رشد آموزش ریاضی ۷۴

سال بیستم - ۲۰۰ تومان
ISSN 1606 - 9188
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.roshdmag.org

- توسعهٔ فهم و درک ریاضی
- معرفی مدل K-W-D-L برای ...
- تحول در علوم
- نقش فراشناخت در آموزش ...
- مسالهٔ سوزن بوفون
- مقاومت در برابر یادگیری مبحث ...
- گزارش ها و اخبار

لامِکس :

**« فراشناخت تفکر دربارهٔ تفکر است.
به عبارت دیگر، توجه به استراتژی‌ها و
فرآیندهایی است که به وسیلهٔ آن، می‌توانیم
یاد بگیریم و درک کنیم. »**

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۷۴

سال بیستم/ سال ۱۳۸۲ / تیراژ ۱۴۰۰۰۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

فهرست

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ – ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹ – ۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۰ – ۳۷۴)
E-mail:info@roshdmag.org
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

دفتر انتشارات کمک آموزشی، مجلات زیر را منتشر می کند:

رشد کودک، برای پیش‌دبستان و دانش‌آموزان کلاس اول دبستان
رشد نوآموز، برای دانش‌آموزان دوم و سوم دبستان
رشد دانش آموز، برای دانش آموزان چهارم و پنجم دبستان
رشد نوجوان، برای دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی
رشد برهان، مجله ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی
رشد جوان، برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه
رشد برهان، مجله ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه
**مجلات رشد: معلم، تکنولوژی آموزشی، آموزش ابتدایی، آموزش فیزیک
آموزش شیمی، آموزش معارف اسلامی، آموزش زبان وادب فارسی
آموزش زبان، آموزش تاریخ، آموزش راهنمایی تحصیلی، آموزش جغرافیا
آموزش علوم اجتماعی، آموزش تربیت بدنی، آموزش زیست شناسی
آموزش هنر، مدیریت مدرسه، آموزش قرآن و آموزش زمین شناسی**
برای معلمان، دانشجویان تربیت معلم، مدیران مدارس و کارشناسان آموزش و پرورش

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

یادداشت سردبیر

قبل از هر چیز، نزدیک شدن بهار طبیعت و بهار زندگی را به خوانندگان گرامی تبریک می‌گوییم. یادآوری بهار، سختی و سخت‌کوشی زمستان را توجیه می‌کند و امید به شکوفایی، انگیزه‌ای قوی برای تحمّل دوران تکوین است. از این گذشته، سال ۱۳۸۲ برای دست‌اندرکاران تولید مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، می‌تواند سالی خاطره‌انگیز و به‌یادماندنی باشد، زیرا که تمام شماره‌های این سال، به موقع چاپ و توزیع شدند. پس جا دارد که به همه آن‌ها، یک «خسته نباشید» بلند بگوییم.

❁ ❁ ❁

سال ۱۳۸۲ را در حالی سپری می‌کنیم که در آن، جای خالی نهال نورسته‌ای که می‌رفت تا تبدیل به درختی قوی با شاخ و برگ‌های فراوان گردد را، با تمام وجود حس کردیم و آن، برگزار نشدن **کنفرانس‌های سالانهٔ آموزش ریاضی** در ایران بود. کنفرانسی که به حق، در شش سال گذشته، در بین معلمان ریاضی شور و نشاطی آفرید و باعث تولید ده‌ها مقالهٔ ارزنده توسط ایشان گردید. کنفرانسی که آن‌چنان مخاطبانی یافت که مرتب، سراغ جای خالی آن را می‌گیرند و از ثمرات شیرین آن، یاد می‌نمایند و راجع به چرایی عدم برگزاری آن، سؤال می‌کنند و علت را جویا می‌شوند. به همین دلیل، وظیفهٔ خود دانستم تا بار دیگر، به نقش کنفرانس‌های سالانهٔ آموزش ریاضی در ارتقای دانش حرفه‌ای معلمان ریاضی و تحکیم مبانی آموزش ریاضی در جامعهٔ ایران، اشاره‌ای داشته باشم. به‌خصوص آن که انتظار می‌رفت با تأسیس دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و امکان بالقوه برای تهیهٔ محتوای علمی پربارتر برای این کنفرانس‌ها، تداوم با کیفیت‌تر آن، تضمین گردد.

❁ ❁ ❁

یکی از بارزترین دستاوردهای کنفرانس‌های آموزش ریاضی در شش سال گذشته، تأسیس و تثبیت رشتهٔ **آموزش ریاضی** در سطح کارشناسی ارشد در ایران بوده است. تا قبل از آن، تنها ریاضی‌دان‌های علاقه‌مند به آموزش و یادگیری و معلمان ریاضی توانا، با استناد به تجربه‌های خود، بر تصمیم‌گیری‌های مربوط به آموزش ریاضی تأثیرگذار بودند. امید می‌رود با تأسیس این رشته، دانشگاه‌ها بتوانند در سطح وسیع، به تربیت نیروهای کارشناسی و برنامه‌ریزی ریاضی و به آموزش حرفه‌ای معلمان ریاضی بپردازند تا تحولات پیش‌بینی شده در آموزش ریاضی مدرسه‌ای، محقّق شوند.

کنفرانس‌های آموزش ریاضی به روایت آمار و ارقام، از استثنایی‌ترین کنفرانس‌های علمی بوده است که تا به حال در ایران برگزار شده‌اند. علّت این امر، آن است که

برخلاف سنّت معمول در بسیاری از سازمان‌ها، شرکت‌کنندگان در این کنفرانس‌ها، بدون کمک مالی، مشتاق شرکت بوده‌اند و برای ارایهٔ مقاله، تلاش کرده‌اند. بهترین مصداق آن، ششمین کنفرانس آموزش ریاضی است که در آن، بیش از ۳۰۰۰ معلم ریاضی، متقاضی شرکت بودند و بیش از ۳۰۰ مقاله به دبیرخانهٔ کنفرانس ارسال شد که این ارقام، در نوع خود بی‌نظیر است. چنین اقبالی به کنفرانس‌های آموزش ریاضی، چند ویژگی را نشان می‌دهد:

۱ـ توانایی و انعطاف‌پذیری معلمان ریاضی در ایران، از سطح بالایی برخوردار است؛

۲ـ استقبال معلمان جوان و تازه فارغ‌التحصیل شده از کنفرانس‌های آموزش ریاضی، چشمگیر است؛

۳ـ تمایل به انجام فعالیت‌های پژوهشی در معلمان ریاضی ایران، رو به فزونی است؛

۴ـ افزایش کمّی و کیفی مقالات ارسال شده به کنفرانس‌ها، قابل توجه است.

۵ـ اشتیاق معلمان ریاضی و دانشجویان به شرکت در این کنفرانس‌ها، نشان‌دهندهٔ محتوای کیفی آن‌هاست؛

۶ـ کنفرانس‌های آموزش ریاضی، نویدبخش ظهور نسل جدیدی از معلمان و آموزشگران ریاضی ورزیده، آگاه، امیدوار، خوشبین و باسوادِ علمی و حرفه‌ای بالا و با سطح مطالبات فزاینده در عرصهٔ آموزش و پرورش ایران است.

در نتیجه، کنفرانس‌های آموزش ریاضی، امید تازه‌ای را در آموزش و پرورش ایران ایجاد کرد و هم‌چنین، مسؤولیت‌های خطیری را برای آن، به وجود آورد. این مسؤولیت خطیر، چگونگی پاسخگویی به نیازهای علمی ـ آموزشی نسل جدید معلمان ریاضی در ایران است که با وجود تمام مشکلات معیشتی، برنامه‌ای و اجتماعی، هنوز به دنبال «تشنگی» هستند و مشتاقانه، تازه‌ها را در زمینه‌های مختلف، طلب می‌کنند.

هم‌چنین، در اغلب این کنفرانس‌ها، رسم بر این بود که حداقل یک مهمان خارجی به کنفرانس دعوت می‌شد. این مهمان، کسی بود که در آموزش ریاضی، صاحب نام، صاحب سبک، نظریه‌پرداز و پژوهشگری ارزنده بود و می‌توانست شرکت‌کنندگان در کنفرانس‌های آموزش ریاضی را، با تازه‌ترین بحث‌ها و دغدغه‌های این رشته و ریاضی مدرسه‌ای در جهان، آشنا کند.

کنفرانس‌های آموزش ریاضی به ما فرصت می‌دهند تا راه‌های جدیدی برای تلفیق نظریه و عمل و برای تشریک مساعی با معلمان در سطوح مختلف پیدا کنیم که در آن‌ها، فرهنگی که معلمان در آن کار و زندگی می‌کنند، لحاظ شده باشد.

به گفتهٔ فرودنتال، فقدان تجربه در فرایند یادگیری بلندمدت، علت اصلی وابسته شدن دانشجوـ معلمان در آیندهٔ کاریشان، به کتاب درسی به عنوان تنها منبع برای فرایند یادگیری بلندمدّت است. چگونگی رهایی از این تنگنا، مسأله‌ای است که ارزش مطالعه و تحقیق دارد. آموزش معلمان باید مجدداً مورد تأمل قرار گیرد و شیوهٔ آن، دگرگون گردد» و کنفرانس‌های آموزش ریاضی، یکی از مناسب‌ترین مجامع علمی ـ پژوهشی، برای ارایهٔ نتایج چنین مطالعات و تحقیقاتی، و بحث و بررسی آن‌ها بوده است. از این گذشته، تأکید و هشدار جدی معروف‌ترین پژوهشگران آموزش ریاضی، در رابطه با نقش کلیدی معلمان در هر تغییر و تحوّل آموزشی و برنامهٔ درسی ریاضی، مستحق توجه ویژه است.

معلمان نیازمند آشنایی با دیدگاه‌های نوین آموزش ریاضی هستند؛ دیدگاه‌هایی که افق‌های جدیدی را ترسیم کنند و بستر مناسبی را برای تغییر ریاضیات سنتی مدرسه‌ای به سمت ریاضیات مناسب و متناسب با نیازهای هزارهٔ سوم، ایجاد کنند. به گفتهٔ استیگلر و هیبرت (۱۹۹۹)، «یادگیری مدرسه‌ای به شرطی بهبود چشمگیری می‌یابد که به معلمان، فرصت مورد نیاز را بدهیم و از آن‌ها، حمایت لازم را بکنیم تا آن‌ها، بتوانند مؤثر بودن روش‌های مورد استفادهٔ خود را افزایش دهند و هنر معلمی خود را تعالی بخشند» و کنفرانس‌های آموزش ریاضی، یکی از مؤثرترین راه‌های ایجاد چنین فرصت‌هایی بوده و خواهد بود.

با این حال، لازم است به این نکته توجه شود که کنفرانس‌های آموزش ریاضی، نه کلاس‌های درسی ریاضی هستند و نه دوره‌های بازآموزی معلمان. بلکه هدف این کنفرانس‌ها، ایجاد فرصت‌های مناسب برای تفکر و تتبّع در تمام زمینه‌های پژوهشی آموزش ریاضی و به‌خصوص، تحقیقات انجام شده در رابطه با آموزش معلمان ریاضی و ارتقای دانش حرفه‌ای است. طبیعی است که این کنفرانس‌ها، زمینه‌ساز طراحی‌های جدید و بدیع برای دوره‌های قبل و ضمن خدمت معلمان باشند.

درنتیجه، در عین حال که معلمان ریاضی، از طریق منابع موجود، نیازهای جاری خود را برآورده می‌سازند، امید است از طریق کنفرانس‌های آموزش ریاضی و دوره‌های کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، افق‌های تازه‌ای در عرصهٔ آموزش ریاضی ایران، ظاهر شوند.

والسلام

توسعهٔ فهم و درک ریاضی

(قسمت دوم)

نویسنده: جان اِ. وَن دو ویل
مترجم: سپیده چمن‌آرا
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و معلم ریاضی مدارس راهنمایی تهران

این مطلب، که ترجمهٔ فصل سوم از کتاب Elementary and Middle School Mathematics است، (مشخصات کامل کتاب، در انتهای مطلب آمده است) به بحث دربارهٔ دیدگاه ساخت‌وسازگرایان در یادگیری می‌پردازد که در قسمت قبل، با ساخته شدن ایده‌ها و معنی درک و فهم در این دیدگاه و یادگیری رابطه‌ای، آشنا شدیم. اینک ادامهٔ بحث:

نقش مدل‌ها در توسعهٔ فهم

این که معلم‌های خوب، ریاضی را با استفاده از کارهای عملی تدریس می‌کنند، یک کلیشه شده است. دستورزی‌ها[۳۴] یا مواد فیزیکی غالباً ابزارهای مهمی برای مدل‌سازی ریاضی هستند که برای کمک به دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی، در دسترس آن‌ها قرار می‌گیرند. لیکن، علی‌رغم باور عده‌ای از آموزشگران، این‌ها اکسیر نیستند. این مهم است که شما، یک چشم‌انداز خوب نسبت به این که چگونه دستورزی‌ها می‌توانند در ساختن ایده‌ها به کودکان کمک کنند، یا قادر به کمک کردن نباشند، داشته باشید.

■ مدل‌هایی برای مفاهیم ریاضی

یک لحظه به ایدهٔ مفاهیم ریاضی، به عنوان یک رابطه یا ایدهٔ منطقی فکر کنید. در دنیای فیزیکی، هیچ مثال فیزیکی برای مفاهیم ریاضی وجود ندارد. به طور مثال، مفهوم «صد» یک رابطه کمّی است که گروهی از ۱۰۰ فقره با یک فقره تنها از همان نوع دارد. می‌توانیم از ۱۰۰ نفر آدم از ۱۰۰ ریال، یا ۱۰۰ تا عمل مطلوب صحبت کنیم، هیچ‌کدام از این مجموعه‌ها، [خود] صد نیست. صد، تنها یک رابطه است که یک گروه، با یک شیء از آن گروه دارد. تصور «صد» بدون این که نخست «یک» را فهمیده باشیم، غیرممکن است.

مدلی برای یک مفهوم ریاضی، به هر شیء، تصویر، یا شکل اشاره می‌کند که بتواند آن مفهوم را نشان دهد[۳۵]، یا آن که رابطه‌ای مربوط به آن مفهوم را وضع کند. به این معنا هرگروه از ۱۰۰ شیء، می‌تواند مدلی برای «صد» باشد، زیرا می‌توانیم رابطهٔ ۱۰۰ به ۱ را روی این گروه از اشیاء و یک عنصر منفرد از گروه تحمیل کنیم.

این که بگوییم یک مدل، یک مفهوم را نمایش می‌دهد[۳۶] ناصحیح است. نمایش دادن، نشان دادن را نتیجه می‌دهد. و این به آن معنی است که وقتی به مدل نگاه می‌کنید، مثالی از مفهوم را ببینید. از نظر فنّی، همهٔ آن‌چه که با چشمان خود می‌بینید، همان شیء فیزیکی است؛ تنها ذهن شماست که می‌تواند رابطهٔ ریاضی را به آن شیء تحمیل کند (تامپسون، ۱۹۹۴). برای کسی که هنوز آن رابطه را [در ذهن خود] ندارد، این مدل نمی‌تواند آن مفهوم را برای آن شخص، به نمایش بگذارد.

□ مثال‌هایی از مدل‌ها

همان طور که اشاره شد، مواد فیزیکی، ابزارهای متداولی برای تدریس ریاضی شده‌اند. این ابزارها می‌توانند طیف وسیعی از اشیای آشنا و دم دستی هم‌چون نخود و لوبیا برای شمارش گرفته تا مواد تولید شده توسط شرکت‌های تجاری

مثل میله‌های چوبی و شکل‌های هندسی پلاستیکی را شامل شوند. شکل ۸، شش مثال معمولی از مدل‌هایی برای شش مفهوم مختلف را نشان می‌دهد. هریک از مفاهیم و مدل متناظر با آن را درنظر بگیرید. سعی کنید مدل فیزیکی را از رابطه‌ای که شما باید در مدل وضع کنید تا مفهوم مورد نظر را «ببینید» جدا کنید.

برای مثال‌های شکل ۸:

الف) مفهوم « شش »، رابطه‌ای است بین مجموعه‌ها که می‌توان آن را با الفاظ یک، دو، سه، چهار، پنج، و شش‌جور کرد. تغییر مجموعهٔ شمارنده‌ها با اضافه کردن یکی به آن‌ها، رابطه را تغییر می‌دهد. تفاوت بین مجموعهٔ ۶ و مجموعهٔ ۷، [همان] رابطهٔ «یکی بیش‌تر از» است.

ب) مفهوم « طول » را نمی‌توان بدون مقایسهٔ بلندی اشیای مختلف، توسعه داد. اندازهٔ طول یک شیء یک رابطهٔ مقایسه‌ای بین طول آن شیء با طول واحد است [منظور، واحد اندازه‌گیری طول است. م.]

پ) مفهوم « مستطیل »، ترکیبی از یک رابطهٔ فضایی و طولی است. با ترسیم مستطیل روی کاغذ نقطه نقطه، رابطهٔ اضلاع روبه‌روهم طول و موازی هستند و اضلاع مجاور بر یکدیگر عمودند را می‌توان نشان داد.

ت) مفهوم « صد » در مربع بزرگ‌تر وجود ندارد، بلکه در رابطه‌ای است که این مربع با نوار («ده»ها) و با مربع کوچک‌تر («یک»ها) دارد.

ث) « شانس »، رابطه‌ای بین فراوانی وقوع یک پیشامد در مقایسه با همهٔ نتایج ممکن است. از صفحهٔ گردان می‌توان برای ایجاد فراوانی‌های نسبی استفاده کرد. این فراوانی‌ها را می‌توان با مشاهدهٔ رابطهٔ قطاع‌های صفحهٔ گردان، پیش‌بینی کرد. توجه کنید که چگونه شانس و احتمال با ایده‌های کسر و نسبت تلفیق می‌شوند.

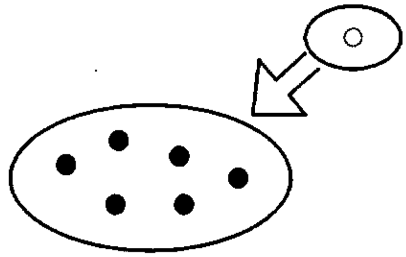
ج) مفهوم یک « عدد صحیح منفی »، بر مبنای مفهوم «قرینه است با» بنا شده است. کمیت‌های منفی تنها در رابطه با کمیت‌های مثبت وجود دارند. پیکان‌های روی محور اعداد خودشان به تنهایی، کمیت‌های منفی نیستند، بلکه مدلی برای رابطهٔ «قرینه» بودن بر اساس جهت و اندازه یا رابطهٔ بزرگی بر اساس طول هستند.

یک لحظه به عددهای صحیح فکر کنید، این مفهوم، اغلب با شمارنده‌هایی در دو رنگ، مدل‌سازی می‌شود. احتمالاً رنگ قرمز برای کمیت‌های منفی و رنگ زرد برای کمیت‌های مثبت [مورداستفاده قرار می‌گیرند]. جنبهٔ «قرینه بودن» اعداد صحیح را می‌توان از طریق این دو رنگ نیز نشان داد. جنبهٔ «بزرگی» آن‌ها را نیز می‌توان در تعداد شمارنده‌های قرمز و زرد یافت. اگرچه اشیای رنگی و پیکان‌ها از نظر فیزیکی بسیار با یکدیگر متفاوت هستند، با این وجود، هر کدام می‌توانند رابطهٔ یکسانی را نشان دهند. کودکان باید رابطه‌ها را بسازند تا در هریک از این دو مدل، عددهای صحیح مثبت و منفی را «ببینند».

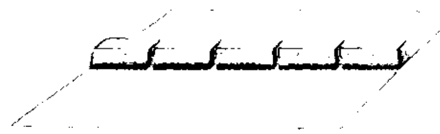
لحاظ کردن ماشین حساب‌ها در هر فهرستی از مدل‌های آشنا، ضروری است. ماشین‌حساب دامنهٔ وسیعی از روابط عددی را به وسیلهٔ نمایش سریع و آسان تأثیرات این ایده‌ها، مدل‌سازی می‌کند. به‌طور مثال، اگر کاری کنیم که ماشین‌حساب ۰/۰۱، ۰/۰۱ بشمارد (دکمه‌های + ، ۰/۰۱، = را به ترتیب فشار دهید)، رابطهٔ یک صدم به یک واحد کامل، نمایش داده می‌شود. دکمه‌های ۳ + ۰/۰۱ را فشار دهید. چند دفعه باید = را فشار دهید تا از ۳ به ۴ برسید؟ این ۱۰۰ مرتبه فشار دادن = را انجام دهید و مشاهده کنید که چگونه نمایش تغییرات در این مسیر، کاملاً جالب توجه است. به‌ویژه به اتفاقی که بعد از ۳/۱۹ یا ۳/۲۹ می‌افتد، توجه کنید.

□ مدل‌ها و ساختن [مفاهیم] ریاضی

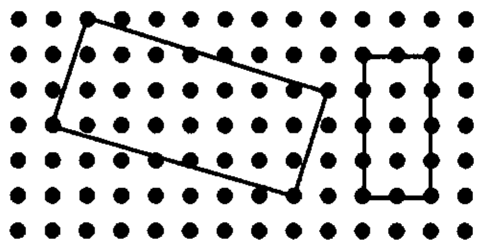
برای «دیدن» مفهومی که یک مدل، معرف آن است، باید پیش از آن، در ذهن خود، آن مفهوم ـ آن رابطه ـ را داشته باشید. اگر چنین نباشد، در این صورت شما هیچ رابطه‌ای ندارید که آن را به مدل نسبت دهید. این دقیقاً یکی از دلایلی است که چرا اغلب، مدل‌ها برای معلم‌ها با معنی‌تر هستند تا برای دانش‌آموزان. پیش از آن، معلم آن مفهوم را دارد و می‌تواند آن را در مدل، ببیند. دانش‌آموزی که مفهوم را ندارد، فقط شیء فیزیکی را می‌بیند.



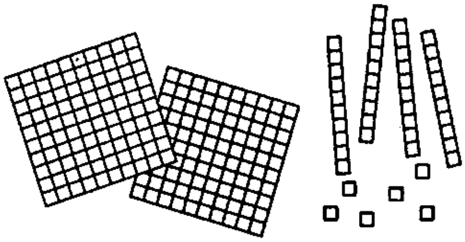
از اشیای شمارپذیر، می‌توان برای مدل‌سازی مفهوم «عدد» و ایده‌های مرتبط با آن، مثل «یکی بیش‌تر از» استفاده کرد.
(الف)



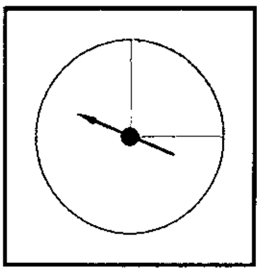
مفهوم «طول»، شامل مقایسهٔ صفت طول در اشیای مختلف است. از آجرها می‌توان برای اندازه‌گیری طول استفاده کرد.
(ب)



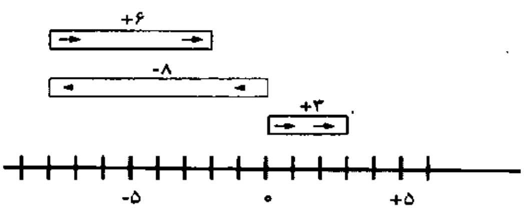
«مستطیل‌ها» را می‌توان در یک شبکهٔ نقطه نقطه، مدل‌سازی کرد. این مدل‌ها دربرگیرندهٔ مفهوم طول و دیگر رابطه‌ها هستند.
(پ)



مفاهیم مربوط به مبنای ده (مثل یکی‌ها، ده‌تایی‌ها، صدتایی‌ها) را با مربع‌ها و نوارها می‌توان مدل‌سازی کرد. البته از میله‌ها و بسته‌هایی از میله‌ها نیز می‌توان استفاده کرد.
(ت)



مفهوم «شانس» را می‌توان با مقایسهٔ نتایج یک صفحهٔ گردان مدل‌سازی کرد.
(ث)



«اعداد صحیح مثبت» و «اعداد صحیح منفی» را با استفاده از پیکان‌هایی با طول‌ها و جهت‌های مختلف، می‌توان مدل‌سازی کرد.
(ج)

شکل ۸ـ مثال‌هایی از مدل‌هایی که برای نمایش مفاهیم ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

پس دانش‌آموز نیازمند آن است که پیش از آن که رابطه‌ای را در مدلی وضع کند، آن رابطه را بداند. اگر مفهوم، از مدل حاصل نشده باشد ـ که نیامده است ـ چگونه این مدل به دانش‌آموز در کسب آن مفهوم کمک می‌کند؟

مفاهیم ریاضی که کودکان در فرآیند ساختن آن به‌سر می‌برند، ایده‌های خوش ریخت کسب شده توسط بزرگسالان نیستند. ایده‌های جدید، خُردخُرد و به مرور زمان، صورت‌بندی می‌شوند. ضمن این که کودکان فعالانه روی ایده‌های جدید خود، بازتاب دارند، این ایده‌ها را از مسیرهای بسیار متفاوتی که برایشان ایجاد می‌کنیم، محک می‌زنند. مثلاً، این همان جایی است که ارزش بحث‌های دانش‌آموزی و کارگروهی مطرح می‌شود. صحبت دربارهٔ یک ایده، جدل برای یک نقطه نظر، گوش دادن به دیگران، شرح دادن و توضیح دادن، همگی روش‌های فعال ذهنی برای آزمودن یک ایدهٔ در حال شکل‌گیری در مقابل یک واقعیت خارجی هستند. هم‌چنان که این فرآیند آزمودن پیش می‌رود، ایدهٔ توسعه یافته، جرح و تعدیل شده و بسط داده می‌شود و با ایده‌هایی که ازقبل موجود بودند، بیش‌تر تلفیق می‌شود. زمانی که [این ایده] با واقعیت خارجی خوب جفت‌وجور می‌شود، احتمال شکل‌گیری یک مفهوم صحیح، زیاد است.

مدل‌ها می‌توانند همین نقش را بازی کنند. یعنی آزمونی برای ایده‌های در حال شکل‌گیری باشند. مدل‌ها را می‌توان «اسباب‌بازی‌های متفکر»، «اسباب‌بازی‌های آزمایشگر»، و «اسباب‌بازی‌های سخنگو» تصوّر کرد. *

برای همهٔ دانش‌آموزان (در هر سنّی) دشوار است که تنها با استفاده از کلمات، دربارهٔ روابط مجرد صحبت کنند یا آن‌ها را محک بزنند و بیازمایند. مدل‌ها در اختیار دانش‌آموزان، چیزی قرار می‌دهند که دربارهٔ آن فکر کنند، با آن کشف کنند، دربارهٔ آن صحبت کنند و به کمک آن استدلال کنند.

□ گسترش ایدهٔ یک مدل

لش، پُست و بر (۱۹۸۷) دربارهٔ پنج «بازنمایی» برای مفاهیم صحبت می‌کنند که دوتای آن‌ها، مدل‌های دستورزی و تصویری هستند (شکل ۹ صفحهٔ بعد را ببینید). آن‌ها هم‌چنین در تحقیق خود، نمادگذاری نوشتاری، زبان شفاهی، و موقعیت‌های دنیای واقعی را نیز به‌عنوان بازنمایی‌ها یا مدل‌هایی از مفاهیم در نظر می‌گیرند. تحقیقات آن‌ها نشان می‌دهد که کودکانی که در ترجمهٔ یک مفهوم از یک بازنمایی به بازنمایی دیگر مشکل دارند، همان دانش‌آموزانی هستند که در حل مسأله و فهم محاسبات نیز دچار مشکل می‌باشند. تقویت توانایی حرکت بین و در میان این بازنمایی‌ها، رشد مفهومی کودکان را افزایش می‌دهد.

این پنج بازنمایی که در شکل ۹ نمایش داده شده‌اند، همان گسترش مفهوم مدل هستند. هرچه به کودکان، راه‌های بیش‌تری برای فکر کردن و آزمودن یک ایدهٔ در حال شکل‌گیری داده شود، شانس بیش‌تری برای شکل‌گیری صحیح آن ایده و تلفیق آن در یک شبکهٔ غنی از ایده‌ها و فهم و درک رابطه‌ای، وجود دارد.

■ استفاده از مدل‌ها در کلاس درس

زمانی که دربارهٔ مدل‌ها به عنوان اسباب‌بازی‌های متفکر یا اسباب‌بازی‌های سخنگو، فکر می‌کنیم، می‌توانیم در یک رویکرد توسعه‌ای به تدریس، سه مورد استفادهٔ مرتبط به هم را برای آن‌ها مشخص کنیم:

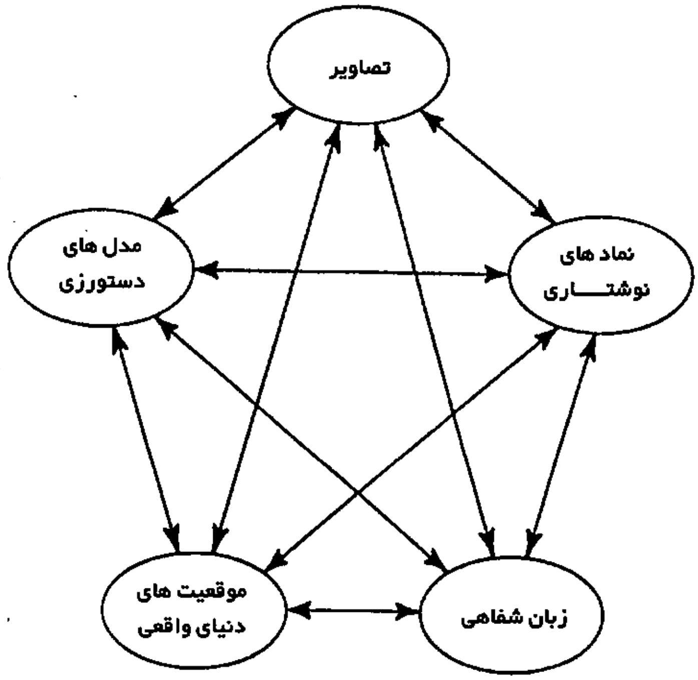
۱. کمک به کودکان در توسعهٔ مفاهیم یا روابط جدید،

۲. کمک به کودکان برای ایجاد ارتباط بین مفاهیم و نمادها،

۳. ارزیابی فهم و درک کودکان.

□ توسعهٔ مفاهیم جدید

مدل‌ها به کودکان کمک می‌کنند تا دربارهٔ ایده‌های جدید، فکر کنند و روی آن‌ها بازتاب داشته باشند. به این منظور، [مدل‌ها] باید همیشه برای دانش‌آموزان قابل دسترس باشند تا آن‌ها بتوانند مدل‌ها را انتخاب کرده و آزادانه به‌کار برند. برای کمک به [توسعهٔ] یک ایدهٔ مهم باید مدل‌های گوناگونی در اختیار [دانش‌آموزان] قرار گیرند. باید دانش‌آموزان را به انتخاب و استفاده از موادی که به آن‌ها در کارکردن روی یک مسأله یا توصیف یک ایده به‌هم‌گروهی‌هایشان کمک می‌کنند، ترغیب کرد. آن‌ها باید مدل‌هایی را برگزینند که برایشان معنادار است. هرگز دانش‌آموزان را مجبور به استفاده از یک مدل خاص نکنید.



شکل ۹ - پنج بازنمایی مختلف برای ایده های ریاضی. انتقال در بین و داخل هر یک به توسعهٔ مفاهیم جدید کمک می کند.

بی شک شما با موقعیت‌هایی مواجه خواهید شد که از مدلی استفاده می‌کنید که فکر می‌کنید که به وضوح یک ایده را نمایش می‌دهد و لیکن کودک اصلاً آن را نگرفته است. به خاطر داشته باشید که شما از قبل، دارای مفهوم خوب شکل گرفته هستید، لذا قادرید آن را در قالب یک مدل نشان دهید. در حالی که دانش‌آموز، در فرآیند آفرینش آن مفهوم است و از مدل، برای آزمودن ایدهٔ در حال شکل گیری استفاده می‌کند. وظیفهٔ شما این است که کودکان را وادارید تا با مدل‌ها فکر کنند، در فرآیند آزمون ـ اصلاح ـ آزمون ـ اصلاح، فعالانه تلاش کند تا این که مفهوم جدید با مدل فیزیکی که شما پیشنهاد کرده‌اید، جفت‌وجور شود. امکان ندارد که [بتوان] ریاضی را با مدل‌ها نشان داد. شما تنها می‌توانید مدل‌هایی را پیشنهاد کنید که در آن‌ها، مفاهیم یا روابط ریاضی را می‌توان وضع کرد. زمانی که مفهوم [ساخته شده توسط] کودک با مدل جفت‌وجور می‌شود، کودک آن مفهوم را می‌بیند. وقتی که به نظرمی‌رسد مفهوم با مدل تطابق ندارد، کودک مفهوم را در مدل نمی‌بیند. مفهوم [ساخته شده توسط] کودک، با آن‌چه که شما می‌توانید در قالب مدل بیان کنید، متفاوت است. مفهوم ساخته شده توسط کودک، نیازمند ساخت و ساز یا اصلاح و بازبینی بیش‌تری است.

□ مرتبط ساختن نمادها و مفاهیم

معلمان می‌گویند: «ولی وقتی سعی می‌کنیم بدون دستورزی‌ها تدریس کنیم، آن‌ها نمی‌توانند [یاد نمی‌گیرند].» البته دور از ذهن است انتظار داشته باشیم که بدون بعضی راهنمایی‌ها، کودکان به طور خودبه‌خودی ایده‌های تازه شکل گرفته را به رویه‌های نمادین تبدیل کنند. مدل‌ها می‌توانند به عنوان اتصالی بین مفاهیم و نمادها، هم‌چنین به عنوان ابزاری برای توسعهٔ مفاهیم، مورد استفاده قرار گیرند.

یکی از رویکردهای عمومی این است که از دانش‌آموزان بخواهیم آن‌چه را که با مدل انجام داده‌اند، بنویسند. «یک معادله بنویس که کاری که تو انجام داده‌ای را بیان کند.» «من دیدم که چگونه مسأله را به کمک بلوک‌ها حل کردی. چطور می‌خواهی کاری را که انجام داده‌ای، ثبت کنی؟» زمانی که دانش‌آموزان ریاضیات نوشتاری را به عنوان توصیف یا ثبت ایده‌هایی می‌بینند که قبلاً توسط آن‌ها توسعه یافته است، امکان این که متن نوشتاری یا نمادین برای آن‌ها

معنادار باشد، بیش‌تر می‌شود.

□ ارزیابی فهم و درک دانش‌آموزان

موقعی که کودکان در یک کلاس درس، از مدل‌ها به شیوه‌هایی که برای آن‌ها معنادار است استفاده می‌کنند، به جای آن‌که دنباله‌رو شما باشند، چگونگی استفاده از مدل‌های فیزیکی، یک فضای ذهنی عالی در آن‌ها ایجاد می‌کند. این امر، باعث می‌شود تا بتوانید مشاهدات کلاسی، را تبدیل به یک ارزیابی برای تک‌تک دانش‌آموزان بکنید.

اگر دنبال جزئیات و اطلاعات بیش‌تری درباره‌ٔ فهم دانش‌آموزان از آن‌چه که [در ذهن] ساخته‌اند هستید، یک پیشنهاد خوب این است که از آن‌ها بخواهید تا ایده‌های خود را به وسیله‌ٔ دستورزی‌ها، توضیح دهند. مدل‌ها به کودک چیزی می‌دهند تا زمانی که برای او سخن گفتن درباره‌ٔ ایده‌های مجرد خویش سخت است، حداقل بتواند درباره‌ٔ آن [مدل‌ها] صحبت کند. ممکن است این امر در یک موقعیت تشخیصی انجام شود، که در آن شما و کودک در کنار هم می‌نشینید و سعی می‌کنید آن‌چه که او به آن فکر می‌کند را، دریابید. به خاطر داشته باشید که ترسیم‌ها نیز، مدل هستند. زمانی که دانش‌آموزان برای جواب‌های خود، توضیح می‌نویسند یا ایده‌های خود را در نوشته‌هایشان توصیف می‌کنند، همیشه آن‌ها را تشویق کنید که تصاویری بکشند تا به آن‌ها کمک کند آن‌چه را که به آن فکر می‌کنند، بهتر نمایش دهند. (درباره‌ٔ ارزشیابی، در فصل ۵ این کتاب، خیلی عمیق‌تر صحبت شده است. م.)

■ استفاده‌ٔ ناصحیح از مدل‌ها

یکی از رایج‌ترین سوء استفاده‌ها از دستورزی‌ها، موقعی رخ می‌دهد که معلم به دانش‌آموزان می‌گوید، «هرکاری کردم، شما هم تکرار کنید.» یک وسوسه‌ٔ طبیعی وجود دارد که معلم، این مواد را بردارد و به کودکان نشان دهد که دقیقاً چگونه از آن استفاده کنند. کودکان کورکورانه آن‌چه که معلم انجام می‌دهد را تکرار می‌کنند و حتی ممکن است به نظر برسد که [مطلب را] فهمیده‌اند. همان‌قدر ممکن است به دانش‌آموزان بدون این‌که فکر کنند، «وارون کردن و ضرب کردن» [در کسرها] را درس بدهیم که از آن‌ها بخواهیم بلوک‌ها را حرکت دهند [و با آن مفهومی را نمایش دهند]، هیچ‌یک از این دو، موجب تفکر نمی‌شوند یا به توسعه‌ٔ مفاهیم کمک نمی‌کنند (بال، ۱۹۹۲؛ کلمنتس و باتیستا، ۱۹۹۰). پی آمد طبیعی هدایت بیش از حَد [دانش آموزان] در استفاده از مدل‌ها این است که آن‌ها از این ابزارها، به عنوان وسایلی برای پیدا کردن جواب استفاده خواهند کرد، به جای این‌که نقش اسباب بازی‌های متفکر را بری آن‌ها بازی می‌کنند. وقتی به جای حل مسأله، [فقط] به دست آوردن جواب، تمرکز اصلی درس می‌شود، دانش‌آموزان به آسان‌ترین روش در دسترس برای رسیدن به جواب، تمایل نشان می‌دهند. به عنوان مثال، اگر با دقّت به دانش‌آموزان نشان داده و شرح داده باشید که چگونه از یک مجموعه از [مهره‌های] شمارنده برای به‌دست آوردن جواب استفاده کنند، در این صورت تقلید از آن روش، محتمل‌ترین چیزی است که آن‌ها انتخاب خواهند کرد. با تعقیب صرف راهنمایی‌های شما، برای کشف مفهوم موردنظر، تفکر بازتابی اندکی به کار خواهد رفت، یا اصلاً به‌کار نمی‌رود. زمانی که یک عمل، بازتابی نباشد. رشد واقعی کمی رخ می‌دهد، و فهم اندکی [از مفهوم] ایجاد می‌شود.

تدریس توسعه‌ای[۳۷]

تدریس، مستلزم تصمیم گیری است. زمانی که درس خود را طراحی می‌کنید، [همان وقت است که] تصمیم گیری می‌کنید. *بهترین تکلیف برای فردا چیست؟ با در نظر گرفتن آن‌چه که امروز اتفاق می‌افتاد، فردا چه‌کنم تا به کودکان، بیش‌تر کمک کند؟ چه چیزی را به جلو می‌راند؟* و [البته] در کلاس درس نیز لحظه‌به‌لحظه تصمیماتی می‌گیریم. *چطور باید پاسخ بدهم؟ آیا آن‌ها باید باز هم به تلاش خود ادامه دهند، یا من مداخله کنم؟ آیا پیشرفت حاصل شده است؟ چطور می‌توانم بدون از بین بردن انگیزه‌ٔ سوزی، او را در مسیر درست راهنمایی کنم؟* ایده‌هایی که در این فصل درباره‌ٔ آن‌ها بحث شده است، یک مبنای نظری برای این تصمیم گیری‌ها ارایه می‌دهد.

■ اصول یک رویکرد توسعه‌ای

در این جا، خلاصه‌ای از استلزامات نظریه‌ای که شرح داده شده، آمده است. معلمی که این ایده‌ها را در ذهن خود دارد، می‌توان گفت آموزش خود را بر اساس نظریه‌ٔ ساخت و سازگرایی دریادگیری بنا نهاده است، که ما در این کتاب

آن را رویکرد *توسعه‌ای*[38] نامیده‌ایم.

۱. *دانش‌آموزان دانش و فهم خود را، خود می‌سازند. ما نمی‌توانیم ایده‌ها را به یادگیرنده‌های منفعل انتقال دهیم.* هر کودک با کلکسیونی منحصر به فرد امّا غنی از ایده‌ها پیش ما می‌آید. این ایده‌ها، ابزارهایی هستند که برای ساخت‌وساز مفاهیم و رویه‌های جدید هنگامی که دانش‌آموزان با ایده‌ها دست‌وپنجه نرم می‌کنند، پاسخ‌ها را توصیف می‌کنند، با حدسیه‌های خود و دیگران به چالش می‌افتند، روش‌های خود را شرح می‌دهند، و مسایل جذاب را حل می‌کنند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. ذهن‌های کودکان، ظرف‌های خالی نیستند که ایده‌ها را در آن‌ها بریزیم.

۲. *دانش و فهم و درک، برای هر یادگیرنده، منحصربه‌فرد است.* شبکهٔ ایده‌های هر کودک، با کودکان دیگر متفاوت است. زمانی که ایده‌های جدید شکل می‌گیرند، با این شبکهٔ ایده‌ها، به صورت منحصر به‌فردی تلفیق می‌شوند. ما نباید سعی کنیم که همهٔ کودکان را یکسان کنیم.

۳. *تفکر بازتابی مهم‌ترین چیز برای یادگیری است.* برای این که کودکان ایده‌های جدیدی خلق کنند و آن‌ها را با شبکه‌ای غنی از ایده‌های به‌هم پیوسته مرتبط سازند، باید آن‌ها را از لحاظ ذهنی، به‌کار بگماریم. آن‌ها باید ایده‌های مرتبطی را که دارند، بیابند و آن‌ها را در توسعهٔ ایده‌های جدید و پاسخ به مسایل جدید، به‌کار برند. تنها با اشتغال ذهنی روی تکلیفی که در دست هست، ممکن است یادگیری رابطه‌ای برای ایدهٔ جدید ایجاد شود. «یادگیری منفعلانه»، جمع ضدین است!

۴. *تدریس مؤثر، یک فعالیت دانش‌آموز ـ محور است.* در یک کلاس ساخت و سازگرا، به جای تدریس [یاددهی]، تأکید بر یادگیری است. به دانش‌آموزان، تکلیف یادگیری داده می‌شود. نقش معلم، به کارگماردن دانش‌آموزان با طرح مسأله‌های خوب و ایجاد فضای کشف و معناسازی در کلاس درس است. سرچشمهٔ حقایق ریاضی در استدلال‌هایی یافت می‌شود که توسط کلاس، صورت می‌گیرد. معلم، داعیه‌دار چیزهایی که از نظر ریاضی درست هستند، نیست.

■ راهبردهایی برای تدریس کارآمد

چگونه می‌توانیم درس‌ها را سازمان‌دهی کنیم تا تفکر بازتابی مناسب را ارتقا دهیم؟ اشتغال ذهنی هدفمند یا تفکر بازتابی دربارهٔ ایده‌هایی که قصد داریم دانش‌آموزان آن‌ها را توسعه دهند، مهم‌ترین کلید تدریس کارآمد است. بدون تفکر فعال دربارهٔ مفاهیم مهم درس، یادگیری رخ نمی‌دهد. چطور می‌توانیم کاری کنیم که [یادگیری] رُخ دهد؟ درزیر هفت پیشنهاد بر اساس دیدگاه‌های این فصل، مطرح شده است. احتمالاً شما قادر خواهید بود به این فهرست، اضافه کنید.

۱. یک محیط ریاضی به‌وجود آورید.

۲. تکالیف ریاضی ارزنده و مفید مطرح کنید.

۳. از گروه‌های یادگیری مشارکتی استفاده کنید.

۴. از مدل‌ها و ماشین حساب‌ها، به عنوان ابزارهای تفکر استفاده کنید.

۵. بحث کردن و نوشتن را تشویق کنید.

۶. دانش‌آموزان را ملزم به توجیه پاسخ‌های خود کنید.

۷. فعالانه گوش دهید.

□ ایجاد یک محیط ریاضی

در یک محیط ریاضی، دانش‌آموزان از کار کردن روی ایده‌ها، درمیان گذاشتن بینش‌ها، چالش با دیگران، جست‌وجوی توصیه‌های دانش‌آموزان دیگر، و خطر پذیری، لذّت می‌برند. هیچ‌کس اجازه ندارد که یک مشاهده کنندهٔ منفعل باشد. محیطی با چنین جنبه‌هایی، حول انتظارات احترام، و این باور که همهٔ دانش‌آموزان می‌توانند یاد بگیرند، بنا می‌شود. یادگیری، تلاش می‌طلبد، و دانش‌آموزان به عنوان یک کلاس، باید بدانند که وظیفهٔ آن‌ها ریاضی ورزیدن است. تعامل‌ها در یک محیط ریاضی نیازمند آن است که معلمان و دانش‌آموزان به یکدیگر احترام بگذارند، با دقّت [به حرف‌ها و بحث‌ها] گوش کنند، و یاد بگیرند که می‌توانند بدون رنجاندن دیگران، با [ایدهٔ] آن‌ها مخالف باشند. ما نمی‌توانیم به سادگی به دانش‌آموزانمان بگوییم که چگونه فکر کنند یا چه عاداتی را کسب کنند. فرآیندها و عادات تفکر، طی زمان و درون گروه‌هایی که این فرآیندها و عادات در آن‌ها

عادی است، رشد و توسعه می‌یابند. در جمعی با بحث‌های ریاضی، دانش‌آموزان مفروضات خود و دیگران را ارزشیابی می‌کنند و دربارهٔ آن‌چه که از لحاظ ریاضی درست است، به بحث می‌نشینند. (کوروین، ۱۹۹۶؛ لَمپِرت، ۱۹۹۰). هدف این است که به همهٔ دانش‌آموزان اجازه دهیم تا به این باور برسند که [خود] آن‌ها، مؤلفان ایده‌های ریاضی و عبارت‌های منطقی هستند. درچنین فضایی، استنتاج و استدلال ریاضی و نه معلم منابع مشروعیت بخشیدن به ایده‌ها هستند. «ریاضی ورزیدن، یک عمل معناسازی[39] است» (شونفیلد، ۱۹۹۴، ص ۶۰). فضای کلاس درس باید مکانی باشد که در آن حل کردن و «معناسازی»، فعالیت‌های آشنایی [برای دانش‌آموزان] باشند، نه فقط برای تک‌تک افراد، بلکه برای کلاس به عنوان یک کل باشند. در یک مدرسهٔ دولتی در بخش مونت گومری[40] در مریلند، مشاهده شد که دانش‌آموزان یک کلاس چهارم، طی بحثی، دست‌های خود را بالا می‌بردند و می‌گفتند: «میشه به آنچه که «مارسل» الآن گفت، چیزی اضافه کنم»، یا «من با «تاوانا» مخالفم». همهٔ دانش‌آموزان، باید حرف می‌زدند و با دقّت گوش می‌دادند. درهمان مدرسه، دانش‌آموزان کلاس دوم انگشت اشارهٔ خود را به نشانه «نکتهٔ مورد علاقه» خویش بالا می‌بردند که در واقع راه مؤدبانه برای نشان دادن مخالفت خود با مطلب گفته شده در کلاس بود. واضح است که معلمان هر دو کلاس، برای ایجاد چنین فضای محترمانه‌ای، وقت و تلاش صرف کرده بودند. «ایجاد زمینه‌ای که درآن دانش‌آموزان بتوانند با اطمینان و آرامش، ایده‌های ریاضی خود را شرح دهند، وظیفهٔ اصلی تدریس است و گامی به سوی توسعهٔ توان ریاضی دانش‌آموزان خواهد بود.» (اسمیت، ۱۹۹۶، ص۳۹۷).

□ طرح تکالیف ریاضی ارزنده

«تنها اصل مهم انجام حرکت اصلاحی در ریاضی این است که به دانش‌آموزان اجازه دهیم تا موضوع ریاضی را قابل سؤال کردن[41] ببینند» (هیبرت و همکاران، ۱۹۹۶). منظور این مؤلفان از «قابل سؤال» این است که «به دانش‌آموزان امکان دهیم تا از خود بپرسند که چرا هرچیزی وجود دارد؟ چرا باید در جستجو باشند و به دنبال راه‌حل‌ها بگردند و ناسازگاری‌ها را رفع کنند؟ قابل سؤال بودن، به این معنی است که هم برنامهٔ درسی و هم تدریس، باید با مسأله‌ها، موقعیت‌های بغرنج[42] و سؤال‌هایی برای دانش‌آموزان، همراه باشند» (ص ۱۲). هنگامی که دربارهٔ ایده‌های مورد بحث، دانش‌آموزان فعالانه به دنبال پیدا کردن روابط می‌گردند، الگوها را تجزیه و تحلیل می‌کنند، روش‌هایی که به کار می‌آیند و روش‌هایی که کارآیی ندارند را می‌یابند، نتایج خود را توجیه و مستدلّ می‌کنند، افکار دیگران را به چالش می‌خوانند و آن‌ها را محک می‌زنند، الزاماً درگیر تفکر بازتابی می‌شوند.

تکالیف یا مسایل باید به گونه‌ای طراحی شوند که دانش‌آموزان را درگیر مفاهیم [پیش‌بینی شده در] برنامهٔ درسی [ریاضی] کنند. تکالیف، باید بر اساس دانشی از محتوای ریاضی و حدسی آگاهانه دربارهٔ مفاهیمی باشند که دانش‌آموزان در کلاس درس از آن‌ها استفاده می‌کنند (فینما، کارپنتر، فرانک، وکَری، ۱۹۹۳؛ سیمُون، ۱۹۹۵). باید زمانی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهیم تا هم با این تکالیف، به صورت انفرادی یا گروهی دست‌وپنجه نرم کنند، و هم راه‌حل‌ها و استراتژی‌های خود را با تمام کلاس در میان بگذارند و دربارهٔ آن‌ها بحث کنند.

انتخاب تکالیف خوب، مستلزم آن است که شما هر روز به شیوه‌های فکر کردن دانش‌آموزان، دربارهٔ ریاضیاتی که در حال بحث روی آن هستند، گوش فرا دهید. انتخاب تکلیف برای روز بعد، باید چنان صورت گیرد که به دانش‌آموزان در بازتاب بر آن‌چه که شما قصد ایجاد و توسعهٔ آن‌ها را دارید، کمک کند. در جستجوی راهی برای کشف ایده‌های بزرگی که در فصل مورد نظر مستتر است، باشید. همان طور که دانش‌آموزان با این مسایل درگیر می‌شوند، مهارت‌ها و ایده‌های کوچک برنامهٔ درسی سنّتی نیزظاهر خواهد شد[43]. در یک تکلیف خوب، دانش‌آموزان به درون ریاضیات مهمی که قصد دارید آن‌ها یاد بگیرند، خواهند افتاد (لاپان، برایرز، ۱۹۹۵).

□ استفاده از گروه‌های یادگیری مشارکتی[44]

قرار دادن کودکان در گروه‌های سه یا چهار نفری برای کار روی یک مسأله، یک استراتژی بسیار مفید برای تشویق و حمایت از بحث‌ها و تعامل پیش‌بینی شده در یک جمع ریاضی است. کلاسی که به صورت گروه‌های کوچک تنظیم شده است، زمان خیلی بیش‌تری برای تعامل و بحث ایجاد

می‌کند، تا کلاسی که درآن، همهٔ دانش‌آموزان به طور منفرد، یک کل را تشکیل می‌دهند. اغلب جفت کردن [45] دانش‌آموزان [درگروه‌های دو نفری] نیز کافی است. در گروه‌ها یا جفت‌ها، کودکان اجازه و قدرت بیش‌تری برای صحبت کردن، کشف ایده‌ها، توضیح چیزهایی به گروه خود، پرسیدن و یادگرفتن از هم‌دیگر، استدلال کردن، و داشتن ایده‌های شخصی که در فضایی دوستانه به چالش می‌افتند، خواهند داشت. کودکان در یک گروه کوچک، بیش‌تر خطرپذیر هستند، در حالی‌که هرگز در مقابل کل کلاس، تصور چنین کاری را هم نخواهند داشت. معمولاً باید گروه‌ها از نظر توانایی افراد آن، نامتجانس و ناهمگون [46] باشند تا همهٔ دانش‌آموزان، با تفکر و استدلال خوب، مواجه شوند. زمانی که گروه‌ها درحال کار هستند، این فرصت برای معلم ایجاد می‌شود که به شش یا تعداد بیش‌تری بحث و گفتگوی متفاوت فعالانه گوش دهد. همیشه باید زمان کافی به بحث‌های همگانی در کلاس داده شود تا اعضای هر گروه بتوانند ایده‌های گروه خود را با دیگران درمیان بگذارند و معلم بتواند بر روی ایده‌های مهم، تمرکز کند. (برای توضیح بیش‌تر دربارهٔ گروه‌های مشارکتی، فصل ۲۲ همین کتاب را ببینید).

□ استفاده از مدل‌ها و ماشین حساب‌ها به عنوان ابزارهای تفکّر

قبلاً به تفصیل، استفاده از مدل‌ها به بحث گذاشته شده است. [با این حال، تأکید بر] این که مدل‌ها به کودکان، در کشف ایده‌ها و معنا دادن به آن‌ها کمک می‌کنند، ارزش تکرار کردن را دارد. بسیاری از کشف‌های خوب، در واقع بر اساس استفاده از ابزار فیزیکی رخ داده‌اند. مثلاً «سعی کنید راه‌های مختلفی برای ساختن ۴۳۷، با استفاده از قطعات یکی، ده‌تایی و صدتایی بیابید. چه الگویی می‌توانید بیابید؟ دربارهٔ راه‌های ساختن ۴۳۷، چه چیز دیگری را متوجه شدید؟» در اینجا، مدل، بیش از آن‌که راهی برای کشف و بررسی یک تکلیف باشد، چیزی است که مسأله بر آن تمرکز دارد.

دستورزی‌ها و ماشین حساب‌ها به عنوان بخش معمولی کلاس درس [فضای آموزشی]، باید همیشه آماده و در اختیار دانش‌آموزان باشند. این موضوع همان قدر برای کلاس‌های راهنمایی صادق است که برای کلاس‌های مهدکودک موضوعیت دارد.

□ تشویق بحث‌ها و نوشته‌ها

توضیح یک ایده، به صورت شفاهی یا کتبی ما را وادار می‌کند که آن‌قدر با آن ایده کلنجار برویم تا واقعاً مال خود ما بشود و شخصاً آن را بفهمیم. هرچه بیش‌تر سعی کنیم چیزی را تشریح کنیم یا دربارهٔ چیزی به صورت مستدلّ جرّو بحث کنیم، به دنبال ارتباط‌های بیش‌تری خواهیم گشت و از ارتباط‌های بیش‌تری در بحث‌ها یا توضیحات خود، استفاده خواهیم کرد [منظور از ارتباط‌ها، ارتباط‌های ذهنی بین ایده‌های موجود و ایده‌های جدید است. م.] حرف زدن باعث درگیرکردن گویندهٔ سخن می‌شود.

وقتی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که پاسخ‌گو باشند یا دیگران را نقد کنند، آن‌ها نیزمجبور می‌شوند که حواس خود را جمع کنند و مطالب بحث شده را در طرح‌واره‌های ذهنی خویش جذب کنند. اغلب اوقات، زمانی‌که می‌خواهیم ایده‌ای را شفاهی بیان کنیم، می‌بینیم که ضمن صحبت خود، آن ایده را جرح و تعدیل می‌کنیم یا تغییر می‌دهیم. تفکر بازتابی لازم برای یک توضیح یا یک بحث خود، یک تجربهٔ واقعی یادگیری است (کوروین، ۱۹۹۶؛ ویتین و وایلد، ۱۹۹۵. یاکِل، کاب، وود، وتْلِی و مِرکِل، ۱۹۹۰).

تقریباً، نوشتن می‌تواند بخشی از هر مسألهٔ طرح شده باشد. نه تنها نوشتن به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا فکرهای خود را منسجم کنند، بلکه نوشتن موجب می‌شود که هر دانش‌آموز، متعهد شود یک ایده را برای بحث‌های کلاسی، توضیح دهد یا از آن دفاع کند.

البته، نوشته‌ها شامل ژورنال‌ها، مقاله‌های رسمی، و گزارش‌ها می‌شود. هم‌چنین، این نوشته‌ها، ابزارهای مناسبی برای ارزشیابی هستند. کانتریمَن (۱۹۹۲) می‌گوید، «نویسنده، بر آن چیزی که پیش از آن رخ داده است، بازتاب می‌کند، بازمی‌گردد و آن را [دوباره] می‌سازد.» (ص ۵۹).

□ ملزم کردن دانش‌آموزان به ارایهٔ دلیل برای پاسخ‌های خود

ملزم کردن دانش‌آموزان به این که پاسخ‌های خود را شرح

دهند یا از آن‌ها دفاع کنند، تأثیر مثبتی بر دیدگاه آن‌ها نسبت به ریاضی و توانایی‌های شخصی آن‌ها در ریاضی دارد. چنین کاری موجب [ایجاد] اعتمادبه‌نفس و خود ـ ارزشی [در دانش‌آموزان] نیز می‌شود. توجیه پاسخ‌ها، دانش‌آموزان را وادار به تفکر بازتابی می‌کند. دفاع کردن یا توضیح دادن، حدس زدن [بی تفکر] و پاسخ‌های مبتنی بر یادگیری طوطی‌وار را حذف می‌کند. لذا، توضیح خواستن از دانش‌آموزان دربارهٔ پاسخ‌هایشان، مکانیزم جالب دیگری برای رسیدن به همان فواید ناشی از بحث‌ها و نوشته‌ها است.

ملزم کردن دانش‌آموزان به این که توضیح دهند چرا، بگویند چگونه، و جزئیات ایده‌های خود را شرح دهند، باعث می‌شود تا بدانند که ریاضی، اسرارآمیز یا غیرقابل فهم نیست. دیگر نیازی نیست که معلم، منبع حقایق ریاضی باشد.

□ گوش دادن فعالانه

ارتقای تفکر بازتابی [در دانش‌آموزان]، نیازمند آن است که تدریس به جای معلم ـ محوری[47]، دانش‌آموز ـ محور[48] باشد. با توجه کردن به افکار دانش‌آموزان، به جای افکار خودمان، دانش‌آموزان را تشویق می‌کنیم که بیش‌تر فکر کنند و لذا در جستجوی ارتباط‌های داخلی بیش‌تر و قوی‌تری خواهند بود. خلاصه این‌که، درک خود را توسعه می‌دهند. زمانی‌که دانش‌آموزان به سؤالی پاسخ می‌دهند یا در کلاس مشاهده‌ای انجام می‌دهند، یک پاسخ جالب که مورد ارزشیابی قرار نگرفته است، می‌تواند روشی برای تقاضای شرح و توضیح مفصل‌تر باشد: «کارن، دربارهٔ آن بیش‌ترصحبت کن» یا «فهمیدم، چرا فکر می‌کنی این طور است؟»

حتی یک «اوهوم» ساده، بعد از یک سکوت، خیلی مؤثر است و به دانش‌آموز و دیگران اجازه می‌دهد به تفکر خود ادامه دهند.

گوش دادن فعال، نیازمند این است که ایده‌های کودکان را باور داشته باشیم. زمانی که باور داشته باشیم هر آن‌چه که کودک می‌گوید، بازتابی است از درک یگانه و ارزشمند او، آسان‌تر می‌توانیم ۴۵ ثانیه، یک دقیقه یا حتی بیش‌تر صبر کنیم تا آن کودک پاسخی برای یک ایدهٔ خیلی سادهٔ ریاضی بیابد. وقتی کودکان را باور کنید، کودکان [نیز] این را حس می‌کنند و متناسب با آن پاسخ می‌دهند.

زیرنویس‌ها

34. Manipulatives
35. Represent
36. Illustrate

* اصطلاح اسباب‌بازی متفکر از کتاب Seymour Papert (سیمور پاپرت)، با عنوان Mindstroms (طوفان ذهن) (۱۹۸۰) گرفته شده است. در این کتاب، مبدع زبان کامپیوتری لوگو Logo، کامپیوتر را به صورت یک ابزار قدرتمند و انعطاف‌پذیر که یادگیرنده‌ها را به بازی با ایده‌ها و انجام مسایل فکری تشویق می‌کند، توصیف کرده است. عبارت‌های «اسباب‌بازی‌های آزمایشگر» و «اسباب‌بازی‌های سخنگو»، در همین کتاب توسط Laura Domalik (لارا دومالیک)، معلم اول ابتدایی، پیشنهاد شده است.

37. Developmentally
38. Developmental Approach
39. Sense Making
40. Montgomery
41. Problematic
42. Dilemma

Dilemma به معنای وضعیتی است که در آن سرگردانید و بین دو انتخاب سخت یا حتی نامطلوب، قرار می‌گیرید.

۴۳. منظور این است که حتی برای کسانی که به برنامهٔ درسی سنتی ریاضی خیلی وفادار هستند، این اطمینان وجود دارد که آن ایده‌ها و مهارت‌ها هم از این طریق، حاصل می‌شود.

44. Cooperative Learning Groups
45. Pairing
46. Heterogeneous
47. Teacher - Centered
48. Child - Centered

منبع اصلی

Elementary and Middle School Mathematics, Teaching Developmentally, John A. Van De Walle, Addison.Wesley Longman Inc. Forth Edition, 2001.

مراجع

Backhouse, J., Jaggarty, L., Pirie, S., & Stratton, J. (1992). *Improving the learning of mathematics*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16(2), 14-18, 46-47.

Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. New York: Teachers College Press.

Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1993). *In search of understanding: The case for the constructivist classroom*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Campbell. P. F., & Johnoson, M. L. (1995). How primary students think and learn. In I. M. Carl (Ed.), *Prospects for school mathematics* (pp. 21-42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1990). Constructivist learning and teaching. *Arithmetic Teacher*, 38(1), 34-35.

Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23, 87-103.

NAEP 1996 mathematics report card for the nation and the states: Findings from the National Assessment of Educational Progress. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Rowan, T. E. (1995, March). *Helping children construct mathematical understanding with IMPACT.* Paper presented at the regional meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Chicago.

Schifter, D., & Fosnot, C. T. (1993). *Reconstructing mathematics education; Stories of teachers meeting the challenge of reform.* New York: Teachers College Press.

Schoenfeld, A. H. (1992) Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on teaching and learning* (pp. 334-370). Old Tappan, NJ: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.),

Mathematical thinking and problem solving (pp. 53-70). Mahwah, MJ: Erlbaum.

Schroeder, T. L., & Lester, F. K., Jr. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 31-42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in School Mathematics*, 26, 114-145.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.

Smith, J. P., III. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 387-402.

Thompson, P. W. (1994). Concrete materials and teaching for mathematical understanding. *Arithmetic Teacher*, 41, 556-558.

von Glasersfeld, E., (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics (pp. 19-29).* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Whitin, D. J., & Wilde, S. (1992). *Read any good math lately? Children's books for mathematical learning*, K-6. Portsmouth, NH: Heinemann.

Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Wheatley, G. H., & Merkel, G. (1990). The importance of social interaction in children's construction of mathematical knowledge. In T. J. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 12-21). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Corwin, R.B. (1996). *Talking mathematics: Supporting children's voices.* Portsmouth, NJ: Heinemann.

Countryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics: Strategies that work*, K-12. Portsmouth, NH: Heinemann.

Davis, R. B. (1986). Learning mathematics: The cognitive selence approach to mathemattcs education. Norwood, NJ: Ablex.

de Villiers, M. D. (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Shetchpad.* Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Carey, D. A. (1993). Learning to use children's mathematics thinking: A case study. In R. B. Davis & C. A. Maher (Eds.), *School, Mathematics, and the world of reality* (pp. 93-117). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Ginsburg, H. P. (1977). *Children's arithmetic: The learning process.* New York: Van Nostrand.

Hiebert, J. C. (1990). The role of routine procedures in the development of mathematical competence. In T. J. Cooney (Ed.) *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 31-40). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Hiebert, J. C., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). Old Tappan, NJ: Macmillan.

Hiebert, J. C., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Juman. P. G., Murray, H. C., Olivier, A. I., & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher*, 25, 12-21.

Hiebert, J. C., & Lindquist, M. M. (1990). Developing mathematical knowledge in the young child. In J. N. Payne (Ed.), *Mathematics for the young child* (pp. 17-36). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Janvier, C. (Ed.). (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Kamii, C. K. (1985). *Young children reinvent arithmetic.* New York: Teachers College Press.

Kamii, C. K. (1989). *Young children continue to reinvent arithmetic: 2nd grade.* New York: Teachers College Press.

Labinowicz, E. (1985). *Learning from children: New beginnings for teaching numerical thinking.* Menlo Park, CA: AWL Supplemental.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-63.

Lappan, G., & Briars, D. (1995). How should mathematics be taught? In I. M. Carl (Ed.), *Seventy-five years of progress: Prospects for school mathematics* (pp. 115-156). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R. A., Post, T. R., & Behr, M. J. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Mahwah, MJ: Erlbaum.

Noddings, N. (1993). Constructivism and caring. In R. B. Davis & C. A. Maher (Eds.), School, *mathematics, and the world of reality* (pp. 35-50). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Reese, C. M., Miller, K. E., Mazzeo, J., & Dossey, J. A. (1997).

معرفی مدل K-W-D-L برای سازمان‌دهی حل مسأله در کلاس درس ریاضی

نرگس مرتاضی مهربانی

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی و معلم مدارس ابتدایی تهران

مقدمه

حل مسأله، یکی از هدف‌های اصلی آموزش ریاضی است. «شورای ملی معلمان ریاضی»[1] (NCTM) در آمریکا و کانادا، بر لزوم وجود «حل مسأله» در ریاضیات مدرسه‌ای، تأکید کرده و اظهار می‌دارد که حل مسأله، قسمت مهم و اصلی ریاضی است. بدون آن، ریاضی، تنها مجموعه‌ای از تمرین‌ها و مهارت‌ها، و نوعی فریب برای دانش‌آموزان خواهد بود (۱۹۸۰). حل مسأله، علاوه بر ارزش حیاتی که در ریاضیات دارد، در شاخه‌های دیگر علوم نیز، کاربردهای فراوانی دارد و اغلب این کاربردها، منجر به طرح مسایل مهمی در ریاضیات می‌شوند. به عبارت دیگر «حل مسأله»، می‌تواند ارتباط ریاضی را با دیگر شاخه‌های علوم، تقویت کند. از نظر ذهنی، فرآیند حل مسأله دارای حرکت و فعالیت است و به عنوان یکی از عوامل تشویقی و نیروی محرکه‌ای برای فعالیت دانش‌آموزان محسوب می‌شود. حل مسأله، شادی‌بخش است و در پرورش حس خلاقیت انسان، نقش مؤثری دارد، به طوری که از آن، به عنوان یک «هنر» نام برده می‌شود. به‌علاوه، هنر «حل مسأله»، برای درک ریاضیات و قدردانی از آن ـ که یک هدف آموزشی است ـ لازم و ضروری است (ویلسون و همکاران).

شونفیلد[2]، پس از اتمام دوره‌های حل مسأله و تجزیه و

تحلیلِ مشاهدات خود، گزارش کرده است که دانش‌آموزان/ دانشجویان نسبت به ریاضی، تغییر باور داشته‌اند و معتقد بوده‌اند که ریاضی به آن‌ها کمک کرده است تا شفاف‌تر فکر کنند و خلاق باشند. آن‌ها هم‌چنین، ادعا کرده‌اند که ریاضی یاد گرفته شده، خیلی بهتر از ریاضیِ حفظ شده است (شونفیلد، ۱۹۸۵).

با این حال، «حل مسأله» تعریف‌های گوناگونی دارد که روش‌های ارایه شده برای آن، همگی متأثر از آن تعریف‌هاست. بنابراین، قبل از پرداختن به موضوع اصلی این مقاله یعنی «حل مسأله از طریق کار در گروه‌های کوچک»، لازم است به تعریف و ماهیت حل مسأله بپردازیم:

تعریف حل مسأله

جونز (۲۰۰۰) به نقل از کانتوسکی[3] (۱۹۷۷)، حل مسأله را موقعیتی می‌داند که شخص با آن روبه‌رو می‌شود و هیچ الگوریتم آماده‌ای برای حل آن، در دست ندارد. هم‌چنین جونز به نقل از تریسمن[4] (۱۹۸۸)، حل مسأله را با عبارت «انجام می‌دهی، در حالی که نمی‌دانی چه انجام دهی» تعریف می‌کند. به گفتهٔ جونز (۲۰۰۰)، لش[5] (۱۹۸۱)، با دیدگاهی وسیع‌تر، حل مسأله را فراتر از جواب‌های به دست آمده می‌داند و در واقع، آن را به عنوان یک ابزار، یک روش تفکر، یک فلسفه و آمادگی برای یادگیری از طریق فرصت‌های قابل دسترسی معرفی می‌کند. شونفیلد (۱۹۸۵)، از این هم فراتر رفته و تمام ریاضیات را، حل مسأله می‌داند. با توجه به این تعریف‌ها، ملاحظه می‌شود که حل مسأله، با حفظ کردن قوانین خاص، آموخته نمی‌شود، بلکه به گفتهٔ شونفیلد، از طریق غوطه‌ور شدن شخص در فرآیند حل، و توانایی به کارگیری درست منابع دانشی که شامل تعریف‌ها، مفاهیم، رویه‌ها، الگوریتم‌ها و قابلیت‌های مربوط[6] است، حاصل می‌شود. این توانایی در به‌کارگیری منابع دانشی، عاملی است که شونفیلد (۱۹۸۵)، از آن، به عنوان «کنترل» نام می‌برد. با توجه به تعریف‌هایی که برای «حل مسأله» ارایه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که مسأله، موقعیتی جدید و ناآشناست که مسأله حل کن، نمونه و الگویی از آن در ذهن ندارد و در نتیجه، روش سریع ارایهٔ راه‌حل را نمی‌داند. مسأله در خَلق اندیشه‌های سازنده، نقش مؤثری را بازی می‌کند، زیرا حل آن، مستلزم به کارگیری انواع توانایی‌های مسأله حل کن است. این در حالی است که «تمرین»، موقعیتی تکراری است و ممکن است در مقایسه با تجارب قبلی، تنها در جزییات، فرق داشته باشد. بدین ترتیب، راه‌حل آن از قبل آماده شده است. در «تمرین»، خلاقیت و ابتکار، کمتر به چشم می‌خورد و بیش‌تر، تسلط بر مهارت‌های از قبل آموخته شده مورد نظر است. در واقع، مسأله دارای مفهوم مطلقی نیست. ممکن است یک تکلیف، برای یک دانش‌آموز، «مسأله» باشد در حالی که همان تکلیف برای دانش‌آموز دیگر، یک «تمرین» تلقی شود. لذا مسأله از مفهوم نسبی برخوردار است (شونفیلد، ۱۹۸۵).

بنابراین، در کلاس درس ریاضی نمی‌توان از هر تکلیفی به عنوان «مسأله» استفاده کرد. یکی از وظایف مهم معلم در کلاس‌های ریاضی، انتخاب درست «مسأله» است؛ چرا که مسایل مناسب، به دانش‌آموزان فرصت بروز و توسعهٔ دانسته‌هایشان را می‌دهد و اگر این مسایل، درست انتخاب شوند، می‌توانند نیروی محرکه‌ای برای یادگیری ریاضیات باشند (شورای ملی معلمان ریاضی، ۱۹۸۹).

دانش‌آموزان می‌توانند بسیاری از مفاهیم ریاضی را از طریق درگیر شدن با فرآیند حل مسأله‌هایی که متعلق به دنیای واقعی آن‌هاست، یاد بگیرند. انتخاب مسایل به طور هوشیارانه، قسمت بسیار مشکلی در تدریس ریاضی است (شورای ملی معلمان ریاضی، ۱۹۸۹). به گفتهٔ پولیا (۱۹۴۵)، «اگر معلم، دانش‌آموز را با مسأله‌ای که باید حل کند تنها بگذارد و به او کمک نکند، یا این کمک به اندازهٔ لازم و کافی نباشد، ممکن است دانش‌آموز نتواند در حل مسأله پیشرفت کند و در نتیجه، منفعل شود. راهنمایی‌های معلم باید به اندازه‌ای باشد که برای دانش‌آموز، سهم معقولی از کاری که باید انجام دهد، بر جای ماند» (ص۳). در فرآیند حل مسأله، معلم می‌تواند با طرح سؤال‌هایی از قبیل «چرا»، «چگونه» و «به چه دلیل»، توانایی‌های فراشناختی[7] دانش‌آموزان را به گونه‌ای ارتقا دهد تا آن‌ها، نسبت به ذخایر دانشی خود، آگاهی بیش‌تری پیدا

کرده و بتوانند در موقع لزوم از آن‌ها استفادهٔ درست و کارا بکنند، زیرا جواب دادن به این سؤال‌ها، نیاز به تعمق و تفکر دارد (گویا، ۱۳۷۹).

بنابراین، انتخاب «مسألهٔ مناسب» و «راهنمایی‌های درست معلم» می‌توانند در کارایی حل مسأله، تأثیر مستقیمی داشته باشد (شورای ملی معلمان ریاضی، ۱۹۸۹). اما باید توجه داشت که این کار، چندان آسان نیست و نیاز به زمان، تمرین، دلبستگی و پیروی از اصول اساسی دارد (پولیا، ۱۹۴۵). استراتژی‌ها و روش‌های مختلفی برای آموزش «حل مسأله» در کلاس درس وجود دارد و این آموزش، محدود به قالب خاصی نیست. یکی از این روش‌ها، «کار در گروه‌های کوچک» است که مبتنی بر «نظریهٔ تعامل اجتماعی»[8] ویگوتسکی[9] است.

معرفی مدل K-W-D-L

ایده‌های ویگوتسکی، توجیهی قوی بر اهمیت نقش گروه‌های کوچک در رشد و توسعهٔ یادگیرندگان است. ویگوتسکی مدعی شد که تشریک مساعی، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا به «دامنه تقریبی توسعه»[10] (ZPD) برسند، زیرا یک کودک، ممکن است قادر به کار کردن در یک سطح ذهنی مشخص باشد، اما کار مشارکتی با کسانی که تواناتر از او هستند، این امکان را برای او به وجود می‌آورد تا بتواند توانمندی‌های خود را تا سطح بالاتری افزایش دهد. این توانایی بالقوه‌ای که در کودک (یا هر فردی در هر سنی) وجود دارد و می‌تواند با همکاری و مساعدت ـ و نه در انزوا ـ بارور شود، در واقع همان ZPD است (گویا، ۱۹۹۵). به منظور ایجاد فرصت‌های مناسب جهت افزایش تعامل و هم‌فکری دانش‌آموزان، کار گروهی به عنوان یکی از استراتژی‌های اصلی تدریس ریاضی از راه‌حل مسأله و بر مبنای روش‌های فراشناختی، به کار گرفته می‌شود (همان منبع). گروه‌های کوچک، برای دانش‌آموزان یک محیط طبیعی ایجاد می‌کند تا از طریق آن، افراد بتوانند با هم تعامل و گفت‌وگو داشته و ارتباطات ریاضی را بهتر درک کنند (شورای ملی معلمان ریاضی، ۱۹۸۹). همان‌طور که گویا (۱۹۹۵)، ابراز می‌دارد، تحقیقات انجام شده در رابطه با نقش کار گروهی در کلاس درس ریاضی، به نتایج متنوعی رسیده است. کسب و رشد مهارت‌های اجتماعی گوش دادن، نوشتن، سازگاری و رسیدن به توافق عمومی، دفاع از ایده‌ها و بهبود آن‌ها، از جمله این نتایج هستند. با این حال، به گفتهٔ گویا (۱۹۹۵)، «محدود نکردن گروه‌های کوچک به تعداد یا سطح خاصی از توانایی، باعث افزایش اثربخشی کار گروه‌های کوچک در کلاس درس ریاضی می‌شود. در واقع، کار در گروه‌های کوچک با مداخله‌های به‌جا و برنامه‌ریزی شدهٔ معلم، بیش‌تر می‌تواند مؤثر باشد تا گروه‌هایی که به حال خود رها شده‌اند» (ص ۴۵۳). درنتیجه، تشکیل این گروه‌ها بدون سازمان‌دهی مناسب، باعث سردرگمی دانش‌آموزان و بی‌نتیجه ماندن فرآیند حل مسأله خواهد شد. بنابراین، ارایهٔ الگوهای مناسب برای کار گروهی در کلاس درس ریاضی، ضروری است. یکی از الگوهای سازمان‌دهی گروه‌های کوچک در کلاس درس و نظارت بر اعمال آن‌ها، مدل K-W-D-L[11] است که توسط دانشگاه می‌سی‌سی‌پی ابداع شده است [۳]. این مدل شامل چهار مرحله است و هر گروه، پس از ارایهٔ مسأله توسط معلم (طبق ویژگی‌هایی که در تعریف مسأله ذکر شد)، و طی چهار مرحله، نتایج کار خود را اعلام می‌کنند. این چهار مرحله عبارتند از:

(الف) K: چه می‌دانم؟

(ب) W: چه چیزی را می‌خواهم بیابم؟

(پ) D: چه کار کردم؟

(ت) L: چه یاد گرفتم؟

این چهار مرحله، سازگاری زیادی با مدل چهار مرحله‌ای حل مسألهٔ پولیا دارد که شامل فهمیدن، طراحی نقشه، اجرای نقشه و دوباره‌نگری است.

گام K: چه می‌دانم؟

در این گام، دانش‌آموزان صورت مسأله را می‌خوانند و در مورد این که راجع به مسأله چه می‌دانند، با یکدیگر بحث و گفت‌وگو می‌کنند. ممکن است آن‌ها طی این بحث‌ها،

به طور موقتی دچار بحران فکری شوند. در این موقع، معلم در تنظیم و دسته‌بندی اطلاعات مسأله، آن‌ها را کمک می‌کند تا به آرامی و به‌تدریج، نظم فکری خود را بازیابند. این مرحله شامل خواندن، توضیح دادن، بحث کردن و کشیدن شکل و نمودار است تا از طریق این استراتژی‌ها، مسأله را بهتر بفهمند و مشخص کنند که در حال حاضر، چه چیزهایی در مورد مسأله می‌دانند.

گام W: چه چیزی را می‌خواهم بیابم؟

در این گام، دانش‌آموزان، مجهول را؛ یعنی آن‌چه که می‌خواهند بیابند را شناسایی کرده و در مورد آن، به توافق می‌رسند. این مرحله، شامل تصمیم‌های دانش‌آموزان به منظور طرح نقشه برای حل مسأله است. در این مرحله، ممکن است دانش‌آموزان به داده‌های دیگری به جز اطلاعات مستقیم مسأله، نیاز داشته باشند. در این خصوص، دانش‌آموزانی که در یک گروه کوچک کار می‌کنند، برای تعیین منابع و داده‌های مورد نیاز، می‌توانند رأی‌گیری کنند، تبادل‌نظر کنند، صحبت کنند، اندازه‌گیری کنند، آزمایش کنند یا به کتاب‌های مرجع مراجعه کنند. طرح اولیهٔ راه‌حل مسأله، در این مرحله شکل می‌گیرد.

گام D: چه کار کردم؟

در دو گام K و W، دانش‌آموزان اغلب به فهم مسأله و طرح نقشه مشغول هستند. گام D، بیش‌تر شامل روایت‌ها و یادداشت‌های دانش‌آموزان در مورد چگونگی اجرای گام‌های K و W است. این مرحله، به آن‌ها کمک می‌کند تا آگاهانه، در مورد نقشه‌ها و فرآیندهایی که در دو مرحلهٔ قبل طراحی و طی کرده‌اند، فکر کنند و آن‌ها را ارزیابی کنند. در واقع، این مرحله، اصلاح و بهبود راه‌حل‌های ارایه شده در دو مرحلهٔ قبل است.

گام L: چه یاد گرفتم؟

این گام در دو سطح اجرا می‌شود:

سطح ۱: با توجه به این که نتایج بحث‌های سه مرحلهٔ قبل، می‌توانند در شکل‌های مختلفی تجلی یابند، هر دانش‌آموز به تنهایی، راه‌حل مسأله و برداشت‌های خود را یادداشت می‌کند و آن‌ها را برای دیگران می‌خواند. این سطح، به یادگیرندگان کمک می‌کند تا پاسخ‌های خود را توضیح داده و از آن‌ها دفاع کنند و به دیگران اجازه دهند که کار آن‌ها را بررسی کرده و نظر دهند.

سطح ۲: گروه‌ها می‌توانند بر نتایج اطلاعات به‌دست آمده، بازتاب داشته باشند و آن‌ها را بنویسند. مثلاً، دانش‌آموزان یک گروه می‌توانند در مورد این که چگونه کشیدن شکل در ارایهٔ راه‌حل مفید واقع شد، یا این که چگونه استراتژی حدس و آزمایش را مورد استفاده قرار دادند، با دیگر دوستان خود در گروه‌های دیگر صحبت کرده و از نظرات آن‌ها، آگاه شوند.

در آخر، اعضای هر گروه، علاوه بر گزارش‌های فردی، نتایج حاصل را به صورت گروهی نیز به معلم تحویل می‌دهند [۳]. همان‌طور که گویا (۱۹۹۵) اشاره می‌کند، در زمانی که دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک مشغول فعالیت حل مسأله هستند، معلم باید اطمینان حاصل کند که تک‌تک آن‌ها، درگیر فعالیت ریاضی شده‌اند و هر کس، مسئولیت خویش را می‌شناسد و به آن عمل می‌کند. این جنبه، به‌خصوص در زمانی که بعضی از افراد گروه، تمایل به دنباله‌روی منفعلانه از سایر اعضای گروه را دارند، حائز اهمیت است.

تجزیه و تحلیل مدل K-W-D-L

هر فرد در کنار گروه، دارای نقش‌های فردی نیز هست. این موضوع که هر دانش‌آموز باید نظرات شخصی خود را یادداشت کند و برای دیگران بخواند (گام L) و در صورت عدم توافق با نظر گروه، می‌تواند مخالفت خود را ابراز کرده و مکتوب آن را به گزارش گروه پیوست کند، حاکی از وجود استقلال فردی در گروه است. در نتیجه، این نگرانی که کار گروهی، استقلال فکری دانش‌آموزان را از بین می‌برد و آن‌ها را به یکدیگر وابسته می‌سازد، موردی ندارد. هم‌چنین، نوشتن در مورد تجارب حل مسأله، برای دانش‌آموزان بسیار سودمند است، زیرا فرآیند نوشتن، باعث می‌شود تا دانش‌آموزان، بین ریاضی و مهارت‌های

ارتباطی، پیوند برقرار کنند و مرتب از آن‌ها استفاده کنند که همهٔ این فعالیت‌ها باعث افزایش قدرت استدلال در آن‌ها می‌شود. طی کار در گروه‌های کوچک، عباراتی مانند «ما به دست آوردیم» و «ما توانستیم»، بسیار به گوش می‌رسد که همگی آن‌ها نشان‌دهندهٔ افزایش اعتماد به نفس، عزت‌نفس و صمیمیت و اعتماد در دانش‌آموزان است. انتقاد و بازتاب، دو عامل بسیار مهم در مدل K-W-D-L است که به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا افرادی مسئول و مسئولیت‌پذیر شوند و در مورد ایده‌های خود و دیگران، انعطاف‌پذیر باشند. همان‌طور که اشاره شد، ایدهٔ اصلی این تکنیک از مدل چهار مرحله‌ای حل مسألهٔ پولیا گرفته شده است که در آن، گام K، همان فهمیدن مسأله؛ گام W، طرح نقشه؛ گام L، اجرای نقشه و بالاخره گام D، به عقب نگریستن یا دوباره‌نگری است.

هم‌چنین، کنترل یعنی توانایی به‌کارگیری منابع دانشی، عامل مهمی در فرآیند حل مسأله است و ارزیابی رفتارهای دانش‌آموزان طی کار گروهی، در شناخت این توانایی‌ها مؤثر است. از طریق این ارزیابی‌ها، توانایی‌های فراشناختی دانش‌آموزان افزایش می‌یابد. آن‌ها درمی‌یابند که در چه جنبه‌های رفتاری یا علمی ضعیف هستند و سعی می‌کنند تا با تلاش‌های بعدی، آن جنبه‌ها را قوی کنند.

ارزیابی ارتباطات در گروه‌های کوچک

به منظور ارزیابی رفتارهای حل مسألهٔ دانش‌آموزان طی کار در گروه‌های کوچک، آرتز (۱۹۹۶) چارچوبی بر پایهٔ مدل چهار مرحله‌ای حل مسألهٔ پولیا ارایه می‌دهد. رفتارهایی که دانش‌آموزان طی حل مسأله از خود بروز می‌دهند، می‌توانند به صورت خواندن، فهمیدن، کشف کردن، تجزیه و تحلیل کردن، طرح نقشه، اجرا کردن، تصدیق یا اثبات کردن، نگاه کردن و شنیدن، دسته‌بندی شوند. هر کدام از این رفتارها را می‌توان به مقولهٔ رفتارهای شناختی یا فراشناختی، دسته‌بندی کرد. رفتارهای شناختی آن‌هایی هستند که با انجام دادن سروکار دارند، درحالی که رفتارهای فراشناختی، بیش‌تر با انتخاب، طرح نقشه، نظم‌دهی[12] و نظارت[13] سروکار دارند. آرتز (۱۹۹۶)، به نقل از آرتز و آرمور ـ توماس[14] (۱۹۹۲)، نشان داده است که کنترل و خودنظمی[15]، رفتارهای فراشناختی ضروری برای حل مسأله هستند و تأثیر متقابل رفتارهای شناختی و فراشناختی بر یکدیگر، برای موفقیت در حل مسأله و افزایش ارتباط میان دانش‌آموزان، لازم است.

با این توضیح، رفتار دانش‌آموزان در گروه‌های کوچک را، می‌توان طبق توصیهٔ آرتز (۱۹۹۶)، مطابق جدول ۱ دسته‌بندی کرد.

	الف	ب	پ	ت
صحبت کردن در مورد مسأله				
فهمیدن				
تجزیه و تحلیل				
طرح نقشه				
کشف کردن				
اجرا کردن				
تصدیق یا اثبات کردن				
انجام دادن مسأله				
خواندن				
کشف کردن				
اجرا کردن				
تصدیق کردن				
دیدن و گوش دادن				
به پایان رساندن مسأله				
ملاحظات:				

جدول ۱. دسته‌بندی رفتارهای دانش‌آموزان در فرآیند حل مسأله

این جدول، برای یک گروه کاری چهار نفره و برای حل یک مسأله، تنظیم شده است. معلم به طور منظم، رفتارهای هر شخص را در یک مدت زمان مشخص (بسته به شرایط کلاس)، زیرنظر می‌گیرد و رفتارهای او را در چهار دستهٔ موجود در جدول که شامل صحبت کردن در مورد مسأله، انجام دادن مسأله، دیدن و گوش کردن، و به پایان رساندن مسأله است، ثبت می‌کند. برای روشن شدن چگونگی کار معلم، آرتز (۱۹۹۶)، از یک گروه چهار نفری (دانش‌آموز الف و ب و پ و ت) در پایهٔ تحصیلی هفتم که سعی دارند مسألهٔ زیر را حل کنند، مثالی می‌آورد:

«یک بانکدار می‌خواهد یک اسکناس صد دلاری را با استفاده از پنجاه سکهٔ ۱، ۵، ۱۰ و ۲۵ سنتی خرد کند. او باید از هر سکه، حداقل یکی داشته باشد. چه ترکیبی از سکه‌ها را می‌تواند انتخاب کند؟»

در این مثال، عملکرد دانش‌آموزان، در برگه گزارش صفحهٔ بعد آمده است. با توجه به این برگه، می‌توان دید که دانش‌آموز الف یک نقشه برای مسأله طرح کرد. نقشهٔ دانش‌آموز الف به دانش‌آموز ب کمک کرد تا ایدهٔ اصلی راه‌حل را ارایه دهد. دانش‌آموز ب، مسأله را با صدای بلند تحلیل می‌کرد، اما ایده‌هایش را اجرا نمی‌کرد. دانش‌آموز الف، محاسبه می‌کرد و از ایده‌های ب کمک می‌گرفت و در نهایت، مسأله را حل کرد. دانش‌آموزان پ و ت سعی داشتند تا فرآیند حل را دنبال کنند، اما نمی‌توانستند ایده‌های دانش‌آموز الف و دانش‌آموز ب را ادامه دهند. آن‌ها بیش‌تر درگیر درک مسأله بودند. دانش‌آموزان الف و ب، هیچ تلاشی برای کمک به آن‌ها نکردند. به هرحال، دانش‌آموز الف مسأله را حل کرد و دانش‌آموز ب، ایدهٔ اساسی راه‌حل را ارایه داد. باید توجه کنیم که دانش‌آموز الف، بدون گوش دادن به ب نمی‌توانست مسأله را حل کند. رفتارها و جمله‌های این دانش‌آموزان، در جدول ۲ منظم شده‌اند.

	الف	ب	پ	ت
صحبت کردن در مورد مسأله				
فهمیدن	×	××	××	
تجزیه و تحلیل		×× ××		
طرح نقشه	×	××		
کشف کردن				
اجرا کردن	××			
تصدیق یا اثبات کردن				
انجام دادن مسأله				
خواندن				
کشف کردن				
اجرا کردن	×	×	×	×
تصدیق یا اثبات کردن	×			
دیدن و گوش دادن	×	×× ××	×× ××	×× ×
به پایان رساندن مسأله				
ملاحظات:				

جدول ۲. رفتار دانش‌آموزان در فرآیند حل مسأله

با استفاده از این چارچوب، معلم و دانش‌آموزان می‌توانند بر رفتارهای فردی حل مسأله شامل رفتارهای نظم‌دهی و نظارت، متمرکز شوند. این ابزار می‌تواند توسط خود دانش‌آموزان نیز، مورد استفاده قرار گیرد تا رفتارهای خود و گروه‌های دیگر را ارزیابی کنند و از اهمیت نقش بعضی رفتارهای حل مسأله مانند خواندن، فهمیدن، تجزیه و تحلیل کردن، طرح نقشه، کشف کردن، اجرا کردن، تصدیق کردن، هم‌چنین اهمیت کنترل، نظارت و نظم‌دهی، آگاهی پیدا کنند. بدین ترتیب، دانش‌آموزان سعی می‌کنند تا با دقت بیش‌تری از چنین رفتارهایی در

برگه گزارش عملکرد دانش آموزان برای حل مسأله

■ **طرح نقشه**

الف: از تمام سکه‌ها استفاده نکنیم. یک سکهٔ ۱۰ سنتی و یک سکهٔ ۲۵ سنتی و یک سکهٔ ۵ سنتی، جمعاً چند می‌شود؟

■ **اجرا**

ت: یک سکهٔ ۱۰ سنتی و یک سکهٔ ۲۵ سنتی و یک سکه ۵ سنتی؟ ۴۰ سنت می‌شود.

ب: ۴۱ سنت می‌شود.

الف: خوب، ۴۰ سنت. خوب ما سه سکه داریم.

ت: من هنوز نفهمیدم که در مورد چه چیزی صحبت می‌کنید.

ب: گوش کنید. من یک ایده دارم. اگر ما استفاده کنیم... (حرف «ب» توسط «پ» قطع شد).

■ **فهمیدن**

پ: حدود ۵۰ تا؟

■ **تجزیه و تحلیل**

ب: اگر از هر سکه فقط یک بار استفاده کنیم، در این صورت، ۴۱ سنت خواهیم داشت و هنوز ۴۶ سکه باقی مانده است.

الف: چه کار کردی؟

ب: ما از هر سکه، یک بار استفاده می‌کنیم، پس در این مورد (از هر سکه حداقل یک بار استفاده شود) دیگر نگران نیستیم. پس ما ۴۱ سنت داریم و هنوز ۴۶ سکه برای استفاده باقی مانده است. ما مجبوریم که از سکه‌های یک سنتی بیش‌تر استفاده کنیم.

■ **فهمیدن**

پ: چقدر باید بشود؟

ب: باید ۱۰۰ سنت شود.

الف: خوب، پس تو، ۴ سکه داری. اگر ۴۶ تا سکه ۱ سنتی اضافه کنیم، چقدر می‌شود؟

■ **اجرا**

پ: (جمع کرد) ۹۸ سنت.

■ **فهمیدن**

ب: آه، صبر کن. ما مجبوریم از تمام پنجاه سکه استفاده کنیم.

الف: این همان چیزی است که من گفتم.

■ **طرح نقشه و تجزیه و تحلیل**

ب: صبر کنید ببینیم قبلاً چه کار کردیم. یک سکهٔ ۲۵ سنتی، یک سکهٔ ۱۰ سنتی. یک سکهٔ ۵ سنتی و یک سکه ۱ سنتی. این سکه‌ها ۴۱ سنت می‌شوند. ما از ۴ سکه استفاده کرده‌ایم.

■ **اجرا**

الف: (بعد از محاسبه و کار روی ایدهٔ ۴۶ سکهٔ یک سنتی) من به دست آوردم!

■ **تجزیه و تحلیل**

ب: ما به ۴۶ سکهٔ دیگر نیاز داریم.
۱۰

■ **تصدیق کردن**

الف: من آن را به دست آوردم. نگاه کنید! ۵۰ سکه. (در حین نوشتن، راه‌حل خود را تصدیق یا اثبات می‌کرد و همه به برگهٔ او نگاه می‌کردند)

ت: بله، درست است! بله درست است!

حل مسأله، استفاده کنند. افزون بر این ها، دانش آموزان درمی یابند که به کارگیری چنین رفتارهایی در یک حرکت خطی، میسر نیست. بلکه آن ها می توانند چندین بار به رفتارهای مختلف بازگردند. دانش آموزان هم چنین، به ارزش طرح سؤال هایی چون «چه کار کردی؟»، «چرا این کار را کردی؟» و «چگونه این کار می تواند به شما کمک کند؟» پی خواهند برد (شونفیلد، ۱۹۸۵). این فعالیت ها، احتمالاً آن ها را با شونفیلد (۱۹۸۵)، هم عقیده خواهد کرد که «در حل مسأله، کسانی خوب عمل می کنند که با دیگران خوب بحث می کنند» (ص ۲۱۰).

جمع بندی

دانش آموزان از طریق یادگیری مشارکتی و ارزیابی رفتارهای ارتباطی، می توانند بر رفتارهای حل مسأله خود بازتاب داشته باشند. طبق یافته های برشون (۱۹۹۲)، رویه های شناختی که هنگام تعامل با گروه مورد استفاده قرار می گیرند، بعد از مدتی درونی شده و در زمان انجام کارهای فردی، بروز پیدا می کنند. یعنی، ارتباطی که دانش آموز با گروه کاری برقرار می کند، تبدیل به نوعی ارتباط با خود در زمان انجام کارهای فردی می شود. به بیان دیگر، فرد و جمع طی فرآیند حل مسأله، از طریق کار در گروه های کوچک با یکدیگر تلفیق می شوند و بر پیشرفت یکدیگر، تأثیر می گذارند (آرتز، ۱۹۹۶، به نقل از برشون). اجرای چنین برنامه هایی در کلاس های درسی ریاضی، بیش از امکانات، به تغییر دیدگاه های آموزشی نیازمند است.

زیرنویس ها

1. National Council of Teachers of Mathematics
2. Schoenfeld
3. Kantowski
4. Trismen
5. Lesh
6. Relevant Competencies
7. Metacognition
8. Social Interaction
9. Vygotsky
10. Zone of Proximal Development (ZPD)
11. What I Know, What I Want to Find Out, What I Did, What I Learned

12. Regulating
13. Monitoring
14. Armour - Thomas
15. Self - Regulating

منابع

۱. پولیا، جرج. (۱۹۴۵). چگونه مسأله را حل کنیم؟. ترجمهٔ احمد آرام، سازمان انتشارات کیهان. چاپ پنجم. ۱۳۷۹.

۲. گویا، زهرا. (۱۳۷۹). واقعاً این همه هیاهو در مورد فراشناخت چیست؟ رشد آموزش ریاضی. سال پانزدهم. شماره ۶۰ـ۵۹. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی.

3. <http://www.unesco_iicba.org/electronic_library/maths/math_pages/Articles/cooperative-problem-solving.htm>. (1997). Cooperative Problem Solving: Using K-W-D-L as an Organizational Technique. Teaching Children Mathematics, V3, P 484-6.

4. Artzt, A.F. (1996). Developing Problem Solving Behaviour by Assessing Communication in Cooperative Learning Group. **Communication in Mathematics K-12 and Beyound.** University of Massachusetts at Amherst Press.

5. Gooya, Z. (1995). Working in Small Group in an Undergradute, Non-Science Mathematics Class. 26th Annual Iranian Mathematics Conference Shahid Bahonar University of Kerman.

6. National Council of Teachers of Mathematics. (1980). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.**

7. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.**

8. Schoenfeld, A. (1985). **Mathematical Problem Solving.** University of California press.

9. Jones, T. (2000). Instructional Approaches to Teaching Problem Solving in Mathematics: Integrating Theories of Learning and Technology. Walden University. http://www.mindymac.com.

10. J.Wilson, M.Fernandes, N.Hadaway. (?). Mathematical Problem Solving. Department of Mathematics Education. University of Georgia. http://wilson.coe.uga.edu/em1725/Pssyn/Pssyn.html.

تحول در علوم

خسرو حسین‌زاده
عضوهیأت علمی گروه ریاضی، دانشگاه صنعتی شاهرود

امروزه می‌توان دید که علوم مختلف دائماً درحال تحول‌اند و هر کشف علمی به سرعت کهنه و منسوخ می‌شود و کشفیات نو جایگزین آن می‌شود. جهان امروز پذیرفته است که علم معنای دیگری غیر از پویا شدن ندارد و هر علمی اگر پویایی خود را از دست دهد و تقلیدی شود، دیگر علم شمرده نمی‌شود، بلکه از او به عنوان یک موجود موزه‌ای یاد خواهد شد؛ موجودی که در کتابخانه‌ها و موزه‌ها می‌توان یاد او را زنده نگه داشت.

حال سؤال این است که چگونه می‌توان در یک علم تحول ایجاد کرد؟ ساز و کار این پویایی چیست؟ مجاری تحول در یک علم کدامند؟ از آن‌جا که ازفلسفه به عنوان «میل به دانستن» یاد شده است طبعاً پاسخ این سؤال در دست فلاسفه خواهد بود. فلاسفه در پاسخ به این سؤال، از چهار مجرا به عنوان مجاری عمدهٔ تحول در یک علم یاد کرده‌اند. هر علم، از چهار مدخل، پویایی می‌پذیرد و متحول می‌شود. این چهار مدخل عبارتند از:

۱. از ناحیهٔ مسایل.

۲. از ناحیهٔ حضور رقبای یک علم (مکاتب رقیب).

۳. از ناحیهٔ مبادی و مبانیِ علم.

۴. از ناحیهٔ روش.

در واقع از این مجاری، علوم متحول می‌شوند و بر غنای خود می‌افزایند. در این مقاله برای روشن شدن موضوع، به شرح مختصر هر یک از این مجاری پرداخته و مثال‌هایی نیز برای هر یک ارایه شده است. البته بیش‌تر مثال‌ها از علم ریاضیات انتخاب شده‌اند، اما همهٔ علما و متعلمان در علوم مختلف می‌توانند ردپای این چهار رویکرد را در علوم خود ببینند.

اولین مجرا برای تحول‌پذیری در یک علم، از ناحیهٔ مسایل است. این مجرا شاید ساده‌ترین راه تحول در یک علم باشد. مسایل هر علم به دو دسته تقسیم می‌شوند، یک دسته از مسایل، برای ایجاد مهارت در عالِم هستند و دسته‌ای دیگر برای تحول در آن علم.

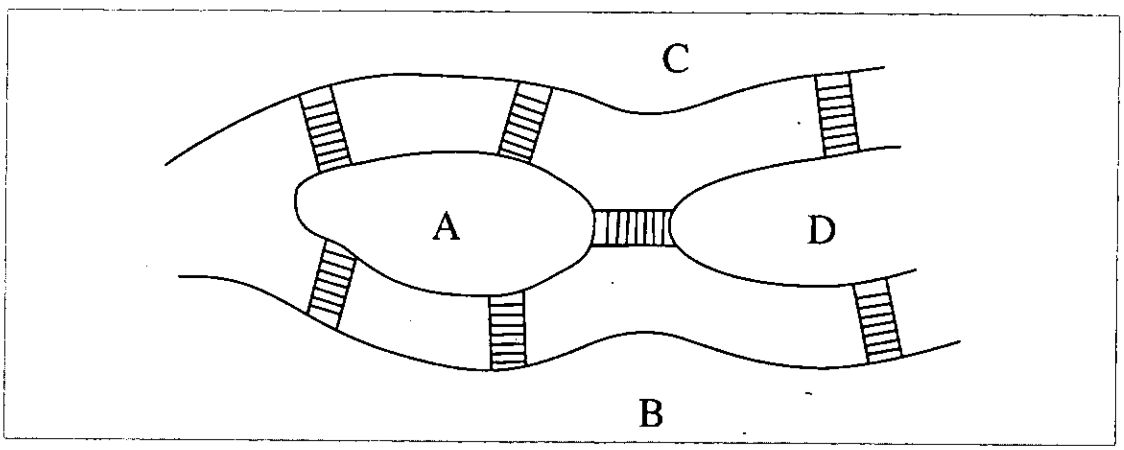
مسایلی که برای مهارت عالِم طراحی می‌شوند، عمدتاً تقلیدی‌اند و از قبل طرح شده‌اند و پاسخ آن نیز از قبل تعیین شده است، که از این گونه مسایل با نام مسایل کهن یا کلاسیک یاد می‌شود. اما مسایلی که برای تحول در یک علم طرح می‌گردند، از این گونه نیستند؛ بلکه مسایل جدیدی می‌باشند که از قبل طرح نشده‌اند و کسی پاسخ آن‌ها را نمی‌داند. مقصود ما از مسألهٔ تحول‌برانگیز، مسایل تازه‌ای از این گونه‌اند. در واقع، غذای هر علم، مسألهٔ تازه است و همهٔ علوم از طریق مسایلی از این گونه تغذیه می‌کنند و به بقای خود ادامه می‌دهند. این امر برای هر علمی صادق است. دو مثال زیر مؤید این مطلب است:

نظریهٔ گراف: در گذشته از میان شهر کونینسبرگ که امروزه کالینگراد نامیده می‌شود، رودخانه‌ای به نام پرگل می‌گذشت و آن را به چهار منطقهٔ مسکونی شامل دو جزیره و دو ساحل تقسیم می‌کرد (شکل ۱).

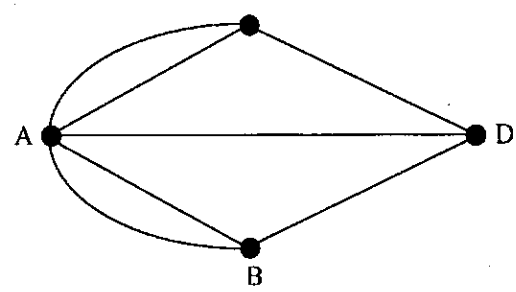
در آن زمان، هفت پل، این چهار منطقه را به هم وصل می‌کردند. تا قبل از سال ۱۷۳۶ میلادی، سرگرمی (در واقع سؤال) بسیاری از کودکان و بزرگ‌ترهای این شهر این بود که از خانه خارج شوند و سعی کنند از هریک از این هفت پل فقط و فقط یک‌بار بگذرند و به خانهٔ خود بازگردند، اما هیچ وقت موفق به این کار نمی‌شدند. درنتیجه، برای اهالی شهر این مسألهٔ جدی مطرح شد که آیا این کار شدنی است؟ هر چند بسیاری از اهالی شهر قانع شده بودند که پاسخ منفی است، ولی دلیل آن را نمی‌دانستند تا این که اویلر در سال ۱۷۳۶ میلادی در مقاله‌ای، منفی بودن پاسخ این سؤال را ثابت کرد و آن را به طور رسمی اعلام کرد و به همهٔ بحث و جدل‌ها پایان داد. وی به مناطق A، B، C و D، به ترتیب نقاط a، b، c و d را نسبت داد و بین هر دو نقطهٔ متناظر به‌ازای پل‌هایی که دو منطقه را به هم وصل می‌کردند، خطی رسم کرد و شکل ۲ را پدید آورد.

سپس با این استدلال که در نمودار، نقطه‌ای وجود دارد که تعداد خط‌های گذرا از آن فرد است، کار استدلال را به پایان رسانید. اویلر در این مقاله اظهار کرد که به هندسه‌ای دست یافته است که در آن، اندازه مطرح نیست. وی در این سال به طور مستقیم، شاخه‌ای از ریاضیات که امروزه به نظریهٔ گراف معروف می‌باشد را بنیان گذاشت.

نظریهٔ احتمال: پیدایش نظریهٔ احتمال را می‌توان مثال دیگری بر این ادعا دانست. آنتوان گومبا یک اشراف‌زادهٔ فرانسوی که به قمار و قماربازی علاقهٔ بسیاری داشت، مسأله‌ای را برای پاسکال طرح کرد. مسأله از این قرار بود که اگر یک جفت تاس ۲۴ بار ریخته شود، آیا یک جفت ۶ در این ۲۴ بار ریختن ظاهر می‌شود یا خیر؟ این مسأله و مسألهٔ دیگری که گومبا طرح کرده بود، به تبادل نامه بین بلیز پاسکال



شکل ۱



شکل ۲

و پیردو فرما منجر شد که در این تبادل‌نظرها، اصول اصلی نظریهٔ احتمال برای نخستین بار وضع شد.

هم‌چنین، می‌توان از مسألهٔ ورشکستگی قمارباز که از مسایل بسیار قدیمی احتمال است، نام برد. دموآر و لاپلاس اولین کسانی بودند که مسأله را طرح کردند و به حل آن پرداختند. مسأله به قرار زیر بود:

دو بازیکن به نام‌های A و B به ترتیب با سرمایه‌های a و b دلار با هم بازی می‌کنند. احتمال برد A در هر بازی p و احتمال باخت وی (یعنی برد B) $q = ۱ - p$ است. در هر بازی برنده مبلغ ۱ دلار از بازنده می‌گیرد. هر وقت سرمایهٔ یکی از بازیکن‌ها صفر یا a+b ریال شود، بازی متوقف می‌شود. حال احتمال آن که به هنگام توقف بازی، سرمایه A برابر صفر باشد، چقدر است؟

از مسألهٔ ورشکستگی قمارباز نیز می‌توان به عنوان اساس پیدایش فرآیندهای تصادفی یاد کرد.

دومین راه ایجاد تحول در یک علم از جمله علم ریاضی، در میان آوردن رقبای آن علم است. در واقع، گرفتن ایده از مکاتب رقیب می‌تواند یکی دیگر از عوامل ایجاد تحول و نوآوری در یک علم باشد. در این باره، می‌توان از هندسهٔ تحلیلی در ریاضی و نسبیت عام در فیزیک یاد کرد که هریک، حاصل تعامل دو مکتب رقیب هستند.

هندسهٔ تحلیلی: در عصر پیش از دکارت، از هندسه و جبر به عنوان دو شاخهٔ اصلی و مستقل از هم در ریاضیات یاد می‌شد. در ابتدای سدهٔ هفدهم میلادی، شاخه کاملاً تازه‌ای به نام هندسهٔ تحلیلی در ریاضیات به وجود آمد که ارتباطی بین منحنی‌های مسطحه و معادله‌های دو مجهولی جبری برقرار کرد. ایجاد این رابطه بین جبر و هندسه، رابطه‌ای بود که به هر دو رشتهٔ ریاضی قدرت بیش‌تری داد و این امکان را به وجود آورد که مسأله‌های هندسی را به کمک جبر تحلیل کنیم و خاصیت‌های تازه‌ای از آن‌ها را بشناسیم و در عین حال، ویژگی‌های معادله‌های جبری را به کمک منحنی‌های هندسی آن‌ها کشف کنیم. اساس هندسهٔ تحلیلی بر این مبنا بود که بین ساده‌ترین عنصر جبر یعنی عدد حقیقی و ساده‌ترین عنصر هندسه یعنی نقطه ارتباط ایجاد شود که روش مختصاتی (و به‌خصوص، مختصات قائم یا دکارتی) به این مهم، تحقق بخشید. این کشف دکارت به قدری مهم بود که فیلسوف و عالم انگلیسی قرن نوزدهم میلادی، جان استوارت میل، دربارهٔ او چنین می‌گوید:

«هندسهٔ تحلیلی بیش از تمام مطالعات فلسفی و ماوراءالطبیعهٔ وی موجب بقای نام دکارت گردید. ایجاد این هندسه بزرگ‌ترین قدمی است که تا امروز در راه پیشرفت دانش دقیق برداشته شده است.»

نسبیت عام: در طول تاریخ علم، همواره از ریاضیات و فیزیک، به عنوان دو شاخهٔ اصلی علم یاد شده که همیشه، در تعامل تنگاتنگ با یکدیگرند. در این میان می‌توان گفت که علم فیزیک برای توسعهٔ خود، استفادهٔ فراوانی از ریاضیات برده است و می‌توان از نسبیت عام به عنوان یک مثال بارز آن یاد کرد. معروف است که برای آلبرت اینشتین، نابغهٔ قرن بیستم، فراگیری هندسهٔ دیفرانسیل با سختی و دشواری همراه بود. اما پس از مدتی مطالعه و ممارست در یادگیری هندسهٔ دیفرانسیل و به‌خصوص هندسهٔ ریمانی، موفق به کشف مهم خود یعنی نظریهٔ نسبیت عام شد. بی‌شک ابزار موجود در هندسهٔ دیفرانسیل و هندسهٔ ریمانی را می‌توان به عنوان یکی از عوامل اصلی موفقیت اینشتین در پیدایش نظریهٔ نسبیت عام دانست که خود او نیز بر این نکته صحه گذاشته است.

در این زمینه نیز، مثال‌های بسیاری را می‌توان ذکر کرد که برای اختصار در نوشتار، از ذکر آن‌ها درمی‌گذریم.

سومین راه یا مجرای سوم برای ایجاد تحول در یک علم را می‌توان حرکت به سوی مبادی و مبانی آن علم دانست. این مجرا شاید مهم‌ترین کانال ایجاد تحول در یک علم باشد. در واقع، همهٔ علوم از یک سری مبانی و مبادی

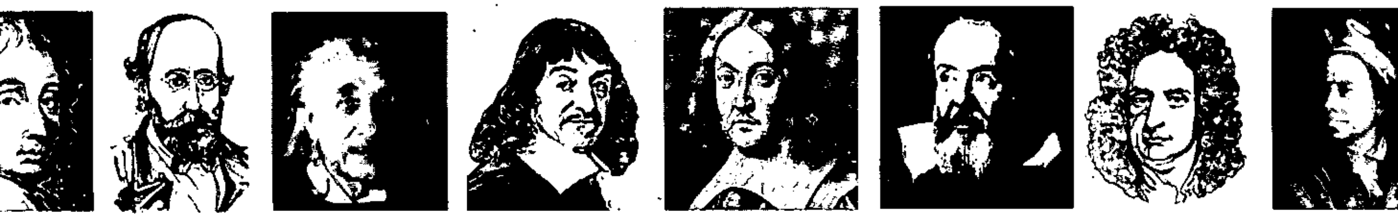
     

بهره‌مند هستند و زیر چتر آن مبانی قرار گرفته‌اند که اگر آن‌ها تکان بخورند، این علوم نیز که زیر چتر آن‌ها هستند، تکان خواهند خورد. برای این مورد نیز می‌توان از پیدایش منطق فازی و هندسه‌های نااقلیدسی به عنوان دو مثال روشن و بارز یاد کرد.

منطق فازی: معروف است که در یونان باستان، آن‌گاه که دانش و دانش‌دوستی ارج بسیار داشت، برای آن که اندیشمندان بتوانند از راه گفتارها و نوشته‌های خود اندیشه‌های یکدیگر را به درستی دریابند، هم‌چنین برای آن که دانشمندان و پژوهشگران در بررسی‌ها و پژوهش‌های خود در آموزش و آموختن دانش‌ها دچار لغزش نشوند، روش‌هایی کمابیش پذیرفته شده بود که در سنجش‌ها و داوری‌ها به کار می‌رفت. نخستین بار ارسطو، بزرگ اندیشمند آن روزگار، از آن‌چه از این روش‌ها دریافته بود، کتابی در پنج بخش به نام «کلیات پنج گانه» فراهم آورد. این کتاب که نزد همگان پذیرفته شده بود، به نام ارگانون (ابزار) زبانزد شد. از آن رو که آن را ابزاری برای جداسازی درستی‌ها از نادرستی‌ها و برای پرهیز از لغزش‌ها می‌دانستند. در منطقی که ارسطو پدید آورد و آن را منطق کلاسیک نیز می‌نامند، مفهوم گزاره به عنوان مفهوم اولیه برگزیده شده است. ویژگی اصلی هر گزاره در منطق کلاسیک این است که درست یا نادرست است. یعنی یک گزاره نمی‌تواند هم درست باشد و هم نادرست. بنابراین، هر گزاره دارای دو ارزش است و همین نکته، اصلی‌ترین مبنای منطق ارسطویی به حساب می‌آید. اما در سال ۱۹۶۴، لطفی عسگرزاده، این مفهوم اولیه را تغییر داد و تحولی در علم منطق پدید آورد. در مواجهه با سؤالاتی از قبیل این که اگر بر سر طاس مردی تنها یک مو بروید، آیا او باز هم طاس خواهد بود؟ اکثر مردم می‌گویند مردی که تنها یک مو بر سرش باشد، طاس است، اگر چه خود او شاید چندان موافق این گفته نباشد. اما اگر بر سرش موی دیگری بروید و یکی دیگر و یکی دیگر، و همین‌طور تا وقتی که هزاران مو داشته باشد، آن وقت چه می‌شود؟ در کدام نقطه است که با افزودن تنها یک مو بر سر طاس این مرد، او دیگر طاس به حساب نمی‌آید؟ حکمت ارسطویی ایجاب می‌کرد که هر مورد تحت بررسی، در یکی از دو رده‌ای که با مرزی مشخص از هم جدا شده‌اند قرار گیرد. بدین ترتیب ممکن است ارسطوییان بگویند سری طاس است هر گاه تعداد موهایش از ۵۰۰۰ بیش‌تر نباشد و هر کسی که بیش از این مو داشته باشد مودار محسوب می‌شود. با این ترفند، هر سری را می‌توان طاس یا غیرطاس تعریف کرد و هیچ حالت دیگری بین این دو حالت وجود ندارد. اما این قانون می‌تواند به وضعیتی نامعقول نیز بینجامد. مردی که ۵۰۰۱ مو دارد اگر تنها یک مویش را از دست بدهد، ناگهان خود را ملقب به طاس می‌یابد. همین مسأله و مسایلی از این قبیل بود که ضرورت پذیرش منطق چند ارزشی را ایجاب کرد. به این ترتیب، به جای این که برای هر گزاره تنها دو ارزش درست یا نادرست را در نظر بگیریم می‌توانیم ارزش آن را عددی واقع در بازهٔ $[0,1]$ بدانیم به این نحو که اگر گزاره نادرست باشد، ارزش صفر و اگر درست باشد ارزش یک و در غیر این صورت ارزش گزاره را عددی بین صفر و یک در نظر می‌گیریم. در منطق فازی، پا از این هم فراتر گذاشته می‌شود و به منظور تطبیق با منطق انسانی، ارزش‌های درستی، اعداد بین صفر و یک نیستند، بلکه توابع عضویتی هستند که دامنهٔ آن‌ها، بازهٔ $[0,1]$ می‌باشد. لطفی عسگرزاده دربارهٔ ضرورت ایجاد منطق فازی می‌گوید، «اشکال روش‌های سنتی در این است که رده یا مقولات مجاز در این روش‌ها باید مرز دقیق داشته باشند، اما اکثر مقولات دنیای واقعی مرزهای دقیق ندارند.»

این تحول به قدری عمیق است که کل علوم توسط آن متحول شده یا خواهند شد، زیرا در دسته‌بندی دانش‌ها، منطق را در رأس جای داده‌اند. از آن رو که هر دانشی برای گسترش و پیشرفت خود، به منطق نیاز دارد و منطق تنها دانشی است که به سایر دانش‌ها نیازی ندارد. بنابراین، با تحول در منطق و ایجاد منطق جدید موسوم به منطق فازی، سایر علوم دستخوش تغییر شده یا خواهند شد.

هندسه‌های نااقلیدسی: یونانیان، هندسه را برترین وسیله برای کشف و به نظم درآوردن تعمیم‌ها می‌دانستند و



آن را دنبال می کردند. ریاضی دانان گوناگون یونانی، روابط موجود میان خطوط و نقاط اشکال هندسی را بیان و به اثبات رسانیدند. ولی هر یک از این اکتشافات، توسط افراد مختلف کشف شده بود و یک نوع بی نظمی و از هم گسیختگی در آن ها دیده می شد. تا این که در حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد، اقلیدس قضایای عصر خود را جمع آوری و آن ها را به ترتیبی معقول مرتب کرد، به طوری که هر قضیه در نتیجهٔ به کار بردن قضایایی که قبلاً به اثبات رسیده بود، ثابت می شد. به طور طبیعی، این سیستم به چیزی که ثابت نشده است خواهد رسید. اگر هر قضیه ای به کمک قضیه ای که از پیش به اثبات رسیده است ثابت می شد، پس قضیهٔ شمارهٔ ۱ را چگونه می توان به اثبات رسانید؟ راه حل آن بود که سیستم با حقایقی آغاز شود که نیاز به اثبات نداشته باشد. این حقایق را بدیهیات یا اصول موضوعه می گویند. اقلیدس، بدیهیات مورد قبول زمان خود را به چند قضیهٔ بدیهی معدود تقلیل داد و از آن بدیهیات، سیستم عالی هندسهٔ اقلیدسی را بنیان گذاشت. هیچ گاه از چنین تعداد کم، این همه چیز به این خوبی ساخته نشده بود و پاداش اقلیدس این است که از کتاب درسی او با مختصر تغییری، به مدت بیش از ۲۰۰۰ سال استفاده شده است.

اقلیدس در انتخاب اصول موضوعه، باید سه شرط زیر را لحاظ می کرد:

۱. **شرط سازگاری**: بین اصول و هم چنین نتایج حاصل از آن ها، نبایستی تناقض ظاهر شود.

۲. **شرط استقلال**: صحت هیچ کدام از این اصول، نباید به کمک بقیهٔ اصول محقق شود.

۳. **شرط کمال**: در حین حداقل کردن اصول، نباید اصولی که در اثبات قضایای بعدی اجتناب ناپذیرند، حذف شوند.

اقلیدس در تعیین اصول موضوعهٔ خود، پنجمین اصل را که موسوم به اصل توازی است، بدین صورت بیان کرد (البته شکل معادل و رایج آن در این جا ذکر شده است):

اصل توازی هندسهٔ اقلیدسی: «به ازای هر خط L و هر نقطهٔ P غیرواقع بر آن، حداکثر یک خط m وجود دارد که از P می گذرد و با L موازی است.»

اقلیدس به خوبی دریافته بود که هرگاه اصول موضوعهٔ یک علم کمتر باشد، کلیت آن بیش تر است. بنابراین، کوشش های فراوانی انجام داد تا این اصل را از سایر اصول نتیجه بگیرد. اما نتوانست این حکم را از سایر اصول موضوعه نتیجه بگیرد؛ از طرف دیگر، میل داشت که آن را در اثبات بسیاری از قضایای خویش به کار برد. بنابراین، شرافتمندانه به عجز خود اقرار کرد و آن را نیز در ردیف سایر اصول موضوعهٔ خود قرار داد.

در این میان، ریاضی دان های بسیاری کوشش کردند تا ببینند آیا اصل توازی را می توان از سایر اصول نتیجه گرفت یا خیر؟ بنابراین، بعضی از ریاضی دان ها با تغییر در این اصل، درصدد بررسی این موضوع برآمدند، و در میان آن ها، ریاضی دان روسی نیکلای لوباچفسکی، به جای اصل توازی اقلیدس، اصل زیر را جایگزین کرد:

اصل توازی هندسهٔ هذلولوی: «از نقطهٔ ثابتی مانند P در خارج یک خط راست مانند L نه فقط یک خط، بلکه دو خط راست به موازات آن و گذرا از نقطه P می توان رسم کرد.»

لوباچفسکی با این تغییر در مبانی هندسهٔ اقلیدسی، هندسه جدیدی را بنیان گذارد که آن را هندسهٔ هذلولوی یا هندسهٔ لوباچفسکی نامیدند.

در این میان، ریاضی دان آلمانی، برنهارد ریمان با تأثیر پذیرفتن از کشفیات لوباچفسکی و استاد خود کارل فریدریش گاوس، اصل زیر را جایگزین اصل توازی اقلیدس کرد و هندسهٔ جدیدی به نام هندسهٔ بیضوی یا هندسهٔ ریمانی ابداع کرد.

اصل توازی هندسهٔ بیضوی چنین است: «از نقطهٔ ثابتی مانند P واقع در خارج یک خط راست مانند L، هیچ خط راستی نمی توان گذرا از نقطه P و موازی با خط L رسم کرد.»

بدین ترتیب، می توان دید که تغییر در مبانی یک علم می تواند تأثیرات شگرفی در آن علم پدید بیاورد.

چهارمین مسیر یا مجرایی که تحول از آن، وارد یک علم می شود، از ناحیهٔ تغییر در روش است. اگر در علمی روش






تغییر کند، تمام یا بخشی از آن علم دستخوش تغییر خواهد شد. ساده‌ترین مثال در این زمینه را می‌توان به کارگیری روش استقرای تجربی به عنوان روش علمی به جای روش استنتاجی (قیاسی) دانست.

روش استقرای تجربی، روش منطقی در علم: استنتاج یا قیاس را به عنوان یک روش **استدلالی**، این گونه تعریف کرده‌اند:

«پی بردن از کل به جزء یا از یک کل به کلی دیگر».

یونانیان، دوستدار روش استنتاجی (قیاس) در هندسه بودند که در این میان، موفقیت‌های زیادی نیز کسب کردند. آن‌ها چنان دلباختهٔ این روش شده بودند که استنتاج (قیاس) را تنها وسیلهٔ معتبر کسب دانش می‌پنداشتند. (این دلباختگی چنان بود که گاهی مرتکب اشتباهات زیادی نیز می‌شدند). بر همین اساس، ارسطو از بدیهیات، نظریه‌های خیالی برای حرکت ساخت. از آن جمله، با ملاحظهٔ این که سنگ از پر سریع‌تر می‌افتد، ادعا کرد سرعت سقوط جسم متناسب با وزن آن است و چون به نظر فیلسوفان یونانی، آزمودن یک نظریهٔ کامل با ابزارهای ناکامل، راه با ارجی برای کسب دانش نبود، آزمایش جدی برای اثبات ادعای ارسطو صورت نگرفت. نظریهٔ ارسطو به عنوان یک نظریه به ثبت رسیده بود تا این که فلاسفه‌ای همچون راجر بیکن و فرانسیس بیکن، از آزمایش کردن به عنوان روشی برای تأیید نظریه‌ها دفاع کردند و استقرای تجربی را به عنوان روشی جدید و منطقی در علم مورد تأیید قرار دادند. در منطق کلاسیک، استقرای تجربی را به معنای «از جزئی به کلی رسیدن» تعریف کرده‌اند. بر همین اساس، گالیله با بهره‌جویی از روش استقرا توانست انقلابی در علم مکانیک ایجاد کند و با آزمایش‌های مؤثر خود، فیزیک ارسطویی را به نابودی کشاند. انقلابی که گالیله برپا ساخت، بالا بردن ارزش روش استقرای تجربی نسبت به روش استنتاجی یا قیاسی به عنوان یک روش منطقی بود. در این میان، می‌توان از تلاش‌های اسحاق نیوتن در به کارگیری روش استقرای تجربی به عنوان روشی مناسب برای کشف قوانین مکانیک یاد کرد. نیوتن از مشاهدات و استنتاجات گالیله و اخترشناس دانمارکی، تیکوبراهه و اخترشناس آلمانی یوهانس کپلر، از طریق استقرای تجربی به سه قانون سادهٔ حرکت و تعمیم بزرگ خود «قانون گرانش جهانی» رسید. کشفیات نیوتن چنان جهان تحصیل کردهٔ هم‌عصر خود را تحت تأثیر قرار داد که در زمان حیات خود، تا سرحد پرستش مورد ستایش قرار گرفت. انقلابی که در اوایل قرن هفدهم، گالیله با بهره جستن از روش استقرای تجربی به راه انداخته بود، در پایان قرن به وسیلهٔ نیوتن تکمیل شد.

در پایان، باید دانست که فیلسوف یونانی، نقش روش استقرای تجربی را به حداقل تقلیل داده بود. حال آن که دانشمند امروز، استقرای تجربی را وسیلهٔ اصلی کسب معرفت و تنها راه به اثبات رسانیدن تعمیم‌ها به شمار می‌آورد. از این گذشته، دانشمند امروز، می‌داند که هیچ تعمیمی قابل دوام نیست مگر این که بارها به وسیله آزمایش‌های جدیدتر آزموده شود تا بتواند در برابر آزمون‌های دیگر، پایداری کند.

منابع

در تهیهٔ این مقاله، از منابع و مأخذ الفبایی زیر، استفاده شده است:

■ آپوستل، تام. م. (۱۳۷۰). حساب دیفرانسیل و انتگرال، جلد دوم. ترجمهٔ علی‌اکبر عالم‌زاده. انتشارات دهخدا.

■ آسیموف، آیزاک. (؟). در جهان علم، ترجمهٔ هوشنگ شریف‌زاده، انتشارات فاطمی.

■ بهزاد، مهدی. (۱۳۶۷). چشم‌اندازی از نظریهٔ گراف‌ها، نشر ریاضی، سال اول، شمارهٔ ۳، مرکز نشر دانشگاهی.

■ پاشا، عین‌الله. (۱۳۷۲). ورشکستگی قمارباز، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال دهم، شمارهٔ ۳۸ (تابستان)، گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های ریاضی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

■ تمپل بل، اریک. (۱۳۴۸). ریاضیدانان نامی، ترجمهٔ حسن صفاری، انتشارات امیرکبیر.

■ تومانیان، مگردیچ. (۱۳۶۳). اصول در هندسه، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال اول، شمارهٔ ۴ (زمستان)، گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های ریاضی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

■ شهریاری، پرویز. (۱۳۶۲). روش‌های جبر، انتشارات امیرکبیر.

■ طاهری، سیدمحمود. (۱۳۷۴). آشنایی با نظریهٔ مجموعه‌های فازی. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال دهم، شمارهٔ ۴۴ (زمستان)، گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

■ مصحفی، عبدالحسین. (۱۳۶۶). منطق و استدلال ریاضی، انتشارات فاطمی.

■ مک‌کین، کوین و دورتسکی، نام. (؟). راه‌های مغشوش در خدمت اهداف منطقی، ترجمهٔ فرامرزعلی ایبچی. انتشارات دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران.

مقاومت در برابر یادگیری
مبحث معادلات کسری و رادیکالی
در کتاب درسی ریاضی ویژهٔ علوم انسانی

ابوالفضل رفیع‌پور،
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی شهید بهشتی و دبیر ریاضی اسلام‌شهر

مقدمه

معلمان ریاضی که با آموزش سروکار دارند، عموماً دغدغهٔ یادگیری مفهومی و چگونگی حل مسأله[1] دانش‌آموزان را دارند و این امر در رابطه با درس ریاضی که مطالب آن پیوسته‌تر است ودرک آن لذت‌بخش، بیش‌تر خود را نشان می‌دهد. در این تحقیق، که تجربهٔ شخصی یک معلم ریاضی در کلاس درس ریاضی ویژهٔ علوم انسانی است، چگونگی یادگیری مبحث معادلات کسری و رادیکالی مورد بررسی قرار گرفته است. دلیل اصلی انتخاب این مطلب، این است که بنا به تجربهٔ شخصی، دانش‌آموزان رشتهٔ علوم انسانی، از پیچیده‌تر شدن مسایل ریاضی واهمه دارند و این بخش از کتاب که از نظر ترکیب عملیات، با بخش‌های دیگر متفاوت است، بیش‌تر موجب واهمهٔ این دانش‌آموزان می‌شود. اگر بتوان راهی برای آشتی دادن دانش‌آموزان علوم انسانی با این مبحث یافت، یادگیری این بخش از کتاب، بدون هراس و لذت‌بخش خواهد بود.

برای پیدا کردن چنین راهی، در این تحقیق، ابتدا علت‌های عدم یادگیری مبحث حل معادلات کسری و رادیکالی در کتاب ریاضی ویژهٔ علوم انسانی سال سوم دبیرستان شناسایی شده و سپس چرایی مقاومت دانش‌آموزان در مقابل یادگیری این مبحث مورد بررسی قرار گرفته است.

پیشینهٔ تحقیق

بسیاری از کشورها، سعی کرده و می‌کنند تا به افراد جامعهٔ خود، برای رویارویی مناسب با واقعیت‌هایی که در قرن حاضر به وقوع می‌پیوندد، آموزش مناسبی ارایه کنند. اما آن‌چه که مورد تأکید اکثر کشورها است، این است که برای یک شهروند، حداقل‌هایی ازدانش ریاضی لازم است. به طوری که، در صورت آموزش مناسب، می‌توان امیدوار بود که این حداقل دانش ریاضی، فرد را در اتخاذ تصمیم‌های خود در زندگی یاری کند. آموزشگران

ریاضی، آموزش به روش حل مسأله را یکی از راه‌های رسیدن به هدف آموزش تصمیم گیری به شهروندان مستقل، می‌دانند. البته حل مسأله چه در ریاضی و چه در سایر علوم، از دیرباز مورد توجه بوده ولی در چند دههٔ اخیر بحث بر سر چگونگی آموزش حل مسأله بوده است.

اولین کسی که در دهه‌های اخیر به‌طور جدی به این موضوع پرداخت، جورج پولیا[2] بود که در کتاب «چگونه مسأله را حل کنیم؟» (۱۹۴۵)، به معرفی تعدادی از رهیافت‌های حل مسأله پرداخته است [۴].

پولیا در کتاب خود، تعدادی «رهیافت‌های نوین» را که معمولاً ریاضی‌دان‌های خبره در حل مسایل ریاضی به‌کار می‌برند، ارایه کرد. رهیافت‌ها یا استراتژی‌های رهگشا[3]، قواعد سرانگشتی هستند که با استفاده از آن‌ها می‌توان راهی برای حل مسایل مشکل پیدا کرد (شونفیلد (۱۹۸۷)، ترجمهٔ ذاکری، (۱۳۶۸)).

به گفتهٔ پولیا (۱۹۴۵) هدف رهگشایی، بررسی روش‌ها و قاعدهٔ کشف و ابداع است. صفت رهگشا به هر چیزی که به کشف کمک کند، گفته می‌شود و استدلال رهگشا، استدلالی است که قطعی و سر راست تلقی نمی‌شود، بلکه تنها استدلالی موجه نما است که هدف آن، کشف راه‌حل مسألهٔ مورد نظر است (پولیا ۱۹۴۵). در کتاب «چگونه مسأله را حل کنیم»، یک چارچوب کلی و راهنمای عمل در مورد ریزه‌کاری‌های لازم برای حل مسأله آمده است. چارچوب کلی، همان الگوی چهارمرحله‌ای فهم مسأله، طرح نقشه، اجرای نقشه و باز نگریستن به عقب است که پولیا در سال ۱۹۴۵ معرفی کرد. بنا به گفتهٔ شونفیلد[4] (۱۹۸۷) (ترجمهٔ ذاکری، ۱۳۶۸) کارهای پولیا تأثیر به‌سزایی در تکامل پژوهش‌های مربوط به حل مسألهٔ ریاضی داشت.

برای مثال شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا در دههٔ ۱۹۸۰ میلادی، حل مسأله به روش پولیا را سرلوحهٔ برنامهٔ درسی ریاضی قرار داد، به طوری‌که این شورا، سالنامهٔ ۱۹۸۰ خود را به حل مسأله در ریاضی دبیرستانی اختصاص داد و در فصل‌های مختلف این کتاب، کارهای پولیا را معرفی کرد. اما بنا به گفتهٔ شونفیلد (۱۹۸۵)، این روش در عمل جواب نداد. حتی پژوهشگران هوش مصنوعی که از روش حل مسألهٔ پولیا برای کار خود استفاده کردند، به نتیجه‌ای نرسیدند. (شونفلید(۱۹۸۷)، ترجمهٔ ذاکری، (۱۳۶۸))

این شواهد، سؤال‌های متعددی را در مورد نقش رهیافت‌ها یا استراتژی‌های رهگشا درحل مسأله، برانگیخت. به‌طور مثال، بساری از آموزشگران ریاضی علاقه‌مند بودند بدانند که آیا در موقع حل مسألهٔ ریاضی، واقعاً از این استراتژی‌ها استفاده می‌شود؟ آیا می‌توان این استراتژی‌ها را در جا و موقعیت مناسب به‌کار برد؟ و از همه مهم‌تر این‌که آیا می‌توان این استراتژی‌ها را آموزش داد؟ این سؤال‌ها، باعث قوت گرفتن این فکر در میان پژوهش‌گران آموزش ریاضی شد که شاید در این میان، چیزی از قلم افتاده باشد. در واقع، بنا به گفتهٔ شونفلید(۱۹۸۵)، توصیف‌های پولیا از استراتژی‌های رهگشا، برای ریاضی دان‌های خبره واضح است، چون بارها از این روش‌ها استفاده کرده‌اند، ولی برای کسانی که با این استراتژی‌ها آشنایی ندارند و چگونگی استفاده کردن از آن‌ها را نمی‌دانند، جزییات کافی را ارایه نمی‌کند. درحقیقت، هر استراتژی مجموعه‌ای از زیر ـ استراتژی‌های[5] مرتبط و متشابه است (شونفلید (۱۹۸۰)، [۷]) و استراتژی‌های محدودی که در کتاب «چگونه مساله را حل کنیم» ارایه شده، از دویست تا سی صد استراتژی ضعیف‌تر اما مفیدتر تشکیل شده است. پس می‌بینیم که تعداد استراتژی‌های مفید خیلی زیاد شده‌اند و در چنین وضعیتی، انتخاب استراتژی‌های مناسب در موقع مناسب، خیلی مهم است (شونفیلد (۱۹۸۷)). و در واقع، مسأله حل کن، به چیزهایی بیش از فهرستی از رهیافت‌ها نیازمند است.

در نتیجه، به‌نظر می‌رسد که مدل حل مسألهٔ پولیا برای مسأله حل کن‌های تازه‌کار، زیاد مناسب نیست، چون جزییات لازم را در اختیار آن‌ها قرار نمی‌دهد و فقط استراتژی‌های کلی را معرفی می‌کند. به دلیل وجود همین نقصان بود که شونفیلد (۱۹۸۵)، با جرح وتعدیل مدل حل مسألهٔ پولیا، به بررسی عوامل تأثیرگذار بر حل مسألهٔ ریاضی پرداخت.

از دیدگاه وی، عوامل تأثیرگذار بر حل مسألهٔ ریاضی شامل؛ منابع، رهیافت‌های حل مسألهٔ ریاضی، کنترل و نظام باورها است [۲].

بنابراین، لازم است که معلمان، از باورهای بالقوهٔ دانش‌آموزان به عنوان یکی از عوامل تأثیرگذار بر حل مسألهٔ

ریاضی و از چگونگی شکل‌گیری آن‌ها آگاه شوند و نیز نسبت به باور خودشان، آگاهی داشته باشند (گویا، ۸۰-۱۳۷۹)، تا بتوانند فرآیند حل مسألهٔ ریاضی دانش‌آموزان را، تسهیل کنند. از این‌رو برای تحقق اصلی تحقیق، که بررسی چرایی مقاومت دانش‌آموزان رشتهٔ علوم انسانی در مقابل یادگیری یک مبحث خاص ریاضی بود، باورهای معلمان و دانش‌آموزان مورد مطالعه قرار گرفت.

روش تحقیق

این تحقیق، در یک کلاس ۳۶ نفری سال سوم رشتهٔ علوم انسانی در یکی از دبیرستان‌های پسرانهٔ تهران انجام شده است. ابزار جمع‌آوری داده‌ها شامل مشاهده، یادداشت‌های میدانی و مصاحبه‌های نیمه‌ساختاری[۶] شفاهی و مصاحبه‌های کتبی ساختاری بوده است (طالب، ۱۳۸۰ و ایران نژاد، ۱۳۷۸) [۳و۹]. این داده‌ها در مدت شش هفته در اسفند ۱۳۸۰ و فروردین و اردیبهشت ۱۳۸۱، جمع‌آوری شدند. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، از آمار توصیفی استفاده شد.

سؤال‌های مصاحبهٔ کتبی

به عقیدهٔ گویا (۸۰-۱۳۷۹)، دیدگاه یک فرد نسبت به مدرسه، درس خواندن و ماهیت ریاضی، می‌تواند بر چگونگی حل مسألهٔ او تأثیر بگذارد. بنابراین در طراحی سؤال‌های مصاحبه، چند سؤال اول به این امر اختصاص داده شد.

■ نمره یا وضعیت خود را در درس ریاضی دورهٔ راهنمایی بنویسید.
■ نمره یا وضعیت خود را در درس ریاضی سال اول دبیرستان بنویسید.
■ نسبت به مدرسه چه احساسی دارید؟
■ نسبت به درس خواندن چه احساسی دارید؟
■ به نظر شما، برای چه ریاضی می‌خوانید؟
■ فکر می‌کنید ریاضی در کجا به درد شما می‌خورد؟
■ احساس شما نسبت به ریاضی چیست؟
■ از چه درسی بدتان می‌آید؟
■ نظر شما راجع به حل معادلات کسری چیست؟
■ نظر شما راجع به حل معادلات رادیکالی چیست؟*

سؤال‌های مصاحبهٔ شفاهی

درمصاحبهٔ شفاهی که به صورت نیمه‌ساختاری انجام شد، از سؤال‌های مصاحبهٔ کتبی با کمی جرح و تعدیل، استفاده شد.

نتایج تحقیق

نتایج به‌دست آمده در دو مقوله قرار گرفتند که یکی، نظرات و صحبت‌های اکثر دانش‌آموزان و دیگری دیدگاه‌های ویژه است.

نظرات دانش‌آموزان

■ بنا به اظهار نظر اکثر دانش‌آموزان، عملکرد آن‌ها در ریاضیات دورهٔ راهنمایی خوب بوده است، به‌طوری که آن‌ها، از عملکرد خود در درس ریاضی دورهٔ راهنمایی راضی بودند.
■ نگرش افراد نسبت به ریاضی در اکثر موارد مثبت بود.
بر اساس مصاحبه‌های غیر ساختاری و غیر رسمی، دانش‌آموزان عنوان کردند که شروع خوب کتاب ریاضی ویژهٔ علوم انسانی، موجب شد که یادگیری مطالب کتاب تسهیل شود. البته لازم به ذکر است که در اوایل سال، مقاومت‌هایی بر این اساس که آیا سؤال‌های امتحان هم از همین مطالب می‌آید، به‌وجود آمد که ناشی از عدم اعتماد دانش‌آموز به نوع ارزشیابی معلم بود، که پس از گذشت زمان برطرف شد.
■ ۷۰درصد دانش‌آموزان نسبت به درس خواندن احساس خوبی داشتند و ۶۵درصد آن‌ها نسبت به مدرسه و عملکرد آن، احساس خوبی (دید مثبتی) داشتند.
■ اکثر دانش‌آموزان اظهار داشتند که ریاضی به کار آن‌ها نمی‌آید و معتقد بودند که فقط، ریاضیات مطرح شده در دورهٔ ابتدایی، در زندگی روزمره، کاربرد دارد. هرچند که مثال‌هایی از تأثیرهای ریاضی بر ذهن و کاربردهای بسیار ریاضی به آن‌ها گفته شد ولی دانش‌آموزان این مثال‌ها را تصنعی می‌دانستند.
■ اکثر دانش‌آموزان معتقد بودند که چون در سال دوم

دبیرستان درس ریاضی نداشتند، ریاضی ویژهٔ علوم انسانی اگر به جای سال سوم در سال دوم برای دانش‌آموزان رشتهٔ علوم انسانی ارایه می‌شد، بهتر بود.

■ بنا به گفتهٔ دانش‌آموزان، اخلاق خوب معلم در ایجاد انگیزه برای یادگیری ریاضی از سوی دانش‌آموزان مؤثر است.

■ دانش‌آموزان، همبستگی زیادی بین مباحث درسی ریاضی سال‌های گذشته و مباحث جدید احساس می‌کردند. به‌طور مثال، دانش‌آموزان ابراز می‌داشتند که برای مطالعهٔ معادلات درجه دوم، حتماً باید اتحادهای جبری را بلد باشند و اگراین مفاهیم را بلد نباشند، نمی‌توانند در یادگیری این بخش پیشرفتی داشته باشند.

■ دانش‌آموزان نسبت به درس‌هایی که در زندگی روزمره به‌کار نمی‌روند و انتزاعی هستند، ابراز بی‌علاقگی می‌کردند.

■ در رابطه با معادلات کسری، بیش از ۹۰ درصد دانش‌آموزان در مخرج مشترک گیری و ساده کردن عبارت حاصل تا رسیدن به مرحلهٔ معادله درجهٔ دوم، مشکل داشتند. آن‌ها از حل معادلات درجهٔ دوم با ضرایب بزرگ، واهمه داشتند.

■ ۳۰ درصد از دانش‌آموزان معتقد بودند که عدد تقسیم بر صفر، صفر می‌شود. در نتیجه، این عده قادر به تشخیص جواب‌های قابل قبول و غیر قابل قبول در حل معادلات کسری نبودند.

■ دانش‌آموزان در حل معادلات رادیکالی، مشکل کمتری داشتند. به‌طوری که در معادلات رادیکالی، عدهٔ کمی از دانش‌آموزان چگونگی بیرون آوردن اعداد بزرگ از زیر رادیکال را نمی‌دانستند. در حالی که در معادلات کسری، در مخرج مشترک گرفتن و ساده کردن معادله، اکثر دانش‌آموزان مشکل داشتند.

■ دانش‌آموزان در حل معادلهٔ درجهٔ دوم حاصل از حل معادلات کسری و رادیکالی، این مشکل را داشتند که نمی‌توانستند عدد به دست آمده برای مبیّن را، به عوامل اول تجزیه کرده و سپس آن را از زیر رادیکال بیرون بیاورند.

دیدگاه‌های ویژه در نتایج

در این بخش، دیدگاه‌های مصاحبه شوندگانی آورده شده است که از نظر تعداد، منحصر به فرد بودند؛ اما از نظر ویژگی آموزشی و چگونگی یادگیری ریاضی؛ می‌توانند برای پژوهشگران آموزش ریاضی و برنامه‌ریزان درسی، مفید باشند.

■ یکی از دانش‌آموزان در مصاحبه گفت که «من بخش معادلات کسری و رادیکالی را یاد گرفته‌ام، ولی فکر می‌کنم در سؤال‌های دشوارتر مربوط به این مبحث، مشکل داشته باشم.»

■ دانش‌آموز دیگری اشاره به این داشت که چنان‌چه مسأله‌ای را حل کنم و به نتیجه برسم، علاقه‌ام برای حل مسأله بیش‌تر می‌شود.

■ یکی دیگر از دانش‌آموزان گفت که «من از رادیکال هیچی نمی‌فهمم، چه برسد به این که بخواهم مسایل آن را حل کنم.»

■ یکی دیگر از دانش‌آموزان گفت که «درس ریاضی در رشتهٔ ادبیات و علوم انسانی کاربردی ندارد و چنان‌چه دانش‌آموزان، درس ریاضی را دوست داشتند، به رشتهٔ علوم انسانی نمی‌رفتند.»

نتیجه گیری

■ با توجه به نتایج تحقیق که در بالا ذکر شد، در می‌یابیم که اکثر دانش‌آموزان این کلاس در اثر بی‌علاقگی به درس ریاضی، رشتهٔ علوم انسانی را برای ادامهٔ تحصیل خود انتخاب کرده‌اند. لازم به ذکر است که تعداد کمی از دانش‌آموزان این کلاس، صرفاً به علت علاقه‌ای که به رشتهٔ علوم انسانی داشتند، آن را برای ادامهٔ تحصیل انتخاب کرده بودند. این در حالی است که اکثر دانش‌آموزان، نسبت به مدرسه، درس خواندن و نسبت به ریاضی احساس خوبی داشتند.

■ عده‌ای از دانش‌آموزان، شروع خوب کتاب را در ایجاد نگرش مثبت در خود، نسبت به ریاضی، مؤثر دانستند. به‌طوری که احساس می‌کردند که خواندن درس ریاضی برای آن‌ها، لذت‌بخش شده است. این نتیجه، با نظر فرودنتال (۱۹۷۹) و پیاژه (۱۳۶۹) که معتقدند آموزش مفاهیم ریاضی، باید از زمینهٔ شهودی آن شروع شده و سپس به تجرید برسد، هم‌خوانی دارد.

■ به گفتهٔ بعضی از دانش‌آموزان، آن‌ها در صورت حل موفقیت‌آمیز مسأله، انگیزهٔ بیش‌تری برای حل مسایل دیگر پیدا می‌کنند و برعکس، اگر نتوانند مسألهٔ مشکلی را حل کنند، زود مأیوس می‌شوند. این موردی است که برای معلمانی که به نوعی با حل مسأله سروکار دارند، اغلب به وجود آمده یا خواهد آمد. همان‌طور که پولیا (۱۹۴۵) در کتاب «چگونه مسأله را حل کنیم» به این مورد اشاره کرده و در ادامه اضافه می‌کند که آموزش حل مسأله، گونه‌ای از پرورش اراده است و دانش‌آموز، در حل مسایلی که مشکل هستند، می‌آموزد که در ناکامی‌ها ثابت‌قدم باشند و قدر پیشرفت‌های کوچک را بداند. وقتی دانش‌آموزان با مسألهٔ مشکلی روبه‌رو می‌شوند، طبیعی است که در نگاه اول، پیچیدگی مسأله و ترس از عدم موفقیت، آن‌ها را دلسرد کند. در این‌جا، نقش معلم آن است که به این عده که در حل مسأله مأیوس شده‌اند کمک کند تا در حل مسایل، ثابت‌قدم بمانند و از هر اندیشهٔ کوچکی، به خوبی استفاده کنند. این امر با درگیر شدن با حل مسایل مختلف، میسر می‌شود.

■ همان‌طور که شونفیلد(۱۹۸۵) اشاره می‌کند، منابع دانشی، از عوامل دخیل در حل مسأله هستند. بنابراین، لازم است قبل از شروع آموزش مفاهیم ریاضی، مطالبی که به نظر می‌رسد که برای مفهوم جدید پیش‌نیاز هستند، یادآوری شوند. زیرا به عقیدهٔ پیاژه (ترجمهٔ دادستان؛ منصور، ۱۳۶۹) یادآوری منابع، ایجاد ارتباط بین ساخت شناختی قدیم و جدید را تسهیل می‌کند. بدین طریق می‌توان به درک بهتر مفاهیم از سوی دانش‌آموزان امیدوار بود.

به‌طور مثال، درمبحث معادلات کسری و رادیکالی، بهتر است موارد زیر یادآوری شوند:

❑ تجزیهٔ عدد غیر اول به اعداد اول؛

❑ مخرج مشترک گرفتن؛

❑ یادآوری قواعد رادیکال به منظور بیرون آوردن عبارت یا عدد از زیر رادیکال؛

❑ بعضی از دانش‌آموزان فکر می‌کردند که عدد تقسیم بر صفر، صفر می‌شود. دانش‌آموزان به اشتباه، مفهوم «عدد تقسیم بر صفر تعریف نشده است» را به مفهوم «عدد تقسیم بر صفر، صفر می‌شود» تعمیم می‌دادند. شاید یکی از دلایل این اشتباه، بد فهمی یا تعمیم نادرست تقسیم صفر بر عدد باشد.

■ در این گونه موارد، تا زمانی که علت این بدفهمی‌ها مشخص نشود و از بین نرود، دانش‌آموزان قادر به تشخیص جواب‌های قابل قبول و غیرقابل قبول در حل معادلات کسری نیستند. گاهی این گونه بدفهمی‌ها، پیچیده‌اند و برای جایگزین کردن فهم درست، زمان زیادی لازم است.

خوشبختانه در این کلاس علت این بدفهمی، تعمیم غلطی بود که در بالا به آن اشاره شد و با آموزش مشارکتی، برطرف شد.

■ یکی دیگر از عوامل مهم تأثیرگذار بر حل مسأله، نظام باوری مسأله حل کن است که حتی می‌توان علت اصلی مقاومت دانش‌آموزان دربرابر یادگیری معادلات کسری و رادیکالی را، در باور آن‌ها جست‌وجو کرد. چرا که آن‌ها از معادلات درجهٔ دوم با ضرایب بزرگ‌تر که از حل معادلهٔ کسری به دست آوردیم، واهمه داشتند و در نتیجه، تلاش کمی برای فهمیدن معادلات کسری می‌کردند. برای رفع این باور نادرست می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا معادلهٔ درجهٔ دوم حاصل از معادلهٔ کسری را خودشان حل کنند و در صورت ایجاد مشکل، راهنمایی بشوند. فایدهٔ این کار، آن است که دانش‌آموزان، در حل معادلهٔ درجهٔ دوم با ضرایب بزرگ‌تر، دست‌ورزی می‌کنند و در نتیجه، ترس آن‌ها از بین می‌رود.

در موارد خاصی که دانش‌آموز حل معادلات کسری و رادیکالی را یاد گرفته، ولی نگران مواجه شدن با معادلات سخت‌تر است، می‌توان به او اطمینان داد که معادلات کسری و رادیکالی مطرح شده در کتاب، همگی به معادلات درجهٔ دوم تبدیل می‌شوند تا به این وسیله، باورشان تغییر کرده و با دغدغهٔ کمتری، معادلات کسری و رادیکالی را حل کنند. برای از بین بردن اثر منفی عملکرد گذشتهٔ دانش‌آموزان در درس ریاضی، می‌توان آن‌ها را با فرآیند حل این مسایل درگیر کرد و در ایجاد یادگیری مفهومی در آن‌ها تلاش کرد.

■ در مورد کاربرد ریاضی که هریک از دانش‌آموزان به نحوی به آن اشاره داشتند، می‌توان به دو نکته اشاره کرد. اول این‌که برنامه‌ریزان درسی و معلمان سعی کنند مفاهیم ریاضی را تا

حد امکان در یک بستر واقعی شکل داده و سپس آن را تعمیم دهند تا به این ترتیب، دانش‌آموزان ارتباط دنیای واقعی را با دنیای ریاضی حس کنند. دوم این که، صرف داشتن کاربرد واقعی برای هر مفهوم ریاضی، ملاک قرار دادن آن در کتاب درسی نیست. بلکه آموزش ریاضی اهداف دیگری مانند پرورش فکر و تقویت حس زیبایی‌شناسی را نیز دنبال می‌کند. بنابراین، همان‌طور که قبلاً هم گفته شد، آموختن حداقل‌هایی از ریاضی برای هر شهروند جامعه، ضروری است.

به دلیل پیوستگی مفاهیم ریاضی، پیشنهاد می‌شود این کتاب، در سال دوم دبیرستان ارایه شود تا دانش‌آموزان، با دغدغهٔ کمتری به یادگیری این درس بپردازند.

پیشنهادهای آموزشی

با توجه به بندهای ذکر شده، پیشنهاد می‌شود در حل مسایل مربوط به معادلات کسری و رادیکالی، پس از اطمینان از درک مفاهیم مورد بحث، از دانش‌آموزان بخواهیم تا قدم به قدم این مسأله‌ها را حل کنند. این کار سبب می‌شود تا رفته‌رفته در آن‌ها اعتمادبه نفس و اطمینان به توانایی انجام همه یا بعضی از مراحل حل مسأله ایجاد شود. در چنین حالتی دانش‌آموزان نسبت به توانایی‌های خود امیدوار می‌شوند و دیگر در حل این‌گونه مسایل، مأیوس نمی‌شوند. تنها در این حالت است که کنجکاوی آن‌ها برانگیخته می‌شود و در نتیجه، انگیزهٔ یادگیری ریاضی در آن‌ها، تقویت خواهد شد.

در ادامه، بهتر است مطالب بخش معادلات کسری و رادیکالی را از آخر به اول تدریس کنیم، یعنی ابتدا از بخش دوم مسأله که حل معادلهٔ درجه دوم است شروع کرده و از دانش‌آموزان بخواهیم که آن را حل کنند و سپس معادلهٔ کسری را نوشته و به همراه دانش‌آموزان، سعی کنیم تا آن را ساده کرده و به معادلهٔ درجهٔ دوم برسند. در تدریس معادلات رادیکالی نیز، بهتر است ابتدا معادلهٔ درجهٔ دوم مربوطه را حل کنیم و سپس شروع به ساده کردن معادله رادیکالی کرده و سعی کنیم تا به معادلهٔ درجه دوم برسیم. درچنین حالتی، بر طبق نظریهٔ پیاژه، دانش‌آموز قادر می‌شود تا بین یک ساخت جدید از عملیات ذهنی و ساخت موجود درذهن، ارتباط برقرار کرده و در نتیجه، یادگیری آسان‌تر انجام شود. در واقع، برای حل معادلات کسری و رادیکالی از یک مسألهٔ ساده‌تر که برای ما آشنا بوده (حل معادلهٔ درجهٔ دوم) شروع کرده و سپس از آن، برای حل مسألهٔ اصلی استفاده کردیم. این تکنیک استفاده از مسایل آشنا، یکی از رهیافت‌های معرفی شده توسط پولیا (۱۹۴۵) است.

زیرنویس‌ها

1. Problem Solving
2. G.Polya
3. Heuristics
4. Alen H.Schoenfeld
5. Sub- Strategies
6. Semi-Structured Interview

* دو سؤال آخر مصاحبه مربوط به مبحث معادلات کسری و رادیکالی از کتاب ریاضی ویژه علوم انسانی است.

منابع

[1] Freudental, Hans.(1979). New Mathematic or New Education. Perspective. Vol, ix. No. 10.

[2] Schoenfeld, Alen. H. (1985). **Mathematical Problem Solving.** Harcourt Brace Jovanovich Publisher.

[۳] ایران نژاد پاریزی، مهدی. (بهار ۱۳۷۸) **روش‌های تحقیق در علوم اجتماعی**. نشر مدیران.

[۴] پولیا، جورج. (۱۹۴۵) **چگونه مسأله را حل کنیم**. ترجمهٔ احمد آرام (۱۳۷۷). انتشارات کیهان. چاپ چهارم.

[۵] پیاژه، ژان. (خرداد ۱۳۶۹) **تربیت به کجا ره می‌سپرد؟** ترجمهٔ م. منصور؛ پ، دادستان. انتشارات دانشگاه تهران.

[۶] شونفیلد، آلن. اچ. (۱۹۸۷) پولیا، حل مسأله و آموزش. ترجمهٔ سعید ذاکری. (مرداد ۱۳۶۸) نشر ریاضی، سال دوم، شماره دوم.

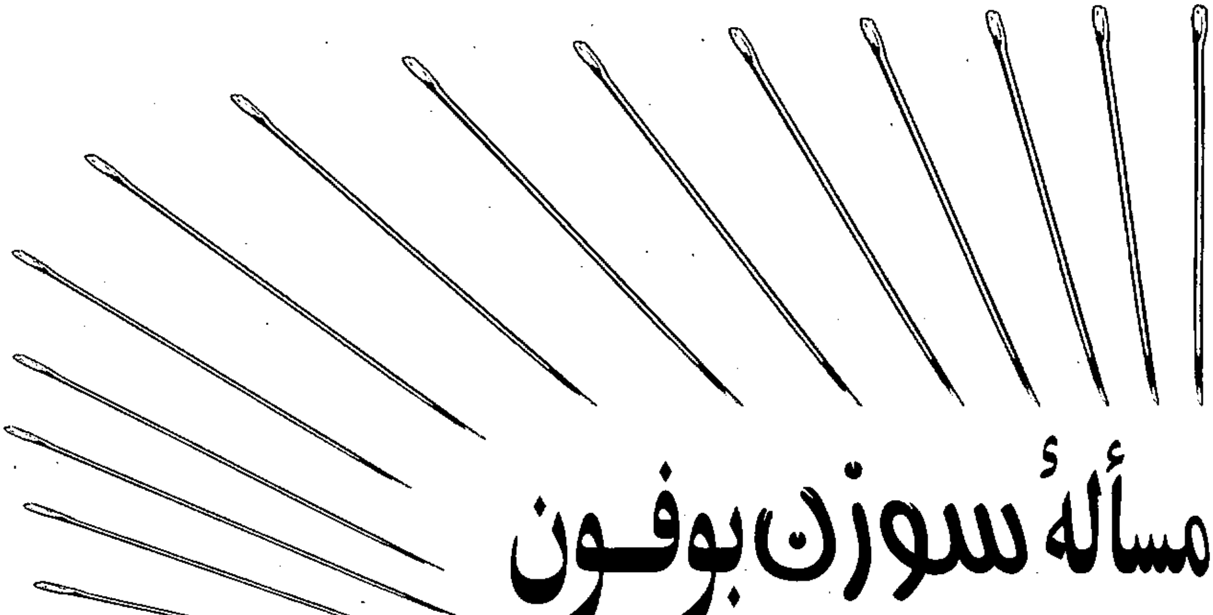
[۷] شونفیلد، آلن. اچ. (۱۹۸۰) آموزش هنر مساله حل کردن. ترجمهٔ محمد جلوداری ممقانی (۱۳۶۷) نشر ریاضی. سال اول. شمارهٔ اول.

[۸] صمدی، معصومه. (۸۰-۱۳۷۹) نقش دانش فراشناخت در حل مسألهٔ ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ چهارم ابتدایی. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۶۱. سال پانزدهم. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.

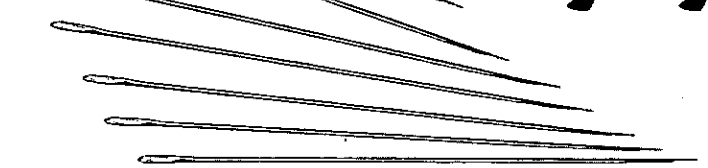
[۹] طالب مهدی (تابستان ۱۳۸۰) **شیوه‌های علمی مطالعات اجتماعی (روش تحقیق عملی)**. انتشارات دانشگاه تهران. چاپ اول.

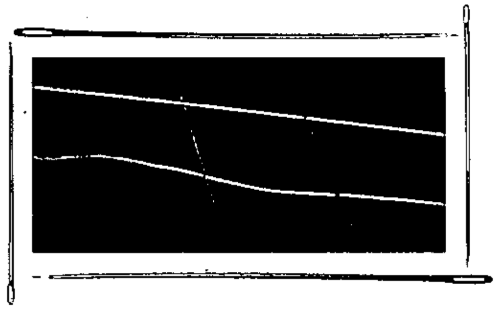
[۱۰] گویا، زهرا. (۸۰-۱۳۷۹) واقعاً این همه هیاهو در مورد فراشناخت چیست؟ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۵۹ و ۶۰. سال پانزدهم. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.

[۱۱] گویا، زهرا؛ گویا، مریم. (۱۳۸۰). **کتاب درسی ریاضی ویژهٔ علوم انسانی**. شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.



مسألهٔ سوزن بوفون



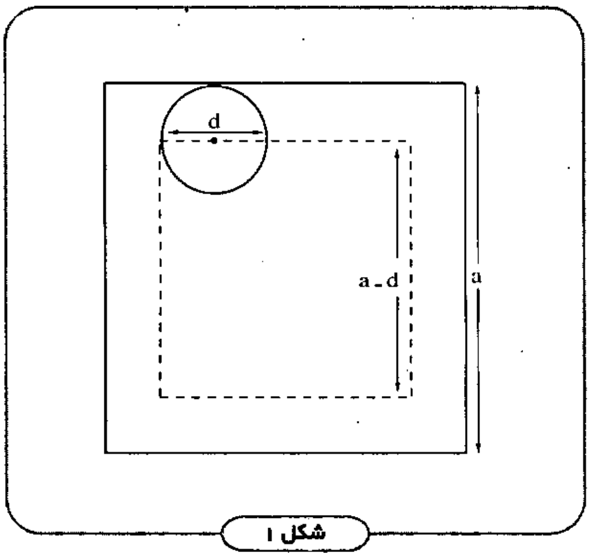


مهدی فرشی

مقدمه

شاید همهٔ ما، آن بازی دوران دبستان را که با مدادهای کوچک شده انجام می‌شد، به خاطر بیاوریم. آن بازی که در گوشه‌ای از کوچه و خیابان صورت می‌گرفت، بدین صورت بود که نفر اول مدادش را به دیوار و یا احیاناً تیربرق می‌زد و سپس نفر دوم در صورتی بازی را می‌برد که مدادش در فاصلهٔ یک وجبی و یا کمتر از مداد رقیبش بیفتد.
در این جا می‌خواهیم مسألهٔ مشابهی را بیان و حل کنیم که ایدهٔ آن ابتدا توسط ژرژلویی لُکلَر[1] مطرح شد وکنت دوبوفون[2] فیلسوف و ریاضی‌دان فرانسوی در سال ۱۷۷۷ طی یک مقاله آن رامنتشر ساخت. قبل از آن چند مثال را بررسی می‌کنیم.

مثال۱ : سکه‌ای به قطر d را بر روی یک مربع به ضلع a پرتاب می‌کنیم و فرض می‌کنیم که مرکز سکه پس از فرود آمدن، حتماً داخل مربع و یا روی محیط آن قرار گیرد. در این صورت با توجه به شکل ۱، احتمال آن‌که سکه کاملاً درون مربع قرار گیرد برابر است با نسبت مساحت مربع داخلی به مساحت مربع یعنی $\frac{(a-d)^2}{a^2}$.

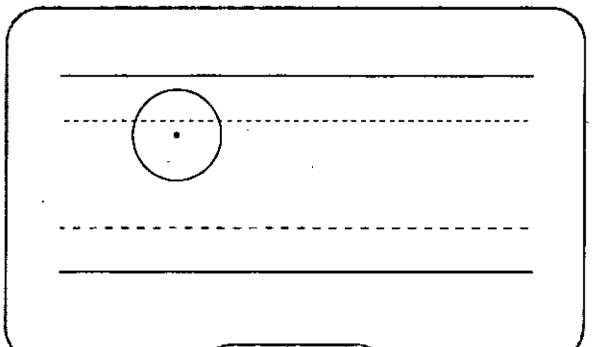


شکل ۱

حال فرض کنید سکهٔ کوچکی به قطر d را روی یک سطح کاشی کاری شده توسط کاشی‌های مربع شکل به ضلع a پرتاب کنیم و بخواهیم احتمال آن‌که سکه کاملاً درون یکی از کاشی‌ها قرار گیرد را به‌دست آوریم. ظاهراً بوفون اولین شخصی بود که دریافت احتمال وقوع چنین پیشامدی نیز

برابر با $\frac{(a-d)^{2}}{a^{2}}$ است. (ر. ک. [۲]) به نظر می‌رسد که اینجا نقطهٔ آغازین مطالعهٔ احتمال هندسی باشد که در آن، احتمالات توسط مقایسهٔ طول‌ها، سطوح و یا احجام محاسبه می‌شوند.

مثال۲: فرض کنید که سکه‌ای به قطر d را بر روی سطحی که توسط خطوط موازی و به فاصلهٔ D از یکدیگر خط کشی شده است پرتاب کنیم و بخواهیم احتمال آن که هیچ خطی را قطع نکند به دست آوریم. بدیهی است در صورتی سکه بین دو خط موازی قرار می‌گیرد که مرکز آن در نواری به عرض D-d قرار گیرد. (شکل ۲)



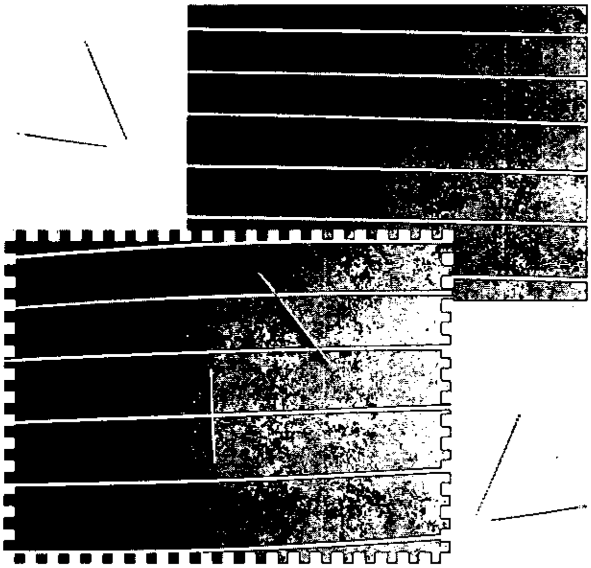
شکل ۲

لذا احتمال آن که سکه بین دو خط واقع شود برابر است با $\frac{D-d}{D}$ و احتمال آن که سکه روی خطی واقع شود برابر است با $\frac{d}{D}$.

مثال۳. فرض کنید سوزنی به طول D را روی سطح مثال قبل پرتاب کنیم. در این صورت اگر سوزن عمود بر خطوط قرار گیرد، احتمال آن که خطوط را قطع کند برابر است با $\frac{D}{D}$ و به طور مشابه اگر سوزن موازی با خطوط باشد، احتمال آن که خطوط را قطع کند، صفر می‌باشد.

مسألهٔ سوزن بوفون

بوفون مسألهٔ جالب خود را بدین صورت مطرح ساخت: «فرض کنید یک سوزن همگن به طول L به تصادف روی



یک صفحهٔ افقی که خطوط موازی به فاصلهٔ $D>L$ از یکدیگر بر آن کشیده شده، پرتاب می‌شود. احتمال این که سوزن یکی از خطوط را قطع کند، چیست؟»

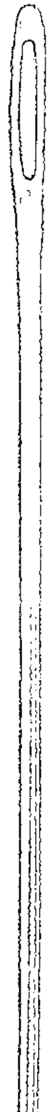
فرض می‌کنیم که در اینجا «به تصادف» بدان معنی است که افتادن مرکز سوزن بر هر نقطهٔ صفحه به یک اندازه محتمل و قرار گرفتن سوزن در هر جهت نیز به یک اندازه محتمل باشد و این دو متغیر مستقل از یکدیگر باشند.

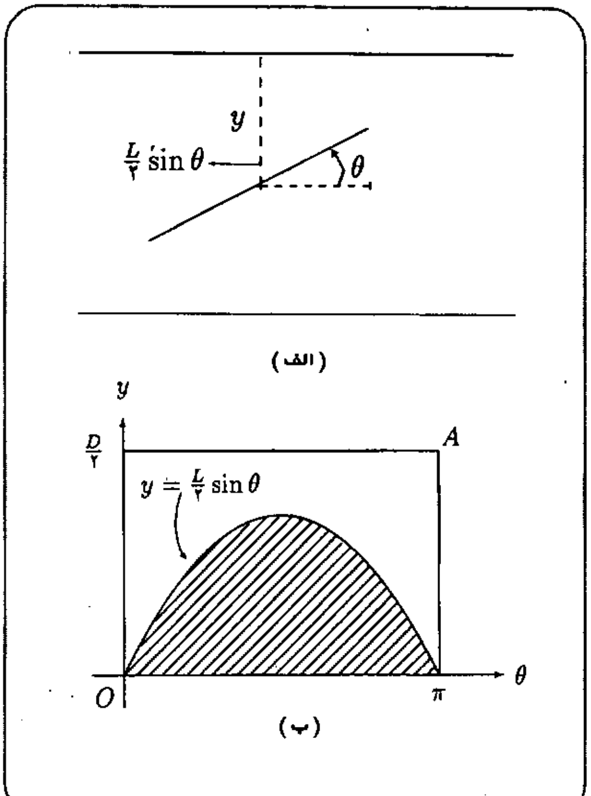
حل مسأله

فاصلهٔ مرکز سوزن از نزدیک‌ترین خط موازی را با y نشان دهید. فرض کنید که، زاویهٔ بین سوزن و خطوط موازی باشد. با توجه به شکل ۳ـ(الف)، بدیهی است که سوزن یکی ازخطوط را قطع می‌کند اگر و تنها اگر $y<\frac{L}{2}\sin\theta$.

در صفحه‌ای با مختصات دکارتی قائم θ و y (شکل ۳ـ(ب)) مستطیلی را که نقاط داخلی آن در نامساوی‌های $0<y<\frac{D}{2}$ و $0<\theta<\pi$ صدق می‌کنند در نظر بگیرید. به هرنقطه در این مستطیل، یک و فقط یک وضعیت (y) و یک جهت (θ) از سوزن به‌طوری که سوزن یکی از خطوط موازی راقطع کند، متناظر است.

حال برای محاسبهٔ احتمال مورد نظر کافی است نسبت مساحت سطح هاشورخورده و مساحت مستطیل را محاسبه کنیم.





شکل ۳

$$\int_0^{\pi}\frac{1}{2}L\sin\theta\ d\theta = \text{مساحت ناحیهٔ هاشور خورده}$$

$$= -\frac{1}{2}L\cos\theta\Big|_0^{\pi}$$

$$= L$$

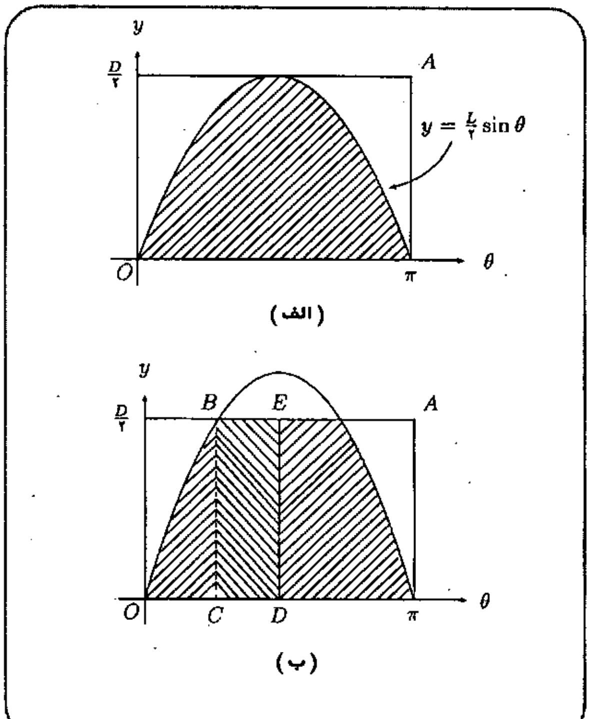
و از طرفی

$$\frac{\pi D}{2} = \text{مساحت مستطیل}$$

بنابراین احتمال آن که سوزن یکی از خطوط را قطع کند برابر است با $p=\frac{2L}{\pi D}$.

حل مسألهٔ بوفون در حالت D=L

در این حالت یعنی حالتی که طول سوزن با فاصلهٔ بین خطوط موازی برابر است، ماکزیمم تابع $y=\frac{L}{2}\sin\theta$ برابر با $\frac{D}{2}$ خواهد بود و لذا شکل ۳ـ (الف) به صورت شکل ۴ـ (الف) در می‌آید و بدیهی است که در این حالت احتمال مورد نظر برابر است با $p=\frac{2D}{\pi D}=\frac{2}{\pi}$.



شکل ۴

حل مسألهٔ بوفون در حالت D<L

در این حالت ماکزیمم تابع $y=\frac{L}{2}\sin\theta$ از $\frac{D}{2}$ بیش‌تر بوده و شکل ۳ـ (الف) به صورت شکل ۴ـ (ب) درمی‌آید. برای محاسبهٔ احتمال مورد نظر باید مساحت ناحیهٔ هاشور خورده را به‌دست آوریم. نقطهٔ B دارای طول $\sin^{-1}(\frac{D}{L})$ است و در نتیجه

$$S_{OBC}=\int_0^{\sin^{-1}(\frac{D}{L})}\frac{L}{2}\sin\theta\ d\theta$$

$$=-\frac{1}{2}L\cos\theta\Big|_0^{\sin^{-1}(\frac{D}{L})}$$

$$=-\frac{L}{2}\cos\left(\sin^{-1}(\frac{D}{L})\right)+\frac{L}{2}$$

اما $\cos\left(\sin^{-1}(\frac{D}{L})\right)=\sqrt{1-\sin^2\left(\sin^{-1}(\frac{D}{L})\right)}=\sqrt{1-(\frac{D}{L})^2}$

در نتیجه

$$S_{OBC} = -\frac{L}{2}\sqrt{1-(\frac{D}{L})^2}+\frac{L}{2}$$

از طرفی داریم

$$S_{BCDE} = \left(\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}(\frac{D}{L})\right)\frac{D}{2}$$

و در نتیجه

مساحت ناحیهٔ هاشور خورده = $2(S_{OBC}+S_{BCDE})$

$$= -L\sqrt{1-(\frac{D}{L})^2}+L+\frac{\pi D}{2}-D\sin^{-1}(\frac{D}{L})$$

در نتیجه

$$p = \frac{-2L\sqrt{1-(\frac{D}{L})^2}+2L+\pi D-2D\sin^{-1}(\frac{D}{L})}{\pi D}$$

توجه: بدیهی است که $\lim\limits_{L\to D} p = \frac{2}{\pi}$ و این همان نتیجه‌ای است که در حالت D=L به دست آوردیم.

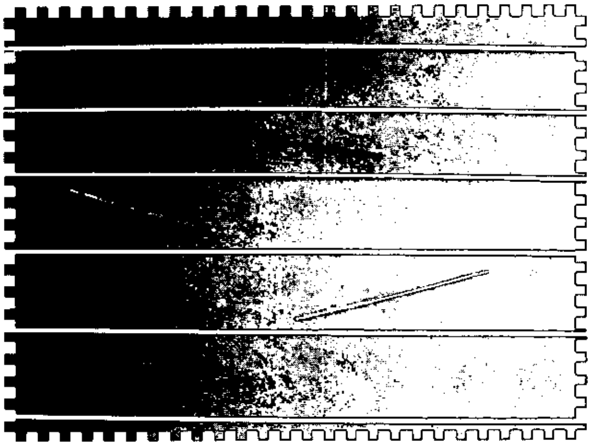
تعمیم مسألهٔ بوفون

لاپلاس در کتاب نظریهٔ تحلیلی احتمالات خود به سال ۱۸۱۲، با اثبات نتیجهٔ زیر، مسألهٔ بوفون را تعمیم داد.

«اگر دو مجموعه خطوط متعامد هم فاصله داشته باشیم به طوری که فاصلهٔ خطوط یک مجموعه a و فاصلهٔ خطوط مجموعهٔ دیگر b باشد، آن‌گاه p، احتمال این که سوزنی به طول L<a,b که به تصادف پرتاب شده، بر روی یکی از خطوط بیفتد برابر است با $\frac{2L(a+b)-L^2}{\pi ab}$.»

اثبات. فاصلهٔ مرکز سوزن از نزدیک‌ترین خط افقی را با y و فاصلهٔ مرکز سوزن از نزدیک‌ترین خط عمودی را با x نشان دهید و فرض کنید که θ جهت سوزن را نسبت به خطوط افقی نشان دهد. (شکل ۵)

بدیهی است که سوزن یکی از خطوط را قطع می‌کند اگر و تنها اگر $x<\frac{L}{2}|\cos\theta|$ یا $y<\frac{L}{2}\sin\theta$. در دستگاه مختصات دکارتی سه‌بعدی θ ، x ، y ، مکعبی را که نقاط داخلی آن در نامساوی‌های $0<x<\frac{b}{2}$ و $0<y<\frac{a}{2}$ و



$0<\theta<\pi$ صدق می‌کنند، در نظر بگیرید (شکل ۶). ابتدا حجم قسمت مشترک در دو شکل ۶ـ(الف) و ۶ـ(ب) را می‌یابیم؛ که در محاسبه، حجم این دو شکل دوبار حساب می‌شود. بدین منظور می‌توانیم از انتگرال مضاعف استفاده کنیم.

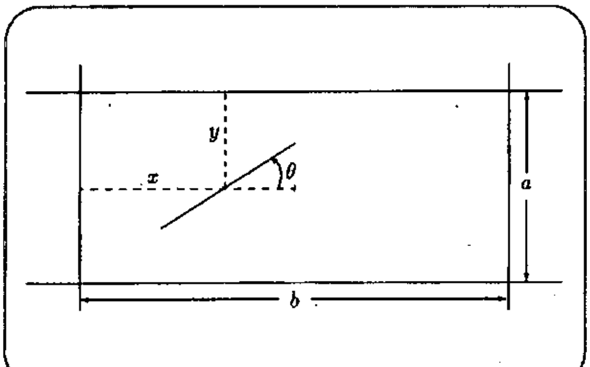
$$V_1 = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{L}{2}\cos\theta}\frac{L}{2}\sin\theta\ dx\ d\theta$$

$$= 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{L^2}{4}\sin\theta\ \cos\theta\ d\theta$$

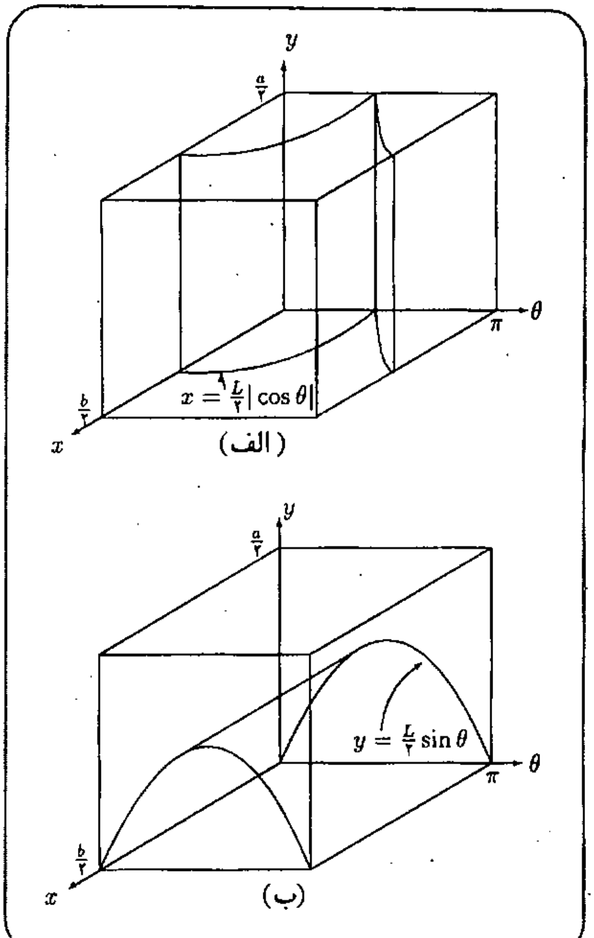
$$= -\frac{L^2}{8}\cos 2\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{L^2}{4}$$

حال به محاسبهٔ احجام نمایش داده شده در شکل ۶ می‌پردازیم.



شکل ۵



شکل ۶

$$\text{حجم شکل ۶ـ (الف)} = ۲\times\frac{a}{۲}\int_{.}^{\frac{\pi}{۲}}\frac{L}{۲}\cos\theta\ d\theta$$

$$=\frac{aL}{۲}\sin\theta\Big|_{.}^{\frac{\pi}{۲}}$$

$$=\frac{aL}{۲}$$

$$\text{حجم شکل ۶ـ (ب)} = \frac{b}{۲}\int_{.}^{\pi}\frac{L}{۲}\sin\theta\ d\theta$$

$$=-\frac{bL}{۴}\cos\theta\Big|_{.}^{\pi}$$

$$=\frac{bL}{۲}$$

در نتیجه، حجم اجتماع دو ناحیهٔ شکل ۶ برابر است با

$$V=\frac{aL}{۲}+\frac{bL}{۲}-\frac{L^۲}{۴}=\frac{L}{۲}(a+b)-\frac{L^۲}{۴}.$$

پس

$$p=\frac{\frac{L}{۲}(a+b)-\frac{L^۲}{۴}}{\frac{\pi ab}{۴}}=\frac{۲L(a+b)-L^۲}{\pi ab}$$

توجه. بدیهی است $\lim\limits_{b\to\infty} p=\frac{۲L}{\pi a}$ و این همان نتیجهٔ به‌دست آمده در مسألهٔ بوفون است. یعنی اگر فاصلهٔ بین خطوط عمودی بی‌نهایت بزرگ شود مسأله به همان مسألهٔ بوفون تبدیل می‌شود.

کاربردی از مسألهٔ بوفون

فرض کنید که تعدادی خط موازی که به فاصلهٔ D از هم به تصادف قرار دارند بر یک صفحهٔ افقی رسم شده باشند، و فرض کنید که میلهٔ به طول D بر روی صفحه انداخته می‌شود. دیدیم احتمال این که میله یکی از خطوط صفحه را قطع کند برابر با $p=\frac{۲}{\pi}$ است. با انجام عملی این آزمایش به تعداد دفعات زیاد مفروض و ثبت تعداد حالات توأم با پیروزی و بدین ترتیب با به‌دست آوردن یک مقدار تجربی برای p، می‌توان فرمول بالا را برای محاسبهٔ تقریبی π به‌کار برد. بهترین نتیجه‌ای که بدین طریق به‌دست آمده به‌وسیلهٔ لازرینی ایتالیایی در سال ۱۹۰۱ ارایه شده است. تنها با ۳۴۰۸ بار پرتاب میله، وی مقداری برای π یافت که تا ۶ رقم اعشار درست بود! نتیجهٔ وی آن‌قدر از نتایج به‌دست آمده توسط دیگران بهتر بود که گاهی با دیدهٔ تردید به آن نگریسته می‌شود.

زیرنویس‌ها

1. Georges Louis Leclerc
2. Conte de Buffon

مراجع

[۱] هاورد و. ایوز، آشنایی با تاریخ ریاضیات. ترجمهٔ محمدقاسم وحیدی اصل، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۲.

[۲] جبر و احتمال، سال سوم نظری (رشتهٔ ریاضی و فیزیک) سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[3] Scott E.Brodie.(1999). **Buffon's Needle Problem**, Publisher (unknown).

نقش فراشناخت در آموزش حل مسألهٔ ریاضی

نویسندگان: مرتضی ایوبیان
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی دبیرستان‌های سنندج
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

«... مفهوم فراشناخت [1] با وجود اهمیت بنیادی آن (در آموزش و پرورش، روان‌شناسی و علوم شناختی از جمله هوش مصنوعی) هنوز تعریف روشنی نداشته و به خوبی درک نشده است. پژوهش‌های شناختی مفصل، مشتمل بر بررسی‌های بالینی دانش‌آموزان در حین حل مسأله (شونفیلد، ۱۹۸۵) و برنامه‌های کامپیوتری با مؤلفه‌های چند وجهی (اسلیمن و براون، ۱۹۸۲)، تا حدی به این اشاره کرده‌اند که چگونه فراشناخت، با شناخت تعامل پیدا می‌کند. در خلال دههٔ آینده، می‌توان انتظار داشت که تعاریف بسیار دقیق‌تری از فراشناخت ارایه شوند. [۱] (شونفیلد ۱۹۹۵). به اعتقاد لستر [2]، گارافالو [3] و کرول [4] (۱۹۸۹، ص ۱۲۲)، ... «در حال حاضر، آن چه که به‌وجود آورندهٔ باور ما نسبت به فراشناخت و سایر عوامل غیرشناختی در حل مسایل ریاضی است، بیش‌تر ناشی از بازتاب‌های ما معلمان و یادگیرندگان ریاضی بر تجارب خودمان است، تا این که ناشی از پژوهش‌های دقیق و نظام وار باشد.»[۲]. هم‌چنین، به گفتهٔ هجدوس [5] (۱۹۹۸)، «با وجود این که فراشناخت نقشی جنجالی در آموزش ریاضی بازی کرده است، هنوز دربارهٔ ماهیت آن و چگونگی استفاده از آن در درک بیش‌تر نحوهٔ تفکر حل مسألهٔ دانش‌آموزان، فقط به نتیجه‌گیری‌های موقتی رسیده‌ایم»[۳].

گویا (۱۹۹۲) نیز اظهار می‌دارد: «... مطالعهٔ رفتار نهانی انسان، مشکل و پیچیده است. اما این کار عملی و قابل انجام است. پژوهشگران، نیازمند تمرکز بر روی چگونگی ایجاد ارتباط بین جنبه‌های نظری و عملی نقش فراشناخت هستند. پژوهشگران با هم و با هم فکری هم، باید با یکدیگر کار کنند تا بتوانند این رفتار پنهانی را، به میزان زیادی آشکار سازند. بنابراین آرزویم این است تا شاهد انجام پژوهش‌های بیش‌تری در این زمینه باشم تا این پژوهش‌ها، ابعاد مختلف و پیچیدگی‌های یادگیری انسانی را، روشن‌تر سازند»[۴].

در زمانی که برای انجام تحقیق، با حل کنندهٔ مسألهٔ مصاحبه می‌شود، پژوهشگران می‌توانند با طرح سؤال‌هایی از قبیل این که برای حل مسایل ریاضی چه کار می‌کنید؟ از چه دانشی کمک می‌گیرید؟ چگونه فرآیند حل مسأله را کنترل می‌کنید؟ چه باوری نسبت به خود، ریاضی و غیره دارید؟ اطلاعات ارزشمندی در ارتباط با شناخت پیچیدگی‌های یادگیری انسان، به دست آورند. گاهی از موقعیت‌های حل

مسأله برای طرح چنین سؤال‌هایی استفاده می‌شود که از آن جمله، می‌توان به مسألهٔ زیر اشاره کرد:

«... *مردی برای خرید یک جفت کفش ۵ دلاری به کفاشی می‌رود و بهای آن را با یک اسکناس ۲۰ دلاری تقلبی می‌پردازد. صاحب مغازه متوجه تقلبی بودن اسکناس نشده و برای خرد کردن ۲۰ دلاری، نزد همسایهٔ قصابش می‌رود و قصاب، چهار عدد اسکناس ۵ دلاری به او داده و ۲۰ دلاری تقلبی را می‌گیرد. صاحب کفاشی به مغازه‌اش بر می‌گردد و به خریدار، آن کفش و ۱۵ دلار را پس می‌دهد. پس از مدتی، قصاب همراه با FBI به کفاش اطلاع می‌دهد که ۲۰ دلاری، تقلبی بوده است. بنابراین، کفش فروش ۲۰ دلار دیگر به قصاب می‌دهد و FBI، ۲۰ دلاری تقلبی را برمی‌دارد. در این میان، صاحب کفاشی چقدر ضرر کرده است؟* (برگرفته از سوبل[6] و متلسری[7], ۱۹۹۸)»[۱۱].

هدف این مقاله، پرداختن به معنی فراشناخت و نقش آن در آموزش حل مسألهٔ ریاضی است، که با چند پیشنهاد آموزشی به پایان می‌رسد. بااین حال، قبل از ورود به بحث اصلی، جهت درک بهتر این واژه، به ارایهٔ تعریف آن می‌پردازیم. جزء اول این واژه «فرا[8]» است. در صفحهٔ ۸۰۲ از فرهنگ آکسفورد[9]، آمده است که «فرا» به تغییر وضعیت یا حالت اشاره می‌کند، مانند متابولیسم. همچنین، «فرا» به معنی بالاتر و ماوراء است، مانند متافیزیک، و متازبان.

اما جزء دوم این اصطلاح، یعنی شناخت[10]، «فرآیندهای درونی ذهنی یا راه‌هایی است که از طریق آن‌ها، اطلاعات پردازش می‌شوند، یعنی راه‌هایی که ما به وسیلهٔ آن‌ها، اطلاعات را مورد توجه قرار می‌دهیم، تشخیص می‌دهیم و به رمز در می‌آوریم و در حافظه ذخیره می‌سازیم و هر وقت که نیاز داشته باشیم آن‌ها را از حافظه فرا می‌خوانیم و مورد استفاده قرار می‌دهیم([۱۲]، ص۱۳۹). به سخن دیگر، ما از راه فرآیندهای شناختی، جهان پیرامون خود را می‌شناسیم و از آن آگاه می‌شویم و به آن پاسخ می‌دهیم.

سیفرت[11] (۱۹۹۱) نیز معتقد است که «شناخت، به فرآیندهایی اشاره می‌کند که افراد به کمک آن‌ها، یاد می‌گیرند، فکر می‌کنند و به یاد می‌آورند. به طور خلاصه، شناخت یعنی دانستن و کسب شناخت دربارهٔ جهان هستی یعنی دانستن جهان هستی»([۱۲]، ص ۴۸۸).

فراشناخت چیست؟

«فراشناخت اصطلاحی است که اولین بار توسط فلاول[12] (۱۹۷۶) در زمینهٔ حافظه به کار برده شد.» (گویا، ۱۳۷۹). «فلاول، فراشناخت را شناخت دربارهٔ شناخت می‌دانست یا به طور کلی، فراشناخت را دانش و کنترل شناخت تعریف کرد و از آن به بعد، متخصصان مختلف از این اصطلاح در حیطه‌های مختلف مانند هوش مصنوعی، ادراک، پردازش اطلاعات، یادگیری اجتماعی، ریاضیات و غیره صحبت به میان آوردند»([۵]، ص ۱۴).

با این حال، به گفتهٔ سیف (۱۳۸۰)، تاریخچهٔ فراشناخت به قبل از فلاول (۱۹۷۶) بر می‌گردد. به گفتهٔ او، «نخستین بار هارلو[13] (۱۹۴۹)، مفهوم یادگرفتنِ یادگیری را که در یک رشته آزمایش با میمون‌ها انجام داد، مطرح ساخت. در این آزمایش‌ها، میمون‌ها، وادار می‌شدند تا مسایلی را که به آن‌ها داده می‌شد، حل کنند. یافتهٔ جالب هارلو این بود که هرچه مسایل بیش‌تری را حل

« در دل هر دسته از سؤالات مربوط به آموزش حل مسأله، اساسی‌ترین سؤال‌ها، راجع به فهمیدن این موضوع است که زمانی که کسی مسأله‌ای را حل می‌کند، در واقع چه کار می‌کند؟ »

می‌کردند، در حل مسأله تواناتر می‌شدند. یعنی حیوان‌ها یاد می‌گرفتند که چگونه یاد بگیرند. روان شناسان پیرو رویکرد خبرپردازی در دهه‌های اخیر، به جای مفهوم یادگرفتن یادگیری هارلو، از اصطلاح فراشناخت استفاده کردند»([۱۲]، ص ۴۸۹).

فلاول (۱۹۷۶) با بررسی نتایج تحقیق رزنیک [۱۴] و گلاسر [۱۵] (۱۹۷۵) در مورد فعالیت‌های حل مسألهٔ کودکان، به مطالعه در مورد ناتوانی دانش‌آموزان در فرآیند حل مسأله و چگونگی به کار بردن استراتژی‌های مناسب پرداخت و چنین اظهار داشت:

«... حدس خودم دربارهٔ این موضوع، از جایی سرچشمه می‌گیرد که اگر بخواهم نامی بر آن بگذارم، محدوده‌ای را شامل می‌شود که اغلب تحقیقات و تفکرات اخیرم را در آن جای داده‌ام. این حوزه، توسعهٔ «فراشناخت» است و به

«فراشناخت تفکر دربارهٔ تفکر است. به عبارت دیگر، توجه به استراتژی‌ها و فرآیندهایی است که به وسیلهٔ آن، می‌توانیم یاد بگیریم و درک کنیم»

خصوص، گونه‌هایی از آن که فرا حافظه نامیده می‌شود را در خود دارد (کروتزر، لئونارد، فلاول، ۱۹۷۵)... «فراشناخت» اشاره به دانش شخص دربارهٔ فرآیندهای شناختی خویش و نتایج یا هر چیز مرتبط به آن دارد که از آن جمله، می‌توان به خواص یادگیری مرتبط اطلاعات یا داده‌ها، اشاره کرد. اگر در هر یک از شرایط زیر قرار بگیرم، به نوعی با فراشناخت (فراحافظه ـ فرایادگیری ـ فراتوجه ـ فرا زبان یا هر چیز مشابه) درگیر شده‌ام: اگر متوجه شوم که در یادگیری A نسبت به یادگیری B، مشکلات بیش‌تری دارم، اگر به فکرم برسد که قبل از این که C را به عنوان یک واقعیت بپذیرم، دوباره آن را بررسی کنم؛ اگر به ذهنم خطور کند که قبل از این که تصمیم بگیرم کدام گزینه بهترین انتخاب است، بهتر است که تمام گزینه‌ها را در یک تکلیف چند گزینه‌ای مورد موشکافی قرار دهم؛ اگر متوجه شوم که واقعاً مطمئن نیستم آزمایشگر از من چه می‌خواهد، اگر احساس کنم که بهتر است D را یادداشت برداری کنم، زیرا ممکن است که آن را فراموش کنم؛ اگر فکر کنم که باید برای بهتر فهمیدن E، از کسی سؤال کنم تا مطمئن شوم که آن را درست فهمیده‌ام. چنین مثالی هایی، می‌تواند به طور پایان ناپذیری فزونی یابند. در هر نوع از تبادلات شناختی در محیط انسانی یا غیر انسانی، یک دستهٔ بزرگ از فعالیت‌های پردازش اطلاعات می‌تواند جریان داشته باشد. از میان سایر چیزها فراشناخت به نظارت و سازماندهی ناشی از آن، و هماهنگی این فرآیندها در رابطه با موضوع‌ها یا داده‌های شناختی که آن‌ها را در بردارد، اشاره می‌کند و اغلب در خدمت بعضی اهداف ملموس و مشخص است» [۶].

به اعتقاد گویا (۱۹۹۲)، «در دل هر دسته از سؤالات مربوط به آموزش حل مسأله، اساسی‌ترین سؤال‌ها، راجع به فهمیدن این موضوع است که زمانی که کسی مسأله‌ای را حل می‌کند، در واقع چه کار می‌کند؟ در دههٔ گذشته، مشخص کردن مراحل حل مسأله، پژوهشگران را به ادبیات جدیدی راهنمایی کرده است. هم چنان که سیلور (۱۹۸۲) توضیح می‌دهد، هر یادگیرنده و معلم جدی ریاضی، تشخیص می‌دهد که توانایی حل مسأله، بسیار فراتر از داشتن مجموعه‌ای از مهارت‌ها و تکنیک‌ها است ... . توانایی تنظیم فرآیندها در طول حل مسأله و حداقل یک آگاهی در مورد ظرفیت‌ها و محدودیت‌های خود شخص، ضروری است (صص ۵۶ و ۵۷). در واقع، سیلور ادعا می‌کند که این‌ها، توانایی فراشناختی فرد هستند» [۴]، ص۱۷).

لامکس [۱۶] (۲۰۰۲) نیز معتقد است که «فراشناخت تفکر دربارهٔ تفکر است. به عبارت دیگر، توجه به استراتژی‌ها و فرآیندهایی است که به وسیلهٔ آن، می‌توانیم یاد بگیریم و درک کنیم» [۷].

شونفیلد ابراز می‌دارد: «... فراشناخت اصطلاحی است که کاربردهای گسترده‌ای دارد و به دانش، فهمیدن و تنظیم فرآیندهای تفکر به وسیلهٔ فرد اشاره دارد... » [۱]، گویا ۱۳۷۹، به نقل از شونفیلد ۱۹۹۱).

گویا (۱۳۷۹) در همین ارتباط اظهار می‌دارد: «اصطلاح فراشناخت، علی رغم نیاکانش مفهوم تازه‌ای

است. (برای مثال، این اصطلاح در ویرایش فشردهٔ فرهنگ انگلیسی آکسفورد درسال ۱۹۷۱ یا ویرایش فرهنگ جدید وبستر به چشم نمی‌خورد)[17]. مهم‌تر از این، شیوهٔ به‌کارگیری این اصطلاح - که همراه با رفتار فراشناختی، به عنوان مؤلفهٔ الگوهای فرآیند شناختی عمل می‌کند - تازه است و منعکس کنندهٔ پیشرفت‌های اخیر در فهمیدن و الگوسازی فرآیندهای پیچیدهٔ تفکر است»[۵].

شونفیلد (۱۹۸۵)، تحقیقات دربارهٔ فراشناخت را در حیطه‌های آموزش ریاضی، در سه مقولهٔ جدا از هم، اما مرتبط با هم، خلاصه کرده است:

۱ـ دانش شما در مورد شناخت خودتان تا چه حد است؟ به این معنا که تا چه اندازه قادر به توضیح فرآیند فکری خویش هستید؟

۲ـ کنترل یا خود ـ نظمی، یعنی آیا می‌توانید آن چه را که انجام می‌دهید، ردیابی کنید؟

۳ـ نظام باوری: تصورات و جهان بینی شما در مورد خودتان، ریاضی و حل مسأله چیست؟ ([۱۴]، ص ۱۵).

وی در توضیح سه مورد یاد شده می‌نویسد:

«**۱ - دانش فراشناختی**: به داوری فرد دربارهٔ ظرفیت‌های ذهنی و رفتار خود، مربوط می‌شود. مثال‌هایی از دانش فراشناختی مشتمل است از ارزیابی فرد از:

الف) مقدار اطلاعاتی که می‌تواند بدون خطا به خاطر بسپرد؛

ب) چگونه موضوع درسی ریاضی ای را که تدریس شده به خوبی می‌فهمد؛

ج) انواع حساب‌های [محاسبات] ذهنی که می‌تواند انجام دهد؛

هـ) توانایی‌های وی برای فهمیدن و به کارگیری محتوای ریاضی.

۲ـ کنترل یا خود ـ نظمی: به توانایی فرد برای بازبینی، ارزیابی و (اگر لازم باشد)، اصلاح رفتار خود در حین انجام تکلیف‌های پیچیده نظیر حل مسألهٔ ریاضی مربوط می‌شود. پژوهش‌ها نشان داده‌اند که عملکرد خود ـ نظمی مسأله حل کن‌های خبره[18]، خیلی بهتر از مسألهٔ حل کن‌های تازه کار[19] است.

۳- نظام باورها: به مجموعه‌ای از فهمیدن‌های صریح و ضمنی مربوط است که افراد دربارهٔ خودشان، ریاضیات و ماهیت تفکر ریاضی دارند. تصورات آدمی از این که ریاضیات چیست و چگونه انجام می‌شود، رفتار ریاضی فرد را در موقعیت‌های مختلف شکل می‌دهد»[۱].

از نظر فلاول (۱۹۷۹، ص ۹۰۶)، «توانایی کنترلی شخص، به وسیلهٔ دستهٔ وسیعی از اعمال شناختی انجام می‌شود و از طریق تعامل بین چهار دسته از پدیده‌ها رخ می‌دهد که عبارتند از: دانش فراشناختی، تجارب فراشناختی، اهداف یا تکلیف‌های فراشناختی و اعمال یا استراتژی‌های فراشناختی» (در لامکس، ۲۰۰۲، ص۴)[۷]. فلاول در ادامه، بین سه مقوله دانش فراشناختی یعنی آن چه که فرد می‌داند؛ مهارت فراشناختی یعنی آن چه که فرد فعلاً انجام می‌دهد؛ و تجربه‌های فراشناختی یعنی آن چه که شناخت جاری فرد یا وضعیت احساسی اوست، تمایز قایل می‌شود. از نظر فلاول، دانش فراشناختی، به دانش کسب شده دربارهٔ فرآیند شناختی اطلاق می‌شود و برای نظارت و کنترل آن فرآیندها، مورد استفاده قرار می‌گیرد. فلاول هم‌چنین، دانش فراشناختی را به سه مقولهٔ دانش متغیرهای شخصی، دانش متغیرهای تکلیف، دانش متغیرهای استراتژی تقسیم می‌کند. از نظر وی، دانش متغیرهای شخصی به معنی دانش عمومی انسان در مورد چگونگی یادگیری و پردازش اطلاعات خود، و دانش فردی او دربارهٔ فرآیندهای یادگیری اوست. برای مثال، ممکن است شما پی برده باشید که اگر در یک اطاق و بدون رفت و آمدهای دیگران نشسته باشید، بسیار مؤثرتر و بهتر می‌توانید گزارش‌های خود را بنویسید. دانش متغیرهای تکلیفی به دانش فرد در مورد ماهیت تکلیف و نوع فرآیندهایی که انجام آن تکلیف می‌طلبد، گفته می‌شود. به عنوان مثال، شما ممکن است از این موضوع آگاه باشید که برای خواندن و درک کردن یک گزارش علمی، بایستی زمان بیش‌تری را نسبت به خواندن و درک یک رمان یا گزارش مالی، صرف کنید. دانش متغیرهای استراتژی به دانش در

مورد استراتژی‌های شناختی و فراشناختی و دانش مشروط اطلاق می‌شود که کمک می‌کند تا بدانیم کی و کجا، از آن استراتژی‌ها به طور مناسب، استفاده کنیم [۷].

دانش و کنترل

دانش و کنترل، دو موضوعی هستند که در ادبیات فراشناخت به طور چشمگیری به کاربرده می‌شوند. مارزانو و همکاران(۱۹۸۸)، ضمن اشاره به دانش و کنترل خود و دانش و کنترل فرآیند، به توضیح هر یک پرداخته‌اند.

دانش و کنترل خود: دانش‌آموزان موفق، نسبت به تنظیم و کنترل یادگیری‌هایشان آگاه و هشیار هستند. در مرکز چنین دانشی و در مورد خودنظمی، مقوله‌های تعهد، طرز تلقی و توجه قرار دارند. دانش‌آموزی که خودش، تکلیف خود را متعهدانه انتخاب می‌کند، مهارت را با اراده توأم کرده است، یعنی نسبت به انتخاب خود، تعهد دارد. هم‌چنین طرز تلقی، نقشی اساسی در خودنظمی ایفا می‌کند. برای مثال، دانش‌آموزان موفق، موفقیت‌های خود را به کوشش‌های خود

«... از زمانی که آموزشگران ریاضی دریافته‌اند که جنبه‌های غیر شناختی عملکرد حل مسأله به اهمیت جنبه‌های شناختی آن است، فراشناخت به معنای دانش و کنترل شناخت، از طرف جامعهٔ پژوهشی آموزش ریاضی، توجه زیادی را به خود معطوف کرده است.»

نسبت می‌دهند. این دانش‌آموزان، با کنترل آگاهانه، سطح توجه مورد نیاز برای انجام یک تکلیف را مشخص می‌کنند و می‌دانند که این سطح، با نوع تکلیف تغییر می‌کند. هم‌چنین می‌توانند تمرکز توجه خود را متناسب با نوع تکلیف، تنظیم نمایند. این احساس کنترل شخصی، با کارایی انجام تکلیف‌ها، مرتبط است.

دانش و کنترل فرآیند: مارزانو و دیگران (۱۹۸۸)، دو عامل برای دانش و کنترل فرآیند بیان کرده‌اند که به وسیلهٔ پاریس، لیپسُن و ویکسُن(۱۹۸۳) مورد تأیید قرار گرفته است. این دو عامل، یکی نوع دانش، و دیگری، کنترل اجرایی رفتار است که در فراشناخت، مورد توجه هستند.

(الف) نوع دانش: دانش شما ممکن است به صورت شفاهی[۱۶]، رویّه‌ای یا مشروط باشد. دانش شفاهی، واقعی است و درگیر شناسایی مفاهیم داده شده است. دانش رویّه‌ای، اشاره به اطلاعات در مورد چگونگی به کارگیری استراتژی‌های فراشناختی دارد. دانش مشروط، شناخت و آگاهی در مورد چرایی و انتخاب یک استراتژی در مقابل سایر استراتژی‌ها و مناسب بودن زمان استفادهٔ آن استراتژی‌ها است. معلمانی که برای انجام یک تکلیف، چنین دانشی را به دانش‌آموزان خود یاد می‌دهند، در واقع به آن‌ها، برای کنترل اعمال فراشناختی در فرآیند یادگیری کمک کرده‌اند.

(ب) کنترل اجرایی رفتار: ارزشیابی، طراحی و سازمان‌دهی، به دانش‌آموزان در دستیابی به کنترل اجرایی رفتار، کمک می‌کند. این فرآیندها «از میان بسیاری از تعاریف فراشناخت، جزو اولین تمرکزها و توجه‌ها بوده‌اند. ارزشیابی، اشاره به ارزیابی مداوم دانش‌آموز از دانش، فهمیدن، منابع، تکالیف و اهداف کلی یادگیری خود دارد. طراحی درگیر انتخابی هدفمند از استراتژی‌ها، جهت انجام تکالیف ویژه بوده و وابسته به دانش شفاهی و مشروط است. سازمان دهی شامل کنترل و تنظیم و بازبینی فرآیندها به منظور رسیدن به اهداف کلی یادگیری است. ارزشیابی، طراحی و سازمان دهی، بایستی قبل، در طول، و بعد از مراحل انجام تکلیف، اتفاق بیفتد»[۹].

چگونگی تشخیص استراتژی‌های شناختی از استراتژی‌های فراشناختی

به گفتهٔ لامکس (۲۰۰۲)، یکی از ملاک‌های تشخیص استراتژی‌های شناختی از فراشناختی، توجه به ریشه و منبع تفکر است. به عقیدهٔ وی، تفکرات فراشناختی از واقعیت‌های درونی و ذهنی شکل می‌گیرند. پس «برای این که بتوان تفاوت بین تفکر فراشناختی و سایر انواع تفکر

را تشخیص داد، باید به ریشه و منبع تفکر فراشناختی توجه کرد. تفکرهای فراشناختی، از واقعیت‌های ناگهانی بیرونی شما بر نمی‌خیزند. بلکه ریشهٔ آن‌ها، بازنمایی‌های ذهنی و درونی شما در مورد واقعیت‌هایی چون دانستن بازنمایی‌های درونی، چگونگی کارکرد آن‌ها و احساس خودتان راجع به آن واقعیت‌هاست... تفکر دربارهٔ تفکر معیاری ضروری برای شناسایی فراشناخت است. تجارب فراشناختی، اغلب قبل یا بعد از یک فعالیت شناختی ظاهر می‌شوند و عموماً، زمانی که شناخت شکست بخورد، وارد میدان می‌شوند. تجارب فراشناختی، شبیه شناخت دوباره[۲۳] یا تشخیص چیزی هستند که شما آن را نمی‌دانستید. این شناخت‌ها و دوباره شناخت‌ها، فرآیندهای فراشناختی را به عنوان کوششی جهت اصلاح موقعیت‌های یادگیری، فعال می‌سازند. دانشی تبدیل به دانش فراشناختی می‌شود که در یک موضوع استراتژیک، برای اطمینان از این که به هدف خود رسیده‌ایم، به طور فعال مورد استفاده واقع شود([۷]، ص ۳).

در جمع بندی این موضوع، لامکس (۲۰۰۲) تأکید می‌کند که «از استراتژی‌های شناختی، به منظور پیشرفت به سوی اهداف یادگیری استفاده می‌شود، در صورتی که استراتژی‌های فراشناختی، به منظور نظارت بر استراتژی‌های شناختی، مورد استفاده قرار می‌گیرند» (همان منبع).

فلاول (۱۹۷۹) نیز، استراتژی‌های شناختی و استراتژی‌های فراشناختی را با هم مقایسه کرده و در این باره، معتقد است که یادگیرندگان ماهر، استراتژی‌های شناختی را به خدمت می‌گیرند تا به پیشرفت شناختی دست یابند و از استراتژی‌های فراشناختی استفاده می‌کنند تا بر آن پیشرفت، نظارت و کنترل داشته باشند. علاوه بر این، گود و برافی (۱۹۹۵) در توضیح آگاهی فراشناختی، آن را انتخاب هشیارانهٔ استراتژی‌های مناسب، نظارت بر اثربخشی آن‌ها، اصلاح غلط‌ها، تغییر استراتژی‌ها در صورت لزوم و جانشین ساختن آن‌ها با استراتژی‌های جدید دانسته‌اند. لفرانسوا (۱۹۹۷) نیز، استراتژی‌های شناختی و فراشناختی را به اصطلاح استراتژی‌های یادگیری و تفکر معرفی کرده و گفته است که این، یک اصطلاح کلی است که هم شامل مهارت‌های شناختی و هم شامل مهارت‌های فراشناختی می‌شود و با مثالی، سعی در روشن ساختن تمایز بین این دو نوع استراتژی یا مهارت می‌کند: «من تصمیم می‌گیرم که معانی اصطلاحات مربوط به علوم شناختی جدید را بیاموزم (انتخاب هدفی که فکر می‌کنم از عهدهٔ آن برمی‌آیم؛ تجربهٔ فراشناختی). سپس به مطالعهٔ مطلب مورد نظر خود می‌پردازم (فعالیت شناختی). بعد از خواندن چند سطر، مکث می‌کنم. احساس مبهمی از این که چیزی از آن مطلب نفهمیده‌ام، به من دست می‌دهد (تجربهٔ فراشناختی). آن سطر را دوباره می‌خوانم (فعالیت شناختی). حال احساس می‌کنم که دارم می‌فهمم (فراشناخت). به خواندن ادامه می‌دهم و به هر تعریفی که برمی‌خورم، یکی دو بار آن را برای خود تکرار می‌کنم (مرور ذهنی، یک استراتژی شناختی). احساس می‌کنم در حال یادگیری هستم (تجربهٔ فراشناختی). کارم را به پایان می‌رسانم. به هر یک از اصطلاحات نگاه می‌کنم و به آرامی تعریف آن را تکرار می‌کنم (عمل شناختی). از این که مطلب را می‌فهمم و تا امتحان فردا، آن‌ها را به یاد خواهم داشت، احساس رضایت می‌کنم (فراشناخت)» ([۲]، صص ۴۴۹ و ۵۰۰ و ۵۰۱).

انتقال و استراتژی‌های فراشناختی

با توجه به نقش ارزنده‌ای که استراتژی‌های فراشناختی در یادگیری و سازمان‌دهی یادگیری دارند، بررسی چگونگی توسعه و استفادهٔ آن‌ها در فرآیند یادگیری، یک ضرورت است. یکی از مباحث مورد توجه در این زمینه، مسألهٔ انتقال توانایی‌ها از وضعیتی به وضعیت دیگری از یادگیری است.

«... انتقال، اصطلاحی آموزشی در مورد کاربرد مجدد استراتژی‌ها است. تحقیق‌های به عمل آمده، همبستگی مثبتی را بین استراتژی‌های فراشناختی و انتقال نشان داده است. معمولاً، بین انتقال دور و انتقال نزدیک تمایزهایی قایل می‌شوند. انتقال نزدیک زمانی به کار برده می‌شود که یادگیری در وضعیت‌هایی شبیهِ به یادگیری اولیه به کار برده

شود، و انتقال دور، زمانی رخ می‌دهد که پیوندهایی با زمینه‌های غیر مشابه وضعیت قبلی، بر قرار شود. عثمان و حَنَفین (۱۹۹۳) در تحقیقی که به منظور تجزیه و تحلیل فراشناخت و کاربرد آن در طراحی روش تدریس انجام داده‌اند، ضمن توجه به موضوع انتقال، استراتژی‌های آموزشی فراشناخت را به چهار دستهٔ «استراتژی‌های مستتر محتوا – مدار»، «استراتژی‌های مستتر مستقل از محتوا»، «استراتژی‌های مجزای محتوا – مدار» و «استراتژی‌های مجزای مستقل از محتوا» طبقه بندی کرده و به توضیح هر کدام پرداخته‌اند.

استراتژی‌های مستتر محتوا – مدار، بر انتقال نزدیک تأکید می‌کند و در فهمیدن مواد درسی نا آشنا، مفید هستند. این استراتژی‌ها، از محتوای خاصی حمایت کرده و به خودی خود، نیازمند دست ورزی[۲۴] صریح در مورد ساختار و محتوای درسی هستند.

استراتژی‌های مستتر مستقل از محتوا، استراتژی‌های عمومی هستند و با وجودی که از محتوای خاصی حمایت می‌کنند، اما قابل انتقال به محتوای سایر درس‌ها نیز هستند. برای یاد دادن این استراتژی‌ها، معمولاً محتوای خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما همین که این استراتژی‌ها، یاد گرفته شدند، کنترل اجرایی از درس به دانش‌آموز انتقال می‌یابد.

استراتژی‌های مجزای محتوا – مدار، استراتژی‌های عمومی هستند که جدا از محتوا تدریس می‌شوند. اما منظور از تدریس آن‌ها، به کاربردن این استراتژی‌ها درون یک محتوای مشخص است و هدف از تدریس آن‌ها، ارتقای سهولت کار با این استراتژی‌ها قبل از استفاده از آن‌ها در زمینهٔ خاصی است. در انتقال، این استراتژی‌ها بالقوه توانمندتر از استراتژی‌های مستتر وابسته به محتوا هستند.

استراتژی‌های مجزای مستقل از محتوا، جدا از محتوا تدریس می‌شوند و فی نفسه، عمومی هستند و به خودی خود از دسته‌های متنوعی از تکالیف یادگیری و موضوع‌های آکادمیک، حمایت می‌کنند. این استراتژی‌ها، به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا با مواد درسی مأنوس شوند، با آن‌ها دست ورزی داشته باشند و به توسعه و تداوم استراتژی‌های یادگیری کمک کنند. اغلب این استراتژی‌ها، به جای دانش مشروط، بیش‌تر بر دانش رویّه‌ای تأکید می‌کنند. اما هدف، آموزش استراتژی و ارتقای یادگیری مستقل است. این استراتژی‌ها، بیش‌ترین توانایی بالقوه را برای انتقال، آن هم از نوع دور، ارایه می‌کنند» [۹].

بازتاب و فراشناخت

فراشناخت در واقع، آگاه شدن فرد از دانش یا فرآیند شناختی خویش است و به گفتهٔ گاما[۲۵] (۲۰۰۰)، به نقل از پانتام بکر[۲۶] و دوبولای[۲۷] (۱۹۹۹)، «بازتاب، می‌تواند به عنوان فرآیند آگاه شدن از دانش یا فرآیند شناختی خود فرد تعریف شود. در حقیقت، بازتاب نه تنها درک بهتری از دانسته‌های دانش‌آموزان به آن‌ها می‌دهد، بلکه راهی برای اصلاح استراتژی‌های فراشناختی آن‌ها نیز می‌باشد. فعالیت‌های بازتابی به دانش‌آموزان، فرصتی برای بازبینی فعالیت‌های گذشته و تصمیم گیری قبل از انجام عمل را می‌دهد و در نهایت، توانایی تصمیم گیری آن‌ها را افزایش می‌دهد. تفکر و فعالیت بازتابی، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا در حین حل مسأله، مرتب فرآیند حل را بازنگری کنند. ونگر[۲۸] (۱۹۹۷) اعتقاد دارد که استفاده از یک مدل بازتابی، می‌تواند به موفقیت دانش‌آموزان در فعالیت‌های پداگوژیکی کمک کند و تأثیری عمیق بر نگرش‌های یادگیری آن‌ها بگذارد [۱۰].

به گفتهٔ گاما (۲۰۰۰)، دانش فراشناختی می‌تواند در هر مرحله از فعالیت حل مسأله به کار گرفته شود. گاما با ذکر مثالی در سه مرحله، به تشریح نقش بازتاب و دانش فراشناختی در حل مسأله می‌پردازد.

مرحلهٔ اول: قبل از شروع به حل یک مسألهٔ مشخص، دانش‌آموزان می‌توانند این سؤال‌ها را از خود بپرسند:

* کدام دانش قبلی، می‌تواند در مورد این تکلیف خاص مرا یاری دهد؟

* برای این که این تکالیف را با موفقیت به انجام برسانم، به دانستن چه چیزی نیاز دارم؟

* چه کاری را باید انجام دهم و با چه ترتیبی؟
* برای کامل کردن این تکلیف، چه قدر وقت دارم؟

پاسخ به این سؤال‌ها، می‌تواند دانش‌آموز را به بازتاب بر فعالیت‌های حل مسأله وادار کرده و در ایجاد توانایی فراخوانی دانش قبلی و در نتیجه، تصمیم‌گیری مناسب، به او کمک کند.

مرحلهٔ دوم: نظارت بر نقشهٔ فعالیت، می‌تواند دانش‌آموز را در طول فعالیت شناختی، کمک کند. بازتاب بر مهارت‌های لازم برای حل مسأله و تفکر دربارهٔ آن، از طریق سؤال هایی مانند آن چه که در پی می‌آید، انجام می‌شود:

* چگونه انجامش دهم؟
* آیا در مسیر درستی قرار دارم؟
* چگونه باید ادامه دهم؟
* چه اطلاعاتی برای به خاطر آوردن و به یادآوری، مهم هستند؟
* آیا باید از راه دیگری حرکت کنم؟
* برای درک مسأله، نیازمند انجام دادن چه کاری هستم؟

مرحلهٔ سوم: بعد از پایان یک تکلیف شناختی، دانش‌آموز باید عملکرد و درجهٔ فهم خود را ارزیابی کند و آن را با تکلیف قبلی، مقایسه کند. مثال‌هایی از سؤال‌های مناسب برای طرح در این مرحله، به قرار زیرند:

* آیا روند خاص تفکر من، کمتر یا بیش‌تر از آن چه که انتظار دارم، نتیجه می‌دهد؟
* چه چیزی را به طور متفاوت، می‌توانم انجام دهم؟
* چگونه می‌توانم این روش تفکر را برای مسایل نیز، به کار ببرم؟
* آیا در طول تکلیف، برای پر کردن خلأهای احتمالی در فهم و درک خود از مسأله، نیاز به بازنگری دارم؟[۱۰]

برای تجزیه و تحلیل رفتارهای فراشناختی دانش‌آموزان و نوع بازتاب آن‌ها، تحقیقات متعددی صورت گرفته است. هجدوس (۱۹۹۸)، با استفاده از روش بلند فکر کردن[۲۹] و تحلیل پروتکل‌های شونفیلد (۱۹۸۵)، به بررسی مدلی به نام ROME جهت تجزیه و تحلیل رفتارهای فراشناختی دانشجویان پرداخته است. این مدل، مخفف واژه‌های بازتاب[۳۰]، سامان دهی[۳۱]، نظارت[۳۲] و عصاره‌کشی[۳۳] است. او با استفاده از این مدل، به بررسی تفکر ریاضی دانشجویان سال اول دورهٔ کارشناسی پرداخت. در تحقیق وی، سه گروه از دانشجویان به مدت شش ماه مورد مطالعه قرار گرفتند و رفتار فراشناختی آن‌ها، با تمرکز بر مدل فوق، مورد مطالعه قرار گرفت. هدف رسالهٔ هجدوس، تجزیه و تحلیل رفتارهای فراشناختی دانشجویان برای بهتر فهمیدن رفتار آن‌ها در هنگام حل مسایل انتگرال‌های یگانه و چندگانه بود. هجدوس ادعا می‌کند که مدل گسترش یافتهٔ ROME، توان تجزیه و تحلیل رفتارهای فراشناختی مسأله حل کن‌ها را در سایر حوزه‌های ریاضی، دارد [۸].

باورها و فراشناخت

گویا (۱۹۹۲)، به تفصیل به رابطهٔ بین باورها و فراشناخت پرداخته است. آن چه که در پی می‌آید، خلاصه‌ای از ادبیات پژوهشی مربوط به باورها و حل مسألهٔ ریاضی است.

«به عقیدهٔ تعدادی از پژوهشگران، بین فراشناخت و باورها ارتباط زیادی وجود دارد، زیرا جهان بینی فرد، بر تصمیم‌هایی که او می‌گیرد، تأثیر می‌گذارد. باورهای شخص، محتوایی را که او، از منابع در دسترس خود انتخاب می‌کند، مشخص می‌سازد. (شونفیلد، ۱۹۸۳)... بعید و باورنکردنی است که فردی که از یک استراتژی خاص پیروی می‌کند، به موفقیت‌آمیز بودن آن ایمان نداشته باشد... در فرآیند حل مسألهٔ ریاضی، رفتارها می‌توانند به وسیلهٔ انواع مختلف باورها تحت تأثیر قرار گیرند. به عنوان نمونه، باور فرد نسبت به ماهیت مدرسه و به طور کلی، ماهیت یادگیری، ماهیت ریاضی و یادگیری آن، تکلیف‌های ویژهٔ ریاضی و توانایی ریاضی خود فرد، همگی می‌توانند در چگونگی پاسخ گویی فرد به یک موقعیت حل مسأله، نقش داشته باشند. به عنوان مثال، سیلور (۱۹۸۲) می‌نویسد «شخصی که باورش این است

که یک ساختار اساسی برای ریاضی وجود دارد و این ساختار، از اجزای سطحی بسیار مهم‌تری تشکیل شده است، در این صورت، مطالعهٔ ریاضی برای او، نسبت به دانش‌آموزی که این باور را ندارد، کاملاً متفاوت خواهد بود» (ص ۲۱). از جمله باورهایی که تأثیر زیادی بر چگونگی حل مسألهٔ ریاضی دارد، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: معمولاً بیش‌تر از یک راه برای حل مسأله وجود ندارد؛ دو روشی که برای حل یک مسأله به کار گرفته می‌شود، باید یک جواب را برای مسأله به دست آورد؛ و همیشه یک راه حل بسیار ساده برای حل هر مسأله، وجود دارد... .

شاید برای آموزشگران مهم باشد از باورهایی که ممکن است دانش‌آموزان را از فرآیند حل مسأله باز دارد، آگاه باشند. یک دسته از چنین باورهایی، توسط لستر وگاروفالو (۱۹۸۲) گزارش شده است. یافته‌های آن‌ها نشان داد که بسیاری از دانش‌آموزان پایه‌های سوم و پنجم ابتدایی، بر این باورند که مسایل حرفی یا کلامی، از مسایل محاسباتی بسیار مشکل‌تر هستند و این که، اندازه و بزرگی اعداد در مسایل، نشانهٔ دشواری مسأله است. به همین ترتیب، دریسکول (۱۹۸۲) اعلام کرد که در یک ارزیابی از دانش‌آموزان سیزده و هفده ساله، تقریباً نود درصد با این نظر موافق بودند که همیشه، فقط یک راه برای حل هر مسأله وجود دارد. دریسکول (۱۹۸۲) اظهار می‌دارد که «چنین برداشت‌هایی از ریاضی، بر اثر تجارب ریاضی دانش‌آموزان شکل گرفته است و معمولاً، بر حفظ کردن و طوطی وار تکرار کردن و مجاب شدن به این که یگانه هدف در حل مسایل ریاضی رسیدن به جواب درست است، تأکید دارد» (ص ۶۳). همانند دریسکول، شونفیلد نیز معتقد است که معلمان، باید مسئولیت چنین باورها و برداشت‌هایی را به عهده بگیرند. از آن‌جاکه اغلب ریاضی دان‌ها به ساختارهای مجرد می‌پردازند و دانش‌آموزان در رابطه با ریاضی، تجارب زندگی واقعی کمی دارند، جهان بینی ریاضی دانش‌آموزان اغلب بر پایهٔ تجارب ریاضی مدرسه‌ای شکل می‌گیرد. بسیاری از کلاس‌های درس ریاضی، بر نوشتن مباحث ریاضی در یک حالت تجویز شده تأکید دارند. چنین تأکیدی، این ایده را به وجود می‌آورد که انجام دادن ریاضی، به معنی انجام دادن فعالیت‌ها و مراحل مشخصی است. هم‌چنین، تحقیقات تامسون (۱۹۸۸) نشان داد که فعالیت‌های معلمان، بازتابی از باورهای آن‌ها، در مورد ریاضی است. بنابراین، نه تنها اغلب معلمان باید از توانایی‌ها و باورهای دانش‌آموزان و چگونگی دستیابی به آن‌ها آگاه باشند، بلکه باید نسبت به خودشان هم، چنین شناختی را داشته باشند. باورهای معلمان در مورد تدریس و یادگیری ریاضی، بر ماهیت محیط کلاس درس و نوع تدریس در آن، اثر می‌گذارد. از آن‌جاکه باورها را نمی‌توان نادیده گرفت، سیلور (۱۹۸۲) برای مطالعات بیش‌تر در این زمینه، سؤال‌های پژوهشی زیر را مطرح کرد: معلمان ریاضی چه باورهایی دارند؟ باورهای معلمان موفق‌تر کدام‌ها هستند؟ و بالاخره، تأثیر این باورها بر تدریس حل مسأله چگونه است؟ شونفیلد (۱۹۸۵) پیشنهاد کرد حداقل، زمانی که معلمان در کلاس درس، مسأله‌ای را حل می‌کنند، فرآیندهای تصمیم‌گیری خود را برای دانش‌آموزان / دانشجویان، آشکار سازند. سؤال‌هایی از قبیل: «انتخاب‌های ممکن در این جا چه چیزهایی هستند؟» و «آیا با استفاده از این استراتژی‌ها می‌توان مسأله را حل کرد؟» می‌تواند به عنوان مدل‌هایی برای ارایه به کلاس مورد استفاده قرار گیرد و فرآیندهای ذهنی آن‌ها را قانون‌مند سازد. هم‌چنین، شونفیلد (۱۹۸۷ و ۱۹۸۵) و دریسکول (۱۹۸۲)، معلمان را به کمک کردن به دانش‌آموزان در بازگو کردن تجارب حل مسألهٔ خویش، تشویق کرده‌اند. شونفیلد (۱۹۸۵) پوستری را به کلاس درسی‌اش نصب کرده بود که شامل سه سؤال اجرایی بود:

(الف) واقعاً، چه چیزی را انجام می‌دهید؟

(ب) چرا این کار را انجام می‌دهید؟

(ج) چگونه این کار به شما در حل مسأله کمک می‌کند؟

پیشنهاد شونفیلد برای شناختن و مشخص کردن باورهای دانش‌آموزان / دانشجویان، استفادهٔ مکرر از سؤال «چرا» است و این کار، از پیشنهادهای عملی است که اخیراً، از طرف پژوهشگران ریاضی عنوان شده است ([۴] صص

۲۱ تا ۲۴).

آموزش بر پایهٔ فرا شناخت[۳۴]

به گفتهٔ گویا (۱۹۹۲)، «... از زمانی که آموزشگران ریاضی دریافته‌اند که جنبه‌های غیر شناختی عملکرد حل مسأله به اهمیت جنبه‌های شناختی آن است، فراشناخت به معنای دانش و کنترل شناخت، از طرف جامعهٔ پژوهشی آموزش ریاضی، توجه زیادی را به خود معطوف کرده است. بنابراین، علاقه به مطالعهٔ نقش فراشناخت در حل مسایل ریاضی در میان آموزشگران ریاضی، در حال فزونی است (ص، ۲۴). مطالعهٔ لستر، گارافالو و کرول (۱۹۸۹) در مورد دانش‌آموزان پایهٔ هفتم [دوم راهنمایی] نیز در همین راستا بود. آن‌ها، در طول دوازده هفته مطالعه، به بررسی کارهای نوشته شدهٔ دانش‌آموزان، مصاحبه با آن‌ها، مشاهدات کلاسی و تجزیه و تحلیل پرسش نامه‌ها پرداختند. معلمان، نقش‌های مختلفی هم چون نظارت کننده، تسهیل کننده و یک نقش الگویی برای رفتار فراشناختی را، در هر مرحله از آموزش، ایفا می‌کردند.

پژوهشگران دریافتند که باورهای دانش‌آموزان، عمدتاً، به وسیلهٔ آموزش کلاسی و محیط کلاس درس شکل می‌گیرد و نتیجه گرفتند که «آموزش، به احتمال زیاد زمانی تأثیر گذار خواهد بود که در یک دورهٔ زمانی طولانی مدت و در قالب آموزش ریاضی روزانهٔ منظم، رخ دهد» (ص ۷). گویا (۱۹۹۲)، هم چنین به آموزش بر پایهٔ فراشناخت پرداخته و اظهار می‌دارد: «کمپیون، براون و کونل (۱۹۸۹)، آموزش بر پایهٔ فراشناخت را «تدریس دوجانبه[۳۵]» نامیدند. (ص۲۵). تدریس دو جانبه به وسیلهٔ لستر، گارافالو و کرول (۱۹۸۹)، به این صورت خلاصه شده است:

(الف) آموزش در گروه‌های یادگیری مشارکتی رخ می‌دهد.

(ب)آموزش در قالب یادگیری محتوای مشخصی رخ می‌دهد.

(پ) توجه دانش‌آموزان به خودیِ خود روی حل یک مسألهٔ ویژه متمرکز می‌شود نه بر نظارت، سامان دهی یا فعالیت‌های ارزشیابی.

(ت) دانش‌آموزان در خطاهای خود و هنگام کوشش برای حل مسأله، مورد حمایت قرار نمی‌گیرند.

(ث) به معلمان اجازه داده می‌شود که جایزالخطا باشند.

(ج) به تدریج که دانش‌آموزان اعتماد به نفس پیدا کرده و کارآمدتر می‌شوند، از نقش راهنمایی و الگویی معلم، کاسته می‌شود (ص ۳۶).

به گفتهٔ گویا (۱۹۹۲)، «... آموزش بر پایهٔ فراشناخت، از سه تکنیک متفاوت اما مرتبط با هم استفاده می‌کند که بر فراشناخت متمرکز شده‌اند... این تکنیک‌ها عبارتند از:

(الف) ژورنال نویسی[۳۶] (نوشتن بازتابی)،

(ب) کاردر گروه‌های کوچک همکاری،

(پ) بحث همگانی در کلاس.[۳۷]

در کنار این‌ها، دو تکنیک البته مهم که کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرند نیز عبارتند از:

(ت) معلم به عنوان ایفا کنندهٔ یک نقش الگویی برای رفتار فراشناختی،

(ث) استفاده از فیلم ویدیویی([۴]، ص ۴۳).

گویا (۱۳۷۲)هم‌چنین، معتقد است که «در تدریس از راه حل مسأله، چنان که شرودر و لستر (۱۹۸۹) نیز توصیه می‌کنند، مفاهیم به وسیلهٔ بحث دربارهٔ مسایل مشخص و تعمیم آن مسایل، معرفی شوند. برای کسانی که چنین نگرشی نسبت به تدریس ریاضی دارند، تنها جواب مسأله حائز اهمیت نیست. بلکه فرآیند حل مسأله و روش‌ها و متدهایی که دانش‌آموزان به کار می‌گیرند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این روش می‌تواند به دانش‌آموزان امکانی بدهد تا ریاضی را فعالانه، مبتکرانه و خلاقانه یاد بگیرند. مسایلی که برای این موضوع انتخاب می‌شوند، حداقل بایستی:

(الف) شاگردان را به تفکر وادارند،

(ب) راه‌های مختلفی برای حل آن‌ها وجود داشته باشد،

(ج) قابل تعمیم باشند،

(د) و از جذابیت برخوردار باشند» [۱۳].

گویا (۱۳۷۲) در ادامه، به توضیح این تکنیک‌ها می‌پردازد:

ژورنال نویسی (نوشتن بازتابی): «نوشتن ژورنال به وسیلهٔ دانشجویان، بهترین پل ارتباطی بین من معلم و آن‌ها بود. ژورنال‌ها به من این فرصت را می‌داد تا بتوانم به نحوی، آموزش فردی را به افرادی که نیاز داشتند، بدهم. هم‌چنین، ژورنال‌نویسی به دانشجویان فرصتی داد تا افکارشان را پالوده کنند و بیش‌تر بازتابی عمل کنند. دانشجویان آزاد بودند تا هر چه که می‌خواهند، بنویسند، به شرط آن که در محدودهٔ کلاس درس باشد. من آخر هر هفته، ژورنال‌ها را جمع آوری کرده، با دقت خوانده و سپس، بدون آن که به آن‌ها نمره بدهم (اگرچه ژورنال نویسی ۳۰ درصد نمرهٔ کلاس درس را به خود اختصاص می‌داد)، نظراتم را به طور مبسوط، برایشان می‌نوشتم. دانشجویان از این که نظراتشان نقادی می‌شد، اظهار خشنودی می‌کردند» [۱۳].

کار در گروه‌های کوچک همکاری: «کار در گروه‌های کوچک، یکی از مؤلفه‌های اصلی آموزش و تدریس بود. دانش‌آموزان ضمن کار در گروه‌های کوچک، یاد می‌گرفتند تا بر کارهای خود نظارت داشته باشند و ارزیابی درستی از آن‌ها بکنند. هم‌چنین، کار گروهی و بحث و تعامل، به دانشجویان فرصت تصمیم‌گیری متناسب را می‌داد. نقش من، به عنوان مراقب، راهنما و تسهیل کننده بود. طی کار گروهی، از دانشجویان در گروه‌های کوچک، به طور مستمر، سؤال می‌شد که: چه کار می‌کنید؟ چرا این کار را می‌کنید؟ و چگونه این کار، به شما کمک می‌کند که مسأله را حل کنید؟ همان سؤالاتی که شونفیلد (۱۹۸۵ و ۱۹۸۷) از دانشجویانش در حین حل مسأله می‌پرسید. به گفتهٔ شونفیلد (۱۹۸۷)، نقش من مانند یک مربی ورزش بود. بدین صورت که آن‌ها را از منابع ذاتیشان آگاه کرده و به آن‌ها کمک می‌کنم تا قدر ذخایرشان را بدانند و از آن‌ها استفادهٔ مؤثر بکنند. هم‌چنین، کار در گروه‌های کوچک، بهترین فرصتی بود که استراتژی‌های حل مسأله را در صورت لزوم، به دانشجویان عرضه کنم» [۱۳].

بحث همگانی در کلاس: گویا در توضیح این تکنیک می‌نویسد، «پس از تبادل نظر در گروه‌های کوچک، از دانشجویان خواسته می‌شد که نظراتشان را با کلاس، در میان بگذارند. هدف این بود که دانشجویان، با راه حل‌های مختلف برای مسألهٔ واحد، آشنا شوند و قدرت تصمیم‌گیری پیدا کنند. بحث همگانی در کلاس آگاهی دانشجویان را در مورد نقاط ضعف و قوت خودشان بالا می‌برد. این بحث‌ها، کمک مؤثری به آن‌ها کرد تا تصمیم گیرندگان بهتری شوند و خود ـ نظمی بیش‌تری پیدا کنند.»

معلم به عنوان ایفا کنندهٔ یک نقش الگویی برای رفتار فراشناختی: در این تکنیک، معلم هنگام روبه رو شدن با مسایل ریاضی در کلاس، سعی می‌کند رفتاری فراشناختی از خود بروز دهد تا دانش‌آموزان با این رفتار آشنا شده و بتوانند بعداً، خود نیز چنین رفتاری داشته باشند. به گفتهٔ شونفیلد (۱۹۸۷) گه‌گاه می‌توان از تکنیک معلم به عنوان ایفا کنندهٔ یک نقش الگویی برای رفتار فراشناختی و مدلی برای رفتار حل مسأله خوب، استفاده کرد. قصد وی از به کارگیری این تکنیک این است که با جزئیات، به میان فرآیندهای حل مسأله برویم. گویی معلم اولین بار است که با مسأله برخورد می‌کند. یکی از محاسن این روش این است که دانش‌آموز، رفتار حل مسألهٔ مناسبی را که باید به آن عادت کند می‌بیند. کاستی این تکنیک به نظر شونفیلد، این است که این روش مصنوعی است و باید نسبتاً کم مورد استفاده قرار گیرد. اما گویا (۱۹۹۲) برای رفع این کاستی می‌نویسد: «من در مورد راه‌هایی فکر می‌کردم که در آن، این تکنیک در کلاس درسی‌ام کمتر مصنوعی باشد و به این نتیجه رسیدم که این استراتژی را باید تا اندازه‌ای در بحث کل کلاسی قرار داد. در بحث کل کلاسی، من دانش‌آموزان را به مسایل تعیین شده محدود نمی‌کنم و زمانی که دانش‌آموزان یا من، با یک مسألهٔ جدید از طرف سایر دانش‌آموزان مواجه می‌شویم، در واقع باید رفتار حل مسألهٔ خود را آشکار سازیم» ([۴]، ص ۴۹). بنابراین، حالت مصنوعی این تکنیک کمتر می‌شود.

استفاده از فیلم ویدیویی: در این تکنیک، با استفاده از فیلم ویدیویی که از سایر دانش‌آموزان در حین حل مسأله

تهیه شده است، موقعیتی ایجاد می‌شود که دانش‌آموزان، با تجزیه و تحلیل رفتار دانش‌آموزان دیگر بتوانند نسبت به توانایی‌های فراشناختی خود آگاه‌تر شوند. گویا (۱۹۹۲) معتقد است که، «چنین رخدادهایی، می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا نسبت به فرآیند فکری خودشان بسیار آگاه‌تر شوند و این، یکی از جنبه‌های اساسی فراشناخت است. چنین تکنیکی بسیار سودمند است، اگر چه پیدا کردن و انتخاب یک فیلم ویدیویی مناسب، کار ساده‌ای نیست» ([۴]، ص ۵۰).

سخن پایانی

نقش فراشناخت در آموزش حل مسأله به طور عمومی و آموزش حل مسألهٔ ریاضی به طور خاص، قابل توجه است. پژوهشگران بسیاری در عرصهٔ حل مسألهٔ ریاضی، با استفاده از ساختار فراشناخت، به تهیه و تدوین الگوهای مختلف تدریسی - آموزشی، پرداخته‌اند. رشد و توسعهٔ انواع تکنیک‌های فراشناختی و چگونگی ایجاد دانش فراشناختی در یادگیرندگان ریاضی، تنها با پشتوانه‌های پژوهشی بومی و جهانی، امکان‌پذیر است.

زیرنویس‌ها

1. Metacognition
2. Lester
3. Garafalo
4. Kroll
5. Hegedus
6. Sobel
7. Matelesry
8. Meta
9. Oxford Advanced Learner's Dictionary 2000
10. Cognition
11. Seifert
12. Flavel
13. Harlow
14. Resnik
15. Glaser
16. Lomax

۱۷. این اصطلاح در فرهنگ آکسفورد Advanced Learner's Dictionary سال 2000 هم دیده نشد. (نویسندگان)

18. Expert Problem Solver
19. Novice Problem Solver
20. Declarative
21. Procedural
22. Conditional

۲۳. Recognition، برای این واژه در زبان فارسی، معادل «تشخیص» انتخاب شده است. با این حال، منظور مؤلف، شناخت دوباره و استمرار آن می‌باشد. (نویسندگان)

24. Manipulation
25. Gama
26. Pantam Bekar
27. Du Boulay
28. Wenger
29. Think Aloud
30. Reflection
31. Organization
32. Monitoring
33. Extraction
34. Metacognition-Based Instruction
35. Reciprocal Teaching
36. Journal Writing
37. Whole-Class Discussion

منابع

۱. شونفیلد، ای. اچ: ترجمهٔ فرهاد کریمی (بهار ۱۳۷۸)، فراشناخت و ریاضیات، مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال پانزدهم، شماره ۵۵، انتشارات سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.

2. Lester, Garafalo, Kroll (June 1989), The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving / final report.

3. Hegedus, S. J. (1998), Advanced Thinking, Metacognition & the Calculus.

4. Gooya, Zahra (1992), Influences of Metacognition _ based Teaching and Teaching via Problem Solving on Student's Beliefs About Mathematics and Mathematical Problem. Solving, Unpublished Doctoral Dissertation, UBC.

۵. گویا، زهرا: ۱۳۷۹، واقعاً این همه هیاهو در مورد فراشناخت چیست؟ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، سال پانزدهم، شماره ۵۹-۶۰، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

6. Flavell, John H. (1976), Metacognitive Aspects of Problem Solving / (The nature of intelligence : Resnik, Laurens).

7. Lomax, James (2002), Creative Thinking / Mapping Thinking / Collective Thinking.

8. Hegedus, S. J. (1998), Recent AMT paper, A Study of the Metacognitive Behaviours of Mathematics Undergraduates in Solving Problems in the Integral Calculus. Unpublished Doctoral Dissertation.

9. de Bono, Edward (Maclure and Davies, 1991, pxii), David F. Salomon, Gavriel Costa, Bellanca F. Fogoarty, 1992, pxii) : What is Metacognition.

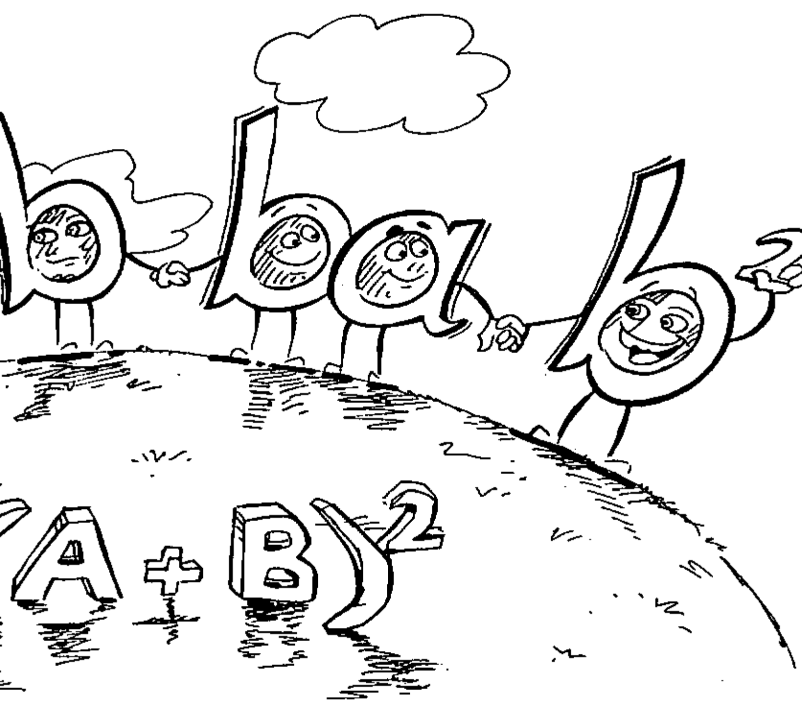
10. Gama, Claudia (January 2000), The Role of Metacognition in Problem Solving. Prompting Reflection in Interactive Learning Systems, COGS University of Sussex (uk)

11. Mikusa, Micheal (2001), Problem Solving is More than Solving Problem, (mmikusa@kent :edu)

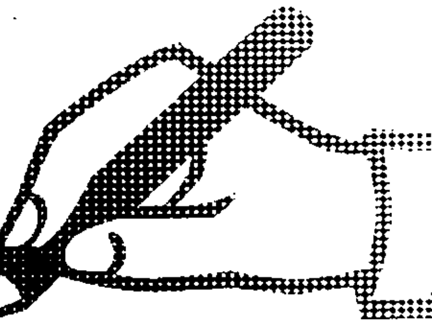
۱۲. سیف، علی اکبر: روانشناسی پرورشی (روانشناسی یادگیری و آموزش)، انتشارات آگاه، ویرایش پنجم، ۱۳۸۰.

۱۳. گویا، زهرا: (۱۳۷۲)، تأثیرات تدریس از راه حل مسأله و بر مبنای روش‌های فراشناختی بر باورهای شاگردان دربارهٔ ریاضی و دربارهٔ حل مسألهٔ ریاضی، ۲۴ امین کنفرانس ریاضی کشور، دانشگاه شهید بهشتی، ۸ تا ۱۱ فروردین ۱۳۷۲.

14. Schoenfeld, Alen H. (1985), Mathematical Problem Solving, Academic Press, Inc.



روایت معلمان



به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیکتری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق، فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به‌تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به‌عمل در می‌آیند و مجدداً عمل به‌نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

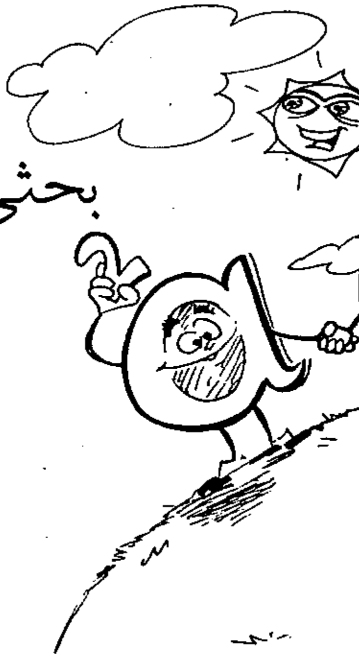
از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم، نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی، به‌غنی‌تر کردن آن ها بپردازند.

تجربهٔ تدریس اینجانب نشان می دهد که اتحادها و تجزیه از جمله مباحثی هستند که دانش‌آموزان پایهٔ اول دبیرستان از آن‌ها می هراسند. گاهی ممکن است علت این ترس، به تدریس نادرست این مبحث مربوط باشد. روش معمولی که در بعضی از دبیرستان‌ها رایج است، این است که دبیر به عنوان مثال اتحاد $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ را نوشته و در کنار آن، اثباتش را می‌نویسد و بعد به ترتیب اتحادهای بعدی را بیان می کند. با این نحوهٔ تدریس، ممکن است دانش‌آموز چنین پندارد که باید مطالب روی تابلو را حفظ کند. در چنین حالتی، طبیعی است که موقع ارزشیابی نیز فقط از محفوظات خود کمک بگیرد. به همین دلیل، مشاهده کرده‌ام که اگر اتحادی را جداگانه بیان و تکالیف مربوط به آن انجام می شود، دانش‌آموزان راحت‌تر از عهدهٔ مطالب برمی‌آیند. ولی وقتی از همهٔ مطالب ارزشیابی شود، نتیجه رضایت‌بخش نیست. شاید علت این باشد که چون دانش‌آموز درموقع ارزشیابی، فقط از محفوظات خود استفاده می کند، همهٔ فرمول‌ها را با هم جابه‌جا می کند.

روشی که می‌توان جایگزین این روش کرد، این است که دانش‌آموزان را به گروه‌های چند نفره تقسیم کنیم و سپس بدین نحو عمل کنیم:

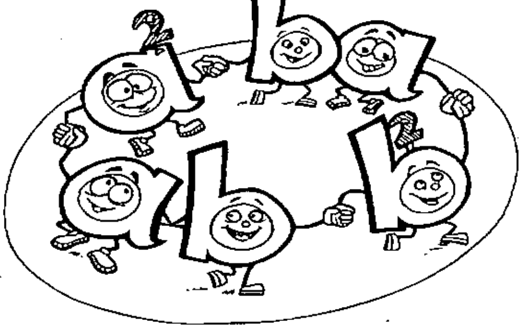
ـ «بچه‌ها! توان را یاد گرفتید و می‌دانید که مثلاً: $a^2 = a \times a$. اکنون اگر به جای (a)، یک عبارت داشته باشیم، باز هم وضع به همین منوال است. پس رابطهٔ $(a+b)^2$ را هر گروه جداگانه حساب کند.»

جواب هایی را که دانش‌آموزان می گویند، صرف‌نظر از درست یا نادرست بودنشان، روی تابلو بنویسیم. دانش‌آموزان به بحث در گروه‌های خود، و سپس در کلاس، می توانند با دلایل منطقی، جواب های نادرست را تشخیص دهند. این فرایند، به مستدل شدن دانش‌آموزان کمک می کند و به آن‌ها اطمینان

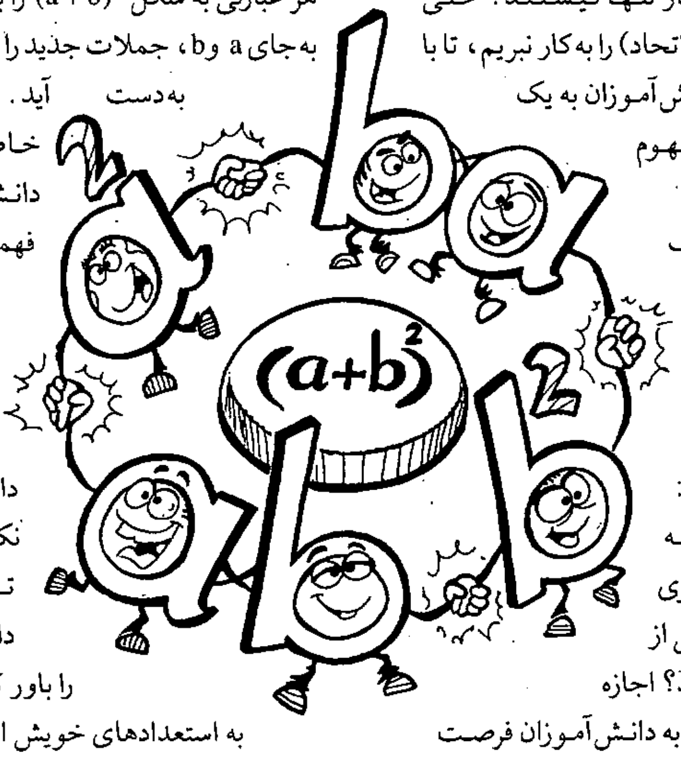


بحثی راجع به:

تدریس اتحادها



مجید هاشمی، دبیر ریاضی شهرکرد



می‌دهد که در هیچ جای کار تنها نیستند. حتی می‌توانیم در ابتدا، کلمهٔ (اتحاد) را به کار نبریم، تا با تکیه بر مفهوم توان، دانش‌آموزان به یک تعمیم منطقی از این مفهوم برسند.

سپس با کمک دانش‌آموزان جواب درست را به دست می‌آوریم.

ـ «بله. جواب نهایی $(a+b)^2$، برابر است با: a^2+b^2+2ab. آیا اگر به جای a و b هر جملهٔ دیگری قرار بگیرد، باز هم حاصل از همین رابطه به دست می‌آید؟ اجازه بدهید امتحان کنیم. آنگاه به دانش‌آموزان فرصت دهیم تا از طریق مثال‌های متنوع، خودشان به این مطلب پی ببرند. به همین منظور، می‌توانیم مثال‌هایی در این زمینه به آن‌ها داده و از آن‌ها بخواهیم که با استفاده از مفهوم توان آن‌ها را حل کنند. حال از آن‌ها بخواهیم تا این جواب‌ها را با جواب به دست آمده از رابطهٔ (a^2+b^2+2ab) مقایسه کنند تا متوجه شوند که با این اتحاد، نیازی نیست که هربار، هر عبارتی به شکل $(a+b)^2$ را بسط دهند. کافی است که به جای a و b، جملات جدید را قرار دهند تا جواب مطلوب به دست آید. در این صورت، اطمینان خاطر پیدا می‌کنیم که دانش‌آموزان، این اتحاد را فهمیده‌اند.

به عقیدهٔ من، در این روش صرف نظر از عمق یادگیری مطالب، نوعی اعتمادبه‌نفس را نیز به دانش‌آموزان داده‌ایم. زیرا نکتهٔ اساسی که باید بدان توجه کرد این است که دانش‌آموزان توانسته‌اند خود را باور کنند. زیرا همین پی بردن به استعدادهای خویش است که اعتمادبه‌نفس را قوی ساخته و این اعتماد به‌نفس است که می‌تواند در یادگیری و بازدهی مطالب در دانش‌آموزان مؤثر باشد، نه صرف چند مطلب محض که به آن‌ها گفته شود. مسلماً دانش‌آموزانی به طور خود جوش کار می‌کنند که از اعتماد به نفس کافی برخوردار باشند و با شناخت توانایی‌های خود، به یادگیری مفهومی ریاضی بپردازند.

گزارش‌ها و اخبار

آموزش ریاضی در دنیا:

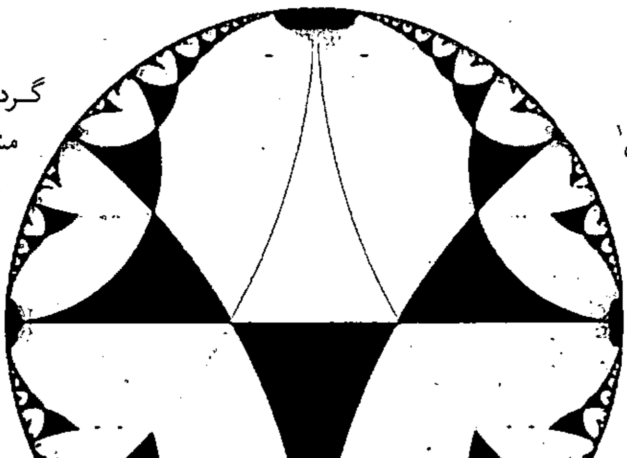
پیوند بین سیاست و عمل آموزشی

۵ تا ۹ جولای ۲۰۰۳

مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی و مؤسسهٔ مطالعات پیشرفتهٔ یوتا (ایالات متحده)

گزارشگر: زهرا گویا

قبل از هر چیز، از جناب آقای دکتر علی رجالی از خانهٔ ریاضیات اصفهان که برای شرکت در این سمینار، گزارشگر را به مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی معرفی کردند، سپاسگزاری می‌کنم.



تاریخچه

مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی[1] (PCMI) که در ابتدا، به‌عنوان مؤسسهٔ منطقه‌ای هندسهٔ یوتا شناخته می‌شد، در سال ۱۹۹۱، با کمک مالی بنیاد ملی علوم تأسیس شد. در سال ۹۴ـ۱۹۹۳، از مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته[2] (IAS) در دانشگاه پرینستون در نیوجرسی دعوت شد تا نقش مؤسسهٔ مادر را برای مؤسسهٔ منطقه‌ای هندسهٔ یوتا بازی کند و بدین ترتیب، IAS/PCMI پا به عرصهٔ وجود گذاشت. این کار مشترک، الگوی برجسته‌ای از تلفیق شناخته شده است و دامنهٔ فعالیت‌هایش به‌گونه‌ای گسترده شده تا تمام حوزه‌های ریاضی را دربربگیرد.

مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی، افراد مطرح و شناخته‌شده در ریاضی و آموزش ریاضی را در سطح ملی و بین‌المللی گردهم می‌آورد تا از اهداف مشترکی برای تعالی حرفه‌ای، حمایت کنند.

یکی از فعالیت‌های عمدهٔ IAS/PCMI، یک برنامهٔ تابستانی سه هفته‌ای است که شامل شش برنامهٔ موازی زیر است:

- برنامهٔ معلمان ریاضی دبیرستان
- برنامهٔ استادان درس‌های ریاضی دوره‌های کارشناسی
- برنامهٔ تحقیقی آموزش ریاضی
- برنامهٔ دورهٔ کارشناسی
- مدرسهٔ تابستانی تحصیلات تکمیلی
- برنامهٔ تحقیقی ریاضی.

هدف مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی / مؤسسهٔ مطالعات پیشرفته (IAS/PCMI) ارایهٔ یک مدل سازگار و مشوق برای

توسعهٔ حرفه‌ای همهٔ دست‌اندرکاران ریاضی است، زیرا این مؤسسه معتقد است که در هر مرحله؛ از پیش‌دبستانی گرفته تا تحقیقات پیشرفته، ریاضی خوب و تدریس خوب ریاضی در کیفیت‌ها، عمل‌ها و عادت‌های ذهنی مشخص زیر، سهیم هستند:

■ ریاضی ورزیدن (انجام دادن)
■ تجزیه و تحلیل تدریس
■ منبع بودن برای هم‌گروه و هم‌حرفهٔ خود.

از سال ۲۰۰۱، این مرکز یک بخش بین‌المللی را به فعالیت‌های خود اضافه کرده است و آن بخش، **سمینار بین‌المللی آموزش ریاضی: پیوند بین سیاست و عمل آموزشی**[3] است. به این منظور، در سه سال گذشته، این بخش سمینار تلاش کرده است تا هر سال، نمایندگانی از ۸ کشور جهان را در یک سمینار فشردهٔ کاری، گردهم آورد که افراد بتوانند با تبادل آرا، **از هم یاد بگیرند**. هر سال، تمام مخارج شرکت‌کنندگان در سمینار بین‌المللی از جمله رفت‌وآمد، اسکان، غذا و سایر هزینه‌ها به عهدهٔ PCMI بوده است و بنیاد خانوادگی ولفِن سون[4]، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI)[5] و بنیاد بریستول-مایر اسکوئیب[6]، از حامیان مالی این سمینارها بوده‌اند.

اولین سمینار بین‌المللی؛ جولای ۲۰۰۱

در این سمینار، کشورهای آمریکا، هند، فرانسه، سوئد، کنیا، مصر، برزیل و ژاپن شرکت داشتند. از هر کشور، یک تیم دو نفری شامل یک متخصص آموزش ریاضی دانشگاهی یا سیاستگزار و یک معلم ریاضی دعوت شدند. هماهنگ‌کنندگان اولین سمینار، جوان فرینی-ماندی[7] از دانشگاه ایالتی میشیگان و گیل بوریل[8]، از بنیاد ملی تحقیق (NRC)[9] بودند.

این دو، در گزارش اولین سمینار یادآور شده‌اند که «مطالعات بین‌المللی از قبیل تیمز، موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان را اندازه می‌گیرد و در مورد عوامل مربوط به مدرسه، معلم و برنامهٔ درسی که ممکن است بر این موفقیت اثرگذار باشند، به جمع‌آوری اطلاعات می‌پردازد. اما هر کشور، جدال‌های خود را درون زمینهٔ فرهنگی خویش دارد [که باید با آن‌ها، دست‌و‌پنجه نرم کند]». به‌همین مناسبت، سمینار بین‌المللی PCMI، بحث‌های جالبی را در رابطه با مباحث و دغدغه‌های مشترک کشورها نسبت به یادگیری و تدریس ریاضی داشته است تا به کشورها، در حل مسایل درون‌فرهنگی و منحصر به‌فرد خودشان، کمک کند و از آن‌ها، یاد بگیرد.

اهداف اولین سمینار بین‌المللی PCMI از این قرار بود:

■ ارتقای بحث باز راجع به موضوع‌هایی که بر سیاست‌ها و اعمال آموزش ریاضی هر ملت، اثرگذار هستند.
■ مشخص کردن مباحث مشترکی که هر کشور، با آن مواجه است.
■ مشخص کردن منابع مشترک برای جهت‌دادن و حمایت از تلاش‌هایی که برای طرح و حل مسأله در هر کشور مورد نیاز است.
■ جستجو برای یافتن راه‌حل‌های مشترک برای مسایل مرتبط و یافتن رویکردها و استراتژی‌های مشترک.

بحث‌های اولین سمینار، حول هفت سؤال زیر، سازمان‌دهی شدند:

۱ـ در کشور شما، رابطهٔ بین استانداردهای ملی و برنامهٔ درسی ملی؛ با عمل تدریس کلاسی چیست؟

۲ـ نظام آموزش معلمان در کشور شما چیست و چگونه با عمل تدریس مرتبط است؟

۳ـ مطالعات موردی: نقش جبر را در برنامهٔ درسی ریاضی دوره‌های راهنمایی و متوسطه در کشور خودتان، توضیح دهید. ایده‌های آمار و احتمال، چگونه در نظام جدید آموزشی شما، معرفی شده‌اند؟

۴ـ کشور شما، چگونه تعادل و توازن را بین سنت و تغییر اصلاحی (رفرم) در آموزش ریاضی، به وجود آورده است؟

۵ـ نظام آموزشی شما، چگونه در مورد ایجاد تعادل و توازن بین سطح و عمق، تصمیم‌گیری می‌کند (به‌طور مثال، پافشاری بر دانش عُمقی و موضوعات هسته‌ای نسبتاً محدودتر در مقابل گنجاندن موضوعات متعدد با عمق و تأکید کمتر در برنامهٔ درسی ریاضی)؟ چگونه این تصمیم‌گیری، بر عمل تدریس اثر می‌گذارد؟

۶ـ چگونه کشور و فرهنگ شما در آموزش ریاضی، با چالش‌های نخبگی و تعالی[10] از یک طرف و قابلیت دسترسی[11] از طرف دیگر، کنار می‌آید؟

۷ـ در کشور شما، نقش آموزش ریاضی به‌عنوان یک حرفه و به‌عنوان تحقیقات آموزش ریاضی چیست؟

تیم هر کشور شرکت‌کننده، به یکی از این سؤال‌ها پرداخت و پس از آن، بحث‌های گروهی به برجسته‌کردن

تشابهات و اختلافات بین کشورها، کمک کرد. بعد از بحث راجع به هر سؤال، دو مشاهده گر؛ هیمَن بَس[12] از دانشگاه میشیگان آمریکا و هیروشیما فوجیتا[13] از ژاپن، از منظر شخصی خویش، بحث‌ها را نقد کردند. اطلاعات این سمینار، از طریق آدرس اینترنتی زیر قابل دستیابی است:

http : // mathinforum.org /pcmi /

دومین سمینار بین‌المللی؛ جولای ۲۰۰۲

این سمینار نیز توسط جوان فرینی- ماندی و گیل بوریل از دانشگاه ایالتی میشیگان، با مضمون اصلی **آماده‌سازی معلمان**[14] و با شرکت همان تیم‌های دو نفری هشت کشور شرکت‌کننده در اولین سمینار، آغاز به کار کرد. نمایندگان کشورهای شرکت‌کننده به انتخاب خودشان، آموزش‌های ضمن خدمت معلمان را از طریق انجمن‌های مشارکتی، در نظر گرفتند؛ که در آن‌ها، معلمان در طراحی و اجرای آموزش‌های ضمن خدمت درگیر می‌شوند و نقش فعالی بازی می‌کنند. علت این انتخاب این بود که تفاوت در سرتاسر کشورها را می‌توان با بررسی چگونگی ارایهٔ این آموزش از طریق انجمن‌های مشارکتی، شناسایی کرد. به استناد گزارش این سمینار، اگرچه همهٔ کشورها آموزش ضمن خدمت را درک می‌کردند، اما عمل به آن در کشورهای مختلف، متفاوت بود. از این گذشته، با وجودی که همگی، بر ضرورت آموزش‌های ضمن خدمت معلمان تأکید داشتند، اما گوناگونی فرهنگی و عمل تدریس در هر کشور به گونه‌ای بود که شرکت‌کنندگان، با یک فهم و درک مشترک، به این نتیجه رسیدند که اگر چگونگی ارایهٔ این آموزش و ارایه‌دهندگان و مجریان آن را بتوان انجمن‌های مشارکتی نامید، آنگاه یک زمینهٔ مشترک برای بحث فراهم شده است. پس هر کشور، با در نظر گرفتن تشابهات و افتراقات در انجمن‌های مشارکتی خویش، یک مورد از این انجمن‌ها را معرفی کرد و بدین ترتیب، دومین سمینار بین‌المللی سازمان‌دهی شد.

سومین سمینار بین‌المللی؛ ۵ تا ۹ جولای ۲۰۰۳

این سمینار با عنوان:

«آموزش ریاضی در دنیا: پیوند بین سیاست و عمل آموزشی»

در مؤسسهٔ ریاضی پارک سیتی (PCMI) برگزار شد. تیم‌های شرکت‌کننده در این سمینار از کشورهای اکوادور، ایالات متحده، ایران، ایرلند شمالی، رومانی، ژاپن، کامرون و نیوزلند بودند و هماهنگ‌کنندگان این سمینار نیز مانند دو سمینار قبلی، جوان- فرینی ماندی و گیل بوریل از دانشگاه ایالتی میشیگان بودند و تهیهٔ گزارش نهایی آن، در دست اقدام است.

در اولین روز سمینار، هرب کِلِمنتس[15] رئیس PCMI به شرکت‌کنندگان خوش‌آمد گفت. وی دلیل اصلی سرمایه‌گذاری برای این سمینارهای بین‌المللی را چنین بیان کرد:

«یکی از چیزهایی که در ایالات متحده و تقریباً تمام کشورها، در حال مبارزه با آن هستیم، این است که در عصر جدید، نیروی محرکهٔ آموزش، بازار و اقتصاد شده است. دیگر ساختارهای قدیمی و راه‌هایی که در گذشته با آن‌ها بزرگ شده بودیم و یادگرفته بودیم، نیروی محرکه‌ای برای آموزش در ایالات متحدهٔ جدید، نیستند. درنتیجه، یکی از چیزهایی که در آموزش ریاضی، در حال مبارزه با آن هستیم، انتخاب راه‌های مؤثر تدریس و یادگیری ریاضی است و خیلی چیزها هست که باید از سایر کشورها، فرهنگ‌ها و مکان‌ها، یادبگیریم.

از همهٔ شما که دعوت ما را پذیرفتید، متشکرم.»

کلمنتس، سپس توضیح داد که در این سمینار، سعی شده اَست تا از کشورهایی که نقطه مقابل کشورهای شرکت‌کننده در دو سمینار قبلی بودند، دعوت به عمل آید. طبق اظهار وی، هدف اصلی، انتخاب هشت کشور از هریک از هشت منطقهٔ تعریف شدهٔ جهان توسط سازمان ملل متحد بوده است. کلمنتس بیان داشت:

قبلاً برزیل را داشتیم و حالا اکوادور که هم کوچک‌تر است و هم اسپانیایی‌زبان است؛ کنیای انگلیسی زبان را داشتیم و حالا، میزبان کامرون فرانسه و انگلیسی زبان هستیم که در آفریقای مرکزی واقع شده است. از خاورمیانه مصر را داشتیم و حالا میزبان ایران هستیم. ایران نمایندهٔ قدیمی‌ترین فرهنگ ریاضی دنیاست. خیلی قبل از آن که در جاهای دیگر، چنان فرهنگی به‌وجود آمده باشد. سال‌های قبل، فرانسه و سوئد را به عنوان نمایندگان اروپای غربی داشتیم و امسال، ایرلند شمالی و رومانی را داریم، ژاپن باز هم در این سمینار، شرکت دارد و نیوزلند هم از

اقیانوسیه به ما پیوسته است. من دو دانشجوی برجستهٔ دکترای ریاضی دارم که از ایران و رومانی هستند. متأسفم که دو نفر از معلمان ریاضی که از مدعوین ما از ایران و کامرون بودند، موفق به اخذ ویزا نشدند.

چگونگی اجرای سمینار

یکی از برجسته‌ترین جنبه‌های سمینار، اجرای بسیار کارآمد و منحصر به فرد آن بود. سمینار هر روز، از ساعت ۸:۱۵ صبح شروع به کار می‌کرد و به طور رسمی، تا ساعت ۷ بعدازظهر، ادامه داشت. در دو روز اول، صبحانه و نهار در محل سمینار و در حین بحث‌ها و سخنرانی‌ها صرف می‌شود تا وقت تلف نشود. سهٔ روز آخر هم برنامهٔ نهار طوری ترتیب داده شده بود تا هر روز، دو گروه از شرکت‌کنندگان در سایر برنامه‌های مؤسسه، بتوانند با هم تعامل و تبادل‌نظر داشته باشند.

هم‌چنین، تمام بحث‌ها و گفتگوها، به تناوب توسط جوآن فرینی- ماندی و گیل بوریل روی دو کامپیوتر لَپ‌تاپ[16]، تایپ می‌شد و روی پرده نشان داده می‌شد تا به طور هم‌زمان، تمام سمینار مستند شود و برای تهیهٔ گزارش نهایی، مسیر تسهیل گردد. از این گذشته، بعد از ارایهٔ سخنرانی توسط هر کشور، از همه خواسته می‌شد تا بر آن سخنرانی بازتاب داشته باشد و راجع به نکات **چالش برانگیز**[17] و **امیدوارکننده**[18] برای کشور خودشان، صحبت کنند. علاوه بر این، بعد از شام نیز فرصتی بود تا گروه‌های چندنفری، دربارهٔ دغدغه‌های مشترک خود، به بحث و تبادل‌نظر بپردازند. کارآیی سمینار به حدّی بود که هیچ‌کس، فرصت خنثی نشستن و منفعل گوش کردن را پیدا نمی‌کرد و همه دور یک میز، با هم در تعامل بودند و مجبور به ابراز نقد و نظر می‌شدند.

در یکی از روزها، هر دو کشوری که با هم اشتراکات بیش‌تری داشتند، یک تیم تشکیل دادند و راجع به موضوع انتخابی خود، مطلب تهیه کرده و آن را برای نقد و بررسی، به جمع ارایه دادند. سپس از دو کشور دیگر خواسته شد تا علاوه بر بحث‌های عمومی، به طور خاص بر آن مطلب تأمل کرده و سؤال‌های خود را مطرح کنند.

در روز دوم سمینار، دبورا بال[19] و هیمَن بَس از دانشگاه میشیگان در اناربورن، ضمن ارایهٔ نتایج تحقیق اخیر خویش، نظریه‌پردازی جدید خود را در مورد دانش ریاضی مورد نیاز معلمان ریاضی دورهٔ ابتدایی، با جمع در میان گذاشتند. لازم به توضیح است که این نظریه‌پردازی، بر مبنای عمل واقعی تدریس که یک فیلم ویدیویی از آن به نمایش درآمد، انجام شده بود. پس از آن، شرکت‌کنندگان در سمینار، کلاس تدریس آزمایشی دبورا بال و هیمن بَس را که با دانش‌آموزان پایهٔ پنجم ابتدایی انجام می‌شد، مشاهده کردند. نهار همان روز نیز همگی، با این دو آن تدریس را نقد و بررسی کردند.

روزهای سوم و چهارم سمینار، به شناسایی مضمون‌های برآمده از گزارش کشورها و چالش‌های آموزش معلمان ریاضی اختصاص یافت. سپس از درون آن مضمون‌ها و چالش‌ها، چند سؤال کلیدی برای بحث بیش‌تر و تهیهٔ چارچوبی برای آماده‌کردن گزارش سمینار، مطرح شدند.

بالاخره در آخرین روز، تجزیه و تحلیل بحث‌ها در قالب گروه‌های کوچک، انجام شد. آن‌گاه هر گروه، جمع‌بندی خود را برای نقد و بحث، به جمع ارایه کرد و شرکت‌کنندگان، به اتفاق آرا، سؤال‌های کلیدی زیر را برای چارچوب گزارش نهایی، تدوین کردند:

۱- رابطهٔ بین برنامهٔ درسی آموزش معلمان ریاضی با برنامهٔ درسی ریاضی از پیش‌دبستانی تا پایان متوسطه (K-۱۲) چیست؟

۲- چگونه می‌توان به معلمان کمک کرد تا در مدارس واقعی و کلاس‌های درس واقعی، کار کنند؟

۳- چگونه دانش ریاضی مورد نیاز را برای تدریس در دوره‌های آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان شناسایی کنیم؟

سپس افراد، در گروه‌های سه نفری قرار گرفتند تا با عمق بیش‌تری، به این سؤال‌ها بپردازند و برای سؤال‌های مشخص‌تر زیر، سعی در انجام موارد زیر کنند:

الف) بسط و توسعهٔ هر یک از سؤال‌ها

ب) بازگو کردن داستان هر کشور در رابطه با هریک از سؤال‌ها

پ) تبیین مباحث و مضمون‌های مشترک برای مشخص کردن ایده‌های امیدوارکننده و چالش‌های پیش‌رو برای هر کشور

ت) دیدگاه‌ها و ایده‌های نو برای آزمایش و به‌کارگیری در هر کشور.

بعد از آخرین جلسهٔ سمینار، به هر کشور تکلیفی محول شد و آن، تهیه و تایپ داستان کشور خود در ارتباط با سؤال‌های کلیدی فوق بود.

سخن پایانی

از تمام بحث و گفتگوهای مطرح‌شده در سمینار که به طور هم‌زمان تایپ می‌شد، یک نسخه تهیه شد و به هر شرکت‌کننده داده شد. این گزارش ۱۲۰ صفحه است و قرار است که با داستان‌های کشورهای شرکت‌کننده، تلفیق شود و به زودی، گزارش نهایی سمینار در اختیار همگان قرار گیرد. این اولین بار بود که شاهد چنین کارآیی منحصربه‌فردی در یک نشست علمی بودم. همه حداقل، روزی ۱۲ ساعت کار مفید انجام دادند و از همه مهم‌تر این‌که، پیش‌نویس تولید علمی خود را تهیه کردند. چنین بهره‌وری از یک سمینار، در نوع خود بی‌نظیر بود.

در حاشیهٔ سمینار

جانی لات، رئیس شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا (NCTM) نیز در بین شرکت‌کنندگان بود و حضور ایشان، در غنای بحث‌ها مؤثر بود. مقالهٔ تهیه‌شده توسط گزارشگر نیز در فرصت مناسب، به فارسی ترجمه شده و در اختیار علاقه‌مندان قرار خواهد گرفت.

زیرنویس‌ها

1. Park City Mathematics Institute (PCMI)
2. Institute for Advanced Study (IAS)
3. Bridging Between Theory and Practice
4. Wolfenson Family Fundation
5. International Commission on Mathematics Instruetion(PCMI)
6. Bristol - Myers Squibb Fundation
7. Joan - Ferrini Mundy
8. Gail Burrill
9. National Research Council (NRC)
10. Exeellence
11. Accessibility
12. Hyman Bass
13. Hiroshi Fujita
14. Teacher Prefaration
15. Herb Klements

ایشان دکترای ریاضی خود را در هندسهٔ جبری از دانشگاه برکلی گرفته و استاد دانشگاه یوتاست. اما در سال ۲۰۰۳، فرصت مطالعاتی خود را در دانشگاه اوهایو می‌گذراند.

16. Lap Top Computer
17. Challenging
18. Promising
19. Debora Ball

بیست و هفتمین کنفرانس بین‌الملل روان‌شناسی آموزش ریاضی

بیست و هفتمین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی از ۱۳ تا ۱۸ جولای ۲۰۰۳ در هانالولو مرکز ایالت هاوایی در ایالات متحده، برگزار شد.

در مقدمهٔ گزارش PME۲۷ آمده است:

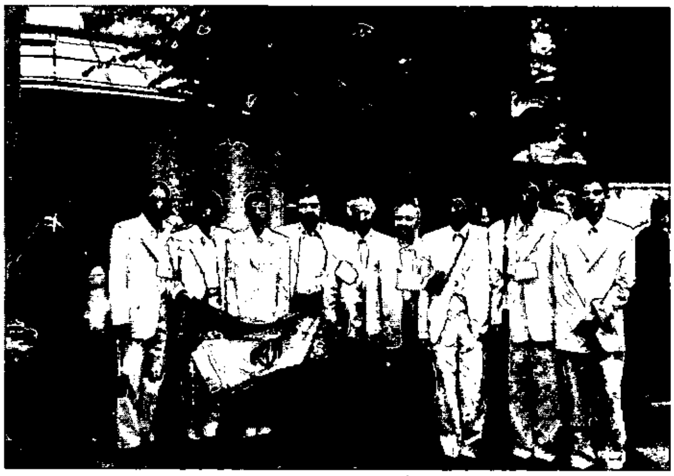
«شش میلیون سال طول کشیده است تا هاوایی، شاهکار نفس‌گیر طبیعت شود. برای حاضران در کنفرانس، هاوایی الهام‌بخش، جوان‌ساز وحیات‌بخش است.»

مجسمهٔ هدیهٔ آب در مدخل محل برگزاری کنفرانس، به شرکت‌کنندگان خوش‌آمد می‌گفت. این مجسمه «به طور نمادین، مردم هاوایی را به‌خاطر سخاوت و آرزوی سلامتی کردن برای تازه‌واردان، مورد تقدیر قرار می‌دهد».

چهل و چهارمین المپیاد بین‌المللی ریاضی

تیرماه ۱۳۸۲ ـ توکیو ـ ژاپن

جعفر نیوشا



چهل و چهارمین المپیاد بین‌المللی ریاضی (IMO) در سال ۲۰۰۳ از ۲۰ تا ۲۸ تیرماه ۱۳۸۲، در توکیو (ژاپن) برگزار شد. تیم ایران مرکّب از ۶ نفر دانش‌آموزان برگزیده و ۳ نفر سرپرست در تاریخ ۱۷ تیرماه از مسیر تهران ـ سئول ـ توکیو، عازم ژاپن شد. سه روز نخست را در محل مسکونی سفارت جمهوری اسلامی ایران بودیم و سپس به اردوی المپیاد منتقل شدیم.

محل اردوی المپیاد، همان مجموعهٔ المپیک معروف ژاپن بود که برای برگزاری بازی‌های تابستانی المپیک ۱۹۶۴ توکیو ساخته شده و سپس در طول چهل سال، ساختمان‌های گوناگونی به آن افزوده شده است. این مجموعه به اندازه‌ای زیبا، جامع و پرمحتوا است که بیانش مشکل است. تمام وسایل راحتی انسان قرن بیست و یکم در آن پیش‌بینی شده است که یک نمونهٔ بسیار کوچک آن، چترهایی است که در جلو هر ساختمان گذاشته شده تا در مواقع بارانی، اشخاصی که از ساختمانی به ساختمان دیگر می‌روند از آن‌ها استفاده کنند! سالن‌های غذاخوری بزرگ که در هر وعده حدود ۵۰۰ نفر و شاید بیش‌تر را می‌تواند سرویس دهد، تالارهای کنفرانس متعدد، کتابخانه، اتاق‌های مجهز به اینترنت، کلاس‌های درس برای بازدیدکنندگان نوجوان و... در این مجموعهٔ بی‌نظیر دیده می‌شود. گل‌کاری‌های زیبا، درختان کوچک و بزرگ کهنسال، چمن‌کاری‌های گوناگون، این مرکز را به یک محل دیدنی و به یک گردشگاه تماشایی تبدیل کرده است. مراسم گشایش المپیاد ساعت ۳ بعدازظهر ۲۱ تیرماه به وسیلهٔ رئیس IMO ژاپن، و با سخنرانی چند نفر از بزرگان علمی المپیاد جهانی انجام گرفت و برنامه‌های تفریحی برای سرگرمی و شادی دانش‌آموزان شرکت‌کننده، عرضه شد.

مسابقات در دو روز (روزهای ۲۲ و ۲۳ تیرماه) برگزار شد، به طوری که خوانندگان گرامی آگاهی دارند، در هر روز ۳ مسأله با $۴\frac{۱}{۲}$ ساعت وقت به شرکت‌کنندگان داده می‌شود. پس از پایان مسابقه، ورقه‌ها برای تصحیح به سرپرستان تیم‌ها تحویل می‌شود و بعد از تصحیح هر مسأله، باید تصحیح کنندگان آن را به نظر هماهنگ‌کننده‌ها برسانند تا نمرهٔ آن مسأله، تأیید شود.

بدین ترتیب، به مدت سه روز تصحیح ورقه‌ها به درازا می‌کشد و پس از تأیید نمره‌ها، نتیجهٔ آن در تابلوی نمرات که با آرم هر کشور مشخص شده است، زده می‌شود، به گونه‌ای که در هر لحظه، می‌توان وضع کشورها را با هم مقایسه کرد. چه‌بسا کشوری در ساعت‌های اول روز، در پایین جدول است و حوالی ظهر، در رتبه‌های بالا قرار می‌گیرد و برعکس. خلاصه این که دیدن این تابلو، خالی از تفریح و عبرت نیست!

وقتی که تصحیح اوراق به پایان رسید، جلسهٔ هیأت سرپرستان تشکیل می‌شود که در آن، چگونگی توزیع مدال‌های طلا و نقره و برنز مورد بحث و تبادل‌نظر قرار می‌گیرد. امسال از ۴۲ تا، ۲۸ طلا؛ از ۲۷ تا، ۱۹ نقره و از ۱۸ تا، ۱۳ برنز در نظر گرفته شد.

البته هر دانش‌آموز که یک مسأله را کامل حل کند (نمرهٔ ۷ بگیرد)، ولی موفق به دریافت مدال نشود، دیپلم افتخار می‌گیرد.

امسال کشور ما با ۳ مدال نقره، ۲ برنز و ۱ دیپلم افتخار، همراه با کشور آلمان، رتبهٔ ۱۷ را به دست آورد. بلغارستان اول، چین دوم و امریکا سوم شدند.

روی‌هم رفته، سطح مسابقات بسیار بالا بود و این بالا رفتن، سال به سال و با یک روند ملایم دنبال می‌شود، به گونه‌ای که مقایسهٔ مسأله‌های سال‌های گذشته با دوسه سال اخیر، مؤید این مطلب است.

مسایل امسال نیز در حد بسیار بالا و کاملاً ابتکاری بود. به عنوان نمونه، مسأله ۲ را که یک مسألهٔ هندسه بود، به جز دو سه کشور؛ کشورهای دیگر نتوانسته بودند کامل حل کنند!

لازم به یادآوری است که تیم‌های شرکت‌کننده که امسال تعداد آن‌ها به ۸۴ کشور رسید و در نوع خود یک رکورد محسوب می‌شود؛ اغلب کار کرده و بسیار آماده بودند و رقابت سختی میان دانش‌آموزان برقرار بود. حتی روس‌ها با آن سابقهٔ طولانی و درخشان، در این مسابقات، رتبهٔ پنجم را به دست آوردند که برای سرپرستان آن‌ها، بسیار شگفت‌آور و در عین حال ناراحت‌کننده بود. در مقابل، تیم امریکا که معمولاً در ریاضیات حرف زیادی برای گفتن ندارد، رتبهٔ سوم را کسب کرد که یک افتخار بزرگ برای آن‌ها بود.

از اتّفاقات قابل توجه، پیشرفت چشم‌گیر ترکیه و ژاپن بود. ترک‌ها که معمولاً در رتبه‌های زیر ۲۰ بودند، در دو سه سال اخیر با یک سیر صعودی خود را به بالای جدول رسانده‌اند و امسال، با درخشش دو نفر از دانش‌آموزانشان، به رتبهٔ ۸ نایل شدند که برای سرپرستان آن‌ها شادی‌بخش و برای کشورشان افتخارآمیز بود و این پیشرفت شگرف، به جهت استفاده از کوچ آذربایجانی‌هایی است که چند سال است به تابعیت ترکیه درآمده و در تربیت تیم ریاضی آن‌ها، کوشش فراوانی به عمل آورده‌اند. هم‌چنین، تیم کانادا مقام ۱۲ را به دست آورد، چیزی که قابل تصور نبود.

تیم ایران می‌بایست رتبهٔ بهتری از این رتبه به‌دست می‌آورد، ولی با کمال تأسف، در روز نخست مسابقه، تیم ما آن‌گونه که شایسته بود، نتوانست نمره‌های خوبی کسب کند. به‌خصوص در مسألهٔ اول که نسبتاً ساده بود، نتوانستند نمرهٔ قابل توجهی به‌دست آورند و با وجود این که در روز دوم، نتیجهٔ بهتری به‌دست آمد، ولی روی‌هم رفته، مقامی که به دست آوردیم، درخور کشور ما نبود. انصافاً بچه‌ها آن‌چه در توان داشتند به کار بردند، ولی همان‌گونه که اشاره شد، تیم‌های شرکت‌کننده نیز در این مدت، بیکار ننشسته‌اند و با برنامه‌ریزی دقیق و کارآمد برای بالا بردن رتبهٔ خود، کوشش‌های فراوانی کرده‌اند.

مراسم اختتام، در حضور ولیعهد ژاپن برگزار شد. معمولاً در ژاپن امپراطور و ولیعهد در این‌گونه مراسم شرکت نمی‌کنند، ولی امسال برای اعتبار بخشیدن به این اجتماع بزرگ علمی، ولیعهد شخصاً در اختتام آن شرکت کرده بود، و سخنرانی بسیار جالبی هم کرد. او با کمال سادگی و با ادب و تواضع مخصوص ژاپنی‌ها، به صراحت گفت که من در دوران تحصیل شاگرد زیاد خوبی نبودم! و از ریاضیات گریزان بودم، ولی وقتی بزرگ شدم و هم‌اکنون که وارد اجتماع شده‌ام، احساس می‌کنم که ریاضیات در دنیای امروز حرف اول را می‌زند. تکنولوژی مدرن، دانش فضا، اقتصاد، بازرگانی، همه و همه به ریاضیات نیاز مبرم دارند و به دانش‌آموزان شرکت‌کننده توصیه کرد که «دنبال این کارها را که شروع کرده‌اید. بگیرید و به راهنمایی‌های استادان و معلمان خود توجه داشته باشید و بدانید که آتیه، از آن شماهاست.» این سخنرانی به اندازه‌ای صمیمانه و به دور از تشریفات و تکلّف بود که پس از پایان، حضار که در میان آن‌ها استادان عالیقدر ریاضی و شخصیت‌های درجه اول علمی جهان دیده می‌شدند، به پا خاستند و به احترام او کف زدند، به گونه‌ای که ولیعهد، چندین بار مجبور شد به نشانهٔ سپاس و به علامت تعظیم، سرش را خم کند!

خلاصه، بدین ترتیب چهل و چهارمین المپیاد ریاضی توکیو پایان یافت و چهل و پنجمین المپیاد قرار است در یونان برگزار شود. یونانی‌ها از هم‌اکنون خود را آمادهٔ پذیرایی از شرکت‌کنندگان می‌کنند، به طوری که برای کسب آگاهی و تجربهٔ بیش‌تر، یک عده از استادان و معلمان خود را به ژاپن فرستاده بودند تا از نزدیک، مراتب برگزاری این اجتماع بزرگ را ببینند تا سال آینده بتوانند مراسم را با شایستگی درخور این مسابقه برگزار کنند. تیم ایران پس از پایان مسابقه، از مسیر توکیو ـ کوالالامپور ـ تهران، به کشور بازگشت. در فرودگاه مهرآباد، مراسم استقبال شایسته‌ای از طرف باشگاه

رتبه	نام کشور	امتیاز
۱	بلغارستان	۲۲۷
۲	چین	۲۱۱
۳	امریکا	۱۸۸
۴	ویتنام	۱۷۲
۵	روسیه	۱۶۷
۶	کرهٔ (جنوبی)	۱۵۷
۷	رومانی	۱۴۳
۸	ترکیه	۱۳۳
۹	ژاپن	۱۳۱
۱۰	انگلیس	۱۲۸
۱۱	مجارستان	۱۲۸
۱۲	کانادا	۱۱۹
۱۳	قزاقستان	۱۱۹
۱۴	اکراین	۱۱۸
۱۵	هند	۱۱۵
۱۶	تایوان	۱۱۴
۱۷	ایران	۱۱۲
۱۸	آلمان	۱۱۲
۱۹	تایلند	۱۱۱
۲۰	لهستان	۱۰۹

جدول ۲۰ تیم اول

دانش‌پژوهان جوان ترتیب داده شده بود که خانواده‌ها و دوستان دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آن، شرکت داشتند. زحمات جناب آقای میرزائی، ریاست محترم باشگاه و همکاران ایشان در باشگاه، واقعاً درخور ستایش است. در اینجا لازم می‌دانیم مراتب امتنان اعضای تیم را به محضرشان تقدیم داریم.

اعضای تیم ایران

(۱) حسام مهدوی‌فر (مدال نقره) از شهرری؛

(۲) احمد پیوندی (مدال نقره) از مشهد؛

(۳) محمدامین خواجه‌نژاد (مدال نقره) از اصفهان؛

(۴) عباس رضائی (مدال برنز) از تهران؛

(۵) غلامحسین مهیمنی (مدال برنز) از تهران؛

(۶) نیما نورشمس (دیپلم افتخار) از کرج.

مساله های روز اول — زمان: ۴ ساعت ونیم

توکیو، ۱۳ جولای ۲۰۰۳ — هر سؤال، ۷ امتیاز دارد.

مسألهٔ ۱. فرض کنید A، زیر مجموعه ای از مجموعهٔ $S = \{1,2,\dots,1000000\}$ باشد که دقیقاً ۱۰۱ عضو دارد. ثابت کنید اعداد $t_1, t_2, \dots, t_{100}$ در S وجود دارند به طوری که مجموعه‌های

$$Aj = \{x + tj \mid x \in A\} \quad j = 1,2,\dots,100$$

دو به دو مجزا هستند.

مسألهٔ ۲. همهٔ زوج های (a,b) از عددهای صحیح مثبت را که

$$\frac{a^2}{2ab^2 - b^3 + 1}$$

یک عدد صحیح مثبت است، بیابید.

مسألهٔ ۳. یک شش‌ضلعی محدب داده شده است به طوری که در آن هر دو ضلع مقابل دارای خاصیت زیر هستند: فاصلهٔ بین نقاط وسط آن‌ها، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر مجموع طول‌های آن‌هاست. ثابت کنید تمام زوایای شش‌ضلعی برابرند.

مساله های روز دوم — زمان: ۴ ساعت ونیم

توکیو، ۱۴ جولای ۲۰۰۳ — هر سؤال، ۷ امتیاز دارد.

مسألهٔ ۴. فرض کنید ABCD یک چهارضلعی محاطی باشد. فرض کنید R,Q,P، به ترتیب پای عمودهایی از D، به BC، CA و AB باشند. نشان دهید PQ=QR اگر و تنها اگر نیمسازهای $\angle ABC$ و $\angle ADC$ در AC یکدیگر را قطع کنند.

مسألهٔ ۵. فرض کنید $n > 2$، یک عدد صحیح مثبت و $x_1, x_2, \dots, x_n$، اعداد حقیقی باشند که $x \le x_2 \le \dots \le x_n$.

الف) نشان دهید

$$\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|x_i - x_j|\right)^2 \le \frac{2(n^2-1)}{3}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(x_i - x_j)^2$$

ب) نشان دهید که تساوی برقرار است اگر و تنها اگر $x_1, x_2, \dots, x_n$ یک تصاعد حسابی تشکیل دهند.

مسألهٔ ۶. فرض کنید p، یک عدد اول است. ثابت کنید عدد اول q وجود دارد به طوری که به ازای هر عدد طبیعی n، $n^p - p$ بر q بخش‌پذیر نیست.

سنت تحقیقات ریاضی اسلامی در ایران

گزیده‌ای از سخنان دکتر عباس عدالت در افتتاحیهٔ سی و چهارمین کنفرانس ریاضی ایران

در افتتاحیهٔ سی و چهارمین کنفرانس ریاضی ایران که از ۸ تا ۱۱ شهریور ۱۳۸۲، در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار شد، آقای دکتر عباس عدالت، استاد ریاضی امپریال کالج لندن و عضو افتخاری انجمن ریاضی ایران، دربارهٔ سنت تحقیقات ریاضی در ایران، سخنرانی کوتاهی ایراد کردند. با توجه به این که هریک از سه سنت تحقیقی بیان شده توسط ایشان، می‌تواند در دوباره‌نگری و تدوین خط مشی‌های تحقیقاتی مورد استفاده قرار گیرند، خلاصهٔ آن، در اختیار خوانندگان علاقه‌مند مجلهٔ رشد آموزش ریاضی قرار می‌گیرد:

سه سنت تحقیقات دورهٔ ریاضی اسلامی در ایران، قابل شناسایی هستند.

۱ـ سنت کار بین رشته‌ای[1]: دانشمندان ما، به دلیل نگاه عرفانی و موحدانه، همه‌فن‌حریف بودند. اما شکل تحقیقات فعلی در ایران، شکل وارداتی ـ غربی و بسیار تخصصی است که عمدتاً، بر اثر نیازهای اقتصاد سرمایه‌داری غرب، ایجاد شد.

در حال حاضر، در غرب هم کار تحقیق، به سمت بین‌رشته‌ای بودن می‌رود.

من امیدوارم که انجمن ریاضی ایران، انواع تحقیقات بین‌رشته‌ای را اشاعه داده و از آن‌ها، حمایت کند.

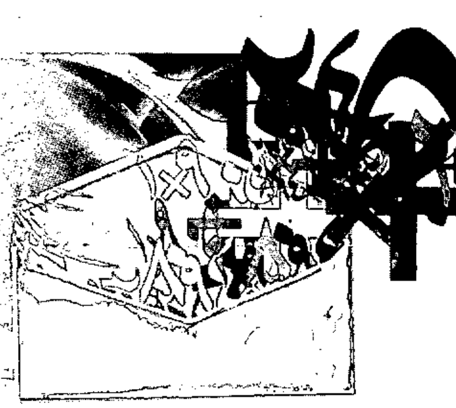
۲ـ سنت ریاضیات محاسبه‌ای: ایرانیان، مشعل‌دار ریاضیات محاسبه‌ای بودند. در حال حاضر نیز در غرب، به خاطر رشد علوم کامپیوتر، ریاضی تحت تأثیر آن، رشد و توسعهٔ جدید یافته است. در صورتی که در گذشته، ریاضی تحت تأثیر فیزیک، رشد یافت و عمل کرد.

۳ـ سنت اشاعهٔ فرهنگ علمی در دنیا: سنت سومی که باید آن را ابقا کنیم و تا حد زیادی از آن غفلت کرده‌ایم، این است که ریاضی‌دان‌های ما، اشاعه‌دهنده و مشعل‌دار فرهنگ علمی در دنیا بودند. ایرانی فقط برای ایرانی نمی‌نوشت و برای دنیا می‌نوشت و همین، باعث ایجاد رنسانس در اروپا شد. حالا باید کاری کنیم که مسئولیت انتقال ریاضیات و فرهنگ علمی را به کل منطقه و کشورهای مجاور، به عهده بگیریم.

حالا سؤال این است که چگونه این کار را انجام دهیم؟ به نظر من، عشق و علاقه به خرد، باید از همان کودکی، کسب شود.

زیرنویس

1. Interdisciplinary



پاسخ به نامه‌ها

آقای حسن منشادی (از مشهد)،

معلم گرامی ریاضی، از این که مجلهٔ رشد آموزش ریاضی را مورد عنایت خود قرار می‌دهید، متشکریم.

آقای بهزاد میرزازاد (از رشت)،

دانشجوی محترم رشتهٔ مدیریت بازرگانی، نامهٔ مورخ ۸۲/۱/۲۶ شما دریافت شد و همان طور که خواسته بودید، نامهٔ مبسوط تری خدمتتان ارسال شد. امیدواریم آن نامه، بتواند در پیدا کردن اثبات دقیق، راهنمای شما باشد.

آقای محمدحسن پورمحمدباقر و آقای ناصر طهماسبی (از شهرکرد)،

مدرسان محترم آموزشکده فنی مهندسی برادران شهرکرد، مقالهٔ شما با عنوان «آموزش متوسطه: موانع موجود در آموزش متوسطه» دریافت و برای داوران ارسال شد. توصیه می‌شود که بحث‌های عمومی را از مقاله جدا کنید و فقط به مراجع آن‌ها اشاره فرمایید (مانند طرح درس‌ها) و مقاله را به «موانع موجود در آموزش ریاضی متوسطه» محدود نمایید. موفق باشید.

آقای سیدرضا حسینی (از سنندج)،

مدرس محترم مرکز تربیت معلم شهید مدرس، از ارسال **مجلهٔ الکترونیکی رشد آموزش ریاضی شمارهٔ ۶۹** و CD ارایه شده به ششمین همایش نمایندگان انجمن‌های علمی ـ آموزشی ریاضی: اتحادیه انجمن‌های علمی ـ آموزشی ریاضی کشور، که درتیرماه ۱۳۸۲ در شهرکرد برگزار شد، متشکریم. به آگاهی می‌رسانیم که دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیز اقدام به نمایه‌سازی و تهیهٔ نسخهٔ الکترونیکی مجلات رشد تخصصی نموده است.

خانم سیمین مهران (از شوشتر)،

با تشکر از ارسال سه مقاله به این مجله، دو فقره از مقالات مورد بررسی و داوری قرار گرفتند و مقالهٔ سوم در حال بررسی است. نامهٔ مبسوط اعلام نتایج داوری برای شما ارسال خواهد شد.

آقای نصرالله هدایتی (از تبریز)،

مقالهٔ شما با عنوان «پژوهشی در سیر تحولی مفاهیم مشتق و دیفرانسیل و انتگرال و چگونگی آموزش آن» را دریافت کردیم و مورد داوری قرار گرفت. متأسفانه به دلیل پاره‌ای موارد، چاپ آن را در مجله مناسب نیافتیم. نامهٔ مبسوط نظرات داوران برای شما ارسال خواهد شد. از همکاری شما متشکریم.

آقای رضا عیسی آبادی (از سبزوار)،

با تشکر از همکاری شما با مجله و ارسال ترجمهٔ مقالهٔ «برنامه‌ریزی خطی»، داوران مجله، مقالهٔ فوق‌الذکر را به دلیل نامتناسب بودن آن با اهداف مجله برای چاپ مناسب نیافتند. لیکن از آن جا که نویسندهٔ این مقاله از بنیان گذاران این رشته بوده است و مقالهٔ مورد بحث، مقاله‌ای جالب و خواندنی است، پیشنهاد می‌شود آن را برای یکی از مجلات انجمن ریاضی (مثل «فرهنگ و اندیشه ریاضی») یا «نشر ریاضی» که مخاطبین دانشگاهی دارند، ارسال کنید.

■

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd

Mathematics Education Journal

Vol.20 - No.74 - 2003

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

CONTENTS

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585 / E-mail:info@roshdmag.org
ISSN: 1606 - 9188

فراخوان

هیأت تحریریهٔ فصلنامه در نظر دارد شمارهٔ ۷۷ رشد آموزش ریاضی را با استفاده از مطالب خوانندگان، به بررسی فعالیت بیست سالهٔ این مجله اختصاص دهد. مطالب ارسالی می تواند کوتاه (از یک سطر) یا بلند (تا حدود دو صفحهٔ کامل مجله) حول محورهای زیر باشد:

■ خاطره ■ روایت از کلاس ■ تأثیر مجله در نگرش آموزشی معلمان ■ تأثیر مجله بر روند آموزش ■ دیدگاه ■ بررسی و نقد مقاله هاو بخش های مختلف مجله ■ و...

مطالب خود را برای چاپ در شمارهٔ ۷۷ (پاییز ۱۳۸۳) حداکثر تا پایان اردیبهشت ۱۳۸۳ به همراه اطلاعات ضروری، به ویژه:

نام ....

نام خانوادگی ....

سال تولد ....

مدرک تحصیلی ....

سابقهٔ تدریس ....

استان ....

شهر ....

ارسال فرمایید. با توجه به محدودیت زمانی، مهلت تعیین شده قابل تمدید نیست. با مدیریت زمان، در اولین فرصت، مطالب خود را آمادهٔ ارسال کنید.

آیا سایر مجلات رشد را هم می شناسید؟

رشد آموزش شیمی

مجلهٔ رشد آموزش شیمی، نشریهٔ دفتر انتشارات کمک آموزشی، به منظور پیشبرد هدف‌های نظام آموزشی کشور، اعتلای دانش دبیران، دانشجویان دانشگاه‌ها، مراکز تربیت معلم و علاقه‌مندان به دانش شیمی به چاپ می‌رسد. علاقه‌مندانی که در پی همکاری با این نشریه هستند، می‌توانند در این زمینه‌ها برای این مجله، مقاله بفرستند:

- **آموزش شیمی شامل:**

تازه‌ترین دگرگونی‌های آموزش شیمی در جهان، نقد و بررسی مشکلات آموزش شیمی در کشور، کتاب‌های درسی، کمک‌درسی و کمک‌آموزشی دورهٔ متوسطه، نظام ارزشیابی و سنجش، شیوهٔ اجرا و محتوای دوره‌های آموزشی دبیران شیمی و... .

- **معرفی صنایع شیمیایی، تاریخ شیمی و ارایه‌ی تازه‌ترین دستاوردهای علمی، آموزشی و فناورانه در قلمرو شیمی.**