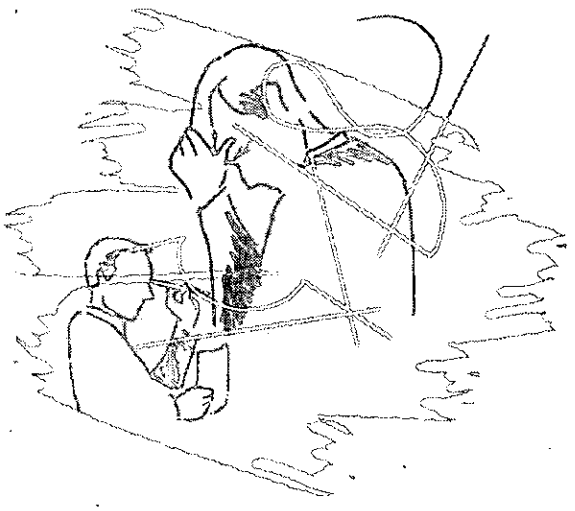
با وجود ظاهر سادهٔ تعریف تابع به صورت زوج مرتب که تقریباً همهٔ دانش‌آموزان دبیرستانی با آن آشنا هستند، باز هم درک واقعی و مفهومی ایجاد نمی‌شود؟

تجربهٔ تدریس نگارنده نشان می‌دهد که هر چقدر تعریف‌های ریاضی مجردتر، و تمرین‌ها گسترده‌تر و غیر واقعی‌تر می‌شوند، به اشکالات جدی دانش‌آموزان افزوده می‌شود. آیا این تجربه‌ها در جاهای دیگر نیز تکرارپذیر است؟ آیا در کشورهای دیگر نیز در دورهٔ دبیرستان، مفاهیمی چون تعیین برد توابع مختلف یا تشخیص انواع تابع از طریق ضابطه‌ها تدریس می‌شود؟ یا آن‌که مثل کشور ما، در کتاب‌های درسی در حدّ رفع نیاز و درک دانش‌آموزان مطالبی گفته شده و تأکیدی بر جنبه‌های مختلف تابع نمی‌شود. آیا علی‌رغم برنامه‌های درسی رسمی، در آن کشورها نیز، معلمان پا را از حدّ کتاب و برنامهٔ درسی فراتر گذاشته و دانش‌آموزان را درگیر مسایلی می‌کنند که در نهایت، نه تنها رضایت جامعهٔ آموزشی فراهم نمی‌شود، بلکه به یادگیری مفهومی دانش‌آموزان نیز لطمه وارد می‌شود؟

برای پاسخ به سؤال‌های فوق، سیر تاریخی تابع و یافته‌های پژوهشی در مورد چگونگی تدریس و یادگیری تابع، مورد استفاده قرار گرفتند.

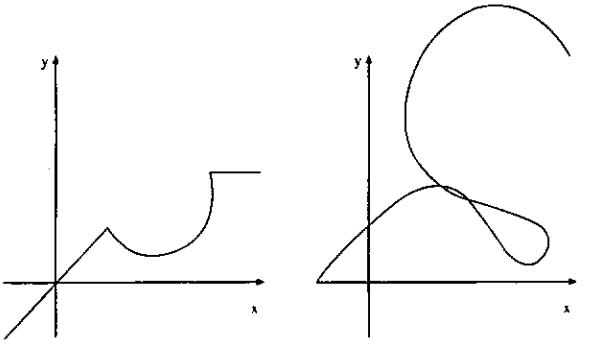
سیر تاریخی تابع

به گفتهٔ مدقالچی (۸۰ـ۱۳۷۹)، «مفهوم تابع برای نخستین‌بار در سال ۱۶۶۴ میلادی توسط لایب نیتز، ریاضی‌دان آلمانی مطرح شد، به این مفهوم که تابع کمیتی است که به هریک از نقاط منحنی مربوط می‌شود. یوهان برنولی در ۱۷۱۸، تابع را عبارتی در نظر می‌گیرد که از یک متغیر و ثابت‌ها تشکیل شده است و اویلر، تابع را فرمول یا عبارتی می‌داند که شامل متغیرها و ثابت‌هاست». وی در ادامه، با عنایت به سیر تاریخی تابع، تدریس مجرد و غیر شهودی تابع را در سطح مدرسه‌ای زیر سؤال برده و پیشنهاد می‌دهد که می‌توان در ابتدا، «با رسم نمودارها، به تدریج ذهن دانش‌آموزان را با مفهوم تابع آشنا کرد و از تعاریف پیچیدهٔ سه‌تایی (A,F,B) یا پنج‌تایی (A, A_1, F_1, B, B_1)، به شدت پرهیز کرد. اما باید آموزش تابع مبتنی بر نوعی شهود باشد که با درک تدریجی مفهوم آن، بتوان در دورهٔ پیش‌دانشگاهی و در دانشگاه، مفاهیمی چون توابع چند ضابطه‌ای، تناظر ۱ـ۱، توابع چند متغیره، و توابع مختلط را ارایه داد» (ص ۷) [۴]. هم‌چنین، مدقالچی بر این باور است که «یکی از مشکلات عمده در تدریس مفهوم تابع، مفهوم تناظر است. مثلاً می‌گوییم: یک تناظر ۱ـ۱ و پوشا بین N (مجموعه اعداد طبیعی) و Q (مجموعه اعداد گویا) وجود دارد. در هر پایه‌ای که این مسایل و مسایل مشابه باید آموزش داده شود، این آموزش باید مبتنی بر روشی باشد که برای طرح این نوع مسایل، توهم ایجاد نشود.» در نتیجه، «نمی‌توان در تمام مراحل تدریس یک مفهوم ریاضی، استدلال کرد. اما همواره، ذهن دانش‌آموز برای پرسش باز باشد و بداند که احکام ریاضی، مستلزم استدلال‌اند. منتهی زمان ارایهٔ استدلال‌ها متفاوتند.» وی در پایان، با تأکید بر نقش شهود در گسترش وسیع دانش ریاضی، تقویت شهود را یکی از وظایف ریاضیات مدرسه‌ای می‌داند و به نقل از بچلارد، ادعا می‌کند که دقت فقط از اصلاح ریشه‌ای شهود حاصل می‌شود [۵]. در نتیجه، بسیاری از تحقیقات آموزش ریاضی در رابطه با تابع، بر «ایده‌های شهودی تابع و انتقال از شهود به نمادهای رسمی، متمرکزند» [۱]. به گفتهٔ غلام‌آزاد (۱۳۸۰)، «دانش‌آموزان راهنمایی به راحتی می‌توانند ایده‌های پایه‌ای تابع را به عنوان قاعده متناظر یا در موقعیت‌های واقعی یا در جدول‌های دو ستونی اعداد درک کنند. برای تابع‌های ساده، آن‌ها می‌توانند الگوها را تشخیص بدهند، مؤلفه‌های افتاده از



دامنه یا برد را پیدا کنند و به صورت شفاهی، قواعد مربوط به آن‌ها را توصیف کنند» [۱]. اما همین توانایی، در مواجه با تعریف رسمی تابع، متزلزل می‌شود و برای دانش‌آموزان، مشکل ایجاد می‌کند. «تعریف نظریهٔ مجموعه‌ای تابع که در بسیاری از کتاب‌های درسی ظاهر شده، غنای مفهوم تابع را از یک راه معنی‌دار منتقل نمی‌کند»، زیرا شهود دانش‌آموزان در مورد این‌که چه چیزی تابع را تشکیل می‌دهد، بیش از تعریف رسمی تابع، به اولین تابعی که دانش‌آموزان با آن برخورد می‌کنند، بستگی دارد. یعنی دانش‌آموزان معمولاً باور دارند که تابع‌ها باید خطی، پیوسته، هموار و قابل تعریف به وسیلهٔ یک فرمول باشند. بنابراین، برای کمک به ایجاد درک مفهومی تابع در دانش‌آموزان، باید مثال‌های ساده‌ای از انواع مختلف تابع‌های دیگر را به آن‌ها معرفی کنیم. در نتیجه، استفاده از مثال‌های معمولی، ساده و عمیق، در تقویت درک شهودی دانش‌آموزان از مفهوم تابع، مؤثر است. به گفتهٔ غلام‌آزاد (۱۳۸۰)، برای درک شهودی مفهوم تابع، سؤالی مانند زیر، مناسب است [۱]:

آیا تابعی وجود دارد که نمودار آن به صورت زیر باشد؟



شکل ۲

وی همچنین، ابراز می‌دارد که معرفی تابع با استفاده از بازنمایی‌های مختلف، توانایی‌های گوناگونی را در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند و تابع را به عنوان ابزاری قوی برای مدل‌سازی پدیده‌های ریاضی معرفی می‌کند [۱].

نکاتی در مورد تدریس تابع در ریاضیات مدرسه‌ای

همان‌طور که در ابتدای مقاله اشاره شد، تابع از جمله مفاهیمی است که دانش‌آموزان مدرسه‌ای نسبت به آن، توانایی‌های متفاوتی ابراز می‌کنند. از یک طرف، برخورد رویّه‌ای و طوطی‌وار به تابع، باعث شده است تا دانش‌آموزان با انواع نکته‌ها و ریزه‌کاری‌های محاسباتی آن آشنا شوند. از طرف دیگر، شواهد تجربی نگارنده که سال‌ها است به تدریس ریاضی اشتغال دارد، نشان می‌دهد که دانش‌آموزان، در درک مفهوم تابع مشکل دارند و به گفتهٔ تال (۱۹۹۶)، از برقراری رابطه بین ساختار مفهومی و قواعد رویّه‌ای تابع، عاجز هستند [۶]. به همین دلیل، یافتن راه‌های مناسب‌تری برای تدریس این مفهوم پایه‌ای در ریاضیات دبیرستانی، بسیاری از مشکلات مفهومی و اشتباه‌های نظام‌وار را در رابطه با تدریس مفهوم تابع در مدرسه، برطرف می‌کند. زیرا همان‌طور که تال (۱۹۹۶) به آن اشاره کرد، یکی از دلایل عدم ایجاد رابطه بین درک مفهومی و درک رویّه‌ای تابع، می‌تواند شتابزدگی در معرفی مجرد آن و نپرداختن به کاربردهای واقعی تابع باشد[۲] [۶].

این دیدگاه، قبلاً نیز توسط ریاضی‌دان‌های معروف دههٔ ۱۹۶۰ معرفی شده بود. آن‌ها عنوان کرده بودند که «بسیار مایلیم پیش از معرفی اصطلاح‌ها و مفاهیم جدید به وسیلهٔ ملموسات و محسوسات کافی، تمهید مقدمات انجام گرفته باشد و سپس به وسیلهٔ کاربردهای درگیر کننده و واقعی و اصیل و نه به وسیلهٔ مواد کم‌مایه و بی‌نکته، ارایه شوند. اگر بی‌خواهیم یک نوجوان با هوش را متقاعد کنیم که حاضر و آمادهٔ هضم و جذب مفاهیم باشد، باید او را متقاعد کنیم که مفاهیم، نیازمند توجه هستند» (ص ۵) [۷]. به نظر می‌رسد که تمرین‌های مجرد، یکنواخت، تکراری و رویّه‌ای صرف، به اندازهٔ کافی برای دانش‌آموزان متقاعدکننده نیستند تا باور کنند که وجود یک مفهوم یا مطلب ریاضی در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای، حتماً ضروری است. به علاوه، ایشان در ادامه تأکید می‌کنند که این نوع تجرید در تدریس ریاضی، «به‌خصوص با مقاومت ذهن‌های نقاد و کنجکاو روبه‌رو می‌شود. ذهن‌هایی که قبل از پذیرش انتزاع، آرزو دارند بدانند که این تجرید بر چه اساسی منطبق است و چگونه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد» [۷]. در همین

زمینه، ریاضی‌دان معروف فلیکس کلاین اعتقاد داشت که «در تدریس ریاضی، نه تنها قابل قبول، بلکه مطلقاً ضروری است که در شروع کمتر انتزاعی بوده و مرتب به کاربردها بپردازیم و فقط زمانی به طور تدریجی به پالایش ایده‌ها و تجرید برسیم که دانش‌آموز برای درک آن‌ها توانمند باشد».

تال (۱۹۹۶) با تأسی به کلاین و بر اساس یافته‌های تحقیقی خویش، یکی از آسیب‌های اصلی یادگیری ریاضی مدرسه‌ای را این می‌داند که دانش‌آموزان در مدرسه، به ظاهر یاد می‌گیرند چگونه ریاضیات را انجام دهند، اما قادر نیستند ایده‌هایی را به هم ربط دهند که از نظر آن‌ها، یا با معنی، یا بیش از حد پیچیده است. وی در ادامه ابراز می‌دارد که «اصولاً حدسیهٔ من این است که نقش ما به عنوان آموزشگران ریاضی، تنها آموزش رویّه‌ای (برای انجام دادن ریاضیات) نیست، بلکه آموزش روابط انعطاف‌پذیر بین شیوه‌های گوناگون و در نظر گرفتن فرآیند و مفهوم (برای ریاضی «اندیشیدن») نیز هست»[۶].

این حدسیه، توجه به نقش کلیدی معلم و آموزشگر را در شکل‌گیری مفاهیم ریاضی برجسته می‌کند. معلمان باید بدانند که نقش آن‌ها، تنها «تدریس» ریاضیات نیست، بلکه آگاهی نسبت به راه‌های متفاوت ریاضی نیز هست. آن‌ها باید از افتادن در دام تدریس یکنواخت و چگونگی انجام دادن رویّه‌ها بدون در نظر گرفتن چگونگی سازماندهی و اندیشیدن درباره مفاهیم منتج، بر حذر باشند، زیرا «تمرکز عمده بر نمادها، ممکن است به یک رویکرد رویّه‌ای طوطی‌وار بیانجامد که با افزایش تعداد قانون‌های نامرتبط، پیچیده‌تر می‌شود. همچنین، تمرکز تنها بر درک بصری، ممکن است منجر به نگرشی که در یک مبحث محدود در جریان است بشود، بدون آن‌که قابلیت چندانی برای تعمیم داشته باشد» [۶].

چنین رویکردهای رویّه‌ای طوطی‌واری، ممکن است به خستگی و بی‌علاقگی دانش‌آموزان بیانجامد که خود، نوعی ضد انگیزه است. ولیدی (۱۳۷۶، به نقل از راس، ۱۹۹۶)، نسبت به این پدیده هشدار می‌دهد که «ما هیچ گاه به قدرت مخرب خستگی در دانش‌آموزان به طور کامل اقرار نکرده‌ایم. باید خاطرنشان کنیم که اصطلاح خستگی در مقابل بیان رایج و اصطلاحی آن یعنی سرگرمی مدنظر نیست. این خصوصیت، انتقال از مرحلهٔ دیدن به درک کردن را در انسان تقویت می‌کند. در مرحلهٔ رشد جوانان، باید انگیزش آنها را در کاویدن مسایل تقویت کنیم. باید به تربیت استعداد آن‌ها، ارایهٔ مشاهده، انجام آزمایش و طرح ریزی ماجراجویانهٔ تجربیاتشان بپردازیم. هم‌چنین، باید به تربیت استعدادهای افراد در ایجاد ارتباط با دیگران بپردازیم. در اینجا باید بدانیم که نخست تجربه و پس از آن، زمان مناسب برای بیان آن مطرح می‌شود و نه برعکس. از این‌رو، باید در مراحل نخست رشد جوانان، تجربیاتی عملی و مستقیم را در اختیار آن‌ها قرار دهیم» (ص ۲۳) [۸].

در واقع، بسیاری از ریاضی‌دان‌ها وآموزشگران ریاضی، نسبت به عدم وجود یک ساختار شناختی که بتواند بین فرآیندها، مفهوم‌ها و نمایش‌ها در دانش‌آموزان، ارتباط برقرار کند، هشدار می‌دهند و پیش‌نیاز ایجاد چنین ساختاری را، ترغیب دانش‌آموزان به یادگیری ریاضی می‌دانند [۶]. زیرا به گفتهٔ غلام آزاد (۱۳۸۰ ـ ۱۳۷۹)، «دانش‌آموزان فقط زمانی ریاضی یاد می‌گیرند که سازندهٔ درک ریاضی خودشان باشند، در گروه‌ها کار کنند، در بحث‌ها شرکت کنند و نظراتشان را عرضه کنند. از طرف دیگر، عهده‌دار یادگیری خودشان باشند» [۹]. چنین تعهدی نسبت به یادگیری، باعث می‌شود تا مدرسه به نیازهای جامعه نسبت به ایجاد بعضی مهارت‌های کلی مانند انعطاف‌پذیری، خلاقیت، تکنیک‌های همکاری و حل مسایل در دانش‌آموزان مدرسه‌ای، پاسخ‌گو باشند.

سخن پایانی

معلمان پرتلاش، همچون والدین دلسوز، تمام همّ و غم خود را به کار می‌گیرند تا موجبات آسایش فرزندان خود را فراهم کنند. ایشان، قبل از این‌که فرزندانشان تقاضایی برای خوردن و نوشیدن و پوشیدن داشته باشند، همهٔ امکانات لازم را تهیه می‌کنند و در دسترس آن‌ها قرار می‌دهند، و همین مسأله، باعث می‌شود که ایشان، نه گرسنگی را بفهمند و نه تشنگی را و در نتیجه، کمتر طالب رفع تشنگی و گرسنگی خود هستند. تا زمانی هم که بی‌محابا و بدون هیچ درخواستی، امکانات مهیا باشد، کمتر فرزندی خود را به مخمصه دچار می‌کند. شاید یکی از دلایل

بدفهمی‌ها یا کج‌فهمی‌های دانش‌آموزان، همین مسأله باشد که قبل از تقاضای آن‌ها و قبل از آن‌که بفهمند طالب چه چیزی هستند، به آن‌ها خوراک می‌دهیم و گاهی این خوراک‌ها آن‌قدر دیرهضم و ناخوشایند هستند که تا مدت‌ها، اثرات سوء آن باقی می‌ماند.

چارهٔ کار چیست؟

تا کی می‌توان بنایی بر آب نهاد؟ تا کی می‌شود شاخ و برگ‌های یک درخت خشک را زینت داد؟ زمانی می‌گفتند «کسی به فکر گل‌ها نیست!» و امروز باید اضافه کنیم، کسی به فکر ریشه‌ها هم نیست! امروز به ظاهر همه به طریقی مسئولیت آموزش فرزندان این آب و خاک را به عهده گرفته‌اند که از آن جمله، می‌توان به بنگاه‌های آموزشی، خانواده‌ها، اولیا و مشاوران برنامه‌ریزی در مدارس، صدا و سیما، ناشران گوناگون، وحتی روزنامه‌ها اشاره کرد که اخیراً، صفحاتی را به طرح سؤال‌ها و جواب‌هایی جهت آمادگی کنکور اختصاص داده‌اند.

این‌ها همه در حالی است که برخی از مدارس نیز، خود را ملزم می‌دانند که در کنار برنامهٔ مصوّب، ساعاتی را هم به صورت فوق‌العاده، برای آموزش بیش‌تر و بهتر دانش‌آموزان، در نظر بگیرند. با این وجود، مشکل همچنان باقی است و تلاش‌های این دلسوختگان تعلیم و تربیت، اغلب بی‌نتیجه می‌ماند. به نظر می‌رسد که یکی از مؤثرترین راه‌های شناخت مشکلات یادگیری دانش‌آموزان، بحث و تبادل‌نظر بین معلمان و آموزشگران و دانشگاهیان در یک فضای علمی، و آشنایی با تجربه‌های واقعی تدریس باشد. به همین دلیل، شاید یکی از بهترین کارهایی که می‌توان جهت خروج از چنین بن‌بست‌هایی انجام داد، تشکیل مرتب کنفرانس‌های سالانه آموزش ریاضی است، به شرط آن‌که در زمان مناسب صورت گیرد و تدابیری اتخاذ شود تا معلمان بیش‌تری بتوانند در آن شرکت کنند. همچنین، چکیده‌ای از نتایج کنفرانس در اختیار همهٔ معلمان شهرستان‌ها و مناطق مختلف که یا موفق به شرکت نشده‌اند، یا لزومی برای شرکت ندیده‌اند و یا حوصله و وقت و انرژی جهت چنین برنامه‌هایی نداشته‌اند قرار گیرد تا کنفرانس‌ها، مخاطبان بیش‌تری را جذب کنند و تا حد امکان، تعداد بیش‌تری از معلمان، با روش‌های نوین آموزش آشنا شوند و از تجربیات همکاران خود در سایر استان‌ها استفاده ببرند.

امید است که چنین اقداماتی در بلند مدت، مؤثر واقع شود و اگر نتیجهٔ آنی به بار نیاورد، دست کم امکانی ایجاد شود تا در آینده، شاهد کاهش مشکلات یادگیری دانش‌آموزان باشیم.

مراجع

[۱] غلام‌آزاد، سهیلا (۱۳۸۰)، دوباره‌نگری به برنامهٔ جبر دبیرستانی، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۳، وزارت آموزش و پرورش، صص ۴ تا ۱۲.

[۲] بابلیان، اسماعیل و همکاران (۱۳۷۹)، ریاضیات ۲: نظری (رشته‌های علوم تجربی ـ ریاضیات فیزیک) و فنی و حرفه‌ای ـ سال دوم آموزش متوسطه، وزارت آموزش و پرورش.

[۳] بیژن‌زاده، محمدحسن و همکاران (۱۳۸۰)، حسابان: نظری (رشته ریاضی و فیزیک) ـ سال سوم آموزش متوسطه، وزارت آموزش و پرورش.

[۴] مدقالچی، علیرضا (۸۰ـ۱۳۷۹)، چالش‌های آموزش ریاضی در حوزه حسابان، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۶۱، وزارت آموزش و پرورش، صص ۴ تا ۱۰.

[۵] آرتیشه، میشل (۱۹۹۶)، آموزش و یادگیری آنالیز مقدماتی، ترجمهٔ علیرضا مدقالچی (۱۳۷۸)، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۵۷، وزارت آموزش و پرورش، صص ۲۳ تا ۳۱.

[۶] تال، دیوید (۱۹۹۶)، تکنولوژی اطلاعات و آموزش ریاضی: اشتیاق‌ها، امکان‌ها و واقعیت‌ها، ترجمهٔ شیوا زمانی (زمستان ۱۳۷۵)، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۷، وزارت آموزش و پرورش، صص ۱۱ تا ۲۳.

[۷] در باب برنامهٔ درسی ریاضیات دبیرستان (۱۹۶۲)، ترجمهٔ جواد حاجی بابایی (پاییز ۱۳۷۵)، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۶، وزارت آموزش و پرورش، صص ۲ تا ۶.

[۸] دیدگاه‌هایی پیرامون آموزش ریاضی در دبیرستان (۱۹۹۶)، ترجمهٔ محمود ولیدی (بهار ۱۳۷۶)، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۸، وزارت آموزش و پرورش، صص ۲۲ تا ۳۱.

[۹] غلام‌آزاد، سهیلا (۸۰ـ۱۳۷۹)، ایجاد فرصت‌های یادگیری از طریق انجام فعالیت، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۲، وزارت آموزش و پرورش، صص ۳۶ تا ۴۰.

زیرنویس‌ها

1. Misconception

۲ـ درک مفهومی به معنای فهم و درک مفهوم تابع و درک رویه‌ای، به معنای چگونگی استفاده از روش‌ها و تکنیک‌های کاربردی و محاسباتی مربوط به تابع است.

■

نقطه بازی برای همه

نویسنده: یان استیوارت
مترجمان: مهناز پاک‌خصال، دبیر ریاضی منطقهٔ ۴ تهران
اسماعیل بابلیان، دانشگاه تربیت‌معلم تهران

من هرگز از حیرت دربارهٔ پیچیدگی‌های ریاضی که در ذات چیزی که به نظر می‌رسد ساده‌ترین بازی‌ها باشد، بازنمی‌مانم. به عنوان مثال، سرگرمی نقطه‌بازی بچه‌ها را درنظر بگیرید. نسل‌هایی از بچه‌ها، در مرحلهٔ دبستان این بازی را انجام داده‌اند، ولی من شک دارم حتی یک نفر در یک میلیون، این بازی را تا حد امکان، خوب انجام داده باشد. الوین برلکامپ، ریاضی‌دانی از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، در کتاب جدید خود، «بازی نقطه‌بازی»[1] (ا. کی، پیترز، ۲۰۰۰)[2]، نکته‌سنجی‌های زیادی را شرح داده است.

ابتدا به مرور قوانین بازی می‌پردازیم. این بازی با یک شبکهٔ مستطیلی از نقاط شروع می‌شود. بازیکن‌ها به نوبت بین نقطه‌های مجاور، خطوط عمودی یا افقی (و نه مورب) رسم می‌نمایند. زمانی که یک بازیکن ضلع چهارم یک مربع را رسم کرد، حرف اول اسم خود را درون آن می‌نویسد و دوباره بازی می‌کند (و بازی را تا وقتی مربع‌ها را کامل می‌کند ادامه می‌دهد). در انتهای بازی، بازیکنی که بیش‌ترین تعداد مربع‌ها را به خود اختصاص داده باشد، برندهٔ بازی است.

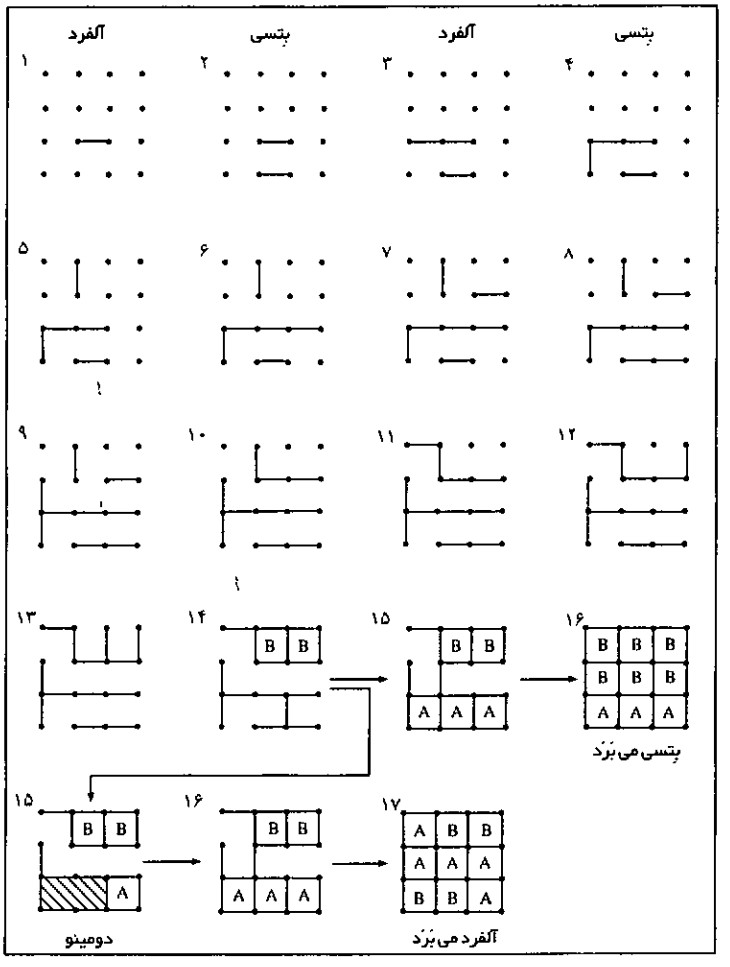
ما بازیکن اول را آلفرد و بازیکن دوم را بتسی می‌نامیم. شکل شمارهٔ ۱، نمونه‌ای از یک بازی را روی یک شبکهٔ ۴×۴ نشان می‌دهد که در آن طرفین از ابتدایی‌ترین استراتژی‌ها، که من بازی سطح صفر می‌نامم، استفاده می‌نمایند. این دو نفر تلاش می‌کنند تا جایی که امکان دارد خط سوم یک مربع را رسم نکنند تا طرف مقابل نتواند با کشیدن خط چهارم، مربعی را به نام خود کند. درنتیجه شبکه به یک سری «زنجیر» ـ ناحیه‌هایی به شکل مار و محدود به خط‌ها ـ تقسیم می‌شود. به مجردی که یک بازیکن یک مربع از یک زنجیر را تصاحب می‌کند، تصاحب مربع‌ها را ادامه می‌دهد تا تمام ناحیه در اختیار گرفته شود.

در مرحله‌ای از بازی، تمام شبکه به یک چنین زنجیرهایی تقسیم می‌شود ـ من آن را قفل شبکه می‌نامم. پس از این که قفل شبکه باز شد، بازیکن بعدی معمولاً خطی را در کوتاه‌ترین زنجیر در دسترس می‌کشد و درنتیجه به نفر مقابل خود کمترین مربع را می‌دهد. (این حرکت، باز کردن زنجیر نامیده می‌شود). نفر مقابل نیز پس از تصاحب مربع‌ها،

خطی را رسم می‌کند که کمترین امتیاز را برای بازیکن دیگر در پی داشته باشد. در مثال نشان داده شده در شکل ۱، بتسی در حرکت دوازدهم یک چنین حالتی را به وجود می‌آورد. می‌توان دید که شکل به سه زنجیر تقسیم شده است که به ترتیب هر کدام حاوی دو، سه و چهار مربع است. در حرکت سیزدهم، آلفرد زنجیره‌ای با دو مربع را به بتسی می‌دهد و بتسی نیز زنجیره‌ای با سه مربع را به او واگذار می‌کند تا آلفرد نیز مجبور به تسلیم زنجیره‌ای با چهار مربع به بتسی گردد و درنهایت بتسی با نتیجهٔ شش بر سه برنده می‌شود.

در بازی سطح صفر دو عامل، تعیین کنندهٔ برندهٔ بازی است: اول آن که پس از رسیدن به قفل شبکه، آیا تعداد زنجیرها فرد است یا زوج و دوم آن که نوبت کدام بازیکن می‌باشد. فرض کنید که در قفل شبکه تعداد زنجیرها زوج است. در این حالت، بازیکنی که اولین زنجیر را باز می‌کند برنده است. چون او در هر حرکت کمترین امتیاز را می‌دهد و بیش‌تر از حریف امتیاز به دست می‌آورد. اما اگر تعداد زنجیرها فرد باشد، بازیکنی که اولین زنجیر را باز می‌کند، شکست خواهد خورد، چون حریف او آخرین حرکت بازی را انجام خواهد داد. به همین دلیل است که در بازی نمونه، بتسی آلفرد را شکست می‌دهد: تعداد زنجیرها فرد بوده است و آلفرد اولین زنجیر را باز کرده است. به علاوه، ترتیب بازی پس از قفل شبکه بستگی به زوج یا فرد بودن تعداد حرکت‌های قبل از این وضعیت دارد. اگر تعداد آن‌ها زوج بوده است، آلفرد اولین حلقه را باز خواهد کرد و بتسی برندهٔ اولین ناحیه می‌شود. اما اگر این تعداد فرد بوده باشد، بتسی اولین حلقه را باز خواهد کرد و آلفرد اولین امتیاز را خواهد گرفت.

از این رو اگر آلفرد بخواهد برندهٔ بازی باشد، باید مطمئن شود که تعداد حرکت‌های قبل از قفل شبکه و نیز تعداد زنجیرها در قفل شبکه هر دو زوج و یا هر دو فرد باشد. به عکس، اگر بتسی بخواهد برنده شود باید مطمئن شود که

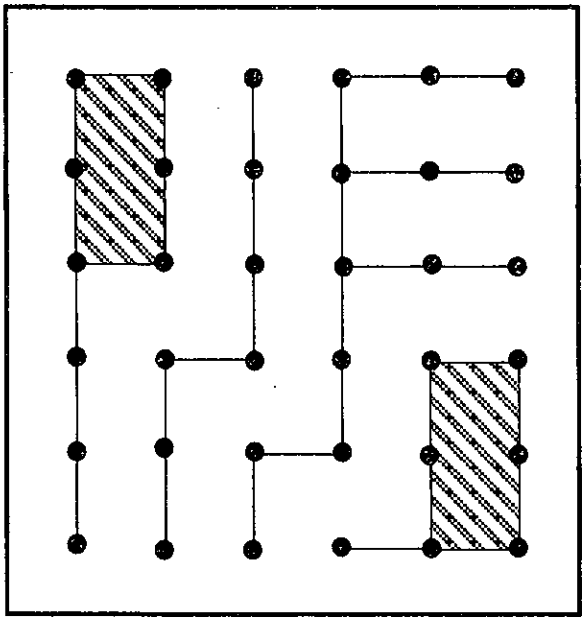


شکل ۱

یکی از اعداد زوج و یکی فرد باشد. بررسی محتاطانهٔ شبکه در چند حرکت مانده به قفل شبکه، اغلب می‌تواند در رسیدن به این اهداف کمک کند. من این استراتژی را بازی سطح یک می‌نامم.

اما اگر استراتژی سطح یک شکست خورد، چه باید کرد؟ فرض کنید که آرتور با وجود بهترین تلاش برای رسم خطوط شبکه به نفع خود، خود را در وضعیت نشان داده شده در حرکت دوازدهم از شکل ۱ ببیند. به نظر می‌رسد که او هنوز هم می‌تواند با استراتژی سطح دوی زیر پیروز شود. در حرکت سیزدهم او زنجیری با دو مربع را باز می‌کند. در حرکت بعدی، بتسی مدعی آن ناحیه می‌شود و زنجیری با سه مربع را باز می‌کند. اما در حرکت پانزدهم آلفرد از قبول تمام سه مربع در آن زنجیر امتناع می‌کند و فقط یک مربع را تصاحب می‌کند و سپس خط پایینی چهارخانه را رسم می‌کند تا یک مستطیل بسته به جا گذارد، که من آن را یک دومینو می‌نامم.

این حرکت، یک حرکت دوپهلو نامیده می‌شود. این حرکت نوعی قربانی کردن است. با قربانی کردن دو مربع از سه مربع موجود در زنجیر، آلفرد بتسی را در موقعیت ناجوری قرار می‌دهد. اگر بتسی در حرکت شانزدهم خط میانی دومینو را رسم کند، دو مربع به دست آورده است. ولی او مجبور است دوباره بازی کند، و هر حرکتی انجام دهد زنجیر با چهار مربع را باز خواهد کرد. سپس آلفرد مربع‌ها را جمع می‌کند و با تصاحب چهار مربع، بازی را پنج بر چهار به نفع خود به پایان خواهد رساند. هر حرکت دیگری نیز به زیان بتسی تمام خواهد شد چون علاوه بر آن چهار مربع، دو مربع دومینو را نیز به آلفرد خواهد داد و آلفرد با امتیاز هفت بر دو، برنده می‌شود. در اینجا بتسی بازندهٔ بازی است چون زمانی آلفرد حرکت دوپهلوی خود را انجام می‌دهد که فقط یک زنجیر باقی مانده است ولی اگر چندین زنجیر وجود داشت چه می‌شد؟ آیا بتسی نیز می‌توانست با حرکت‌های دوپهلو، ناحیه‌هایی را تصاحب کند؟ جواب این است: «نه همیشه». مثلاً شکل شماره ۲، یک شبکهٔ ۶×۶ را نشان می‌دهد که دارای دو دومینو و چهار زنجیر است. اگر نوبت حرکت بتسی باشد، او می‌تواند به خوبی دومینوها را تصاحب کند. ولی اگر از این امر امتناع کند، آلفرد قادر است در حرکت بعدی بدون بدتر کردن وضعیت خود، دومینوها را تصاحب کند. سپس بتسی کوتاه‌ترین زنجیر را می‌گشاید. چون تعداد زنجیر زوج است او فکر می‌کند که می‌تواند با به‌کار بردن استراتژی صفر برندهٔ بازی شود. اما آلفرد یک حرکت دوپهلو انجام می‌دهد و فقط دو مربع از زنجیر با چهار مربع را برمی‌دارد و با دوتای دیگر یک دومینو تشکیل می‌دهد. این تاکتیک، بتسی را مجبور به تصاحب این دومینو و باز کردن زنجیر پنج مربعی می‌کند. سپس آلفرد نیز می‌تواند یک بار دیگر حرکت دوپهلو انجام دهد و سه مربع را تصاحب کرده و یک دومینو باقی گذارد. باید متذکر شد که تا زمانی که زنجیر، حاوی پنج مربع یا بیش‌تر باشد، آلفرد پیشتاز است.



شکل ۲ ـ شبکهٔ ۶ × ۶ که دارای چهار زنجیره و دو دومینو است.

در این مورد باید گفت که این آلفرد است که بازی را کنترل می‌کند و حریف را وادار می‌سازد که زنجیرها را باز کند. بنابراین یک برنامهٔ خوب برای پیروز شدن، آن است که کنترل بازی را به دست گرفته و همیشه دو مربع انتهایی هر زنجیر را بخشید (البته به جز زمانی که فقط یک زنجیر باقی مانده است). این، استراتژی سطح سوم نامیده می‌شود. اما سؤال

این است که چگونه می‌توان بر بازی کنترل داشت؟ این عمل نیازمند استراتژی سطح چهارم است که در زیر شرح داده می‌شود:

* آلفرد تلاش می‌کند که مطمئن شود مجموع تعداد نقطه‌های موجود در شبکه و تعداد زنجیرهای طویل (دارای سه مربع یا بیش‌تر) در قفلِ شبکه زوج می‌باشد.

* بتسی تلاش می‌کند که مطمئن شود این مجموع فرد می‌باشد.

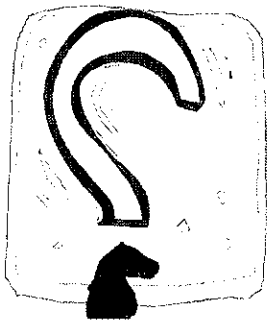
شاید تصور کنید که این بازی را به طور عمیق بررسی کرده‌ایم. اما تا اینجا، به صفحهٔ ۷ از کتاب ۸۶ صفحه‌ای برلکامپ رسیده‌ایم. باید گفت که نقطه‌بازی آن‌چنان بازی پیشرفته‌ای است که استراتژی کامل پیروز شدن در آن هنوز ناشناخته باقی مانده است. شاید بتوان آن را هم‌پای شطرنج دانست. در حقیقت، برلکامپ این بازی را چنین توصیف می‌کند: «یکی از بازی‌های متداول کودکانه در جهان که از غنی‌ترین زمینه‌های ریاضیات برخوردار است و دارای زمینه‌های بالقوهٔ بسیار است.»

زیرنویس‌ها

1. The Dots and Boxes Games
2. A. K. Peters, 2000

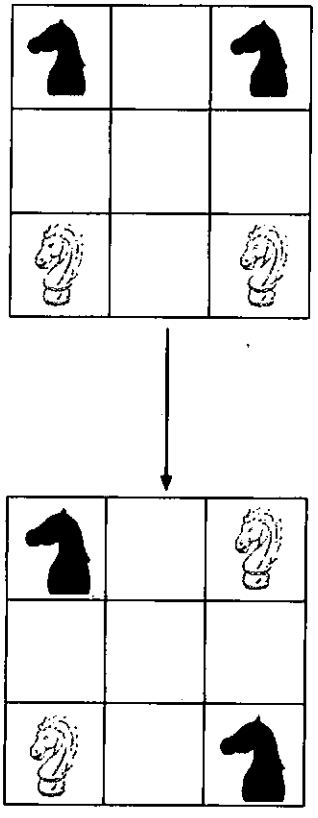
منبع اصلی

Dots and Boxes for Experts, Ian Stewart, SCIENTIFIC AMERICAN - Jan. 2001, pp. 86-87



مسأله تغییر موقعیت

آیا در صفحهٔ ۳×۳ با حرکت معمول اسب شطرنج، می‌توان موقعیت بالا را به موقعیت پایین تبدیل کرد؟



پاسخ در صفحهٔ ۶۱

اهداف آموزش ریاضی

سخنران: جورج پولیا (۱۹۶۹)
مترجمان:
علیرضا طالب زاده، مرکز آموزشی ضمن خدمت میاندوآب
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

شاید مناسب باشد در زمانی که ریاضی‌دانان در دانشگاه‌ها و مؤسسات عالی، تصمیمات مهمی را دربارهٔ برنامهٔ ریاضی مدرسه‌ای می‌گیرند، حرف‌های پروفسور جورج پولیا (۱۹۸۵-۱۸۸۷) را [در این باره]، بشنویم. جورج پولیا، ریاضی‌دان و استاد برجستهٔ دانشگاه استانفورد بود که اثرات مهمی در [توسعه] نظریهٔ احتمالات، نظریهٔ اعداد، نظریهٔ توابع و حساب تغییرات به وجود آورده است. او مؤلف و به وجود آورندهٔ آثار ماندگاری هم‌چون: چگونه مسأله را حل کنیم، ریاضیات و استدلال‌های محتمل و خلاقیت ریاضی است. این آثار، دانشجویان را تشویق و ترغیب کرد تا مسأله حل کن اندیشمند و مستقل شوند. او عضو افتخاری فرهنگستان مجارستان، جامعهٔ ریاضی لندن، جامعهٔ ریاضی سویس؛ و عضو فرهنگستان ملی علوم آمریکا، فرهنگستان علم و هنر آمریکا و شورای ریاضیات کالیفرنیا، و عضو فرهنگستان علوم پاریس بود. مقالهٔ حاضر، متن سخنرانی منتشر نشده‌ای از پروفسور جورج پولیاست که برای دانشجویان آموزش ریاضی ضمن خدمت و قبل از خدمت من در اواخر دههٔ ۶۰ ایراد شده است و از نوار ویدیویی استخراج شده و با اندکی ویرایش، به صورت نوشتهٔ حاضر درآمده است.

تی. سی. اوبراین

ما دو نوع هدف در مدارس داریم، هدف‌های خوب و هدف‌های محدود. مدارس باید افراد بزرگسالی را که واجد شرایط کار و استخدام هستند تربیت کنند، بزرگسالانی که می‌توانند جای یک شغل خالی را پر کنند. اما هدف متعالی‌تر، توسعهٔ تمام منابع درونی کودک درحال رشد به گونه‌ای است که بتواند شغلی به دست آورد که برای او مناسب‌ترین باشد. پس مجدداً تأکید می‌کنم که هدف متعالی‌تر، توسعهٔ تمام منابع درونی کودک است.

بخش اول

می‌خواهم با شما دربارهٔ تدریس ریاضی در مدارس ابتدایی صحبت کنم. درواقع، حرف‌های من شامل دو بخش خواهد بود. در بخش اول دربارهٔ اهداف تدریس ریاضی در مدارس ابتدایی صحبت می‌کنم، و در بخش دوم، به چگونگی تدریس ریاضی می‌پردازم.

باید اعتراف کنم که من به عنوان فردی خارج از این حرفه، دربارهٔ این مسایل صحبت می‌کنم. همیشه علاقهٔ وافری به تدریس داشتم، اما بیش‌تر وقتم را، یعنی نزدیک به نیم قرن، در دانشگاه یا دانشگاه‌های مختلف، مشغول تدریس بوده‌ام. در پانزده سال گذشته، تدریس در دورهٔ متوسطه، توجه مرا جلب کرده است. من به عنوان به اصطلاح یک فرد خارج از حرفه با شما صحبت می‌کنم. اما شاید یکی دو نکته را در مطالبی که می‌خواهم به شما بگویم، بیابید که ممکن است برای شما که در این حرفه هستید، مفید واقع شود.

تدریس، یک علم نیست، بلکه یک هنر است. اگر تدریس یک علم بود، بهترین روش تدریس وجود داشت و همه باید مانند آن، تدریس می‌کردند. اما چون تدریس یک علم نیست، آزادی عمل بسیار و احتمال بیش‌تری برای تفاوت‌های شخصی وجود دارد

هدف از تدریس ریاضی در مدارس ابتدایی چیست؟

بهتر است که سؤال کلی‌تری را مطرح کنیم: هدف از آموزش مدرسه‌ای چیست؟ و سؤال بهتر این که از نقطه‌نظر عموم مردم، هدف از آموزش مدرسه‌ای چیست؟ و قبل از همه، نقطه‌نظر والدین مهم است. همسایهٔ شما آقای اسمیت پسری دارد به نام جیمی، او مخالف ترک تحصیل کردن جیمی است و می‌گوید که اگر جیمی ترک تحصیل کند، هرگز شغل درست و حسابی پیدا نخواهد کرد.

بنابراین، برای آقای اسمیت و اسمیت‌های دیگر در جامعه، هدف از مدرسه، آماده شدن برای اشتغال است، آماده ساختن بچه‌ها برای تأمین معاش خویش است. اما نظر جامعه چیست؟ نظر جامعه هم همان است. جامعه، کشور، دولت و شهر همه همین را از مردم می‌خواهند که زندگی خود را تأمین کنند و مالیات بپردازند و از اعانهٔ عمومی [کمک اشتغال]، استفاده نکنند. بنابراین، جامعه نیز از مدارس می‌خواهد که جوانان را برای اشتغال آماده کنند.

اگر والدین و جامعه اندکی بیش‌تر روی این مسأله تأمل کنند، می‌بینند که این اهداف، تا حدودی تغییر کرده است. والدینِ منطقی‌تر، یک آقای اسمیت منطقی‌تر، شغلی برای فرزندش جیمی می‌خواهد که واقعاً شایستهٔ او باشد. در این صورت، جیمی درآمد بیش‌تری خواهد داشت و خوشحال‌تر خواهد بود. از طرفی، این هدف جامعه هم هست ـ یعنی در یک طرف مشاغلی وجود دارد و در طرف دیگر افراد جامعه، و باید مشاغلی را به مردم واگذار کرد که از هر نظر، مناسب آن‌ها باشد تا بیش‌ترین بازدهی را داشته باشند. یا حتی بهتر، خوشحالی مردم حداکثر می‌شود. مدارس برای ایجاد چنین وضعی، چه می‌توانند بکنند؟ مسأله این است که وقتی کودک پا به مدرسه می‌گذارد، هنوز نمی‌دانید چه شغلی در انتظار اوست و برای چه شغلی مناسب است؟ چه شغلی برای او، مناسب‌ترین است؟ پس چه کار کنیم؟ ما باید جوانان را طوری آماده کنیم که بتوانند از بین همهٔ شغل‌های محتمل، یکی را انتخاب کنند. جوانان باید دربارهٔ دنیای اطرافشان بینش و شناخت داشته باشند تا بتوانند شغلی را که برای آن مناسب هستند، تشخیص داده و انتخاب کنند. می‌توان این را به صورت‌های مختلف بیان کرد. من این عبارت را بیش‌تر می‌پسندم: مدارس باید تمام منابع درونی کودک درحال رشد را پرورش دهند.

بنابراین، ما دو نوع هدف در مدارس داریم، هدف‌های خوب و هدف‌های محدود. مدارس باید افراد بزرگسالی را که واجد شرایط کار و استخدام هستند تربیت کنند، بزرگسالانی که می‌توانند جای یک شغل خالی را پر کنند. اما هدف متعالی‌تر، توسعهٔ تمام منابع درونی کودک درحال رشد به گونه‌ای است که بتواند شغلی به دست آورد که برای

او مناسب‌ترین باشد. پس مجدداً تأکید می‌کنم که هدف متعالی‌تر، توسعهٔ تمام منابع درونی کودک است.

حال دربارهٔ تدریس ریاضی چه می‌توان گفت؟ تدریس ریاضی در مدارس ابتدایی، یک هدف خوب و محدود را دنبال می‌کند که کاملاً واضح و آشکار است. یک فرد بزرگسال کاملاً بی‌سواد، قابل استخدام شدن در یک جامعهٔ مدرن نیست. هرکسی تا حدودی، باید بتواند بخواند، بنویسد و حساب کند و شاید هم باید اندکی بیش‌تر از این‌ها بداند. درنتیجه، هدف خوب و محدود مدارس ابتدایی، تدریس مهارت‌های حسابی ـ یعنی جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و شاید کمی بیش‌تر از این‌ها، و هم‌چنین؛ تدریس کسرها، درصدها، نسبت‌ها، و شاید بیش‌تر از اینهاست. هرکسی باید تا حدودی بداند که چگونه می‌توان طول، مساحت و حجم چیزی را اندازه گرفت. این هدف خوب و محدود مدارس ابتدایی است ـ یعنی انتقال این دانش ـ و هرگز نباید این را فراموش کنیم.

با این حال، یک هدف متعالی‌تر هم داریم. می‌خواهیم که تمام منابع کودک درحال رشد را پرورش دهیم، و نقشی که ریاضی بازی می‌کند، بیش‌تر دربارهٔ تفکر است. ریاضی یک مکتب تفکر است. اما تفکر چیست؟ برای مثال، تفکری که می‌توانید در ریاضی یاد بگیرید این است که از پَسِ تجرید برآیید. ریاضی دربارهٔ اعداد است. اعداد یک تجرید هستند. وقتی یک مسألهٔ عملی را حل می‌کنیم، از آن مسألهٔ عملی، ابتدا باید یک مسألهٔ انتزاعی درست کنیم. ریاضی مستقیماً در تجرید کاربرد دارد. قسمتی از این ریاضیات، باید کودک را قادر سازد که حداقل، با تجرید رودررو شود و از عهدهٔ ساختارهای انتزاعی برآید. درحال حاضر، ساختار، یک کلمهٔ مورد پسند است. کلمهٔ بدی نیست و من طرفدار آن هستم.

اما فکر می‌کنم نکته‌ای است که حتی از این هم مهم‌تر است. همان‌طور که می‌دانید، ریاضی یک ورزش بدون تماشاگر است. فهمیدن ریاضی به معنی انجام دادن ریاضی است، و انجام دادن ریاضی به چه معنی است؟ در وهلهٔ اول، انجام دادن ریاضی یعنی توانایی حل مسایل ریاضی. برای اهداف متعالی‌تر که حال دربارهٔ آن صحبت می‌کنم، تعدادی شیوه‌های عمومی برای مسایل وجود دارد ـ داشتن یک طرز تلقی صحیح نسبت به مسایل و توانایی حمله به همه نوع مسأله، نه فقط مسایل خیلی ساده که با مهارت‌های کسب شده در مدارس ابتدایی قابل حل هستند، بلکه مسایل

شما باید تمام شخصیت دانش‌آموز را پرورش دهید و تدریس ریاضی به خصوص، باید تفکر را پرورش دهد. هم‌چنین تدریس ریاضی می‌تواند شفافیت و مداومت را توسعه دهد. اگرچه ریاضی می‌تواند تا حدودی، منش را پرورش دهد، اما مهم‌ترین نقش آن، توسعهٔ تفکر است

پیچیده‌تر مهندسی، فیزیک و غیره که در دبیرستان، گسترده‌تر خواهند شد. اما مبانی آن، می‌تواند از مدارس ابتدایی شروع شود. به این ترتیب، فکر می‌کنم نکتهٔ اساسی در مدارس ابتدایی، آشنا کردن کودکان با تاکتیک‌های حل مسأله است. نه این که این نوع مسأله یا آن نوع مسأله را حل کنند و یا این که تقسیمات متوالی و مانند آن را انجام دهند، بلکه به این معنا که یک طرزتلقی عمومی برای حل مسأله در کودکان ایجاد کنیم.

بخش دوّم

تدریس، یک علم نیست، بلکه یک هنر است. اگر تدریس یک علم بود، بهترین روش تدریس وجود داشت و همه باید مانند آن، تدریس می‌کردند. اما چون تدریس یک علم نیست، آزادی عمل بسیار و احتمال بیش‌تری برای تفاوت‌های شخصی وجود دارد. در یک دست‌نوشتهٔ قدیمی بریتانیایی، جملهٔ زیر وجود داشت، «موضوع هرچه باشد، آن‌چه که معلم واقعاً درس می‌دهد، مختص خودش است.» پس بنابراین وقتی به شما می‌گویم این طوری یا آن طوری تدریس کنید، لطفاً به ماهیت درست گفته‌ام توجه

کنید. به توصیه‌ها و نصیحت‌های من تا جایی توجه کنید که برای شخص شما مناسب باشد. شما باید خودتان درس بدهید.

به تعداد معلمان خوب، تدریس‌های خوب وجود دارد. اما اجازه بدهید به شما عرض کنم که نظر من دربارهٔ تدریس چیست. شاید اولین نکته‌ای که همگان قبول دارند، این باشد که تدریس باید فعال باشد، یا به عبارت صحیح‌تر، یادگیری باید فعال باشد که این، اصطلاح بهتری است.

شما نمی‌توانید تنها به وسیلهٔ خواندن، یاد بگیرید. نمی‌توانید تنها با گوش کردن به سخنرانی‌ها، یاد بگیرید. نمی‌توانید تنها با نگاه کردن به فیلم‌ها، چیزی یاد بگیرید. شما باید از عمل و ذهن خود چیزی به آن‌ها اضافه کنید تا یاد بگیرید. می‌توانید این روش را روش سقراطی بنامید، چرا که در دوهزارسال پیش، سقراط این روش را به طور شورانگیزی بیان کرده است. سقراط می‌گفت که فکر و ایده، باید در ذهن دانش‌آموز زاده شود و معلم باید به عنوان یک ماما عمل کند. اندیشه باید در ذهن دانش‌آموز به صورت طبیعی زاده شود و ماما نباید زیادی و پیش از موعد مقرر دخالت کند. اما اگر وضع حمل طول بکشد، ماما باید دخالت کند. این یک اصل بسیار قدیمی است و یک اسم مدرن برای آن وجود دارد ـ روش اکتشافی. دانش‌آموز به وسیلهٔ عمل خودش یاد می‌گیرد. مهم‌ترین عمل، نوعی از یادگیری است که خود، آن را کشف کنید. این مهم‌ترین قسمت تدریس خواهد بود. یعنی اگر شما خودتان چیزی را کشف کنید، آن یادگیری ماندگارتر است و درک آن نیز، عمیق‌تر است.

اصول[1] دیگری هم برای تدریس وجود دارد. اگر شما کلمهٔ اصول را دوست ندارید، از واژهٔ «قوانین سرانگشتی»[2] استفاده کنید. یادگیری باید فعال باشد. اصل دیگری که به وسیلهٔ تمام مربیان بزرگ و معروف ـ به وسیلهٔ سقراط، افلاطون، کمنیوس[3]، مونته سوری[4] ـ گفته شده است، وجود اولویت‌های خاص است. برای مثال، اشیا قبل از کلمات ظاهر می‌شوند و نظایر آن. این جمله بارها و بارها و در اشکال مختلف، بیان شده است. اما اجازه دهید از کانت نقل قول کنم که گفت، «تمام شناخت انسان، با شهود آغاز می‌شود، سپس به فهم و درک منجر شده، و بالاخره به ایده‌ها ختم می‌شود.» اجازه بدهید این گفته را به عبارت‌های ساده‌تری ترجمه کنم. باید بگویم که «یادگیری با عمل و آگاهی شروع می‌شود، به کلمات و مفاهیم می‌رسد و باید به عادت‌های ذهنی خوب، ختم شود.»

این، هدف عمومی تدریس ریاضی است ـ توسعهٔ عادت‌های ذهنی خوب در هر دانش‌آموز تا حد امکان، به طوری که از پس هر نوع مسأله‌ای برآید.

پس «می‌شنوم و فراموش می‌کنم»، چیزهایی که فقط می‌شنوید، سریع فراموش می‌کنید. نصیحت خوب، به سرعت فراموش می‌شود. چیزهایی که با چشمان خودتان می‌بینید، بهتر به خاطر آورده می‌شود، اما [فقط] وقتی که آن را با دست‌های خودتان انجام می‌دهید، واقعاً آن را درک می‌کنید. بنابراین، شعار این است که «می‌شنوم و فراموش می‌کنم. می‌بینم و به خاطر می‌آورم. انجام می‌دهم و می‌فهمم»

شما باید تمام شخصیت دانش‌آموز را پرورش دهید و تدریس ریاضی به خصوص، باید تفکر را پرورش دهد. هم‌چنین تدریس ریاضی می‌تواند شفافیت و مداومت را توسعه دهد. اگرچه ریاضی می‌تواند تا حدودی، مَنِش را پرورش دهد، اما مهم‌ترین نقش آن، توسعهٔ تفکر است.

نظر من این است که مهم‌ترین قسمت تفکر که در ریاضی پرورانده می‌شود، طرز تلقی صحیح در برخورد با مسأله‌ها و دست و پنجه نرم کردن با آن‌هاست. مسایلی در زندگی روزانه، داریم. مسایلی در علوم داریم. مسایلی در سیاست داریم. همه جا مسایلی داریم. طرز تلقی صحیح نسبت به تفکر، ممکن است از حیطه‌ای به حیطهٔ دیگر متفاوت باشد، با این حال، ما فقط یک سر داریم، و بنابراین، طبیعی است که بالاخره، باید فقط یک روش برای دست و پنجه نرم کردن با انواع مسایل وجود داشته باشد.

نظر شخصی من این است که نکتهٔ اصلی در تدریس ریاضی، رشد و توسعهٔ تاکتیک های حل مسأله است.

در تمام جهت گیری های تدریس ریاضی که اکنون مرسوم هستند و تأثیرگذار هم می باشند، دو اصل یادگیری فعال ـ اولویت عمل و آگاهی ـ موردتوجه قرار گرفته اند.

اما در سال های اخیر، شاید بهترین پیشرفت در بریتانیای کبیر اتفاق افتاده است. بنیادی به نام «بنیاد نوفیلد»[5] وجود دارد که ایدهٔ یادگیری فعال و اولویت عمل و تصویر را در یادگیری، ترویج می کند. اولین کتاب آن ها، یک شعار دلپذیر دارد. این شعار که گفته می شود یک ضرب المثل چینی است می گوید: «می شنوم و فراموش می کنم. می بینم و به خاطر می آورم. انجام می دهم و می فهمم».

پس «می شنوم و فراموش می کنم». چیزهایی که فقط می شنوید، سریع فراموش می کنید. نصیحت خوب، به سرعت فراموش می شود. چیزهایی که با چشمان خودتان می بینید، بهتر به خاطر آورده می شود، اما [فقط] وقتی که آن را با دست های خودتان انجام می دهید، واقعاً آن را درک می کنید. بنابراین، شعار این است که «می شنوم و فراموش می کنم. می بینم و به خاطر می آورم. انجام می دهم و می فهمم».

بنابراین امروز، مدارس مخصوصاً مدارس ابتدایی، درحال تطوّر و تکامل هستند. درحال حاضر، درصد قابل توجهی، حدود ده تا بیست درصد مدارس، روش جدیدی برای تدریس دارند که می توان در مقایسه با روش قدیمی تدریس، ویژگی های آن را به صورت زیر بیان کرد. شیوهٔ قدیمی تدریس، آمرانه و معلم محور است. شیوهٔ جدید تدریس، منعطف و دانش آموزمحور است. در زمان های قدیم، معلم در مرکز یا جلوی کلاس بود. همه به او و چیزی که می گفت، نگاه می کردند. امروزه، تک تک دانش آموزان باید در مرکز کلاس باشند، و باید اجازه داشته باشند که هر ایدهٔ خوبی را که به ذهنشان می رسد، انجام دهند. باید به آن ها اجازه داد تا این ها را به روش خودشان و به تنهایی یا در گروه های کوچک، دنبال کنند. اگر در بحث کلاسی، دانش آموزی ایدهٔ جالبی داشت، در آن صورت، معلم برنامهٔ خود را عوض می کند و وارد آن ایدهٔ خوب می شود و پس از آن، کلاس، این ایده را ادامه می دهد.

باید به شما اسمی را بگویم. او فردی است که مخصوصاً در این مسیر، فعال است و بسیار باهوش و خوب. خانم ادیت بیگز[6] است. او به خصوص یک معلم تیزهوش است که با اشتیاق و استعداد بسیار، برای این روش تدریس جدید منعطف و دانش آموزمحور به پا خواسته است.

در یک چنین کلاس منعطف و دانش آموزمحوری، هر گروه از بچه ها کار متفاوتی انجام می دهد. آن ها بازی می کنند (اجازه بدهید بگویم که آن ها فکر می کنند که بازی می کنند، اما درواقع درحال یادگیری هستند). معلم به آن ها مواد مختلف می دهد. مدت زمان کلاس، شامل دادن مواد گوناگون به بچه هاست. آن ها بازی می کنند و ایده های خود را در حین بازی، رشد و توسعه می دهند. برای مثال، یکی از این مواد، کاغذ شطرنجی و تعداد قابل توجهی مکعب است؛ تعداد بسیار زیادی مکعب هایی به ضلع نیم اینچ، شاید صد دوجین. به این ترتیب، بچه ها با آن ها بازی می کنند. این تدریس، همراه با فعالیت است ـ تدریس به وسیلهٔ عمل و آگاهی.

اجازه بدهید یک نمونه برای این فعالیت بدهم: کلاس دربارهٔ مستطیل های کوچک بحث می کند. نکتهٔ اصلی این است که [مستطیل] باید توسط عمل و تصور فهمیده شود.

[درک مفهوم مستطیل باید] از چیزهایی که بچه‌ها قبلاً به قدر کافی دیده و لمس کرده‌اند، حاصل شود. مثلاً، همهٔ بچه‌ها یک اتاق را دیده‌اند و دیوارهای یک اتاق معمولی، مستطیل یا تقریباً مستطیل شکل هستند. پس بچه‌ها یاد می‌گیرند که مستطیل چیست. کف یک اطاق معمولی مستطیل است. هر دیواری یک مستطیل است. سقف اطاق به شکل مستطیل است. درنتیجه، یکی از اهداف خوب تدریس، درک مفهوم طول و مساحت است. طول مستطیل‌ها را اندازه می‌گیرند و به مفهوم محیط مستطیل می‌رسید. سپس به مسألهٔ مساحت مستطیل‌ها می‌پردازید. مستطیل‌ها را از مربع‌های برابر، مربع‌های واحد می‌سازید و به ایدهٔ مساحت می‌رسید. به هرحال، ما الآن در کلاسی هستیم که تا حدودی با مفاهیم مساحت و محیط، آشنا است. روی همان برگ کاغذ، مستطیل‌هایی را که با یک‌دیگر همپوشانی دارند و محیط آن‌ها یکسان است، رسم کنید ـ مثلاً محیط ۲۰ باشد. متوجه می‌شوید که با این محیط، نُه مستطیل وجود دارد. این مستطیل‌ها با عرض ۱ و ارتفاع ۹ شروع می‌شوند و سپس، عرض ۲ و ارتفاع ۸ و به همین ترتیب تا عرض ۹ و ارتفاع ۱.

چیزهای زیادی برای مشاهده کردن وجود دارد ـ عمل و آگاهی. بعضی از بچه‌ها از مشاهدهٔ این که تمام گوشه‌های این مستطیل‌ها روی یک خط راست هستند، شوکه می‌شوند. سپس متوجه خواهند شد که [فقط] یکی از این مستطیل‌ها، دوضلعش با هم برابرند، و شما می‌توانید سؤال‌های زیادی دربارهٔ این مستطیل بپرسید. یکی از نکات جالب این است که معلم نباید سؤال کند، بلکه بچه‌ها باید سؤال کنند. محیط همهٔ مستطیل‌ها یکسان است. آیا مساحت‌هایشان هم یکسان است؟ کدام یک بیش‌ترین مساحت را دارد؟

در این جا، فعالیت دیگری با مستطیل‌ها آورده شده است. دوباره کاغذ شطرنجی را بگیرید و مستطیل‌های متفاوت را با مساحت یکسان مثلاً ۲۴ واحد مربع، ببرید. آن‌ها را روی یک برگ کاغذ در کنار هم قرار دهید. حالا گوشه‌های مقابل گوشه‌ای که در آن با یکدیگر همپوشانی دارند، روی یک خط راست نیست، یک خط منحنی جالب درست شده است.

بچه‌ها با قوهٔ تخیل قوی خود، این‌ها را به هم وصل می‌کنند تا خطوط منحنی درست کنند. پس این نیز، یک ملاحظهٔ دیگر می‌طلبد. این نمونه‌ای از یک فعالیت با مستطیل‌هاست که بچه‌ها انتخاب خودشان را دارند. آن‌ها اظهارات خود را بیان می‌کنند و معلم، فقط اندکی به آن‌ها کمک می‌کند یا سرنخ می‌دهد. اگر بچه‌ها هیچ ایده‌ای نداشته باشند، در این صورت یک معلم خوب آموزش دیده که به تدریس دانش‌آموزمحور خوگرفته است، می‌تواند چند سرنخ به آن‌ها بدهد.

شاید نکته‌ای که خانم بیگز و بنیاد نوفیلد به قدر کافی بر آن تأکید نمی‌کنند، قاعدهٔ حدس زدن است. حدس زدن به طور طبیعی به سراغ ما می‌آید. هرکسی سعی می‌کند که حدس بزند و لازم نیست که حدس زدن به او آموزش داده شود. چیزی که باید آموزش داده شود، حدس منطقی است؛ و مخصوصاً چیزی که باید آموزش داده شود این است که به فرد اعتماد نکنید و آن‌ها را، آزمایش کنید. اگر با حدس زدن شروع کنید، فعالیت دانش‌آموزان بهتر شروع می‌شود.

در این جا مثالی از یک فعالیت اندازه‌گیری طول و عرض کلاس می‌زنم. ممکن است برای تعدادی از بچه‌ها که قبلاً با معلم سابق خود این فعالیت را انجام داده باشند، انجام دوبارهٔ آن کسالت‌بار باشد. اگر با یک حدس شروع کنید، می‌توانید اندکی توجه آن‌ها را جلب کنید. ممکن است به کلاس بگویید، «به نظر می‌رسد که طول این کلاس دوبرابر عرضش باشد. واقعاً این طور است؟» امیدوارم بعضی از بچه‌ها بگویند: «نه طول آن از دوبرابر عرضش بیش‌تر است». عدهٔ دیگر خواهند گفت: «نه، کوتاه‌تر است».

تعداد بسیار کمی هم خواهند گفت: «دقیقاً». بعد از این حدس‌ها، بچه‌ها اندازه‌گیری را با علاقهٔ بسیار بیش‌تری انجام خواهند داد، زیرا هرکسی علاقه‌مند است بداند که حدس او درست است یا خیر. این یک مورد بسیار خاص در مورد تاکتیک‌های حل مسأله است. اگر کمی در این مورد تعمق کنید، متوجه خواهید شد که حدس زدن، نقش مهمی را بازی می‌کند. به طور طبیعی، همیشه راه‌حل یک مسأله، با یک حدس شروع می‌شود ـ نه همیشه با یک حدس خوب. برعکس، معمولاً حدس همیشه به طور کامل، خوب نیست. این یعنی اندکی از مدار خارج شدن، و هنر حل مسأله تا حد زیادی، شامل تصحیح کردن حدس‌های شماست.

ایده‌هایم را دربارهٔ چگونگی تدریس ارایه کردم. چگونگی تدریس [از نظر من]، ایده‌های عمل و آگاهی و تدریس از طریق فعالیت بچه‌ها برای شروع با یک حدس است. امیدوارم این نقطه نظرات، در بین بعضی از شما، گوش شنوایی بیابد. متشکرم.

این سخنرانی که به صورت نوار ویدیویی ضبط شده بود، توسط توماس. سی. اُبراین از روی نوار پیاده شده است. انجام این کار، با زحمت زیاد و کار تکنیکی سختی که توسط جان رویز[7] و استیو برکمیر[8]، انجام شد، ممکن گردید.

متن آماده شده برای اولین بار، در کامیونیکیتُر[9]، مجلهٔ «شورای ریاضی کالیفرنیا»[10] ظاهر شد.

بخش اول در سپتامبر ۲۰۰۱ و بخش دوم در دسامبر ۲۰۰۱ این مجله چاپ شد.

زیرنویس‌ها

1. Principles
2. Rules of Thumb
3. Comenius
4. Montessori
5. Nuffield Foundation
6. Miss Edith Biggs
7. John Ruiz
8. Steve Berkemeier
9. Communicator
10. California Mathematics Council

منبع اصلی

http://mathematicallysane.com/horne.asp

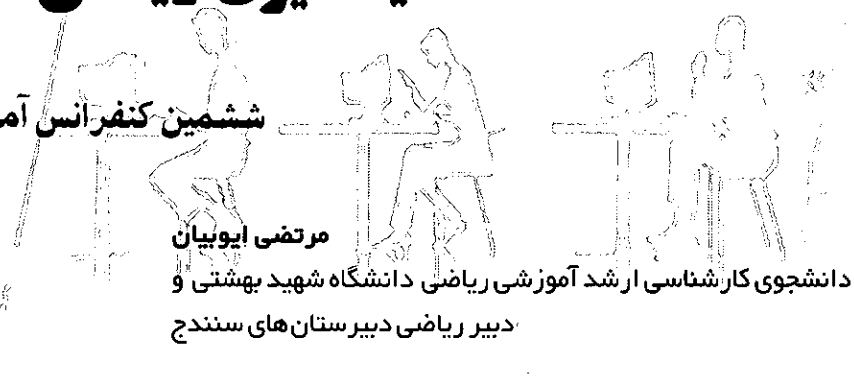
■

پاسخ مسألهٔ صفحهٔ ۲۲

مسأله بُرش بزنید!

اگر وجه‌های مکعب بزرگ را رنگ کنیم و سپس برش بزنیم هیچ یک از وجه‌های یکی از مکعب‌های کوچک به دست آمده، رنگی نیست (مکعب وسطی). برای جدا کردن وجه‌های این مکعب از بقیه، برش‌های مستقلی لازم است (با یک برش مستقیم تنها یکی از وجه‌ها جدا می‌شود). بنابراین لااقل ۶ برش برای جدا کردن این مکعب نیاز داریم.

نقش هوش مصنوعی و نرم‌افزارهای آموزشی در یادگیری ریاضی



مقالهٔ ارائه شده در ششمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران شیراز ـ ۱۳۸۱ (*)

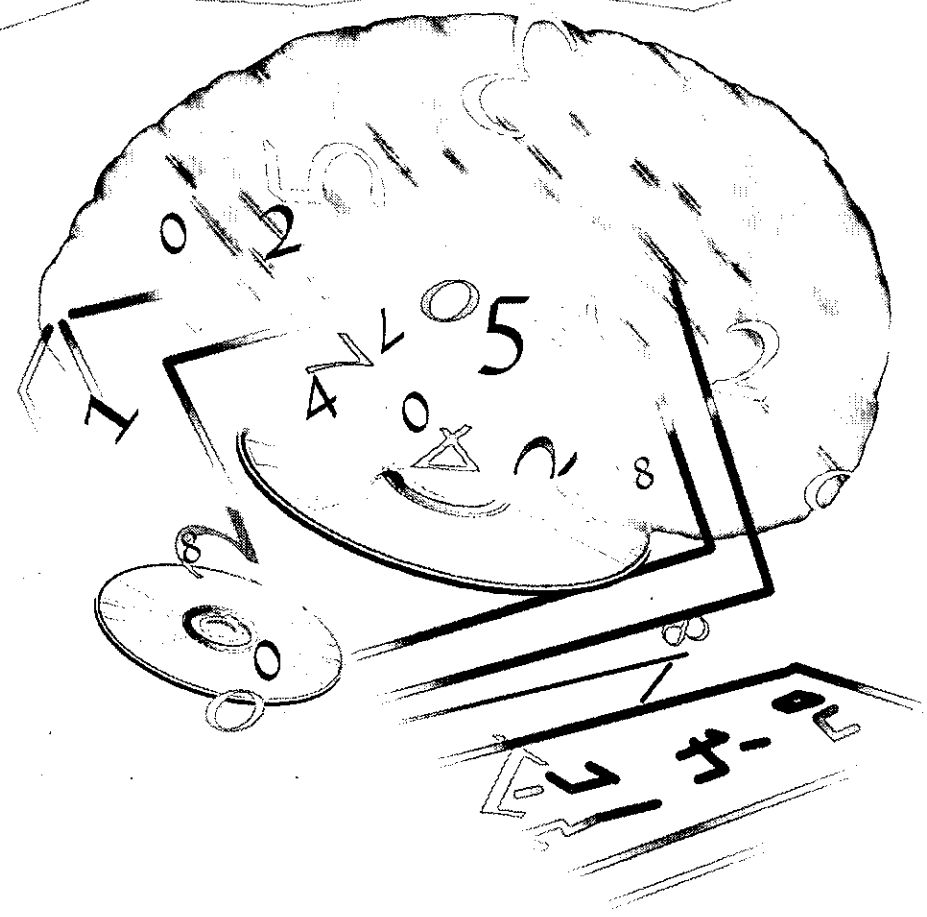
مرتضی ایوبیان
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزشی ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و
دبیر ریاضی دبیرستان‌های سنندج

چکیده

در این مقاله، ضمن تعریف هوش مصنوعی، به ارتباط آن با نرم‌افزارهای آموزش ریاضی پرداخته می‌شود. اهمیت این موضوع از این جهت است که به طور فزاینده‌ای، نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی برجسته‌تر می‌شود. هدف این مقاله، نگاهی اجمالی به سیر تحول نرم‌افزارهای آموزش ریاضی و معرفی تعدادی از آن‌ها است.

هوش مصنوعی چیست؟

هوش مصنوعی از دیدگاه‌های نظری مختلف، تعریف‌های گوناگونی دارد. از نظر سیمون[1] (۲۰۰۰)، «هوش مصنوعی، هوشی به ظهور رسیده توسط سیستمی است که مخلوق زنده نیست.» ([۲]) واگمن[2] (۱۹۹۶) نیز معتقد است که: «در گسترده‌ترین معنی آن، هوش مصنوعی علمی مجرد از شناخت انسان، حیوان و ماشین است و طبق یک نظریهٔ شناختی، هدف غایی آن تعریف شده است.»



([۳]، ص ۶۶)

پروکتور[۳] (۱۹۹۹) بیش‌تر به ویژگی نرم‌افزاری هوش مصنوعی توجه کرده و ابراز می‌کرد که «هوش مصنوعی، نرم‌افزاری کامپیوتری است که یک کامپیوتر یا روبات را قادر می‌سازد تا روی تکالیف طوری عمل کند که اگر آن تکلیف به وسیلهٔ انسان انجام می‌شد، ما متوجه عمل هوشمندانهٔ او می‌شدیم. این عمل می‌تواند شامل ارایهٔ توصیه‌های کارشناسانه، درک زبان طبیعی، صحبت کردن هوشمندانه و تشخیص الگوهای پیچیده باشد. سه حوزهٔ بسیار مهم هوش مصنوعی در حال حاضر عبارتند از: سیستم‌های خبره، برنامه‌های زبان طبیعی و شبکه‌های عصبی» ([۴]، ص ۱۲۷). فهیمی (۱۳۷۵) نیز در این راستا اضافه می‌کند که «هوش مصنوعی عبارتست از مطالعهٔ این که چگونه کامپیوترها را می‌توان وادار به کارهایی کرد که در حال حاضر انسان‌ها آن‌ها را بهتر انجام می‌دهند» ([۵]، ص ۵) و در واقع، مدل‌سازی حل مسألهٔ انسانی توسط ماشین، ایده‌آل نظریه‌پردازان هوش مصنوعی است. هم‌چنان که از نظر کارت رایت[۴] (۱۹۹۳) نیز، «هوش مصنوعی کوششی برای بازآفرینی استدلال هوشمندانه به کمک ماشین است» ([۶]، ص ۱۰). در نتیجه، همان‌طور که لوریره[۵] (۱۹۸۷) می‌نویسد، «موضوع هوش مصنوعی عمدتاً مرتبط با اکتساب و بازنمایی دانش در تمام اشکال خود است؛ و هدف محققان این حوزه ایجاد نظریه‌های جدید در هوش مصنوعی، طراحی، و به کارگیری برنامه‌هایی در این حوزه است که تا حد امکان، بتوانند فراگیر باشند» ([۷]، ص ۱).

تعریف‌های مختلف هوش مصنوعی، با وجود تفاوت‌هایشان، همگی در یک ویژگی مشترک هستند که همان تلاش برای هوشمندانه عمل کردن ماشین، با استفاده از فرآیند ذهنی و مدل حل مسألهٔ انسانی است. به همین دلیل، هوش مصنوعی رابطهٔ نزدیکی با آموزش ریاضی پیدا می‌کند.

هوش مصنوعی و آموزش ریاضی

به گفتهٔ نیکلاس بالاچف[6]، (۱۹۹۶)، «در اوایل دههٔ ۱۹۷۰، اولین پروژه‌های عمدهٔ هوش مصنوعی AI در زمینهٔ آموزش ریاضی نمایان شدند» ([۹]، ص ۴۸۲). وی برای مثال به نرم‌افزار تدریس خصوصی انتگرال[7] که توسط کیمبال[8] (۱۹۷۳) ابداع شد، اشاره کرد. بالاچف در ادامه، تأکید می‌کند که به عنوان زمینه‌ای برای کاربرد هوش مصنوعی، پروژه‌های آن دوران بیش‌تر متمایل به پروژه‌های آموزش مفاهیم ریاضی بودند و گرایشی به سمت پروژه‌های تکنولوژی آموزشی نداشتند. تلاش سیمون پاپرت (۱۹۷۳) برای ارایهٔ زبان لوگو، یکی از اولین کوشش‌های اصلی هوش مصنوعی با کاربرد در آموزش ریاضی بود. ([۲۳] و ۱۹۷۳). پس از آن، در دههٔ ۱۹۸۰، بسیاری از پروژه‌های هوش مصنوعی با تأکید بر آموزش ریاضی به وجود آمدند که از آن جمله، می‌توان به برنامه‌های باگی[9] (براون و بورتن، ۱۹۷۸)، پیکسی[10] (اسلی‌من، ۱۹۸۲)، سرزمین جبر[11] (براون، ۱۹۸۳)، توتور هندسه[12] (اندرسون و همکاران، ۱۹۸۲)، و غرب[13] (براون و بورتون، ۱۹۷۹) اشاره کرد (بالاچف، ۱۹۹۶).

با وجودی که در اوایل دههٔ ۱۹۹۰ نیز تعدادی پروژه‌های هوش مصنوعی به خصوص به سمت ارتقای آموزشی یادگیرندگان هدایت شدند، با این حال، بنا به ادعای بالاچف، به علت تمرکز زیاد بر طراحی ماشین‌های خودمختار، برنامه‌های هوش مصنوعی نسبت به نقش معلم، کم توجه شدند. این در حالی است که در «آموزش ریاضی نه تنها معلم نقشی ضروری دارد، بلکه چنین تفکیکی مشکل‌ساز می‌باشد» ([۹]، ص ۴۸۲). بنابراین، در تحقیقاتی که امروزه در زمینهٔ آموزش ریاضی به کمک تکنولوژی کامپیوتر و ماشین حساب صورت گرفته است، به نقش معلم اهمیت و بهای بیش‌تری داده شده است و به طور مثال، در یک برنامه، معلم به کمک یک کامپیوتر مرکزی، مراحل حل دانش‌آموزان را بررسی کرده و در صورت لزوم، گروه‌های کوچک را یاری می‌دهد. ([۱])

بالاچف در جمع‌بندی نظراتش، دو مانع و مشکل چنین برنامه‌هایی را (۱) پیچیدگی و کیفیت و ظرافت ریاضی و (۲) پیچیدگی و دگرگون‌پذیری ذهن و فرآیند یادگیری، عنوان می‌کند و می‌افزاید: «طراحی و به کارگیری محیط‌های یادگیری مبتنی بر کامپیوتر برخلاف پنداشت ابتدایی در مورد یک هوش مصنوعی خودمختار، به شدت پیچیده است و به خاطر ماهیت شناختی و ذاتی آن، تحت فشار سؤالات کلیدی مرتبط با مدل‌های محاسباتی و شناختی می‌باشد که همگی آن‌ها در یک مفهوم تکنولوژیکی مدرن، در هستهٔ هوش مصنوعی قرار دارند.» ([۹]، ص ۴۸۲)

طبقه‌بندی نرم‌افزارهای آموزش ریاضی

نرم‌افزارهای آموزش ریاضی، از نظر نوع آموزش و توجه آموزشی آن‌ها، متفاوت هستند و هر کدام از آن‌ها، بر اساس فلسفهٔ آموزشی خاصی، به جنبه‌ای از آموزش ریاضی توجه کرده‌اند. تهیه و استفاده از نرم‌افزارهای ریاضی، دغدغهٔ جدیدی برای آموزشگران ریاضی ایجاد کرده است که فرودنتال[14] (۱۹۸۲) نیز در گذشته، به اهمیت آن اشاره کرده و سؤال کرده بود که: «چگونه از کامپیوترها و ماشین حساب‌ها برای افزایش فهم ریاضی استفاده کنیم؟» ([۸]، ص ۱۴۶). به همین ترتیب، شونفیلد[15] (۱۹۸۸) نیز در زمینهٔ استفادهٔ مناسب از تکنولوژی در آموزش ریاضی یا هر حوزهٔ معرفتی یا دیسیپلینی دیگری، توصیه می‌کند که:

«تکنولوژی باید زمینه‌ای را فراهم کند تا:
- مهارت فرد در استفاده از حقایق و رویه‌های آن حوزهٔ معرفتی؛
- رفتار اجرایی خوب در رابطه با حل مسأله؛
- استراتژی‌های حل مسأله مرتبط با آن حوزه؛
- ساختار مناسب باوری در مورد آن حوزه؛
- و بالاخره استراتژی‌های مفید یادگیری؛

توسعه و ارتقا یابند.» ([۱۴]، ص ۷۹).

(الف) طبقه‌بندی نرم‌افزارهای آموزش ریاضی بر اساس نوع آموزش ارایه شده

نگرش یک طرح نرم‌افزار نسبت به یادگیری، تأثیری عمیق بر ماهیت نرم‌افزار ساخته شده خواهد گذاشت. دیدگاه‌های معرفتی ـ فلسفی و روان‌شناسی‌های مختلف، نگرش‌های متفاوتی به یادگیری دارند که جدول زیر به مهم‌ترین آن‌ها اشاره دارد:

	دوره‌ی اول ۱۹۵۰ ـ ۱۹۰۰	دوره‌ی دوم ۱۹۸۰ ـ ۱۹۵۰	دوره‌ی سوم حال ـ ۱۹۸۰
دیدگاه معرفتی	Positivism تحصّلی	Interpretative تأویلی ـ تفسیری	Critical انتقادی
دیدگاه روان‌شناسی	Behaviorism رفتارگرایی	Cognitivism شناخت‌گرایی	Constructivism ساخت و سازگرایی

به طور مثال، در طیف وسیعی از دیدگاه که یک انتهای آن روان‌شناسی رفتاری و طیف دیگر آن، ساخت و سازگرایی است، شاهد توصیه‌های متفاوتی در مورد نوع آموزش، نوع یادگیری، و نوع نگرش به انسان هستیم.

در نتیجه، دو دستهٔ اصلی از نرم‌افزارهای ریاضی وجود دارند که با عنایت به این دیدگاه‌ها، ماهیت متفاوتی دارند و از آن جمله، می‌توان به سیستم‌های میکروورلد[16] و سیستم‌های توتور[17] اشاره کرد که سیستم‌های توتوری، بیش‌تر متمایل به روان‌شناسی رفتاری و سیستم‌های میکروورلد، متمایل به روان‌شناسی ساخت و سازگرایی می‌باشند. نیکلاس بالاچف (۱۹۹۶) می‌نویسد: «سیستم‌های میکروورلد و توتور برمبنای جهت‌گیری آموزش آن‌ها در دو نقطهٔ متقابل روی طیف محیط‌های کامپیوتری قرار گرفته‌اند. در یک سر طیف، میکروورلدها به دنیای باز یادگیرندگان اشاره می‌کنند که در آن، دانش‌آموزان به طور آزادانه می‌توانند موقعیت‌های مسأله را کشف کنند و در طرف دیگر، سیستم‌های توتوری دانش‌آموزان را با راهنمایی بازخوردی قوی، تأمین می‌نمایند. اما در هر دو حالت فوق، تنها تعامل دانش‌آموزان با ماشین، کافی به نظر نمی‌رسد.» ([9]).

در واقع بالاچف (۱۹۹۶) معتقد است که میکروورلدها، توانایی تضمین یک یادگیری مشخص را ندارند و به دلیل فضای بازی که فراهم می‌کنند ممکن است دانش‌آموز، منظور اصلی آموزشگر را درک نکند و متوجه آن نشود. از طرف دیگر، اگرچه سیستم‌های توتوری، می‌توانند عملکرد خاص و نه چندان پیچیده‌ای را تضمین کنند، اما نمی‌توانند ماهیت زیربنایی مفهوم را آشکار سازند.

در چنین محیطی، معنای یادگیری می‌تواند چگونگی به دست آوردن بهترین اشاره‌ها و راهنمایی‌ها از توتور برای حل مسأله باشد.

بالاچف (۱۹۹۶) برای درک بهتر تفاوت‌های این دو سیستم، مثال‌هایی را ارایه می‌دهد. از نظر او، «توتور هندسه (اندرسون و دیگران، ۱۹۸۵) یک مثال خوب از سیستم توتوری هوشمند است. این سیستم، یادگیرندگان را به نوشتن یک اثبات ریاضی در هندسه رهنمون می‌کند و هر زمان که یادگیرنده شکست بخورد یا به بیراه برود، سیستم بازخوردهای مستقیم و اشارات روشنی را برای او تولید می‌نماید... بعضی از توتورها همچون منتونیزم[18] (نیکلاس و پی[19]، ۱۹۹۰) محدودیت کمتری را بر یادگیرنده تحمیل کرده و بسیار منعطف‌تر به بررسی اثبات ریاضی پرداخته است...» ([9]، ص ۴۸۳). بالاچف (۱۹۹۶) در ادامه می‌نویسد: «گرایش پژوهش‌های اخیر، جستجوی محیط‌هایی است که بتوانند تعادل بهتری را بین این دو نقطهٔ متقابل ایجاد کنند. نرم‌افزار راهنمای کشف (السومک کوک[20]، ۱۹۹۰) وعدهٔ مناسب کردن چگونگی نظارت بر فرآیند تولید دانش یادگیرندگان را به گونه‌ای داده است که از بعضی جهات، با محیط‌های میکروورلدی بسیار باز و محیط‌های توتوری با گرایش رفتاری، متفاوت است... محیط‌های آموزشی راهنمای کشف، وعدهٔ نرم‌افزار آموزشی را می‌دهند که از آموزش برنامه‌ای و پارادایم آموزش رفتاری دور شده و به مفهوم ساخت و سازگرایان در مورد ساختن مفاهیم توسط خود دانش‌آموزان نزدیک‌تر می‌شود...» ([9]، صص ۴۸۳ و ۴۸۴)

میکروورلد و محدودیت‌های آن

از نظر مک آرتور[۲۱] (۱۹۹۲): «میکروورلدها تکنولوژی را به گونه‌ای بازنمایی می‌کنند که از توتور به ابزارها، و از حالت تدریس منفعلانه و یک جانبه، به سمت یادگیری از طریق تحقیق یا سازندگی، حرکت می‌کنند» [۱۰]. لویس و همکاران نیز معتقدند که «مقصود ما از توسعهٔ میکروورلدهای کامپیوترمدار این است که بتواند به دانش‌آموزان هم در یادگیری مهارت‌های تحقیقی به وسیلهٔ خودشان و هم در توسعهٔ یادگیری حوزه‌های محتوایی مشخصی از ریاضی و کسب آن از طریق کشف، کمک نمایند.» ([۱۱])

به عقیدهٔ مک آرتور (۱۹۹۲)، محدودیت‌های میکروورلد را می‌توان به ۴ دستهٔ زیر تقسیم کرد:

- اندازه‌گیری و ارزیابی فعالیت یادگیرنده در میکروورلد پیچیده و سخت است؛
- فضای بسیار بزرگ حل مسأله در میکروورلد برای دانش‌آموزان، مشکل و چالش‌انگیز است؛
- محیط میکروورلد، فرهنگ کلاسی را تغییر داده و خواستار نقش‌ها و مهارت‌های جدیدی برای معلمان است و این در واقع بزرگترین چالش برای آن‌هاست؛
- یادگیری تحقیقی و اکتشافی، چه در گذشته و چه در حال حاضر بیش‌تر در دانشگاه مورد توجه است. اما در گذشته، هرگز به مدرسه نفوذ نکرده بود. عقیدهٔ غالب هم‌چنان‌که کوهن گفته این است که تدریس به معنی گفتن و یادگیری به معنی شنیدن است و این عقیده، کار را مشکل می‌سازد. ([۱۲])

توتور و محدودیت‌های آن

مک آرتور (۱۹۹۲) در بحث آناتومی یک سیستم هوشمند توتوری (ITS)[۲۲] می‌نویسد: «اولین و نخستین کاری که هوش مصنوعی در زمینهٔ آموزش انجام داده، چیزی است که سیستم هوشمند توتوری نامیده می‌شود. در واقع، ITS کوشش می‌کند مدلی در مورد تعامل تدریس رودررو انسانی بسازد؛ زیرا تدریس رودررو، هنوز «استاندارد طلایی» یادگیری است و همواره، بهترین نتایج یادگیری را به بار آورده است. ... قلب یک ITS، یک سیستم خبره (ES)[۲۳] می‌باشد که به حدی توانمند است که نه تنها می‌تواند پاسخ‌های «ایده‌آل» درست را در مرحلهٔ نهایی تولید کند، بلکه در هر مرحلهٔ جزیی نیز پاسخ میانی تولید می‌کند... سیستم هوشمند توتوری مراقب هر گام در حل یک سؤال یا مسأله توسط دانش‌آموز می‌باشد. هر زمان که دانش‌آموز خطایی را انجام می‌دهد، این سیستم مشکل را تشخیص داده و با راهنمایی‌های مفصل در مورد چگونگی انجام آن به وسیلهٔ سیستم خبره، سعی به اصلاح آن می‌کند.» ([۱۰])

به گفتهٔ مک‌آرتور (۱۹۹۲)، «ITS مناسب با کار در حوزه‌های بسیار ساده و بسته است که ساختن یک سیستم خبرهٔ کامل برای چنین محیط‌هایی، کار بسیار ساده‌ای است. برای این‌که شما همه‌چیز را بدانید و همه‌چیزدان[۲۴] باشید، نیازمندید که در دنیای بسته‌ای قرار گرفته باشید... مشکل دوم این است که در واقع ریاضی، جهان بسته‌ای نیست. مشکل سوم این است که ما به تدریس درون قالب‌هایی می‌پردازیم که آن‌ها، پداگوژی، یادگیری و آموزش را محدود می‌کنند. پداگوژی حوزهٔ ساده و بسته‌ای نیست و ما هنوز نمی‌توانیم یک سیستم خبرهٔ مناسب برای آن بسازیم و دانش‌آموزان را محدود به تکرار و تمرین می‌کنیم ([۱۰]).

در نتیجه، برای غلبهٔ بر مشکلات و محدودیت‌های این سیستم‌ها، بالاچف پیشنهاد می‌کند که محیط‌های کامپیوترمدار به صورت منفرد و جدا از معلم عمل نکنند، بلکه «باید به عنوان قسمتی از یک سیستم بزرگ‌تر که دربرگیرندهٔ معلم هم می‌باشد، در نظر گرفته شود. وی در ادامه، دو پیشنهاد مشخص ارایه می‌دهد که اولی ماشین را به عنوان قسمتی از وضعیت‌های آموزشی سازمان‌دهی شده توسط معلمان در نظر می‌گیرد و دومی، ماشین را به عنوان یک همکار برای معلم به حساب می‌آورد» ([۹]، ص ۴۸۶).

ب) طبقه‌بندی نرم‌افزارهای آموزش ریاضی از دیدگاه پی

با عنایت به سیستم‌های میکروورلد و توتور در آموزش

ریاضی، پی[25] (۱۹۸۷) نرم‌افزارهای آموزشی را به ۵ دسته تقسیم کرده است؛ نرم‌افزارهایی که:

(۱) ابزاری برای توسعهٔ تبحر مفهومی هستند[26]؛

(۲) ابزاری برای کشف ریاضی هستند[27]؛

(۳) ابزاری برای تلفیق بازنمایی‌های مختلف ریاضی هستند[28]؛

(۴) ابزاری برای چگونگی یادگیری هستند[29]؛

(۵) ابزاری برای یادگیری روش‌های حل مسأله هستند[30].

(۱) ابزارهایی برای توسعهٔ تبحر مفهومی

شونفیلد (۱۹۸۵) چهار عامل منابع، رهیافت‌ها، توانایی‌های کنترلی (فراشناختی) و نظام‌باوری را در حل مسألهٔ ریاضی دخیل می‌داند. ازنظر وی، «منابع، عبارتند از انواع دانش ریاضی که فرد در اختیار دارد و آن را به مسأله‌ای که با آن مواجه شده است، انتقال می‌دهد و شامل:

- شهودها و دانش غیر رسمی با توجه به حوزهٔ مربوطه؛
- حقایق؛
- رویه‌های الگوریتمی؛
- رویه‌های غیر الگوریتمی «روتین»؛
- فهم (دانش متناسب) در مورد قواعد کار در حوزهٔ مربوط، است.» ([۱۳]، ص ۱۵)

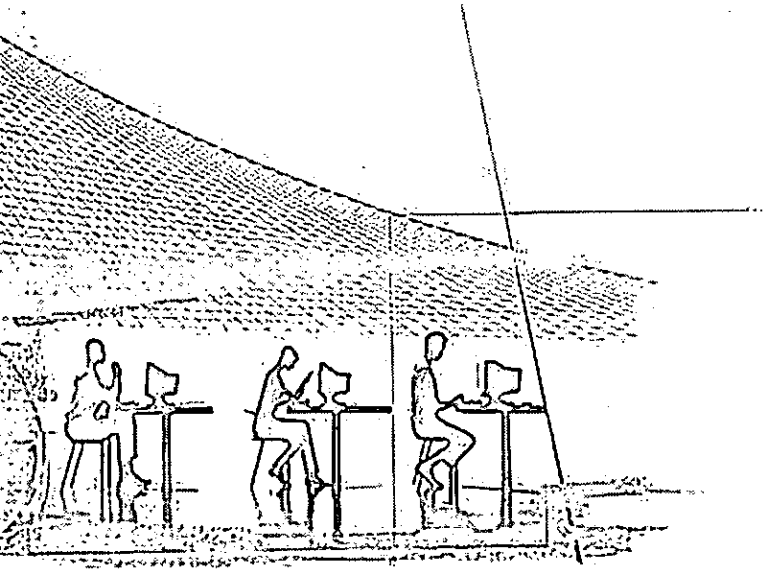
بنابراین هر چه دانش‌آموز دارای منابع غنی‌تری باشد، در حل مسایل ریاضی، توانمندتر می‌شود و این مهم، تولید نرم‌افزار را با تأکید بر منابع، موجه می‌سازد.

پی (۱۹۸۷) نیز در همین رابطه، اضافه می‌کند که: «ابزارهای تبحر، برنامه‌هایی هستند که به دانش‌آموزان در انجام تکالیف روتین ریاضی کمک می‌کنند تا آن‌ها تبحر بیش‌تری کسب کنند.» ([۱۵]، ص ۱۰۶) اما سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که چه مهارتی را باید به صورت روتین درآورد؟

در پاسخ به این سؤال، پی (۱۹۸۷) ابراز می‌دارد که: «بسیاری از برنامه‌های نرم‌افزاری، مهارت‌های نامربوطی از قبیل الگوریتم‌های طولانی تقسیم را روتین می‌کنند» ([۱۵]، ص ۱۰۶) و این در حالی است که «تکالیف روتین ریاضی وجود دارند که شخص را قادر می‌سازد به راحتی در تفکر ریاضی پیشرفت کند. برای مثال، تکنولوژی اطلاعاتی می‌تواند مهارت‌های تخمینی را که در هستهٔ برنامهٔ درسی ریاضی اصلاح شدهٔ اخیر قرار دارند، بهبود ببخشد. بازی‌هایی وجود دارند که درگیر فعالیت‌های تخمینی محاسبه‌ای هستند و دانش‌آموزان به سرعت در تخمین زدن، مهارت پیدا می‌کنند.» روتین کردن مهارت‌های خاص ریاضی در سطوح بالاتر ریاضی نیز مفید است. برای مثال «آن چه که در یک زمان، ابداعی خلاقانه است، مثل حساب لایب‌نیتز یا توسیع اعداد مختلط توسط گوس، احتمالاً بعدها بسیار روتین خواهد شد و در واقع آموزش مؤثر، آن را به طور وسیعی قابل فهم و قابل دسترسی می‌کند.» ([۱۵]، ص ۱۰۷) بنابراین، دستهٔ اول نرم‌افزارها به عامل منابع در حل مسأله توجه دارد و به آن می‌پردازد.

(۲) نرم‌افزارها به عنوان ابزارهایی برای کشف ریاضی

آموزش ریاضی، تأکید زیادی بر یادگیری اکتشافی دارد و به همین دلیل، در مدارس ابتدایی، استفاده از انواع دست‌ورزی‌ها از قبیل بلوک‌های دینز[31] توصیه می‌شود تا از طریق آن‌ها، بتوان قبل از ارایهٔ مفاهیم به صورت مجرد، مفاهیم را به صورت شهودی به دانش‌آموز عرضه کرد. در نتیجه، با توجه به اهمیت یادگیری اکتشافی،



می‌توان نرم‌افزارهایی تهیه کرد که ابزاری در خدمت کشف ریاضی دانش‌آموزان باشند. پی (۱۹۸۷) در مورد ویژگی چنین ابزارهایی، ادعا می‌کند که «محیط‌های یادگیری اکتشافی محاسباتی، محیطی غنی ارایه می‌دهند که در آن، به تقویت شهود دانش‌آموزان کمک می‌شود و برنامهٔ لوگو، نمونه‌ای پارادیمی برای چنین محیطی می‌باشد. طراحی محیط لوگو[۳۲] بر اساس این فرض است که شخص، توانایی تشخیص الگوها را داشته و توانایی کشف خواص جدید سیستم‌های ریاضی را دارد.» ([۱۵]، ص ۱۰۸)

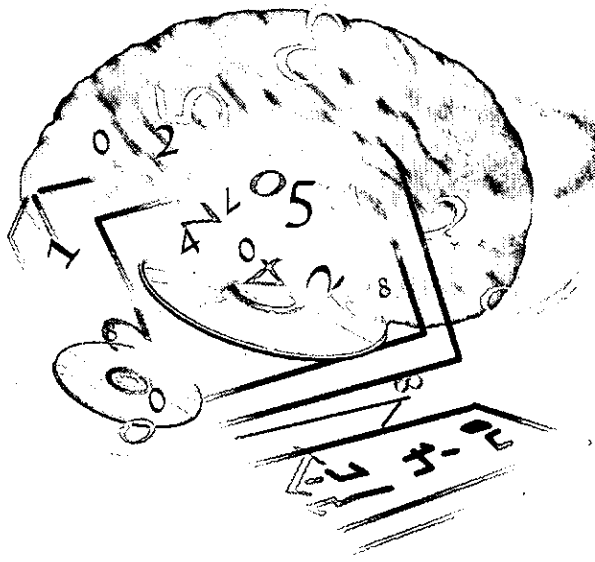
نایلند (۱۹۹۴)، به نقل از سیمور پاپرت[۳۳] (۱۹۹۰)، می‌نویسد: «کودکان کامپیوتر را برنامه‌ریزی می‌کنند و در تعلیم دادن به کامپیوتر که چگونه فکر کند، به کاوش دربارهٔ این‌که خودشان چگونه فکر می‌کنند دست می‌زنند.» ([۱۶]، ص ۴۰)

همچنین در مورد مزایای استفاده از لوگو در کلاس درس، نایلند (۱۹۹۴) معتقد است که لوگو در مدارس ابتدایی و راهنمایی و متوسطه به سه طریق می‌تواند یادگیری را ارتقا دهد. لوگو به دانش‌آموزان کمک می‌کند که محتوای ریاضی یعنی مفاهیم و مهارت‌ها را بیاموزند و فرآیندهای ریاضی را یاد بگیرند. هم‌چنین، آن‌ها را تشویق می‌کند که روش را نیز، که شامل کار گروهی، بحث و تحقیق است، یاد بگیرند.» ([۱۶]، ص ۴۰) پی (۱۹۸۷) یادآور می‌شود که «با این وجود، تحقیقات جدید نشان داده‌اند که در محیط لوگو، دانش‌آموزان با مشکلات مفهومی مواجه خواهند شد. در نتیجه، نرم‌افزارهای جدیدی برای غلبه بر این مشکلات پدید آمده‌اند که از آن جمله می‌توان به رسم دلتا[۳۴]، قدم‌های قورباغه[۳۵] و فرض‌کننده‌های هندسی[۳۶] اشاره کرد که مثال‌هایی از محیط‌های اکتشافی جدید هستند. با استفاده از این برنامه‌ها، دانش‌آموزان دربارهٔ اشیای مختلف ریاضی حدس‌هایی می‌زنند و مفاهیمی از قبیل میانه، نیمساز و زاویه را بررسی می‌کنند از این طریق، دانش‌آموز می‌تواند خودش قضایا را کشف کند.» ([۱۵]، ص ۱۰۸) دانش‌آموزان در این دسته از نرم‌افزارها، از هندسهٔ تجربی (استقرایی) به سمت هندسهٔ استنتاجی حرکت می‌کنند.

(۳) نرم‌افزارها به عنوان ابزاری برای تلفیق بازنمایی‌های مختلف ریاضی

بازنمایی‌ها در آموزش ریاضی مدرسه‌ای، نقش مهمی به عهده دارند. از انواع بازنمایی‌ها در ریاضی مدرسه‌ای، می‌توان به نمودارها، جدول‌ها، عبارات نمادین و نمایش‌های گرافیکی اشاره کرد. توجه به بازنمایی‌ها از دو جهت یکی تأثیر آن‌ها در فهم و درک مفاهیم ریاضی و دیگری به عنوان ابزاری در خدمت توسعهٔ تفکر ریاضی مورد توجه هستند. با این حال به گفتهٔ شورای ملی معلمان ریاضی NCTM (۲۰۰۰)، «متأسفانه، بازنمایی‌ها در ریاضی مدرسه‌ای به گونه‌ای تدریس شده و آموزش داده می‌شود که گویی، خود این بازنمایی‌ها هدف و مقصود هستند. در حالی که بازنمایی‌ها باید به عنوان عنصری اساسی در خدمت درک دانش‌آموزان از مفاهیم و روابط ریاضی، در برقراری ارتباطات[۳۷]، بین بحث‌ها و روش‌های ریاضی و درک خود و دیگران از آن بحث‌ها، در تشخیص ارتباط و اتصال[۳۸] بین مفاهیم ریاضی، و در به‌کارگیری ریاضی در موقعیت‌های واقعی و از طریق مدل‌سازی، به کار برده شوند.» ([۱۷]، ص ۶۷)

در همین رابطه، سنتوس (۲۰۰۰) به این نتیجه رسیده است که «در فرآیند انجام تکالیف ریاضی، در اغلب مواقع، تکنولوژی ابزاری نیرومند است تا با استفاده از آن، دانش‌آموزان قادر به استفاده از بازنمایی‌های مختلف شوند» ([۱۸]، ص ۱). پی (۱۹۸۷) در مورد ابزار بازنمایی معتقد است که «این ابزارها، به دانش‌آموزان کمک می‌کنند که درک ریاضی خود را از طریق پیوند دادن بازنمایی‌های مختلف مفاهیم، روابط و فرآیندهای ریاضی، گسترش دهند. هم‌چنین، هدف بازنمایی‌ها این است که به دانش‌آموز کمک کنند تا روابط دقیق بین راه‌های مختلف ارایهٔ یک مسألهٔ ریاضی را درک کنند و راه‌هایی را که در آن‌ها، تغییر روی یک بازنمایی مستلزم تغییر سایر بازنمایی‌ها است، بشناسد» ([۱۵]، ص ۱۰۹). به گفتهٔ پی (۱۹۸۷)، نرم‌افزارهای کرهٔ سبز[۳۹]، بستهٔ حسابی[۴۰]، قله[۴۱]، ارزش مکانی[۴۲]، ابزارهای مناسبی برای تلفیق بازنمایی‌های مختلف ریاضی هستند.



در هر کدام از نرم‌افزارهای یاد شده، نمادگذاری‌های عددی و بازنمایی‌های تصویری اشیا، در کنار هم عرضه می‌شود و به دانش‌آموز کمک می‌کند تا بازنمایی مفاهیم ریاضی را هم به شکل نمادی و هم به صورت تصویری درک کند. به طور مثال، دانش‌آموز در محیط ارزش مکانی، هنگام جمع و تفریق اعداد، نتیجه را روی محور و هم‌چنین به صورت تصویری (سیب، سبدی از سیب، صندوقی از سبد سیب‌ها و کامیونی از صندوق‌ها) می‌بیند. هم‌چنین، در معرفی کرهٔ سبز، شونفیلد (۱۹۸۸) توضیح می‌دهد که «هدف اصلی کرهٔ سبز این است که دانش‌آموزان، روابط بین معادلات و شکل گرافیکی آن‌ها را تشخیص دهند.» دانش‌آموزان با یک سری نقطه در صفحهٔ مختصات مواجه‌اند که باید با حدس زدن معادلات خطوط، سهمی و توابع درجه سه، نقاط روی این توابع را مشخص کنند. ([۱۴]، ص ۸۶)

(۴) نرم‌افزارها به عنوان ابزاری برای چگونگی یادگیری

از نظر پی (۱۹۸۷)، تولید این دسته از نرم‌افزارها بر اساس ایده‌های دیویی (۱۹۳۳) و پولیا (۱۹۵۷) و شونفیلد (۱۹۸۵) هستند. ویژگی بسیار مهم چنین سیستم‌هایی، این است که دانش‌آموزان به مسیرهای ثبت شدهٔ فرآیند حل مسألهٔ خود، دسترسی دارند.

(۵) نرم‌افزارها به عنوان ابزارهایی برای یادگیری روش‌های حل مسأله

بنا به اظهار شونفیلد (۱۹۸۷)، «این دسته از نرم‌افزارها، استراتژی‌های استدلالی را برای حل مسألهٔ ریاضی، ارتقا می‌دهند» ([۱۵]، ص ۱۱۵). هم‌چنین، طبق ادعای پی (۱۹۸۷)، هدف این نرم‌افزارها، آموزش حل مسأله بوده و به تقلید از کارهای پولیا (۱۹۷۵)، سیلور (۱۹۸۵)، شونفیلد (۱۹۸۵) و با تأکید بر رویه‌های الگوریتمی، رسم شکل و رهیافت‌ها، به آموزش حل مسأله می‌پردازند.

(ج) طبقه‌بندی نرم‌افزارهای آموزش ریاضی از نظر وال

وال[۴۳] (۲۰۰۱) نرم‌افزارهای آموزش ریاضی را در ۳ دستهٔ اصلی زیر قرار می‌دهد:

- آموزش مفاهیم[۴۴]؛
- حل مسأله[۴۵]؛
- تکرار و تمرین.[۴۶]

دستهٔ اول: آموزش مفاهیم

هدف اصلی این نرم‌افزارها، آموزش مفاهیم ریاضی و ویژگی خاص آن‌ها، با استفاده از مدل‌های تصویری و آموزش مستقیم است که برای مثال، می‌توان به نرم‌افزارهای زیر اشاره کرد:

- ماجراهای ریاضی فیز مارتینا[۴۷]؛
- سری‌های ریاضی پرایم تایم[۴۸]؛
- برنامه‌های کلیدهای ریاضی MECC[۴۹]؛
- اردوی OS ریاضی[۵۰]؛
- سری‌های سیارهٔ دهم[۵۱].

از نظر وال (۲۰۰۱)، زمانی که دانش‌آموزان پشت یک کامپیوتر می‌نشینند، فرصت کمی برای گفتگو، حدس زدن و ارایهٔ ایده‌های ناب دارند. بنابراین محیط‌های نرم‌افزاری باید به نقش معلم در کلاس درس توجه کنند تا معلم بتواند در یک صفحه نمایش بزرگ‌تر در کلاس، به بررسی

ایده‌های مختلف بپردازند.

دستهٔ دوم: حل مسأله

به گفتهٔ وال (۲۰۰۱)، «تأکیدهای اخیر در مورد حل مسأله باعث شده است تا بسیاری از تهیه‌کنندگان نرم‌افزارها، مدعی آموزش حل مسأله به دانش‌آموزان باشند.» ([۲۰]، ص ۴۳۷)

وال نرم‌افزارهای زیر را در رابطه با آموزش حل مسأله، مفید می‌داند:

- فیز مارتینا[52]؛
- پرایم تایم[53]؛
- ماجراهای جدید جاسبر وودبری[54]؛
- سفر منطقی زومبینی[55].

دستهٔ سوم: تکرار و تمرین

این نرم‌افزارها برای ایجاد مهارت، دانش‌آموزان را وادار به تکرار و تمرین می‌کنند. در این نرم‌افزارها، ارزشیابی پاسخ‌های دانش‌آموزان به سرعت انجام گرفته و در صورتی که پاسخ اشتباه باشد، دانش‌آموز به تکرار و تمرین می‌پردازد. وال (۲۰۰۱)، در رابطه با نقش تکرار و تمرین در رابطه با یادگیری ریاضی، معتقد است که در بعضی مواقع، «تکرار کردن مفید است، اما توجه کنیم که تکرار کردن همهٔ یادگیری ریاضی دانش‌آموزان نیست.» ([۲۰]، ص ۴۷۵)

نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی

به عقیدهٔ رامبرگ (۱۹۹۸)، «امروزه هیچ کس با محاسبات کاغذ و مدادی، امرار معاش نمی‌کند. ماشین‌های حساب و کامپیوترها، جایگزین محاسبه‌های خرید و فروش در کار و صنعت شده‌اند. به علاوه، این ابزارهای الکترونیکی قادر به انجام محاسبه در حجم زیاد و سریع و نمایش اطلاعات به راه‌های مختلف و غیره هستند. آن‌ها مهارت‌های مورد تأکید در درس‌های ریاضی را تغییر داده‌اند. کامپیوتر وسیلهٔ سریعی است که می‌تواند محاسبات طاقت‌فرسا را به راحتی انجام دهد و اثر بی‌نظیر آن بر ریاضیات، مشابه اثر ماشین چاپ بر خواندن و نوشتن است. ماشین چاپ مهارت‌های خاصی را منسوخ کرد (مثل خطاطی)، همچنین کتاب‌ها را در دسترس همگان قرار داد و نیاز افراد را به طور وسیعی به خواندن و نوشتن افزایش داد.» ([۲۱]، ص ۱۸)

کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶) نیز در رابطه با نقش تکنولوژی جدید در آموزش ریاضی معتقدند که «انقلاب تکنولوژی اطلاعاتی نیمهٔ دوم قرن بیستم، باعث شد تا آموزشگران ریاضی در برنامه ریزی درسی، پداگوژی و ارزیابی موفقیت تحصیلی ریاضی، دسترسی روزافزون به ماشین حساب‌های معمولی و گرافیکی، لوح‌های فشرده[56] و اینترنت و نرم‌افزارهای آموزشی ریاضی مانند لوگو، هندسهٔ کابری[57] و متمتیکا[58]، به طور جدی به تعمق و ژرف‌اندیشی بپردازند.» ([۲۲]، ص ۱۶۲)

زیرنویس‌ها

(*) این مقاله، تحت راهنمایی و با همکاری دکتر زهرا گویا، تهیه شده است.

1. Herbert Simon
2. M. Wagman
3. Tony Proctor
4. Cartwright, Hugh M.
5. Jean - Louis Lauriere
6. Nicolas Balacheff
7. Intergration Tutor
8. Kimball
9. BUGGY(Brown, Burton 1978)
10. PIXIE (Sleeman, 1982)
11. ALGEBRALAND (Brown 1983)
12. GEOMTETRY - TUTOR (Andersonetal 1982)
13. West
14. Freudenthal
15. Schoenfeld
16. Microworld
17. Tutor
18. Metoniezm
19. Py
20. Elso Mc Cook
21. Daird Mc Arthur
22. Intelligent Tutoring System (ITS)
23. Expert System

24. Omniscient
25. Roy D. Pea
26. Tools for Developing Conceptual Fluency
27. Tools for Mathematical Exploration
28. Tools for Integrating Different Mathematical Representations
29. Tools for Learning How to Learn
30. Tools for Learning Problem - Solving Methods
31. Dienes
32. Logo
33. Seymour Papert
34. Delta Draw (Spinnaker)
35. Turtle Steps (Holt, Rinsharte, Winston)
36. Geometric Supposers (Sunburst Corporation: for Triangles, Quadrilaterals, and the Lines; see Kaput, 1985; Schwartz & Yerushalmy, inpress)
37. Communications
38. Connections
39. Green Globs (Dugdale, 1982)
40. Arith mekit (xerox PARC: Sybalsky & Burton, Brown, 1984)
41. Summit (Bolt, Beranek & Newman: Feurzeig & White 1984)
42. Place - Value place (Interlearn)
43. Van De Walle
44. Concept Instruction
45. Problem Solving
46. Drill and Practice
47. Fizze Martina's Math Adventures (Tom Snyder, 1998)
48. Prime Time Math Seriess (Tom Snyder, 1999)
49. MECC's Mathkeys Programs (MECC, 95, 96)
50. Camp OS Math (Pierian Spring Software, 1996)
51. Tenth Planet Series (1998)
52. Fizze Martina
53. Prime Time
54. the New Advanture of Jasper Woodbury (Learning Company, 1996)
55. Logical Journey of Zoombinis (Broderbound, 1996)
56. CD- ROM
57. Carbi Geometry
58. Mathematica

منابع

[1] Kaput, J.J & Hegedus, S.J: (2002). **Exploiting Classroom Connectivity by Aggregating Student Constructions to Creat New Learning Opportunities**, in the proceeding of the PME26. University of East Anglia, England of British Columbia.

[2] Kazdin, A.E: (2000), **Encyclopedia of Psycology**, Volum 1, Oxford University Press.

[3] Corsini, R. J & Auerbach, A.J: (1996), **Concise Encyclopedia of Psycholigy**.

[4] Runco, A.A & Pritzker, S.R: (2000), **Encyclopedia of Creativity**, Volume 1.

[۵] فهیمی، مهرداد. (۱۳۷۵). هوش مصنوعی، انتشارات جلوه.

[۶] کارت رایت، اچ، ام؛ (۱۹۹۳). ترجمهٔ محمد خشنودی (۱۳۷۹)، **هوش مصنوعی و کاربردهای آن در شیمی**. انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی، ۱۳۷۹.

[7] Lauriere, Jean - Louise: (1987), Translated by Jack Howlett: 1990, **Problem Solving and Artificial Intelligence**, Prenitic Hall.

[8] Freudenthal, H: (1982). **Major Problems of Mathematics Education**.

[9] Bishop, A.J/ Clements, k/ Keitel,C/ Kill Patrick, J: (1996), **International Handbook of Mathematics Education**, Part One.

[10] McArthur, D: (1992), **Some Possible Futures for Artificial Intelligence In Mathematics Education**.

[11] Lewis, M/ Mc Arthur, D/ Bishay. M/ Chou, J: (1992), **Oriented Microworlds for learning Mathematics Through Inquiry**.

[12] Mc Arthur. D: (1992), **Artificial Intelligence and Mathematics Education**.

[13] Schoenfeld., A. H: (1985), **Mathematical Problem Solving**. Academic Press, INC.

[14] Schoenfeld, A. H: (1988). Mathematics. Technology and Higher Order Thinking. In R. Nickerson & P.Zodhiates (Eds.), **Technology in Education: Looking Toward 2020**, pp. 67-96 Hillsdule, Nj: Lawrence Erbaum Associates.

[15] Schoenfeld, A.H: (1987), **Cognitive Science and Mathematics Education**. Collection of papers. (Chapter 4: Cognitive Technologies for Mathematics Education/ Roy D. pea)

[۱۶] نایلند، آنتونی (۱۹۴۴)، ترجمهٔ اسماعیل بابلیان، استفاده از لوگو در کلاس درس، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی: شماره ۴۶.

[17] NCTM. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**

[18] Santos, M: (200), **Student Use of Mathematical Representation in Problem Solving Instruction**, Cinvestar, IPN. Mexico.

[۱۹] پولیا، جورج، ترجمهٔ احمد آرام، **چگونه مسأله حل کنیم؟** انتشارات کیهان، چاپ پنجم، ۱۳۷۹.

[20] Van De Walle, J.A: (2001). **Elementary and Middle School Mathematics**, Fourth Edition, Longman.

[۲۱] رامبرگ، توماس. ا. (۱۹۹۸)، ترجمهٔ نسرین شهامت نادری، استانداردهای برنامه درسی و ارزشیابی **NCTM**، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال پانزدهم، شماره ۶۲.

[22] Clements, M.A and Ellerton, N.F. (1996), **Mathematics Education Research: Past, Present and Future**, Unesco Publication.

[23] Papert, S: (1972). **Teaching Children to be Mathematicains Versus Teaching about Mathematics**. International Journal for Mathematics, Education, Science, and Technology. 3, 249-262.

■

محتوا بی شکل‌های

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیش‌ترین تلاش اعضای هیأت تحریریه مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک آموزشی تولید و توزیع مجله، نظم بیش‌تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش‌تری با مجلهٔ خودشان برقرار کرده‌اند و بیش‌تر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال می‌نمایند. به همین دلیل، آرزوی دیرینهٔ دفتر کمک آموزشی و هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. درنتیجه، با نظر هیأت تحریریهٔ مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً وبدون ویرایش چاپ شوند. در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخگو و منتقد دیدگاه‌ها باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادارتر و کارآتر کنند.

البته لازم به توضیح است که دیدگاه‌های مطرح شده، الزاماً همسو با سیاست‌ها و دیدگاه‌های دفتر انتشارات کمک آموزشی و هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نیستند.

سردبیر

در این نوشتار، توجه خود را به سه عامل معلم، محصل و محیط تحصیلی معطوف کرده‌ایم. در مورد این که هر یک چگونه هستند بررسی‌هایی انجام داده‌ایم. راهکارهای عملی برای چگونه بودن هریک پیشنهاد نموده‌ایم. دست آخر پیرامون مفاهیم فوق سؤال‌هایی برایمان مطرح است و مجهول‌هایی داریم که آن‌ها را به عرض همکاران می رسانیم به امید آن‌که در سمینارها و کنفرانس‌های آینده، جوابی مناسب دریافت کنیم.

قرارداد: مراد ما از مُعلم، کسی است که درس می‌دهد، چه در کودکستان و چه در دورهٔ دکترا. محصل کسی است که گیرندهٔ درس معلم است.

الف ـ معلم

ما معلمین در کلاس درس، همهٔ فکرمان این است که سرفصل درس را تمام کنیم و در یک چهارچوب مشخص مثال‌ها و تمریناتی را به منظور تفهیم بیش‌تر مطلب به محصل، ارایه نماییم. در ضمن نکاتی که طی سال‌های متمادی تدریس فرا گرفته‌ایم، یا نتایجی که از اشتباه محصلین به دست آورده‌ایم، در سر کلاس به سمع آن‌ها برسانیم. جاهایی که احتمال رخ دادن اشتباه وجود دارد، مشخص می‌کنیم. علت اشتباه را بیان می‌کنیم و راه‌هایی پیشنهاد می‌کنیم که مُحصل با طی آن راه‌ها دچار اشتباه نشود. تمرینات نکته‌دار را معرفی می‌کنیم و بعضی از آن‌ها را حل

بهمن طباطبائی، دانشگاه شیراز، دانشکده علوم - بخش ریاضی

می‌کنیم. نکاتی که در امتحانات ورودی مورد سؤال بوده است، مطرح می‌کنیم و نمونه‌های دیگری از آن‌ها را نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم. سرانجام پس از گذشت چند ماهی، در ذهنمان محصلین را به سه گروه خوب، متوسط و ضعیف تقسیم‌بندی می‌کنیم. نکاتی برای سؤال دادن در امتحان مدنظر قرار می‌دهیم. امتحان می‌گیریم. اوراق را تصحیح می‌کنیم. آن دسته‌بندی خوب، متوسط و ضعیف که در ذهنمان بود، با دیدن اوراق امتحانی مطابقت می‌دهیم. در آن، حک و اصلاحی به وجود می‌آوریم. نتایج را آگهی می‌کنیم و مانند یک قهرمان پیروز، صحنه را ترک می‌کنیم و خودمان را برای تکرار دوباره راه طی شده، آماده می‌کنیم.

آیا از خودمان سؤال کرده‌ایم که در این مدت، چه کوششی در جهت راه‌اندازی محصلین انجام داده‌ایم؟ آیا سعی کرده‌ایم که کاری کنیم تا نکات درس را خود محصلین دریابند و از آن لذت ببرند؟ آیا قدمی برداشته‌ایم تا به کمک آن قدم، خود محصلین راه را دریابند و دچار اشتباهات محصلین قبلی نشوند؟ آیا سراغ محصلین به اصطلاح ضعیف رفته‌ایم و به آن‌ها نزدیک شده‌ایم و آن‌ها را تشویق کرده‌ایم تا به محصلین متوسط برسند؟ آیا با این گروه به اصطلاح متوسط کار کرده‌ایم تا به پای محصلین قوی برسند؟ خلاصه آن‌که در این مدت چه قدم‌هایی در جهت خودکفایی محصلین برداشته‌ایم؟ آیا کار ما در کلاس در جهتی بوده است که اگر محصل در برابر مسألهٔ تازه‌ای قرار گرفت، خونسردی خود را حفظ کند و پیرامون آن فکر کند؟ آیا محصلین ما می‌توانند سؤال کنند؟ آیا می‌توانند آنچه در ذهن دارند به صورت یک سؤال روی یک تکه کاغذ بنویسند تا اگر ما نتوانستیم جواب دهیم، آن تکه کاغذ را برای شخصی یا مکانی ذیصلاح بفرستند و جواب دریافت کنند؟ آیا هرگز به محصلین خود گفته‌ایم که لطفاً سؤال خود را تکرار کنید تا کلاس بشنود، زیرا ممکن است دیگران هم این سؤال را داشته باشند؟ آیا پس از شنیدن سؤال محصلمان آن سؤال را اصلاح کرده‌ایم و با صدای رسا به گوش همهٔ افراد کلاس رسانده‌ایم؟ و پس از آن از آن‌ها نظر خواسته‌ایم؟ آیا پس از شنیدن نظر افراد کلاس گفته‌ایم که لطفاً به پاسخی که من می‌دهم توجه کنید و ببینید درست است یا خیر؟ آیا فکر کرده‌ایم که پای تابلو تنها محل قدرت‌نمایی ما نیست بلکه باید محصلین هم فرصت داشته باشند که نظرات خود را ابراز کنند و به گوش دیگران برسانند و نهایتاً به اشتباه خود پی ببرند؟ آیا کلمهٔ مقدس «نمی‌دانم» را به آن‌ها یاد داده‌ایم؟

ب ـ محصل

سعی همهٔ محصلین این است که در امتحانات، نمرهٔ خوبی کسب کنند؛ راهی طی کنند تا در امتحانات ورودی قبول شوند؛ نکاتی از درس را بیش‌تر مد نظر قرار دهند که به نمره گرفتن آن‌ها کمک کند. متن درس، مثال‌ها و تمرینات حل شده را چند بار دوره کنند تا به همهٔ سؤالات

پاسخ صحیح بدهند و از نظر آن‌ها معلم خوب کسی است که بتواند در جهت تحقق بخشیدن به آرمان‌های فوق یارشان باشد.

کمتر محصلی پیدا می‌شود که از خودش سؤال کند:

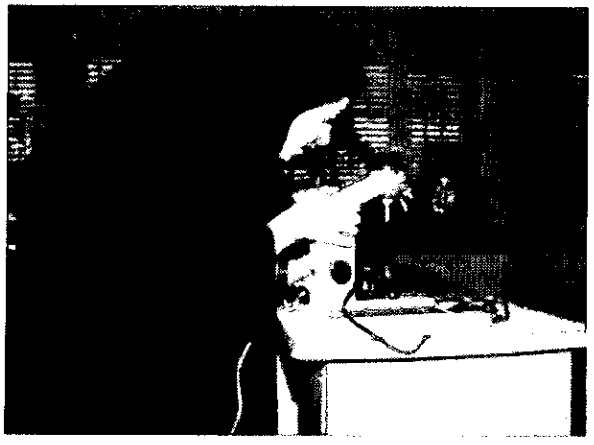
آیا من می‌توانم شخصاً بدون کمک معلم، فلان متن را بخوانم و بفهمم؟ آیا بدون یاری معلم می‌توانم صورت این مسأله را دریابم و آن را حل کنم؟ آیا اگر در برابر مسألهٔ جدیدی قرار گرفتم که قبلاً ندیده‌ام، دست و پای خود را گم نمی‌کنم؟ آیا می‌توانم صورت آن را بفهمم؟ آیا می‌توانم خواست مسأله را با مفاهیم کتب درسی مرتبط کنم؟ اگر در درک این گزاره مانده‌ام، می‌دانم ضعفم در کجاست؟ می‌دانم که کدام قضیه یا تعریف یا مفهوم را خوب نفهمیده‌ام و باید برگردم و دوباره روی آن کار کنم تا متوجه شوم؟ آیا پیرامون درک فلان مطلب سؤالی دارم؟ اگر سؤالی دارم آن سؤال چیست؟ یا به عبارتی دیگر، اگر سؤالی دارم آیا می‌توانم روی کاغذ بنویسم و به فلان جا بفرستم و جواب دریافت کنم؟

ج ـ محیط

متأسفانه محیط فیزیکی کلاس‌های ما اکثراً طوری است که مشکل می‌توان راهی درست انتخاب کرد. مثلاً با توجه به ظرفیت کلاس‌های دبستانی، معلم مجبور است که نقش ژاندارم را بازی کند؛ یعنی بچه‌ها را آرام کند و تنها راه ممکن این است که یا آن‌ها را مشغول گفتن کند یا مجبور به شنیدن. در این مکان که باید شالوده‌های فکر کردن ریخته شود، متأسفانه نطفهٔ فکر نکردن بسته می‌شود. لذا، خشت اولیهٔ بنای آموزش ما طوری گذاشته می‌شود که در آن جایی برای فکر کردن نیست، فقط محلی است برای گوش دادن اجباری و یا تحویل دادن محفوظات. به عبارتی دیگر محصل به این روش عادت می‌کند؛ عادت می‌کند که فکر نکند؛ عادت می‌کند که در برابر گفته‌های معلم به علامت تأیید، سر تکان دهد یا برای اثبات زرنگی خودش، محفوظات را طوطی‌وار تحویل دهد.

برای چگونه بودن سه عامل محیط، معلم و محصل پیشنهاد می‌کنیم که:

به جای کلاس‌هایی شلوغ به سبک دبستان‌های فعلی، کلاس‌هایی داشته باشیم با حداکثر ده الی پانزده نفر محصل،



به نحوی که هر کدام میزی داشته باشند و در کشو میز آن‌ها اسباب‌بازی‌های دلخواهشان وجود داشته باشد. مواقعی در روز مثلاً یکساعت صبح و یا یکساعت عصر، آن‌ها را جمع کنیم و مفاهیم بنیادی مانند حروف، نوشتن حروف، خواندن حروف، صداها، عددنویسی، چهارعمل اصلی را به آن‌ها یاد بدهیم. بقیه اوقات، برای آن‌ها تکالیفی سبک و توأم با بازی معین کنیم. طوری آن‌ها را آزاد بگذاریم که احساس نکنند مجبور به یادگرفتن هستند، بلکه آن‌ها را با لذت یادگیری آشنا کنیم. آن‌ها را در راهی بیندازیم که برایشان سؤال پیش بیاید. آن‌گاه که سؤالی برای محصلی پیش آمد، فوری جواب ندهیم، بلکه از آن سؤال به عنوان وسیله‌ای برای به فکر وادار کردن کلاس استفاده کنیم. مثلاً اگر محصلی سؤال کرد که آیا زمین به دور خورشید می‌چرخد یا خورشید به دور زمین؟ معلم بگوید نظر خودتان چیست؟ محصل می‌گوید به نظر من خورشید به دور زمین می‌چرخد. معلم می‌پرسد به چه دلیل خورشید به دور زمین می‌چرخد؟ محصل می‌گوید صبح، خورشید سمت راست مدرسه بود و عصر سمت چپ، پس خورشید می‌چرخد. در اینجا وادار کردن محصل به پذیرفتن این واقعیت نه تنها مفید هیچ گونه فایده‌ای نیست، بلکه به روند یادگیری وی لطمه وارد می‌کند. در صورتی که اگر به شک وی بها بدهیم یا به عبارت دیگر هنگامی که گردش زمین به دور خورشید را نمی‌پذیرد، نشان دهیم که همین نپذیرفتن یک ارزش است و به او بگوییم که این انکار شما چون زاییدهٔ تفکر است، بسیار با ارزش‌تر است از پذیرشی که با فکر و تعقل توأم نباشد. در اینجا فرصت خوبی پیش می‌آید تا محصل بفهمد که برای رسیدن به دنیای زیبای فهمیدن، حتماً باید از دروازهٔ

شهر ندانستن‌ها عبور کرد. در اینجا محصل خوب می‌فهمد که ندانستن و کنجکاوی، مقدمهٔ فهمیدن است. می‌فهمد که تا به استقبال مجهولات نرود و آن‌ها را به گرمی نپذیرد و با آن‌ها کنار نیاید، به فهمیدن نخواهد رسید. در چنین جوّی است که سؤال کردن، اقرار به ندانستن، مقاومت در مقابل مفاهیمی که مغز نمی‌پذیرد، نوعی فهمیدن به حساب می‌آید و ارزش پیدا می‌کند و محصل به دنبال آن می‌رود. محصل علاقه پیدا می‌کند که در کلاس شرکت کند. گوش بدهد، مطالب را بگیرد و به مغزش تحویل دهد، مغزش آن‌ها را غربال کند و آنچه از غربال مغزش عبور نمی‌کند و پس زده می‌شود، سرفرازانه به عنوان یک ارزش مطرح کند و جواب توأم با دلیل و برهان بخواهد. چنین محصلی است که مُکمّل معلم است. چنین کلاسی است که در آن خستگی مفهومی پیدا نمی‌کند. چنین تعلیم و تعلُّم و بحث و گفتگویی است که عبادت محسوب می‌شود.

نکتهٔ دیگری که لازم می‌دانم اشاره کنم، این است که کوشش کنیم انگیزهٔ سؤال کردن را در محصلین بیدار کنیم. سعی کنیم بیش‌تر به سؤال‌های آن‌ها پاسخ دهیم، نه این‌که آن‌ها را وادار کنیم که تسلیم‌وار به سخنان ما گوش دهند. یک راه عملی برای این کار این است که به محصلین بگوییم جلسه بعد، از صفحهٔ فلان تا صفحهٔ فلان درس می‌دهیم. شما فرض کنید که من می‌خواهم جلسهٔ دیگر از صفحات یاد شده امتحان بگیرم. لذا جدی و با نگرشی انتقادی این صفحات را بخوانید و در کلاس از من سؤال کنید. در چنین وضعی است که جملهٔ «من در خدمت شما هستم» معنی پیدا می‌کند. در چنین حال و هوایی است که نیروی معلم هدر نمی‌رود و در کلاس واقعاً از وجودش استفاده می‌شود. در چنین کلاسی است که نیامدن معلم مصیبت است و آمدنش رحمت الهی. روشن است که در چنین کلاس‌هایی ممکن است سؤالی پیش آید که معلم نتواند جواب دهد. لذا معلم باید با کمال خضوع و خشوع بگوید: «نمی‌دانم، اجازه بفرمایید تا نظر کلاس را پیرامون مسأله جویا شویم.» اجازه بدهید تا افراد به نوبت نظر خود را ابراز کنند. ممکن است محصلی مطلبی بگوید که برای معلم قابل فهم نباشد یا احیاناً خوب بیان نشده باشد. در اینجا وظیفهٔ معلم است که خیلی راحت بگوید: من نمی‌فهمم شما چه می‌فرمایید. یا به عبارتی دیگر ممکن است شما درست بگویید، ولی من متوجه نمی‌شوم. در اینجا می‌شود محصل را به پای تابلو کشاند و وادارش کرد که حرف‌هایش را بزند. چنان‌چه اشتباهی در گفتارش موجود است، آن را اصلاح و نکات مثبت گفتارش را تأیید کرد و مورد استفاده قرار داد و بدین وسیله وی را تشویق نمود.

این بحث را خاتمه می‌دهیم و سؤالاتی را که برایمان پیش آمده است، مطرح می‌کنیم.

سؤال اول: هدف ما به عنوان یک معلم در سر کلاس درس هندسه چیست؟ آیا هدف، یاد دادن مقداری هندسه است یا راه انداختن محصلین به منظور این که خودشان بتوانند هندسه بخوانند؛ یا هر دو؟

سؤال دوم: اگر جواب سؤال اوّل «هر دو» است، هر یک به چه میزان و چرا؟

سؤال سوم: این که محصلین میدان دید پیدا کنند و در آن‌ها قدرت مقابله با مسایل جدید به وجود بیاید، می‌تواند جزء اهداف کلاس باشد یا این که خیر، این نتیجهٔ طبیعی یک آموزش خوب است؟

■

اخبار و گزارش ها

برگزاری همایش دانش‌آموزی در شهر راز

توسط نامه‌ای که یکی از خوانندگان مجله، آقای فرشاد افخمی، برایمان ارسال داشتند، مطلع شدیم که امسال نیز، همایش دانش‌آموزی در مدرسهٔ امام علی (ع) شهر راز استان خراسان برگزار شده است. ضمن آرزوی موفقیت برای دست‌اندرکاران برگزاری این همایش، گزارش آن را با هم می‌خوانیم:

دبیرستان امام علی (ع) شهر راز، با هدف ایجاد انگیزه به تحقیق و پژوهش و آشنایی با فناوری اطلاعات (IT)، سخنرانی در جمع و تجربهٔ یک کار اجرایی در دانش‌آموزان، با همکاری اداره آموزش و پرورش منطقهٔ راز و جرگلان، از دی‌ماه ۱۳۸۱ تصمیم به برگزاری دومین همایش ریاضی دانش‌آموزی در مقطع متوسطه را گرفت و این بار پا را فراتر از منطقه گذاشته و فراخوان مقاله را به شهرستان‌ها و مناطق دیگر نیز فرستاد. این همایش در اردیبهشت ماه ۱۳۸۲ با حضور ۹۰ دانش‌آموز دختر و پسر، آقای ربیعی دبیر انجمن ریاضی استان و آقای فعال، مدیر اجرایی گروه‌های آموزشی استان، ریاست محترم ادارهٔ آموزش و پرورش منطقه و کارشناسان محترم اداره و جمعی از دبیران، برگزار شد. شش سخنران دانش‌آموز از دبیرستان‌های مختلف به ارائهٔ مقالات خود پرداختند که چهار سخنران از این منطقه و ۲ سخنران از شهرستان‌های بجنورد و جاجرم بوده‌اند.

از جمله موضوعاتی که دانش‌آموزان راجع به آن مقاله ارائه کرده‌اند، هندسهٔ فرکتال، تاریخچهٔ ریاضی، معماها و بازی‌های ریاضی بوده است. قسمت دیگر این همایش، معرفی ابزارهای هندسی ساخته شده توسط دانش‌آموزان، نظیر بیضی‌نگار و سهمی‌نگار بود که بسیار مورد استقبال واقع شد. یکی دیگر از برنامه‌های این همایش، آشنایی با نرم‌افزارهای ریاضی Matlab و Maple بود که در دو اتاق کامپیوتر برگزار شد.

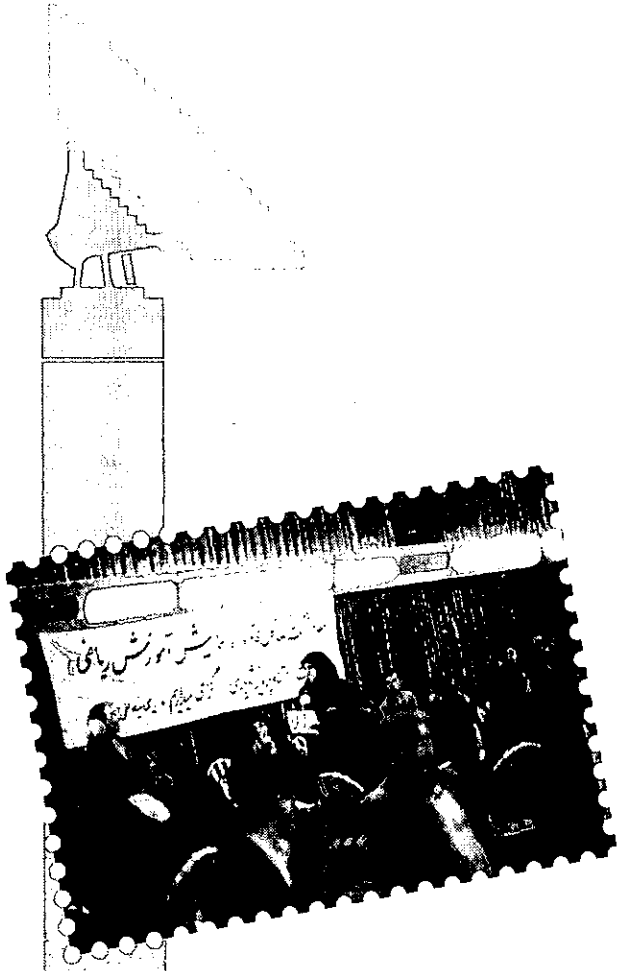
گفتنی است داوری مقالات را کمیتهٔ علمی ۹ نفره و کارهای اجرایی آن را کمیتهٔ اجرایی ۹ نفره که همگی دانش‌آموز بودند، انجام داده‌اند.

همایش دو روزه در بابل

در روزهای ۱۷ و ۱۸ اردیبهشت ۱۳۸۲ «همایش آموزش ریاضی و گرامیداشت استاد پرویز شهریاری» در شهر بابل برگزار شد. این همایش به همت بنیاد علمی محمدرضا حریری و در محل خانهٔ ریاضی این بنیاد و با همکاری دانشگاه مازندران، انجمن ریاضی ایران، و آموزش و پرورش استان مازندران برگزار شد.

در نخستین روز این همایش، کارگاه حل مسأله برای جمعی از معلمان در دو نوبت سه ساعته اجرا شد. این کارگاه به طرح مباحثی در مورد مبانی نظری حل مسأله و موضوعات آن اختصاص داشت و معلمان با حل چند مسأله به بحث دربارهٔ آن‌ها و کار عملی پرداختند. برنامه‌ریزی و اجرای این کارگاه و تهیه جزوهٔ مربوطه، زیر نظر دکتر زهرا گویا و جمعی از همکاران ایشان و دانشجویان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی صورت گرفت و نزدیک به ۲۰۰ نفر از معلمان ریاضی شهر بابل و شهرهای استان مازندران در این کارگاه حضور یافتند.

صبح روز دوم به میزگردی با حضور چند تن از مؤلفان کتاب‌های درسی و صاحبنظران اختصاص داشت. استاد پرویز شهریاری به همراه دکتر بیژن ظهوری زنگنه (مؤلف کتاب درسی از دانشگاه صنعتی شریف)، دکتر زهرا گویا (مؤلف کتاب درسی از دانشگاه شهید بهشتی)، دکتر اسماعیل بابلیان (مؤلف کتاب درسی از دانشگاه تربیت معلم تهران)، دکتر محسنی مقدم (از دانشگاه شهید باهنر کرمان)، دکتر محمدرضا فدائی (از دانشگاه شهید باهنر کرمان)، و دکتر تقوی (از دانشگاه مازندران) حاضران در این



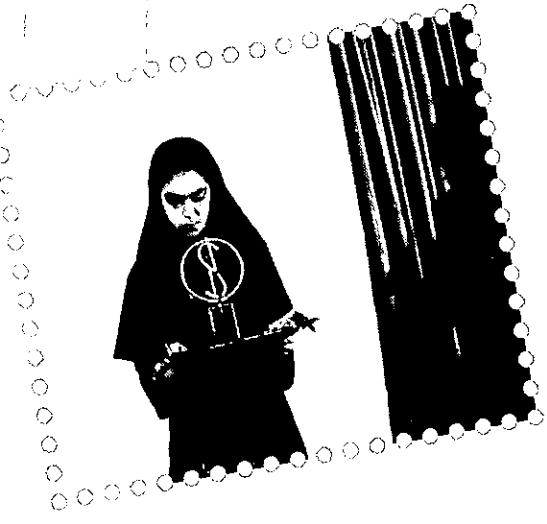
میزگرد بودند.

این میزگرد با طرح موضوعات مختلف از سوی معلمان و پاسخ حاضران در میزگرد و بحث و تبادل‌نظر آنان ادامه یافت. طرح سؤال در مورد مطالب کتاب‌های درسی و مشکلات اجرایی پیرامون آن، عمده‌ترین موضوع این میزگرد بود.

مراسم تجلیل از استاد پرویز شهریاری در بعدازظهر روز دوم به طور رسمی با مجموعه‌ای از سخنرانی‌ها آغاز شد. در این مراسم پس از تلاوت آیات قرآن کریم و سرود ملی و خیر مقدم مدیرعامل بنیاد علمی حریری، سرکار خانم عباس‌پور، گزارش دبیر همایش از مجموعهٔ فعالیت‌های صورت گرفته برای این مراسم ارائه شد. آقای دکتر رضا عامری در گزارش خود به حامیان این همایش اشاره نموده و در شأن استاد شهریاری سخنانی ایراد کرد. سپس آقای دکتر ایزدی، معاون استاندار مازندران، سخنرانی خود را در خصوص منزلت و جایگاه استاد شهریاری ارائه نمود. سخنرانی‌های بعدی توسط آقای مهندس حریری، بنیانگزار این بنیاد و آقای ایرج ملک‌پور نمایندهٔ سابق زرتشتیان در مجلس شورای اسلامی و سردبیر مجلهٔ چیستا ایراد شد. آقای ملک‌پور در سخنرانی خود با عنوان سیمرغ، استاد پرویز شهریاری را به این پرنده که راهنمایی برای جویندگان علم بود، تشبیه کرد. در پایان، استاد پرویز شهریاری در سخنرانی خود ضمن تأکید بر نقش جوانان و ایمان به تلاش آنان، توجه مسئولان را به ایجاد زمینه مناسب برای امکان ابراز نظرات جوانان جلب کرد. ایشان در مراسم اهدای جوایز به برگزار کنندگان کارگاه آموزش ریاضی و سخنرانان شرکت جست. در پایان مهندس محمدرضا حریری لوح یادبود و تندیسی به پاس فعالیت‌های استاد شهریاری و به منظور گرامیداشت ایشان اهدا کرد.

***

در حاشیهٔ این همایش دو روزه، نمایشگاه کتابی برگزار شد که در آن، بسیاری از آثار استاد شهریاری در کنار برخی کتاب‌های ریاضی دیگر ارائه شد. همچنین بازدید معلمان از غرفه‌های مختلف خانهٔ ریاضی بنیاد علمی حریری، فرصتی بود تا با فعالیت‌های این مکان علمی آشنا شوند.



دهۀ ریاضیات

۱ تا ۱۰ آبان ۱۳۸۲

آگهی شماره (۱)

انجمن ریاضی ایران، به منظور عمومی کردن ریاضی به عنوان یکی از ارکان توسعۀ علمی ـ صنعتی ـ فرهنگی کشور، اولّ تا دهم آبان هر سال را دهۀ ریاضیات نام‌گذاری کرده است.

با هدف افزایش اثربخشی این دهه، کمیتۀ دهۀ ریاضیات در دبیرخانه انجمن ریاضی تشکیل شده است. برای برگزاری هرچه مؤثرتر این دهه، کمیته فعالیت‌های زیر را پیشنهاد می‌کند:

- جشنواره‌های ریاضی دانش‌آموزی
- کارگاه‌های آموزش ریاضی
- مسابقات ریاضی دانش‌آموزی
- مسابقات مقاله‌نویسی توصیفی
- نمایشگاه‌های ریاضی
- گفت‌وشنودهای ریاضی
- تجلیل از نوآوران

هم‌چنین، کمیتۀ دهۀ ریاضیات، از هر پیشنهاد بدیع که در خدمت تحقق اهداف این دهه باشد، استقبال می‌کند و آن را به نام پیشنهاددهنده، از طریق خبرنامه یا منزلگاه انجمن در اینترنت، در دسترس علاقه‌مندان قرار می‌دهد.

لازم به توضیح است که کمیتۀ دهۀ ریاضیات، مسئولیت جمع‌آوری پیشنهادها و اشاعۀ آن‌ها را از طریق آگهی‌های بعدی، به عهده می‌گیرد.

مسأله تغییر موقعیت

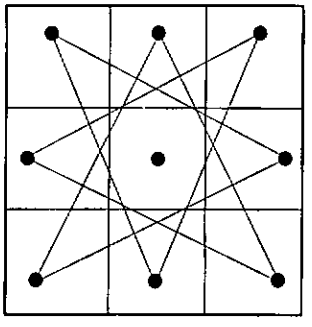
■ ۱ ـ با کمی تلاش می‌توان دریافت که تغییر موقعیت ممکن نیست. برای اثبات عدم وجود جواب، با شماره‌گذاری خانه‌های این صفحه و بررسی مسیر حرکت اسب شطرنج در این خانه‌ها، بدیهی است هیچ یک از اسب‌ها نمی‌توانند به خانهٔ شمارهٔ پنج بروند و حرکت از هر خانه فقط به دو خانهٔ دیگر، ممکن است:

۷	۸	۹
۴	۵	۶
۱	۲	۳

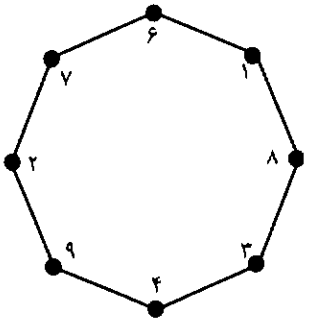
۱ ← ۶، ۸ ; ۲ ← ۷، ۹ ; ۳ ← ۴، ۸ ; ۴ ← ۳، ۹

۶ ← ۱، ۷ ; ۷ ← ۲، ۶ ; ۸ ← ۱، ۳ ; ۹ ← ۲، ۴

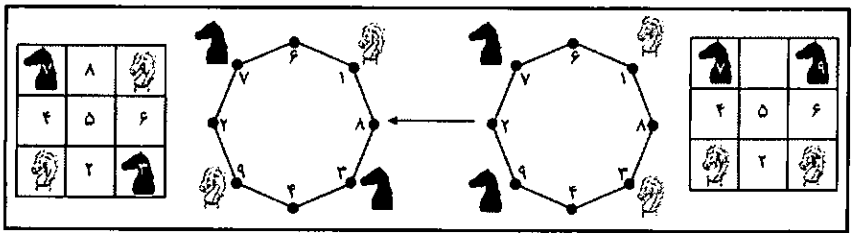
■ ۲ ـ چنان‌چه هریک از خانه‌ها را یک نقطه در نظر بگیریم و حرکت از یک خانه به خانه دیگری را با یک خط به هم وصل کنیم، مسیر حرکت‌ها به صورت زیر است:



■ ۳ ـ این مسیر، یک دور هشت‌تایی است و می‌توان آن را به صورت ساده رسم کرد.



■ ۴ ـ اکنون با توجه به این مدل‌سازی از مسأله، مسیر حرکت اسب‌ها به دست آمد و موقعیت‌های مورد نظر را می‌توان روی این مدل نشان داد



وجود جواب برای این مسأله به معنی تغییر موقعیت دو اسب سیاه وسفید در روی خطوط است. به عبارت دیگر آیا می‌توان در یک دستبند ۴ مهره‌ای که دو تای کنار هم سیاه و و دوتای دیگر سفید است، بدون بازکردن بند آن، مهره‌ها را یکی در میان سیاه و سفید کرد؟

پاسخ به نامه‌ها

آقای فرشاد افخمی؛ از بجنورد

مقاله‌های شما و نیز گزارشی که از همایش دانش‌آموزی تهیه کرده بودید، دریافت کردیم. مقاله‌ها پس از بررسی توسط اعضای هیأت تحریریه، برای چاپ در این مجله مناسب تشخیص داده شد که به تدریج در شماره‌های آیندهٔ مجله از آن‌ها استفاده خواهیم کرد. گزارش شما را نیز در بخش خبرهای مجله به چاپ رسانده‌ایم. باز هم منتظر همکاری شما با مجله هستیم.

آقای سعید علیخانی؛ از یزد

هر دو مطلب شما تحت عناوین «اصل لانهٔ کبوتر» و «اصل خوش‌ترتیبی» را دریافت کردیم. پس از داوری آن‌ها توسط هیأت تحریریهٔ مجله، مقالهٔ نخست با قدری اصلاحات در یکی از شماره‌های آیندهٔ مجله به چاپ خواهد رسید. از شما متشکریم.

آقای مهدی فرشی؛ از یزد

مطلب شما تحت عنوان «سوزن بوفون» را دریافت کردیم و پس از داوری، آن را برای چاپ در مجله مناسب یافتیم. امیدواریم باز هم از همکاری شما با مجله بهره‌مند شویم.

آقای یوسف امیریان؛ از کرمانشاه

مقالهٔ «شهودی کردن مسایل ریاضی و ارزیابی یادگیری» شما به‌دستمان رسید. با توجه به این‌که برای ادعاهای مطرح شده در جای‌جای مقاله، منابعی ارایه نشده است، و ضمناً در بسیاری از موارد مطرح شده، مفهوم «شهودی بودن» با مفهوم «مشهود بودن» مخلوط شده است، چاپ آن در مجله مناسب به‌نظر نمی‌رسد. از شما متشکریم و منتظر همکاری‌های بعدی شما با مجله هستیم.

آقای مجید هاشمی؛ از شهر کرد

با تشکر از ارسال مطلب «بحثی راجع به تدریس اتحادها»، درخصوص آن باید به این نکته اشاره کرد که با وجود بحث‌های جالبی که در زمینهٔ مشارکت دانش‌آموزان در یادگیری و ایجاد اعتماد به‌نفس در آن‌ها کرده‌اید، آیا روش ذکر شده را عملاً در کلاس درس به‌کار برده‌اید؟ و در صورتی

که پاسخ این سؤال مثبت است، آیا روی نقاط قوت و ضعف آن بازخورد داشته‌اید؟ در این صورت می‌توانید ارائهٔ چنین روش‌هایی را در قالب «روایت معلمان» برای ما ارسال دارید تا پس از بررسی، در مجله به‌چاپ رسد.

آقای محمد مهدی بختیاری؛ از مشهد

مطلب شما با عنوان «مختصات رأس‌ها و معادلهٔ گراف» را دریافت کردیم. از آن‌جا که جایگاه این موضوع در ریاضی دبیرستانی، نامشخص است، از درج آن در مجله معذوریم. لیکن توصیه می‌کنیم تا آن را به مجلات تخصصی‌تر که به موضوعات مرتبط با گراف نیز می‌پردازند ارسال دارید تا داوری دقیق‌تری دربارهٔ آن صورت گیرد.

آقای محمود ابراهیمی معمره؛ از بوشهر

از ارسال مطلب «جایگاه طنز در آموزش ریاضی» متشکریم. همان‌گونه که مستحضرید، پیش از این نیز از اشعار مشابه در برخی شماره‌های مجله استفاده کرده‌ایم. به اعتقاد هیأت تحریریهٔ مجلهٔ آموزش ریاضی، طبع ظریف شما در سرودن شعر می‌تواند در جهت ترویج ریاضی و نشان‌دادن جنبه‌های زیبای آن به دانش‌آموزان و معلمان نیز به‌کاررود. از شما متشکریم.

آقای غلامحسین کارمویی؛ از شیراز

مطلب شما با عنوان «علّت چیست؟ مقصر کیست؟ چاره چیست؟» را دریافت کردیم. از شما متشکریم و امیدواریم باز هم شاهد همکاری شما با مجله باشیم.

آقای عبدالرضا حقیقت؛ از شهرکرد

مقالات شما در ارتباط با موضوعات مختلف هندسه را نیز دریافت کردیم. از شما متشکریم. پس از داوری توسط اعضای هیأت تحریریهٔ مجله، نتیجهٔ داوری آن‌ها را برای شما ارسال خواهیم کرد. در ارتباط با «روایت معلمان» شما، توصیه می‌کنیم تا هریک از مسایلی را که در این روایت مطرح کرده‌اید، تجزیه و تحلیل کنید و ریشهٔ نابسامانی‌های استدلالی، بدفهمی‌ها و نتیجه‌گیری‌ها و تعمیم‌های گاهی عجولانهٔ دانش‌آموزان را در کلاس درس مورد مطالعه قرار دهید.

آقایان محمدحسن پورمحمدناصر و ناصر طهماسبی؛ از شهرکرد

مقالهٔ شما تحت عنوان «موانع موجود در آموزش متوسطه» به‌دستمان رسید. پس از آن‌که مقاله توسط اعضای هیأت تحریریه مورد بررسی و داوری قرار گرفت، نتیجهٔ داوری را برای شما ارسال خواهیم کرد. از شما متشکریم.

آقای بهزاد میرزازاد؛ از رشت

نامهٔ شما به‌دستمان رسید، متشکریم.

آقای خسرو حسین‌زاده؛ از شاهرود

مقالهٔ شما تحت عنوان «تحول در علوم» را دریافت کردیم و از آن در یکی از شماره‌های آیندهٔ مجله استفاده خواهیم کرد. امیدواریم باز هم از همکاری شما با مجله استفاده کنیم.

آقای ابوالقاسم میرطالبی؛ از یزد

مقالهٔ شما با نام «تابع فی‌اویلر» به‌دستمان رسید. طبق نظر هیأت تحریریهٔ مجله، موضوع آن برای استفاده در مجله مناسب نیست. از همکاری شما با مجله تشکر می‌کنیم.

■

از میان نامه ها ...

چندی پیش، از یکی از خوانندگان مجله، نامه‌ای دریافت کردیم که با خواندن آن، دل همهٔ ما به‌درد آمد. بخش هایی از نامهٔ این خوانندهٔ عزیز را با هم می خوانیم:

من مجید هاشمی، دبیر ریاضی یکی از روستاهای محروم استان چهارمحال و بختیاری می‌باشم...

متأسفانه امسال در مدرسه‌ای تدریس می‌کنم که بیش‌ترین درصد افت تحصیلی را در منطقه داراست. ازجمله مشکلات موجود این است که دانش‌آموزان در حین تدریس، مطالب را دیر می‌فهمند و هرچقدر مطلب را تکرار کرده و تمرین‌های اضافی حل می‌کنم، بازهم بیش‌تر دانش‌آموزان مطالب را درک نکرده و نمی‌فهمند و هرگاه مبحث جدیدی به آن‌ها ارائه دهم، مباحث قبلی را کاملاً فراموش می‌کنند و این خود عدم علاقهٔ آن‌ها به مطالعه را می‌رساند. باید اشاره کنم که این مشکل فقط مربوط به کلاس من نبوده، و همهٔ دبیران نیز از آن رنج می‌برند.

از ابتدای سال تاکنون روش‌های گوناگونی به‌کار بردم که هیچ‌کدام مثمرثمر نبود. به‌عنوان مثال، چون می‌دانستم اکثراً خودشان تمرین‌ها را حل نمی‌کنند، سعی کردم که تعدادی تمرین به‌صورت گروهی در کلاس ارائه دهم که آن‌ها را مجبور به فکر کردن، کنم. و یا تعداد امتحانات را بیش‌تر کردم و... که هیچ‌کدام مفید واقع نشد....

علل اصلی افت تحصیلی از نظر اینجانب، به‌قرار زیر است:

۱. بی‌عدالتی در تقسیم وسایل کمک‌آموزشی این مدرسه با سایر مدارس دیگر منطقه.

۲. شرایط نامساعد محیط و مکان آموزشی. مانند: عدم وجود نور کافی؛ کمبود فضای گردش در کلاس، که به‌گونه‌ای است که نیمکت‌ها از تابلو، فقط یک متر فاصله داشته و بقیهٔ کلاس نیز مشغول است. و حین تدریس مجبوریم از ابتدا تا انتهای ساعت در نقطهٔ مشخصی از کلاس بایستیم. در این حالت، چطور می‌توان شور درس را به دانش‌آموزان انتقال داد؟ عدم رسیدگی به بهداشت مدرسه؛ تاریکی و خرابی کلاس‌ها؛ عدم وجود تابلوی مناسب و....

۳. تقلیل ساعات تدریس از ۱/۵ ساعت به ۷۵ دقیقه.

٤. عدم وجود معاون در مدرسه و تنهایی مدیر زحمتکش مدرسه و حمل بار سنگین مسؤولیت و نارسایی تقسیم کار در همهٔ ابعاد.

۵. ضعف دانش‌آموزان از پایه‌های قبلی و عدم رسیدگی والدین به امور تحصیلی فرزندان خود.

٦. عدم وجود الگوی مناسب و خط‌دهی فکری در خانه.

۷. ضعف بینایی در یک‌سوم دانش‌آموزان وجود بعضی بیماری‌ها در آن‌ها و عدم توجه والدین و مسؤولین مربوط به این موضوع.

۸. عدم وجود کتابخانه و فضایی برای مطالعه.

و...

با چنین شرایطی، چگونه تدریس کنیم که بتوان نتیجهٔ مطلوب را به‌دست آورد؟...

به‌راستی در چنین شرایطی، چارهٔ کار چیست؟

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd

Mathematics Education Journal

Vol.20 - No.72 - 2003

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

Managing Editor : Alireza Hadjianzadeh
Editor : Zahra Gooya
Executive Director : Sepideh Chamanara
Editorial Board : Esmaiel Babolian, Mirza Jalili, Javad Hadjibabaie, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh, Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad and Alireza Medghalchi
Art Director & Graphic Designer : Fariborz Siamaknejad

P.O.Box : Tehran 15875 - 6585 / **E-mail:info@roshdmag.org**
ISSN: 1606 - 9188

برگهٔ اشتراک مجلات آموزشی رشد

نام و نام خانوادگی : .....
تاریخ تولد : .....
میزان تحصیلات: .....
تلفن : .....
نشانی کامل پستی:
استان: .....
شهرستان : .....
خیابان : .....
کوچه : .....
پلاک : .....
کُدپستی: .....
مبلغ واریز شده : .....
شماره رسید بانکی: .....
تاریخ رسید بانکی: .....
مجله درخواستی : .....

امضاء:

شرایط اشتراک

۱ ــ واریز حداقل مبلغ ۱۵۰۰۰ ریال به عنوان پیش پرداخت به حساب شمارهٔ ۳۹۶۷۲۰۰۰ بانک تجارت شعبهٔ سرخه حصار ، کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال رسید بانکی به همراه برگهٔ تکمیل شدهٔ اشتراک به نشانی دفتر انتشارات کمک آموزشی.

۲ ــ شروع اشتراک از زمان وصول برگهٔ درخواست اشتراک است. بدیهی است یک ماه قبل از اتمام مبلغ پیش پرداخت ، به مشترک جهت تمدید اشتراک اطلاع داده خواهد شد.

CONTENTS

2 Editor's Note

4 A Balance Between Content and Method...
by: A. Roozdar & Z. Gooya

13 Making Pattern for Teaching Limits at Infinity
by: J. Leaali

22 Problem: "Make a Cut!"
by: M. Rezaie

23 Student's Misconceptions about Functions
by: M. Gooya

31 The Dots and Boxes for Experts
by: Ian Stewart
trans; M. Pakkhesal & E. Babolian

34 Problem: "Changing the Situation"
by: M. Rezaie

35 The Goals of Mathematical Education
by: J. Polya
trans: A. Talebzadeh & Z. Gooya

42 The Role of Artificial Intelligence & Mathematical Softwares in ...
by: M. Ayyoobian

52 View Points
by: B. Tabatabaie

56 News & Reports

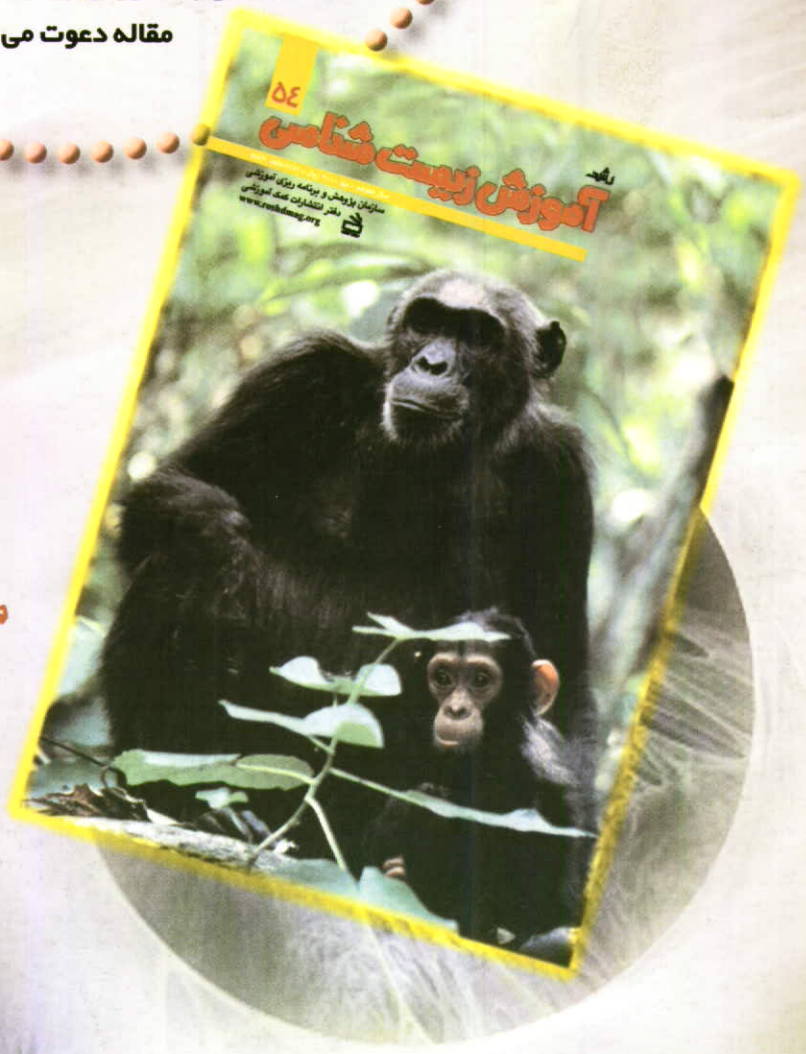
61 Answers to Letters, From Letters

رشد آموزش زیست شناسی

ویژهٔ دبیران زیست شناسی و دانشجویان مراکز تربیت معلم منتشر می‌شود. این مجله در قالب بخش‌های زیر به ارتقای دانش و توانایی دبیران زیست شناسی کمک می‌کند:

- **کندوکاو:** تعمیق موضوعات علمی که در کتاب‌های درسی مطرح شده‌اند؛
- **در کلاس:** طرح‌ها، دیدگاه‌ها و الگوهای آموزشی، پروژه‌های سادهٔ علمی، معرفی پایگاه‌های اینترنتی و نمونهٔ سال؛
- **دیدگاه:** بحث و بررسی مفاهیم چالش برانگیز زیست‌شناسی نظیر شبیه‌سازی انسان؛
- **تازه‌ها:** معرفی تازه‌ترین دستاوردهای علمی و معرفی کتاب؛
- **برگی از تاریخ:** آشنایی با تاریخ زیست‌شناسی با نگرش آموزشی؛
- **کوتاه و خواندنی:** اخبار علمی؛

مجلهٔ رشد آموزش زیست شناسی، تمامی دبیران و علاقه‌مندان به آموزش زیست شناسی را به ارسال مقاله دعوت می‌کند.



آیا سایر مجلات رشد را هم می‌شناسید؟