رشد آموزش ریاضی

۷۸

دورهٔ بیست و یکم ● شمارهٔ ۴ ● زمستان ۱۳۸۳ ● ۲۵۰ تومان
آموزشی ـ تحلیلی ـ اطلاع رسانی ● ISSN 1606 - 9188
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.roshdmag.org

- طراحی فعای برای آموزش مفاهیم ریاضی
- شهود، ریاضیات و آموزش
- رفتارگرایی و طرح درس در بوتهٔ نقد
- توسعهٔ کارگروهی ریاضی در مدارس ابتدایی
- پیشینه ریاضیات در ایران، از ما قبل تاریخ تا ...
- تدریس ریاضی: انتقال مفاهیم یا کمک به کشف آن‌ها

پیشینهٔ ریاضیات
در ایران
(صص ۴۴ تا ۴۷)

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۷۸

آموزشی ـ تحلیلی ـ اطلاع رسانی

دورهٔ بیست و یکم / شمارهٔ ۴ / زمستان سال ۱۳۸۳ / تیراژ ۱۴۰۰۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۷۳۳۶۶۵۶
تلفن دفتر مجله: ۹ - ۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۰ - ۳۷۴) E-mail:info@roshdmag.org
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم وتربیت، به ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

قبل از هر سخن، نزدیک شدن عید نوروز و متحول شدن زمین و زمان را به همهٔ همکاران عزیز، و خوانندگان محترم مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، تبریک می‌گویم. امید است که همراه با این تحول طبیعی، جسم و روحِ خسته از کار همه نیز، دچار تحول گردد و تعطیلات عید نوروز، فرصتی برای تمدید قوا و بازتاب بر شش ماه تلاش مستمر آموزشی هر یک از ما، فراهم کند.

* * *

در ایام کودکی، عادت کرده بودیم که تاوان نشاط تعطیلات نوروز را، پیشاپیش بپردازیم! معلمان «خوب» و «مهربان» هم، آن‌هایی بودند که تکلیف‌ها را از بهمن ماه معین می‌کردند و دانش‌آموزانی که نمی‌خواستند شیرینی ایام نوروز، با تلخی کار تکراری و تحمیلی از بین برود، تا قبل از فرارسیدن عید نوروز، تکلیف‌ها را انجام می‌دادند. البته بعضی از دانش‌آموزان، تا روزهای آخر تعطیلات صبر می‌کردند و بالاخره، با اشک و آه و ناله و فغان! تکلیف‌ها را انجام می‌دادند تا مورد مؤاخذهٔ مدرسه قرار نگیرند.

* * *

در دوران کودکی، همیشه فکر می‌کردم که چرا برای داشتن ایامی خوش، باید تاوان پس دهم؟! و برای هر خوشی، بهای زیادی بپردازم؟ از هرکس هم که می‌پرسیدم، جواب قانع کننده‌ای دریافت نمی‌کردم. مثلاً یکی از جواب‌ها این بود که «تکلیف انجام می‌دهید تا آن‌چه را که خوانده‌اید، فراموش نکنید.» اما بیش‌تر دانش‌آموزان، یا تکلیف‌ها را قبل از عید نوروز انجام می‌دادند، یا با التماس از معلمان و مدرسه، فرجه‌ای می‌خواستند تا یک هفته بعد از عید، آن‌ها را تحویل دهند؛ پس توجیه استمرار تکلیف برای حفظ یادگیری، نمی‌توانست قانع کننده باشد. بعضی وقت‌ها هم در جواب این سؤال، می‌گفتند که «مگر می‌شود دو هفته بدون تکلیف بود؟ دانش‌آموز باید تکلیف داشته باشد!» این نوع جواب‌ها، نشان می‌داد که اکثر افرادی که از تکلیف عید دفاع می‌کنند، بیشتر از یک سنت یا عادت آموزشی دفاع می‌کنند تا از یک منطق آموزشیِ متکی به پشتوانه‌های پژوهشی. دانش‌آموزان هم پذیرفته بودند که مشق عید، مشقتی است که برای رسیدن به صبح سپید، باید تحمل کرد.

این‌ها در حالی بود که فکر می‌کردم در ایام نوروز، می‌توانم به اندازهٔ یک سال تحصیلی، یاد بگیرم؛ آداب سفر، آداب معاشرت، تمرین عضویت در جامعهٔ دوستان و خویشان و هم‌وطنان، آشنایی با فرهنگ و رسوم قومی و ملی، تاریخ و جغرافیای بومی، همکاری و مشارکت با اعضای خانواده برای فراهم‌کردن لوازم نوروز و خانه‌تکانی و نظایر آن، و در کنار همهٔ این‌ها، آشنایی با داستان‌های اساطیری ایرانی، و دیدن جلوه‌های مختلف نوروز در مذاهب و اقوام مختلف ایرانی، همه و همه‌چیزهایی بودند که از نوروز یادگرفتم و طعم شیرین آن یادگرفتن‌ها، هم‌چنان در ذائقه‌ام مانده است.

اما افسوس و صدافسوس که در سال‌های اخیر، از امکانات بالقوه‌ای که چنین ایام وحدت‌بخشی می‌توانند برای یادگیری و تعمیق آن در اختیار جامعه بگذارند، کمتر استفاده می‌شود. بعضی مدارس، آن قدر تکلیف به دانش‌آموزان می‌دهند که به ناچار، به جای فرصت برای چنین یادگیری‌هایی، مجبور به تکرار کارهایی هستند که در طول ۶ ماه تحصیلی، به کرات انجام داده‌اند. حتی بعضی از

مدرسه‌های به اصطلاح «خوب»، پا را از این هم فراتر گذاشته‌اند و در ایام نوروز، دانش‌آموزان را به **اردو** می‌برند تا مبادا، تحت تأثیر رفت و آمدهای خانوادگی، عمارت رفیع دانش مجازی آن‌ها، تَرَک بردارد! گاهی هم به بهانهٔ موفقیت در کنکور، برای دانش‌آموزان سال‌های آخر، در محل مدرسه، اردوی آموزشی برگزار می‌کنند.

در سال‌های اخیر، بعضی از مؤسسات کنکوری، به کمک خانواده‌ها شتافته‌اند و در این عرصهٔ رقابت، فعال شده‌اند و اردوی آموزشی می‌گذارند! حتی برخی از آن‌ها، تضمین قبولی را به شرط شرکت در تمام برنامه‌های آموزشی پیش‌بینی شده از طرف آن آموزشگاه‌ها یا مؤسسه‌ها که شامل اردوی نوروز نیز هست، به دانش‌آموزان و خانوادهٔ آن‌ها می‌دهند. یعنی به بهانهٔ موفقیت در کنکور، حاضر شده‌ایم که فرزندان خود را از تاریخ و فرهنگ و خانوادهٔ خود منفک کنیم، آن‌ها را در معرض بحران بی‌هویتی قرار دهیم، شادابی و نشاط کودکی و نوجوانی آن‌ها را سلب کنیم و بر مبنای توهمات آموزشی که به جای متکی بودن به یافته‌های پژوهشی، بیش‌تر ریشه در عادت‌ها و رسوم نقد نشدهٔ آموزشی دارند، چیزی را به آن‌ها تحمیل کنیم که با یادگیری معنادار، فاصلهٔ زیادی دارد. و هنوز، یکی از دانش‌آموزانی که در مدرسه، داستان **لباس امپراطور** را خوانده است، و مصداق آن را در مورد آموزش خویش، بارها دیده است، جرئت پیدا نکرده است که فریاد بزند و صادقانه بگوید که **امپراطور، لباس ندارد!**

در سال‌های اخیر، برای **علمی‌تر** کردن تکلیف‌های نوروزی، و اطمینان از استمرار انجام آن‌ها در هر روز از تعطیلات، مانند گذشته، مجدداً از انواع پیک‌های نوروزی استفاده شده است که در آن‌ها، تکلیف هر روز، جداگانه مشخص می‌شود. اما باز هم افسوس که هنوز مطالعه‌ای انجام نشده است تا میزان مشارکت تمام اعضای خانواده‌ها را برای انجام دادن این تکلیف‌ها، مشخص کند!

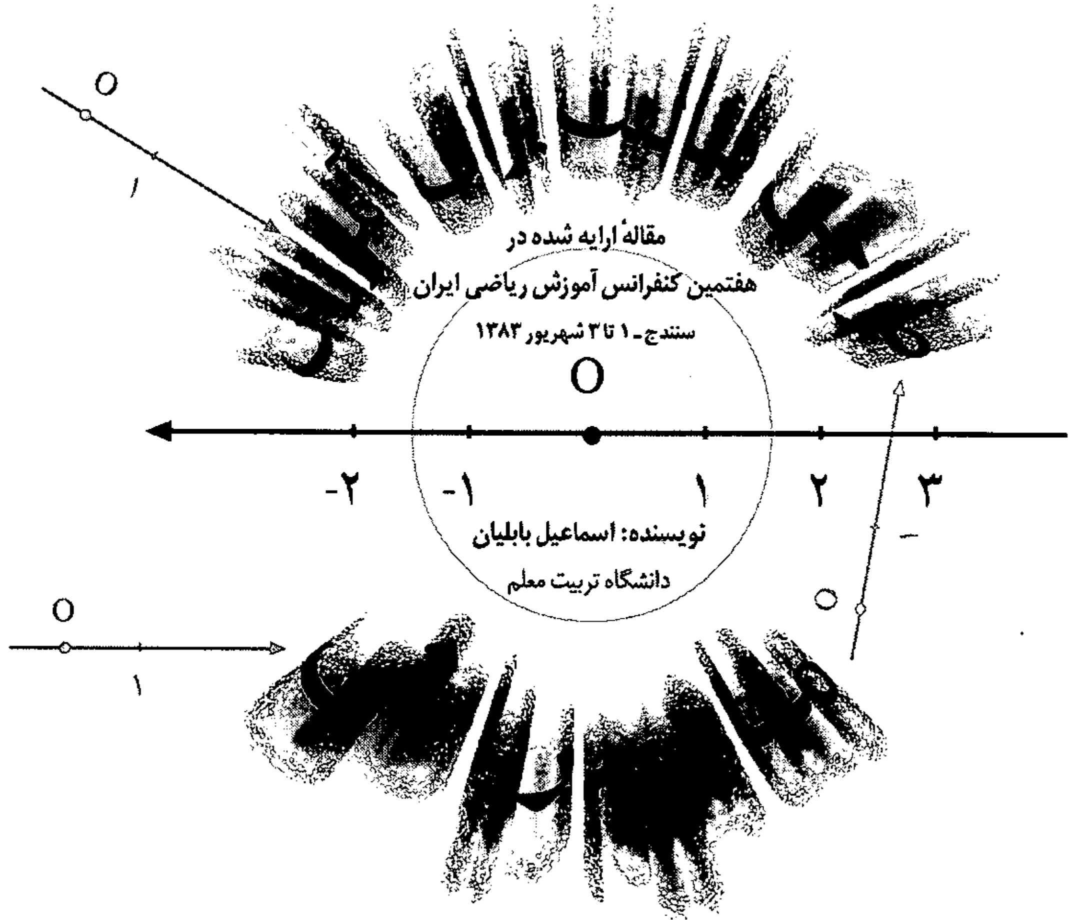
بالاخره، آخرین ترفند این بوده است که سیزده روز تعطیلی کم‌نظیری را که می‌تواند مدرسهٔ بزرگی برای آموختن غیر رسمی باشد، در فاصلهٔ دو نوبت امتحانی قرار گیرد! یعنی تا روزهای آخر اسفند یک نوبت امتحان و بلافاصله بعد از تعطیلات نوروز یک نوبت دیگر، تا مبادا شیرینی تعطیلات، متابولیسم دانش‌آموزان را به هم بریزد و یادشان برود که بدون سختی و تلخی و بی‌علاقگی و ترس و اضطراب و اجبار هم، می‌توان آموخت و چه پایدار و ریشه‌دار آموخت!

این پایبندی به عادت‌ها و رسوم آموزشی در حالی است که دایم، از تحقیقات آموزشی سخن به میان می‌آید، **پژوهش، کلید دانایی** معرفی می‌شود و زنگ پژوهش در همه‌جا نواخته می‌شود. یافته‌های کدام تحقیق اصیل ملی و جهانی، نشان داده است که تعدّد امتحان، و افزایش نگرانی و اضطراب ناشی از آن، منجر به یادگیری عمیق‌تر و ماندگارتر شده است؟ در دنیایی که به میمنت ارتباطات و تکنولوژی جدید، راه‌های ایجاد انگیزهٔ یادگیری، این چنین متکثر و متنوع شده است، بسنده کردن به زنگ‌زده‌ترین و مستعمل‌ترین شیوه‌های آموزشی- یعنی تعدد امتحانات، که مربوط به قرن تمام شده است، قابل دفاع نیست. پیش‌فرض یادگیری، آرامش و نشاط است و انجام این همه تکلیف تکراری و بی‌دلیل، و دادن این همه امتحان، این هر دو را از دانش‌آموزان سلب کرده است.

در شرایط فعلی، امتحانات محور فعالیت‌های مدرسه‌ای شده و در انظار عمومی، این توهم ایجاد گردیده است که دانش دانش‌آموزان، از طریق آزمون‌های متعدد، حفظ شده و ارتقا می‌یابد.

برای مقابله با چنین توهمی، به کارهای پژوهشی اصیل نیازمندیم. پژوهش‌هایی که بدون پیش‌داوری، و بدون محصور شدن در روش‌های صرفاً کمّی و علمی، به ترسیم تصویر روشن‌تری از وضعیت موجود آموزشی در ایران بپردازد. امید است که این حرف‌ها، فتح بابی باشد تا مسألهٔ خستگی، ترس و دلزدگی بسیاری از دانش‌آموزان را از اعمال آموزشی موجود جدی بگیریم و به عواقب بی‌نشاطی و انفعال آن‌ها که به‌واقع، آیندهٔ ایران بدون وجود نازنینشان قابل تصور نیست، جدی‌تر فکر کنیم.

نوروز بر همهٔ شما مبارک!



مقالهٔ ارایه شده در
هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران
سنندج ـ ۱ تا ۳ شهریور ۱۳۸۳

نقش فعالیت در آموزش ریاضی

نویسنده: اسماعیل بابلیان
دانشگاه تربیت معلم

مقدمه

فکر می‌کنم در سال‌های اخیر، به ویژه پس از گذشت هفت کنفرانس آموزش ریاضی و چاپ ۳۱ شمارهٔ مختلف از مجلهٔ رشد آموزش ریاضی (با تاکید بر موضوعات آموزش ریاضی)، به اندازهٔ کافی در مورد لزوم تغییر در روش‌های سنتی آموزش ریاضی صحبت شده است. اما، عملاً در مورد تغییر در روش‌ها، کار عمده‌ای صورت نگرفته است. این تغییر، نیاز به تغییر در سازوکارهای آموزشی نظیر، فضای آموزشی، کتاب‌های درسی، آموزشگران و از همه مهم‌تر، تحول در بینش‌ها و نگرش‌ها و تعریف انسان تحصیل کرده و آرمانی دارد[۱]. البته عامل مهم دیگری هم نباید از نظر دور بماند و آن، مسألهٔ مهم کنکور برای ورودی‌های مختلف دوره‌های آموزشی (ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان و دانشگاه) است که متأسفانه در بسیاری اوقات، عامل تعیین کنندهٔ روش تدریس شده است.

یکی از عواملی که این روزها، شاهد اشتیاق همکاران محترم در پرداختن به آن هستیم، شرکت در تألیف کتب درسی است. صرف‌نظر از انگیزهٔ همکاران در این اشتیاق، در سمینار «راهکارهای همکاری انجمن‌های علمی با دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی» که در اصفهان و به همت آقای دکتر علی رجالی تشکل شد، نشان داده شد که برای این کار، یک پتانسیل قوی وجود دارد، ولی برای به فعل درآوردن این پتانسیل، راهی بس طولانی و دشوار در پیش است. در این مقاله، سعی بر این است که دربارهٔ آموزش به روش فعال، به ویژه آموزش **فعالیت محور**، مطالبی ارائه شود که راه‌گشای تألیف کتاب‌های درسی فعالیت محور باشد.

آموزش فعالیت محور

منظور از آموزش یک مفهوم یا موضوع توسط یک یا چند فعالیت، طراحی فعالیت‌هایی است که با اجرای آن‌ها توسط یادگیرندگان در کلاس و با راهنمایی معلم، آن مفهوم یا موضوع، با درصد بالایی فرا گرفته شود. لازم است که در طراحی یک فعالیت، مراحلی در نظر گرفته شوند که اجرای هر یک ساده باشد و با تعمق یا اندک راهنمایی، انجام فعالیت میسر باشد. **طراح** چنین فعالیت‌هایی باید نکات مهمی را در نظر بگیرد که در این جا، به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

۱ـ اشراف کامل بر پیش نیازهای موضوع فعالیت

یکی از ویژگی‌های موضوعات ریاضی، پیوستگی آن‌ها به یکدیگر است. اما اشکال اساسی آموزش سنتی، تکیه بر

محفوظات و دیکته کردن نتایج و به اصطلاح یاددهی فرمولی است. به همین دلیل، نتیجهٔ این آموزش، پایدار نیست و یادگیرنده به هنگام نیاز، از مفاهیمی که به این روش به او آموزش داده شده، نمی‌تواند به موقع استفاده کند، زیرا خود در یادگیری جزئیات مفهوم، دخالت نداشته است و هنگام سخنرانی معلم، توجه کامل نداشته است. لازم به ذکر است که در آموزش به روش سخنرانی، فقط حدود ۲۰ درصد دانش‌آموزان به‌طور واقعی از کلاس بهره می‌برند[۲]. لذا، اولین مطلب در طراحی یک فعالیت، اطلاع از پیشینهٔ موضوع در کتاب‌های درسی قبلی، و نحوهٔ آموزش آن‌هاست، مطلبی که به جرأت می‌توان گفت درصد بالایی از ما از آن بی‌بهره‌ایم.

اطلاع از پیش نیازهای یک موضوع، کمک می‌کند که طراحی مراحل، بر پایهٔ دانسته‌های دانش‌آموز باشد و در صورت لزوم، پیش‌نیازها نیز فراهم شوند. باید توجه داشت که مراحل انجام یک فعالیت، قرار است توسط یادگیرنده اجرا شود، لذا، مطالب و سؤالات مطرح شده در هر مرحله، باید قابل فهم باشند و با اطلاعات او، هم‌خوانی داشته باشند.

۲ـ آگاهی نسبت به معلومات یادگیرنده

در طراحی هر فعالیت، نیاز به برخی مفاهیم از قبل آموزش داده شده اجتناب ناپذیر است. اما، چگونه می‌توان دریافت که یادگیرنده این مفاهیم پیش نیاز را می‌داند؟ طبق آنچه در (۱) گفته شد، لازم است قبل از این فعالیت، پیش آزمونی طراحی شود که ضمن مطرح کردن مفاهیم لازم، به یادگیرنده کمک کند تا آن مفاهیم را به خاطر آورد و در حافظهٔ قابل دسترس خود، قرار دهد. البته، ممکن است لازم باشد که آموزشگر در این قسمت، به مفاهیم مورد نیاز، بیش‌تر بپردازد تا دانش‌آموزان را برای انجام فعالیت، آماده سازد. برای آماده‌سازی دانش‌آموزان، بسیار با اهمیت است که آموزشگر، از پیشینهٔ موضوع مطلع باشد و راه‌های میان بری برای آموزش آن‌ها، بداند و با مثال‌های ساده، موضوع را بازآموزی کند. بدیهی است که پس از آگاهی از نتیجهٔ پیش آزمون، لازم است برای اجرای مراحل فعالیت، تمهیدات لازم اندیشه شود یا در آن فعالیت، تجدیدنظر کلی شود. البته اجرای پیش آزمون و بعد، اجرای فعالیت، به پیوستگی مطالب کمک می‌کند و به نوعی، آموزش حلزونی را به اجرا در می‌آورد. هم‌چنین، باید به خاطر داشته باشیم که در آموزش پیش نیازها، مجدداً باید از دانش‌آموز شروع کنیم و او را به یادآوری آن‌چه قبلاً آموخته، ترغیب نماییم.

۳ـ تقسیم فعالیت به مراحل جزیی و مرتبط با هم

در هر مرحله از یک فعالیت، باید سعی شود که یاد گیرنده، تا جایی که ممکن است، تنها یک کار انجام دهد، به یک سئوال پاسخ دهد، یا در یک مورد تصمیم گیری نماید. در هم آمیختن چند مرحله از یک فعالیت، اجرای آن‌ها را پیچیده می‌کند و بعضاً، یادگیرنده را با مشکل مواجه می‌کند. ضمناً، سبب می‌شود که آموزشگر، مورد سؤال‌های زیادی قرار گیرد و کنترل کلاس را از دست بدهد. به هر حال، بهترین راه طراحی یک فعالیت، طراحی مراحلی بسیط و قابل اجرا است که در عین حال، به‌هم مربوط باشند و زنجیروار، مفهوم یا موضوع مورد نظر را بسازند و کمک کنند تا آن مفاهیم، در ذهن دانش‌آموز، شکل گیرند. توجه داشته باشیم که اجرای موفق هر مرحله توسط دانش‌آموز، تشویقی است برای اجرای مرحلهٔ بعدی و پشتوانه‌ای است برای تداوم کار یادگیرنده. لذا، طراحی مراحل، از اهمیت مهمی برخوردار است و کاری بس وقت‌گیر است و نیاز به تجربهٔ آموزشی فراوان دارد. مراحلی که نامفهوم یا دارای ابهام باشند و مشخص نباشد که چه چیزی را از یادگیرنده طلب می‌کنند، باعث سرخوردگی او، عدم علاقه به ادامهٔ کار و طرح سؤال‌های زیادی از طرف وی خواهد شد و کارایی آموزش را تقلیل خواهد داد.

تقسیم فعالیت به مراحل جزئی، سبب می‌شود که یادگیرنده به جزئیات موضوع مورد آموزش، توجه کند و در نتیجه گیری نهایی، از اجزای مورد بررسی قرار گرفته، استفاده کند.

۴ـ تنظیم محتوای هر مرحله از یک فعالیت

همان‌طور که در قسمت قبل گفته شد، محتوای هر مرحله باید به مراحل قبل، مربوط باشد و یک قسمت کلیدی را از موضوع مورد آموزش، تشکیل دهد. در صورتی که سؤالی در یک مرحله مطرح شده باشد، باید به گونه‌ای مطمئن شویم که یادگیرنده، پاسخ مناسب را ارائه کرده است. این کار، معمولاً در مرحلهٔ دیگری و با طرح سؤال دیگری قابل انجام است، و توصیه می‌شود که طراحی مراحل فعالیت، به گونه‌ای باشد که یادگیرنده را وادار به تفکر و تصمیم گیری کند. اصولاً این گونه آموزش، یادگیرنده را پویا، پرسشگر و آب دیده‌بار می‌آورد و به او آموزش می‌دهد که در مواقع لازم، تصمیم گیری درست داشته

باشد. به خاطر داشته باشیم که یکی از هدف‌های آموزشی، آماده کردن یادگیرنده برای زندگی در کنار دیگران و تربیت او برای مواجه شدن با مشکلات و حل مسائل زندگی است.

۵ـ پوشش دادن جنبه‌های مختلف موضوع

از ویژگی‌های مهم آموزش به کمک فعالیت‌ها، پوشش دادن جنبه‌های مختلف موضوع نظیر معرفی موضوع، ویژگی‌های موضوع، کاربرد موضوع و ارتباط موضوع با موضوعات دیگر است. البته پرداختن به وجوه مختلف یک موضوع، نیاز به پیش‌نیازهای بیش‌تری دارد که باید به آن‌ها، توجه داشت. پرداختن به کاربرد موضوع در حل مسائل زندگی، کاربرد موضوع در دیگر موضوعات آموزشی، و دانستن موضوع به لحاظ فرهنگی، می‌تواند مورد توجه طراح فعالیت باشد و پرداختن به هر جنبه را، در یک یا چند مرحله بگنجاند.

۶ـ جمع‌بندی مراحل مختلف یک فعالیت جهت نتیجه‌گیری

یکی از مهم‌ترین قسمت‌های یک فعالیت، مرحلهٔ نتیجه‌گیری آن است. توجه داشته باشیم که قرار است نتیجهٔ مراحل انجام شده، توسط یادگیرنده بیان شود نه معلم یا آموزشگر. البته توصیه می‌شود که نتیجهٔ فعالیت، توسط مؤلف کتاب به نوعی مورد تأیید قرار گیرد (با قرار دادن جملاتی در کادر یا جملات رنگی یا جملاتی که به صورت ایرانیک یا درشت به چاپ رسیده باشند.) هم‌چنین، برای هدایت یادگیرنده به نتیجه‌گیری مورد نظر طراح فعالیت، لازم است که طراح، به گونه‌ای اطمینان پیدا کند که سؤالات هر مرحله، به درستی پاسخ داده شده باشد. البته این اطمینان، لازم است ولی کافی نیست.

حکایت کشیشی که می‌خواست به کمک دانش‌آموزان به این نتیجه برسد که مصرف الکل برای انسان مضر است (و نتیجهٔ عکس گرفت!؟)، نشان می‌دهد که برای طراحی فعالیت‌های جامع و مانع، نیاز به تجربهٔ فراوان در آموزش به روش فعال، درک تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان، اعتبار بخشی فعالیت‌های طراحی شده و آموزش معلمان برای چگونگی آموزش کتاب‌های فعالیت محور، و آماده نمودن آن‌ها برای طراحی فعالیت‌های مرتبط با موضوع کتاب تألیفی، وجود دارد.

اینک، آموزش محور اعداد را به کمک طراحی یک فعالیت شرح می‌دهیم و آن را از جنبه‌های مختلف مورد بحث قرار می‌دهیم. در این فعالیت، ضمن ساختن یک **محور اعداد**، ویژگی‌های آن نیز به دانش‌آموز نشان داده می‌شود، به گونه‌ای که بتواند تعریف محور اعداد را نیز، بیان کند.

محور اعداد

فعالیت

۱ـ یک خط راست رسم کنید.

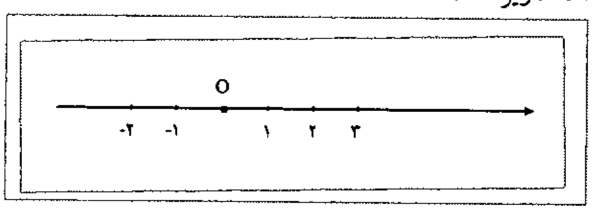
۲ـ یک نقطه روی این خط انتخاب کنید و آن را نقطه O بنامید.

۳ـ یک جهت روی خط انتخاب کنید.

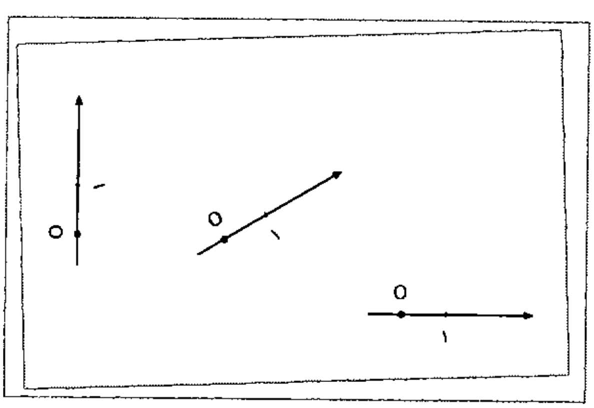
۴ـ نقطه‌ای به فاصلهٔ واحد از O، انتخاب کنید.

۵ـ خط را با واحد انتخاب شده، مدرج نمائید.

۶ـ به این ترتیب، محور اعدادی ساخته‌اید که شبیه محور اعداد زیر است.

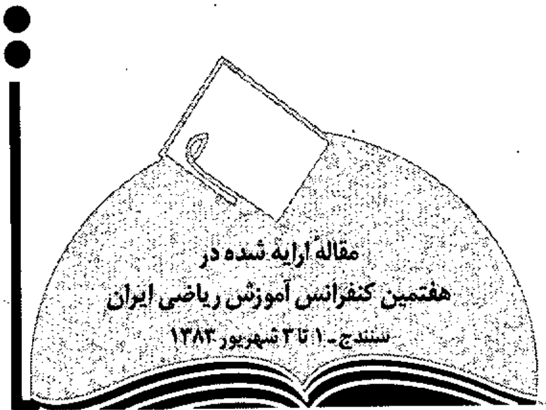


محور اعداد ممکن است افقی، قائم یا مایل باشد (شکل‌های زیر).



منابع

[۱] یادداشت سردبیر، گویا، زهرا، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۸.
[۲] تکنولوژی دیداری در آموزش و یادگیری، ترجمه‌ی بخش‌علی‌زاده، شهرناز، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۸.
[۳] ریاضی ۳ (پودمانی) فنی حرفه‌ای، تألیف بابلیان، اسماعیل، رستمی، محمدهاشم، لألی، جواد، ناشر: شرکت صنایع آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش، چاپ اول، ۱۳۸۳.



$$(X+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

تدریس ریاضی: انتقال مفاهیم یا کمک به کشف آن‌ها؟!

نویسنده: سپیده چمن‌آرا
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و
معلم ریاضی راهنمایی منطقه ۲ تهران

چکیده

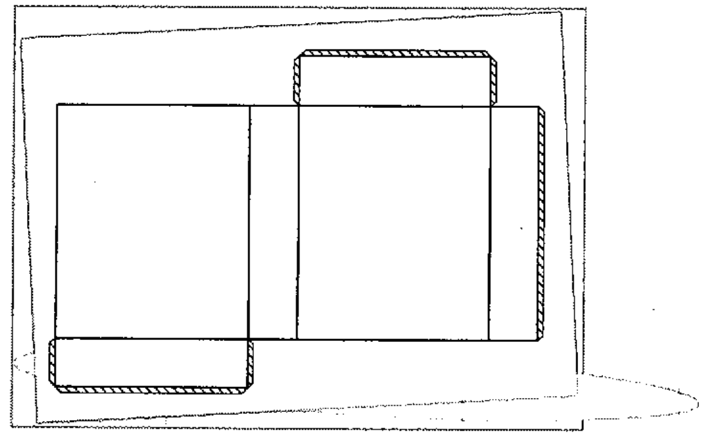
در این مقاله، ضمن مروری اجمالی بر نظرات ساخت‌وسازگرایان دربارهٔ یادگیری و نقش دانش‌آموز و معلم در فرآیند یاددهی ـ یادگیری، به یک تجربهٔ عملی در تدریس ریاضی دوم راهنمایی، که در آن سعی شده است تا به دانش‌آموزان فرصت کشف دوباره و خلق مفاهیم جدید داده شود، اشاره می‌شود.

مقدمه

بسیاری از ما، با دانش‌آموزانی مواجه شده‌ایم که جدول ضرب را به خوبی از حفظ هستند و هم‌چون یک نوار ضبط شده، می‌خوانند: «... چهار نُه تا، سی و شش تا؛ پنج نُه تا، چهل و پنج تا؛ شش نُه تا، ...»، ولی از حل یک مسألهٔ سادهٔ ضرب، عاجزند. یا دانش‌آموزانی داشته‌ایم که وقتی از آن‌ها مساحت یک مستطیل یا حجم یک مکعب را می‌پرسیم، به سرعت پاسخِ درست را می‌دهند، ولی نمی‌توانند به این سؤال پاسخ دهند:

«اگر شکل صفحه‌ی بعد را از روی خطوط، تا کنیم و از محل هاشور خورده به هم بچسبانیم، چه شکلی به دست می‌آید؟

برای ساختن این شکل، چه قدر کاغذ مصرف می‌شود؟»



یا دانش‌آموزان دبیرستانی را می‌بینیم که اتحادهای اول و دوم و... را به دقت از حفظ هستند و به در و دیوار کلاسشان، روابطی مانند

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

نصب شده است. ولی زمانی که از آن‌ها می‌خواهیم حاصل ضرب ۴۰۲×۳۹۵ را به دست آورند، قادر نیستند از این اتحادها برای محاسبهٔ (۲+۴۰۰)(۵−۴۰۰) استفاده کنند تا حاصل ضرب مورد نظر را به سرعت بیابند!

به راستی برای این دانش‌آموزان «خوب»، چه اتفاقی افتاده است؟ مگر آن‌ها «درس» خود را «بلد» نیستند؟ پس چرا نمی‌توانند مسایل مرتبط با آن را ـ که در کلیشه‌های رایج مسایل کتاب درسی‌شان نمی‌گنجد ـ حل کنند؟ در واقع، چرا *آن‌ها نمی‌توانند معلومات و دانسته‌های خود را از یک زمینه، به زمینهٔ دیگر منتقل کنند و آن‌ها را بازیابی کنند؟*

مطالعه و نظریه‌پردازی دربارهٔ یادگیری و بررسی ویژگی‌های روش تدریس متناسب با تعریف ارایه شده از یادگیری، دغدغه‌ای است که برای بسیاری از آموزشگران ریاضی نیز مطرح است و سال‌ها است که تحقیقات و مطالعات فراوانی دربارهٔ آن انجام شده است. به همین دلیل، قبل از بیان تجربهٔ عملی خویش، به اختصار، به چیستی یادگیری پرداخته می‌شود.

یادگیری چیست؟

امروزه، یکی از نظریه‌های مطرح یادگیری، نظریهٔ ساخت‌وسازگرایی[1] است. ساخت‌وسازگرایی، ریشه در مکتب روان‌شناسی پیاژه و نظریه‌های وی دارد و به حدود سال‌های ۱۹۶۰ بازمی‌گردد. ساخت‌وسازگرایان این عقیده را که ذهن کودکان، مانند لوح‌های سفیدی[2] است، رد می‌کنند. به اعتقاد آن‌ها، کودکان ایده‌ها را آن‌طور که معلم‌ها به آن‌ها نشان می‌دهند، کسب نمی‌کنند. در عوض، کودکان سازندگان دانش خویش هستند. ([۱]، فصل سوم، ص۲۶).

ساخت‌وسازگرایان معتقدند که «در حقیقت، باید تلاش کنیم تا به دانش‌آموزان خود یاد دهیم که چگونه مفاهیم ریاضی شخصی خود را بسازند و حتی بیش از آن، به دانش‌آموزان، **استراتژی‌های فراشناختی**[3] را آموزش دهیم تا به آن‌ها کمک کنند که ریاضی یا هر حوزهٔ دیگری از دست‌آوردهای بشری را، یاد بگیرند.» (نوواک، ۱۹۸۶).

به گفتهٔ نوواک (۱۹۸۶)، «اکنون آرام آرام، دو یوغ سنگین از روی آموزش ریاضی برداشته می‌شود: اول این که **رفتارگرایی**[4] که یادگیری انسان را در حد سطح یادگیری موش و خوک، که خالی از مفهوم است، تنزل داده بود، جای خود را به نظریه‌های یادگیری شناختی می‌دهد که انسان را مصرف‌کنندهٔ مفاهیم و سازندهٔ معانی می‌داند و معتقد است معانی و احساس، فعالیت‌های انسان را کنترل می‌کنند، نه محرک‌ها. هم‌چنین، **تحصّل‌گرایی**[5] که ساخته شدن دانش را جست‌وجو برای حقایق اثبات شده می‌دید، جای خود را به ساخت‌وسازگرایی می‌دهد که همهٔ دانش را «ساخته شده» (و نه «اثبات‌شده»)، می‌بیند، که زمانی که مفاهیم جدید به دست می‌آیند یا دانش در زمینه‌های جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد، کل دانش تغییر می‌کند.... این جنبش، اهمیت بزرگی برای آموزش در حالت کلی، و آموزش ریاضی در حالت خاص دارد.» ([۲]، ص۱۸۱). وی در ادامه، یادآوری می‌کند که در طول زمانی که رفتارگرایی به‌عنوان نظریهٔ یادگیری، و تحصل‌گرایی به عنوان فلسفه، تفکر غالب بر نظام‌های آموزشی بودند، ریاضی مدرسه‌ای تنها به تکرار و تمرین حقایق[6] ریاضی اختصاص یافته بود (حقایقی مانند دو ضرب در دو می‌شود چهار؛ کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه، خط راست است؛...) در این نظام، مفاهیم عدد، نقطه، خط و... به فراموشی سپرده شده بود و حقایق جای آن را گرفته بود. (نوواک، ۱۹۸۶) اما همان‌طور که رزنیک (۱۹۸۳) تأکید کرده است، «آموزش، نمی‌تواند صرفاً دانش و مهارت‌ها را در مغز مردم فرو کند.»[۳].

بنابراین، معلم در فرآیند یاددهی ـ یادگیری، تنها انتقال‌دهندهٔ

نویسنده: سپیده چمن‌آرا، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی ـ دانشگاه شهید بهشتی و معلم ریاضی راهنمایی منطقه ۲ تهران

معلومات نیست، بلکه او باید شرایطی را مهیا سازد تا دانش‌آموزان، مفاهیم جدید را، خود بسازند. طراحی و اجرای فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان را در گروه‌های کوچک، درگیر حل مسأله‌ای کند، اغلب می‌تواند چنین شرایطی را فراهم آورد.

به اعتقاد بارودی(۱۹۸۷)، کاب (۱۹۸۸) و فن گلاسرزفلد (۱۹۹۰)، «ساختن دانش، تلاشی بسیار فعال توسط یادگیرنده است. » ساختن و فهمیدن یک ایدهٔ جدید، نیازمند تفکر فعال دربارهٔ آن ایده است... ایده‌های ریاضی را نمی‌توان [همین طوری] در ذهن یک یادگیرندهٔ منفعل «ریخت». برای این که یادگیری رُخ بدهد، دانش‌آموزان باید به لحاظ ذهنی، فعال باشند. (نقل شده در [۱]، فصل سوم، ص۲۶). در واقع، فعالیت‌هایی که برای تدریس یک مفهوم جدید طرح می‌شوند، باید دانش‌آموزان را به مواجه شدن و دست و پنجه نرم کردن با ایده‌های جدید، و تلاش برای جفت و جور کردن آن‌ها با شبکه‌های ذهنی موجودشان، و چالش با ایده‌های خود و دیگران، تشویق کند تا بتوانند، سازندهٔ دانش خویش گردند. به گفتهٔ غلام‌آزاد (۸۰ـ ۱۳۷۹)، در طراحی یک فعالیت غنی ریاضی که به این امر کمک کند، رعایت نکات زیر، ضروری است:

- در شروع، برای همه قابل دسترس باشد؛
- قابلیت تعمیم داشته باشد؛
- دانش‌آموزان را درگیر مشاهده، حدسیه‌سازی، توضیح دادن، ثابت کردن، رد کردن و تفسیر کند؛
- بحث‌ها، نیروی ابتکار و ابداع را ارتقا بخشد؛
- دانش‌آموزان را به همکاری تشویق کند؛
- مبارزطلب باشد؛
- به طور متناسبی در آن، از تکنولوژی استفاده شود؛
- به زندگی واقعی دانش‌آموزان مرتبط باشد؛
- در آن، از مدل‌سازی ریاضی استفاده شود؛
- یک مؤلفهٔ فرهنگی، اجتماعی، تاریخی را در بر بگیرد؛
- دانش‌آموزان را به تصمیم‌گیری دعوت کند؛
- لذت‌بخش باشد. [۴].

یک تجربهٔ عملی

طی چندین سال تدریس و مشاهدهٔ عملکرد دانش‌آموزان، به این باور رسیده‌ام که زمانی که تنها با ارایهٔ تعاریف و مثال‌ها و تکرار حل تمرین‌ها، سعی در انتقال مفاهیم به دانش‌آموزان داریم و خود آن‌ها را درگیر فرآیند یاددهی ـ یادگیری نمی‌کنیم، یادگیری واقعی رُخ نمی‌دهد و با مثال‌هایی همانند آن‌چه در مقدمه ذکر شد، مواجه می‌شویم. همواره در چند سال اخیر، یکی از دغدغه‌هایم، طراحی مسایل یا فعالیت‌های مناسبی برای شروع تدریس مفاهیم جدید بوده است. یکی از این فعالیت‌هایی که برای تدریس مفهوم سطح و یافتن درکی درست از انتخاب واحد برای اندازه‌گیری سطح و رابطهٔ بین واحدهای مختلف و متداول اندازه‌گیری سطح به دانش‌آموزان دوم راهنمایی، طراحی و اجرا شد، در ادامهٔ این مقاله ارایه شده است.

این فعالیت، در یک کلاس ۲۸ نفری از دانش‌آموزان دوم راهنمایی یک مدرسهٔ دخترانه در منطقهٔ ۲ تهران، اجرا شد. دانش‌آموزان کلاس به گروه‌های ۵ یا ۶ نفری تقسیم شده بودند. همان‌طور که بر روی برگهٔ فعالیت (پیوست مقاله) نیز اشاره شده است، به همراه این برگه‌ها، سه پاکت حاوی مربع‌هایی مقوایی، در اختیار آن‌ها قرار گرفت. هم‌چنین، چسب، خط‌کش و ماشین حساب، از دیگر ابزارهایی بود که دانش‌آموزان برای انجام این فعالیت در اختیار داشتند. لازم به توضیح است که ابعاد مربع‌ها به ترتیب از کوچک به بزرگ، ۱/۳ و ۲/۶ و ۳/۹ سانتی‌متر بود. البته، دانش‌آموزان از اندازه‌های اضلاع مربع‌ها بی‌اطلاع بودند، ولی ابزار اندازه‌گیری (خط‌کش) در اختیار داشتند ـ هرچند که بدون اندازه‌گیری و با روی هم قرار دادن مربع‌ها نیز، می‌توانستند به سؤال‌ها، پاسخ دهند، زیرا تعداد مربع‌هایی که در اختیار داشتند، برای این کار نیز، به اندازهٔ کافی بود.

نخست، دانش‌آموزان در گروه‌های خود به بحث روی پرسش‌ها و پاسخ گویی به آن‌ها پرداختند. سپس، نوبت به جمع‌بندی کلاسی رسید: پاسخ‌های همهٔ گروه‌ها به هر سؤال، روی تخته نوشته می‌شد و ضمن نقد و بررسی هر یک، به توافق عمومی روی پاسخ هر سؤال می‌رسیدیم ـ البته گاهی بعضی از سؤال‌ها، دارای چند جواب درست بودند، مانند سؤال ۲ که برخی از گروه‌ها با گنجاندن شکل‌های نامشخص مثل گل یا ابر در یک شکل مشخص مثل دایره یا مستطیل، مساحت شکل را تقریب زده بودند، یا برخی دیگر که از مربع‌هایی که در اختیار داشتند، برای پوشاندن سطح شکل استفاده کرده و پاسخ را بر حسب تعداد مربع‌های قرمز یا سبز یا آبی داده بودند، یا برخی دیگر که بدون اندازه‌گیری، فقط به توصیف راه‌حل کفایت کرده بودند.

در خاتمهٔ جلسه، توسط خود دانش‌آموزان، برای واحدهای

اندازه‌گیری طول، جدولی مانند جدول زیر تهیه شد که در آن، رابطهٔ بین واحدهای مختلف، تعیین شد. و بعد، به کمک این جدول و پاسخ سؤال‌های ۱۰ و ۱۱، جدول متناظر برای واحدهای سطح تنظیم شد. دانش‌آموزان خودشان به این نتیجه رسیده بودند که برای رابطهٔ بین واحدهای سطح، کافی است عددهای متناظر در جدول واحدهای طول را، به توان ۲ برسانند! حتی روابط جالب دیگری نیز در این جدول‌ها پیدا شد.

ضعیف، غیرقابل فهم باشد یا برای دانش‌آموزان قوی، آن‌قدر آشنا یا تکراری یا بدیهی که بتوانند به سرعت، پاسخ آن‌ها را دریابند. دانش‌آموزان قوی، از مشورت با دانش‌آموزان ضعیف برای یافتن ایده‌های درست، کمک می‌گرفتند. هم‌چنین، دیدن و شنیدن نقطه‌نظرات گروه‌های دیگر در زمان جمع‌بندی کلاسی، بسیار سودمند و آموزنده بود. بالاخره، تنظیم جدول رابطهٔ واحدهای طول و سطح، هیجان زیادی برای آن‌ها ایجاد

جدول رابطهٔ واحدهای اندازه‌گیری طول با یکدیگر

	میلی‌متر	سانتی‌متر	دسی‌متر	متر	کیلومتر
میلی‌متر	۱	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۰۰۱
سانتی‌متر	۱۰	۱	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۰۰۱
دسی‌متر	۱۰۰	۱۰	۱	۰/۱	۰/۰۰۰۱
متر	۱۰۰۰	۱۰۰	۱۰	۱	۰/۰۰۱
کیلومتر	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰	۱

جدول رابطهٔ واحدهای اندازه‌گیری سطح با یکدیگر

	میلی‌متر مربع	سانتی‌متر مربع	دسی‌متر مربع	متر مربع	کیلومتر مربع
میلی‌متر مربع					
سانتی‌مترمربع					
دسی‌مترمربع					
متر مربع					
کیلومتر مربع					

مثلاً، دانش‌آموزان تشخیص دادند که روی قطر جدول، همگی عدد ۱ است، یا عددهایی که نسبت به قطر جدول قرینه هستند، معکوس یکدیگرند...

سخن پایانی

آن جلسهٔ کلاس، شور و حال خاصی داشت. دانش‌آموزان ـ از ضعیف‌ترین آن‌ها گرفته تا قوی‌ترینشان ـ مشغول بحث و جدل بودند. سؤال‌ها به گونه‌ای نبود که برای دانش‌آموزان

کرد، به خصوص زمانی که فهمیدند می‌توانند همیشه ـ حتی در امتحانات ـ آن را همراه داشته باشند، چون خودشان آن را به دست آورده بودند!

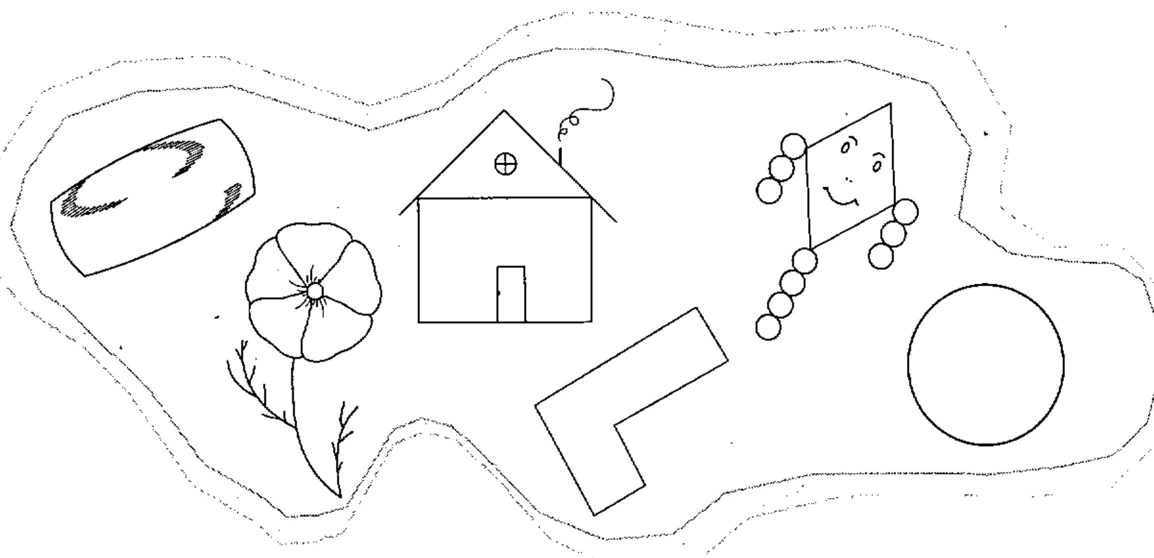
به هرحال، این فعالیت خالی از اشکال نیست، و یکی از کارهای یک معلم، بازتاب بر روی عمل خویش و ارزیابی آن است تا عمل تدریس خود را بهبود ببخشد... این امر، با مطالعه و آشنایی با نتایج تحقیقات و استفاده از نظرات سایر معلمان، امکان‌پذیر است.

نوع فعالیت: گروهی | **موضوع :** مساحت | **زمان :** فروردین ۱۳۸۳

■ **توجه:** همراه این برگه‌ها، سه بسته در اختیار شما قرار می‌گیرد.
بستهٔ اول، شامل ۷ مربع هم‌اندازهٔ قرمزرنگ است.
بستهٔ دوم، شامل ۵ مربع هم‌اندازهٔ سبز رنگ است و
بستهٔ سوم، شامل ۲۳ مربع قرمز رنگ هم‌اندازهٔ مربع‌های بستهٔ اول و ۲ مربع سبزرنگ به اندازهٔ مربع‌های بستهٔ دوم و ۲ مربع هم‌اندازهٔ آبی است.

■ **وسایل مورد نیاز:** چسب ماتیکی یا چسب مایع، خط‌کش، ماشین حساب.

۱) به شکل‌های زیر نگاه کنید. سطح آن‌ها را بر روی شکل مشخص سازید.



۲) اندازهٔ سطح هر شکل چه‌قدر است؟ (راه‌حل‌های خود را بنویسید یا دربارهٔ آن‌ها توضیح دهید.)

۳) با مربع‌های بستهٔ (۱)، شکلی بسازید و روی این برگه بچسبانید.

۴) اندازهٔ سطح (مساحت) شکلی که ساخته‌اید، چه‌قدر است؟

۵) حالا با مربع‌های بستهٔ (۲)، شکلی بسازید و روی این برگه بچسبانید و اندازهٔ سطح شکل خود را بنویسید.

۶) اندازهٔ سطح (مساحت) کدام یک از دو شکلی که ساخته‌اید بیش‌تر است؟ .... کدام یک از عددهایی که به عنوان اندازهٔ سطح شکل‌ها در پرسش‌های (۴) و (۵) نوشتید، بزرگ‌تر است؟ .... آیا پاسخ‌های این دو پرسش، با هم سازگارند؟ ..... در صورتی که جواب منفی است، علت را در چه می‌بینید؟

۷) سطح هر یک از مربع‌های سبزرنگ بستهٔ (۲)، با چند تا از مربع‌های قرمز رنگ بستهٔ (۱) پوشیده می‌شود؟ (می‌توانید این پرسش را به کمک مربع‌های موجود در بستهٔ (۳) پاسخ دهید.)

۸) سطح شکلی که در سؤال (۵) ساخته‌اید، با چند تا از مربع‌های قرمز رنگ بستهٔ (۱) پوشیده می‌شود؟ (می‌توانید این پرسش را به کمک مربع‌های موجود در بستهٔ (۳) پاسخ دهید.)

۹) رابطهٔ بین پاسخ‌های سؤال‌های (۷) و (۸) چیست؟

۱۰) به کمک مربع‌های بستهٔ (۳)، جدول زیر را تکمیل کنید.

	طول ضلع، چند برابر طول ضلع مربع قرمز است؟	مساحت، چند برابر مساحت مربع قرمز است؟	رابطهٔ بین جواب‌های دو ستون قبل چیست؟
مربع سبز رنگ			
مربع آبی رنگ			

۱۱) با توجه به جدول بالا، اگر ضلع مربعی ۷ برابر شود، مساحت آن چند برابر می‌شود؟
اگر ضلع مربعی ۵ برابر شود، مساحت آن چند برابر می‌شود؟

۱۲) آیا قرار دادن یک واحد اندازه‌گیری معین برای اندازه‌گیری سطح شکل‌ها، ضروری است؟ چرا؟

۱۳) نام واحدهای اندازه‌گیری سطح را که می‌شناسید، بنویسید و رابطهٔ بین آن‌ها را به دقت، مشخص کنید.

زیرنویس‌ها

1. Constructivism
2. Blank Slates
3. Metacognitive Strategies
4. Behaviorism
5. Positivism
6. Facts

منابع

1. Van De Walle, J. A. (2001). *Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally*, Addison Wesley Longman Inc. Forth Edition.

ترجمهٔ فصل سوم این کتاب، در شماره‌های ۷۳ و ۷۴ رشد آموزش ریاضی به چاپ رسیده است.

2. Novak, J. D. (1986). The importance of Emerging Constructivist Epistemology for Mathematics Education, *Journal of Mathematical Behavior*, 5, 181-184.

3. Resnick, L. B. (1983). Toward a Cognitive Theory of Instruction, pp. 5-38.

۴. غلام‌آزاد، سهیلا؛ (۸۰ـ۱۳۷۹). ایجاد فرصت‌های یادگیری ریاضی از طریق انجام فعالیت، رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۶۲، صص ۳۶ تا ۴۰، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش.

شهود، ریاضیات و آموزش

نویسنده: عبدالله حسام، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

«هدف دقّت ریاضی، پذیرش و مشروعیت بخشیدن به یافته‌های حاصل از شهود است و هرگز هدف دیگری برای آن تصور نشده است.»

هادامارد

مقدّمه

روزی از یک دانش‌آموز پیش‌دانشگاهی خواستم که در مورد صحّت حکم زیر نظر دهد:

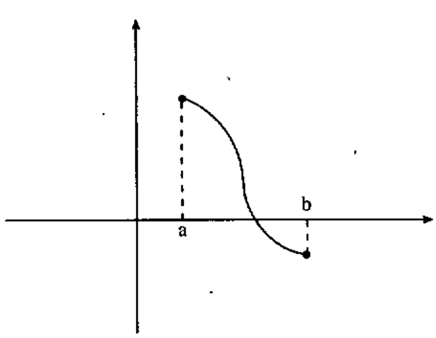
اگر تابع f روی بازهٔ $[a,b]$ پیوسته باشد و $f(a) > 0$، و $f(b) < 0$، آن‌گاه نقطه‌ای مانند c در این بازه وجود دارد که $f(c) = 0$.

پس از دقیقه‌ای گفت: «خوب! این، درست است.» پرسیدم: «چرا؟»

-: «خوب! این واضح و روشن است!»

-: «چگونه واضح است؟ دلیلش چیست؟»

نموداری به صورت روبه‌رو کشید و گفت: «به وضوح این نمودار محور طول‌ها را قطع می‌کند.»



گفتم: «ولی این تنها یک حالت از بی‌شمار نموداری است که در فرض مسأله صدق می‌کند و شما باید این حکم را در حالت کلی و با یک استدلال منطقی ریاضی اثبات کنید.»

با این حال، او احساس می‌کرد اثبات مطلبی که تا این حد واضح است، لزومی ندارد.

در واقع، این موضوعی بود که به طور شهودی صحت آن را

درک و تأیید می‌کرد.

زمانی دیگر، از یک دانشجوی رشتهٔ ریاضی این سؤال را پرسیدم:

«آیا تابعی وجود دارد که تنها در یک نقطه از دامنه‌اش پیوسته باشد؟»

بعد از چند لحظه سکوت و تفکر، به توصیهٔ من قلم و کاغذی برداشت و مسأله را بررسی کرد. سپس پاسخ داد: «خیر!». پرسیدم: «چرا؟» گفت: «چنین چیزی ممکن نیست، زیرا اگر نمودار تابع بخواهد در نقطه‌ای پیوسته باشد، بالاخره در یک بازهٔ ولو بسیار کوچک حول آن نیز پیوسته خواهد شد.»

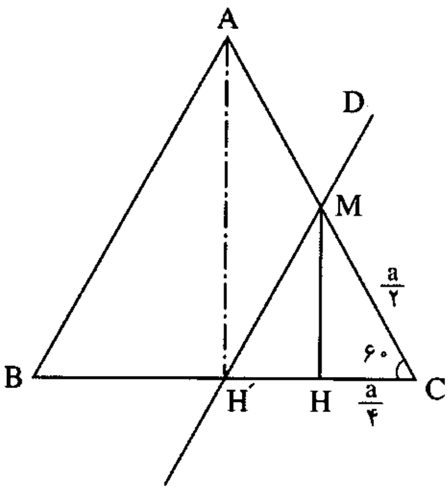
وقتی به وی گفتم که چنین تابعی وجود دارد و عبارتست از $f(x)=\begin{cases} x\ , & x\in Q \\ \text{۰}\ , & x\in Q^c \end{cases}$ که تنها در نقطهٔ $x_\text{۰}=\text{۰}$ پیوسته می‌باشد، تعجب کرد، تا این که با ε و δ آن را برای وی اثبات کردم. با این حال، او هنوز با دیدهٔ شک و حیرت، در آن می‌نگریست.

پاسخ این دانشجو نیز برخاسته از شهود وی در مورد توابع پیوسته بود. ولی آیا یک دانشجوی ریاضی باید تنها با یک بررسی شهودی، چنین قاطعانه به این سؤال پاسخ گوید؟!

مورد دیگر، مربوط به سال گذشته است که در جلسه‌ای همراه با سه دبیر محترم ریاضی، مشغول حل مسألهٔ زیر بودیم:

مثلث متساوی‌الاضلاع ABC مفروض است. خطی موازی یکی از اضلاع رسم کنید که مثلث را به دو قسمت با مساحت‌های برابر تقسیم کند.

یکی از دوستان با ارایهٔ راه‌حل زیر، معتقد بود خط D که از وسط‌های دو ضلع می‌گذرد، جواب مسأله است:



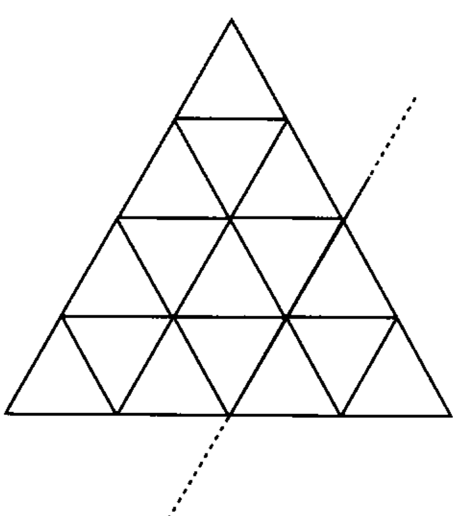
$$S_{ABC}=\frac{a^\text{۲}\sqrt{\text{۳}}}{\text{۴}}$$

$$MH^\text{۲}=\frac{a^\text{۲}}{\text{۴}}-\frac{a^\text{۲}}{\text{۱۶}}\overset{?}{=}\frac{(\text{۱۶}-\text{۴})a^\text{۲}}{\text{۱۶}}=\frac{\text{۱۲}a^\text{۲}}{\text{۱۶}}=\frac{\text{۳}}{\text{۴}}a^\text{۲}$$

$$\Rightarrow MH=\frac{\sqrt{\text{۳}}}{\text{۲}}a$$

$$\Rightarrow S_{MCH'}=\frac{\sqrt{\text{۳}}}{\text{۲}}a\times\frac{a}{\text{۴}}=\frac{a^\text{۲}\sqrt{\text{۳}}}{\text{۸}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}S_{ABC}$$

من قبل از این که روش او را بررسی کنم مطمئن شدم که جوابش درست نیست. زیرا دبیر دیگری که روی مسأله فکر می‌کرد، شکل زیر را رسم کرده بود:



به دوستمان گفتم: «اگر ما به این شکل نگاه کنیم و خط D را که شما به دست آورده‌ای روی آن در نظر بگیریم، مثلث حاصل شامل ۴ مثلث کوچک و قسمت دیگر شامل ۱۲ مثلث کوچک می‌باشد و این دو، نمی‌توانند هم مساحت باشند. ایشان گفتند: «نه! این شکل شهودی است و برای ما ملاک و معیار نمی‌باشد.» عرض کردم: «ولی این مطلب واضح است. حتی

نویسنده: عبدالله حسام، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

اگر شما شکل را از روی خط D تا بزنید، تنها یک قسمت از ذوزنقه‌ی حاصله، توسط مثلث پوشانیده می‌شود!» ولی ایشان تأکید می‌کردند که شکل برای ما حجت نیست و جواب را با یک راه‌حل درست به دست آورده‌ایم. سپس بنده راه‌حل ایشان را بررسی کرده و مشکل آن را یافتم، تا این که قانع شدند. [به تساوی که در صفحهٔ قبل روی آن علامت «؟» است توجه کنید!]

سؤال این است که آیا شهود و عقل سلیم ما تا این حد غیرقابل اطمینان هستند که در بررسی صحت چنین مسأله‌ای نتوان از آن‌ها کمک گرفت؟

چندی قبل، یکی از دانش‌آموزانم در سال اول دبیرستان، با توجه به این که شنیده بود در ریاضیات همه‌چیز اثبات می‌شود، مصرّانه از من می‌خواست برای او اثبات کنم که ۶=۳×۲. در واقع دغدغهٔ او این بود که چرا چنین مطلب واضح و مبرهنی که منطبق بر شهود و عقل سلیم او است، توسط ریاضی‌دانان اثبات می‌شود و علاقه‌مند بود بداند که این اثبات چیست. آیا دانش‌آموز پایه اول دبیرستان که هنوز با مفهوم تابع آشنا نشده است [چه رسد به بقیهٔ پیش نیازها] به دانستن اثبات صوری چنین مطلبی نیاز دارد؟

و اما آخرین مورد، مربوط به زمانی است که دبیر ریاضی جدید سال چهارم ما، مبحث استقراء را تدریس می‌کردند. هنوز مطلب تا حدودی برای دانش‌آموزان مبهم بود تا این که ایشان مثال زیر را آوردند:

«فرض کنید به یک صف طولانی از افراد برخورده‌اید که نفر اول آن مشخص است، ولی نفر آخر را نمی‌توانید ببینید. تعجب می‌کنید که این صف چیست. لذا از اولین نفر می‌پرسید: شما برای چه این جا ایستاده‌اید؟ می‌گوید: «من ژتون ناهار دارم!» همین سؤال را از نفرات دوم، سوم و چهارم نیز پرسیده و جواب فوق را می‌شنوید. حال آیا می‌توان نتیجه گرفت که تمام افراد ایستاده در این صف، ژتون ناهار دارند؟ گفتیم: «خیر!» ایشان گفتند: «از طرفی نمی‌توانید بروید و تا آخرین نفر را سؤال کنید. اکنون فرض کنید که یک شخص آگاه به شما بگوید هر کسی که در این صف ژتون ناهار داشته باشد، نفر بعد از او هم ژتون ناهار دارد؛ در این صورت اگر از بابت نفر اول مطمئن شوید، خواهید دانست که تمامی افراد این صف دارای ژتون ناهار هستند!» من فکر می‌کنم که با این مثال، مفهوم و روش استقرای ریاضی را به خوبی درک کردم.

احتمالاً شما نیز تجربه کرده‌اید که در برخی موارد، مثال‌های شهودی و محسوس، تا چه اندازه در درک یک مطلب ریاضی مؤثر و مفید هستند.

با بررسی موارد مذکور مشخص می‌شود که ما آموزش گران ریاضی، نیازمند یک بررسی جامع در مورد شهود و نقش آن در ریاضیات و آموزش ریاضی هستیم.

مسایلی از این قبیل که: رابطهٔ ریاضیات با شهود و عقل سلیم چیست؟ آیا ریاضی خوانده‌ایم که شهود را کنار بگذاریم؟ آیا می‌توان به شهود اعتماد کرد؟ یا باید آن را نفی نمود؟ در آموزش ریاضی، کجا، چگونه و تا چه حد از شهود و عقل سلیم استفاده کنیم؟ توسعهٔ شهود و عقل سلیم چیست و آیا لازم است؟ نیازمند بررسی و یافتن پاسخ‌های قانع کننده می‌باشد.

شهود چیست؟

این کلمه که آن را به عنوان معادل فارسی واژهٔ «Intuition» به کار می‌بریم، در ذهن افراد مختلف، معانی و مفاهیم متنوع و بعضاً متفاوتی را تداعی می‌کند.

در فرهنگ لغت آکسفورد[1] برای آن، این توضیح و تعریف آمده است:

۱ـ توانایی فهمیدن چیزی با استفاده از حس‌هایتان، به جای بررسی واقعیت‌ها و حقایق. مثال: شهودش به وی می‌گفت که آن مرد، واقعیت را گفته است.

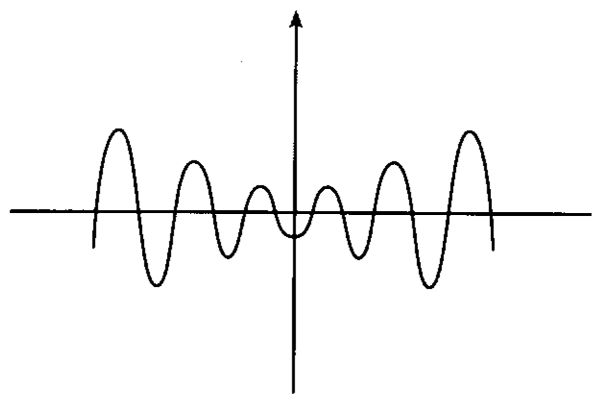
۲ـ یک ایده یا حس قوی که چیزی درست است، اگرچه شما نتوانید توضیح دهید که چرا.

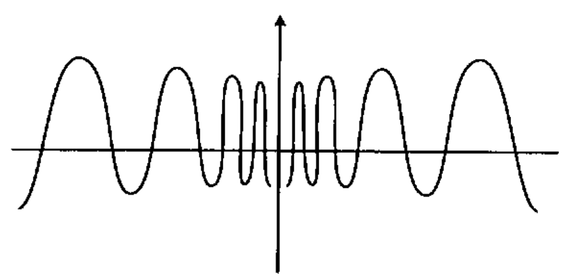
در فرهنگ لغت انگلیسی به فارسی «آریان‌پور» برای Intuition این معانی آورده شده است: درون‌یافت، شم، شهود، درون‌تابی.

در فلسفه، گاهی معنای شهود با «اشراق» پیوند خورده و مفاهیم خاص خود را در بر دارد و اما در ریاضیات، واژهٔ «شهود» از نظر معنا تا حدودی مبهم و دارای مرزهای معنایی غیرشفاف و نامشخص است. یعنی افراد مختلف این واژه را در موقعیت‌های متفاوت به کار می‌برند تا مقصود خود را برسانند.

شهود را گاهی به عنوان نقطهٔ مقابل «دقت»[2] ریاضی به کار می‌برند. در این حالت وقتی گفته می‌شود که فلان مطلب «شهودی»[3] است یعنی به طور نادقیق (از نظر ریاضی) واضح است.

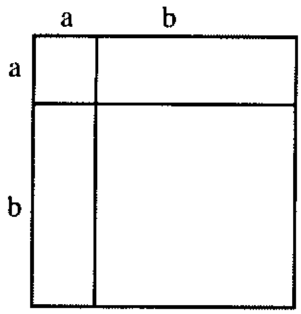
گاهی شهودی بودن یعنی «بصری (دیداری)»[4] بودن. شهود برای این معنا نیز زیاد به کار برده می‌شود. نمودارهای ریاضی که رسم می‌کنیم، استفاده از اشکال، هم‌چنین رسم‌ها در هندسه و موارد مشابه دیگر، همگی جهت شهودی کردن یک مطلب ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. به عنوان مثال پس از این که عدم مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x} & , x\neq 0 \\ 0 & , x=0 \end{cases}$ و نیز مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x} & , x\neq 0 \\ 0 & , x=0 \end{cases}$ را اثبات می‌کنیم، نمودار آن‌ها را رسم کرده و علت را به طور شهودی توضیح می‌دهیم:





نمونهٔ دیگر، ایدهٔ شهودی زیر برای اتحاد اول است:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$



در برخی موارد، شهودی بودن به معنای «محتمل بودن» و قانع کردن در غیاب اثبات کامل به کار برده می‌شود. یعنی این که بگوییم با توجه به تجاربی که در موقعیت‌های مشابه حاصل شده است، می‌توان انتظار داشت یک مطلب در حالت دیگر (حالت کلی) نیز درست باشد. مثلاً با رسم چند مثلث قائم‌الزاویه با زوایای حادهٔ متفاوت و اندازه‌گیری میانه‌ها و وترها در هر یک، نتیجه گرفت که میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است.

از طرفی، گاهی شهودی بودن یک مطلب یعنی این که بر یک الگوی فیزیکی یا طبیعی موجود در دنیای واقعی منطبق است. مثلاً بیان تابع به عنوان یک ماشین، مثال استقرا که در مقدمه ذکر شد و موارد متعدد دیگر از این قبیل.

هم‌چنین ممکن است واژه‌های شهودی بودن به معنای دیگری نیز استفاده شود.

بنابراین، باید متذکر شویم که واژه‌های «محسوس»، «ملموس»، «عینی»، «کاربردی»، «قابل تصور»، «منطبق بر دنیای واقعی» و از این قبیل، هر یک می‌توانند در جایی، دربردارندهٔ مفهوم و معنای «شهودی» باشند. واژه‌های «مجرد (تجریدی)»، «انتزاعی» و «صوری» عموماً به عنوان واژهٔ مقابل «شهودی» استفاده می‌شوند.

اکنون، واژهٔ «عقل سلیم»[5] را توضیح می‌دهیم. در زندگی روزمرهٔ خود به کرات شنیده‌ایم که فلان مطلب (ریاضی یا غیرریاضی) با عقل سلیم منطبق است و یا نیست.

جفری هاوسون (۱۹۹۶) در توضیح این واژه می‌گوید: «عقل سلیم، مفهومی گنگ، وابسته به فرهنگ و با این حال، بسیار با ارزش است. به طور معمول، این که به کسی بگوییم «از عقل سلیم خود استفاده کن»، درخواستی برای نتیجه‌گیری و طراحی یک عمل بر مبنای دانش موضعی / بومی و استدلال ساده است. عقل سلیم به وسیلهٔ راهی که وابسته به مشاهدات، میثاق‌ها و

نویسنده: عبدالله حسام، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

حقایق پذیرفته شده و نظام‌های عملکرد «فطری» تصور، معنا و ادراک است، تشخیص داده می‌شود.» [۱]

وی در ادامه، پس از اشاره به وسعت و آشفتگی موجود در معنای شهود، می‌افزاید: «با این حال معتقدم که «شهود» مانند «عقل سلیم» است، زیرا هر دو بر مبنای دانش بومی (اگرچه اغلب بسیار حرفه‌ای) و تجربه بنا شده‌اند. اما نمی‌بینیم که نتایج شهود حتی از یک منطق ساده که توسط عقل سلیم مورد استفاده قرار گرفته، ناشی شده باشد.» [۱]

لذا، عقل سلیم را می‌توان مرتبه‌ای برتر از شهود در نظر گرفت که استدلال ساده نیز در آن دخیل است. برای مثال، فرض کنیم از یک دانش‌آموز دورهٔ راهنمایی بپرسیم که، اگر از دو مقدار مساوی یکدیگر به یک میزان کم کنیم، باقی ماندهٔ آن‌ها نیز با هم مساوی است؟ احتمالاً از او پاسخ آری را خواهیم شنید. علت دادن این جواب، شاید این باشد که وی در ذهن خود دو مجموعه با تعداد اعضای یکسان، مثلاً دو سبد با تعداد مساوی سیب را در نظر می‌گیرد. سپس از هر کدام به تعداد یکسان سیب برمی‌دارد و ملاحظه می‌کند که باقی ماندهٔ آن‌ها نیز با هم برابرند. حال، با تأمل بیش‌تر در می‌یابد که این مطلب در موارد دیگر نیز درست است. بنابراین او این جواب را براساس عقل سلیم خود [و با یک استدلال شهودی] داده است.

این قسمت را با ذکر این نکته به پایان می‌بریم که اگر یک مطلب برای شخصی شهودی باشد، لزوماً برای دیگر افراد، این گونه نیست. زیرا شهودی بودن چیزی برای یک نفر، براساس دانش‌های رسمی و غیررسمی گذشتهٔ وی، تجارب عینی، محیط، توانایی‌های او و عوامل متعدد دیگر است و موارد مذکور برای افراد مختلف، یکسان نیست. به عنوان مثال «تعیین تعداد و علامت ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۴ = ۰$»، برای دانش‌آموزی که بلافاصله ۲ و ۲- به عنوان جواب‌های صادق در معادله به ذهن او می‌رسد و هم‌چنین برای دانش‌آموزی که نمودار $y = x^۲$ را در ذهن دارد و آن را به راحتی ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهد، مطلبی شهودی است. ولی برای دیگری که از دستور $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a}$ برای به‌دست آوردن ریشه‌ها اقدام می‌کند، شهودی نیست.

هم‌چنین ممکن است این مطلب که «اگر به ازای هر $\varepsilon > ۰$، $|x| < \varepsilon$ آن‌گاه $x = ۰$» برای دانشجویی که در حال گذراندن درس آنالیز ۱ است و تازه به آن برخورد کرده، شهودی نباشد، ولی احتمالاً همین مطلب برای دانشجویی که درس آنالیز ۳ را می‌خواند، شهودی است.

در نتیجه ملاحظه می‌شود که «شهودی بودن» امری نسبی است و باید به این نکته توجه کرد.

شهود و آموزش ریاضی

یکی از تقسیم‌بندی‌هایی که در مورد یادگیری ریاضیات ذکر شده، «یادگیری طوطی‌وار»[۶] و «یادگیری معنادار»[۷] یا «یادگیری برای فهم و درک» می‌باشد. همان‌طور که گویا (۱۳۸۱) ذکر می‌کند، یادگیری برای فهم و درک قانع کننده است، حال آن که یادگیری طوطی‌وار این گونه نیست؛ انجام اعمالی از دانش‌آموز خواسته شده، ولی قناعت درونی برای او ندارد.

یادگیری برای فهم و درک راهی برای تفکر است، اما یادگیری طوطی‌وار مجموعه‌ای از رویه‌ها و قواعد است. یادگیری برای فهم و درک شرایطی ایجاد می‌کند که دانش‌آموزان درستی مطالب را درک کنند ولی یادگیری طوطی‌وار شرایطی درست می‌کند که درستی آن را بپذیرند. [۷]

اگر یک مطلب برای شخصی شهودی باشد، لزوماً برای دیگر افراد، این گونه نیست. زیرا شهودی بودن چیزی برای یک نفر، براساس دانش‌های رسمی و غیررسمی گذشتهٔ وی، تجارب عینی، محیط، توانایی‌های او و عوامل متعدد دیگر است و موارد مذکور برای افراد مختلف، یکسان نیست

لذا در صورت وقوع یادگیری معنادار خواهد بود که می‌توانیم امیدوارم باشیم دانش‌آموز قدرت انتقال مطالب به موقعیت‌های جدید و به کارگیری آن‌ها برای حل مسایل دنیای واقعی را پیدا کرده است. بدین ترتیب از خواندن ریاضیات لذت برده، اهمیت و کارآیی آن را بهتر درک می‌کند و برای آن ارزش قایل می‌شود.

حال اگر یک مطلب ریاضی با شهود و عقل سلیم دانش‌آموز و آن‌چه که وی در دنیای واقعی تجربه کرده است، هم‌خوانی نداشته باشد، آیا برای او معنادار است؟ به نظر می‌رسد که چنین نباشد، زیرا به گفتهٔ بیشاپ (۱۳۷۶): «ریاضی موضوعی است که می‌تواند خیلی سریع انتزاعی شود و این بدان معناست که به محض این که ریاضی ارتباط خود را با دنیای واقعی‌ای که

دانش‌آموزان در خارج مدرسه می‌شناسند از دست می‌دهد، برای بسیاری از آن‌ها نیز بی‌معنی می‌شود.» [۱۱]

بنابراین اگر بخواهیم تدریس ریاضی ما معنادار باشد، باید ارتباط بین مفاهیم ریاضی و زمینه‌های شهودی دانش‌آموزان [از جمله دنیای واقعی، دانش ریاضی خارج از مدرسه، دانسته‌ها و تجارب قبلی و نیز فرهنگ جامعه و علایق آن‌ها] را در نظر گرفته و آن‌ها را در فرایند آموزش دخیل کنیم.

سؤال‌های مکرر دانش‌آموزان از معلمان، از قبیل این که «دانستن این مطلب به چه دردی می‌خورد؟»، «این، کجا کاربرد دارد؟»، «حالا اگر این را نمی‌دانستیم چه می‌شد؟» و سؤالات مشابه آن‌ها، همگی مؤید مطلب مذکور است.

این در حالی است که برخی از معلمان در صورت مطرح شدن چنین سؤالاتی توسط دانش‌آموزان، ناراحت شده و گاهی آن را نوعی اهانت به خود [و ریاضیات!] تلقی می‌کنند. ولی باید توجه داشت که پرسیدن این سؤال و دانستن جواب آن، حق مسلم آن‌ها است زیرا می‌خواهند مطلبی را که می‌خوانند برایشان معنا و مفهوم داشته باشد و لذا معلمان می‌بایست با سعهٔ صدر، در صدد پاسخ‌گویی و ارایهٔ مثال‌های شهودی و عینی برآیند.

از طرفی همان‌طور که می‌دانیم، داشتن «انگیزه»، لازمهٔ یادگیری است، ارایهٔ مفاهیم و مطالب ریاضی در یک قالب شهودی و منطبق با عقل سلیم، می‌تواند این «انگیزه» را در دانش‌آموزان به وجود آورد و به عنوان نیروی محرکهٔ مسیر یادگیری، در اختیار آن‌ها قرار گیرد. بنابراین، حتی اگر هدف تدریس، رسیدن به ریاضیات صوری و دقیق باشد، باید توجه داشت که همان‌گونه که در بیانیهٔ معروف ۷۵ ریاضی‌دان (۱۹۶۲ میلادی) آمده است:

«سطح‌های مختلفی برای دقت ریاضی وجود دارد. دانش‌آموز بایستی ریاضیات را متناسب با زمینه‌های قبلی و تجارب خود درک کند، از آن لذت ببرد و به نقد یافته‌های خود از آن بپردازد. اجبار و تحمیل نابه‌هنگام سطح بسیار صوری و مجرد ریاضی، ممکن است به دل‌سردی و تنفر از ریاضی منتهی شود.» [۳]

لذا ما آموزش‌گران ریاضی باید تا حد امکان مفاهیم ریاضی را در بستر مناسبی از شهود و عقل سلیم پرورانیده و به دانش‌آموزان ارایه کنیم، تا به یادگیری معنادار کمک کند. باید پذیرفت تا وقتی که این بستر مناسب فراهم نشده باشد، توقع نگرش مثبت به ریاضیات و علاقه به آن و لذت بردن از انجام آن [توسط دانش‌آموزان]، گزاف است.

تدریس ریاضیات در یک چنین بستری، هنر معلم ریاضی است. به قول فرودنتال (۱۹۸۱):

«من دوست دارم که مجردترین موضوعات ریاضی از طریق ملموس‌ترین قالب‌ها تدریس شود.» [۴]

شهود، ریاضیات و اثبات

آیا ریاضیات، با شهود و عقل سلیم ارتباط دارد؟ آیا ریاضیات ارایه شده به صورت رسمی و انتزاعی، از همان ابتدا در همین قالب بوده است؟ آیا شهود در ایجاد و پیش‌برد موضوعات ریاضی نقش داشته و دارد؟ یا این که این‌ها از هم مستقل هستند؟

ریاضیات را می‌توان دارای دو وجه «جلوی صحنه» و «پشت صحنه» دانست. جلوی صحنهٔ ریاضیات، همان است که برای همه، قابل رؤیت و دسترسی است؛ یعنی همان چیزی که به صورت کتب، مقالات و غیره ارایه می‌شود. این وجه ریاضیات، صوری، دقیق، صریح، مختصر و جامع، مجرد و انتزاعی است. در مقابل، «پشت صحنهٔ ریاضیات» قسمتی است که ریاضی‌دانان و نظریه‌پردازان در حال کار کردن بر روی آن هستند. همان وجهی که عمومی نیست، بلکه مستور و محرمانه است. پشت صحنهٔ ریاضیات، غیررسمی، غیرصوری، ناقص، شهودی و همراه با آزمایش و خطاست.

پس ریاضیاتی که ما اغلب با آن سروکار داریم از همان ابتدا به صورت شسته و رفته، همراه با استدلال و استنتاج‌های مرتب و منطقی نبوده است. بلکه عموماً شروع کار با یک ایدهٔ شهودی، غیررسمی و واقعی همراه بوده است.

لاکاتوش (۱۹۷۶) به طور خاص، این مطلب را مورد توجه قرار می‌دهد. «او ریاضی را یک فعالیت و پژوهش انسانی می‌داند که مانند همهٔ فعالیت‌های انسان می‌تواند خطاپذیر و اصلاح‌پذیر باشد. بنابراین هم به پشت صحنه و هم به جلوی صحنهٔ آن، اهمیت می‌دهد، با این تأکید که پشت صحنهٔ ریاضی را محور قرار می‌دهد. بر همین اساس فلسفهٔ خود را «فلسفهٔ نیمه تجربی ریاضیات» می‌نامد. می‌توان گفت که در این دیدگاه، ریاضیات محصول همهٔ ابزارها و توانایی‌های شناختی انسان است ... [در این دیدگاه] نقش ریاضیات غیررسمی و شهودی و کامل نشده در آموزش بسیار پررنگ است.» [۲]

بنابراین ریاضی‌دانان، اغلب شهود خود را برای خلق مطالب جدید ریاضی به کار می‌گیرند؛ بدین وسیله طرح و مسیر کلی کار را برای خود مشخص می‌کنند و در نهایت مطلب را در قالب‌های

صوری، اصل موضوعی، مجرد و استنتاجی بررسی و ارایه می‌کنند، به صورتی که در جامعهٔ ریاضی قابل قبول باشد.

این جا است که برخی اساساً ریاضیات را یک شکل تخصصی شدهٔ عقل سلیم در نظر می‌گیرند.

البته «ریاضیات نباید با عقل سلیم اشتباه گرفته شود یا همان فرض شود. اگر عقل سلیم بخواهد به ریاضی خالص تبدیل شود، باید نظام وار شده و سازمان‌دهی شود و اگر لازم باشد، صوری گردد.» [۱]

هم‌چنین با کمی دقت، در می‌یابیم که در نظام‌های اصل موضوعی[۸]، اغلب اصول مبتنی بر شهود و عقل سلیم مورد پذیرش قرار می‌گیرند. از طرف دیگر در مواردی، برخی از مفاهیم و یا احکام ریاضی از آن جا که کاملاً شهودی و مبرهن بوده‌اند، قرن‌های متمادی بدون آن‌که برای آن‌ها تعریف یا اثباتی بشود و یا در مورد آن‌ها توضیح و تبیینی صورت بگیرد، توسط ریاضی دانان استفاده می‌شده‌اند. به عنوان نمونه، در هندسه، مفاهیم «واقع بودن یک نقطه بر یک خط» و «قرار داشتن یک نقطه بین دو نقطهٔ دیگر» را در نظر بگیرد.

«خواص رابطهٔ نقطه‌ی A بر روی یک خط راست، بین نقاط B و C واقع شده» بدون اقامه‌ی هیچ برهانی توسط اقلیدس استفاده می‌شد؛ تا این که سرانجام در قرن ۱۹، موریس پاش، اصول ترتیب[۹] را معرفی کرد که این رابطه را توصیف می‌کرد. با این حال، قبل از آن، همهٔ ریاضی‌دانان به گونه‌ای یکسان از آن استفاده می‌کردند.» [۵]

در تاریخ ریاضیات، شاهد ظهور نمونه هایی از نظریه های موجه و درست ریاضی هستیم که چون نو و بدیع بوده و در ابتدا با شهود برخی از ریاضی دانان، هم خوانی نداشته است، آنان در قبول این نظریات، واکنش و مقاومت نشان می‌داده‌اند. یکی از مشهورترین نمونه‌ها، کشف هندسهٔ نااقلیدسی[۱۰] بود: وقتی یانوش بویویی به کشف این هندسه نایل شد، پدرش با شوق فراوان نسخه‌ای از اکتشاف وی را برای دوستش گاوس[۱۱] که بزرگ‌ترین ریاضی دان آن عصر بود فرستاد. گاوس در جواب نامهٔ او ادعا کرد که سال‌هاست به چنین اکتشافی دست یافته است ولی قصد داشته، تا وقتی زنده است اجازه ندهد کسی از آن با خبر شود زیرا بسیاری، بینش لازم برای درک نتایج کارهای او را ندارند. جای شگفتی است که گاوس، با وجود شهرت عظیمش از علنی ساختن این کشف عملاً بیمناک بوده است. در ۱۸۲۹ به بسل[۱۲] می‌نویسد که برای منتشر کردن آثار انقلابیش از «زوزهٔ بوئسیائی‌ها» [قبیله‌ای که به طور سنتی بذله گوهای کودن در نظر گرفته می‌شده‌اند] وحشت دارد. پس از معرفی هندسهٔ نااقلیدسی، بسیاری از ریاضی دانان به مسخره کردن و مخالفت با آن پرداختند؛ زیرا با تصوری که از خط و نقطه داشتند، این که «از یک نقطه بیرون خط مفروض، بیش از یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد» بر شهود و عقل سلیم آن‌ها منطبق نبود. سال‌ها طول کشید تا با ارایهٔ مدل‌هایی که هندسهٔ نااقلیدسی در آن‌ها صادق بوده و درک شهودی خوبی از درستی اصول موضوع این هندسه ارایه می‌کنند، درک و پذیرفته شد و مخالفت‌ها کم کم پایان گرفت. نمونه‌های متعدد دیگری نیز در این رابطه وجود دارند مثلاً فرند (۱۷۹۶)، ریاضی دانی اهل کمبریج، یک کتاب درسی جبر تألیف کرد که در آن از به کارگیری اعداد منفی، اجتناب ورزید. [زیرا پذیرفتن این که ضرب دو عدد منفی در یکدیگر حاصل مثبت دارد، برایش ممکن نبود!]» [۱] از مطالب مذکور نتیجه گرفته می‌شود که نباید توقع داشت دانش‌آموزان، موضوعات ریاضی را قبل از همراه شدن آن‌ها با شهود و عقل سلیم شان بپذیرند و با میل و علاقه آن‌ها را به کار گیرند. در جایی که ریاضی دانان آن گونه عمل می‌کنند، تکلیف دانش‌آموزان مشخص است!

باید آموزش (خصوصاً در شروع بحث) با مثال‌های راه گشای شهودی و محسوس قرین باشد. به قول هاوسون (۱۹۹۶)، «اگر یونانی ها (در مورد اعداد گنگ) و ریاضی دان‌هایی مانند «فرند»، «لازارکارنوت»(اعداد منفی) و «دوبویزرایموند» (نظریهٔ مجموعه‌ها)، در پذیرش این ایده‌های جدید که با دیدگاه‌های «عقل سلیم» آن‌ها در تضاد بود مشکل داشتند، نباید از این که دانش‌آموزانمان هم [با آن ایده‌ها] مشکل دارند، متعجب شویم.» [۱]

چه بسیار مثال‌ها و شواهد شهودی‌ای که مطرح کردن آن‌ها برای دانش‌آموزان، شاید چند دقیقه بیش‌تر وقت نگیرد، ولی کارایی آن‌ها در ایجاد درک و فهم مطلوب از ساعت‌ها تدریس انتزاعی، افزون‌تر است. [مانند مثال استقرا که در مقدمه ذکر شد].

و اما، در مورد ارتباط شهود و اثبات (ریاضی) به دو نکته اشاره می‌کنیم:

اول این که، اثبات ریاضی دارای درجات دقت متفاوت است. از دانش‌آموزان در مقاطع تحصیلی مختلف و دارای سطح تفکر متفاوت، توقع نداریم که همگی برای اثبات یک مطلب به

ابزار مشابه و راه‌حل‌های (با دقت) یکسان متوسل شوند.

برای مثال، برای اثبات این که به ازای هردوعددطبیعی m و n

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

اگر دانش‌آموز دبیرستانی، برهان زیر را (که تا حدودی شهودی است) بیان کند، برای ما قابل قبول است:

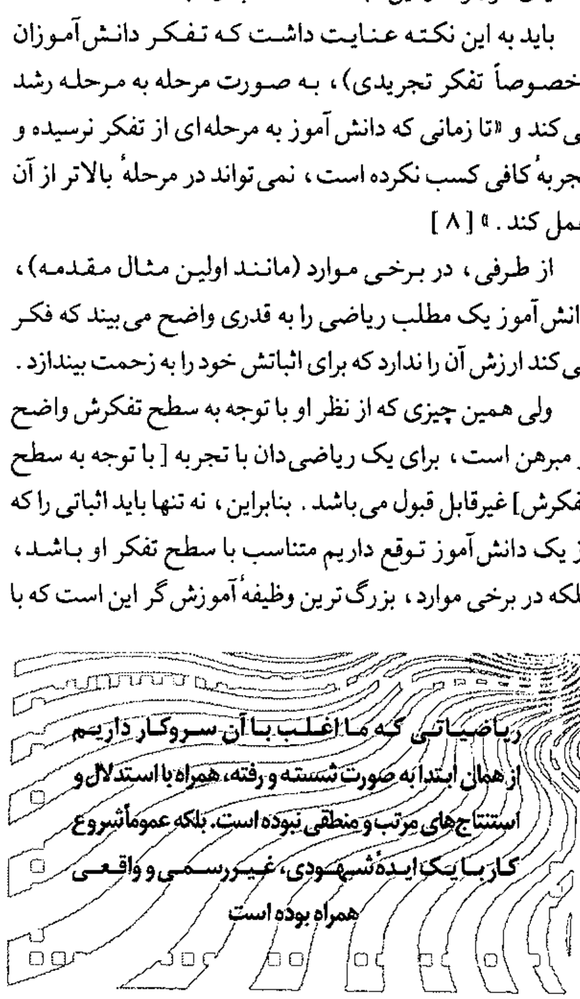
$$\left.\begin{array}{l} a^m = \underbrace{a\times\ldots\times a}_{\text{مرتبه } m} \\ a^n = \underbrace{a\times\ldots\times a}_{\text{مرتبه } n} \end{array}\right. \Rightarrow a^m \times a^n = \overbrace{\underbrace{a\times\ldots\times a}_{\text{مرتبه } m} \times \underbrace{a\times\ldots\times a}_{\text{مرتبه } n}}^{\text{مرتبه } (m+n)} = a^{m+n}$$

اما از یک دانشجوی رشتهٔ ریاضی که توان را به عنوان وارون تابع لگاریتم می‌شناسد، انتظار می‌رود تا با استفاده از قوانین و قضایای موجود در این مباحث، مطلب را اثبات کند.

باید به این نکته عنایت داشت که تفکر دانش‌آموزان (خصوصاً تفکر تجریدی)، به صورت مرحله به مرحله رشد می‌کند و «تا زمانی که دانش‌آموز به مرحله‌ای از تفکر نرسیده و تجربهٔ کافی کسب نکرده است، نمی‌تواند در مرحلهٔ بالاتر از آن عمل کند.» [۸]

از طرفی، در برخی موارد (مانند اولین مثال مقدمه)، دانش‌آموز یک مطلب ریاضی را به قدری واضح می‌بیند که فکر می‌کند ارزش آن را ندارد که برای اثباتش خود را به زحمت بیندازد.

ولی همین چیزی که از نظر او با توجه به سطح تفکرش واضح و مبرهن است، برای یک ریاضی‌دان با تجربه [با توجه به سطح تفکرش] غیرقابل قبول می‌باشد. بنابراین، نه تنها باید اثباتی را که از یک دانش‌آموز توقع داریم متناسب با سطح تفکر او باشد، بلکه در برخی موارد، بزرگ‌ترین وظیفهٔ آموزش‌گر این است که با به کار بردن برخی راه‌کارها، کاری کند تا دانش‌آموز لزوم ارایهٔ یک استدلال استنتاجی را بپذیرد.



نکتهٔ دوم این که، حتی ریاضی‌دانان نیز عموماً قبل از این که اثباتی دقیق، انتزاعی و کامل برای یک مطلب ارایه دهند، با آزمون و خطا، راه‌های مختلف را بررسی می‌کنند و اغلب ابتدا در یک رویکرد شهودی و غیردقیق، طرح کلی اثبات را می‌ریزند و سپس برای ارایهٔ اثبات دقیق، سعی می‌کنند. لذا طی مراحل یک اثبات، اغلب نخستین پله، شهود و استدلال شهودی است که شخص را به طور نسبی از موجه بودن راهی که می‌خواهد طی کند، مطمئن می‌سازد و عامل حرکت به سوی اثبات استنتاجی می‌شود. به قول فرودنتال (۱۹۸۱)، «هیچ کس نمی‌خواهد برای اثبات چیزی تلاش کند، مگر آن که بداند آن چیز درست است؛ قبل از اثبات، با شهود خودش درستی آن را می‌داند و پس از آن با بازتاب بر شهودش آن را اثبات می‌کند.» [۴]

با توجه به آن‌چه که بیان شد، ممکن است در مواردی نیاز به اثبات استنتاجی و دقیق در سر کلاس درس نباشد. «نقش اثبات در کلاس درس همانند نقش آن در پژوهش ریاضی نیست. در پژوهش ریاضی، اثبات برای متقاعد کردن و رسمیت بخشیدن به یک ایده است. در صورتی که در کلاس درس، اثبات برای توضیح دادن، روشن کردن یک مفهوم یا حکم مورد نیاز است... در کلاس، اثبات به مفهوم منطق صوری نیست. اثبات‌های غیررسمی، غیرصوری، یا نیمه صوری با زبان طبیعی (معمولی) ارایه می‌شود و می‌توانند در درون خود، زیر اثبات‌های صوری یا محاسباتی را به کار گیرند.» [۲]

پس، در کلاس درس، اثبات در صورتی مفید است که موجب ارتقای فهم و درک یک مفهوم یا مطلب ریاضی شود و در بسیاری اوقات، درک شهودی ـ یعنی قانع شدن واقعی به درستی یک قضیه بدون توسل به تعاریف رسمی و وارسی مکانیکی ـ کافی است.

معلمان باید بدانند که «استخراج مفاهیم درست از وضعیت‌های ملموس و محسوس، تعمیم از حالات مشهود، استدلال استقرایی، استدلال از طریق تمثیل و زمینه‌های شهودی... همگی سبک و طریقهٔ ریاضی گونهٔ تفکر است.» [۳]

بنابراین، یکی از وظایف آموزش‌گران ریاضی «توسعهٔ شهود و عقل سلیم» در دانش‌آموزان است. این امر باعث تقویت درک ریاضی، توانایی مدل سازی و پیش گویی ریاضی می‌شود و به دانش‌آموزان در فراگیری معنادار ریاضی کمک می‌کند. در بسیاری از مواقع، معلمان ـ که نسبت به

دانش‌آموزان، شهود توسعه یافته‌تری در مورد مطالب ریاضی دارند ـ در ذهن خود برای حل یک مسأله و یا تأیید یا رد یک حکم، از برخی راه‌های موجه شهودی استفاده کرده و خیلی سریع به جواب می‌رسند، ولی از بیان آن‌ها برای دانش‌آموزان خودداری نموده و تنها استدلال استنتاجی را برایشان شرح می‌دهند و دانش‌آموز همواره در حسرت دانستن راه‌حلی که معلم را سریع و راحت به جواب رسانید، می‌ماند. هرش[17] (۱۹۹۸) می‌گوید: «معلم فکر می‌کند که جهان ریاضیات را که جهان دیگری است، می‌شناسد (می‌بیند). دانش‌آموز متقاعد شده است که معلم او واقعاً جهان ریاضیات را می‌بیند ولی راهی وجود ندارد که دانش‌آموز باور کند او نیز به دیدن جهان ریاضی نزدیک شده است!» [۲]

لذا توسعهٔ شهود و عقل سلیم باید در تمامی دوره‌های تحصیلی در برنامهٔ کاری آموزش‌گران قرار داشته باشد.

نکتهٔ مهمی که در خاتمهٔ این بخش باید مورد عنایت قرار گیرد، این است که در استفاده از شهود، همان طور که نباید تفریط کرد، باید مراقب افراط نیز بود.

باید عنایت داشت که در بسیاری از موارد، هدف نهایی، رسیدن به ریاضی دقیق است.

دانش‌آموز باید بداند که در انجام ریاضی و حل مسایل آن چه موقع و تا چه اندازه، از شهود استفاده کند. باید بداند که شهود، محل توقف نیست، بلکه سرای گذر برای رسیدن به ریاضیات دقیق و استنتاجی است. بنابراین می‌بایست تا جایی که ممکن است مطالبی را که از نظر شهودی درست می‌داند، در بوتهٔ امتحان استنتاجی نیز قرار دهد.

هم‌چنین اگر مطلبی از نظر شهودی برای او موجه نبود، قبل از اطمینان کامل، حکم به رد آن صادر نکند. همان طور که پیش از این نیز اشاره کردیم، هاوسون (۱۹۹۶) می‌گوید: «ریاضیات نباید با عقل سلیم اشتباه گرفته شده و یا همان فرض شود. اگر عقل سلیم بخواهد به ریاضی خالص تبدیل شود، باید نظام‌وار شده و سازمان‌دهی شود و اگر لازم باشد، صوری گردد. استدلال‌ها باید براساس چیزی بیش از منطق ابتدایی و استدلال استنتاجی بنا شوند تا عقل سلیم را پشتیبانی کنند.» [۱]

مثال مقدمه، دربارهٔ تابعی که تنها در یک نقطه پیوسته است، مؤید این بحث می‌باشد. نمونهٔ دیگر، «وجود تابعی که در همهٔ نقاط دامنه‌اش پیوسته بوده، ولی در هیچ نقطه‌ای از آن مشتق‌پذیر نباشد» است. چنین چیزی شاید با شهود کمتر کسی سازگار باشد، ولی وایرشتراس تابع:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}\cos\left(3^n x\right)$$

را با این ویژگی معرفی کرد.

دانش‌آموز باید بداند که در انجام ریاضی و حل مسایل آن چه موقع و تا چه اندازه، از شهود استفاده کند. باید بداند که شهود، محل توقف نیست، بلکه سرای گذر برای رسیدن به ریاضیات دقیق و استنتاجی است

پس باید دانش‌آموزان تا حد امکان به مرز شهود با دقت، انتزاع و تجرید [که البته مرزی مخدوش و ناواضح است] آگاه باشند و سعی کنند با شهود شروع کرده و سپس با گذر از این مرز به ریاضی دقیق برسند. فرودنتال (۱۹۸۱) بیان می‌کند: «بیش‌تر کسانی که ضرب در ۱۰۰ را بلد هستند (۲ صفر جلوی عدد طبیعی) نمی‌دانند که چرا این قانون را به کار می‌برند. بسیاری از کودکان قبل از رفتن به مدرسه این کار را بلد هستند. به همین جهت به جای یاد داد قوانین به کودکان، باید به آن‌ها یاد داد که راجع به شهودشان جدل کنند و بر آن‌چه که بدیهی به نظر می‌رسد، بازتاب داشته باشند و تأمل کنند.» [۴]

مثال شهودی زیر (!) شاید این رابطه را بهتر مشخص کند:

« "شهود" عشقی است که باعث جلب توجه ما به یکدیگر می‌شود و "دقت" قانونی است که ما را در قالب ازدواج هم بسته می‌کند. اما به خاطر داشته باشید که این، ابتدا قانون نیست که یک زوج مناسب را به بار می‌آورد ـ ابتدا عشق می‌آید و پشت سر آن ازدواج.

لذا دقت، زبان اولین دیدار در اولین دوست داشتن نیست؛ آن، کاملاً متعلق به شهود است ـ که تقریباً به عنوان عشقی که ما می‌شناسیم، گیج کننده، تأیید نشده، درونی و برخی اوقات اشتباه خواهد بود. آن [شهود] در پی فهمیدن همه‌چیز است، حتی وقتی که دانسته‌هایش اندک باشد و در اشتیاق و انرژی‌اش بی‌نظیر است. با این حال تنها در دقت ممکن است [عشق]

شکل کاملاً زیبایش را به خود بگیرد. این تنها در ازدواج است که ایده‌ها کاملاً فهمیده و پذیرفته می‌شوند و باعث به وجود آوردن (زایش) ایده‌های نو و کودک می‌شود، ...» [۹]

جمع‌بندی

شهود و عقل سلیم به عنوان عوامل تأثیرگذار در ایجاد ریاضیات، باید در زمینهٔ آموزش و بیان آن نیز مورد عنایت آموزشگران ریاضی قرار گیرند. هدف ریاضیات و دقت موجود در آن به هیچ عنوان نفی شهود و تفکر شهودی نیست، بلکه به گفتهٔ بچلارد:

«دقت، فقط از اصلاح ریشه‌ای شهود حاصل می‌شود.»

تجارب آموزشی نشان می‌دهند که وقتی مطالب و مفاهیم ریاضی در یک بستر مناسب شهودی بر دانش‌آموزان عرضه شوند، برای آن‌ها قابل فهم‌تر هستند و فرایند معناسازی ریاضی، به صورت مطلوب‌تری انجام می‌پذیرد.

«قبل از فهم ریاضی صوری باید تجربیات غنی دست‌ورزی وجود داشته باشد تا از طریق آن‌ها، مفاهیم و روابط در یک سطح شهودی فهمیده [و درک] شوند. ریاضی به عنوان یک دیسیپلین و یک ساختار صوری، باید بر مبنای تجربیات عینی محکم و متقن ساخته شود.» [۱۰]

غفلت از این موضوع، در برخی از مقاطع تاریخی آموزش ریاضی، عدم موفقیت‌های بزرگی را به بار آورده است. بنابراین، نه تنها نباید شهود را مهجور قرار داد، بلکه می‌بایست به توسعه و ارتقای آن در دانش‌آموزان پرداخت.

از طرفی باید محدودهٔ استفاده از شهود را شناخت و متوجه بود که شهود، مکان مناسبی برای توقف نیست، بلکه سرای گذر برای رسیدن به ریاضیات دقیق و استدلال استنتاجی است که در جهان ریاضی معتبر و پذیرفتنی می‌باشد. لذا دانش‌آموز باید قادر باشد در هر مرحله ـ با توجه به سطح تفکرش ـ آن چه را که به طور شهودی درک می‌کند، با زبان ریاضی بیان کند.

حال، این معلم است که باید اولاً خود، نسبت به مسایلی که طرح شد آگاهی کافی داشته باشد و ثانیاً به دانش‌آموزان کمک کند تا آنان نیز ذهنیت و عملکرد صحیحی در این حیطه پیدا کنند.

به این امید که، با بررسی و درک تعادل و تعامل بین شهود و ریاضیات صوری، و حفظ این تعادل، آموزش مفیدتر، لذت‌بخش‌تر و با معناتری برای دانش‌آموزان خود فراهم آوریم.

زیرنویس‌ها

1. Advanced Learners 2003,
2. Precision,
3. Intuitive,
4. Visual,
5. Common Sense,
6. Route Learning,
7. Meaningful Learning,
8. Axiomatic,
9. Order,
10. Noneuclidean
11. Gauss,
12. Bessel.

منابع

[۱] هاوسون، جفری؛ ریاضیات و عقل سلیم؛ ترجمهٔ زهرا گویا؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۸، صص ۴ تا ۱۲.

[۲] حاجی بابایی، جواد؛ نقش فلسفه‌های ریاضی در برنامه‌ریزی درسی؛ وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامهٔ درسی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی؛ ۱۳۷۷.

[۳] حاجی بابایی، جواد؛ در باب برنامهٔ درسی ریاضیات دبیرستان؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۴۶، صص ۲ تا ۸.

[۴] فرودنتال، هانس؛ مسایل تحقیقی آموزش ریاضی؛ ترجمهٔ زهرا گویا؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۶۵، صص ۵ تا ۱۱.

[۵] Intuition and Axioms (Platonism, Intuition and the Nature of Mathematics Part2. By K.Ponieks)

[۶] گرینبرگ، ماروین. جی؛ هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی؛ ترجمهٔ محمد هادی شفیعیها؛ مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳؟.

[۷] گویا، زهرا: فرایند یاددهی ـ یادگیری در قرن جدید؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۷۰، صص ۴ تا ۱۲.

[۸] فن درملون، یوپ؛ یادگیری اقامهٔ برهان در ریاضی؛ ترجمهٔ احمد شاهورانی؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۳، صص ۵ تا ۹.

[۹] Code happy.net: Rigor and Intuition in Mathematics

[۱۰] روبیتال، دیوید؛ دیرکز، مایکل؛ مدل‌هایی برای برنامه‌ریزی درسی ریاضی؛ ترجمهٔ زهرا گویا و محمد رضا فدائی؛ رشد آموزش ریاضی، شماره‌های ۵۶ و ۵۷، صص ۴ تا ۲۲ و صص ۴ تا ۱۸.

[۱۱] بیشاپ، آلن. جی؛ رابطهٔ بین آموزش ریاضی و فرهنگ؛ ترجمهٔ روح‌الله جهانی پور و زهرا گویا؛ رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۰، صص ۳ تا ۱۱.

رفتارگرایی و طرح درس در بوتهٔ نقد

مقالهٔ ارایه شده به هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران
سنندج ـ شهریور ۱۳۸۳

نویسنده: رضا حیدری قزلجه

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و دبیر ریاضی دبیرستان‌های قم

چکیده

از انقلاب صنعتی به بعد، تمایل روز افزونی برای کنترل معلم وجود داشت. در آموزش، نگاه به انسان؛ به صورت نگاه به ماشین بود و انتظار می‌رفت که معلم، ماشین تدریس باشد. طرح درس برای کنترل معلم بود. کنترل به معنای متداول در جامعهٔ صنعتی و سرمایه‌داری که طبق برنامهٔ زمان‌بندی شدهٔ مشخص، باید کارهای معلم چک می‌شد. همانند یک سرکارگر که در کارخانه از روی چک‌لیست مورد نظر، کارهای انجام‌شده توسط هریک از کارگرها را کنترل می‌کند. لذا، قطعات تدریس مشخص شده؛ سطح انتظارات تعریف می‌شد و معلمان به دنبال آن بودند که دانش‌آموز به سطح مطلوبی از چیرگی برسد و برای رساندن او به سطح مورد نظر از انتظارات، از تکرار و تمرین، کلاس‌های جبرانی، کتاب‌های کمک‌درسی، تشویق و تنبیه،... استفاده می‌شد (بدون توجه به مؤلفه‌هایی مانند تفاوت‌های فردی و غیره).

برای آن‌که وقت تلف نشود، معلم طرح درس می‌نوشت و در آن، همه چیز را پیش‌بینی می‌کرد؛ حتی سلام و احوال‌پرسی را. به این ترتیب، ارزیاب بیرونی راحت‌تر می‌توانست معلم را کنترل کند. اما نوشتن اهداف رفتاری مرسوم در طرح درس‌ها، معمولاً مصنوعی بود و از نگاه ساده انگارانه به حرفهٔ معلمی ناشی می‌شد، چون معلمان عموماً عادت ندارند طبق برنامهٔ بدون انعطاف، درس بدهند. آن‌ها دوست دارند یادگیرنده را نیز به‌حساب بیاورند. یعنی به‌جای آن‌که ماشین تدریس باشند، طبق یک فرایند پویا و انعطاف‌پذیر، تدریس کنند.

با عنایت به این‌که نظام‌های آموزشی دنیا عموماً تحت سیطرهٔ دیدگاه رفتارگرایی قرار داشته و هنوز هم بوی هدف‌های رفتاری، از اکثر کتاب‌های درسی به مشام می‌رسد، این مقاله ضمن تشریح دیدگاه رفتارگرایی در آموزش و بحث دربارهٔ زمینه‌های پیدایش و تکامل آن، این دیدگاه را، به همراه طرح درس که محصول چنین دیدگاهی است، مورد نقد قرار می‌دهد. در انتها، به اختصار، به دیدگاه ساخت و سازگرایی که در نقطهٔ مقابل رفتارگرایی قرار دارد، پرداخته خواهد شد.

مقدمه

از نیم‌سال دوم دورهٔ کارشناسی دبیری ریاضی در دانشگاه تربیت معلم تهران، که درس «کلیات روش‌ها و فنون تدریس» را انتخاب کردم، تا پایان این دوره، که حدود ۲۲ واحد دروس تربیتی را با نمرات خوب گذراندم، به طور مداوم دیدگاه رفتارگرایی[1] به‌عنوان تنها دیدگاه، به صورت‌های مختلف در تمام این دروس ارایه می‌شد. به ویژه تأکید بسیاری بر نوشتن طرح درس[2] سالانه و روزانه با آن قالب‌های خشک وجود داشت.

اما با وجود این حجم از دروس و تأکیدات ویژه، من نیز همانند بسیاری از همکارانم، در مقابل نوشتن طرح درس مقاومت می‌کردم و آن را مصنوعی می‌پنداشتم. اما پشتوانهٔ نظری محکمی در رد آن نداشتم. تا این که با شروع دورهٔ کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در دانشگاه شهید بهشتی و آشنایی با دیدگاه‌های مختلف در حوزهٔ آموزش که بعضاً در نقطهٔ مقابل رفتارگرایی قرار دارند، تا حدودی دلایل پنهان این مقاومت بر من روشن شد که سعی می‌کنم در این مقاله، به برخی از آن‌ها، بپردازم.

دربارهٔ فرایند یادگیری چه می‌دانیم؟

فکر و روان انسان، یک معماست. چرا برخی افراد مطالب را به خوبی یاد می‌گیرند و به خاطر می‌سپارند و برخی دیگر، آن‌ها

را فراموش می‌کنند؟ چرا و چگونه احساسات و هیجان‌ها بر رفتار ریاضی دانش‌آموزان اثر می‌گذارد؟ عمل یادگیری چگونه صورت می‌پذیرد؟ چرا سرعت یادگیری افراد، متفاوت است؟

واقعیت علمی این است که ما از چگونگی عملکرد مغزی و فرایندهای ذهنی و شناختی خود، اطلاع چندانی نداریم؛ چه رسد به آن‌چه که در ذهن و اندیشهٔ دیگران و مخاطبانمان می‌گذرد. بنابراین، این پرسش مهم و راهبردی مطرح می‌شود که با این درک ناچیز از فرایند ذهنی خود و دیگران، چگونه می‌توانیم مدعی باشیم که به عنوان یک معلم ریاضی، دیگران را کمک می‌کنیم تا قابلیت‌ها و ظرفیت‌های مغزی خود را برای فهم معنادار مباحث ریاضی به گونه‌ای مؤثر به کار گیرند و با ریاضیات آشتی کنند؟ (علم‌الهدی، ۱۳۸۱، [۳]، نقل به مضمون/ ص ۲۸). و لذا شاهد این هستیم که بسیاری از فارغ‌التحصیلان متوسطه، مطمئن‌ترین چیزی که از ریاضی یاد می‌گیرند، آن است که ریاضی را یاد نگرفته‌اند!

دیدگاه‌های تاریخی

سقراط (۳۹۹ـ۴۶۹ ق م)، ضمن محاوره با شاگردانش، منطق را تبیین کرد. شاگرد او افلاطون (۳۴۷ـ۴۲۷ ق م)، تمام این محاوره‌ها را جمع‌آوری نمود. افلاطون معتقد بود مفاهیم ریاضی موجودند؛ و ما آن‌ها را کشف می‌کنیم. براساس نظر افلاطون، «روح انسان پیش از آن‌که به هنگام تولد در بدن او جا گیرد، در [دنیای] دانش خالص و کامل مسکن داشته است و بنابراین، همهٔ ارواح آدمیان، پیش از قرار گرفتن در بدن، همه‌چیز را می‌دانسته‌اند و پس از تولد، تمامی دانش آدمی یادآوری تجاربی است که روح [او] در آسمانی که «فراسوی آسمان‌ها است» داشته است.» ([۲]، ص ۱۲).

ارسطو (۳۲۲ـ۳۸۴ ق م)، که ابتدا تعلیمات استادش افلاطون را دقیقاً می‌پذیرفت، بعدها به مخالفت با او برخاست. ارسطو برخلاف افلاطون، تجربه‌ها و اطلاعات حسی را اساس همهٔ دانش‌ها می‌دانست و عقیده داشت که پس از این تأثیرات حسی است که ذهن باید با تعمق در آن‌ها، قانونمندی‌های موجود را کشف کند. ارسطو معتقد بود هرکس حسی را از دست بدهد، از نیل به دانش مربوط به آن حس نیز، محروم خواهد شد.

بعد از ارسطو، توسعهٔ علوم تجربی متوقف شد و تا مدت‌های طولانی و به‌ویژه پس از ظهور مسیحیت، افکار افلاطون رواج داشت. این افکار، انسان را از قوانین معمول طبیعت مستثنی می‌شمردند که نتیجهٔ آن عدم انجام پژوهش‌های علمی دربارهٔ انسان و عدم شکوفایی علم روان‌شناسی بود. در آن دوران، تعصبات کلیسایی بر اروپا حاکم بود تا این‌که کشف مجدد آثار ارسطو و مخالفت با ضدیت کلیسا با تجربه‌گرایی، موجب شکوفایی مجدد پژوهش دربارهٔ انسان و روان‌شناسی شد. ([۲])

در قرون وسطی که اروپا در تاریکی مطلق علمی به سر می‌برد، در جهان اسلام بیش‌ترین فعالیت‌های علمی و از جمله پژوهش‌های ریاضی در جریان بود. ریاضیات اسلامی، به دیدگاه افلاطونی اعتقاد نداشت و آن جزمیت را برای ریاضی در نظر نمی‌گرفت و ریاضیات آن دوران، براساس نیازهای کاربردی رشد کرد.

به طور کلی، در قرون وسطی، استناد به آرای گذشتگان، جهان‌بینی غالب بود که این ایده، به جامعه اجازهٔ رشد نمی‌داد. با این حال، در رنسانس، افرادی مانند جان لاک (۱۷۰۴ـ۱۶۳۲ م) ظهور کردند. لاک معتقد بود که باید گذشته را کنار گذاشت و برخلاف دانشمندان فطرت‌گرا[۳]، **ذهن را لوح سفیدی می‌دانست** که می‌توان آن را به هر شکلی پرورش داد. این دیدگاه فلسفی، در زمان خود، موجب رشد علمی اروپا شد و گامی به جلو محسوب می‌شد. اما در ادامهٔ جریان تکاملی خویش، این دیدگاه، باید تغییر می‌کرد. پس از آن مکاتب مختلف روان‌شناسی مانند **اراده‌گرایی**[۴]، **ساخت‌گرایی**[۵] و **کارکردگرایی**[۶] ظهور کردند که کارکردگرایان، تحت تأثیر نظریهٔ تکامل داروین قرار داشتند و به روان‌شناسی کاربردی علاقه‌مند بودند.

رفتارگرایی

ریشه‌های رفتارگرایی به دیدگاه فلسفی افرادی مانند جان لاک برمی‌گردد که ذهن را لوح سفیدی می‌دانست که می‌توان آن را به هر شکلی درآورد. اما مکتب رفتارگرایی به‌طور رسمی، در سال ۱۹۱۳ با سخنرانی معروف واتسون (۱۹۵۸ـ۱۸۷۸ م) بنیان‌گذاری شد. او که در آن زمان در زمینهٔ رفتار حیوانات مطالعه می‌کرد، اظهار داشت: «روان‌شناسی از دیدگاه یک رفتارگرا، یک شاخهٔ کاملاً دقیق تجربی[۷] از علوم طبیعی[۸] است. هدف نظری آن، پیش‌گویی و کنترل رفتار است. رفتارگرا، در تلاش‌هایش برای دست‌یابی به طرحی یکسان از پاسخ‌های حیوانات، هیچ خطی برای جداسازی انسان از حیوانات نمی‌کشد.» (واتسون، ۱۹۱۳، برگرفته از [۲]، ص ۱۳).

رفتارگرایی علم رفتار است، و رفتار به معنی پاسخ[۹]

«روان‌شناسی از دیدگاه یک رفتارگرا، یک شاخهٔ کاملاً دقیق تجربی از علوم طبیعی است. هدف نظری آن، پیش‌گویی و کنترل رفتار است. رفتارگرا، در تلاش‌هایش برای دست‌یابی به طرحی یکسان از پاسخ‌های حیوانات، هیچ خطی برای جداسازی انسان از حیوانات نمی‌کشد.»
(واتسون، ۱۹۱۳)

سازمان‌یافتهٔ موجود زنده به محرک[10] است. اصولاً آموزشگران رفتارگرا به شدت به این نکته معتقدند که جهان علم، مجموعه‌ای از محرک‌ها و پاسخ‌ها است که در نتیجهٔ **انطباق رفتاری** بین محرک و تقویت‌کننده‌های مناسب، یادگیری و ادراک اتفاق می‌افتد. آن‌ها معتقدند که معلمان، باید پاسخ‌های مناسب فراگیران را در موقعیت‌های مناسب تقویت کنند تا این رفتارهای مطلوب، بخشی از **رفتار خودبه‌خودی** دانش‌آموزان شود ([۱]، صص ۶۴ و ۶۵).

اسکینر[11] (۱۹۰۴ـ ۱۹۹۰) که یکی از سرشناس‌ترین روان‌شناسان رفتارگرا محسوب می‌شود، ابداع کنندهٔ «یادگیری برنامه‌ای»[12] و «ماشین تدریس»[13] بود. ویژگی‌های یادگیری برنامه‌ای عبارت بودند از: گام‌های کوچک، پاسخ‌دهی آشکار، بازخورد فوری و سرعت تعریف‌شده برای هر شخص. مهم‌ترین تحولی که پس از ظهور رفتارگرایی در روان‌شناسی رخ داد، تبدیل روان‌شناسی به علمی دقیق، عینی و قابل مشاهده و اندازه‌گیری همانند فیزیک و شیمی بود.

بعد از رواج رفتارگرایی در آمریکا، گسترش رفتارگرایی در کل جهان به دو دلیل، قابل پیش‌بینی بود. اول این‌که نظام آموزشی آمریکا، به عنوان یک نظام پیشرفته تلقی می‌شد و کشورهای دیگر، از آن الگو می‌گرفتند. دوم این‌که این کشور یکی از مهم‌ترین حامیان برنامه‌های کمک‌های بین‌المللی تحت عنوان مشاورهٔ آموزشی در کشورهای در حال توسعه بود و در نظام‌های آموزشی این کشورها، نفوذ فراوانی داشت که به طور نمونه، می‌توان به فعالیت‌های تیلور[14] (۱۹۳۰) به عنوان مشاور نظام‌های آموزشی در کشورهای تایلند، چین، تانزانیا و فلسطین اشغالی اشاره کرد. وی حتی پس از بازنشستگی، در بسیاری از کشورها به ارایهٔ خدمات مشاوره‌ای ادامه داد و کتاب معروف تیلور به نام «قوانین پایه در برنامهٔ درسی و آموزشی»[15]، به بیش از ۲۵ زبان مختلف ترجمه شده است. (نقل به مضمون از [۱]، ص ۶۵).

طرح درس

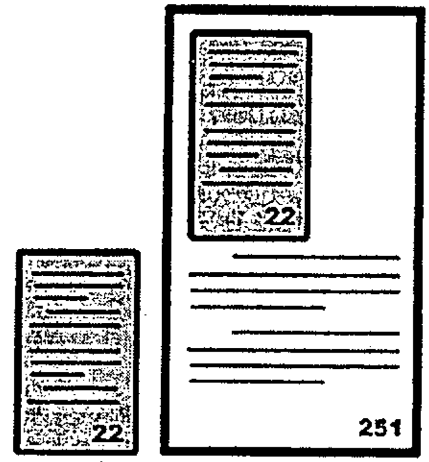
در رویکرد رفتارگرایی به آموزش، معمولاً برای یک برنامهٔ درسی مؤلفه‌هایی در نظر گرفته می‌شد که عبارت بودند از: انتخاب هدف‌ها، تقسیم‌بندی هدف‌ها از کلی به جزئی و طبقه‌بندی هدف‌های رفتاری[16] در حیطه‌های مختلف. همچنین، عناصری مثل محتوا، روش، مواد و وسایل آموزشی و ارزشیابی، قابل ذکر هستند که یکی از مشهورترین طبقه‌بندی‌های اهداف رفتاری را بنجامین بلوم و همکاران، در سال ۱۹۵۶ ارایه کردند. در این طبقه‌بندی، هدف‌های رفتاری به سه حیطهٔ شناختی[17]، عاطفی[18] و روانی‌ـ حرکتی[19] تقسیم شد و برای هریک از حیطه‌های سه‌گانه، طبقات مختلفی در نظر گرفته شد، و طرح درس، با توجه به هدف‌های رفتاری در این سه حیطه، تعریف شد.

معمولاً، طرح درس چنین تعریف می‌شد: «آن‌چه که مجموعه عناصر برنامهٔ درسی را با یکدیگر مرتبط می‌سازد تا این مجموعه، آمادهٔ بهره‌گیری شود.» ([۶]، ص ۳۶۸). انواع طرح درس از نقطه‌نظر شکل و قالب (مثل موضوع‌ـ محور[20]، یادگیرنده‌ـ محور[21]، مسأله‌ـ محور[22]، ...) یا از نظر مدت‌زمان (مانند طرح درس سالانه، طرح درس برای یک موضوع درسی، طرح درس روزانه) مورد بررسی قرار می‌گرفت.

تا مدت‌ها، طرح درس، اساس آموزش و تدریس محسوب می‌شد. در راستای اهمیت و ضرورت طرح درس، بعضی محققان معتقدند که طرح درس، همانند طرح و نقشهٔ یک ساختمان است. «آموزش به منزلهٔ یک فرایند تدریس هدف‌دار از پیش طراحی‌شده تعریف می‌شود. همان‌طور که یک مهندس ساختمان، پیش از ساختن یک بنا به تهیهٔ نقشهٔ آن می‌پردازد، شما (تهیه کنندهٔ آموزش) نیز باید یک نقشهٔ آموزشی طراحی کنید.» (نقل شده از لشین[23] و همکاران، در [۶]، ص ۳۶۹).

هم‌چنین در غرب، **کتاب‌های راهنمای معلم**[24] موجود بوده و هنوز هم هستند که به لحاظ ماهیتی، رفتاری‌اند. این کتاب‌ها در قطع بزرگ و معمولاً با بیش از ۵۰۰ صفحه‌اند که علاوه بر توضیحات کلی، خط‌به‌خط تک‌تک صفحات کتاب درسی را

مورد بررسی قرار می‌دهند (هر صفحهٔ کتاب اصلی، درون یک صفحه از کتاب راهنما چاپ شده است ـ شکل زیر).



صفحهٔ کتاب راهنما　　صفحهٔ کتاب اصلی

این کتاب‌ها، تمام جزئیات تدریس را پیش‌بینی می‌کنند. مثلاً بحث می‌کنند که اگر این سؤال را از دانش‌آموز بپرسید، او چنین پاسخ خواهد داد. یک چنین برنامهٔ آموزشی، درواقع یک نوع **برنامهٔ درسی مقاوم در مقابل معلم**[25] است و در برابر خلاقیت‌های معلم مقاومت می‌کند و یک چنین کتاب راهنما درواقع یک **راهنمای وفادار به برنامه** می‌باشد. در مقابل چنین کتاب‌هایی، «توصیه‌های آموزشی» قرار می‌گیرند که حدود ۵۰ صفحه و خیلی خلاصه و انعطاف‌پذیر هستند.

در طرح درس، زمان‌بندی بسیار مهم است. در ایالات متحده، گود[26]، گراوس[27] و ابی‌می‌یر[28] (۱۹۸۳) گزارش کردند که احتمالاً، شیوه‌های ویژه‌ای از تدریس رفتاری ریاضی، به موفقیت بالای دانش‌آموزان در **امتحانات کتبی**[29] می‌انجامد. براساس نظر گود و همکاران، یک درس خاص ۴۵ دقیقه‌ای، احتمالاً در صورتی به موفقیت زیاد دانش‌آموزان منجر خواهد شد که درس برای کل کلاس (و نه گروه‌های کوچک) با ساختار زیر ارایه شود:

۱) درس با نمره دادن معلم به تکلیف شب دانش‌آموزان و مرور آن تکالیف شروع شود. هم‌چنین مختصری محاسبات ذهنی ارایه شود. (۸ دقیقه)

۲) درس با ایجاد درک و فهم از مهارت‌ها و مفاهیم توسط معلم ادامه یابد. (۲۰ دقیقه)

۳) دانش‌آموزان تکالیف **کار در کلاس**[30] را به صورت فردی انجام دهند. (۱۵ دقیقه)

۴) درس با یک مرور اجمالی و تعیین تکالیف بعدی خاتمه یابد. (۲ دقیقه)

برخی نظریه‌پردازان مانند سولیوان[31] (۱۹۸۹)، نه‌تنها طبیعت ثابت این طرح درس را زیر سؤال بردند، بلکه این پرسش را مطرح کردند که آیا صرفاً، موفقیت در آزمون‌های کتبی ریاضی معیار قابل قبولی برای اندازه‌گیری اثربخشی درس می‌تواند باشد؟ با همهٔ این‌ها، این امر محتمل است که دروس ریاضی در مدارس بسیاری از کشورهای غربی و سایر نقاط جهان، با الگوی مشابهی که توسط گود و همکاران پیشنهاد شده است، ارایه می‌شوند[32] ([۱]، ص ۱۰).

هدف این بخش، فقط انتقاد از قالب‌های خشک و بی‌روح طرح درس است که تداعی‌کنندهٔ جدول‌های طولانی و کسل‌کننده می‌باشد. وگرنه، کمتر معلمی یافت می‌شود که هنگام ورود به کلاس، هیچ تصوری از مطالبی که می‌خواهد تدریس کند نداشته باشد. حتی اگر برای خود نکاتی را یادداشت نکرده باشد، احتمالاً راجع به محتوی و روش تدریس آن جلسه، الگوهایی را در ذهن دارد و راجع به آن‌ها فکر کرده است. مطلب زیر از اتو سی‌بسلر[33] و جان آر کولب[34] (۱۹۷۱) نقل می‌شود:

«هنگام برنامه‌ریزی درس روزانه، معلم راجع به آن‌چه که در موقع ادارهٔ فعالیت آموزشی کلاس خود انجام خواهد داد، تصمیم می‌گیرد و آن‌ها را فرا می‌گیرد. بیش‌تر این برنامه‌ریزی، ممکن است کاملاً غیررسمی، بدون نقشه و بدون نوشتن صورت گیرد. این امر ممکن است هنگام رانندگی، هنگام دوش گرفتن، غذا خوردن، یا قدم زدن در راهرو صورت گیرد. تفکر راجع به درس قبل یا درس آینده در هر زمانی ممکن است صورت گیرد و بعضی از بهترین فکرها هنگامی که کمترین انتظار را داریم، ممکن است به وجود آیند. در عین حال به نظر می‌آید یک چیز [کاملاً] حقیقت دارد: برنامه‌ریزی جدی ممکن است همیشه به فراگیری موفقیت‌آمیز از سوی دانش‌آموزان منجر نشود، ولی نداشتن تفکر کافی دربارهٔ نحوهٔ تدریس، همواره به سرعت آشکار می‌شود.» ([۵]، ص ۱۴۷).

هدف‌های رفتاری، مفید یا مزاحم؟

هدف‌های رفتاری از دیدگاه رفتارگرایان در عرصهٔ ریاضی، به رفتارهایی اطلاق می‌شوند که برنامه‌ریزان و معلمان انتظار دارند که پس از فراگیری یک درس یا مبحث ریاضی توسط شاگردان بروز کند. مثلاً، پس از آموزش مفهوم حد و قضایای آن، انتظار

داریم که «دانش‌آموز بتواند حد یک تابع دلخواه مثل f با ضابطهٔ $y=f(x)$ را در نقطهٔ $x = x_0$ به‌دست آورد.»

تیلور در سال ۱۹۳۰، موضوع هدف‌های رفتاری را معرفی کرد. ابتدا هشت و بعد از مدتی هفت نوع رفتار را مشخص کرد. وی گفت که هر واحد آکادمیک باید دو جنبهٔ **محتوی**[۳۵] و **رفتار**[۳۶]؛ را مورد توجه قرار دهد، و بهتر است از یک ماتریس دوبعدی استفاده شود که یک بُعد آن شامل هفت نوع رفتار موردنظر و بُعد دیگر معرف محتوی ریاضی می‌باشد. ([۱]، ص ۶۴).

به طور کلی، از نویسندگان کتاب‌های درسی و برنامه‌ریزان آموزشی انتظار می‌رفت که در یک چارچوب رفتاری کار کنند. کتاب‌های درسی جدیدی در ریاضیات منتشر شد که در آن‌ها، هدف‌های رفتاری به وضوح تعریف شده بود. در بسیاری موارد، هر فصل از کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای با چنین جمله‌ای شروع می‌شد: «**در پایان این فصل، شما قادر خواهید بود که...**» و یک مجموعه شامل بیست هدف مورد انتظار یا بیش‌تر فهرست می‌شد. ([۱]، ص ۶۵).

بوبیت[۳۷] (۱۹۱۸) در دومین کتابش «چگونه برنامهٔ درسی بسازیم[۳۸]»، نُه حوزه را که اهداف آموزشی می‌توانند در آن‌ها مشخص شوند، ذکر کرد. در این نُه حوزه، ۱۶۰ هدف آموزشی عمده با طیف‌های گوناگون گسترده شده بود. بوبیت در عقیدهٔ خود مبنی بر اهمیت تشکیل اهداف آموزشی تنها نبود. به عنوان مثال، پندلتون[۳۹]، ۱۵۸۱ هدف آموزشی برای انگلیسی فهرست کرده است؛ گویلر[۴۰] بیش از ۳۰۰ هدف برای حساب در پایه‌های ۱ تا ۶ فهرست نموده است و بیلینگز[۴۱]، ۸۸۸ حکم کلی مهم در مطالعات اجتماعی را توصیف کرده است.

با مروری دوباره مشکل نخواهد بود که بفهمیم چرا این جنبش موجود در برنامهٔ آموزشی، زیر بار وزن خود در اوایل دههٔ ۱۹۳۰، در هم شکست. معلم‌ها نمی‌توانستند پنجاه هدف خوب مشخص شده را مدیریت کنند، چه رسد به صدها هدف. به علاوه، دیدگاه جدید نسبت به کودک، به عنوان یک **ارگانیسم در حال رشد** که باید در طراحی برنامهٔ آموزشی خود شرکت داشته باشد، و نه به‌عنوان **یک ماشین پیچیده**، با دیدگاه‌های نظری که در ابتدا معرفی شده بود، سازگاری نداشت. ([۴]، ص ۷۰).

به مثال زیر توجه کنید:

«فرض کنید که معلمی درسی را در هندسه تهیه می‌کند که منظورش به شوق آوردن دانش‌آموز، پروراندن، ثابت کردن و ارایهٔ کاربردهای قضیهٔ فیثاغورث باشد. معلم هدف درس را چنین ذکر می‌کند: تدریس قضیهٔ فیثاغورث. معلم وارد کلاس می‌شود و با استفاده از [ابزارهای کمک‌آموزشی]، با کمال وضوح درس را بیان می‌کند، به طور کلی آن را با یک روش عالی ارایه می‌دهد. فقط یک مشکل [کوچک] وجود دارد و آن این که در کلاس شاگردی وجود ندارد و عرضهٔ درس در کلاس خالی صورت گرفته است. پر واضح است که معلم به هدف بیان شدهٔ خود رسیده است. ولی الزاماً، فراگیری از سوی دانش‌آموزان صورت نگرفته است. شاید اگر کلاس پر از دانش‌آموز بود، عملکرد معلم متفاوت نمی‌بود. چون در هر دو حالت، هدف او، عملکرد معلمی است و نه نتیجه‌ای که انتظار می‌رود دانش‌آموزان از آن بگیرند. این مطلب در مورد معلمانی صدق می‌کند که موفقیت خویش را در تدریس پیچیده و مبهم و هم چنین از روی تعداد دانش‌آموزانی که رد می‌کنند، می‌سنجند. ([۵]، ص ۵۲).

پژوهشگران در انتقاد از هدف‌های رفتاری، این موارد را ذکر می‌کنند (در این قسمت عموماً از منابع [۳] و [۴] استفاده شده است):

۱ـ تنها بخش کوچکی از مقدار، نوع و کیفیت یادگیری که در کلاسی روی می‌دهد، قابل پیش‌بینی است. یک معلم باتجربه، بیش‌تر به صورت پویا و در صورت لزوم تغییرات مناسبی را در سرعت و شتاب بخشیدن به ارایهٔ مطالب و مقاصد آموزشی در کلاس، اعمال می‌کند. اصولاً رفتار ریاضی هر فرد، شامل فعالیت‌های قابل رؤیت و غیرقابل رؤیتی است که چرایی‌های فراوانی در پس آن نهفته است که توجه به آن‌ها،

«برنامه‌ریزی جدی ممکن است همیشه به فراگیری موفقیت‌آمیز از سوی دانش‌آموزان منجر نشود، ولی نداشتن تفکر کافی دربارهٔ نحوهٔ تدریس، همواره به سرعت آشکار می‌شود.»

اتوسی. بسلر و جان آر. کولب (۱۹۷۱)

می‌تواند برای معلمان و برنامه‌ریزان درسی، الهام‌بخش و ره‌گشا باشد. این‌که دانش‌آموز فقط بتواند به کمک برخی از قاعده‌ها و فرمول‌ها، مشتق یا انتگرال تابعی را به‌دست آورد (هدف رفتاری)، به معنی آن نیست که او مفهوم مشتق‌پذیری و انتگرال‌پذیری را با برخی دقت‌ها و ظرافت‌های ریاضی درک کرده است.

به‌طور کلی، در روند تدریس، فرصت‌های غیرقابل انتظاری برای کسب نکات مهم و باارزش، اثبات ایده‌های جالب، و تدریس یک مفهوم مشخص، قابل تصور است. یعنی فرایند پویا و پیچیدهٔ آموزش، نتایج بسیاری را به‌بار می‌آورد که نمی‌توانند در مفهوم محتوایی و رفتاری، در ابتدا مشخص شوند. به‌خصوص، در دروسی مثل هنر، انشاء و ادبیات و بخش‌هایی از ریاضی که جواب‌های خلاقانه مورد نظر است، رفتارهای ویژه‌ای که باید توسعه یابند، به آسانی قابل شناسایی و پیش‌بینی نیستند. با توجه به این‌که تعداد کمی از برنامه‌ریزان درسی، آشنایی کافی با تنوع گسترده موضوعات درسی دارند، بنابراین قادر به اصلاح دیدگاه نظری خود راجع به انتظاراتی که موضوعات خاصی ایجاب می‌کنند، نخواهند بود.

۲ـ از اهداف رفتاری برای ارزشیابی استفاده می‌شود. یعنی استانداردهایی تعریف می‌شود و کار دانش‌آموز از طریق مقایسه با این استانداردها اندازه‌گیری می‌شود. اما بعضی فعالیت‌ها به‌خصوص فعالیت‌های کیفی، هیچ قانون قابل مقایسه‌ای ندارند و بنابراین، کمتر تابع ارزیابی کمّی هستند. در اینجاست که ارزشیابی باید انجام شود، اما نه به صورت ابتدایی و با استانداردهای تعریف‌شده، بلکه توسط **قضاوت کیفی**[42] انسانی.

چیزی که فراگیران در موقعیت‌های مختلف آموزشی، یادگیری و حل مسأله از خود بروز می‌دهند، مبتنی بر تصویرهای ذهنی و فعل و انفعال‌های عقلانی آن‌ها است و صرفاً متکی بر حافظه نیست. ارزیابی محفوظات به مراتب آسان‌تر از ارزیابی انتقادی و فهم درست مطالب می‌باشد. لذا باید بین قضاوت، و کاربرد استاندارد برای ارزشیابی، تمایز قایل شد. با استانداردها می‌توان تشخیص داد که مثلاً یک دانش‌آموز، روش محاسبهٔ حدّ یک سری هندسی را (در صورت وجود) یاد گرفته است یا خیر (کسب مهارت). اما به سختی می‌توان میزان درک معنادار او را از مفهوم جمع روی یک مجموعهٔ نامتناهی اندازه گرفت. شاید تنها بتوان با بعضی سؤال‌های باز ـ پاسخ، و به کمک جواب‌های دانش‌آموز، در این مورد **قضاوت** کرد. هم‌چنین قضاوتی که یک معلم در مورد ارزش یک شعر، داستان، نمایش یا یک اثر هنری ارایه می‌دهد، صرفاً با به کارگیری استانداردهای شناخته شده به‌دست نمی‌آید، بلکه لازم است این معلم، محصول کار دانش‌آموز را با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردی که از خود نشان می‌دهد، مورد بررسی قرار دهد. سپس با توجه به تجربه و حساسیت خویش، ارزش آن را، که از عهدهٔ قاعده و کمیت خارج است، مورد قضاوت قرار دهد.

۳ـ هدف‌های رفتاری، دانش‌آموزان را به هم‌سان شدن سوق می‌دهند و از رشد توانایی خلاق و ایجاد تفکر نقاد در آن‌ها می‌کاهد. تدوین هدف‌های رفتاری برحسب مواد کاملاً معین، مانع از ارزیابی و قضاوت‌های منصفانهٔ دانش‌آموز و معلم می‌شود و جایی برای بروز نوآوری‌ها و ابتکارهای علمی در هر سطحی باقی نمی‌گذارد.

۴ـ جزئی کردن بیش از حد هدف‌های رفتاری و انتظارات کلیشه‌ای از دانش‌آموزان، موجب شرطی شدن آن‌ها در یادگیری می‌شود. نتیجهٔ این نوع آموزش، عمدتاً برخورد حافظه‌ای و **یادگیری طوطی‌وار**[43] در ریاضی و شرطی شدن افراد نسبت به فرمول‌ها و قاعده‌ها است.

اگر اهداف آموزشی واقعاً ابزار مفیدی باشند، معلمان از آن‌ها استفاده خواهند کرد و اگر سودمند نباشند، احتمالاً به این دلیل نیست که مشکل از طرف معلم‌هاست، بلکه ممکن است ایراد از نظریهٔ مدافع آن اهداف آموزشی باشد.

استانداردسازی تدریس

مقصد غایی رفتارگرایان از نوشتن اهداف رفتاری و طرح درس، این بود که به یک استاندارد در تدریس برسند؛ به این معنی که از روی طرح درس نوشته شده، هر معلم دیگری (معلم جانشین) که در همان رشته تخصص دارد، بتواند درس وی را تدریس کند. ([۱۱]، ص ۱۱۰)

تدریس، فرایندی است که کاملاً، به شهود معلم بستگی دارد. وقتی تدریس را استاندارد می‌کنیم، مجبوریم صورت‌بندی رفتاری به آن بدهیم. باید اهدافمان مشخص باشد؛ طرح درسمان مشخص باشد؛ بتوانیم نتیجهٔ یادگیری را به طور عینی اندازه‌گیری کنیم و انتظارات خود را بنویسیم. انتظارات مقامات تصمیم‌گیرنده این بود که با نوشتن اهداف، عمل تدریس عینی

بشود. اما برای بسیاری از معلم‌ها، نوشتن اهداف به این شکل، مصنوعی و ساده‌انگارانه بود و جز اتلاف وقت، ثمری نداشت و گاه افراد را وادار به تقلب می‌کرد. به سند مکتوبی که تهیه می‌شد، خیلی کم ارجاع می‌شد. معلم‌ها در فرایند تدریس، عملاً از طرح درس پیش نوشتهٔ خود استفاده نمی‌کردند، زیرا آن‌ها عادت نداشتند طبق سند و قانون تدریس کنند. ([۱]، صص ۹۸ و ۹۹ با تلخیص).

به گفتهٔ مهرمحمدی (۱۳۸۲)، «تدریس کارآمد و موفق براساس [یک] مدل پیشنهادی، نمی‌تواند از قابلیت خلق راه‌کارهای تازه و نو، متناسب با شرایط و موقعیت‌های خاص کلاس درس بی‌نیاز باشد... بر این اساس، **استاندارد**، فقط با قرائت یا تعریفی می‌تواند قابل قبول باشد که در تعارض با خلاقیت، آزادی عمل، امکان قالب‌شکنی و تفکر حین عمل معلم نباشد؛ و تدریس را به فعالیتی تفکرزدایی شده تقلیل ندهد. استانداردسازی تدریس، اگر از قدرت و اقتدار حرفه‌ای معلم بکاهد و او را در حد مجری صرف و بی ارادهٔ آن‌چه پژوهشگران و برنامه‌ریزان تجویز نموده‌اند تنزل دهد، سرابی بیش نبوده و انتظار ارتقای کیفیت و تربیت در سایهٔ آن، در حد یک توهم باقی خواهد ماند.» ([۹]، صص ۲۲۵ و ۲۲۶).

ساخت و سازگرایی

ساخت و سازگرایی[۴۴] دیدگاهی در یادگیری است که در واقع نقطهٔ مقابل رفتارگرایی محسوب می‌شود. اگر نظریه‌های یادگیری را روی طیفی تصور کنیم که یک سر آن رفتارگرایی باشد، در سر دیگر این طیف، ساخت و سازگرایی قرار خواهد گرفت. ([۲]، ص ۱۸) جوهرهٔ اصلی دیدگاه ساخت و سازگرایان این است که **انسان، خود، سازندهٔ دانش خویش است**. یعنی ریشهٔ اساسی اختلاف آن‌ها با رفتارگرایان در دیدگاه فلسفی و نگرش آن‌ها به ماهیت ریاضی است که ریاضی را نسبی می‌دانند و در مورد احکام ریاضی، به عدم قطعیت معتقدند. براساس این دیدگاه، کار ریاضی‌دان، **ساختن** و خلق ریاضیات است و نه کشف آن، که با دیدگاه افلاطونی رفتارگرایان، در تضاد است.

رفتارگرایان، ذهن یادگیرنده را هم‌چون ظرف تهی می‌پنداشتند که طی فرایند یادگیری، پر از اطلاعات می‌شد. از این منظر، مطالب درسی از معلم به شاگرد منتقل می‌شد، یعنی معلم ناقل فرهنگ در نظر گرفته می‌شد. درحالی که در دیدگاه ساخت‌وسازگرایی، معلم و دانش‌آموز با هم سازندهٔ فرهنگ تلقی می‌شوند.

چنین عدم قطعیتی در ریاضی، برای بیش‌تر ریاضی‌دان‌های آغاز قرن بیستم موضوعیت نداشت و آشکار نبود. آن‌ها معتقد بودند که ریاضیات، به‌عنوان موجودی مستقل از فعالیت‌های بشری وجود دارد. یافته‌های راسل[۴۵] و هیلبرت[۴۶] مبنی بر این که حقیقت جاودانهٔ ریاضی در قوانین طبیعت بازتاب دارد نیز، مورد پذیرش واقع شده بود.

در دههٔ ۹۰، بسیاری از آموزشگران ریاضی که خود را **ساخت و سازگرا** می‌دانستند، به این نتیجه رسیدند که دیدگاه افلاطونی یک کج‌فهمی[۴۷] از ریاضی است. آن‌ها ریاضی را به عنوان یک دست‌آورد اجتماعی می‌نگریستند که می‌شد آن را در کتاب‌های درسی، مجله‌های ریاضی، در مبادلات جوامع ریاضی-نظیر کنفرانس‌ها-و غیره مشاهده کرد. یعنی کل بشریت را به عنوان **انسان** می‌نگریستند که **سازندهٔ دانش خویش** است.

به عقیدهٔ لاکاتوش[۴۸] (۱۹۷۶)، «ریاضی شبه تجربی و غیرصوری، از طریق افزایش یکنواخت و بی چون‌وچرای تعدادی قضیه‌های برقرار شدهٔ کسالت‌بار رشد نمی‌کند، بلکه از طریق **بهبود پیوستهٔ حدس‌ها** به وسیلهٔ حدسیه‌سازی و نقادی، به‌وسیلهٔ منطق **اثبات‌ها و ابطال‌ها**[۴۹] رشد می‌کند.» ([۷]، ص ۱۰).

اولین ساخت و سازگراها، مثل روان‌شناس معروف سوئیسی ژان پیاژه[۵۰] (۱۹۸۰-۱۸۹۶) اصلاً وارد بحث‌های فلسفی نشدند. پیاژه معتقد بود که ریشهٔ یادگیری در درون فرد قرار دارد و با همین باور، **نظریهٔ رشد ذهنی** خود را که در روان‌شناسی مشهور است، معرفی کرد.

لِو ویگوتسکی[۵۱] (۱۹۳۴-۱۸۹۶)، روان‌شناس برجستهٔ روسی نیز جزو اولین ساخت و سازگراها محسوب می‌شود. ویگوتسکی معتقد بود که یک معلم ساخت و سازگرا در کلاس با فعالیت‌های مختلف مثل آزمایش و حل مسایل زندگی واقعی، فضایی را ایجاد می‌کند تا دانش‌آموزان، بتوانند دانش بیش‌تری توسط خود، بسازند. سپس با بازتاب بر روی آن‌چه که صورت گرفته است، و صحبت دربارهٔ این که چگونه دانسته‌های آن‌ها تغییر کرده است، دانش بیش‌تری می‌آفرینند. ... در چنین

کلاسی، دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه یاد بگیرند. ([۲]، ص ۲۰).

البته نباید انتظار داشت که این دانش‌آموزان، مفاهیم ریاضی را آن‌چنان که در کتاب‌های درسی هست و ریاضی‌دان‌ها احتمالاً در طول هزاران سال به آن‌ها نایل شده‌اند، به دست آورند. در این باره، آقاسی[۵۲] (۱۹۸۰) ابراز می‌دارد که «شما از چه زمانی کودک را یک دانش‌آموز کاملاً مسئول و یک محقق واقعی در نظر می‌گیرید؟ پاسخ من این است که از همان اوان کودکی: همیشه می‌توانیم هم در زمینهٔ روشنفکری / ذهنی و هم در زمینهٔ اشتغال، برنامهٔ کاری به کودکانمان عرضه کنیم، و اگر ارزیابی‌های ایشان سرشار از خطا باشد، حداقل متعلق به خودشان است.» ([۷]، ص ۱۰).

چمن‌آرا (۱۳۸۲) از قول شونفیلد[۵۳] (۱۹۹۵) نقل می‌کند که: «دیدگاه ساخت و سازگرایی به معلم‌ها اجازه می‌دهد تا ببینند آن‌چه در کلاس‌های درس هریک از آن‌ها اتفاق می‌افتد، کاملاً با یکدیگر متفاوت است. وقتی برای کلاس آماده می‌شویم، نکتهٔ کلیدی آن است که ببینیم دانش‌آموزان از آن‌چه که ما به آن‌ها نشان می‌دهیم، چه برداشتی دارند، نه این‌که چقدر از آن را فرامی‌گیرند.» هم‌چنان که علم‌الهدایی (۱۳۸۱) نیز بیان می‌کند که «شاگردان در یادگیری مفاهیم ریاضی، یک مسیر خطی را که مستقیماً از یک واقعیت ریاضی به واقعیت و واقعیت‌های دیگری می‌رسد، طی نمی‌کنند؛ بلکه مسیرهای یادگیری آنان شامل کارکردن کند و تند و متناوب با ایده‌ها، تعریف‌ها و ساختمان‌های ریاضی، غالباً بدون داشتن طرح و نقشهٔ مشخص، و تنها براساس درک و احساس خود به هنگام فراگیری، جهش‌های شهودی، درک مفاهیم و ایده‌های قبلی به شکل جدید می‌باشند. به عنوان مثال، یادگیری دو مفهوم سوپریمم[۵۴] و اینفیمم[۵۵] یک مجموعه، یا آشنایی با مشتق‌پذیری چپ و راست، مستلزم فراگیری مفاهیم چندی است که یادگیری آن‌ها به گونه‌ای سر راست و لزوماً خطی اتفاق نمی‌افتد، ... تولید، تثبیت و تقویت تفکر ریاضی برای فراگیران هنگامی روی می‌دهد که با هدایت معلم تلاش کنند خود در ساختن مفاهیم، [کسب] مهارت‌های جدید ریاضی و نیل به آن‌ها مشارکت مؤثر داشته باشند.» ([۳]، صص ۳۶ و ۳۷).

مقایسهٔ دو دیدگاه و جمع‌بندی

فلسفهٔ زیربنایی رفتارگرایی، مثل دیدگاه نیوتون و گالیله، نگرش علت و معلولی بود. به طور کلی در نیمهٔ اول قرن بیستم، نگاه به انسان به صورت نگاه به ماشین بود. انتظار داشتند معلم، ماشین تدریس باشد. معلم گوینده بود و دانش‌آموز شنونده‌ای که حق بحث و پرسش نداشت. آرزو این بود که معلم، نقشی در تدریس نداشته باشد. یک آزمون ورودی (ارزشیابی تشخیصی)[۵۶] گرفته می‌شد که درواقع برای دفاع از معلم بود، تا راجع به مطالبی که دانش‌آموزان در شروع آموزش نمی‌دانند، معلم بازخواست نشود.

در حین تدریس، ارزیابی وجود نداشت و در پایان هر درس، یک آزمون گرفته می‌شد (ارزشیابی پایانی)[۵۷]، که با جمع‌آوری مستمر شواهد یادگیری توسط معلم برای ارزیابی و مقایسه، مغایر بود. رفتارگرایان، آموزش را یک عامل بیرونی می‌پنداشتند و کاری به درون شخص نداشتند. در بیان هدف‌های رفتاری، افعالی مانند «**تفهیم می‌کنیم**» یا «**تثبیت می‌کنیم**» مورد استفاده قرار می‌گرفت که همگی، نگاه از بیرون را تداعی می‌کردند.

از این گذشته، مؤسسه‌های بزرگی در آمریکا فقط هدف‌های رفتاری می‌نوشتند و می‌فروختند که البته هنوز هم هستند؛ دههٔ ۱۹۶۰ اوج سیطرهٔ آن‌ها بر آموزش بود، و اصرار بر نوشتن طرح درس، آن هم با قالب‌های خشک و از پیش تعیین‌شده، وجود داشت.

هنر رفتارگرایی این بود که به یک همانندسازی برسد. اما ساخت و سازگرایان نظر متضادی دارند. کارل راجرز[۵۸] (۱۹۶۹) از دید عاطفی، رفتارگرایی را نقد می‌کند و می‌گوید: «رفتارگرایان با این پیش‌فرض غلط که انسان آزادی ندارد، آموزش را شروع می‌کنند. معتقدند انسان اختیار ندارد و او را با عوامل بیرونی کنترل می‌کنند.» او در ادامه، توضیح می‌دهد که: «از یک دیدگاه آموزشی، انسان به‌عنوان یک موجود مختار نگریسته می‌شود، کسی که آزاد است تا انتخاب‌های شخصی داشته باشد و خود مسئول زندگی خویش است. در حقیقت، او معمار زندگی خویشتن است.» (کارل راجرز، ۱۹۶۹، نقل از [۱]، ص ۶۸).

از دیدگاه ساخت و سازگرایی، آموزش از درون به بیرون است. ذهن انسان از بدو تولد، (و شاید قبل از آن)، فعال و مشغول یادگیری است و همیشه، در معرض یادگیری‌های زیادی قرار دارد (از طریق پدر، مادر، هم‌سالان، محیط، تلویزیون، ...). هنگام ورود به مدرسه مطالب زیادی می‌داند که نمی‌توان آن‌ها را نادیده گرفت (ذهن لوح سفید نیست) و بین

تمام این آموخته‌ها، تنها آن‌هایی برای او ماندگارترند که خودْ در ساختن آن‌ها سهیم بوده است.

رفتارگرایان، ذهن یادگیرنده را هم‌چون ظرف تهی می‌پنداشتند که طی فرایند یادگیری، پر از اطلاعات می‌شد. از این منظر، مطالب درسی از معلم به شاگرد منتقل می‌شد، یعنی معلم ناقل فرهنگ در نظر گرفته می‌شد. درحالی‌که در دیدگاه ساخت‌وسازگرایی، معلم و دانش‌آموز با هم سازندهٔ فرهنگ تلقی می‌شوند.

از دههٔ ۱۹۷۰ به بعد، رفتارگرایی نقد جدی شده است. اما جایگزین قدرتمندی نداشته است. با وجود این که این مکتب فکری از مرکز به حاشیه رفته، ولی هنوز هم (همانند یک اژدهای چندسر) حضور چشم‌گیر دارد و شاید علت حضور آن، روشمند بودن آن است که برای هر موضوعی، یک ابزار ارایه می‌دهد. به‌طور کلی، رفتارگرایی، با عوامل بیرونی می‌خواهد درون شخص را کنترل کند؛ درونی که در اختیار و در تملک خود شخص است و تا خود شخص نخواهد، مسلماً عمل یادگیری انجام نخواهد شد.

معلمی که ریاضیات او مستقل از فرهنگ[۵۹]، ماشینی و بدون صورت انسانی باشد، خیلی بیش‌تر قابل کنترل است تا معلمی که یک ریاضی فرهنگ‌مدار[۶۰] تدریس می‌کند و دانش‌آموزان را نیز به حساب می‌آورد. نکتهٔ دیگر این که طرح درس، با روح آموزش شرقی که مبتنی بر تدریس مباحثه‌ای بود، منافات دارد.

راجع به علت مقاومت معلم‌ها هم در مقابل طرح درس باید گفت که، اگر یک ابزار، به صورت انتخاب در اختیار معلم قرار گیرد، خوب است. اما وقتی به اجبار تجویز شود، در معلم‌ها ایجاد مقاومت خواهد کرد. به طور کلی اگر معلم

تولید، تثبیت و تقویت تفکر ریاضی برای فراگیران هنگامی روی می‌دهد که با هدایت معلم تلاش کنند خود در ساختن مفاهیم، [کسب] مهارت‌های جدید ریاضی و نیل به آن‌ها مشارکت مؤثر داشته باشند

نسبت به فرایند تغییر، احساس تملک نکند، قطعاً در برابر آن خواهد ایستاد. ◦

در پایان، ذکر یک نکته ضروری به نظر می‌رسد و آن نکته این است که نظام آموزشی ایران همانند بسیاری از کشورهای جهان، براساس دیدگاه‌های رفتارگرایی شکل گرفته، و در تمام سطوح این نظام آموزشی، رفتارگرایی به طور گسترده، ریشه دوانیده است. در چنین نظامی، طرح شعارگونهٔ روش‌های جدید و به کار بستن آن‌ها در چارچوب‌های نظری متفاوت، نه تنها باعث مغشوش شدن اذهان عمومی در این حوزه می‌شود، بلکه ماهیت واقعی دیدگاه‌های نو را نیز خدشه‌دار می‌کند. لذا، ضرورت آشنایی با دیدگاه‌های نوین در حیطهٔ آموزشی برای تمامی عوامل نظام آموزشی و در تمام سطوح، یک ضرورت انکارناپذیر است. تا زمانی که الگوهای ذهنی عناصر یک نظام، سنتی و کهنه‌گرایانه بوده و افراد متحجر و واپس‌گرا، پارادایم‌های[۶۱] خود را تغییر ندهند، نمی‌توان به بهبود وضع جاری امیدوار بود.

برگزاری کنفرانس‌های سالانهٔ آموزش ریاضی در ایران می‌تواند فرصت مغتنمی فراهم کند تا معلمان ریاضی با رویکردهای نوین آموزش ریاضی در دنیا آشنا شوند.

زیرنویس‌ها

1. Behaviourism
2. Lesson Plan
3. Nativist
4. Voluntarism
5. Structuralism
6. Functionalism
7. Objective Experimental
8. Natural Science
9. Response
10. Stimulation
11. Burrhus Freredic Skinner
12. Programmed Learning
13. Teaching Machine
14. Tyler
15. Basic Principles of Curriculum and Instruction
16. Behavioural Objectives

زیرنویس‌ها (ادامه)

17. Cognitive
18. Affective
19. Psycho-motor
20. Subject-Centered
21. Learner-Centered
22. Problem-Centered
23. Leshin
24. Teacher - Guide Books
25. Teacher-Proof Curriculum
26. Good
27. Grouws
28. Ebemier
29. Pencil-and-Paper Tests
30. Seat Work
31. Sullivan

۳۲ . به دلیل آشنایی اکثر دبیران ریاضی با شکل و شمایل طرح درس‌های مختلف، از ارایهٔ نمونه‌هایی از آن‌ها در این نوشته، صرف‌نظر می‌شود. در صورت لزوم می‌توان به منابع [۶] و [۱۱] مراجعه کرد.

33. Otto C. Bassler
34. John R. Colb
35. Content
36. Behaviour
37. Bobbitt
38. How to Make a Curriculum?
39. Pendelton
40. Guiler
41. Billings
42. Qualitative Judgment
43. Rote Learning
44. Constructivism
45. Bertrand Russel
46. David Hilbert
47. Misconception
48. Imre Lakatos
49. Proofs and Refutations
50. Jean Piaget
51. Lev Vegotsky
52. Joseph Agassi
53. A. H. Shoenfeld
54. Supremum
55. Infimum
56. Diagnostic Evaluation
57. Summative Evaluation
58. Carl Rogers
59. Culture-free
60. Pan-Cultural
61. Paradigms

منابع

* لازم به یادآوری است که در این مقاله، از مطالب عنوان‌شده در کلاس‌های درس دکتر زهرا گویا بسیار استفاده شده است.

1. Clements, M. A. & Ellerton, Nerida F. (1996). *Mathematics Education Research: Past, Present and Future.* UNESCO, Principal Regional Office for Asia and the Pacific, Bangkok.

۲ . چمن‌آرا، سپیده. (۱۳۸۲). تأثیرات رفتارگرایی بر آموزش ریاضی و نظرات منتقدان آن. رشد آموزش ریاضی. سال بیستم، شماره ۷۱، صص ۱۱ تا ۲۱) دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۳ . علم‌الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۱). راهبردهای نوین در آموزش ریاضی، نشر شیوه. تهران.

4. Eisner, Elliot, W. (1997). *Educational Objectives Help or Hindrance?* **Library of Congress Cataloging - in - Publication Data. The Curriculum Studies Reader**, David j. Flinders & Stephon j. Thornton, Editors. Published by Routledge. New York, pp 69-75.

۵ . بسلر، اتوس. ؛ کولب، جان آر. (۱۹۷۱). آموزش تدریس ریاضیات دبیرستانی. ترجمهٔ جواد همدانی‌زاده. (۱۳۶۸). مرکز نشر دانشگاهی.

۶ . میرزابیگی، علی. (۱۳۸۰). برنامه‌ریزی درسی و طرح درس در آموزش رسمی و تربیت نیروی انسانی. انتشارات یسطرون. تهران.

۷ . آقاسی، جوزف. (۱۹۸۰). در باب آموزش ریاضی: انقلاب لاکاتوش، ترجمهٔ زهرا گویا و یونس فردین‌پور کریمی. (۱۳۸۳). رشد آموزش ریاضی، سال بیست و یکم، شمارهٔ ۷۵، صص ۴ تا ۱۴، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۸ . روبیتال، دیوید؛ دیرکز، مایکل. (۱۹۸۲). مدل‌هایی برای برنامهٔ درسی ریاضی، ترجمهٔ زهرا گویا و محمدرضا فدائی. (۱۳۷۸)، رشد آموزش ریاضی، سال پانزدهم، شمارهٔ ۵۶ صص ۴ تا ۲۲، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۹ . مهرمحمدی، محمود. (۱۳۸۲). استانداردسازی تدریس و ارتقاء کیفیت، توهم یا واقعیت؟ چکیدهٔ مقالات اولین همایش علمی استاندارد و استانداردسازی در آموزش و پرورش، معاونت برنامه‌ریزی و منابع انسانی وزارت آموزش و پرورش.

10. D'Ambrosio, Ubiratan. (1985). *Environmental Influences.* **For The Studies In Mathematics Education**, Volume 4, pp 29-46, Published by UNECSO, Paris.

۱۱ . کالاهان، جوزف، اف؛ کلارک، لئونارد، اچ. (سال: ؟). عنوان؟. ترجمهٔ جواد طهوریان (۱۳۶۸)، چاپ چهارم، ۱۳۷۵، مؤسسهٔ چاپ و انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد.

۱۲ . جهانشاهی، محمد. (۱۳۷۷). اصول فراگیری و آموزش ریاضیات دبیرستانی و پیش‌دانشگاهی. انتشارات مدرسه. چاپ دوم، ۱۳۸۰.





توسعهٔ کار گروهی ریاضی در مدارس ابتدایی


مقالهٔ ارایه شده در هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران

سنندج ـ ۱ تا ۳ شهریور ۱۳۸۳

نویسندگان: علی حاتمی و علیرضا ترابی، اعضای هیئت علمی دانشگاه سیستان و بلوچستان

چکیده

روش ارائه شده در این مقاله، کمک می‌کند تا دانش‌آموزان، یاد بگیرند که به توانایی خود برای حل منطقی مسایل اعتماد کرده و از طریق شرکت در بحث‌های کلاسی، دانش ریاضی خود را در کلاس درس، توسعه دهند. در این روش، معلم تنها به امر هدایت بحث می‌پردازد و دانش‌آموز خود تصمیم می‌گیرد که چه مطلبی را بپذیرد. دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که به سخنان خود گوش کرده، و بر پایهٔ دانسته‌های پیشین خود بپذیرند که چه چیز صحیح است. این امر، باعث مستقل شدن آن‌ها شده وحس همکاری و کار دسته‌جمعی را در آن‌ها تقویت می‌کند. تجربه نشان داده است که این روش، در مورد تمام کلاس‌ها و هر دو جنسیت کاربرد داشته و باعث دست‌یابی برابر به ریاضی در دانش‌آموزان مختلف، می‌شود.

مقدمه

دانش ریاضی شامل نظریه‌های پذیرفته شده در زمان گذشته و حال است. ایده‌های جدید، همواره محک می‌خورند تا مورد پذیرش قرار گرفته و یا رد شوند. ایده‌های پذیرفته شده نیز، مدام در حال آزمایش شدن هستند. تا بر حسب نیاز، تغییر داده شوند. در حالت کلی، دانش حالت ایستا نداشته و این گونه نیست که تنها در ذهن یک شخص به‌خصوص، یافت شود.

تجربهٔ شخصی من در دوران دبیرستان نشان می‌دهد که کسانی در درس ریاضی قوی بودند که قبل از کلاس، در راهرو یا گوشه‌ای از حیاط جمع می‌شدند تا تکالیف ریاضی خود را مورد بحث قرار دهند. این افراد، جامعه‌ای از ریاضی‌دان‌ها را (البته در سطح خود) تشکیل داده و به دفاع از مبانی آموخته‌های شخصی خویش، می‌پرداختند. مقالهٔ زیر، به ترویج توسعهٔ ریاضی در کلاس درس، با استفاده از کار گروهی می‌پردازد.

در این روش، معلم سطح علمی دانش‌آموزان را در نظر گرفته و بر اساس آن، شروع به بحث می‌کند، و با استفاده از تجربیات خود، مقدماتی را فراهم می‌کند تا ایده‌های نادرست دانش‌آموزان را به چالش فرا خواند. هم‌چنین، وی پارامترهایی را در نظر می‌گیرد تا بر اساس آن‌ها، ایده‌های نو برای حل مسائل جدید، به‌وجود آیند.

این روش، دارای چهار مزیت مشخص نسبت به آموزش مستقیم است:

۱ ـ دانش‌آموزان یاد می‌گیرند تا توانایی منطقی خود را گسترش دهند و به آن اعتماد کنند.

۲ ـ دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که دانش، تنها مجموعه‌ای از قوانین محض نیست، بلکه بهترین سعی و روش برای تبیین روابط جهان است.

۳ ـ در این روش، یک فرد بر دیگری، ارجحیت ندارد و در نتیجه، بیش‌تر دانش‌آموزان، قادر به شرکت فعال‌تر در بحث‌ها هستند.

۴ ـ دانش‌آموزان، به توسعه یا توازن بین تلاش فردی و گروهی می‌پردازند که در مقایسه با وابستگی یا عدم وابستگی کامل

به معلم، این روش در راستای یادگیری کامل دانش‌آموز است.

این تحقیق، به بررسی عواملی می‌پردازد که برای دسترسی به یک کار گروهی در یک کلاس درس ابتدایی، لازم است. عوامل اصلی این روش عبارتند از: رابطهٔ اجتماعی بین دانش‌آموزان، برداشت دانش‌آموزان از نقش معلم، یادگیری و چگونگی شرکت دانش‌آموزان در امر یادگیری، و درک معلمان از فرآیند یادگیری ریاضی. در این روش، برداشت‌های جدید از مسأله، توسط معلم ارایه نمی‌شود، بلکه ایده‌های جدید و نه لزوماً صحیح توسط معلم، به بحث گذاشته می‌شود.

قبل از نگاه به این عوامل، مثالی از یک بحث ریاضی را در پایهٔ دوم دبستان، می‌آوریم:

مثال:

۳۲-۱۴

دانش‌آموزان یک دقیقه فکر کرده و سپس دو به دو، شروع به کار می‌کنند تا یک روش حل برای این مسأله، پیدا کنند. وقتی که اکثر گروه‌های دو نفری، به ایده‌ای برسند، آن ایده را با گروه‌های دیگر در میان می‌گذارند. در نهایت، دانش‌آموزان به نوبت، راه‌حل‌های جدید را با کلاس تقسیم می‌کنند. مثال‌هایی از راه حل‌های مختلف دانش‌آموزان در جدول های زیر آمده است.

از طریق به چالش خواندن راه‌حل‌های یکدیگر و دفاع از راه‌حل‌های خود، دانش‌آموزان در ظرف یکی دو هفته، به یک راه‌حل مؤثر می‌رسند.

رابطهٔ اجتماعی بین دانش‌آموزان

موفقیت ایجاد بحث‌های کلاسی که در آن، دانش‌آموزان عقاید خود را به همگان بگویند و در نتیجه، اشتباهات آن‌ها در معرض قضاوت همگان قرار گیرد، بستگی به روابط مثبت بین دانش‌آموزان در کلاس درس دارد. آن‌ها باید به توسعهٔ روابطی بپردازند که در آن، به اندازهٔ کافی به یکدیگر اعتماد کنند و خطر

سی منهای ده برابر است با بیست	۳۲
چهار منهای دو برابر است با دو	۱۴-
جواب می‌شود بیست‌ودو	۲۲
از سی‌و دو شروع می‌کنیم	۳۲
چهارده تا به عقب برمی‌گردیم	۲۵و...و۲۹و۳۰و۳۱
به هجده می‌رسیم	۱۸ و...و۲۲و۲۳و۲۴

سی‌و دو منهای ده برابر است با بیست‌و دو	۲۲	۳۲
بیست‌و دو منهای چهار برابر است با هجده	۴-	۱۰-
	۱۸	۲۲
دو منهای چهار برابر است با منفی دو	۳۰	۲
سی منهای ده برابر است با بیست	۱۰-	۴-
	۲۰	۲-
بیست منهای دو برابر است با هجده	۱۸=۲-۲۰	

ابراز نداشتن ایده‌های نادرست، از بین برود.

روابط بین همهٔ افراد یک جامعه به‌طور هم‌زمان، توسعه پیدا نمی‌کند. راهنمایی مستقیم معلم برای راه‌اندازی و ادامهٔ این روابط، نیاز است. ابتدا، معلم باید معیار بسیار بالایی را برای نحوهٔ ارتباط و رفتار دانش‌آموزان با یکدیگر، فراهم کند. هرگونه دشنام، آزار، کنار گذاشتن افراد یا عدم احترام به یکدیگر، باعث کاهش توانایی گروهی برای در میان گذاشتن فهم و درک خود، در شرایطی آزاد و بدون نگرانی است که لازمهٔ فعالیت گروهی می‌باشد.

خوشبختانه، استانداردها و معیارهای زیادی در این زمینه موجود است. هرچه کلاس به این معیارها نزدیک شود، عملکرد بهتری به دست خواهد آمد.

هم‌چنین با وجود منابع محدود، باید بستری از همکاری ـ نه رقابت ـ برای رسیدن به یک هدف مشترک ایجاد شود و آزمایش دانش شخصی، به عنوان تنها معیار پیشرفت و وسیله‌ای برای هدایت آینده، در نظر گرفته شود. اما، آزمون، هیچ‌گاه نباید برای رده‌بندی دانش‌آموزان به کار رود. در این روش، دانش‌آموزان دعوت می‌شوند تا تمام ایده‌های خود را حداقل در ذهن خود، امتحان کنند. نباید هیچ ایده‌ای را به دلیل این‌که چه کسی آن را ارایه می‌دهد، و با توجه به شهرت ارایه‌دهنده در کلاس، پذیرفت یا رد کرد. رد یک ایده، باید با توجه به توضیح ایده‌ها صورت گیرد، نه آن‌که به دانش‌آموز، حملهٔ لفظی شود. هیچ دانش‌آموزی نباید از ارایهٔ نظر خویش، خودداری کند. مگر این‌که غلط بودن ایدهٔ خود را بداند. دست آخر این‌که فشار بر دانش‌آموزان در کلاس، برای شرکت در بحث نیز قابل قبول نیست.

برداشت دانش‌آموزان از نقش معلم

برای پرورش ایده‌های دانش‌آموزان، بایدکاری کرد تا آن‌ها از منطق زور، برای اثبات خود استفاده نکنند. به‌عبارت دیگر، دانش‌آموزان نباید برای جواب صحیح مسأله یا ارزیابی فکر خود، منتظر معلم باشند. معلم فرآیند و مسیر منطقی مسأله را دنبال می‌کند، نه به این جهت که روش صحیح تفکر ارایه بدهد، بلکه به این جهت که جریان بحث را هدایت کند. دانش‌آموزان، باید خود را مسئول ساختن و یافتن راه‌حل مسأله‌های ارایه شده توسط معلم بدانند. معلم نیز به‌جای نشان دادن جواب مسأله، دانش‌آموزان را هدایت می‌کند تا راه‌حلی را که مؤثر و مناسب است، پیدا کنند. دانش‌آموزان، ابتدا در گروه‌های کوچک کار می‌کنند و سپس، راه‌حل‌های خود را با دیگر اعضای کلاس در میان می‌گذارند. آن‌ها به رد هر راه‌حلی که مفیدنیست، می‌پردازند و از این طریق، به چندین راه‌حل می‌رسند که همگی، مؤثر خواهند بود. البته ممکن است دانش‌آموزان به راه‌حل صحیح نرسند. در چنین حالتی، معلم موقعیت‌هایی را که منجر به اشتباه در راه‌حل‌ها شده است، نشان می‌دهد. گاهی ممکن است دانش‌آموزان با یک راه‌حل، مانند «شمارش به جلو» در مورد یک مسأله جمع، قانع شوند. اما اگرچه این روش مؤثر است، ولی در مورد اعداد بزرگ، مفید نخواهد بود. بنابراین، باید کلاس را طوری هدایت کرد تا این مشکلات از طریق حل مسائل گوناگون، حل شود.

معلمان اغلب با این مشکل مواجه هستند که چگونه حاکمیت خود را در کلاس درس، به خصوص در مورد قضاوت نسبت به دانش‌آموزان، کنار بگذارند. دانش‌آموزان انتظار دارند که معلم، حکمفرمای کلاس باشد و در مورد کار خود و هم‌کلاسی‌هایشان قضاوت کند تا آن‌ها بدانند چه چیزی درست است، و این مشکلی است که بایدرفع شود. اما در ابتدا، وقتی که معلم از انجام چنین کاری خودداری کند، دانش‌آموزان کم‌سن آزرده و بزرگ‌ترها عصبانی می‌شوند، زیرا معلم وضعیتی را که در اکثر کلاس‌های دیگر رایج و معمول است، رعایت نکرده است. معلمان باید به طور تدریجی و آهسته، به این نوع تدریس روی آورند تا از بروز مشکلات رفتاری جلوگیری کنند. شروع با دانش‌آموزان کوچک‌تر مفیدتر است، زیرا مقابله با ناراحتی دانش‌آموزان کوچک‌تر از مقابله با عصبانیت بزرگ‌ترها، آسان‌تر است. بدترین تجربهٔ شخصی من مربوط به یک دانش‌آموز سوم ابتدایی است که به داخل کلاس آمد و گفت که من یک معلم خوب

نیستم. زیرا مادرش به او آموخته بود که چگونه مسأله را حل کند و او نیز به‌خوبی، آن‌را یاد گرفته بود. از طرف دیگر، بعضی از دانش‌آموزان کلاس چهارم، بحث را به سویی سوق می‌دهند تا از فکر کردن در مورد دانسته‌ها و اطلاعات قبلی خود و ارتباط با مسألهٔ جدید، خودداری کنند. در مورد دانش‌آموزان کلاس پنجم، ممکن است معلم شاهد سرکشی آشکار دانش‌آموزان شود، زیرا آن‌ها از حل مسأله خودداری می‌کنند. عملکرد یک معلم در کلاس دیگر، دانش‌آموزان را وادار کرد تا به مدیر شکایت کنند که «معلم ما، به سؤال‌ها، پاسخ کافی نمی‌دهد». زیرا دانش‌آموزان انتظار داشتند که معلم در حل تکالیف، دست آن‌ها را بگیرد و آن‌ها، هیچ تصمیمی در مورد حل مسأله نگیرند. با این وضع، به تدریج، در کلاس‌های بالاتر الگوی وابستگی به معلم نهادینه شده و به سختی تغییر می‌کند.

مشکل دوم این است که بعضی از دانش‌آموزان، تلاش می‌کنند تا فکر معلم را بخوانند و ایده‌های وی را دنبال کنند. باید از این کار، جلوگیری شود تا دانش‌آموزان، خود فکر کنند. برای این کار، معلم باید بتواند حرکات صورت و صدای خود را کنترل کند. در این صورت، دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که بر فرآیند فکری خود اتکا کنند. معلم باید با احتیاط، به آن‌ها بفهماند که علت کاربرد حرکات غلط صورت این است، که آن‌ها بفهمند آن فکر یا ایده، غلط است و فریب نخورند. دانش‌آموزان باید بدانند حرکات صورت معلم به آن‌ها نشان می‌دهد چه موقع از راه‌حل غلط دست برداشته، یا چه موقع به راه‌حل خود ادامه دهند.

معلم باید در هر دو حالت غلط یا صحیح بودن جواب، دانش‌آموزان را مورد امتحان قرار دهد. هم‌چنین، او باید هنگامی که تعدادی از دانش‌آموزان در امر تصحیح اشتباهات دوستان خود شرکت نمی‌کنند، مداخله کند. او باید جواب‌های صحیح را نیز مورد سؤال قرار دهد تا آن‌ها، یاد بگیرند از دیدگاه‌های خود، دفاع کنند.

درک دانش‌آموزان از ماهیت یادگیری

نگاه دانش‌آموزان به یادگیری، اغلب به‌عنوان یک امر رفتاری و به صورت حفظ کردن جواب‌های صحیح است. برای توسعهٔ کار گروهی در کلاس درس ریاضی، دانش‌آموزان باید بفهمند که اشتباهات نیز، بخشی از یادگیری هستند و می‌توانند باعث توسعهٔ ایده‌های جدید شوند، زیرا گاهی اشتباهات، پارامترهای یک ایده

را تعریف می‌کنند. حتی گاهی اشتباه‌ها، مؤثرترین روش پیدا کردن پارامترهای یک ایده می‌شوند، در حالی که بسیاری اوقات، ارایهٔ تعاریف دقیق، تقریباً غیرممکن است. اگر شک دارید، سعی کنید تعریف دقیقی از صندلی، نیمکت یا یک چهارپایه ارایه دهید. برخلاف بچه‌های کوچک‌تر، بچه‌های سنین بالاتر ابتدایی، آن‌چنان مهارت‌های اجتماعی را فرا گرفته‌اند که می‌توانند در فرآیند یادگیری، اختلال ایجاد کنند. به عنوان مثال، وقتی که معلم یک اشتباه را تصحیح می‌کند، آن‌ها سعی می‌کنند که گفته‌های او را حفظ کنند، زیرا می‌دانند که معلم، بیش‌تر از آن‌ها می‌داند. اما به‌جای این کار، دانش‌آموزان باید اطلاعات جدید را ارزیابی کنند تا بتوانند ایده‌های غلط خود یا دیگران را به چالش کشند. اگر ایده‌های غلط ارزیابی نشوند، مکن است در آینده نیز تکرار گردند. در حقیقت، حفظ کردن اطلاعات، تفکر واقعی دانش‌آموزان را پنهان می‌کند و در نتیجه، معلم نمی‌داند که از کجای کار باید شروع کند و راجع به چه ایده‌های غلطی، بحث کند. کودکان نیز باید به توسعهٔ فرآیند منطقی خود احترام بگذارند. آن‌ها بایستی کشف کنند که می‌توانند از منطق خود استفاده کرده، و مدام آن‌را بهبود بخشند. شرکت در بحث‌های گروهی راجع به حل مسأله در کلاس درس، به آن‌ها کمک می‌کند تا ایده‌های جدید را، بدون حضور معلم، یاد بگیرند. این امر، باید هدف نهایی در آموزش ریاضی باشد. هم‌چنین، دانش‌آموزان باید بفهمند که چه بخشی از یادگیری، شامل حفظ موارد درسی بوده و باید توسط روش‌های حفظ کردن مطالب، صورت گیرد. دانش‌آموزان باید به قدرت ذهن خود برای حل مسائل ریاضی بدون تلاش آگاهانه، احترام بگذارند و بدانند که چه موقع از حل مسأله‌ای که باعث ایجاد مشکل شده است، دست بکشند.

درک معلمان از فرآیندهای ریاضی

شاید، بزرگ‌ترین چالش معلم در توسعهٔ کار گروهی در یک کلاس درس ریاضی، توسعهٔ درک عمیق‌تر دانش‌آموزان از ریاضی باشد. اکثر برنامه‌های آماده‌سازی معلمان در کلاس‌های ریاضی، بر پایهٔ حفظ الگوریتم است. این کلاس‌ها، ایده‌های غلط معلمان را در معرض دید قرار نمی‌دهند. بنابراین، معلمان به شدت سعی می‌کنند چیزهایی را که در دانشکده‌ها و مراکز دیگر فرا گرفته‌اند، حفظ کنند و در نهایت، فاقد ایده‌هایی می‌شوند که مورد نیاز نظام ریاضی فوق است و به مرور زمان، حتی مقادیر زیادی از آن‌چه که به آن‌ها آموخته شده است نیز، فراموش می‌شوند. برای جلوگیری از این امر، باید به‌جای تلاش در حفظ روابط خاص مثلاً معادله درجهٔ دوم، یا روش‌های رسمی اثبات‌های هندسه، درک و فهم اساسی از اعداد، و حل مسائل منطقی غیرمعمول را مورد نظر قرار داد. تنها هنگامی که معلم دارای فرایندهای ریاضی پایه به صورتی قوی و جاافتاده در ذهن باشد، می‌تواند قضاوت کند که آیا یک کودک، در مسیر صحیح قرار گرفته است یا خیر. هم‌چنین، درک فرآیند ریاضی به معلم کمک می‌کند تا با آوردن مثال‌های نقض، به دانش‌آموزان بفهماند که چه موقعی دچار اشتباه می‌شوند. از طرفی، نباید تدریس به تنهایی صورت گیرد، یعنی معلمان باید با هم در ارتباط باشند تا ایده‌های جدیدی برای رفع اشتباهات دانش‌آموزان، بیابند. هنگامی که معلم با همکاران خود در مورد مسائل ریاضی مشورت می‌کند، در واقع همان کاری را انجام می‌دهد که سعی می‌کند دانش‌آموزانش انجام دهند.

هنگام شروع به توسعهٔ فهم و درک ریاضی دانش‌آموزان، و تدریس آن توسط معلم، وی باید توسط مهارت‌های توسعه یافتهٔ خود، مسائلی را طرح کند که تفکر دانش‌آموزان را به چالش بخواند. هدف از این کار این است که پرسش‌هایی مورد سؤال قرار گیرند، تا تفاوت سطح دانش فعلی دانش آموزان را با سطح دانش گذشتهٔ آن‌ها، به نمایش بگذارد. بدین ترتیب، هنگامی که دانش‌آموزان سعی می‌کنند تا منطق غلط خود را به کار ببرند. متوجه اشتباه خود می‌شوند. به هر حال، معلم باید به دانش‌آموزان کمک کند تا در فرآیند حل مسأله، به پیش روند و با توجه به سطح منطق آن‌ها، تفاوت‌ها و مشکلات را گوشزد کند. مواقعی وجود خواهند داشت که معلم، باید دیدگاه‌های غلط دانش‌آموزان را حدس زده و مثال‌های دیگری را ارایه دهد تا آن‌ها، اشتباهات خود را تصحیح کنند، متوجه تفاوت‌ها شوند و پیشرفت خود را، ملاحظه کنند. یکی دیگر از مشکلاتی که معلمان با آن روبه‌رو می‌شوند، این است که بسیاری اوقات، دانش‌آموزان متوجه مطالبی که حفظ می‌کنند نمی‌شوند و بنابراین، باید از دادن چنین اطلاعاتی به آن‌ها، که مانع پی بردن معلم به عمق درک دانش‌آموزان می‌شود، جلوگیری کرد.

نتیجه‌گیری

برای ایجاد یک تغییر واقعی در روش‌های آموزش ریاضی، باید درک ریاضی را در معلمان دورهٔ ابتدایی توسعه دهیم. دیگر این که تفاوت بین مطالبی را که باید حفظ شوند و مطالبی را که باید عمیقاً درک شوند و نیز زمانی را که دانش‌آموزان باید به تنهایی به یادگیری بپردازند، تشخیص دهیم. هم‌چنین، در هنگام آموزش فرآیندها و ایده‌های ریاضی به آن‌ها، باید مؤدب بودن و نحوهٔ شرکت در فعالیت‌های درسی را بیاموزیم. این امر، سبب می‌شود تا آن‌ها، ایده‌های صحیحی را بیابند که باعث ایجاد درک بالاتری از ریاضی در آن‌ها، می‌شود. از مزیت‌های این روش این است که، تمام دانش‌آموزان فعال می‌شوند. آن‌هایی که برای فکر کردن احتیاج به صحبت کردن دارند، یا آن‌هایی که درون‌گرا بوده و به طور معمول سکوت می‌کنند، همگی می‌توانند نظر خود را بیان کنند. [در چنین فضایی]، دخترانی که معمولاً در بحث‌های ریاضی شرکت نمی‌کنند و حتی دانش‌آموزان کندذهن، در مورد سؤال‌ها، جواب‌های واضحی می‌دهند. دانش‌آموزان آماده‌تر، با دقت بیش‌تری گوش می‌کنند تا مطالبی را عنوان کنند که هم‌کلاسی‌های آن‌ها، به آن گوش کنند. تمام دانش‌آموزان، این موقعیت را می‌یابند که روش یادگیری خود را بهبود بخشند. به عبارت دیگر این روش، ریاضی را از یک منبع محدود برای اقلیت دانش‌آموزان بهره‌مند، به یک موضوع مورد علاقهٔ اکثریت دانش‌آموزان که با انرژی و شوق فراوان آن را می‌پذیرند تبدیل می‌کند.

مرجع

Alweh,Bill;Barnes; Mary;Paden, David. **Development of a Community of mathematicians in the Elementary Classroom.**

روایت معلمان

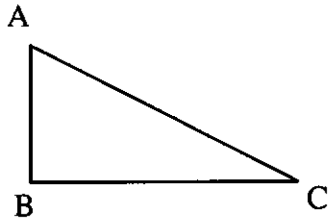
بهبود در نتایج محاسبات و استنتاج‌ها با تعمق در تعاریف و دقت در شرایط قضایا

نویسنده: امین جامی، معلم ریاضی شهرستان تایباد استان خراسان

به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی درنظر دارد که این مهم را یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیکتری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق، فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم، نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی، به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

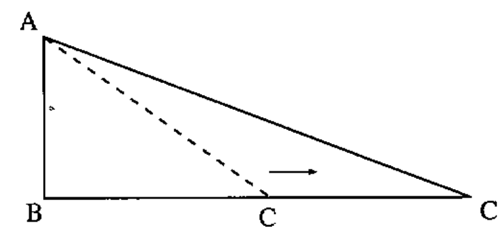
چندسال پیش، وقتی دانش‌آموز دبیرستان بودم و هنوز تجربهٔ هیچ نوع تدریسی را نداشتم، یکی از هم‌کلاسی‌هایم که جزو درس‌خوان‌های شب امتحانی بود، از من خواست تا به او مبحث حد را ـ که قرار بود فردا از ما امتحان بگیرند ـ درس بدهم. با مشقت فراوان، مطالبی را که معلم در عرض یک ماه تدریس کرده بود، ظرف مدت دو ساعت به خوردش دادم و فرار کردم. از آنجا که او به کارهای فنی علاقه‌مند بود، برای جذاب کردن درس و جلب علاقه‌اش، ضمن تدریس، وقتی که چند دقیقه‌ای استراحت می‌کردیم گفتم که من مبحث حد را در کتاب‌های دانشگاهی یکی از دوستانم که مهندسی برق می‌خواند نیز دیده‌ام، و خاطر نشان کردم که این درس، یکی از مباحث اصلی دروس مهندسی است. آن امتحان گذشت و او به هر ترتیبی بود نمره‌اش را گرفت. اما از آن‌جا که مبحث حد را یکی از دروس کاربردی در مهندسی می‌پنداشت، شدیداً به آن مبحث علاقه‌مند شده بود و مدام از من سؤال‌هایی در مورد حد می‌پرسید. در میان سؤال‌ها (و به قول خودش، کشف‌هایش)، دوستم چیزی را اثبات کرده بود که من در درستی حکمش شکی نداشتم، اما مطمئن بودم که در شیوهٔ اثبات این حکم نکته‌ای وجود دارد که نادرست است. ولی نمی‌توانستم آن را تشخیص بدهم. مسألهٔ مذکور، از این قرار بود:



شکل ۱

مطابق شکل ۱، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، کتانژانت زاویهٔ A را که برابر $\frac{AB}{BC}$ است، در نظر می‌گیریم. اکنون می‌خواهیم

مانند شکل ۲، با ثابت نگه داشتن AB، رأس C را در امتداد BC از B دور کنیم تا اندازهٔ BC و AC افزایش یابد و این افزایش فاصلهٔ B تا C (یعنی BC) را تا مقادیر بسیار بزرگ ادامه می دهیم، به طوریکه $BC \to +\infty$ در این حالت برای کتانژانت A که برابر $\frac{AB}{BC}$ است با افزایش شدید مخرج در عین ثابت بودن صورت کسر مواجهیم.



شکل ۲

بنابراین برای کتانژانت A خواهیم داشت

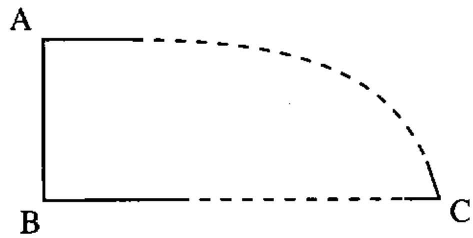
$$\lim_{BC\to\infty} \text{Cotg}A = \lim_{BC\to\infty}\frac{AB}{BC} = ۰$$

همان طور که ملاحظه می شود، حد CotgA در این حالت ۰ شد، که برابر Cotg۹۰° است، زیرا Cotg۹۰° = ۰. از این رو، چون

$$\lim_{BC\to+\infty} \text{Cotg}A = \text{Cotg}۹۰$$

پس A = ۹۰°.

گزارهٔ A = ۹۰°، ما را به این نتیجه می رساند که در مثلث قائم الزاویهٔ ABC با دور کردن B از C می توان اندازهٔ زاویهٔ حادهٔ A را به ۹۰° رساند، به طوری که به علت قائمه بودن A و B، اضلاع AC و BC که هر دو عمود بر AB هستند (مانند شکل ۳) به موازات یکدیگر قرار بگیرند. (مطابق این اصل که دو خط عمود بر یک خط موازیند). از طرفی چون BC و AC اضلاع مثلثند به ناچار در حین موازی بودن، باید یکدیگر را قطع کنند (که البته با توجه به بی نهایت بودن اندازهٔ BC و AC، این تقاطع باید در بی نهایت، صورت بگیرد). پس دو خط موازی BC و AC، یکدیگر را در بی نهایت قطع خواهند کرد. از مجموع مقدمات فوق نتیجه می شود که دو خط موازی در بی نهایت همرس خواهند بود.

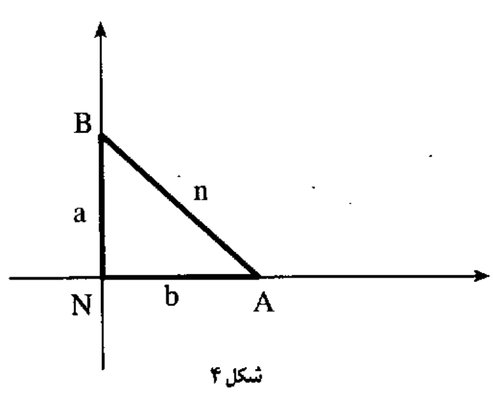


شکل ۳

من در ابتدا باور نمی کردم چنان دانش آموز بی انضباط و بی علاقه ای، فقط با شنیدن یک جمله، آن قدر علاقه مند شود که در پی بررسی های زیاد بتواند با استفاده از مفهوم حد ادعا کند که دو خط موازی در بی نهایت همرسند. می دانستم که این اثبات در جایی اشکال دارد و این را با دوستم در میان گذاشتم. اما او ذوق زده تر از آن بود که حرفم را قبول کند. با اصرار تمام، به بررسی بیش تر مسأله پرداخت تا این که بالاخره ادعا کرد اثبات دیگری با تلفیق هندسهٔ تحلیلی و مفهوم حد کشف کرده است.

این اثبات به طریق زیر بود:

رأس قائمهٔ مثلث قائم الزاویهٔ ANB را مطابق شکل، در مبدأ مختصات قرار می دهیم. اگر y=mx+a، معادلهٔ خطی باشد که وتر مثلث روی آن قرار می گیرد، مختصات نقطهٔ A، برابر با $A=\begin{bmatrix}\frac{-a}{m}\\ ۰\end{bmatrix}$ خواهد بود. (توجه کنید که $m<۰$ است.)



شکل ۴

اکنون اگر بخواهیم برای موازی شدن BA با محور طول ها و خط NA، با افزایش m، امتداد خط y=mx+a را به موازات امتداد

محور xها و خط y=a در آوریم، باید تا حد امکان m به صفر نزدیک شود و چون ۰ > m است پس باید $m \to 0^-$. با این شرایط طول نقطهٔ A برابر خواهد شد با

$$x_A = \lim_{m\to 0^-} \frac{-a}{m} = \frac{-a}{0^-} = +\infty$$

$$\text{در نتیجه}\quad A = \begin{bmatrix} +\infty \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{و}$$

یعنی اگر بخواهیم خط AB به موازات محور xها قرار بگیرد، باید A (یعنی نقطهٔ تقاطع) را روی محور xها به بی‌نهایت ببریم و این بدین معنی است که خطوط موازی در بی‌نهایت متقاطعند.

در این اثبات جدید نیز نکتهٔ نادرستی وجود داشت. با وجود این‌که آن زمان نمی دانستم اشکال کار در کجاست. اما بعدها دریافتم که عیب هر دو اثبات در یک نکته است و آن این است که او مقدار تابع در یک نقطه را با حد تابع در آن نقطه برابر می‌دانست و به علاوه، تفاوت بین نزدیک شدن به بی نهایت و بودن در بی‌نهایت را درک نمی‌کرد. بعدها متوجه شدم که بسیاری از دانش‌آموزان، بدون توجه به تعاریف دقیق مفاهیم و در نظر گرفتن شرایط برقراری قضایا، اقدام به بررسی و حل مسائل می‌کنند و دوست من هم، چنین کرده بود. البته در مسألهٔ فوق، به طور اتفاقی به نتیجه‌ای درست رسیده بود. اما این شتاب‌زدگی در بسیاری از موارد، دانش‌آموز را به سمت نتیجه‌گیری اشتباه و حل نادرست مسائل سوق می‌دهد.

بسیار به جاست زمانی که از دانش‌آموزان می‌خواهیم به مسأله‌ای که در حل آن از قضایای مطرح شده در کلاس استفاده می‌شود بپردازند، به ارایهٔ مثال‌ها و تمریناتی که بخشی از شرایط قضایا را ندارند نیز بپردازیم تا دانش‌آموزان، خود شاهد رسیدن به نتایج نادرست در استفاده از قضایا بدون توجه به شرایط برقراری آن‌ها باشند. حل نامعادلهٔ

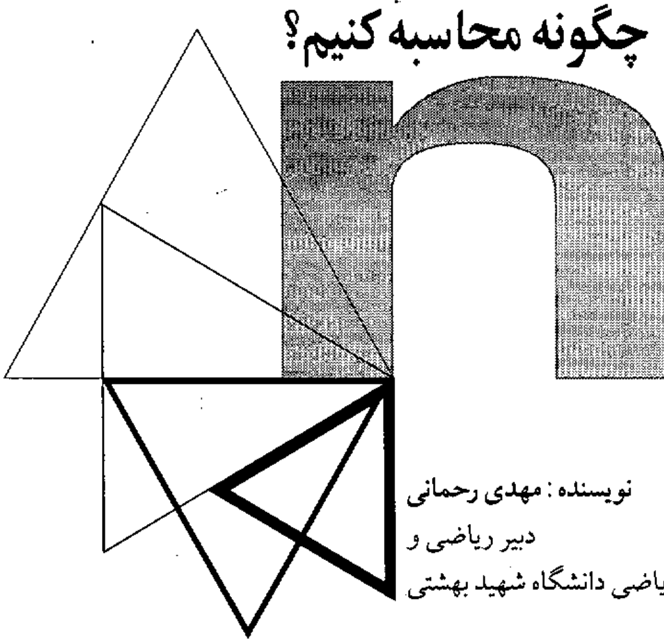
$$\boxed{-۳ < \sqrt{x}}$$

با استفاده از مربع کردن طرفین نامعادله، مثالی از این دست است. دانش‌آموزان باید بیاموزند که وقت بیش‌تری را روی تعاریف و صورت و شرایط قضایا صرف کنند. هر اندازه میزان پختگی و تجربه در امر حل مسأله و تحقیق در ریاضیات افزایش یابد، احساس نیاز به بیان دقیق تعاریف بیش‌تر خواهد شد زیرا فرد خبره تمایل دارد قبل از برداشتن هرگام بداند که کدام قضیه و یا نکته، اجازهٔ برداشتن این گام را به او می‌دهد. به همین خاطر است که یک حرفه‌ای، به آسانی یک مبتدی، طرفین نامساوی x > ۲ را به توان زوج نمی رساند. کوشش‌های ریاضی‌دانان در ارایهٔ تعاریف دقیق مفاهیم نیز گواه احساس نیاز یک خبره و حرفه‌ای، به تعاریف دقیق است. این که شخص توجه خود را بیدار نگه دارد که در هر قدم حل مسأله از کدام نکته یا قضیه یا کدام شرایط استفاده می‌کند، به او تیزبینی خاصی می‌دهد و او را آماده می‌کند که در رویارویی با هر مسأله، گام‌هایی بردارد که این گام‌ها متکی بر اطلاعاتی درست و شرایطی کامل استوارند و حل مسأله با روندی کنترل شده و مطمئن انجام می گیرد. همچنین، با وادار کردن دانش‌آموز به نظارت بر نحوهٔ عملکرد خویش، به فراگیر خواهیم آموخت که چگونه به معلومات خود و کیفیت استفاده از دانسته‌های خویش نظارت داشته باشد تا این کنترل بر چگونگی یادگیری ـ که از آن به فراشناخت تعبیر می‌شود ـ بتواند در تعامل با شناخت، او را به سوی یادگیری عمیق‌تر سوق دهد. بدین‌ترتیب، دقت در تعاریف و شرایط قضایا، علاوه بر تأثیر مستقیمی که در نتایج محاسبات و استنتاج‌ها دارد، می‌تواند از جنبهٔ فراشناختی نیز حایز اهمیت باشد تا با توسعهٔ تعامل میان شناخت و فراشناخت، به افزایش خبرگی در ریاضیات و ایجاد بهبود در نتایج محاسبات و استنتاج‌ها منجر شود.

موضوع دیگری که در حاشیهٔ داستان ذکر شده مهم به نظر می‌رسد و نمی‌توان از آن چشم پوشید، تغییر رویهٔ آنی (و قابل تأمل) دانش‌آموزی به ظاهر شرور و بی‌علاقه به ریاضیات است که وقتی احساس می کند مبحث مورد نظر می‌تواند در عمل کاربرد داشته باشد، به طرز شگفت‌انگیزی به ریاضیات علاقه‌مند می شود. به همین دلیل است که آموزش ریاضیات، بدون ارایهٔ کاربردهایی از آن، با مقاومت ذهن‌های نقاد و کنجکاو روبه‌رو خواهد شد و کاربردی دانستن ریاضیات توسط چنین ذهن‌هایی ـ همان‌طور که در ماجرای فوق دیده شد ـ نیروی محرکهٔ عظیمی برای کار و تلاش در زمینهٔ ریاضیات خواهد شد.

بدیهی است یک ذهن، هر چند خلاق و جستجوگر باشد، وقتی علاقه و انگیزه‌ای در کار نباشد، این ذهن آتشی باقی خواهد ماند مدفون، در زیر خاکستر.

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی را چگونه محاسبه کنیم؟



نویسنده : مهدی رحمانی
دبیر ریاضی و
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

در کلاس درس، مبحث دنبالهٔ مثلثی از مباحث کتاب ریاضی پایهٔ دوره پیش‌دانشگاهی رشتهٔ علوم انسانی را تدریس می‌کردم. دانش‌آموزی سؤال کرد: «آیا فرمولی برای مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی وجود دارد؟»

دانش‌آموز دیگری پاسخ داد: «نه! چون اگر وجود داشت، یا در این کتاب می‌نوشتند یا به‌خصوص در کتاب‌های کنکور، که من تاکنون در هیچ جا این فرمول به چشمم نخورده است؟ آیا شما دیده‌اید؟»

در این زمان من اشاره کردم که در ریاضی یا ما ثابت می‌کنیم مسأله دارای جواب است هرچند که جواب آن ممکن است هنوز مشخص نشده باشد و ممکن است بعداً اثبات شود، یا این‌که با دلیل و برهان نشان می‌دهیم مسأله دارای جواب نیست. سپس رو به دانش‌آموز دوم، پرسیدم: «آیا شما دلیلی دارید که فرمولی برای مسألهٔ فوق وجود ندارد؟» .

در واقع، دانش‌آموزان را در موقعیتی قرار دادم که تصمیم بگیرند: «آیا حاضرید با کمک همدیگر، روی این مسأله فکر کنیم؟» و توضیح دادم که اگر مسأله را حل کردید، خوب، به فرمولی دست یافته‌اید و مطلبی را کشف کرده‌اید و اگر در این جلسه مسأله حل نشد، می‌تواند به عنوان یک پروژه به شما واگذار شود و جایزه‌ای نیز برای آن در نظر می‌گیریم. من هم هیچ ادعایی برای حل تمام مسایل ریاضی ندارم (و هیچ کس نمی‌تواند چنین ادعایی کند) ولی این را می‌دانم که هر تلاشی مسلماً قابل تقدیر است و ارزش والایی دارد، همان‌طور که گفته‌اند: «یک ساعت فکر کردن، از هفتاد سال عبادت برتر است.»

برای دانش‌آموزان خیلی جالب بود که فرمولی را کشف کنند و اعلام کردند که حاضرند روی این مسأله فکر کنند.

از آن‌ها پرسیدم: «چه روشی را پیشنهاد می‌کنید؟»

دانش‌آموزی گفت: «آقا من فرمولی برای مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ مربعی دیده‌ام، ولی دقیقاً خاطرم نیست.»

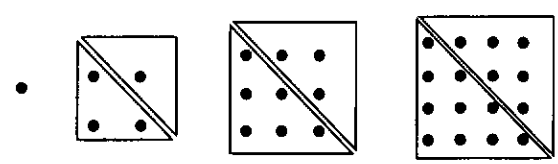
گفتم: «خوب همان که یادت هست، بیان کن» و سپس از دانش‌آموزان دیگر کمک گرفتم و اشاره کردم که اگر همهٔ فرمول خاطرتان نبود می‌توانید در حالت‌های خاص صحت آن را بررسی کنید. مثلاً ببینید فرمول به ازای ۱=n و ۲=n و ۳=n برقرار است و ضرایب را مشخص کنید. دانش‌آموزان مخرج کسر را فراموش کرده بودند که این مشکل، با بررسی چند حالت خاص، حل شد.

سپس سؤال کردم: «خوب به نظر شما فرمول دنبالهٔ مربعی، چه ارتباطی با دنبالهٔ مثلثی دارد؟»

-: «آقا می‌توانیم هر مربع را به دو مثلث تقسیم کنیم.»

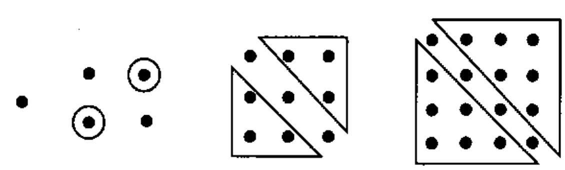
-: «چگونه؟»

دانش‌آموزی پاسخ داد: «به شیوهٔ زیر:»



پرسیدم: «تقسیم دیگری به ذهنتان می‌رسد؟»

دانش‌آموز دیگری گفت: «آری، به شیوهٔ زیر، ولی در این جا دو مثلث و تعدادی عدد داریم که روی قطر واقع هستند.»



از دانش‌آموزان پرسیدم: «کدام الگو به نظرتان جالب‌تر است؟»

آن‌ها پاسخ دادند: «به نظرمان الگوی دوم بهتر است زیرا از دو مثلث تشکیل شده است که اندازه‌هایشان با یکدیگر مساوی است. فقط یک مشکلی دارد؟»

گفتم: «چه مشکلی؟»

گفتند: «آن عددهای روی قطر را چه کنیم؟»

پرسیدم: «آیا ارتباطی بین اعداد روی قطر وجود دارد؟»

بلافاصله پاسخ دادند: «آری، اعداد طبیعی هستند.»

پرسیدم: «این الگو را چگونه می‌توانیم بنویسیم؟»

سپس با کمک دانش‌آموزان، این طور نوشتیم:

۱ = جملهٔ اول دنبالهٔ مربعی
۲ + (جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی) ×۲ = جملهٔ دوم دنبالهٔ مربعی
۳ + (جملهٔ دوم دنبالهٔ مثلثی) ×۲ = جملهٔ سوم دنبالهٔ مربعی
۴ + (جملهٔ سوم دنبالهٔ مثلثی) ×۲ = جملهٔ چهارم دنبالهٔ مربعی

پرسیدم: «جملهٔ k اُم دنبالهٔ مربعی را چگونه می‌توان نوشت؟»

گفتند:

k + (جملهٔ (k - ۱) اُم دنبالهٔ مثلثی) × ۲ = جمله kاُم دنبالهٔ مربعی

دانش‌آموزی پرسید: «آقا، جملهٔ اول مشکل دارد. چون جملهٔ صفرم دنبالهٔ مثلثی که نداریم!»

گفتم: «خوب، به نظرت آیا ایرادی دارد بنویسیم $n < 2$ ؟»

گفت: «نه! خوب در یک دنبالهٔ مربعی، مشخص است که جمله‌ی اول، ۱ است.»

-: «تازه، جملهٔ صفرم یعنی چند؟»

-: «نداریم.»

-: «یعنی چند؟»

-: «صفر!»

-: خوب! پس می‌توان نوشت:

۱ + (جملهٔ صفرم دنبالهٔ مثلثی) ×۲ = جملهٔ اول دنبالهٔ مربعی

پرسیدم: «خوب حالا چه کار کنیم؟»

دانش‌آموزی گفت: «حالا که مجموع n جملهٔ دنبالهٔ مربعی را داریم، می‌توانیم روابط بالا را با هم جمع کرده و به جای آن، فرمولش را قرار دهیم، سپس مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی را حساب می‌کنیم.»

+(۱+۲+...+ k)

نویسنده: مهدی رحمانی، دبیر ریاضی و دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

حل این قسمت مسأله را به صورت کار گروهی (در گروه‌های ۳ نفره) به خود آن‌ها واگذار کردم و از چند گروه برای ارایهٔ راه‌حل در پای تخته، دعوت کردم. با این‌که در محاسبات هر یک از گروه‌ها اشکالاتی بود، ولی خوب پیش رفته بودند.

پرسیدم اشکال را بیابید و پس از پیداکردن آن اشکال‌ها، بالاخره به فرمول زیر رسیدیم:

> مجموع k جملهٔ اول دنبالهٔ مربعی =
> ۲ × (مجموع (k - ۱) جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی)
> +(۱+۲+...+k)

بچه‌ها گفتند: «آقا، این فرمول برای مجموع (k - ۱) جمله به‌دست می‌آید، مجموع k جمله؟»

گفتم: «برای رفع این مشکل چه می‌توانیم بکنیم؟»

خودشان پیشنهاد کردند که در آخر که فرمول را پیدا کردیم، آن را تصحیح می‌کنیم.

پرسیدم: «روش دیگری به ذهنتان می‌رسد که همین‌جا مجموع k جملهٔ دنبالهٔ مثلثی را بنویسیم؟»

دانش‌آموزی گفت: «اگر یک جملهٔ دیگر از روابط بالا را بنویسیم، داریم:

> مجموع (k + ۱) جملهٔ اول دنبالهٔ مربعی = ۲ × (مجموع k جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی)
> +(۱+۲+...+(k+۱))

$$\frac{(k+1)(k+1+1)(2(k+1)+1)}{6} = 2S_k + \frac{(k+1)(k+1+1)}{2}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = 2S_k + \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$2S_k = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} - \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$2S_k = \frac{(k+1)(k+2)[(2k+3)-3]}{6}$$

$$2S_k = \frac{(k+1)(k+2)(2k)}{6}$$

$$S_k = \frac{k(k+1)(k+2)}{6}$$

سپس از دانش‌آموزان خواستم مسأله را برای حالت‌های $n = 1$ ، $n = 2$ ، $n = 3$ و $n = 4$ حل کنند و صحت این فرمول را بررسی کنند ـ که البته صحت داشت.

از دانش‌آموزان پرسیدم: «آیا به نظرتان در این جا مسأله تمام است؟ آیا می‌توانید این مسأله را با مباحث فصل اول مرتبط کنید؟ برای اثبات درستی آن، از چه نوع استدلالی در این جا کمک بگیریم؟ آیا همین که از روش شهودی استفاده کردیم کافی است!»

دانش‌آموزان، پس از مدتی تأمل و ورق زدن کتاب‌هایشان، به قسمت استقرای ریاضی که رسیدند، گفتند: «این مسأله را می‌توان به کمک استقرای ریاضی ثابت کرد.»

اثبات آن را به عنوان تکلیف برای جلسهٔ آینده دادم.

در وجود دانش‌آموزان، چنان شور و شوقی پدیدار شده بود که حتی خود من هم لذت می‌بردم. آن‌ها از این‌که فرمولی را که تا حال ندیده‌اند، به‌دست آورده‌اند بسیار خوشحال بودند. آن جلسه، دانش‌آموزان با رضایت از کلاس بیرون رفتند و با این که از ساعت کلاس، نیم ساعت گذشته بود، هم‌چنان در سر کلاس حضور فعالانه داشتند و در پایان اذعان کردند که واقعاً متوجه زمان نشدیم، خیلی زود کلاس تمام شد و راستی که تا به حال از ریاضیات این قدر لذت نبرده بودیم.

من هم از آن‌ها که در بحث شرکت فعالانه داشتند، تشکر کردم و اشاره کردم که ممکن است بتوان مسأله را به روش‌های دیگری نیز حل کرد. خوشحال می‌شوم که دانش آموزی مسأله را از راه دیگر نیز حل کند و برای من بیاورد، ضمناً اشاره کردم که فرمول چه می‌گوید:

«برای محاسبهٔ مجموع k جملهٔ اول دنبالهٔ مثلثی، کافی است عدد طبیعی k را در دو عدد طبیعی بعد از k ضرب کرد و عدد حاصل را بر ۶ تقسیم کرد. ضمناً از آن‌جا که مجموع n جمله، عددی طبیعی است، باید صورت کسر، مضربی از ۶ باشد. پس حدس دیگری که می‌توان زد این است که حاصل ضرب ۳ عدد طبیعی متوالی، همواره مضرب ۶ است. بر روی این مسأله نیز فکر کنید...»

■

پیشینهٔ ریاضیات در ایران

از ماقبل تاریخ تا برآمدن هخامنشیان

نویسنده: مهدی رجبعلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان

نیاز بشر به ریاضیات، از زمان‌های بسیار دور، با شمردن چیزها آغاز شد و به احتمال بسیار زیاد نیز، اختراع خط به دلیل نیاز به ثبت اعداد بزرگ و نگهداری حساب‌ها، به تحقق پیوست. درک مفهوم عدد، باید به دوران پیش از تاریخ مربوط باشد. ولی نوشتن عدد و اختراع نمادهای حسابی، به زمان‌هایی مربوط است که از آن دوره‌ها، لوح‌ها و سنگ نبشته‌های فراوانی یافت شده است. در کاوش‌های تپهٔ گنج دره (ایران)، استوانه‌ها، گرده‌ها، گوی‌ها، مهره‌ها و چوب‌هایی مربوط به نُه هزار سال قبل از میلاد یافت شده که برای شمارش به کار گرفته می‌شدند. چیزهای مشابهی از هزارهٔ هفتم قبل از میلاد در کاوش‌های گوران تپه و انائو، و از هزارهٔ ششم قبل از میلاد در چغاسفید، تل ابلیس و تپهٔ یحیی پیدا شده است که همگی، در ایران قرار دارند. باید متذکر شد که در آناتولی، سودان، سوریه و میان‌دورود نیز، این گونه ابزار شمارشی متعلق به هزاره‌های نهم تا پنجم قبل از میلاد، یافت شده است ([1]، ص ۹۸).

دوران سومر و ایلام (از هزارهٔ چهارم قبل از میلاد تا برآمدن هخامنشیان)

از ده‌ها هزار سال پیش، بشر با کشیدن خط‌های منظم یا تصویر حیوان‌ها بر دیوار غارها، ذوق و عشق هنری خود را به معرض نمایش می‌گذاشته است؛ طرح هنری-ریاضی هفتاد هزار سالهٔ زیر، در یکی از غارهای افریقا کشف شده است:

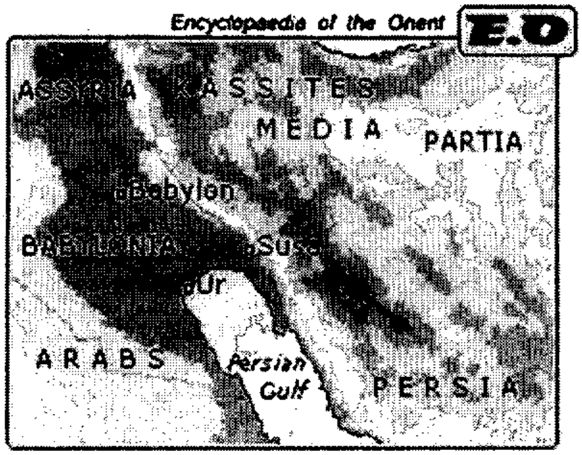
سومری‌ها و ایلامی‌ها نیز، سنت‌های شمارش نیاکان خود را با ابزاری هم‌چون چوب‌ها، استوانه‌ها، گرده‌ها و مهره‌ها، ادامه می‌دادند و به ابتکار خود یا به تقلید از پیشنیان، هر مجموعه را که نمایندهٔ مثلاً تعداد گوسفندان یک گله بود، در یک محفظهٔ گلی، مهر و موم می‌کردند. بعدها که خط و عددنویسی هم اختراع شد، روی این محفظه‌ها عدد معادل را می‌نوشتند،

به‌طوری که افراد باسواد، لزومی به شکستن محفظه نمی‌دیدند و فقط در صورت اختلاف نظر با چوپان بی‌سواد، محفظه را می‌شکستند.

هم سومری‌ها و هم مصری‌ها در هزارهٔ پنجم قبل از میلاد، صاحب تقویم بوده‌اند. ولی اثری از این تقویم‌ها بر جای نمانده و فقط در آثار مکتوب متعلق به اواخر هزارهٔ چهارم یا اوایل هزارهٔ سوم، به آن‌ها اشاراتی شده است. قدیمی‌ترین سندهای خطی یافت شدهٔ جهان، یکی متعلق به تمدن دره هلیل‌رود جیرفت است که هنوز رمزگشایی نشده، و دیگری متعلق به تمدن سومری واقع بر ساحل قدیمی خلیج‌فارس در کناره‌های رود فرات است که توسط دانشمندان خوانده شده است. ضمنا یادآور می‌شویم که تمدن جیرفت، یک قرن و نیم بر تمدن سومر تقدم دارد و در زمان رونق خود، بر یکدیگر تأثیر گذار بوده‌اند. با وجود این، خط کشف شده در جیرفت، مستقل از خط میخی سومری است و نشان می‌دهد تمدن جیرفت، خود مخترع خط بوده است. ([۲]، ص۵۷).

جدول گاه‌شناسی دیوید اسمیت ([۲]، صص ۴۸۶ تا ۵۰۸)، پس از اعلام عصرهای پارینه سنگی تا کشف فلز، به سه رویداد مهم، آغاز تقویم بابلی (سومری)، رواج تقویم مصری و استفاده از خط اشاره می‌کند. به هر حال، کهنه‌ترین اثر نوشتاری سومری، متعلق به ۳۱۰۰ قبل از میلاد در شهر اور در ساحل شمالی خلیج‌فارس یافت شده است. مهم‌ترین هدف این لوح‌ها، نگهداری حساب و نوشتن عددها بوده است ([۲]، ص۵۱). رمزگشایی خط سومری، به کمک سنگ نبشته‌های سه زبانهٔ داریوش امکان‌پذیر شد. از سه زبان پارسی، ایلامی و بابلی به کار رفته در سنگ نبشته‌های بیستون و غیره، اطلاعات موجود در مورد زبان پارسی، بیش‌تر از بقیه بود و با زحمات شبانه‌روزی پژوهشگران، راز این سه زبان گشوده شد. به کمک سه زبان مزبور و مقایسهٔ متن‌های دو زبانهٔ بابلی و سومری نیز، رمز خط سومری گشوده شد. یادآور می‌شویم که چهار زبان مزبور، با خط میخی نوشته می‌شدند.

ریشه‌ها و مشترکات زبان‌های سومری، مصری و فینی، این حدس را تقویت می‌کند که اقوام فینی ساکن روسیه، چند هزار سال قبل از میلاد به جنوب و مغرب کوچ کرده و شاخهٔ جنوبی پس از مدت‌ها زندگی در کوه‌های البرز و زاگرس، نهایتاً در حوالی اروندرود و شمال خلیج فارس سکونت گزید [۳]. از همین طوایف، گروهی نیز به مصر رفته و تمدن درهٔ نیل را به وجود آورد. فنلاندی‌های فعلی، مهاجرین فین هستند که راه مغرب را در پیش گرفته بودند. (برخی‌ها، همهٔ این پیشقراولان مهاجر را آریائی می‌دانند، ولی مدرک قاطعی برای این ادعا موجود نیست. برخی نیز، آن‌چنان در جهت مقابل به افراط می‌گرایند که اشکانیان را غیرآریائی می‌دانند که آن‌هم از دیدگاه نگارنده، بی‌اهمیت است. در این مقاله، هرکس که در فلات ایران می‌زیسته، ایرانی محسوب می‌شود؛ خواه تُرک باشد، یا عرب یا فارس یا ...)

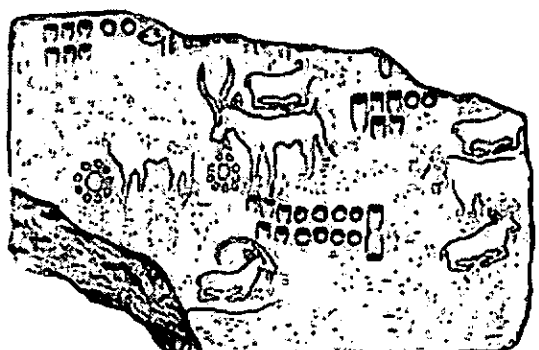


ELAM'S HEARTLAND
(with old size of the Persian Gulf)

سومری‌ها، خود را مخترع خط و اولین سازندگان جادهٔ ارابه‌رو می‌دانند. حتی هزار سال بعد از نوشته شدن لوح اور، امپراتور شولگی سومری بر خود می‌بالید که مردم سرزمین‌های بیگانه، آن‌جاها که نام سومر به گوششان نخورده بود، از نعمت کتابت و جاده‌سازی بی‌بهره بودند و خدا ـ خورشید و برادران جوان‌تر خود را گواه می‌گیرد که چون کلام وی به این سرزمین‌ها می‌رسید، آن را هم‌چون پیام آسمانی تعظیم می‌کردند. امپراتور شولگی، به ادب و هنر نویسندگی مشهور بوده و نیز مشوق دیگران در ترویج خط و نویسندگی بوده است. سومری‌ها تا ۲۰۰۰ قبل از میلاد، بر ایلام (خوزستان و لرستان فعلی) تسلط داشتند و با تمدن‌های ایران مرکزی و شرقی، در داد و ستد بازرگانی و فرهنگی بودند. با وجود این، هم‌زبان و هم‌نژاد ایلامی‌ها، متفاوت از سومری‌ها بود. بر اثر تمدن سومری، خط میخی در ایلام، کاشان و کرمان ([۴]، ص۳۳) رواج یافت. هر دو تمدن سومری و ایلامی، سازندگان معابد عظیمی به نام زیگورات بوده‌اند که مهم‌ترین آن‌ها به نام زیگورات چغازنبیل

در شوش، بازسازی شده است. این زیگورات‌ها، نمایانگر رشد علمی و فنی مردم سومر و ایلام هستند. دکتر مهدی فرشاد، علاوه بر برشمردن بسیاری از روش‌های فنی و مهندسی، به رواج علم دریانوردی از ۱۰۰۰۰ تا ۵۰۰۰ سال قبل از میلاد در ایران اشاره می‌کند ([۵]، [۶]، صص ۱۰۹ تا ۱۱۸). بدیهی است که دریانوردی، بدون بهرهٔ کافی از نجوم و ریاضی، امکان‌پذیر نبود.

قدیمی‌ترین اثرمکتوب ایلامی، متعلق به ۲۹۰۰ قبل از میلاد است. ایلامی‌ها از همان زمانی که تحت فرمانبری سومری‌ها بودند، معاملات خود را به زبان ایلامی، ولی با خط میخی ثبت می‌کردند و بازتاب اصلاحاتشان در خط تصویری سومری، به الفبایی کردن آن گرایید. همین ایلامی‌ها بودند که داریوش را در میخی کردن خط پارسی، یاری رساندند. لوح زیر، یک اثر مکتوب ایلامی را نشان می‌دهد که بر روی آن، عددهایی ثبت شده و آخرین آن‌ها، نمایشگر عدد ۱۸۵ می‌باشد؛ از راست به چپ یک «صد» و هشت «ده» و پنج «یک» کنار هم گذاشته شده است:



در سال ۱۹۳۶، انبوهی از لوحه‌های ریاضی در شوش پیدا شد که در آن‌ها، شعاع دایرهٔ محاطی یک مثلث متساوی‌الساقین، مساحت یک شش ضلعی منتظم، تقریبی برای محیط دایره و غیره محاسبه شده بود. هم‌چنین، معادلاتی از درجهٔ ۸ بررسی شده بود که نمودار برتری ریاضیات ایلامی بر ریاضیات کشف شدهٔ بابلی است که در آن‌ها، درجهٔ معادلات بیش‌تر از ۶ نبوده است ([۷]، فصل دوم بند ۲۴ ص ۶۳).

نویسندهٔ زین‌الاخبار، معتقد است که تخت جمشید، مخزنی از کتاب‌های دین زردشتی و فلسفه و حساب و هندسه و هر علم دیگری بود که اسکندر، همه را به روم فرستاد و سپس بنا را به آتش کشید [۸].

زیگورات چغازنبیل

سی هزار لوحهٔ گلی، عمدتاً به زبان ایلامی و تعدادی هم به زبانْ آرامی و همگی با خط میخی، در تخت جمشید یافت شده که اظهار نظرهای متفاوتی را در مورد تاریخ نوشته شدن آن‌ها، برانگیخته است. برخی آن‌ها را به حساب و کتاب‌های دربار داریوش و خشایارشاه و غیره مربوط می‌دانند که با در نظر گرفتن این که پایتخت اصلی آن‌ها شوش بوده است، چندان نمی‌توان باور کرد. دکتر برومند سعید معتقد است که این لوح‌ها که حساب و کتاب نذورات و پیشکش‌های به مهر و سایر خدایان را نگهداری می‌کرده و جهت تبرک بایگانی می‌شده‌اند، باید متعلق به زمان‌های قبل از اسفندیار باشند که هنوز تخت جمشید، به آتشگاه زردشتیان تبدیل نشده بوده است [۸].

در این الواح، از جمشید به احترام یاد شده است ([۸]، ص ۲۶۵)، ([۹]، ج ۲، ص ۳۶). خدایانی که در این الواح ذکر شده‌اند، بعضاً به ایلامی‌ها تعلق دارند و چنین به نظر می‌رسد که هم‌زیستی مسالمت‌آمیزی بین آریائی‌های مهرپرست و ایلامی‌ها برقرار بوده است. این خدایان را بغ یا بگ یا بک می‌نامیده‌اند. اسمیت ([۲]، ص ۴۳) از مردمی به نام باک

صحبت می‌کند که در منطقه‌ای، زیر نفوذ شوش و متأثر از تمدن بابل [سومر] زندگی می‌کرده‌اند که در حدود ۲۳۵۰ قبل از میلاد، به تشویق یائو، امپراتور چین، به چین مهاجرت کرده‌اند. احتمال می‌دهیم که این باک‌ها، همان بکبدها (بغبدها= محافظان بک) بوده‌اند که به علت تسلط بر تقویم خورشیدی، به چین رفته‌اند تا امپراتور چین را در تهیهٔ تقویم که از افتخارات یائو بوده است، یاری رسانند ([۲]، صص ۴۳ و ۴۸۷). شاهنامه در مورد مذهب ایرانیان قبل از زردشت چنین می‌گوید:

به ما بر ز دیـــن کهن ننـــگ نیست
به گیتی به از دین هوشنگ نیست
همه داد و نیکی و شرم است و مهر
نگه کردن انـــدر شمار سپهـــر

اصولاً، فرق اساسی بین تمدن‌هایی که از دو سوی شمال و جنوب به سوی میان‌دورود و ایران می‌آمده‌اند، در تقویمشان بوده است. جنوبی‌ها، ماه را مبنای کارشان قرار می‌دادند که مراقبت آن، نیاز چندانی به ریاضیات و محاسبات پیچیده نداشت و هوای صاف زیستگاهشان، به راحتی گردش روزها را به کمک شکل‌های مختلف هلال ماه، امکان‌پذیر می‌ساخت. شمالی‌ها که از دیدن ماه بهرهٔ چندانی نداشتند، مجبور بودند به گردش خورشید توجه کنند و لذا، برای نگهداری حساب روزها و ماه‌ها، به ریاضیات و نجوم پیشرفته‌تری نیاز داشتند. بنابراین، توجه خاص به خورشید و گردش آن، به مذهبی تبدیل شده بود که ایرانیان، سومری‌ها و مصریان، به ترتیب تحت گرایش‌های به مهر، آتو و آتون، به آن دلبسته بودند. بعدها که اقوام جنوبی آسیا با اقوام شمالی در آمیختند، در کنار خدا ـ ماه خود، خدا ـ خورشیدی هم به خدایان خود افزودند. ایرانیان، تقویم خورشیدی خود را حفظ کردند و پس از گرایش به اسلام، یک تقویم قمری نیز در کنار آن ولی به طور مستقل، پذیرفتند. اما تمدن‌های یهودی، مسیحی، هندی و چینی، تقویم‌های قمری و خورشیدی را تلفیق کردند. با تأملی در نحوهٔ تعیین عید پاک مسیحیان و روزهای اول سال هندی و چینی، به التقاطی بودن تقویم‌هایشان پی می‌بریم.

ترکیب دو فرهنگ خورشیدی و قمری، گاهی خصمانه و گاهی ابلهانه بوده است. در تخت جمشید، دریده شدن گاو توسط شیر، نشانی بر غلبه خورشید بر ماه است. در باورهای اولیهٔ مهرپرستی، گاو مظهر شهوت و بی‌شرمی، و شیر مظهر پاکی و مردانگی بوده [۸] و در حماسهٔ گیلگمش سومری نیز، خدا ـ خورشید آتو (=شمش اکدی) علیرغم نارضایتی مهبانو ایشتار، به گیلگمش کمک می‌کند تا بر نره گاو شهوت فائق آید [۱۰]. در مکهٔ جاهلیت نیز، اعراب تصمیم می‌گیرند که ماه ذی‌الحجه را نسبت به سال خورشیدی، تا حدودی تثبیت کنند تا مراسم حج در آب و هوای مطبوعی انجام شود؛ برای این منظور، مجبور بودند برخی از سال‌ها را سیزده ماهه اعلام کنند که اثر شدیدی در روابط سیاسی و اجتماعی اعراب می‌گذاشت. اعلام سال‌های ۱۳ ماهه، ضابطهٔ مشخصی نداشت و منجم با گرفتن رشوه از این و آن، ماه‌های حرام سال قمری را کم و زیاد می‌کرد تا جنگی را به نفع رشوه‌دهنده متوقف کرده یا فعال نگه‌دارد. این رویه، ۲۰۰ سال ادامه داشت تا این که اسلام، آن را ممنوع و تعداد ماه‌های سال را، لایتغیر اعلام کرد [۱۱].

منابع

[1] George Ifrah, The Universal History of Numbers, Form Prehistory to the Invention of the Computer (English London 1998. transpation) Harvill Press.

[۲] اسمیت، دیوید. تاریخ ریاضیات، جلد اول. ترجمهٔ غلامحسین صدری افشار. انتشارات توکا، ۱۳۵۶.

[3] Publication: E. A. Louhi, The Delaware Finns of The First Permanent Settlements in Pennsylvania, Delaware, West New Jersey, and Estern Part of Maryland. New York, The Humanity Press Publishers, 1925.

[۴] هینتس، والتر؛ دنیای گمشدهٔ عیلام، ترجمهٔ فیروزه فیروزنیا، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۷۱.

[۵] فرشاد، مهدی؛ مهندسی در ایران، انتشارات گویش، تهران، ۱۳۶۲.

[۶] فرشاد، مهدی؛ فهرست کرنولوژیک (زمانی) اختراعات مهندسی و فنون در ایران، فصلنامه آموزش مهندسی ایران، فرهنگستان علوم جمهوری اسلامی ایران، شمارهٔ ۱۸، سال پنجم، ۱۳۸۲، صص ۱۱۸-۱۰۹.

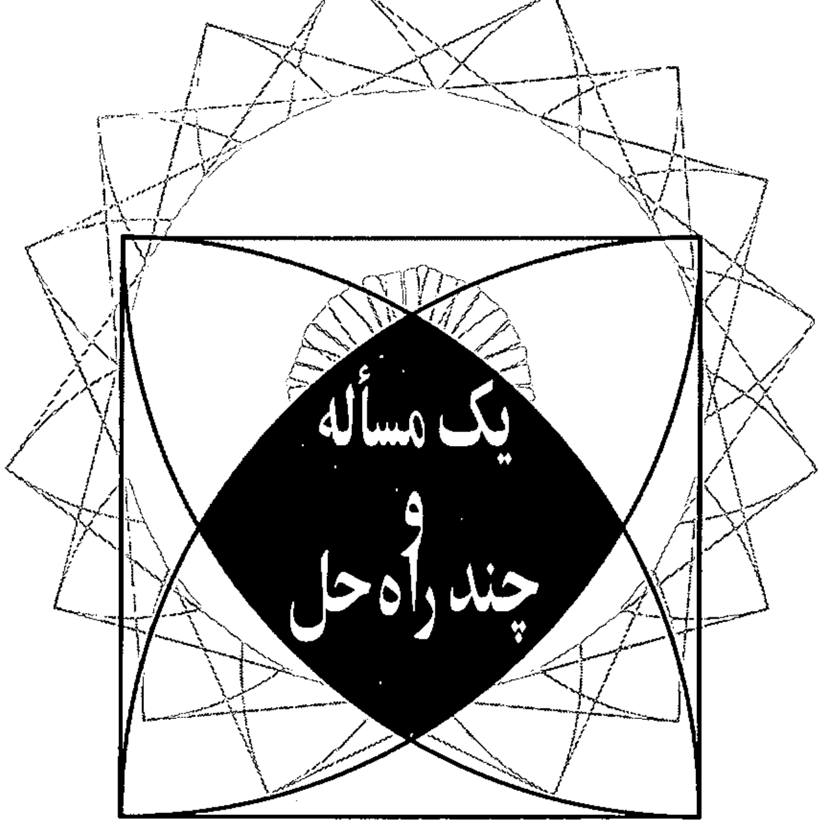
[۷] نویگه‌باور، اوتو؛ علوم دقیق در عصر عتیق، ترجمه همایون صنعتی‌زاده، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، تهران، ۱۳۷۵.

[۸] برومند سعید، جواد؛ تخت جمشید، پرستشگاه خورشید، سازمان فرهنگی عماد کرمانی، ۱۳۸۲.

[۹] بویس، مری؛ تاریخ کیش زرتشت، جلدهای دوم و سوم، ترجمهٔ همایون صنعتی‌زاده، انتشارات توس، ۱۳۷۵.

[۱۰] صفوی، حسن؛ پهلوان‌نامهٔ گیل گمش، انتشارات امیرکبیر، تهران، ۱۳۵۶.

[۱۱] بیرونی، ابوریحان؛ الآثار الباقیه عن القرون الخالیه، تحقیق و تعلیق پرویز اذکائی، میراث مکتوب، ۱۳۸۰.



نویسنده: مهدی قربانی، دبیر ریاضی منطقهٔ ۹ تهران

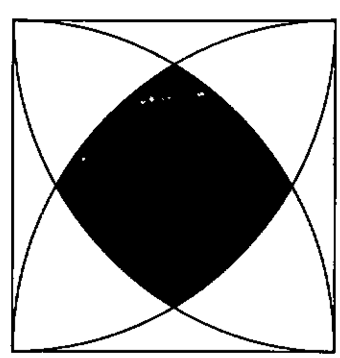
مسأله‌ها، قلب ریاضیات هستند و حل مسأله، قلب یادگیری ریاضی است.

فایدهٔ حل یک مسأله از چند روش مختلف چیست؟

می‌دانیم حل یک مسأله از چند روش متفاوت، نوعی مطالعهٔ ریاضیات است و مطالعهٔ ریاضیات، دستگاه ذهن را توسعه می‌دهد. پس حل یک مسأله با چند روش؛ ذهن را فعال نموده و در نتیجه، سبب بروز ابتکار و خلاقیت می‌شود.

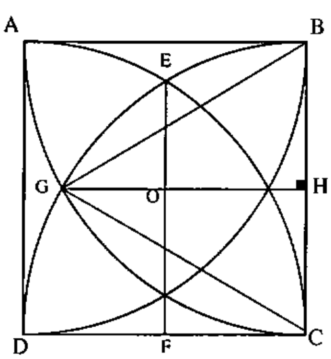
در ادامه، مسأله‌ای می‌آید که با روش‌ها و ابزارهای متفاوت، قابل حل است و لذا می‌توان آن را در پایه‌های مختلف تحصیلی مطرح کرد. در مقالهٔ حاضر، چندراه حل مختلف برای این مسأله، ارایه شده است.

بکوشید تفاوت‌های میان این روش‌ها را بیابید و خودتان به روش یا روش‌های دیگری، آن را حل کنید.



شکل ۱

مسأله: بر روی رئوس مربعی به ضلع واحد، مرکز چهار دایره به شعاع‌های واحد قرار دارند. مساحت سطح مشترک این دایره‌ها را محاسبه کنید. (شکل ۱)



شکل ۲

روش اول: مطابق شکل (۲)، خطوط کمکی مورد نیاز را رسم کرده‌ایم، مثلث BGC متساوی‌الاضلاع است. زیرا

$$BC=CG=GB = \text{شعاع دایره}$$

در نتیجه

$$G\hat{C}H = ۶۰^\circ$$

پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ GCH اندازهٔ GH، ضلع روبه‌رو به

این زاویه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و اندازهٔ HC، $\frac{1}{2}$ است.

هم‌چنین چون $G\hat{C}B = 60^\circ$، مساحت قطاع $\overset{\frown}{CGB}$، $\frac{1}{6}$ مساحت دایرهٔ به مرکز C است. بنابراین، اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ CGH را از $\frac{1}{6}$ مساحت دایره کم کنیم، مساحت سطح محصور بین کمان BEG و اضلاع GH و BH (که آن را سطح BGH می‌نامیم) به‌دست می‌آید.

مساحت سطح BGH = مساحت دایره $\frac{1}{6}$ − مساحت مثلث CGH

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}.GH.HC$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

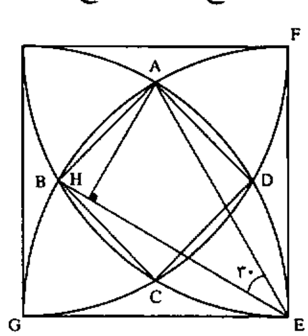
از طرفی با توجه به شکل، معلوم می‌شود که مساحت یک ربع دایره برابر است با مجموع مساحت مربع OHCF و دو برابر مساحت سطح BGH، منهای $\frac{1}{4}$ سطح مورد سؤال در مسأله. بنابراین

مساحت دایره $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{4}S$ = مساحت مربع OHCF + ۲(مساحت سطح BGH)

$$\Rightarrow \frac{1}{4}S + \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} + 2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$$

$$\Rightarrow S = \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3} \cong 0/31$$

روش دوم: در شکل (۳)، بنا به تقارن نتیجه می‌شود چهارضلعی ABCD مربع است و سطح مورد نظر، برابر است با مجموع مساحت این مربع و چهار قطاع اطراف آن.



شکل ۳

بنابراین، نخست اندازهٔ مساحت مربع مذکور را حساب می‌کنیم. برای این منظور از نقطهٔ A عمود AH را بر BE رسم نموده‌ایم. دو مثلث BEF و AEG متساوی‌الاضلاع هستند (زیرا اندازهٔ ضلع‌های آن‌ها با شعاع دایره مساوی است). پس در رأس E دارای زاویه 60° هستند. لذا در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHE

$$A\hat{E}H = 30^\circ \text{ و } H\hat{A}E = 60^\circ$$

پس

$$AH = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}$$

$$HE = \frac{\sqrt{3}}{2}AE = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$BH = BE - HE = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس، در مثلث ABH داریم

$$AB^2 = BH^2 + AH^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2 - \sqrt{3}$$

و مساحت قطاع AB برابر است با

مساحت دایره $\frac{1}{12}$ − مساحت مثلث ABE =

$$\frac{\pi}{12} - \frac{1}{2}.AH.BE =$$

$$\frac{\pi}{12} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1 =$$

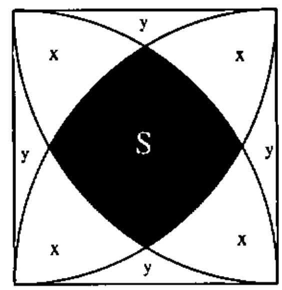
$$\frac{\pi}{12} - \frac{1}{4}$$

بنابراین، مساحت مورد نظر برابر است با

$$S = 2 - \sqrt{3} + 4\left(\frac{\pi}{12} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}$$

روش سوم: اندازهٔ مساحت مورد نظر را S می‌نامیم و سایر

قسمت‌ها را مانند شکل با x و y نام‌گذاری می‌کنیم (شکل ۴).



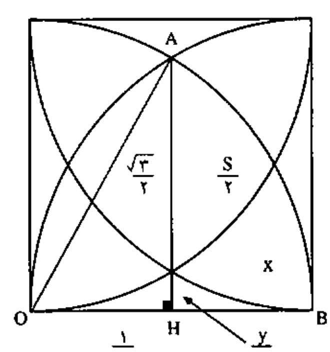
شکل ۴

در این روش نیز، از تقارن بهره برده‌ایم. مساحت مربع و یک ربع دایره را بر حسب مقادیر S و x و y می‌نویسیم

$$S + 4x + 4y = 1$$

$$S + 3x + 2y = \frac{\pi}{4}$$

برای ادامهٔ حل مسأله، شکل (۵) را در نظر بگیرید، این شکل برای یافتن معادله‌ای دیگر ترسیم شده است.



شکل ۵

اگر اندازهٔ مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ OAH را از $\frac{1}{6}$ مساحت دایره به شعاع واحد کم کنیم، اندازهٔ سطح HAB که برابر $\frac{S}{2}+x+\frac{y}{2}$ است به‌دست می‌آید. بنابراین

$$\frac{S}{2}+x+\frac{y}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$$

بنابراین دستگاه این معادلات را خواهیم داشت

$$\begin{cases} S+4x+4y=1 \\ S+3x+2y=\frac{\pi}{4} \\ \frac{S}{2}+x+\frac{y}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8} \end{cases}$$

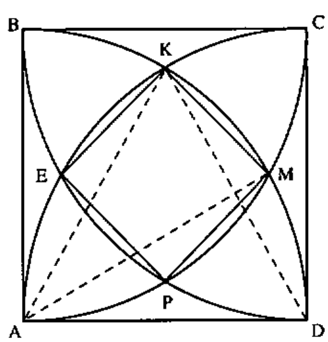
از حذف y از معادلات اول و دوم و هم‌چنین از معادلات دوم و سوم، دستگاه معادلات زیر نتیجه می‌شود

$$\begin{cases} S+2x=\frac{\pi}{2}-1 \\ S+x=\frac{5\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{20} \end{cases}$$

از آن‌جا مقدار S چنین خواهد شد

$$S=\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}$$

روش چهارم: باز هم مثل روش سوم، به دلیل تقارن، نتیجه می‌شود که چهارضلعی EKMP یک مربع است (شکل ۶).



شکل ۶

از این رو، شکل مطلوب از یک مربع و چهار قطعهٔ مساوی ترکیب شده است. برای محاسبهٔ مساحت یکی از این قطعات، قبل از هرچیز باید زاویهٔ مرکزی متناظر با آن را بیابیم.

باز هم از آن‌جا که مثلث AKD متساوی‌الاضلاع است $K\hat{A}D = 60°$ و در نتیجه $B\hat{A}K = 30°$ خواهد بود.

به طریق مشابه $M\hat{A}D = 30°$ و در نتیجه $K\hat{A}M = 30°$.

با استفاده از رابطهٔ

مساحت قطعه $= \frac{1}{2}R^2(\alpha - \sin\alpha)$ (α بر حسب رادیان)

مساحت یکی از قطعات، چنین به دست می‌آید

$$\text{مساحت قطعه} = \frac{1}{2}.(1)^2(\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{12} - \frac{1}{4}$$

برای محاسبهٔ طول ضلع مربع EKMP، قضیهٔ کسینوس‌ها را در مثلث AKM به‌کار می‌گیریم

$$KM^2 = AK^2 + AM^2 - 2.AK.AM.\cos 30^\circ$$
$$= 1 + 1 - 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

بنابراین مساحت مربع EKMP، برابر با $2 - \sqrt{3}$ می‌باشد و سرانجام

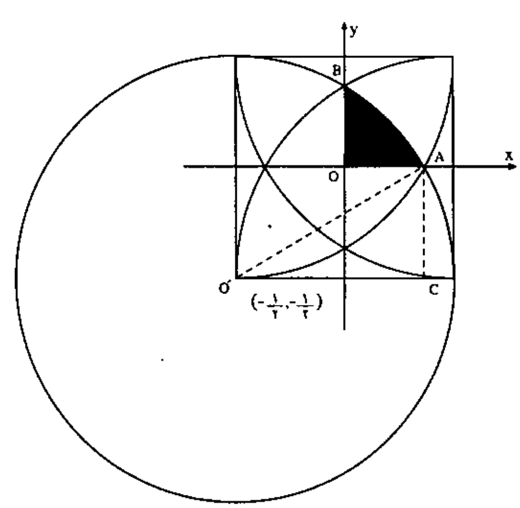
S= مساحت مربع + مساحت قطعه ۴ برابر

$$= 2 - \sqrt{3} + 4(\frac{\pi}{12} - \frac{1}{4})$$

$$= \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}$$

روش پنجم: در این روش، مطابق شکل (۷)، مبداء مختصات را منطبق بر مرکز مربع در نظر می‌گیریم و سطح محصور بین کمان AB و محورهای مختصات را که ربع مساحت مورد نظر است، محاسبه می‌کنیم. برای این منظور با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، طول نقطهٔ A در مثلث O'AC را محاسبه می‌کنیم

$$x_A = a = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$



شکل ۷

هم‌چنین معادلهٔ منحنی AB از دایرهٔ (C) را می‌نویسیم. مرکز این دایره، نقطهٔ $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و شعاع آن ۱ می‌باشد. پس خواهیم داشت

$$(x + \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = 1$$

یا

$$y = -\frac{1}{2} + \sqrt{1 - (x + \frac{1}{2})^2}$$

از آن‌جا داریم

$$S = 4\int_0^a y\,dx = 4\int_0^a \left[-\frac{1}{2} + \sqrt{1 - (x + \frac{1}{2})^2}\right]dx$$

$$= 4\int_0^a (-\frac{1}{2})dx + 4\int_0^a \sqrt{1 - (x + \frac{1}{2})^2}\,dx$$

$$= -2a + 4\int_0^a \sqrt{1 - (x + \frac{1}{2})^2}\,dx$$

در محاسبهٔ انتگرال اخیر، تغییر متغیر $x + \frac{1}{2} = \sin\theta$ را اختیار می‌کنیم. پس

$$\int_0^a \sqrt{1 - (x + \frac{1}{2})^2}\,dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1 - \sin^2\theta}.\cos\theta.d\theta$$

$$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2\theta.d\theta = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos 2\theta}{2}.d\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sin(2\theta)]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{12}$$

با جای‌گذاری این مقدار در رابطهٔ مقدار S، خواهیم داشت

$$S = -2a + 4(\frac{\pi}{12}) = -2(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}) + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}.$$

تعمیم مسأله: اندازهٔ مساحت مورد نظر برای مربعی به ضلع a برابر است با

$$S = a^2(\frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3})$$

منابع

[۱] **المپیاد ریاضی برای همه (مسابقات ریاضی دبیرستان‌های فرانسه)**؛ هیأت مؤلفین، ترجمهٔ کاظم فائقی، انتشارات نیا.

[۲] **برگزیدهٔ مسایل هندسه**؛ گروهی از ریاضی‌دانان شوروی، ترجمهٔ عادل ارشقی، انتشارات مؤسسهٔ خدمات فرهنگی رسا.

در دنیای اینترنت (۲)

سپیده چمن‌آرا

در شمارهٔ ۷۶ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، وارد سایت thirteen edonline شدیم و برخی از امکاناتی را که در این سایت، در اختیار آموزشگران قرار می‌گیرد، دیدیم. یکی از این امکانات، «کارگاه‌های معلمی»[1] است که در صفحهٔ اصلی این سایت و زیر ستون Quicklinks، قابل دسترسی است.

همان‌طور که پیش از این گفتیم، صفحهٔ اصلی (HOME) بخش «کارگاه معلمی»، شامل عنوان‌های کارگاه‌هایی است که در این سایت موجود هستند.[2] در این صفحه می‌خوانیم:

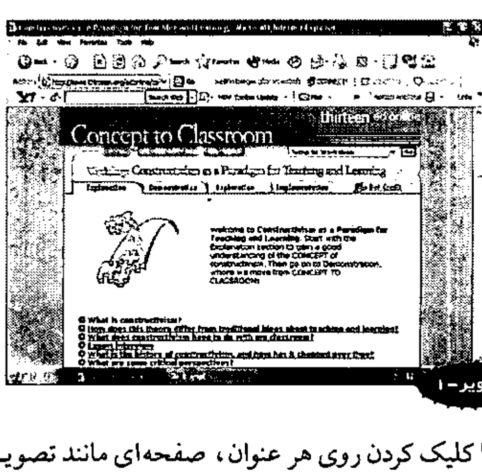
مفاهیم مطرح شده در کلاس درس

دنباله‌ای از کارگاه‌ها

به مفاهیم کلاس درس خوش آمدید! ما با همین کارگاه‌های بزرگ، نگاه تازه‌ای به دست آورده‌ایم. این سایت، مجموعه‌ای از کارگاه‌های آزاد را به نمایش می‌گذارد که هر کس، مطابق سلیقه و نیاز و امکانات خویش، از آن‌ها بهره می‌برد و دانهٔ وسیعی از موضوعات و بحث‌های داغ آموزشی را شامل می‌شود. برخی از کارگاه‌ها، مبنای نظری دارند و برخی، براساس روش‌شناسی هستند ـ اما همهٔ آن‌ها، دارای نکات و راهبردهای جالبی برای کارهای کلاسی هستند...»

امکان ایجاد کارگاه‌های آزاد بیش‌تری نیز با کلیک کردن روی واژهٔ **Tell us** در سطرهای پایانی توضیح ابتدای این صفحه، وجود دارد. لازم به ذکر است که در بالای این صفحه، دو انتخاب دیگر About the Series و Resources نیز وجود دارد. ما، روی عنوان زیر، کلیک کرده و وارد کارگاه مورد نظر می‌شویم:

Constructivism as a Paradigm for Teaching and Learning



تصویر-۱

با کلیک کردن روی هر عنوان، صفحه‌ای مانند تصویر (۱) روی صفحهٔ نمایشگر ظاهر می‌شود که در واقع، بخشِ

Explanation آن کارگاه است. علاوه بر این بخش، چهار انتخاب دیگر:

Demonstration, Exploration, Inplementation, Get Credit

در بالای صفحه، وجود دارد. ما نیز وارد بخش Explanation (توضیح) کارگاه مورد نظر می‌شویم (تصویر ۱):

«به ساخت و سازگرایی به عنوان یک پارادایم یاددهی-یادگیری خوش آمدید. با بخش توضیحات شروع کنید تا درک خوبی از مفهوم ساخت‌وسازگرایی به دست آورید. پس از آن به بخش Demonstration (نمایش) بروید که در آن، از مفهوم به کلاس درس حرکت می‌کنیم!»

این بخش، حاوی عنوان‌های زیر است:

❑ ساخت و سازگرایی چیست؟

❑ این نظریه، چگونه با ایده‌های سنّتی دربارهٔ یاددهی و یادگیری متفاوت است؟

❑ انتظار دارم که ساخت و سازگرایی، با کلاس درس من چه کند؟

❑ مصاحبه با یک معلم حرفه‌ای.

❑ تاریخچهٔ ساخت و سازگرایی چیست، و این، چگونه طی زمان تغییر کرده است؟

❑ بعضی از دیدگاه‌های منتقدانه.

❑ امتیازهای دیدگاه ساخت و سازگرایی.

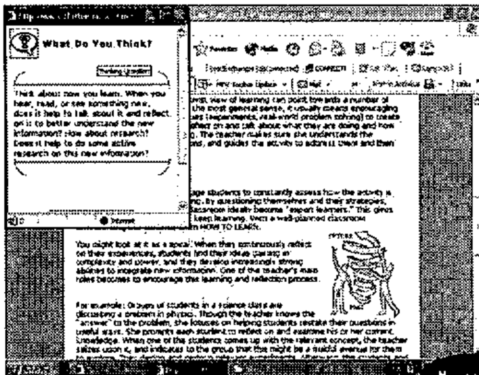
در هر یک از عنوان‌ها، جعبه‌هایی به صورت:

What Do You Think?

دیده می‌شود که در آن، در رابطه با موضوع موزد بحث، پرسش‌هایی مطرح شده است. (تصویر ۲)

این پرسش‌ها، تعامل بین استفاده‌کننده از سایت را با متن موجود، بیش‌تر می‌کند. مثلاً، با کلیک کردن روی اولین جعبه در عنوان «ساخت‌وسازگرایی چیست؟» چنین می‌خوانیم:

«فکر کنید چگونه یاد می‌گیرید؟ زمانی که چیز جدیدی را می‌شنوید، می‌خوانید یا می‌بینید، آیا صحبت دربارهٔ آن و بازتاب بر آن، به فهم بهتر این اطلاعات جدید کمک می‌کند؟ نظرتان دربارهٔ تحقیق چیست؟ آیا این، به انجام یک تحقیق فعال دربارهٔ این اطلاعات جدید کمکی می‌کند؟»



تصویر-۲

پس از مرور همهٔ عنوان‌های مطرح در بخش توضیح (Explanation)، وارد بخش نمایش (Demonstration) می‌شویم (تصویر ۳):

«اینک، زمان آن است که چند مثال عینی از ساخت‌وسازگرایی در کلاس درس را ارایه کنیم. در این بخش، به شما تعدادی از فعالیت‌ها و برنامه‌های واقعی را که نشان‌دهندهٔ ساخت‌وسازگرایی عملی هستند، نشان می‌دهیم.

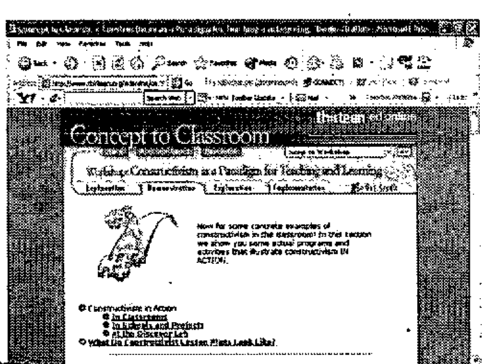
■ ساخت و سازگرایی در عمل

❑ در کلاس‌ها

❑ در مدارس و پروژه‌ها

❑ در آزمایشگاه اکتشاف

❑ طرح درسی که از ایده‌های ساخت و سازگرایی استفاده می‌کند، چگونه است؟

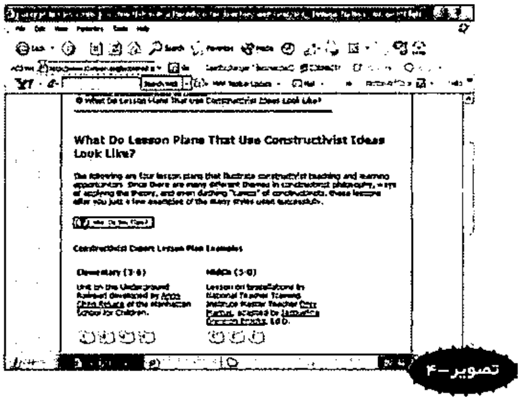


تصویر-۳

در عنوان «ساخت‌وَسازگرایی در عمل»، نخست تعدادی از تجربیات معلمان در رابطه با تدریس-به صورت متن یا به صورت فیلم-ارایه شده است، سپس در بخش «مدارس و پروژه‌ها»، آدرس اینترنتی منزلگاه برخی مدارس و برخی پروژه‌های تحقیقاتی که روی روش‌های عملی ساخت‌وسازگرایی کار می‌کنند، آمده

است و بالاخره در آخرین بخش، «در آزمایشگاه اکتشاف»، ضمن معرفی این آزمایشگاه، که به همت ژاکلین گرونین بروکس[۳] و کتی بنت[۴]، و مرکز آموزش علوم، ریاضی و فن‌آوری[۵] دانشگاه ایالتی نیویورک (SUNY)[۶] در استونی بروک، اداره می‌شود، تعدادی از فعالیت‌هایی که در این آزمایشگاه اجرا می‌شود، ارایه شده است.

در عنوان «طرح درسی که از ایده‌های ساخت‌وسازگرایی استفاده می‌کند، چگونه است؟» ۴ طرح درس، برای دوره‌های مختلف تحصیلی ارایه شده است. (تصویر ۴)



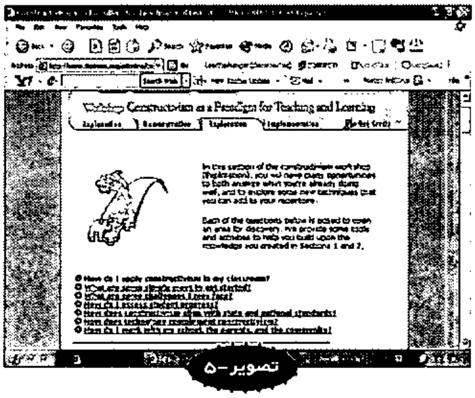
تصویر-۴

حال، وارد بخش اصلی Exploration (اکتشاف) می‌شویم (تصویر ۵):

«در این بخش از کارگاه ساخت‌وسازگرایی (بخش اکتشاف)، فرصت‌های زیادی خواهید داشت که هم آن‌چه را که قبلاً به خوبی انجام داده‌اید تجزیه و تحلیل کنید و هم، تکنیک‌های جدیدی را کشف کنید که می‌توانید آن‌ها را به منابع خود بیفزایید.

هر یک از پرسش‌های زیر، می‌تواند دنیایی برای اکتشاف در برابر شما باز کند. ما چند ابزار و فعالیت برای کمک به شما و به منظور تکمیل دانشی که در بخش‌های قبل به دست آورده‌اید، در نظر گرفته‌ایم.

- چگونه از ساخت‌وسازگرایی در کلاس درس خود استفاده کنم؟
- چند راه ساده برای شروع، کدام است؟
- چالش‌هایی که ممکن است با آن‌ها مواجه شوم، کدامند؟ با چند چالش آشنا شوم.
- چگونه پیشرفت دانش‌آموزان را ارزیابی کنم؟
- چگونه ساخت‌وسازگرایی، با استانداردهای آموزشی ایالت و کشور، مطابقت می‌کند؟
- چگونه فن‌آوری، می‌تواند مکمل ساخت‌وسازگرایی شود؟
- چگونه با مدرسه، والدین و اجتماع خود کار کنم؟»


تصویر-۵

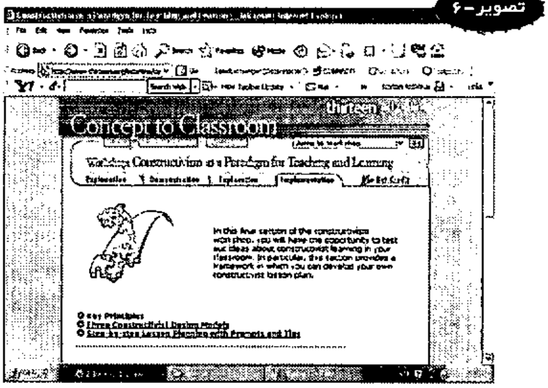
بخش اصلی بعدی، بخش Implementation (اجرا) است. (تصویر ۶) در ابتدای این بخش، می‌خوانیم:

«در آخرین بخش کارگاه ساخت‌وسازگرایی، این فرصت را خواهید یافت که ایده‌های مربوط به ساخت‌وسازگرایی را در کلاس درس خود، امتحان کنید.

به خصوص، این بخش، حاوی چارچوبی است که در آن، می‌توانید طرح درس ساخت‌وسازگرایانهٔ خود را بنویسید.

- اصول کلیدی،
- سه مدل طراحی ساخت‌وسازگرایانه،
- قدم به قدم طراحی تدریس، به همراه توصیه‌ها و نکات مفید.»

با مطالعهٔ عنوان «قدم به قدم طراحی تدریس...»، محتوای این کارگاه به پایان می‌رسد.

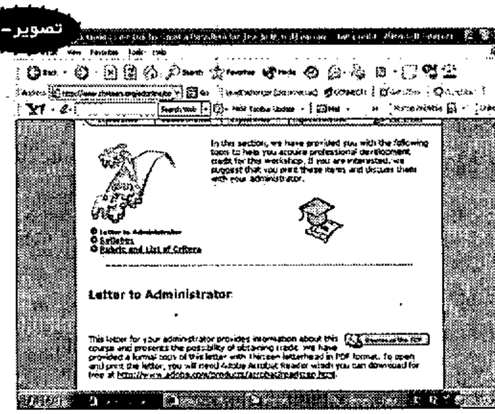
تصویر-۶


انتخاب دیگری که در بالای همهٔ صفحات به چشم می‌خورد، Get Credit (اخذ گواهی‌نامه) است. با وارد شدن

در این بخش (تصویر ۷) می‌خوانیم:

«در این بخش، ابزارهای زیر را در اختیارتان قرار می‌دهیم تا به کمک آن‌ها، گواهی‌نامهٔ توسعهٔ حرفه‌ای این کارگاه را کسب کنید. در صورت تمایل، پیشنهاد می‌کنیم که این موارد را پرینت گرفته و دربارهٔ آن، با مدیر خود بحث و گفت‌وگو کنید.

- نامه به مدیریت،
- ریز مواد تفصیلی[7]،
- روبریک[8] و فهرست ضوابط.»



تصویر-۷

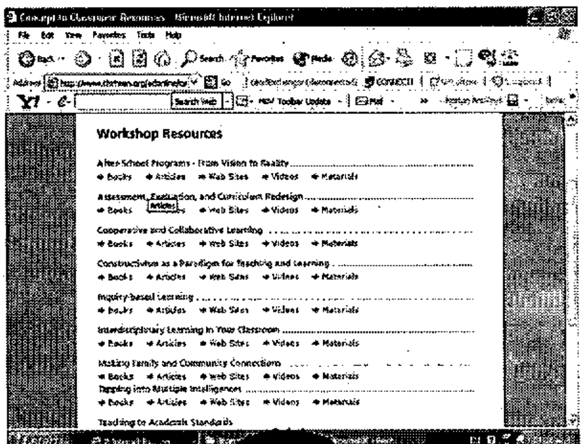
در «نامه به مدیریت»، اطلاعاتی دربارهٔ این کارگاه و چگونگی امکان دریافت گواهی‌نامه، ارایه شده است و توضیحات کلی دربارهٔ سایت، دربارهٔ کارگاه «ساخت‌وسازگرایی...» و ریز مواد تفصیلی و ضوابط ارایه شده در دو قسمت بعدی آمده است. در خاتمهٔ نامه، چنین می‌خوانیم:

«... امیدواریم این ابزارها به شما و آموزشگرتان، در تشخیص اهدای گواهی توسعهٔ حرفه‌ای، کمک کند.

از شما، به خاطر این که برای ادامهٔ توسعهٔ حرفه‌ای آموزشگران مدرسهٔ خود، احساس تعهد می‌کنید، متشکریم....»

با دیدن این بخش و مطالعهٔ این جملات، اهمیت بیش از پیش آموزش‌های ضمن‌خدمت معلمان، و اهمیت آگاهی مسئولان از این امر، آشکارتر می‌شود.

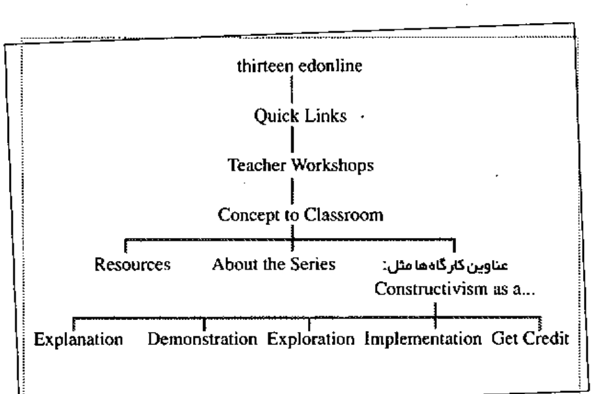
به صفحهٔ اصلی کارگاه‌ها (تصویر ۱) باز می‌گردیم و روی Resources (منابع) کلیک می‌کنیم و فهرستی از کتاب‌ها، مقالات، وب‌سایت‌ها، فیلم‌ها و موادی را که به عنوان منبع برای تهیهٔ این کارگاه، مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در برابر چشمان ما ظاهر می‌گردد. (تصویر ۸).



تصویر-۸

به هرحال، این سایت و کارگاه‌های معلمی آن، یک خوراک غنی در اختیار همهٔ معلمان و آموزشگرانی قرار می‌دهد که قصد آشنایی بیش‌تری با مطالب و بحث‌های روز را دارند و می‌خواهند دانش حرفه‌ای خود را توسعه دهند.

در زیر، درخت چگونگی دست‌یابی به بخش‌های مختلف را می‌بینید:



زیرنویس‌ها

1. Teacher Workshops

۲ـ لازم به ذکر است که این عناوین، در حال تغییر هستند. تعدادی از عناوینی که در شمارهٔ ۷۶ ذکر کردیم، اکنون حذف شده و عناوین جدیدی جای آن‌ها را گرفته‌اند.

3. Jacqueline Gronnin Brooks

4. Cathy Bennett

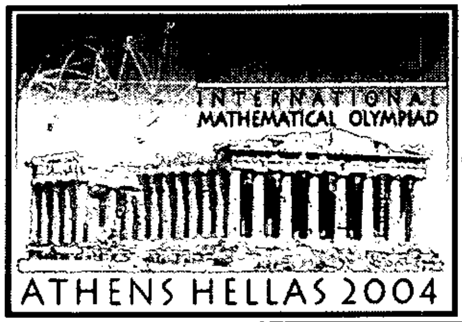
5. The Center of Science, Mathematics and Technology Education

6. State University of New York (SUNY)

7. Syllabus

8. Rubric

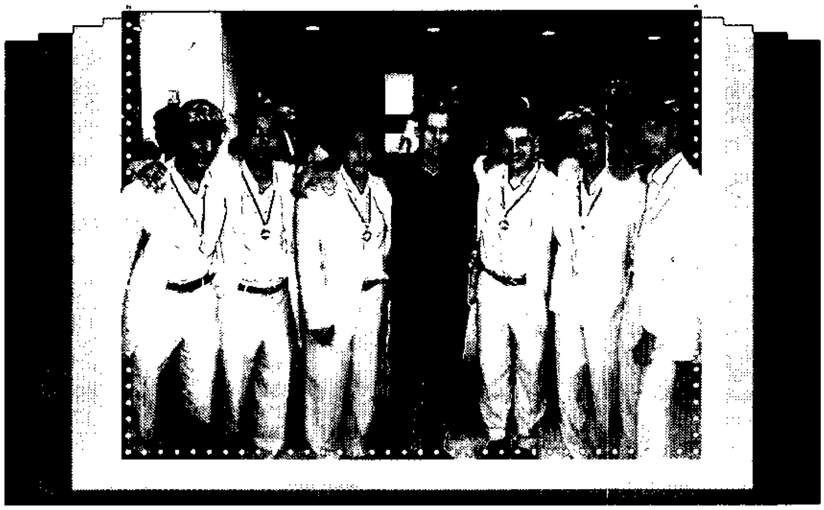
برای آشنایی بیش‌تر با روبریک‌ها، به رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۸ مراجعه کنید.



گزارش چهل و پنجمین المپیاد بین المللی ریاضی

۴ تا ۱۸ ژولای ۲۰۰۴، آتن ـ یونان

گزارشگر: امید نقشینه ارجمند ، دانشگاه صنعتی شریف



تابستان امسال، چهل و پنجمین المپیاد بین‌المللی ریاضی از ۴ تا ۱۸ ژولای ۲۰۰۴ در آتن، پایتخت یونان برگزار شد و تیم ۶ نفرهٔ جمهوری اسلامی ایران با کسب یک مدال طلا و پنج مدال نقره در بین ۸۵ کشور در رتبهٔ نهم قرار گرفت.

یونان مهد المپیک، المپیاد فرزند المپیک

یونان با مساحت ۱۳۲ هزار کیلومتر مربع در جنوب شرقی اروپا واقع است. از شمال، به آلبانی و بلغارستان، از شرق، به ترکیه و دریای اژه، از غرب به ایتالیا و دریای آدریاتیک و از جنوب به دریای مدیترانه مرتبط می‌باشد. این کشور شامل ۷۸۰۰ جزیره است که تنها ۹۶۰ تای آن‌ها مسکونی‌اند. شهرهای آتن، تسالونیک، پاترا و ایراکلیون از شهرهای پر جمعیت یونان‌اند. این کشور آب و هوای مدیترانه‌ای و تابستان‌هایی گرم و خشک دارد.

طبق سرشماری سال ۲۰۰۱ میلادی، جمعیت یونان ۱۰,۹۳۹,۶۰۵ نفر بوده است و ۷۰ درصد مردم شهرنشین بوده‌اند. از لحاظ توزیع سنی، ۲۳٫۷ درصد کمتر از ۱۴ سال، ۵۸٫۸ درصد ۱۵ تا ۵۹ سال و ۱۷٫۵ درصد بالاتر از ۶۰ سال سن دارند. متوسط عمر مردان ۷۵ سال و متوسط عمر زنان ۸۱ سال است.

شهر آتن، پایتخت و پر جمعیت‌ترین شهر یونان، ۳,۷۵۶,۶۰۷ نفر جمعیت دارد.

آموزش و پرورش و دانشگاه‌ها در یونان

در یونان، تحصیل برای همه رایگان و برای کودکان ۶ الی ۱۵ ساله اجباری است. آموزش ابتدایی از ۶ سالگی آغاز و به سه دورهٔ دبستان (۶ سال)، راهنمایی (۳ سال) و دبیرستان (۳سال)

تقسیم می‌شود. هم‌اکنون ۶۴۱ هزار نفر در مدارس یونان تحصیل می‌کنند.

یونان دارای دانشگاه‌های مختلفی است که در کشورهای حوزهٔ بالکان از اعتبار زیادی برخوردار هستند. هم‌اکنون ۱۲۰ هزار دانش‌جو در این دانشگاه‌ها تحصیل می‌کنند. تحصیل در دانشگاه‌های دولتی رایگان است. همه ساله برای ورود به دانشگاه‌ها، کنکور عمومی برگزار می‌شود.*

مراحل انتخاب تیم ملی المپیاد ریاضی ایران

انتخاب تیم ملی المپیاد ریاضی شامل چهار مرحله بود:

مرحلهٔ اول. برگزاری آزمون تستی در نیمهٔ دوم بهمن ۸۱ برای انتخاب حدود ۱۹۰۰ نفر از بین دانش‌آموزان اول، دوم و سوم دبیرستان.

مرحلهٔ دوم. برگزاری آزمون تشریحی (دو امتحان سه سؤاله) در ۱۰ اردیبهشت ۸۲ برای انتخاب حدود ۴۵ نفر به جهت شرکت در دورهٔ تابستانهٔ المپیاد ریاضی، در باشگاه دانش پژوهان جوان.

مرحلهٔ سوم. انتخاب ۹ نفر مدال طلای کشوری** در پایان دورهٔ تابستانه. مبنای انتخاب در این قسمت امتحان‌های درسی، ارایهٔ تحقیق و امتحان ویژه‌ای تحت عنوان امتحان خلاقیت بوده است. این مرحله در شهریور ۸۲ انجام شد.

مرحلهٔ چهارم. انتخاب تیم ۶ نفره پس از انجام چندین امتحان درسی و المپیادی. این تیم رسماً در اسفند ۸۲ مشخص شد.

برندگان طلای کشوری و اعضای تیم

برندگان مدال طلای کشوری المپیاد ریاضی عبارت بودند از علی‌اکبر دائمی، عرفان صلواتی، روزبه فرهودی، عباس محرابیان و بهزاد مهرداد (از تهران)، محمد قراخانی (از شهرری)، پدرام پاد و عادل جوانمرد (از اصفهان)، میلاد صیامی (از کرمانشاه) و محمدباقر ایرجی (از بندر گز). از بین این افراد آقایان ایرجی، دائمی، صلواتی، جوانمرد، قراخانی و مهرداد به عضویت تیم درآمدند.

این تیم همراه با چهار سرپرست متشکل از دکتر آرش رستگار، دکتر یحیی تابش، امید نقشینه ارجمند و کسری علیشاهی به مسابقات اعزام شد.

۱۶ الی ۲۸ تیر، آتن؛ ۱۶ الی ۲۳ تیر، دلفی

تیم ایران و هیأت همراه، ۱۶ تیر، پس از یک توقف کوتاه در استانبول، وارد آتن شد. اعضای تیم و دو تن از همراهان پس از استقبال جمعی از ایرانیان مقیم آتن به محل استقرار خود رفتند و سرپرست اول تیم، دکتر رستگار، به محلی به نام دلفی که حدود ۴ ساعت با آتن فاصله دارد، منتقل شدند.***

دلفی محل برگزاری چهار روز جلسهٔ هیأت ژوری بود که طی آن می‌بایست از بین ۳۰ مسأله، ۶ مسألهٔ امتحان همراه با ریز بارم آن‌ها مشخص شود. به طور خلاصه، ۳۰ مسألهٔ مذکور، آن‌هایی هستند که توسط کشور میزبان از بین مسائل پیشنهادی کشورهای مختلف انتخاب شده‌اند. هر ساله چند ماه پیش از برگزاری المپیاد بین‌المللی ریاضی، همهٔ کشورها غیر از کشور میزبان می‌توانند تا سقف ۶ مسأله برای امتحان پیشنهاد کنند. سرپرستان هر تیم اخلاقاً وظیفه دارند مسأله‌ها را مخفی نگه دارند.

در مدتی که هیأت ژوری مشغول بررسی و انتخاب مسأله‌هاست، اعضای تیم‌ها فرصت دارند با آتن و اعضای تیم‌های دیگر آشنا شوند. دومی در واقع یکی از اهداف مکتوب IMO (المپیاد بین‌المللی ریاضی) است.

اعضای سفارت ایران در یونان نیز چند بار ما را دعوت کردند؛ شامی با سفیر، ناهاری با مسئول رایزنی فرهنگی و یک شب دعای کمیل در جمع صمیمی گروهی از ایرانی‌های مقیم آتن.

۲۱ تیر مراسم افتتاحیه در شهر آتن برگزار شد. در این مراسم همه حضور داشتند ولی امکان برخورد نزدیک بین دانش‌آموزان و سرپرست اول (که در این زمان از محتوای امتحان آگاه است) وجود نداشت. سرپرستان برای اعضای تیم خود دست تکان داده و با لبخند، از راه دور، به آن‌ها روحیه می‌دادند!

بعد از ظهر همان روز سرپرست اول‌ها به دلفی برگشتند و دانش‌آموزان از محل امتحان و میز و صندلی خود بازدید کردند تا فردا و پس فردا با روحیه‌ای آرام‌تر به استقبال دو روز امتحان سنگین بروند.

۲۲ و ۲۳ تیر، روزهای مسابقات

مسابقات صبح دو روز متوالی، ۲۲ و ۲۳ تیر، در دانشکدهٔ ریاضی دانشگاه آتن برگزار شد. طبق روال همیشگی، هر امتحان چهار و نیم ساعت به درازا می‌کشد و شامل ۳ مسألهٔ سنگین ریاضی است. امتحان‌ها به طور فردی برگزار می‌شود و شش عضو هر تیم باید به تنهایی با مسأله‌ها دست و پنجه نرم کنند.

خوش‌بختانه در این دو روز هیچ اتفاق ناگواری رخ نداد و

بچه‌ها کم و بیش توانستند خوب امتحان بدهند. همهٔ اعضای تیم، به نسبت چند سال اخیر، روحیه‌ای بسیار عالی داشتند. با وجودی که از عمل‌کرد بقیهٔ تیم‌ها اطلاع زیادی نداشتیم، تقریباً مطمئن بودیم که همه دست‌کم مدال نقره می‌گیرند.

بعد از ظهر ۲۳ام تیر تا غروب ۲۵ام تیر، تصحیح برگه‌ها

از لحظهٔ پایان یافتن امتحان روز دوم، حال و هوای برنامهٔ دانش‌آموزان تغییر می‌کند؛ گردش و تفریح و بازدید از نقاط دیدنی و استفادهٔ هرچه بیش‌تر از فرصتی که می‌توان در آن دوستانی از فرهنگ‌ها و کشورهای مختلف یافت. هم‌زمان با این ماجرا، تیم سرپرستان مشغول بررسی برگه‌ها و توضیح محتوای آن‌ها برای مصححین‌اند.

لازم به توضیح است که دانش‌آموزان هر کشوری به زبان خود به سؤال‌ها جواب می‌دهد و این سرپرستان هستند که باید از بین مجموعه‌ای از فرمول‌های ریاضی و نوشته‌ها، راه‌حل را برای مصححین توضیح دهند؛ اصل بنیادی این برنامه، اعتماد و حسن ظن است و تجربهٔ بیش از چهل دورهٔ المپیاد نشان داده است که این روش، صحیح و کم‌اشکال است.

و بالاخره پس از نزدیک به سه روز کار، نتایج مشخص شد؛ تیم ایران با کسب مجموع ۱۷۸ امتیاز از ۲۵۲ امتیاز، در رتبهٔ نهم ایستاد.

سه مسأله، در سی مسأله و یک مسأله، در شش مسأله

همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد، شش مسألهٔ امتحان از بین مجموعه‌ای سی‌تایی انتخاب می‌شود که این سی مسأله خود از میان انبوهی از مسأله‌هایی که توسط کشورهای مختلف فرستاده شده است توسط میزبان گل‌چین شده‌اند. امسال از شش مسأله‌ای که سرپرستان تیم ایران فرستاده بودند، سه تا به مجموعهٔ سی‌تایی راه پیدا کرد و مسألهٔ ۶ امتحان نیز یکی از این سه تا بود. این برای دومین بار است که یکی از مسایل فرستاده شده توسط ایران به عنوان مسألهٔ المپیاد بین‌المللی انتخاب می‌شود.

طراحان هر ۶ مسأله در جدول زیر مشخص شده‌اند.

مسألهٔ ۱	مسألهٔ ۲	مسألهٔ ۳	مسألهٔ ۴	مسألهٔ ۵	مسألهٔ ۶
رومانی	کرهٔ جنوبی	استونی	کرهٔ جنوبی	لهستان	ایران

جدول نمره‌های اعضای تیم ایران

IRAN (ISLAMIC REPUBLIC of IRAN) Student's grade

	Prob 1	Prob 2	Prob 3	Prob 4	Prob 5	Prob 6	Sum
IRAN 1	7	7	2	7	7	1	31
IRAN 2	7	7	0	7	7	2	30
IRAN 3	7	7	2	7	6	2	31
IRAN 4	6	3	3	7	6	2	27
IRAN 5	6	1	7	7	7	5	33
IRAN 6	7	6	1	7	3	2	26
Sum	40	31	15	42	36	14	178
							9-Om

توضیح: IRAN 1: علی‌اکبر داتبی — IRAN 2: محمد قراخانی — IRAN 3: محمدباقر ایرجی — IRAN 4: عادل جوانمرد — IRAN 5: بهزاد مهرداد — IRAN 6: عرفان صلواتی

45th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD
IMO 2004 HELLAS

Day: 1 Country Code: 34 Country Abbr.: IRN Language: Farsi(Persian)

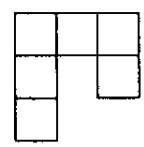
مسالهٔ ۱. فرض کنید ABC، یک مثلث acute-angled باشد که $AB \neq AC$. دایره‌ای به قطر BC، اضلاع AB و AC را به ترتیب در M و N قطع می‌کند. وسط ضلع BC را O می‌نامیم. نیمسازهای زاویه‌های $A\hat{B}C$ و $M\hat{O}N$ یکدیگر را در R قطع می‌کنند. ثابت کنید دایره‌های محیطی مثلث‌های BMR و CNR، دارای نقطهٔ تقاطعی هستند که روی ضلع BC می‌افتد.

مسالهٔ ۲. تمام چند جمله‌ای‌های p(x) را بیابید که دارای ضرایب حقیقی بوده و در تساوی

$$P(a-b)+P(b-c)+P(c-a)=۲P(a+b+c)$$

صدق می‌کنند، که در آن c،b،a، عددهای حقیقی هستند که $ab+bc+ca=۰$.

مسالهٔ ۳. یک hook را شکلی تعریف می‌کنیم که از شش مربع واحد، مانند شکل زیر تشکیل شده باشد:



یا هریک از شکل‌های به دست آمده از دوران یا تقارن این شکل. تمام مستطیل‌های $m \times n$ ای را تعیین کنید که می‌توانند تحت شرایط زیر، توسط hookها پوشیده شوند:

- ☐ مستطیل بدون هیچ سوراخی یا روی هم‌افتادگی، پوشیده شود؛
- ☐ هیچ قسمتی از یک hook، در خارج از مستطیل قرار نگیرد.

مدت امتحان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه.
هر سؤال ۷ امتیاز دارد.

45th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD

45th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD
IMO 2004 HELLAS

Day: 2 Country Code: 34 Country Abbr.: IRN Language: Farsi(Persian)

مسالهٔ ۴. فرض کنید $n \geq ۳$ یک عدد صحیح باشد و t_1، t_2، ...، t_n اعدادی حقیقی و مثبت باشند. به طوری که

$$n^۲+۱>(t_1+t_2+\ldots+t_n)\left(\frac{۱}{t_1}+\frac{۱}{t_2}+\ldots+\perp t_n\right)$$

نشان دهید t_i، t_j و t_k برای هر i، j و k که $۱ \leq i < j < k \leq n$، طول اضلاع یک مثلث هستند.

مسالهٔ ۵. در چهارضلعی محدب ABCD قطر BD، نه نیمساز زاویهٔ $\angle ABC$ است و نه نیمساز زاویهٔ $\angle CDA$. نقطهٔ P درون چهارضلعی ABCD قرار دارد به طوری که در روابط زیر صدق می‌کند:

$$\angle PBC = \angle DBA \text{ و } \angle PDC = \angle BDA$$

ثابت کنید ABCD یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر $AP = CP$.

مسالهٔ ۶. یک عدد صحیح مثبت را متناوب بنامید، اگر هر دو رقم متوالی در نمایش دهدهی این عدد دارای زوجیت متفاوت باشند. تمام اعداد صحیح مثبت n را پیدا کنید که دارای مضربی متناوب هستند.

مدت امتحان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه.
هر سؤال ۷ امتیاز دارد.

45th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD

زیرنویس‌ها

* مطالب دو قسمت اخیر، برگرفته از جزوهٔ «آشنایی با یونان» است که توسط رایزنی فرهنگی ایران در یونان تهیه شده است.

** هر سال اگر دانش‌آموزی که سال گذشته مدال طلای المپیاد کشوری را کسب کرده است، مجدداً موفق به کسب مدال طلای کشوری شود، تعداد طلاها یکی افزایش پیدا می‌کند. به همین دلیل دورهٔ پیش از تیم مذکور با حضور ۱۰ نفر تشکیل شد.

*** دکتر تابش نیز پس از چند روز تأخیر به گروه ملحق شدند.

چرا تبصره

نویسنده: یعقوب نعمتی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان‌های استان اردبیل

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیش‌ترین تلاش اعضای هیأت تحریریهٔ مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیش‌تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش‌تری با مجلهٔ خودشان برقرار کرده‌اند و بیش‌تر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال می‌نمایند. به همین دلیل، آرزوی دیرینهٔ دفتر انتشارات کمک آموزشی و هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. در نتیجه، با نظر هیأت تحریریهٔ مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند. در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ‌گو و منتقد دیدگاه‌ها باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادارتر و کارآتر کنند.

البته لازم به توضیح است که دیدگاه‌های مطرح شده، الزاماً همسو با سیاست‌ها و دیدگاه‌های دفتر انتشارات کمک آموزشی و هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نیستند.

سردبیر

تبصرهٔ یک مادهٔ ۷۵ آیین‌نامهٔ آموزشی بیان می‌کند که «چنان‌چه معدل درسی دانش‌آموزی، ۱۰ باشد و در یکی از دروس صفر بگیرد، این دانش‌آموز قبول است.»

افت تحصیلی شدید دانش‌آموزان سال اول دبیرستان در سطح استان [اردبیل] و حتی شاید در سطح کشور، چندین سال است که تکرار می‌شود، و یکی از دروسی که هم خودش قربانی می‌شود و هم بیش‌ترین قربانی را می‌گیرد، ریاضی است. لذا، برای بررسی تأثیر تبصره بر عملکرد تحصیلی ریاضی، بر آن شدم تا با دانش‌آموزانی که ترک تحصیل کرده بودند و نیز مردودی‌های سال تحصیلی ۸۲ـ۱۳۸۱ مصاحبه کنم. دانش‌آموزانی که اغلب، ریاضی جزو درس‌هایی بود که باعث مردود شدن آن‌ها شده بود (در این شهر، درصد مردودین در بعضی مدارس، نزدیک به ۵۰٪ بود)!

وقتی سؤال کردم که چرا در درس ریاضی مردود شدید؟ اکثر دانش‌آموزان، ضعف پایهٔ ریاضی، تبلیغات سوء دانش‌آموزان سال‌های بالاتر بر علیه ریاضی و مخصوصاً، تبصرهٔ یک را باعث مردودی خود می‌دانستند. آن‌ها می‌گفتند، «فکر استفاده از تبصره باعث شد که ما ریاضی را کنار گذاشته و هفته‌ای چهار ساعت در سر کلاس‌های ریاضی به صورت اجباری، حاضر شویم. روزی که درس ریاضی داشتیم، آن روز، روز عزای ما بود. در نتیجه، فشار روحی و عصبی که بر ما وارد می‌شد، حوصلهٔ گوش دادن به سایر درس‌ها را نیز در آن روز، از ما می‌گرفت». در واقع، گفتهٔ آن‌ها، یادآور شعر آن شاعر بزرگوار است که

ما ز یاران (تبصره) چشم یاری داشتیم
خود غلط بود آن‌چه می پنداشتیم

از طرف دیگر، شورای عالی آموزش و پرورش، در راستای اهداف

نویسنده: یعقوب نعمتی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان‌های استان اردبیل

علمی و آموزشی دورهٔ متوسطه، بند (۵) این رأی را صادر کرد: «دانش‌آموز در استفاده از ریاضیات برای حل مسایل خود و جامعه، مهارت دارد.» به نظر می‌رسد که این رأی با نفس وجود تبصره و برداشتی که بعضی دانش‌آموزان از آن دارند، متفاوت است. برای مثال،

۱ـ اگر دانش‌آموز می‌توانست مسایل خود را حل کند، چرا خودش را در درگیر شدن با مسایل ریاضی ناتوان شمرده و آن را کنار می‌گذاشت؟ چگونه از این دانش‌آموز می‌توان انتظار داشت که مسایل جامعه را حل کند؟

۲ـ دانش‌آموزی را که در رشتهٔ علوم انسانی یا کار ـ دانش تحصیل می‌کند، در نظر بگیرید. این دانش‌آموز در سال اول دبیرستان، ریاضی را کنار می‌گذارد و همین کار را در سال سوم علوم انسانی هم می‌تواند بکند. اگر درس ریاضی جایی در برنامهٔ درسی دارد و ریاضی جزو دروس الزامی علوم انسانی (در پایهٔ اول و سوم) و کار ـ دانش (در پایهٔ اول) است، آیا با وجود چنین تبصره‌ای، موقعیت ریاضی نادیده گرفته نشده است؟ آیا می‌توان از این دانش‌آموزان انتظار داشت که با استفاده از ریاضیات، مسایل خود و جامعه را حل کنند؟

۳ـ مسئولان آموزشی وزارت آموزش و پرورش اغلب، عامل توجیهی را برای وجود تبصره، از بین بردن تکرار پایهٔ دانش‌آموزان اعلام می‌کنند. هر شخصی با سواد متعارف، می‌تواند از جملهٔ فوق این برداشت را کند که در مدارس ایران، تکرار پایه وجود ندارد یا اگر وجود داشته باشد، ناچیز است.

۴ـ مسئولان آموزشی، یک عامل توجیهی دیگر را برای تبصره، توجه به «تفاوت‌های فردی» دانش‌آموزان دانسته‌اند.

برای روشن شدن این موضوع که آیا تفاوت فردی دانش‌آموزان، دلیل موجهی برای بودن تبصره است، به سخنرانی آقای بلوم که در شهریور ۱۳۵۱ در انستیتو برنامه‌ریزی و مدیریت تهران در مورد تفاوت‌های فردی ایراد شد، اشاره می‌کنم (به نقل از مرتضی خلخالی ۱۳۸۱): «تحت شرایط یادگیری مساعد، دانش‌آموزان از لحاظ میزان سرعت در یادگیری موضوعات، متفاوت‌اند، نه از لحاظ سطحی که در یادگیری می‌توانند بدان برسند یا استعداد اساسی که برای آموختن دارند. مطالعاتی که در زمینهٔ دروس آموزشگاهی انجام یافته است، نشان می‌دهد که قسمت اعظم آن‌چه اصطلاحاً «تفاوت‌های فردی» در یادگیری مدرسه‌ای نامیده می‌شود، همانا اثر شرایط خاص مدرسه است (که در جایی بهتر و مناسب‌تر [است] و در جایی چنین نیست)، نه اثر تفاوت استعدادهای اساسی دانش‌آموزان (البته به‌جز درصد بسیار کوچکی از دانش‌آموزان که درگیر مسایل ژنتیکی و... هستند).»

بنابراین، برخورد منطقی و عادلانه با دانش‌آموزان برای پاسخ‌گو بودن در مقابل تفاوت‌های فردی آن‌ها، قاعدتاً باید انفرادی و برحسب میزان رشد همه‌جانبه، نوع انگیزه‌ها و توانایی آن‌ها صورت بگیرد و برخوردهای ما، در آموزش و ارزش‌یابی آن‌ها، همیشه یکسان نباشد. پس نباید برای کارهای پیچیده، به سرعت نسخه پیچید و راه‌حل نظری آسان یعنی «تبصره» را ارایه داد، باید چارهٔ کار را در جای دیگری جست.

به قول شاعر بزرگوار، سهراب سپهری، **چشم‌ها را باید شست، جور دیگر باید دید.** لازم می‌دانم که به خاطره‌ای اشاره کنم که توجیه وجود تبصره به خاطر توجه به تفاوت‌های فردی را زیر سؤال می‌برد. دانش‌آموزی داشتم که سه ترم متوالی در درس ریاضی پیش‌دانشگاهی تجربی، نمرهٔ صفر می‌گرفت (البته دو تا صفر را از معلم دیگری در ریاضی، دریافت کرده بود). طبق همین نمره، هر قضاوتی که نسبت به این دانش‌آموز دارید بکنید!

من با این دانش‌آموز صحبت کردم و پرسیدم که چرا درس ریاضی را نمی‌خواند. او گفت: «چون معدل پیش‌دانشگاهی در کنکور هیچ تأثیری ندارد و فقط مدرک اهمیت دارد، به همین خاطر، من فکر می‌کردم که معلم‌ها، باید به صورت فرمالیته نمره دهند.» (باز هم بهانه‌ای مثل تبصره برای دانش‌آموز).

به او گفتم «هیچ چاره‌ای نداری! اگر فقط به این جمله توجه کنی که **خواستن، توانستن است**، مطمئن هستم که موفق می‌شوی». و همین‌طور هم شد. این دانش‌آموز در نیم‌سال دوم تحصیلی ۸۰ـ ۱۳۷۹، بالاترین نمره را در بین دانش‌آموزان این کلاس، کسب کرد، و پاداش تلاش‌های خود را دریافت کرد. این یعنی، اعتماد به نفس و به خودباوری رسیدن دانش‌آموز.

۵ـ تبصره، می‌تواند یکی از عوامل تشویق دانش‌آموزان به درس نخواندن باشد، یعنی، به عنوان یک عامل تقویتی عمل کند.

مثلاً، درس حسابان یکی از درس‌های اصلی رشتهٔ ریاضی است. با این حال، دانش‌آموزان متعددی را سراغ دارم که درس حسابان را از همان روزهای اول سال تحصیلی، به امید استفاده از تبصره کنار می‌گذارند و معلم بیچاره، به هزار در می‌زند تا این که چارهٔ کار را پیدا کند که چرا فلان دانش‌آموز در کلاس، اصلاً فعالیت نمی‌کند؟ غافل از این که این دانش‌آموز، از اول کلاس، تصمیم گرفته که چیزی یاد نگیرد! این نکته، یادآور این شعر زیبای فارسی است که:

تا که از جانب معشوق نباشد کششی
کوشش عاشق بیچاره به جایی نرسد

همین دانش‌آموز، در کلاس درس حضور فیزیکی پیدا می‌کند تا این که احیاناً نمرهٔ انضباطش پایین نیاید. امّا با غیرفعال بودن خودش، سوهان روح معلم خویش می‌شود و این، با ماهیت تدریس در تناقض است. زیرا معلم در کلاس درس، باید با آرامش خاطر حاضر شود. پس بیایید چارهٔ کار را در جای دیگری بیابیم.

منابع

۱. آمار قبولی و درصد تجدیدی به تفکیک هر درس، ادارهٔ کل آموزش و پرورش استان...
۲. خلخالی، مرتضی. (۱۳۸۱). آسیب‌شناسی نظام برنامه‌ریزی درسی ایران: تهران، نشر سوگند.
۳. اهداف دورهٔ متوسطه، رأی صادره در جلسهٔ ۶۴۷ شورای عالی آموزش و پرورش.
۴. آیین‌نامهٔ آموزشی دورهٔ سه سالهٔ متوسطهٔ روزانه (۱۳۷۹)، تهران، انتشارات رشد.

در حاشیهٔ هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران

از میان نامه‌ها

نویسنده: **عنایت‌اله راستی‌زاده**، دبیر ریاضی شیراز

هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، از اول تا سوم شهریور ۱۳۸۳، در شهرستان سنندج برگزار شد. یادداشت حاضر، قصد ارایهٔ گزارشی از این کنفرانس را ندارد، بلکه می‌کوشد ضمن اشاره به تمایزهای این کنفرانس با ۶ کنفرانس قبلی، مطالبی را در حاشیهٔ کنفرانس طرح، و در بعضی موارد، پیشنهادهایی را ارایه دهد:

۱ ـ سرعت عمل کمیته‌های علمی و اجرایی و عملی کردن برگزاری کنفرانس در شهریورماه ۱۳۸۳. فاصلهٔ بین تصمیم تا اجرا، در حدود ۵ ماه بوده است که از این بابت، باید به دست‌اندرکاران برگزاری کنفرانس آفرین گفت و شهامت آن‌ها را تحسین کرد؛ وضعیتی که مشابه آن‌را فقط در چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی در تهران، می‌توان مثال زد.

۲ ـ ترکیب و تعداد اعضای کمیتهٔ علمی. در این دوره، ۲۲ نفر عضو کمیتهٔ علمی کنفرانس بودند که از میان آن‌ها، ۹ نفر را معلمین و مدرسین مراکز تربیت معلم تشکیل می‌داد که در نوع خود، چه از لحاظ تعداد اعضا و چه ترکیب آن‌ها، متمایز بود.

۳ ـ بالاترین تعداد پذیرش مقاله. از میان ۲۵۰ مقالهٔ واصله به دبیرخانهٔ کنفرانس، ۱۷۰ مقاله در قالب سخنرانی‌های ۴۰، ۲۰ و ۱۰ دقیقه‌ای، کارگاه و پوستر برای ارایه پذیرفته شده بود. هرچند افزایش تعداد مقالات پذیرفته شده حکایت از توجه کافی کمیتهٔ علمی به بروز و ظهور توانایی‌های جامعهٔ معلمان ریاضی کشور داشت، اما از دیگر سو، متأسفانه سطح بعضی از مقالات ارایه شده واقعاً پایین بود و نشان از سهل‌انگاری بعضی نویسندگان مقالات و داوری آن‌ها داشت.

۴ ـ سخنرانی‌های ده دقیقه‌ای. این هم، قالب جدیدی بود که در این کنفرانس، برای اولین بار تجربه شد. البته تغییر سخنران‌ها و رفت‌وآمد حاضرین در سالن و جابه‌جایی افراد و تدارک امکانات هم به نوبهٔ خود، ۱۰ دقیقه زمان می‌برد. اما این که تا چه حد این قالب جدید برنامه موفق بوده است، مستلزم تحقیق و ارزیابی بیش‌تر است.

۵ ـ تعدد و هم‌زمانی کارگاه‌ها و میزگردهای موضوعی. این هم از نکات مثبت و قابل توجه کنفرانس هفتم بود. ضمن آن‌که اکثر آن‌ها، به‌خوبی برگزار شد و با استقبال چشم‌گیر شرکت‌کنندگان همراه بود. حتی در بعضی موارد، هم‌چون کارگاه ICT، شلوغی و ازدحام علاقه‌مندان، خارج از حد تصور برنامه‌ریزان بود.

۶ ـ تعدد سخنرانی‌های موازی و تنوع برنامه‌ها. اجرای حداقل ۱۲ سخنرانی ۲۰ دقیقه‌ای هم‌زمان، یکی از نکات بارز این کنفرانس بود، به حدی که شرکت‌کنندگان با حضور در یکی از سالن‌ها، حسرت حضور در یازده سخنرانی دیگر را می‌خوردند!

۷ ـ اعلامیه سخنرانان! درو دیوارهای محل کنفرانس، از اعلامیه‌ها و دعوت‌نامه‌های سخنرانان ۲۰ دقیقه‌ای و ۱۰ دقیقه‌ای پر بود که نمونهٔ آن را، در کمتر کنفرانسی شاهد بودیم! احتمالاً باید منتظر روش‌های تبلیغی جدید در کنفرانس‌های بعدی هم باشیم. جالب اینجا بود که با تغییر محل سالن

سخنرانی سخنران ماژیک به‌دست و حیران، در حال تغییر تک‌تک اعلامیه‌های نصب شده‌اش بود!

۸ ـ تغییر، تغییر و تغییر! تغییر سخنران، تغییر ساعت، و تغییر محل بعضی ارایه‌ها و میزگردها، آن هم به صورت مداوم (که بخشی از آن اجتناب‌ناپذیر است) نیز، از نکات (متأسفانه) منفی این کنفرانس بود که خیلی‌ها را سر درگم می‌کرد.

۹ ـ ریاضی‌نویس فارسی ـ تک ($F\text{-}T_EX$) می‌آید! تأکید و توجه ویژه به آموزش و فراگیر شدن استفاده از نرم‌افزار ریاضی‌نویس فارسی ـ تک، از محاسن این دوره بود، که با همکاری دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف، انجام شد. بنا به اظهار یکی از اعضای کمیتهٔ علمی و دست‌اندرکار IT، تنها ۶ مقاله از حدود ۲۵۰ مقاله ارسالی به دبیرخانه با استفاده از این نرم‌افزار تهیه شده بود و بقیه، مقاله‌ها، با WORD حروفچینی شده بود.

دبیرخانهٔ کنفرانس، در CD اهدایی به شرکت کنندگان، این نرم‌افزار را گنجانده بود و در خبرنامه نیز، راهنمایی‌های مختصری به چاپ رسیده بود.

۱۰ ـ کنفرانس و اینترنت. امکان استفاده از اینترنت محدود، و تعداد سیستم‌های موجود و متصل به شبکه، اصلاً پاسخ‌گوی خیل مشتاقان نبود و نمی‌توانست رضایت خاطر کاربران را فراهم آورد. ضمن آن که تعداد مقاله‌های پذیرفته شده در بخش ریاضی و IT نیز، اندک بود.

۱۱ ـ نزدیکی محل اقامت، پذیرایی و سالن‌های کنفرانس و سادگی رفت‌وآمد، از ویژگی‌های دیگر این کنفرانس به شمار می‌رفت.

۱۲ ـ ارایهٔ مقاله به صورت پوستر: مثل همیشه! یکی از مسایل قابل توجه ـ چه در این کنفرانس و چه در کنفرانس‌های گذشته ـ ضعف در شیوهٔ ارایهٔ پوستر و عدم خلاقیت، به‌خصوص از جانب صاحبان پوسترها بود. به جز چند مورد خاص، اکثر دارندگان پوستر، مقاله‌های خود را بدون طراحی خاص و توجه به جنبه‌های گرافیکی و جلب مخاطب، در روی همان کاغذهای معمولی، و با همان اندازه‌ها، برروی پانل‌ها نصب کرده بودند و کمتر نوآوری به چشم می‌آمد. جا دارد با برگزاری مسابقه و انتخاب پوستر برگزیده، تحولی در این بخش ایجاد نمود.

۱۳ ـ عدم توجه به حمایت مالی از سوی کنفرانس به ارایه دهندگان مقاله‌ها. اکثر ارایه دهندگان مقاله‌ها، انتظار داشتند (که انتظار به‌جایی نیز هست) به‌عنوان حداقل حمایت، از هزینه‌های پرداختی کنفرانس معاف شوند. کاری که در سومین کنفرانس آموزش ریاضی ایران (کرمان) صورت گرفت، ولی ادامه نیافت!

۱۴ ـ رویکرد ارزندهٔ دیگر. رویکرد ارزنده دیگری که قابل ذکر است، توجه بیش از گذشتهٔ سخنران‌ها به فناوری روز، و توجه به سبک و سیاق ارایهٔ مطالب بود. به‌خصوص استفادهٔ گسترده از Power Point، و نرم‌افزارهای ریاضی که نوید آینده‌ای روشن را در ارتقای آموزش ریاضی کشور می‌دهد و امید می‌رود با تجهیز مدارس کشور به امکانات سخت‌افزاری، روش‌های جدید ارایهٔ مطالب در کلاس‌های درس، باب شود.

۱۵ ـ مجلات ریاضی هم برو بیایی داشتند! مجلهٔ *رشد آموزش ریاضی* در جشن ۲۰ سالگی خود، شرکت کردو شمارهٔ ۷۶ خود را به همه شرکت کنندگان هدیه داد. مجلهٔ *برهان* (رشد برهان) نیز، ۴۲اُمین شماره‌اش را در کنفرانس تقدیم علاقه‌مندان ریاضیات مدرسه‌ای کرد. این دو مجله که هم‌اکنون به‌طور منظم منتشر و توزیع می‌شوند، با پخش برگه‌های نظرسنجی، در صدد اصلاح عملکرد و توسعهٔ برنامه‌های خود بودند.

از دیگر سو، مجلهٔ نوپای *اتحاد*، نشریهٔ اتحادیه معلمان ریاضی کشور، اولین شماره‌اش را به کنفرانس رساند و مجلات *فرزان* و *دلتا* نیز، به ترتیب، از استان‌های چهارمحال و بختیاری و کردستان، توزیع شدند.

۱۶ ـ باز هم رد پذیرش! هم‌چون یکی دو کنفرانس قبلی، بیش از ۱۰۰۰ علاقه‌مند حضور در این کنفرانس، به‌دلیل محدودیت جا و امکانات، رد پذیرش شدند که لازم است برای این مشکل، فکری کرد. ظرفیت محدود سالن افتتاحیه، خوابگاه‌ها و پذیرایی را می‌توان سه مشکل عمده دانست. چرا که در هنگام اجرای برنامه‌های موازی و جنبی، به نظر می‌رسید کنفرانس، از تمام ظرفیت خود استفاده نمی‌کند و گرنه، شاید بتوان تعداد بیش‌تری متقاضی را با محدودیت‌ها و شرایط خاص، پذیرفت.

۱۷ ـ پایان خوش. تجلیل و گرامی‌داشت معلمان پیشکسوت بومی کردستان در مراسم اختتامیه، و میهمان‌نوازی گرم برگزارکنندگان، خاطره‌ای فراموش نشدنی برای جامعهٔ آموزش ریاضی ایران به ارمغان آورد. جا دارد در پایان، به همهٔ عزیزان دست‌اندرکار کنفرانس هفتم خسته نباشید گفت و برای یکایک آن‌ها، آرزوی توفیق داشت.

۱۲ شهریور ۱۳۸۳

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd

Mathematics Education Journal 78

Vol.21 - No.4 - 2005

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585 / **E-mail:info@roshdmag.org**
ISSN: 1606 - 9188


کتابنامه رشد
فهرست توصیفی کتاب های آموزشی
مناسب و مرتبط با محتوای برنامهٔ درسی دورهٔ آموزش متوسطه
۱
معرفی
منابع مکتوب
آموزشی «برای
دانش آموزان
و معلمان دوره
آموزش راهنمایی
و متوسطه»
وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.samanketab.com

چهل و پنجمین
المپیاد بین المللی ریاضی
(صص ۵۶ تا ۵۹)