وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.roshdmag.ir

آموزشی-تحلیلی-اطلاع رسانی

رشد آموزش ریاضی

دوره‌ی بیست وچهارم، شماره‌ی۳، بهار۱۳۸۶، بها: ۳۰۰۰ ریال

- آیا دانش ریاضی ذاتی است یا مهارتی که به فراگیری آن احتیاج است؟
- ریاضیات اصل موضوعی؛ قالبی نامناسب، اما موضوعی مناسب برای آموزش
- جایگاه ویژه‌ی عدد هفت
- فلسفه‌ی تأسیس سازمان کتاب‌های درسی ایران

به تماشای این غروب
که دشت
مثل دنیای خفتگان زیباست
که زمان نیلگونه می بارد،
به تماشای این پرنده ی سبز
به تماشای این بهار، بیا.

م. آزاد

سال نو مبارک

رشد آموزش ریاضی

بسم الله الرحمن الرحیم

آموزشی - تحلیلی - اطلاع رسانی
www.roshdmag.ir

رشد آموزش ریاضی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

دوره ی بیست و چهارم، شماره ی ۳ ، بهار ۱۳۸۶

مجله ی رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم وتربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد ،می پذیرد . لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه ی مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیات تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ی ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت ،مجله می تواند سفارش ترجمه ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره ی صفحه ی مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه ، همراه مطلب ارسال شود.

هم چنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله ، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد ، بازگشت داده نمی شود.

نشانی دفتر مجله:تهران، صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۸۵
تلفن دفتر مجله : ۹- ۸۸۸۳۱۱۶۱
(داخلی ۲۷۰ - ۲۷۴)
شماره ی پیام گیر مجلات تخصصی رشد: ۱۱۲- ۸۸۳۰۱۴۸۲
E-mail:info@roshdmag.ir
چاپ : شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۲۸۰۰۰

یادداشت سردبیر

ضرورت داشتن چشم‌انداز برای آموزش معلمان در ایران

هرچند گاه یک بار ـ به خصوص زمانی که یک سند یا گزارش در رابطه با عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی منتشر می‌شود ـ بحث های پرهیجانی در مورد آموزش معلمان ریاضی نیز مطرح می‌شوند و به دنبال آن‌ها، نظام آموزشی یا سازمان‌های حرفه‌ای معلمان ریاضی، راهکارهایی را برای ارتقای آموزش معلمان پیشنهاد می‌کنند. نکته‌ی قابل اعتنا در این جریان این است، که به لحاظ نظری، گاهی راهکارهای پیشنهادی با هم در تضادند و این تضادها، باعث بروز نابسامانی‌های مرئی و نامرئی در این حوزه می‌شوند و در نتیجه، با وجود صرف وقت و بودجه و انرژی فراوان برای عملیاتی کردن این پیشنهادها، جریان واقعی تدریس، عملاً تحت تأثیر آن‌ها قرار نمی‌گیرد و بسیاری از مسایل ظریف و پیچیده‌ی درون حرفه‌ی معلمی، هم‌چنان حل نشده باقی می‌مانند. در چنین شرایطی، بررسی چرایی این اوضاع یک ضرورت است و هدف این نوشتار، فراهم آوردن زمینه‌ای برای بحث عمیق‌تر و گسترده‌تر راجع به این چرایی است.

آموزش معلمان و توسعه‌ی حرفه‌ای آن‌ها، قبل از هرچیز، نیازمند یک چشم‌انداز است؛ چشم‌اندازی که در آن، معلم و حرفه‌ی معلمی، با شفافیت بیش‌تری تبیین شده باشد، تا بتوان به استناد آن، راهکارهای مناسب‌تری برای آموزش معلمان و ارتقای حرفه‌ای آن‌ها تدوین نمود.

به طور مثال، اگر نظام آموزشی، معلم را کارگزار برنامه‌ها و دستورات خود تصور کند، طبیعی است که تمایل جدی برای کنترل وی و اعمال قدرت بر او را دارد. با چنین تعبیری از معلم، حرفه‌ی معلمی تبدیل به یک شغل می‌شود که به گفته‌ی دونالد شون فقید، انتظار می‌رود مسایل آن، با رویکرد عقلانیت تکنیکی قابل حل باشند. چنین نگاهی به معلم و حرفه‌ی معلمی، زمینه‌ی بروز انواع برنامه‌هایی بود که محور آن‌ها، به نظم درآوردن حرفه‌ی معلمی و قاعده‌مند نمودن آن بود. دهه‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ میلادی، اوج رقابت بر سر تدوین چنین برنامه‌هایی در آمریکا بود. در ایالات متحده که آغازگر این حرکت بود، مؤسسات متعددی به وجود آمدند که وظیفه‌ی آن‌ها، تبیین **هدف‌های رفتاری** برای درس‌های مختلف و تهیه‌ی **طرح درس** برای آن‌ها بود. در آمریکا، حدیث کنترل معلمان از طریق **طرح درس‌**های دقیق، مثال‌زدنی بود. مثلاً، سازمان‌های مختلف بازرسی، بی‌خبر به مدارس می‌رفتند و تدریس معلمان را با طرح درس‌های آن‌ها مقابله می‌کردند تا میزان وفاداری معلمان را به آن طرح درس‌ها، بسنجند. در واقع، میزان وفاداری معلمان به طرح درس‌های خود، یک شاخص قوی برای قضاوت کردن در مورد صلاحیت معلمان بود. در چنین اوضاعی، مدیران مدارس نیز تلاش می‌نمودند تا توانایی معلمان خود را برای تهیه‌ی طرح درس، از طریق دوره‌های ضمن خدمت و استفاده از کمک تخصصی مشاوران تربیتی، ارتقا دهند تا بدین ترتیب، در ارزیابی‌های بازرسان، روسفید شوند و امکانات بیش‌تری برای مدرسه‌ی خود جذب کنند. اما خوشبختانه، رویای کنترل بیرونی معلمان و اعمال قدرت بر آن‌ها، هیچ‌وقت تعبیر نشد و این جریان، با وجود سرمایه‌گذاری‌های عظیمی که برای آن شد، به شکست انجامید. حکایت این جریان مانند داستان مردی بود که کنار اقیانوس نشسته بود و یک ظرف ماست در یک دستش

گرفته بود و با دست دیگر، قاشق قاشق ماست در اقیانوس می‌ریخت. عابری از کنار وی رد شد و با تعجب پرسید که «چه می‌کنی؟» آن مرد پاسخ داد که «می‌خواهم دوغ درست کنم.» عابر پرسید: «مگر می‌شود؟»، مرد گفت: «خیر! اما اگر بشود چه می‌شود!؟» این رؤیا تعبیر نشد زیرا ماهیت پیچیده‌ی حرفه‌ی معلمی با چنین کنترل بیرونی ناسازگار است و مسایل آن، با رویکردهای تکنیکی مثل طرح درس سنتی، قابل حل نیست. جامعه‌ی آموزشی آمریکا و به تبع آن جامعه‌ی آموزشی در سطح جهان، با وجود پرداختن هزینه‌های فراوان مادی و معنوی در امر آموزش معلمان، به بن‌بست رسید و دارویی به نام **طرح درس** که برای هر درد آموزشی تجویز می‌شد و برای همه‌ی معلمان و حل مسایل حرفه‌ای آن‌ها نسخه‌پیچی می‌شد، ناگهان تبدیل به داروی «از رده خارج» گردید!

به دنبال این اتفاق، جامعه‌ی آموزشی آمریکا به دنبال راه‌حل‌های دیگری رفت و اتفاق مهمی که در اواخر دهه‌ی ۱۹۷۰ و اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ میلادی رخ داد این بود که دیدگاه نظری نسبت به معلم و حرفه‌ی معلمی تغییر کرد. در دیدگاه جدید، به جای آن که معلم کارگزار منفعل قابل کنترل از بیرون تصور گردد و حرفه‌ی معلمی، یک شغل قابل پیش‌بینی با شرح وظایف مشخص درنظر گرفته شود، معلم محققی به حساب آمد که دائم، در حال بازتاب بر عمل تدریس خویش است و به جای حل مسایل درون حرفه‌ی خود با استفاده از رویکرد عقلانیت تکنیکی، با بازتاب بر عمل تدریس خود و بازتاب در حین تدریس، به تصمیم‌گیری‌های بدیع می‌رسد و معلمی خود را ارتقا می‌بخشد. در اواسط دهه‌ی ۱۹۸۰ میلادی، این تغییر دیدگاه نسبت به نقش معلم و حرفه‌ی معلمی- ابتدا در آمریکا و سپس در کشورهای دیگر، زمینه‌ساز ایجاد حرکت‌های تأثیرگذاری با نام **معلم محقق یا معلم پژوهنده** و تحقیق عمل (اقدام‌پژوهی) در حوزه‌ی آموزش معلمان گردید. در واقع، عامل اصلی ایجاد این حرکت‌ها، نقد نگاهی بود که در آن، معلم مجری صرف برنامه‌های درسی بود و از طریق **طرح درس**، در سطوح خرد و کلان آموزشی، کنترل و ارزیابی می‌شد. این نگاه جدید، تحول عظیمی در حوزه‌ی آموزش معلمان ایجاد کرد و باعث یک تغییر پارادایم در آن شد. تغییر پارادایم به این معناست که امکان هم‌زیستی دو پارادایم به طور هم‌زمان وجود ندارد. مثلاً نمی‌توان هم‌زمان، در دو پارادایم هندسه‌ی اقلیدسی و نااقلیدسی بود؛ انتخاب یکی به منزله‌ی رد دیگری است.

اما در شرایط کنونی خودمان، به اصرار، تلاش می‌شود که بین دو پارادایم آموزش معلمان، هم‌زیستی ایجاد شود و اینجاست که نابسامانی‌های مرئی و نامرئی بروز می‌کنند. از یک طرف، معلمان را وادار می‌کنیم که **طرح درس** بنویسند و با این خوش‌خیالی، انتظار داریم که کیفیت تدریس معلمان ارتقا پیدا کند. در حالی که نمی‌شود نسخه‌ای تجویز کرد که داروی آن از رده خارج شده است یا آن که تاریخ مصرف آن گذشته است. از طرف دیگر، معلمان را به **پژوهنده** شدن تشویق می‌کنیم و برای تشویق آن‌ها به پژوهندگی، ستاد تشکیل می‌دهیم و «اقدام‌پژوهان» را مورد عنایت ویژه قرار می‌دهیم. این‌ها در حالی است که به لحاظ نظری، نوشتن طرح درس و پیش‌بینی لحظه لحظه‌ی تدریس از طریق طرح درس، با تحقیق عمل (اقدام‌پژوهی) که یکی از هدف‌های آن، ارتقای توانایی‌های معلم برای تصمیم‌گیری‌های فی‌البداهه و بدیع در حین عمل تدریس و بهبود عمل تدریس است، تضاد ماهوی دارد و این دو به نوعی، جمع ضدین هستند. به این دلیل است که داشتن چشم‌انداز برای آموزش معلمان یک ضرورت است. چشم‌اندازی که توجیه‌گر پیشنهادها و توصیه‌های نظام آموزشی و سازمان‌های حرفه‌ای معلمان برای توسعه‌ی حرفه‌ای آن‌ها و ارتقای کیفیت تدریس باشد. داشتن چشم‌انداز، کمک می‌کند تا از تشتت‌های نظری بپرهیزیم و برای آموزش معلمان، با مطالعه‌ی بیش‌تر و نقد نظری و تجربی عمیق‌تر، به تدوین چارچوب‌های بدیع و جدید بپردازیم. در غیر این صورت، حتی اگر بهترین پیشنهادها را ارایه دهیم، شاید بیش از آن که کیفیت تدریس را ارتقا دهیم، به عدم‌انسجام و ناآرامی درون حرفه‌ی معلمی کمک کرده‌ایم! که همه می‌دانیم این کار، نقض غرض است!

والسلام

دکتر محمدرضا افضل‌نیا
روان‌شناس شناختی

آیا دانش ریاضی ذاتی است یا مهارتی که به فراگیری آن احتیاج است؟

در بررسی‌های صورت گرفته درباره‌ی عروج انسان از دیرینه‌های تاریخ تا به امروز، سؤالی که بیش از هر چیز پیوسته برای دانشمندان در علوم گوناگون مطرح است، این است که چگونه انسانی که بیش از سه میلیون سال پیش بر روی این کره‌ی خاکی زندگی می‌کرده، ناگهان از کمتر از ده هزار سال پیش یا در این حدود متمدن شد و از زندگی وحشی فاصله گرفت؟ در همین حدود است که انسان برای خود زیستگاهی از دست‌ساخته‌های خویش پدید می‌آورد و از پستی و بلندی‌ها و غارهای طبیعی برای سکونت، استفاده نمی‌کند. دیرینه‌شناسان معتقدند که انسان فقط در حدود ده هزار سال است که در تاریخ تمدن بشری، دست به خانه‌سازی، شهرسازی، کشاورزی و تکامل ابزارهای تمدن خویش زده است (چروترز و چمبرلین[1]، ۲۰۰۰).

ضمن حدسیات و ارایه‌ی نظرات گوناگونی که در پی یافتن چرایی این اتفاق برای بسیاری از نخبگان علم و فلسفه پیش آمده است، چروترز و چمبرلین (۲۰۰۰)، در بررسی دیرینه‌شناسی از این مطلب، به تغییراتی پی بردند که در زمان تغییر در تمدن بشر، در حیطه‌ی شناختی انسان پدید آمده است. آن‌ها علت این تغییر بزرگ و ناگهانی را، تغییر در نحوه‌ی شناخت انسان دانسته و استنباط می‌کنند که براساس شواهد به‌دست آمده از ابزارهای دست‌ساز انسان، و مقایسه‌ی آن‌ها با ابزارهای دست‌ساخته‌ی حیواناتی از قبیل میمون، شامپانزه و گوریل و نظایر آن‌ها، انسان پیش از گرایش‌های جدید، به نگرش قرینه‌ای در محیط خود خو گرفت و به لحاظ متضاد بودن عوامل محیطی خود از قبیل شب و روز، سرما و گرما، آب و آتش، بزرگ و کوچک، بلند و پست و مانند این‌ها، تفکر قرینه‌ای را اساس شناخت خود از عالم قرار داد و هم‌چون سایر حیوانات، پندار او از جهان، پنداری متعادل از نتیجه‌ی تضادها و تعارض‌های طبیعی محیط خود بود. قرینه‌پنداری از لحاظ فیزیولوژیکی، در بدن موجودات زنده و از جمله انسان، مبنایی دیرینه داشت. از آن‌جا که مغز شامل دو لپه‌ی چپ و راست با دو عملکرد نسبتاً مستقل است و از لحاظ ظاهر، دو چشم و دو ابرو بر محور بینی و لب، و دست‌ها در کنار و پاها در بخش زیرین بدن قرار گرفته‌اند، همه‌ی این عوامل، زمینه‌ساز تفکر قرینه‌نگری هستند.

بدیهی است که در این دوران، بشر به واقعیت‌ها و حقایق محیطی خود و به آن‌چه در دسترس و نزدیکی وی بود می‌اندیشید و هم‌چون کودکی در مراحل رشد، خارج از ملموسات محیطی، پنداری دیگر نداشت. مشاهده‌ی ابزارهای دست‌ساخت انسان‌های اولیه در این زمینه نشان می‌دهد که در ساخت این ابزارهای سنگی، هرگاه قطعه سنگی را برای تیز کردن برمی‌گزیدند، اگر برای تیزی نوک آن یک طرف آن را با ضربه‌ای

حذف می‌کردند، ضربه‌های بعدی را در جهت مخالف و در قرینه‌ی آن سمت وارد می‌آوردند تا سمت دیگر آن حذف شود. با ادامه‌ی این کار، قرینه‌ی دیگری در سمت مجاور و سپس در طرف مقابل آن به‌کار می‌بستند تا سنگ‌ابزار مزبور به صورت قرینه‌ای، گرد یا چهار گوش شود.

تداوم همین قرینه‌نگری بود که سنگی را با برش دادن اضافات جانبی، به صورت نوک تیز و مدور برای شکار آماده می‌ساختند.

اما در مقایسه با همین ابزارهای قرینه‌ای، هنگامی که به ابزارهای دست‌ساخته‌ی حیوانات هم‌زمان با همان انسان‌ها می‌نگریم، چنین ابزارهای شکاری با نگرش قرینه‌ای ساخته نشده‌اند. تنها اگر سازنده‌ی آن ضربه‌ای به سنگ زده باشد تا قسمتی از سنگ نوک تیز شود، پیوسته بر همان سو و سمت ضربه زده شده و ابزار دست‌ساخته‌ی مزبور به صورت یک‌سو لب‌تیز شده است.

بر همین اساس، دیرینه‌شناسان در پاسخ به سؤال مطرح‌شده در فوق، این چنین استنباط می‌کنند که پس مبنای تغییراتی که در نحوه‌ی زیستن انسان پیش آمده و عروج تمدن وی را با پیشرفت‌های روزافزون پدید آورده، گرایش پایدار و رشد و تکامل اساسی انسان از تفکر و بینش قرینه‌ای به بینش و تفکر علامتی[۲] (تصویری) بوده است.

از لحاظ روان‌شناسی رشد، این مرحله از رشد کودک موجب می‌شود تا مفاهیم ناپیدا در محیط به تصور درآیند. کودک در این مرحله، آن‌چه را که نمی‌بیند، نبود نمی‌انگارد، بلکه به دنبال آن در همان جایی می‌گردد که از نظر پنهان شده است. رفته‌رفته، هر کودکی می‌آموزد که حتی اگر آن شئ را در محل مخفی شده نیابد، صورت ذهنی آن را به یاد بسپارد. در تفسیر نظریه‌ی شناختی حاضر، چروترز و همکارش بر این باورند که تغییر در شناخت انسان از صورت بدوی و ساده به صورت انتزاعی و پیچیده، موجب ثبات تصور موضوعات در ذهن، حتی ورای وجودی آن‌ها در محل مورد انتظار بوده باشد. به همین دلیل، انسان برای هر چیز، علامتی را در نظر گرفته و با به‌کار بردن آن علامت، آن موضوع یا شئ یا حیوان را مد نظر قرار داد و از این راه، نوعی ارتباط ساده را پدید آورد که زمینه‌ساز

ادراک انسان امروزی از جهان خود، توسط نشانه‌ها صورت می‌گیرد و هیچ چیز خارج از دنیای نشانه‌ها در شناخت و ادراک انسان از جهانِ هستی نمی‌گنجد. در حال حاضر، هیچ کس نمی‌تواند به مفهومی در ذهن خود بیندیشد که علامت مخصوص به آن را در ذهن نداشته باشد

شیوه‌ی ارتباطی پیچیده‌تری به‌وسیله‌ی علایم زبانی در محاورات، و سپس علایم کتبی در مکاتبات شد. این تغییر در شناخت، یعنی گذر از مرحله‌ی قرینه‌پنداری به علامت‌پنداری، موضوعی است که در دیرینه‌شناسان این باور را به‌وجود آورده است که اساس متمدن شدن انسان، رشد شناختی او از مراحل ساده به مرحله‌ی علامتی (تصویری) و علامت‌پنداری بوده است.

امروزه، علامت‌اندیشی یا نشانه‌پنداری، تا اندازه‌ای، در روندادِ شناختی انسان استوار گردیده است که انسان امروز، دیگر نمی‌تواند هیچ مفهومی را در ذهن خود پیدا کند که علامت و نشانه‌ی مخصوص به آن را نداشته باشد. به عبارت دیگر، ادراک انسان امروزی از جهان خود، توسط نشانه‌ها صورت می‌گیرد و هیچ چیز خارج از دنیای نشانه‌ها در شناخت و ادراک انسان از جهان هستی نمی‌گنجد. در حال حاضر، هیچ کس نمی‌تواند به مفهومی در ذهن خود بیندیشد که علامت مخصوص به آن را در ذهن نداشته باشد. از کوچک‌ترین ذره‌ی موجود در عالم گرفته که اتم باشد تا بزرگ‌ترین مفهوم که در ذهن انسان امروزی می‌گنجد و به عنوان خداوندگار هستی معنی می‌یابد. تا علامت مخصوص به این مفاهیم در ذهن متبادر نگردد، این مفاهیم در ذهن شکل و معنی نمی‌گیرند (افضل‌نیا، در دست چاپ).

بر همین اساس، اعتقاد بر این است که شناخت نشانه‌محور باعث به‌وجود آمدن زبان‌های اولیه، خط و نگارش، و اعتقادات و ادیان شد و انسان را از زیستنی تجربی در محیط وحشی به دنیای تحلیل‌های فرازمینی و تغییر محیط کشاند و پله‌های عروج و تمدن را تا به امروز، یکی پس از دیگری پیمود که از لحاظ روان‌شناسی نیز، این امر قابل توجیه است. اگر بتوانیم رشد و تکامل تمدن بشری را با رشد و تکاملی که در یک نسل از انسان‌ها اتفاق می‌افتد با یکدیگر مقایسه کرده و آن‌ها را شبیه به هم در نظر بگیریم، انسان در هر دوره از زندگی خود نیز دچار تحولاتی می‌شود که همین گردونه‌ی شناختی را در او، به صورت مستند مشاهده می‌کنیم. کودک در دوران‌های اولیه‌ی زندگی خود تا سنین ۶ـ۷ سالگی، هنوز در دنیای محسوسات و ملموسات و تجربه‌ی محیطی زندگی می‌کند و خارج از این دنیای فیزیکی و تجربیات حاصل از آن، ادراک کاملی از جهان پیرامون خود به‌دست نمی‌آورد و دامنه‌ی شناخت او اجازه‌ی پرداختن به تحلیل عوامل پیرامونی را به وی نمی‌دهد.

در واقع، بیش‌تر شناخت انسان در دوران اولیه‌ی زندگی از محیط زیست خود، در محسوساتی دور می‌زند که از تجربه‌های روزانه‌اش به‌دست می‌آیند. به همین دلیل، انسان استنتاجی از آن‌ها نمی‌تواند داشته باشد و به عبارت دیگر، نمی‌تواند از تجربیات و آن‌چه که به ادراک او درمی‌آیند، استنتاج و استنباط کند و یا نتیجه‌گیری نماید، درست در همین کمون تغییر شناختی است که کودک رفته‌رفته، می‌تواند دست به تحلیل بزند و با استفاده از رشد حافظه‌ی خود، فراتر از تجربه‌های روزانه‌ی خود را به صورت نشانه‌ها و علایم و قراردادهای نمادین و به صورت آئین دیکته‌نویسی و خواندن علایم نوشتاری، به شناختی دیگر گرایش پیدا کند که بعدها زمینه‌ساز و بسترساز گسترش‌های بسیاری در زندگی بزرگ‌سالی او خواهد شد.

بدین ترتیب، شناخت انسانی، قبل و بعد از تحلیل گرایی و علامت‌اندیشی تفاوت فاحشی از خود نشان می‌دهد. برای گذار از مرحله‌ی تجربه‌اندیشی و زیستن در عالم محسوسات به مرحله‌ی تحلیل گرایی و فهمیدن موضوعات فراتر از محدوده‌ی تجربیات، نیاز به داشتن مبانی لازم برای سیر این عروج محسوس است. به عبارت دیگر، هنگامی که انسان توانست به مرحله‌ی تحلیل برسد، در همان زمان علامت‌نگاری و نشانه‌گرایی یا قبول و پذیرش نمادها و نشانه‌ها را نیز در شناخت خود می‌گنجاند.

در اینجا سؤالی که مطرح می‌شود این است که اگر براساس شواهد مذکور که از بررسی ابزارهای اولیه‌ی شکار و زندگی در محیط زیست انسان‌های اولیه به‌دست آمده است، بتوانیم استنباط کنیم که مبانی شناخت انسان اولیه بر قرینه‌نگری و درک ریاضیات هندسی مربوط به آن در سطح محسوسات برگرفته از محیط تجربی خود استوار بوده است، پس آیا دانش ریاضی که پیش از علامت‌گرایی و شکل‌گیری زبان و خط برای بشر مطرح بوده است، امری ذاتی برای انسان به حساب می‌آید یا مهارتی است که برای فراگیری آن باید تلاش کرد؟

در بررسی این امر، مردم‌شناسان اخیراً به مردم قبیله‌ای به نام موندوروکو[۳] برخورد کرده‌اند که در نقطه‌ای دورافتاده و محروم، در جنگل‌های آمازون زندگی می‌کنند. در مطالعه‌ای که بر روی افراد این قبیله صورت گرفته، متوجه شده‌اند که آن‌ها بدون یادگیری اشکال هندسی در مدرسه، در مقایسه با کودکانی که در مدارس آمریکا و تحت شرایط بسیار پیشرفته آموزش دیده‌اند، دارای درک لازم برای مفاهیم پایه‌ای ریاضی هستند و از هر لحاظ، با هم قابل مقایسه‌اند. مردم‌شناسان در این تحقیق، متوجه شدند که ممکن است فهم ریاضیات پایه، از طریق تجارب مکرری که در زندگی روزمره‌ی فرد اتفاق می‌افتد، در حافظه‌ی بلندمدت وی ذخیره شده و سپس این تجارب به RNA و از طریق آن، به DNA انتقال یابند و این تجارب می‌توانند در عمق وجود انسان نفوذ پیدا کرده و تصویر آن‌ها در ذهن، جانشین مفاهیم شده باشد.

اعتقاد بر این است که شناخت نشانه‌محور باعث به‌وجود آمدن زبان‌های اولیه، خط و نگارش، و اعتقادات و ادیان شد و انسان را از زیستنی تجربی در محیط وحشی به دنیای تحلیل‌های فرازمینی و تغییر محیط کشاند و پله‌های عروج و تمدن را تا به امروز، یکی پس از دیگری پیمود که از لحاظ روان‌شناسی نیز، این امر قابل توجیه است

دانشمندان مزبور، در بررسی‌های خود دریافتند که با وجود آن که هرگز به افراد این قبیله، که در عمق جنگل‌های برزیلی آمازون زندگی می‌کنند، مفاهیم ریاضی خاصی آموزش داده نشده بود، اما مفاهیمی از قبیل مثلث‌ها، قرینه‌ها یا زوایای قائمه را می‌دانستند. حتی افراد قبیله‌ی موندوروکو، در زمینه‌ی این مفاهیم، بینشی چشم‌گیر داشتند و نسبت به آن‌ها آشنایی کامل نشان می‌دادند. این امر می‌رساند که ریاضی و به خصوص هندسه، دست‌کم به عنوان یک ابزار هوش و هوشمندی در اختیار انسان قرار داشته و پیوسته خواهد داشت. همین موضوع، اساس و پایه‌ی ادراکی انسان را در دوران‌های قرینه‌نگری تشکیل می‌دهد و در صورت عدم تغییر، هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند. با استفاده از یک سری آزمون‌های هندسی که در صفحه‌های بعد نشان داده شده‌اند و توسط دانشمندان فرانسوی و آمریکایی تهیه شده‌اند، محققان دریافتند که

کودکان قبیله‌ی موندوروکو به همان اندازه‌ی بزرگ‌سالان این قبیله، در این آزمون امتیاز آوردند و نمرات هر دو گروه شبیه نمراتی بود که دانش‌آموزان خردسال آمریکایی که این موضوعات را در مدرسه طی چندین سال متوالی آموخته بودند، کسب کرده بودند.

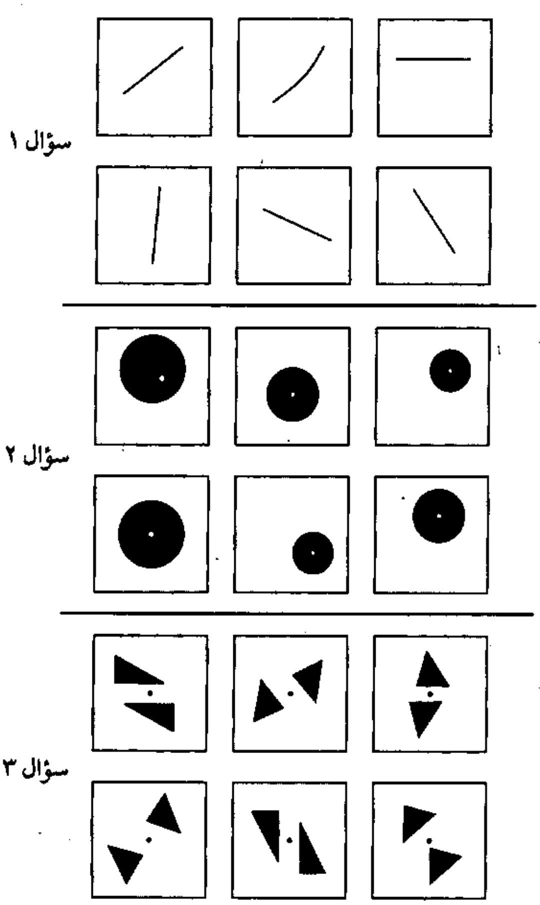
چنین یافته‌هایی شواهدی قوی ارایه می‌دهند که بدین ترتیب، ذهن انسان به تدریج، از توانایی‌های اولیه و پایه‌ای، به تکامل رسیده و توان درک اشکال پیچیده‌تر هندسی و اصول آن را پیدا کرده است. یکی از استادان دانشگاه هاروارد که رهبری این گروه تحقیقی را به عهده داشت، در این مورد اظهار می‌دارد که «فهم خودبه‌خود مفاهیم هندسی و نقشه، توسط افراد جامعه‌ی دور افتاده‌ای مانند افراد این قبیله، شواهدی به دست می‌دهد که هسته‌ی اصلی دانش هندسی، عاملی جهان‌شمول در ذهن انسان دارد».

این تحقیقات، نتایجی را که فیلسوفان یونانی و به عنوان نمونه سقراط به آن رسیده بودند، مورد تأیید قرار می‌دهد. در توضیح این امر، افلاطون آزمونی از یک برده به عمل می‌آورد تا ببیند که او فهم هندسی دارد یا خیر. اظهارات مثبت برده در این مورد سقراط را تحت تأثیر قرار می‌دهد. او در این باره استنتاج می‌کند که پس «روح او بایستی پیوسته چنین دانشی را در اختیار می‌داشته است».

بنابراین، اگر مفاهیم هندسی مستقیماً از فرهنگ خاصی آموخته نمی‌شوند، پس می‌توان مهارت‌های هندسی را در لایه‌های معماری مغز با پرورش این موضوع تعالی بخشید. اگرچه کودکان آمریکایی در مقایسه با کودکان قبیله‌ی موندوروکو در برزیل، در کلیه‌ی سنین قابل مقایسه بودند، اما بزرگ‌سالان این قبیله، به سادگی، بزرگ‌سالان آمریکایی را تحت‌الشعاع قرار داده و از خود درخشش خاصی نشان دادند. اسپلک[۴] به عنوان رهبر این تیم تحقیقاتی، در این زمینه اظهار می‌دارد:

«درحالی که مفاهیم هندسی به وسیله‌ی ابزارهای خاص فرهنگی از قبیل نقشه یا اصطلاحات جاری در یک زبان محلی، زیربنای گوناگون بودن یک سری از مفاهیم مشترک هندسی را تشکیل می‌دهند، بزرگ‌سالان و کودکانی که هیچ آموزش رسمی در این موارد نداشته‌اند، با استفاده از حداقل زبان فضایی قادرند اشکال مختلف هندسی را طبقه‌بندی کنند و با استفاده از روابط هندسی، طرح فضایی محیط اطراف خود را نمایش دهند.»

تحقیق حاضر که در مجله‌ی علم[۵] به چاپ رسیده، حاوی جزئیاتی است درباره‌ی این که چگونه تیم محققین مزبور به برزیل مسافرت کرده و سپس با ورود به قلب جنگل‌های دور افتاده‌ی آمازون به قبیله‌ی موندوروکو، دسترسی پیدا کرده‌اند. قبیله‌ای که مردمان آن، سال‌هاست در کنار رودخانه‌ی کورورو و در اعماق جنگل‌های بارانی برزیل زندگی کرده‌اند و کمتر با محیط خارج از طبیعت خود تعامل داشته‌اند. محققان، این قبیله را به همین دلیل انتخاب کرده‌اند که دور از دسترس فرهنگ غربی‌ها بوده و زبان و فرهنگ آنان، مفاهیم هندسی هم‌چون قرینه‌سازی



تصاویر استفاده شده در آزمونی که از افراد قبیله‌ی موندوروکو به عمل آمد. [برای توضیح بیش‌تر، ر. ک. انتهای همین مقاله]

ممکن است فهم ریاضیات پایه، از طریق تجارب مکرری که در زندگی روزمره‌ی فرد اتفاق می‌افتد، در حافظه‌ی بلندمدت وی ذخیره شده و سپس این تجارب به RNA و از طریق آن، به DNA انتقال یابند و این تجارب می‌توانند در عمق وجود انسان نفوذ پیدا کرده و تصویر آن‌ها در ذهن، جانشین مفاهیم شده باشد

یا موازی گرایی را شامل نمی‌شود. هم‌چنین، آن‌ها به هیچ وجه از نقشه استفاده نمی‌کنند و فرهنگ آن‌ها پیوسته از آن بی‌بهره بوده است؛ چرا که استفاده از نقشه، تا حدود زیادی به استفاده از استدلال فضایی و هوش هندسی تکیه دارد.

در یکی از آزمون‌هایی که این گروه از دانشمندان بر روی افراد این قبیله انجام دادند، متوجه شدند که هم بزرگ‌سالان و هم کودکان موندوروکو، در مواجه شدن با یک مجموعه از اسلایدهایی که هر کدام حاوی شش تصویر از اشکال یا خطوط هندسی بودند، واکنش‌های جالبی از خود نشان می‌دهند. در هریک از موارد، پنج عدد از تصاویر، یک مفهوم هندسی را نشان می‌دادند- مفاهیمی مانند خطوط موازی، قرینه یا مثلث قائم‌الزاویه- درحالی که یکی از این شکل‌ها، غیر عادی و ناجور نمایش داده می‌شد. در نشان دادن این آزمون و بررسی اشکال بیگانه‌ای که در آن طراحی شده بود، دانشمندان به نتیجه‌ی جالبی دست پیدا کردند. نمونه‌ی این اشکال را برای توجه بیش‌تر خوانندگان در ادامه می‌آوریم.

از تعدادی از افراد قبیله که جوان‌ترین آن ها ۶ ساله بود، خواسته شد که بگویند کدام یک از شش شکل نشان داده شده در تصویر، در مقایسه با سایر اشکال، ناهمخوان است.

به طور متوسط، ۶۶/۸ درصد از افراد مورد مطالعه در این قبیله، به آزمون فوق پاسخ صحیح دادند که به طور قابل ملاحظه و معناداری با آمار ۱۶/۶ درصدی تفاوت نشان می‌داد. آمار ۱۶/۶ درصد در صورتی می‌توانست ملاک قرار گیرد که آن‌ها صرفاً با حدس زدن به پرسش‌ها پاسخ داده باشند. یعنی در صورتی که با حدس زدن به پرسش‌ها پاسخ می‌دادند، نمره‌ی آن‌ها به ۱۶/۶ درصد می‌رسید که این میانگین نمرات با ۶۶/۸ درصد، تفاوت معناداری نشان می‌دهد. جالب‌تر از همه این نتیجه بود که تفاوت محسوسی بین کودکان و بزرگ‌سالان این قبیله در پاسخ به این آزمون دیده نشد.

توضیح بیش‌تر درخصوص تصاویر استفاده شده در آزمون از موندوروکوئی‌ها. در هریک از آزمون‌ها از کودکان و بزرگ‌سالان قبیله‌ی موندوروکو سؤال شد که کدام یک از شکل‌های نشان داده شده در تصاویر ۶ گانه، غیر عادی و ناهمگون با بقیه‌ی شکل‌ها هستند؟

سؤال ۱ - ۹۳ درصد از موندوروکوئی‌ها به این سؤال پاسخ صحیح دادند.

پاسخ صحیح: ردیف بالا، شکل وسطی است که منحنی است و بقیه خط مستقیم را نشان می‌دهند.

سؤال ۲ - ۶۸ درصد از موندوروکوئی‌ها به این سؤال پاسخ صحیح دادند.

پاسخ صحیح: ردیف بالا، آخرین شکل سمت چپ است که نقطه‌ی سفید، در مرکز دایره‌ی سیاه قرار ندارد.

سؤال ۳ - ۴۳ درصد از موندوروکوئی‌ها به این سؤال پاسخ صحیح دادند.

پاسخ صحیح: ردیف پایین، سمت راست است. شکل‌های دیگر، قرینه‌های مرکزی حول مرکز داده شده را نشان می‌دهند.

زیرنویس‌ها

1. Charuthers & Chamberlain
2. Iconic
3. Munduruku
4. Spelk
5. Science

منابع

1. Charruthers, P. & Chamberlain, A. (2000). Language Development & Evolutionary View, London, Psycholegy press.

۲. افضل‌نیا، محمدرضا (در دست چاپ). زبان و تفکر، تهران: انتشارات دانش.

قسمت آخر

آموزش حسابان: مشکلات موجود و نقش تکنولوژی

زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی
حمیده سرشتی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی

اشاره

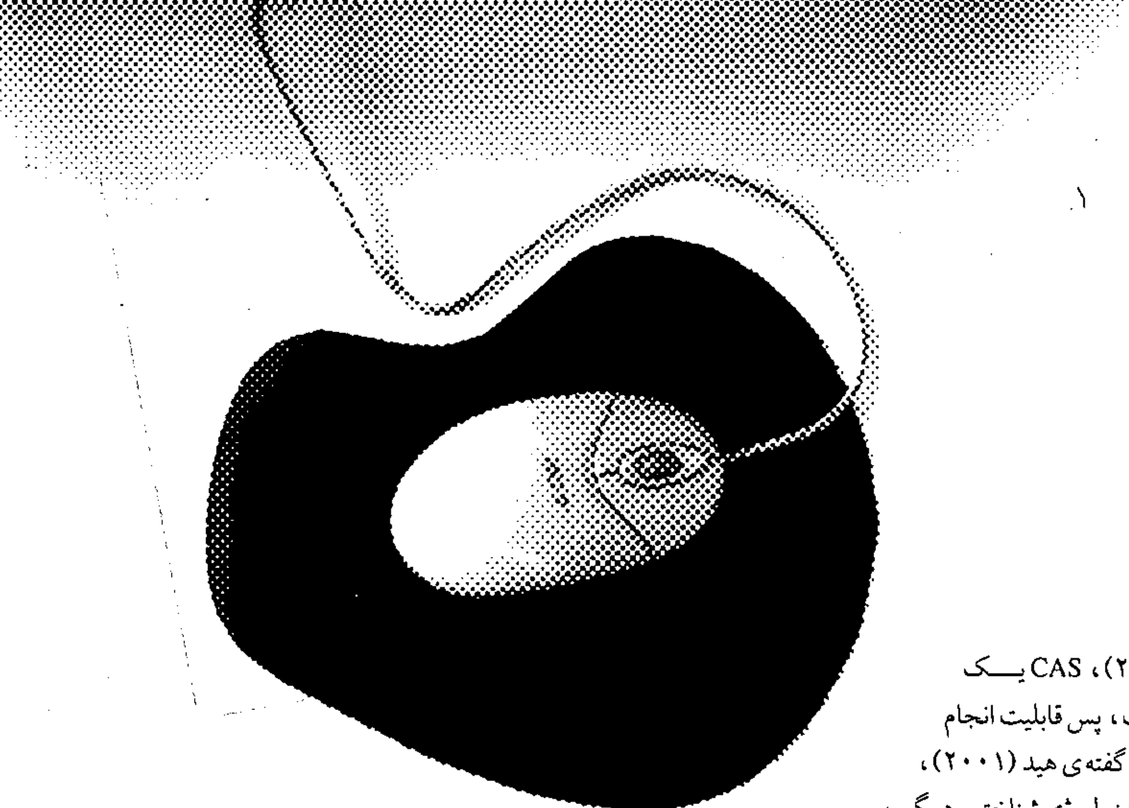
قرار بود قسمت سوم این مقاله، در شماره‌ی گذشته به چاپ برسد. از آن‌جا که شماره‌ی ۸۶ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، به ویژه‌نامه‌ی «حل مسأله» اختصاص یافت، چاپ قسمت سوم (آخر) این مقاله را به این شماره موکول کردیم.

در قسمت‌های اول و دوم این مقاله، به مشکلات موجود در آموزش حسابان اشاره شد و نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی، به ویژه آموزش حسابان، بررسی سیر تاریخی ورود تکنولوژی به آموزش ریاضی و تأثیر آن در اثبات‌های ریاضی، مورد بررسی قرار گرفت. هم‌چنین استفاده از محیط‌های کامپیوتری برای رشد و توسعه‌ی شناختی، مطرح شد. در این بخش، با سیستم‌های جبری کامپیوتری (CAS) بیش‌تر آشنا می‌شویم و نقش آن‌ها در آموزش ریاضی مورد بررسی دقیق‌تر قرار می‌گیرد.

تکنولوژی شناختی و سیستم‌های جبری کامپیوتری

هید (۲۰۰۱) به نقل از پی (۱۹۸۷)، تکنولوژی شناختی را به‌عنوان رسانه‌ای تعریف می‌کنند که به چیره شدن بر محدودیت‌های ذهن در تفکر و یادگیری حل مسأله، کمک می‌نماید. هید در ادامه، به بحث راجع به چرایی تمایز بین CAS و سایر محیط‌های یادگیری ریاضی اشاره کرده و ابراز می‌دارد که نخستین ویژگی CAS این است که بالقوه می‌تواند یک تکنولوژی شناختی طبق تعریف پی (۱۹۸۷) باشد و دومین ویژگی این است که CAS قابلیت ایجاد تغییر را در ساختار و محتوای برنامه‌ی درسی ریاضی دارد. وی در توضیح ویژگی دوم به اجزای تشکیل دهنده‌ی جبر مدرسه‌ای در محیط CAS، تنوع روش‌های برخورد دانش‌آموزان با هستی‌های متفاوت ریاضی و چگونگی توسعه‌ی فهم و درک آن‌ها در این محیط جدید یادگیری، اشاره می‌کند. به عقیده‌ی هید (۲۰۰۱) بحث‌های گذار از ریاضی غیر صوری به ریاضی صوری، تعادل بین جنبه‌های رویه‌ای و مفهومی ریاضی، حرکت از فهم فرآیندی به فهم شیئی ریاضی، همه معانی جدیدی در یک محیط مبتنی بر CAS پیدا می‌کنند. CAS برای دانش‌آموزان و دانشجویان، دسترسی جدیدی به بازنمایی‌های ریاضی فراهم می‌کند. زیرا ظرفیت تکنولوژیکی CAS، قابلیت انجام دست‌ورزی‌ها را با بازنمایی‌های پویا و به‌هم پیوسته‌ی توابع ایجاد می‌نماید و شرایطی را فراهم می‌کند تا بتوان به بررسی ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف یک مفهوم ریاضی پرداخت.

پی برای تکنولوژی‌های شناختی، دو عمل متمایز **تقویت کننده**[1] و دوباره سازمان‌دهنده[2] را در نظر می‌گیرد. و چون به عقیده‌ی بسیاری از محققان از جمله هید (۲۰۰۱) و



دریـــجـــورز[3] (۲۰۰۳)، CAS یـــک تکنولوژی شناختی است، پس قابلیت انجام این دو عمل را دارد. به گفته‌ی هید (۲۰۰۱)، CAS نیز مانند هر تکنولوژی شناختی دیگر، فرآیندهای رسیدن به سطوح بالای تفکر را برای دانش‌آموزان و دانشجویان قابل دسترس می‌سازد. مثلاً آن‌ها می‌توانند با CAS، عبارت‌های جبری را ایجاد کنند و با آن‌ها دست‌ورزی نمایند که در غیاب CAS، این امر بسیار وقت‌گیر است. هید اشاره می‌کند که ظرفیت‌های CAS، می‌توانند برای تحقق اهداف آموزشی متفاوتی مورد استفاده قرار گیرند و نسبت به نقشی که نرم‌افزارها در یک زمینه‌ی آموزش ریاضی خاص به عهده می‌گیرند، تأثیر آن‌ها نیز متفاوت خواهد بود.

دریجورز (۲۰۰۳)، در توصیف عمل تقویت‌کنندگی[4] CAS، به تقویت امکانات مختلف از جمله جستجوی موارد زیادی از یک موقعیت مشابه و با سرعت بالا، اشاره می‌کند که در این حالت، مثال‌ها می‌توانند از نظر میزان پیچیدگی، تقویت شوند و بنابراین، امکان در نظر گرفتن دامنه‌ی وسیع‌تری از مثال‌های متنوع به وجود می‌آید. به علت قابلیت ایجاد ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف و انجام دست‌ورزی‌های پیچیده و حجیم، یک سیستم جبر کامپیوتری این فرصت را به کاربر می‌دهد تا مثال‌های متفاوت را در یک موضوع خاص جستجو کرده و بسیاری از خواص آن‌ها را کشف کند. علاوه بر این‌ها، هید (۲۰۰۱) معتقد است که می‌توان برنامه‌ی درسی و محتوای ریاضی موجود را با استفاده از CAS جرح و تعدیل کرده و به گونه‌ای ارایه کرد که باعث تسهیل یادگیری ریاضی دانش‌آموزان و دانشجویان شود. درواقع، هنگامی که تکنولوژی برای بسط و توسعه‌ی برنامه‌ی درسی موجود مورد استفاده قرار می‌گیرد، به عنوان تقویت‌کننده عمل می‌کند. بالاخره، بعضی محققان بر این باورند که استفاده از این تکنولوژی‌ها، باعث گسترش دامنه‌ی تقریبی رشد[5] یادگیرندگان می‌شود به گونه‌ای که آن‌ها می‌توانند از CAS، به عنوان یک همکار هوشمند استفاده کنند که باعث افزایش دامنه‌ی تقریبی رشد آن‌ها می‌شود (دریجورز، ۲۰۰۳).

روش دومی که در آن، CAS به عنوان تکنولوژی شناختی عمل می‌کند، نقش آن به عنوان دوباره سازمان‌دهنده است، به گونه‌ای که ماهیت برنامه‌ی درسی و سازمان‌دهی محتوا، تغییر می‌کند. بنابر اظهار دریجورز (۲۰۰۳)، عمل تقویت‌کنندگی، ذاتاً روی برنامه‌ی درسی تأثیر نمی‌گذارد، اما وقتی که تکنولوژی به عنوان یک سازمان‌دهنده یا دوباره سازمان‌دهنده عمل می‌کند، می‌تواند بر برنامه‌ی درسی نیز اثر بگذارد. وی برای شاهد این ادعا، به تحقیق هیل و همکاران[6] (۱۹۹۲) اشاره می‌کند که در آن، محققان به بررسی و توصیف چگونگی تغییر رویکردهای آموزشی نسبت به تابع، با استفاده از امکان نمایش هم‌زمان پنجره‌های گرافیکی و نمادین، پرداختند. هید (۲۰۰۱) نیز با تأکید بر اهمیت نقش تکنولوژی به عنوان دوباره سازمان‌دهنده، به نقل از کیل پاتریک و دیویس (۱۹۹۳)، ابراز می‌دارد که کامپیوترها، تقویت‌کننده‌ی صرف مباحث برنامه‌ی درسی به طور عام و برنامه‌ی درسی ریاضی به طور خاص نیستند. ... [بلکه] در تلاش برای دوباره‌نگری در برنامه‌های درسی ریاضی کامپیوتر، سؤال‌های بنیادی را تغییر می‌دهد. سؤال‌هایی از قبیل این که «ریاضی چیست؟»، «جامعه‌ی فردا چه نوع دانش ریاضی

را طلب می‌کند؟»، «برای این که دانش‌آموز / دانشجو یک شهروند خردمند جامعه شود، به چه نوع دانش ریاضی نیازمند است؟»

هید در ادامه اظهار می‌دارد که اگرچه، CAS به عنوان یک تکنولوژی شناختی، در دو مقوله‌ی تقویت‌کننده و دوباره سازمان‌دهنده می‌گنجد، با این وجود، مطالعات انجام شده با استفاده از CAS، کمتر به بررسی مستقل این تکنولوژی به عنوان تقویت‌کننده یا دوباره سازمان‌دهنده پرداخته‌اند. در حالی که این دو مقوله به شناخت عمیق‌تر ویژگی‌های CAS و چگونگی تأثیر آن بر جریان تدریس و یادگیری ریاضی کمک می‌کند.

به طور نمونه، یک وجه بارز **سازمان‌دهنده‌ی تولیدکننده‌ی** تال، تقویت‌کنندگی آن است، زیرا می‌تواند با استفاده از تجارب قبلی دانش‌آموزان و دانشجویان، مثال‌ها و ضدمثال‌های فراوانی را برای توسعه‌ی ساختارهای شناختی آن‌ها فراهم کند. هم‌چنین هید (۱۹۸۸) در مطالعه‌ی خود نشان داد که تدریس ریاضی عمومی برای دانشجویان سال اول دانشگاه با استفاده از CAS، فرصت تغییر ترتیب و توالی برنامه‌ی درسی را برای وی، فراهم می‌کند. علاوه بر این‌ها، بعضی از مطالعات نشان دادند که با تغییر ترتیب و توالی برنامه‌های درسی ریاضی عمومی (هید، ۱۹۹۸؛ پالمیتر، ۱۹۹۱) و جبر مقدماتی (هید و همکاران، ۱۹۸۸؛ هید، ۱۹۹۲) دانشجویان قادر شدند تا تقریباً برای بیش‌تر دست‌ورزی‌های نمادین، ترسیم نمودارها، تشکیل جدول‌های مقادیر، برازش منحنی و نظایر آن‌ها از CAS استفاده کنند. و درنتیجه، بیش‌تر زمانی که به طور سنتی صرف انجام دست‌ورزی‌های معمول و ایجاد مهارت در دانشجویان برای انجام رویه‌های معمولی می‌شد، صرف توسعه‌ی توانایی‌های آن‌ها برای تفسیر نتایج نمادین و توسعه‌ی مفاهیم جبر مقدماتی ریاضی عمومی گردید.

ویژگی‌های سیستم‌های جبر کامپیوتری

سیستم‌های جبر کامپیوتری در مورد چگونگی به دست آوردن جواب هیچ توضیحی نمی‌دهند و فقط، جواب آخر را ارایه می‌کنند که در پیشینه‌ی تحقیق، این ویژگی، به **جعبه‌ی سیاه**[7] تعبیر شده است، یعنی درون آن پیدا نیست (هید، ۲۰۰۱؛ پیرس، ۲۰۰۱؛ دریجورز، ۲۰۰۲). درواقع، در چنین سیستمی، همه‌ی نتایج قبلاً به دست آمده و در سیستم، تعبیه شده است. به همین دلیل ممکن است برای کسانی که هنوز در بعضی محاسبات و دست‌ورزی‌های جبری خبره نشده‌اند، چندان مفید نباشد. پس این نگرانی وجود دارد که آیا دانش‌آموزان و دانشجویانی که از CAS استفاده می‌کنند، به فهم و درک مناسبی از مفاهیم ریاضی رسیده‌اند یا خیر. دریجورز (۲۰۰۳) معتقد است که هنگامی که در یک مفهوم، خبرگی به وجود آمد، می‌توان از تکنولوژی برای انجام ریاضی، به‌خصوص هنگام یادگیری موضوعی جدید در سطح بالاتر استفاده کرد. وی چنین رویکردی را نسبت به استفاده از تکنولوژی CAS، **جعبه‌ی سفید/ جعبه‌ی سیاه**[8] می‌نامد.

یکی دیگر از ویژگی‌های سیستم‌های جبر کامپیوتری این است که جنبه‌های جبری فراوانی را از جمله دست‌ورزی با نمادها و رویه‌های جبری، در اختیار کاربر قرار می‌دهند و این امکان، برای کاربر مجالی فراهم می‌کند تا نسبت به مسایل جبری، تسلط پیدا کند. این جنبه‌ی جبری، دو نتیجه‌ی مهم دارد: اول این که چون نمادگذاری‌ها و نتایج به دست آمده توسط CAS از نظر ریاضی درست هستند، باعث می‌شوند که دانش‌آموزان و دانشجویان به آن‌ها اعتماد کرده و با آن‌ها احساس راحتی کنند. دست‌ورزی عبارت‌های جبری همراه با نتایج دقیق می‌تواند یک

رویکرد کشفی نسبت به جبر فراهم کند به طوری که این رویکرد بتواند منبعی برای تعمیم باشد. علاوه بر این‌ها، با استفاده از CAS، بازنمایی‌های جبری می‌توانند به بازنمایی‌های گرافیکی و عددی متصل شوند و تلفیقی از بازنمایی‌ها را برای مفاهیم ریاضی ایجاد کنند.

از این گذشته، با وجود CAS، دانشجویان می‌توانند از محاسبات کسالت‌بار جبری آزاد شوند و وقت بیش‌تری را به استراتژی‌های حل مسأله و ساختن مفاهیم اختصاص دهند. به طور مثال، هنگامی که دانش‌آموزان و دانشجویان همراه با CAS مشغول حل یک مسأله هستند، می‌توانند در هر مرحله به مرحله‌ی بعد فکر کنند و نگران اشتباهاتی که در محاسبات کرده‌اند نباشند (پیرس، ۲۰۰۱). دریجورز (۲۰۰۳) به نقل از پوزی (۱۹۹۴) اظهار می‌دارد که «با واگذار کردن بیش‌تر دست‌ورزی‌های جبری به کامپیوتر از طریق CAS، می‌توان از یادگیری طوطی‌وار، به سمت فهم و درک مفهومی حرکت کرد و جبران تعادل از دست‌رفته را کرد» (ص ۸۹). هم‌چنین، به نظر هید (۲۰۰۱)، سیستم‌های جبر کامپیوتری ابزارهای تکنولوژیکی ایده‌الی برای سرعت بخشیدن به فهم و درک مفاهیم ریاضی هستند.

در سال ۱۹۹۹، آلن و همکاران برای مدرسان ریاضی عمومی دانشگاهی در مورد چگونگی استفاده از سیستم‌های جبر کامپیوتری در این درس‌ها کارگاهی برگزار کردند. در پایان این کارگاه، آلن و همکاران توصیه‌های زیر را برای استفاده از CAS در درس‌های ریاضی عمومی دانشگاهی، ارایه نمودند که می‌توانند به عنوان یک راهنمای عمومی برای بهینه کردن تجربه‌های کلاسی با استفاده از CAS، در نظر گرفته شوند:

۱ـ به دانشجویانتان توضیح دهید که چرا استفاده از CAS، یادگیری را ارتقا می‌دهد و چرا توانایی آن‌ها را در درک ریاضی، افزایش می‌دهد. آن‌ها را متقاعد کنید که استفاده از نرم‌افزار برای مطالعات بعدی آن‌ها مفید است. آن‌گاه، به سهولت می‌توانید از دانشجویانتان درخواست کنید تا بیش‌تر یاد بگیرند.

۲ـ از CAS به طور مناسب استفاده کنید. از مثال‌های مقدماتی شروع کنید و به طور ساده به دانشجویان کمک کنید تا یاد بگیرند که چگونه از نرم‌افزار استفاده کنند تا قدردان آن شوند. نباید از دانشجویان انتظار داشت که از CAS، تنها برای انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری استفاده کنند. آن‌ها باید به CAS به عنوان یک ابزار باارزش نگاه کنند نه یک عصا!

۳ـ نوع CAS و روشی را که از آن استفاده می‌کنید، به دقت انتخاب کنید. زیرا اغلب دانشجویان، نسبت به استفاده از کامپیوتر حرفه‌ای هستند و ممکن است قبلاً با نرم‌افزاری آشنا شده باشند که به مراتب قدرتمندتر از نرم‌افزار انتخابی شما باشد.

۴ـ کار نرم‌افزاری دانشجویان را به عنوان قسمتی از ارزش‌یابی درس به حساب آورید. این عمل، انگیزه‌ی آن‌ها را برای مطالعه‌ی آن‌چه باید یاد گرفته شود، بیش‌تر می‌کند.

۵ـ مثال‌های خود را در سطح دانشجویان تنظیم کنید و بدانید که الزاماً دانشجویان با آن‌چه که شما را شگفت‌زده می‌کند، شگفت‌زده نمی‌شوند.

۶ـ هر برنامه‌ی نرم‌افزاری و کاربرگی[9] را که در کلاس مورد استفاده قرار می‌دهید، در دسترس دانشجویان نیز قرار دهید.

۷ـ نمایش‌های خود را آن‌قدر طولانی نکنید که خارج از ظرفیت دانشجویان شود.

۸ـ تکالیف CAS به صورتی نباشند که دانشجویان، آن را به عنوان کار اضافی تلقی کنند، زیرا در این صورت، دانشجویان تکلیف را به عنوان یک کار پردردسر دیده و درنتیجه، فواید استفاده از نرم‌افزار از بین می‌رود (ص ۴۱۵).

نقش سیستم‌های جبر کامپیوتری در آموزش ریاضی

از سال ۱۹۸۰ که با ورود ماکسیما، سیستم‌های جبر کامپیوتری به جهان معرفی شدند، تحقیق در مورد استفاده از این سیستم‌ها در آموزش و یادگیری ریاضی شروع شد و طی سه دهه، تحقیقات متعددی انجام شدند. با این حال، هنوز بسیاری از سؤالات بی‌پاسخ مانده‌اند و یا سؤالات جدیدی مطرح شده‌اند که نیازمند پاسخ هستند.

مثلاً، لین و همکاران[10] (۱۹۸۶)، برای کشف اصول ریاضی[11] روش‌هایی را در مورد استفاده از سیستم‌های نمادین پیشنهاد کردند. هم‌چنین، اسمال و همکاران[12] (۱۹۸۶)، تأثیرات استفاده از یک سیستم جبر کامپیوتری را در یک درس ریاضی دانشگاهی گزارش کردند. دوبینسکی و تال (۱۹۹۱) نیز، با استفاده از CAS، فعالیت‌هایی طراحی کردند که در آن‌ها دانشجویان از این سیستم‌ها، برای تعمیم یک تکنیک خاص به

موارد پیچیده‌تر که قبلاً آن را در موارد ساده‌تری بررسی کرده و فهمیده بودند، استفاده کردند و به نتایج مثبتی رسیدند.

البته، باید توجه داشت که در دهه‌ی ۱۹۸۰ و اوایل دهه‌ی ۱۹۹۰ میلادی، سیستم‌های جبر کامپیوتری به شکل امروزی نبوده و فاقد قابلیت‌های گرافیکی بودند و تنها قابلیت انجام دست‌ورزی‌های نمادین را داشتند.

چار[13] (۱۹۸۶) در گزارشی در مورد تجربه‌های استفاده از سیستم نمادین میپل[14] در یک درس دوره‌ی کارشناسی، اظهار کرد که دانشجویان در این درس، به طور اختیاری به دست‌ورزی‌های نمادین دسترسی داشتند و می‌توانستند از آن، برای اطمینان از درستی کار خود یا برای حل مسایل نمادینی که انتخاب آن‌ها داوطلبانه بود، استفاده کنند. او ضمن اشاره به پذیرش نسبتاً محدود میپل توسط دانشجویان اظهار داشت که «توضیحات زیادی برای چنین واکنشی قابل ذکر است که از آن جمله می‌توان زمان کم، بازدهی فوری، ضعف سیستم‌های نمادین در مورد بعضی از مسایل، فقدان تعامل گرافیکی و عددی و کاربرپسند نبودن این سیستم‌ها را برشمرد. حل این معما تنها از طریق تلفیق کامل سیستم‌های نمادین با محتوای ریاضی‌ای که در کلاس تدریس می‌شود امکان‌پذیر است، به گونه‌ای که استفاده از آن‌ها به عنوان فعالیت اضافی تدریس و یادگیری تلقی نشود» (نقل شده در دوبینسکی و تال، ۱۹۹۱، ص ۲۳۶).

دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰، شاهد تحقیقات فراوانی در این حوزه بودند. به طور نمونه، یکی از معروف‌ترین تحقیقاتی که در این زمینه انجام شد و اغلب نویسندگان از آن به عنوان شروع تحقیقات جدی در مورد سیستم‌های جبر کامپیوتری در آموزش ریاضی یاد می‌کنند، مطالعه‌ای بود که در سال ۱۹۸۸، توسط هید انجام گرفت (دوبینسکی و تال، ۱۹۹۱؛ پیرس، ۲۰۰۱؛ دریجورز، ۲۰۰۳). این پژوهش در دو کلاس ۴۰ نفری ریاضی عمومی برای دانشجویان سال اول دانشگاه انجام شد که یک کلاس به عنوان گروه آزمایش و دیگری به عنوان گروه شاهد بود. بعدها، هید (۲۰۰۱)، اظهار داشت که در آن تحقیق، دانشجویان گروه آزمایش به دست‌ورزی‌های نمادین دسترسی داشتند و برای بازنمایی‌های گرافیکی و عددی از برنامه‌هایی که توسط خود پژوهشگر نوشته شده بود، استفاده می‌کردند. هم‌چنین سیستم کامپیوتری موجود برای آن تحقیق، ۴ کامپیوتر اپل II[15] بود که دانشجویان در مواقع بیکاری هم می‌توانستند از آن‌ها استفاده کنند. دانشجویان در این درس به مدت ۱۲ هفته و با استفاده از سیستم نمادین و با تأکید بر مفاهیم حسابان، آموزش دیدند و تنها در ۳ هفته‌ی آخر، قسمت‌های محاسباتی و رویه‌ها به آن‌ها گفته شد. نتیجه‌ی قابل توجه کار هید این بود که دانشجویانی که از CAS استفاده می‌کردند، در انجام تکالیف مفهومی امتحان پایانی، از دانشجویان گروه کنترل بهتر بودند و در تکالیف محاسباتی که باید با دست انجام می‌گرفت، در سطح گروه کنترل قرار داشتند، و این درحالی بود که استراتژی‌های محاسباتی در آخر نیم‌سال و به طور خلاصه ارایه شده بود. نتیجه‌ی این تحقیق نشان داد که دانشجویان گروه آزمایش، استفاده از CAS را جانشین کار محاسباتی کرده بودند، نسبت به کارشان مطمئن‌تر شده، و به علاوه، CAS به آن‌ها کمک کرده بود تا بر فرآیندهای عمومی‌تر حل مسأله، متمرکز شوند (هید، ۲۰۰۱).

مطالعه‌ی معروف دیگر دهه‌ی ۹۰، تحقیق پالمیتر[16] (۱۹۹۱)، است که در آن، از نرم‌افزار نمادین ماکسیما، برای تدریس انتگرال به یک گروه آزمایش در یک درس ریاضی عمومی پیش‌نیاز[17] به مدت ۵ هفته استفاده شد. هم‌زمان با این، برای گروه کنترل، تدریس انتگرال به شیوه‌ی سنتی و در مدت ۱۰ هفته‌ی کامل، انجام شد. در این درس دانشجویان گروه آزمایش، از نرم‌افزار ماکسیما برای دست‌ورزی‌های معمولی

امتحان	ماکسیما	سنتی	T^2	P<?
مفهومی	(۱۵/۹) ۸۹/۸	(۲۰/۴) ۷۲/۰	۱/۲۰	P<0.001
محاسباتی	(۱۳/۳) ۹۰/۰	(۲۴/۲) ۶۹/۶	۰/۹۲	P<0.001

جدول ۱ ـ نتایج به دست آمده از تحقیق پالمیتر (۱۹۹۱)

جواب‌ها	جواب‌ها	جواب‌ها	جواب‌ها	سؤال‌ها
بله نخیر	بله نخیر	بله نخیر	بله نخیر	آیا آزمایشگاه این درس را در سال بعد به دوستانتان توصیه می‌کنید؟
بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	رتبه‌بندی شما از این آزمایشگاه‌ها در مقابل سایر حالت‌های یادگیری چیست؟
بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	ارزیابی شما دانشجویان از آزمایشگاه‌ها برای کمک به یادگیری چیست؟
بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	میزان اعتماد به نفس شما در مورد قدرت موفقیت در این درس چقدر است؟
بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	بالا پایین	آیا از انجام ریاضی لذت می‌برید؟

جدول ۲. نتایج به دست آمده از پروژه‌ی مولر (تال، ۹۰ـ۱۹۸۸)

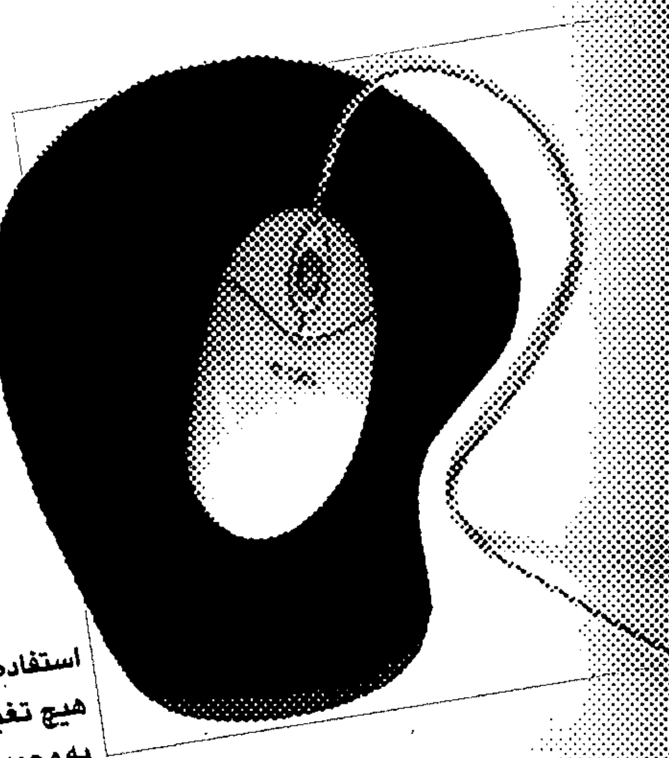
استفاده کردند، ولی به گروه کنترل، تکنیک‌های انتگرال‌گیری تدریس شد. پس از پایان تدریس، هر دو گروه در یک امتحان محاسباتی و یک امتحان مفهومی شرکت کردند. امتحان مفهومی برای هر دو گروه، در شرایط یکسان برگزار شد. اما برای امتحان محاسباتی، دانشجویان گروه آزمایش از نرم‌افزار ماکسیما به مدت یک ساعت استفاده کردند، و به دانشجویان گروه کنترل دو ساعت وقت برای انجام محاسبات داده شد. نتایج پژوهش نشان داد که پیشرفت دانشجویان گروه آزمایش ـ کسانی که از نرم‌افزار ماکسیما استفاده کرده بودند ـ نسبت به گروه کنترل، به شکل معنی‌داری بیش‌تر بود (جدول ۱).

پالمیتر (۱۹۹۱)، جدول بالا را دلیل روشنی برای این ادعا معرفی کرد که «دانش‌جو + ابزار دست‌ورزی» در انجام تکلیف‌های محاسباتی و مفهومی، موفق‌تر از دانشجویی است که در یک محیط سنتی کار می‌کند.

هم‌چنین به گفته‌ی تال (۱۹۹۲)، در سال‌های ۱۹۸۸ تا ۱۹۹۰، پروژه‌ی دیگری نیز با عنوان **مولر**[18]، و با هدف استفاده از نرم‌افزار کامپیوتری میپل برای یادگیری مفاهیم حسابان انجام شد. این پروژه در سطح دانشگاه و برای دانشجویانی بود که یک درس مقدماتی را در حسابان گذرانده بودند. تحقیق در سه سال پیاپی انجام شد. شرکت در پروژه‌ی سال اول (۱۹۸۸) به صورت اختیاری بود و بر روی داوطلبان علاقه‌مند به این سیستم‌ها اجرا شد. ولی در دو سال بعدی، شرکت در این پروژه اجباری شد. تال (۱۹۹۲) به نتایج این پروژه‌ی تحقیقی در جدول ۲، اشاره کرده است.[19]

این جدول نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده در سال‌های ۱۹۸۹ و ۱۹۹۰ که شرکت در پروژه اجباری بود، با نتایج سال ۱۹۸۸ که شرکت در پروژه اختیاری بود، تفاوت محسوسی داشت. به عقیده‌ی تال (۱۹۹۲)، این تفاوت، بیانگر حالت واقع‌گرایانه‌تری است.[20]

اتفاق دیگری که در دهه‌های ۱۹۹۰ رخ داد و بر تحقیقات انجام‌شده در این حوزه اثر گذاشت، پیشرفت صنعت نرم‌افزار و سیستم‌های دست‌ورزی نمادین بود. به طور مشخص، سیستم‌عامل ویندوز به جهان معرفی شد و به تبع آن سیستم‌های جبر کامپیوتری نیز همانند سایر نرم‌افزارها، دچار دگرگونی‌های زیادی شدند؛ قابلیت‌های گرافیکی فراوان به آن‌ها افزوده شد و قدرت آن‌ها را افزایش داد. همراه با این تغییر در نرم‌افزارها، به‌کارگیری آن‌ها هم در عمل، ساده‌تر شد و آن‌ها به مراتب کاربرپسندتر[21] شدند. سیستم‌های نمادینی نظیر میپل که در پروژه‌ی مولر از آن استفاده شده بود، در سال‌های بعد از این



استفاده‌ی نامناسب از تکنولوژی، هیچ تغییر معناداری در یادگیری به وجود نمی‌آورد

پروژه، به طور چشم‌گیری پیشرفت کردند و به ابزارهای گرافیکی و عددی قدرتمندی مجهز شدند. به همراه این پیشرفت‌ها، دهه‌ی ۹۰ شاهد به اوج رسیدن تحقیقات در مورد استفاده از تکنولوژی به خصوص نرم‌افزارهای ریاضی در آموزش و یادگیری بودند، و این درحالی بود که گاهی تحقیقات، نتایج متفاوتی را نیز نشان می‌دادند. به گفته‌ی تال (۱۹۹۶)، بعضی از تحقیقات انجام شده نشان می‌دهند که «بسیاری از دانش‌آموزانی که از سیستم‌های جبر کامپیوتری استفاده می‌کنند، روابط درونی مفاهیم و عملیات را درست نمی‌فهمند و ایده‌های ریاضی را مانند کسانی که بیش‌تر در ریاضی سنتی تجربه دارند، به یکدیگر ربط نمی‌دهند. برای مثال، دانش‌آموزان ممکن است از رسام‌ها برای دیدن جواب‌های معادلات استفاده کنند، اما لزوماً آن‌ها را با مفهوم نمادین مسأله، مرتبط نسازند» (ص ۱۶). وی سپس، به نتایج تحقیقات کالدول (۱۹۹۵) و هانتر و همکاران (۱۹۹۳)، اشاره کرده و ابراز می‌دارد:

کالدول (۱۹۹۵) انتظار داشت که دانش‌آموزان بتوانند ریشه‌ها و مجانب‌های تابع گویای $f(x)=\frac{x(x-4)}{(x+2)(x-2)}$ را توسط روش‌های جبری و فقط با تعداد قابل توجهی از جواب‌های تقریبی داده شده مانند ۰/۰۱ و ۳/۹۸، که از روی نمودار خوانده شده بود، بیابند. حال آن‌که هانتر و همکاران[۲۲] (۱۹۹۳) متوجه شدند که یک‌سوم دانشجویانی که از یک سیستم جبر کامپیوتری استفاده می‌کردند، قبل از درس می‌توانستند به سؤال زیر پاسخ دهند:

اگر $U=1$ و $V=U+3$ در مورد U چه می‌توانید بگویید؟

اما این توانایی پس از درس کمتر شد. به نظر می‌رسید که دانش‌آموزان در طول درس، به دلیل نداشتن تمرین روی جای‌گذاری مقادیر در عبارت‌ها و عدم استفاده از این مهارت‌ها، آن‌ها را از دست داده‌اند (ص ۲۱).

در واقع، هانتر و همکاران می‌خواستند نشان دهند که واقعیت کلاس درس، با امکاناتی که مشتاقان تکنولوژی در ذهن ترسیم کرده‌اند، متفاوت است.

اسمیت، تال و همکاران (۲۰۰۱)، با جمع‌بندی نتایج به‌دست آمده از مقاله‌های تحقیقی منتشر شده در مورد استفاده از تکنولوژی در کلاس‌های درس ریاضی عمومی و گزارش رساله‌های دکتری در دهه‌ی ۹۰ و تجزیه و تحلیل آن‌ها، به سه نکته‌ی اصلی اشاره می‌کنند:

● استفاده‌ی نامناسب از تکنولوژی، هیچ تغییر معناداری در یادگیری به‌وجود نمی‌آورد؛

● اگر تکنولوژی، هوشمندانه با برنامه‌ی درسی و پداگوژی تلفیق شود، دست‌آوردهای یادگیری قابل توجهی را به‌بار خواهد آورد؛

● شواهد بسیار کمی وجود دارد که نشان دهد تغییر در نوع تکنولوژی استفاده شده، تغییر معناداری را در یادگیری ریاضی یادگیرنده ایجاد می‌کند. اگرچه این یک حقیقت است که بعضی از تکالیف به ابزارهای قدرتمندتری نیاز دارند. بعضی از ابزارها هم‌چون متمتیکا یا میپل محیط‌های بازتری را ارایه می‌دهند.

در واقع، آن‌چه که اسمیت، تال و همکاران (۲۰۰۱) از

بررسی خود نتیجه گرفتند این بود که در تدریس ریاضی، مهم نیست چه نوع ابزار تکنولوژیکی استفاده می‌شود. در واقع، به‌کارگیری تکنولوژی به طور صرف، رمز موفقیت یک برنامه نیست؛ بلکه چگونگی به کارگیری آن تکنولوژی مهم است.

با وجود خوش‌بینی و مثبت‌اندیشی ابتدایی که در بسیاری از مطالعات دهه‌ی ۱۹۹۰ در مورد تلفیق سیستم‌های جبر کامپیوتری با آموزش ریاضی وجود داشت و با وجود تحقیقات فراوانی که در مورد استفاده از CAS در کلاس درس در این دهه انجام شد، هنوز سؤالات بسیاری بدون پاسخ مانده‌اند و سؤالات جدیدی به همراه توسعه‌ی تحقیقات مطرح شده‌اند. به‌خصوص این که ادبیات تحقیقی این حوزه نشان می‌دهد پژوهش در مورد استفاده از سیستم‌های جبر کامپیوتری، به سال‌های پایین‌تر و موضوعات دیگر ریاضی نیز سرایت کرده است و بسیاری از تحقیقات انجام شده در سال‌های پایانی دهه ۹۰ و شروع قرن جدید، به موضوع جبر دبیرستانی گسترش پیدا کرده است، درحالی که در دهه‌های ۱۹۸۰ و قسمت عمده‌ی دهه ۱۹۹۰، تحقیقات این حوزه منحصر به درس حسابان و ریاضی عمومی و دوره‌های دانشگاهی بود.

در دوازدهمین مطالعه‌ی منتشر شده‌ی کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI-12)[23] که موضوع آن، آینده‌ی تدریس و یادگیری جبر بود، در رابطه با سیستم‌های جبر کامپیوتری، سؤال‌های زیر مطرح شد:

- رابطه‌ی بین کار در یک محیط کاغذ و مدادی با کار در یک محیط کامپیوتری چیست؟
- سیستم‌های جبر کامپیوتری چگونه بر برنامه‌ی درسی اثر می‌گذارند؟
- سیستم‌های جبر کامپیوتری چگونه بر فهم و درک مفهومی اثر می‌گذارند؟
- دانش مقدماتی مورد نیاز به منظور استفاده از CAS در یک روش سودمند چیست؟
- معرفی یک سیستم جبر کامپیوتری، برای کدام دانش‌آموزان و در چه زمانی مناسب است؟
- چه زمانی، فواید استفاده از یک سیستم جبر کامپیوتری بر تلاشی که برای یادگیری استفاده از آن لازم دارد، ارجحیت پیدا می‌کند؟
- آیا فعالیت‌هایی هست که از این سیستم‌ها استفاده کنند و بتوانند به طور مفید، توسط دانش‌آموزان کم‌سن‌تر مورد استفاده قرار گیرند؟
- کاربر سیستم‌های جبر کامپیوتری به چه بینش‌های جبری و درک نمادینی، نیاز دارد؟ و استفاده از این سیستم‌ها، چه بینش‌هایی را به همراه می‌آورد؟
- چگونه می‌توان از قدرت و توانایی سیستم‌های جبر کامپیوتری در پشتیبانی از بازنمایی‌های چندگانه‌ی[24] مفاهیم ریاضی به خوبی استفاده کرد؟ آیا امکان استفاده‌ی مفرط از این سیستم‌ها وجود دارد؟
- رابطه و تعامل بین رویکردها و فلسفه‌های تدریس ریاضی مختلف با استفاده از سیستم‌های جبر کامپیوتری چیست؟
- تأثیر این واقعیت که دانش‌آموزانی که از ابزارهای محاسباتی مختلف استفاده می‌کنند، مسأله‌ها را به گونه‌های متفاوتی حل می‌کنند و در مورد مفاهیم، برداشت‌های متفاوتی دارند و همین‌طور این حقیقت که معلمان گزینه‌های بیش‌تری برای چگونگی تدریس در اختیار دارند، بر یادگیری و تدریس ریاضی چیست؟ چه سیستم تکنولوژیکی برای چه نوع یادگیری مناسب است؟ آیا این تفاوت‌ها می‌توانند از لحاظ نظری توصیف شوند؟

بعد از مطالعه‌ی دوازدهم ICMI نیز، پیرس[25] (۲۰۰۱) پژوهشی را با عنوان «بینش جبری و استفاده‌ی مؤثر از CAS» انجام داد. او این تحقیق را در یک کلاس ریاضی عمومی پیش‌نیاز، که برای دانشجویان سال اول دانشگاه ارائه شده بود، با استفاده از سیستم جبر کامپیوتری درایو انجام داد. نتایج پژوهش نشان داد که رابطه‌ی دو طرفه‌ای بین دست‌یابی به بینش جبری و استفاده‌ی مؤثر از CAS وجود دارد. پیرس چارچوبی را برای استفاده‌ی مؤثر از CAS و هم‌چنین چارچوبی را برای بینش جبری مورد نیاز برای یادگیری در یک محیط جبر کامپیوتری ارایه کرد.

هم‌چنین دریجورز (۲۰۰۳)، تحقیقی را با عنوان «یادگیری مفهوم پارامتر در محیط سیستم‌های جبر کامپیوتری» و در پایه‌های نهم و دهم انجام داد. سیستم CAS مورد استفاده در این تحقیق، ماشین حساب گرافیکی-نمادین TI-89[26] بود.

روش این تحقیق کیفی بود و تجزیه و تحلیل داده‌ها با استفاده از تجزیه و تحلیل پروتکلی انجام شد. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان داد که در صورت ایجاد شرایط مناسب برای یادگیری، مانند طراحی فعالیت‌های مناسب، درک دانش‌آموزان از مفهوم پارامتر، به‌طور مطلوبی ارتقا پیدا می‌کند.

تکنولوژی و درک مفاهیم ریاضی بر مبنای فرآیند[27] و شیء[28]

برای توصیف فرآیند تفکر، رشد و توسعه‌ی مفاهیم ریاضی و چگونگی ساخته شدن آن‌ها در ذهن، نظریه‌هایی مطرح شده‌اند که در مورد ماهیت درک مفاهیم ریاضی و تعامل بین درک فرآیندی و درک شیئی مفاهیم ریاضی توضیح می‌دهند. زیرا این بحث، یکی از کلیدی‌ترین بحث‌ها هنگام توصیف درک ریاضی است. محققان مختلفی در مورد ماهیت فرآیندها و اشیای ریاضی و چگونگی ساخته شدن آن‌ها در ذهن بحث کرده‌اند، که به طور مثال می‌توان به پیاژه (۱۹۷۲)، دینز[29] (۱۹۶۰)، گرینو[30] (۱۹۸۳)، دیویس (۱۹۸۴)، دوبینسکی (۱۹۹۱ و ۱۹۸۶)، اسفارد (۱۹۹۱) و گری و تال (۱۹۹۴)، اشاره نمود.

به طور مثال، اسفارد[31] (۱۹۹۱) دو رویکرد عملیاتی[32] و ساختاری[33] را برای توسعه‌ی مفهوم در نظر می‌گیرد که رویکرد عملیاتی، بر فرآیندها و رویکرد ساختاری، بر اشیاء متمرکز است. طبق نظر اسفارد، یک الگوی سه مرحله‌ای ثابت در هر گذار موفقیت‌آمیز از رویکرد عملیاتی به ساختاری یا به عبارتی تبدیل فرآیند به شیء می‌تواند مشخص شود. در ابتدا وجود فرآیندی که روی اشیای ایجاد شده‌ی قبلی انجام شود، لازم است. سپس ایده‌ی تبدیل این فرآیند به یک کل جامع فشرده‌تر پدیدار می‌شود و در پایان باید توانایی دیدن این هستی جدید به عنوان یک شیء پایدار، ایجاد شود. وی این سه مؤلفه‌ی توسعه‌ی مفهوم را درونی‌سازی[34]، چگالش[35] و جسمیت دادن[36] نامیده است.

علاوه بر این، دوبینسکی (۱۹۹۱)، دوبینسکی و همکاران (۱۹۹۶)، و دوبینسکی و همکاران (۲۰۰۴)، تبدیل یک فرآیند به شیء را در سه مرحله از یک نظریه‌ی ۴ مرحله‌ای عمل، فرآیند، شیء و طرحواره که با APOS[37] نشان داده می‌شود، صورت‌بندی می‌کنند. درک یک مفهوم ریاضی، با دست‌ورزی اشیای فیزیکی و ذهنی که قبلاً ساخته شده است و برای تشکیل عمل‌ها، آغاز می‌شود، سپس عمل‌ها درونی می‌شوند تا فرآیندها را تشکیل دهند و این فرآیندها می‌توانند مورد دست‌ورزی واقع شوند تا اشیاء را تشکیل دهند. در مرحله‌ی بعد این اشیاء می‌توانند به فرآیندهایی که از آن‌ها تشکیل شده‌اند، گسسته شوند و بالاخره عمل‌ها و فرآیندها و اشیاء در طرحواره‌ها سازمان‌دهی می‌شوند. هنگامی که یک طرحواره تشکیل شد، فرد می‌تواند بر روی آن بازتاب داشته و بر آن عمل کند که نتیجه‌ی این عمل بر روی طرحواره، تشکیل یک شیء جدید است. بنابراین، حداقل دو راه برای ساختن اشیای ریاضی وجود دارد؛ یکی با استفاده از فرآیندها و دیگری با استفاده از طرحواره‌ها. دوبینسکی و همکاران (۲۰۰۴) توضیح می‌دهند که به عنوان مثال، در سطح عمل، دانش‌آموزان یک رویه را مرحله به مرحله انجام می‌دهند و اغلب به نتایج یک مرحله برای رسیدن به مرحله‌ی بعد اشاره می‌کنند. در این سطح، آن‌ها قادر نیستند تا یک رویه را بدون این‌که آن را واقعاً انجام دهند، درک کنند. در سطح فرآیند، دانش‌آموزان می‌توانند بدون این‌که واقعاً یک رویه را انجام دهند، مراحل آن را توصیف کنند و در سطح شیء می‌توانند عمل‌ها را بر فرآیندها اعمال کنند، مثلاً برای تشکیل ترکیب دو تابع، دانش‌آموزان نیاز دارند تا در سطح شیء، درکی از تابع داشته باشند.

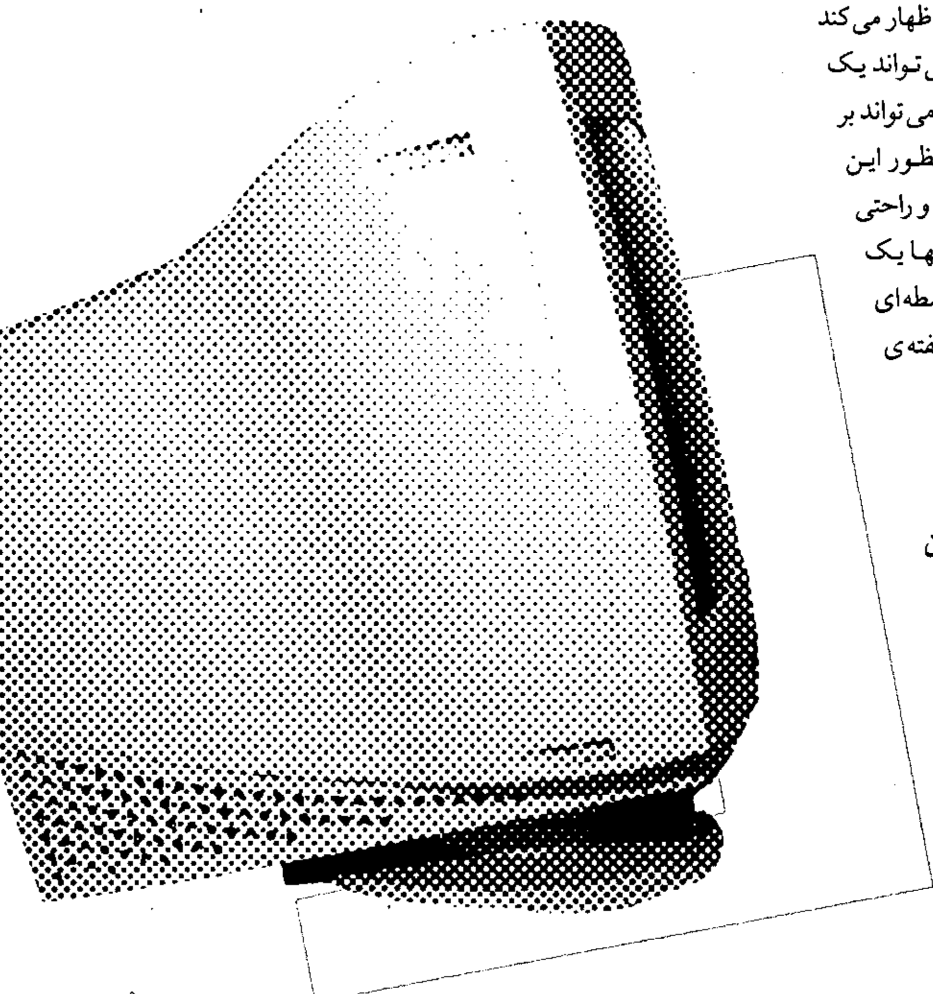
تکنولوژی نقش مهمی را در بعضی تحقیقاتی که هدف آن‌ها، مشخص کردن چگونگی فهم فرآیندی و فهم شیئی مفاهیم ریاضی دانش‌آموزان است، بازی کرده است. به طور مثال، دوبینسکی و همکاران (۱۹۹۰)، یک زبان برنامه‌نویسی ریاضی به نام ISETL اختراع کردند که فرمول توابع را به عنوان ورودی می‌پذیرد و می‌تواند فرمول تابع را به عنوان خروجی بدهد. آن‌ها از ISETL در مطالعاتی که برای تسریع فراگیری فهم شیئی تابع و دسته‌ی دیگری از مفاهیم حسابان انجام شده بود، استفاده کردند. در واقع، دوبینسکی و همکاران (آزیلا، کاتریل و...، ۲۰۰۴)، چارچوبی را برای تحقیق و توسعه‌ی برنامه‌ی درسی معرفی کردند که در آن، رشد و توسعه‌ی مفاهیم ریاضی براساس مدل APOS تجزیه و تحلیل می‌شد. آن‌ها چرخه‌ی **فعالیت، بحث کلاسی و تمرین** (ACE)[38] را برای توسعه‌ی مفهوم در نظر

گرفتند که در هر تکرار، فعالیت‌های مناسب یادگیری براساس مدل APOS، طراحی می‌شد. برای انجام فعالیت‌ها نیز استفاده از تکنولوژی و کار گروهی را پیشنهاد کردند. این چارچوب، نتایج موفقیت‌آمیزی را در بسیاری از مطالعات تحقیقی نشان داده است که برای مثال، می‌توان به مطالعه‌ی ریو[۳۹] ۱۹۹۴ در رابطه با مفهوم مشتق اشاره کرد.

به هر حال به نظر می‌رسد که سیستم‌های جبر کامپیوتری، تکنولوژی‌های ایده‌آلی برای سرعت بخشیدن به توسعه‌ی فهم و درک مفاهیم ریاضی هستند. به گفته‌ی هید (۲۰۰۱)، دانش‌آموزان با استفاده از CAS، می‌توانند بدون نیازمندی به انجام دستی رویه‌ها، به عمل‌های انجام شده بر روی هستی‌های ریاضی معنا بخشند. یک سیستم جبر کامپیوتری که به کاربر اجازه می‌دهد تا توابع و برنامه‌های متنوع را طراحی کند، می‌تواند ابزاری فراهم کند که به وسیله‌ی آن، فرآیندها به شیء تبدیل شوند و روی آن‌ها، عمل انجام گیرد. هید (۲۰۰۱) اظهار می‌کند که نمی‌توان ادعا کرد که چون دانش‌آموز می‌تواند یک دستور عادی را برای انجام یک رویه بنویسد، می‌تواند بر آن رویه به عنوان شیء نیز عمل کند. بلکه منظور این است که صحت اعمال انجام‌شده توسط CAS و راحتی این وسیله در خلاصه کردن یک فرآیند با تنها یک دستور، این توانایی بالقوه را دارد که به عنوان واسطه‌ای بین درک فرآیندی و درک شیئی عمل کند. به گفته‌ی وی، «اگر دانش‌آموزی بتواند یک کار معمولی را با تنها یک دستور بنویسد، در مرحله‌ی بعد، ممکن است در مورد فرآیندی که با آن دستور ارایه شده است، به عنوان هستی‌ای که می‌تواند مورد دست‌ورزی قرار گیرد، فکر کند.»

سیستم‌های جبر کامپیوتری و درک نمادین

بازنمایی‌های ریاضی در توسعه‌ی فهم و درک ریاضی، نقش اساسی دارند و CAS یک ابزار بازنمایی قدرتمند است که با داشتن قابلیت‌های عددی، گرافیکی و نمادین، محیط ایده‌آلی را برای توسعه‌ی فهم ایده‌های ریاضی از چندین زاویه فراهم می‌کند. به گفته‌ی هید (۲۰۰۱)، ممکن است بیش‌تر دانش‌آموزان و دانشجویان، قادر باشند که رویه‌ها را در بازنمایی‌های عددی، گرافیکی یا نمادین اجرا کنند، ولی تعداد



در واقع، آن چه که اسمیت، تال و همکاران (۲۰۰۱) از بررسی خود نتیجه گرفتند این بود که در تدریس ریاضی، مهم نیست چه نوع ابزار تکنولوژیکی استفاده می‌شود. در واقع، به کارگیری تکنولوژی به طور صرف، رمز موفقیت یک برنامه نیست؛ بلکه چگونگی به کارگیری آن تکنولوژی مهم است

کمی از آن‌ها می‌توانند بین این بازنمایی‌ها ارتباطات مناسبی برقرار سازند. وی به نقل از سانتوس[40] (۲۰۰۰)، اظهار می‌دارد که دانش‌آموزان هنگامی می‌توانند بین بازنمایی‌ها ارتباط مناسبی بسازند که بتوانند در مورد این که چطور اطلاعات به دست آمده از یک بازنمایی، می‌تواند اطلاعاتی در مورد بازنمایی دیگری بدهد، تأمل کنند. هم‌چنین، پیرس (۲۰۰۱) معتقد است که «کار کردن با بازنمایی‌های مختلف توابع، فهم دانش‌آموزان را به گونه‌ای توسعه می‌دهد تا آن‌ها بتوانند به طرحواره‌های مفهومی خود، تصاویر ذهنی متفاوت را اضافه کنند. توانایی CAS برای اتصال بازنمایی‌های عددی، گرافیکی و نمادین، باعث ایجاد تفکر متنوع[41] می‌شود» (ص ۱۱).

یکی از مهم‌ترین بازنمایی‌هایی که سیستم‌های جبری ارایه می‌کنند و چیزی که سیستم‌های جبر کامپیوتری را از ماشین حساب‌های گرافیکی و یا بسیاری از نرم‌افزارهای دیگر متمایز می‌سازد، در قابلیت‌های جبری این نرم‌افزارها و توانایی آن‌ها برای دست‌ورزی‌های نمادین و به عبارتی، بازنمایی نمادین است. به همین دلیل است که نقش نمادها در درک مفاهیم ریاضی، در تحقیقات مختلف و به شکل‌های متفاوت، مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این، ریاضی‌دان‌ها از نمادها برای تفکر در مورد ریاضی و برای انجام ریاضی، برای ارتباط برقرار کردن بین ایده‌های ریاضی و بیان نتایج ریاضی، استفاده می‌کنند. وقتی که آن‌ها به یک عبارت جبری نگاه می‌کنند، یک تصویر ذهنی از آن عبارت، در ذهنشان شکل می‌گیرد. اما این تصویر ذهنی برای بعضی معلمان، و برای دانش‌آموزانی که در دست‌ورزی عبارت‌های جبری خبره نیستند، به یک شکل نیست. از طرفی، نوع نمادگذاری‌های جبری مورد استفاده در سیستم‌های جبر کامپیوتری، و نمادگذاری در روش معمول کاغذ و مدادی هم به یک صورت نیست. به همین علت، در این بخش به تعریف درک نمادین و صورت‌های مختلف آن و رابطه‌ی این درک با سیستم‌های جبر کامپیوتری پرداخته می‌شود.

به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، درک نمادین «اصطلاحی است که به طور دقیق تعریف نشده است، اما به توانایی معنی دادن به نمادها، فرمول‌ها و عبارت‌ها گفته می‌شود» (ص ۴۹). به نظر وی، این توانایی معمولاً بدیهی و خودآشکار نیست و به جنبه‌های نمادین جبر برمی‌گردد، درحالی که حس نمادین، یکی از وجوه مهم یادگیری جبر است. پیرس (۲۰۰۱) نیز ابراز می‌دارد که همان‌گونه که برای استفاده‌ی مناسب از ماشین حساب‌های چهار عملی، داشتن درک عددی و مهارت‌های تخمین عددی لازم است، برای کار با سیستم‌های جبر کامپیوتری نیز، مقداری درک نمادین لازم است.

به این دلیل محققان مختلف تلاش کرده‌اند تا درک نمادین را تعریف کرده و جنبه‌های مختلف آن را مشخص کنند که به گفته‌ی پیرس (۲۰۰۱) و دریجورز (۲۰۰۳)، یکی از مهم‌ترین این مطالعات توسط آرکاوی[42] (۱۹۹۴) انجام گرفته است. آن‌ها اشاره می‌کنند که آرکاوی (۱۹۹۴)، هفت مؤلفه را برای درک نمادین پیشنهاد کرده است، اگرچه معتقد است که این هفت مؤلفه، کامل و جامع نیستند و حس نمادین، به طور کامل با این هفت مؤلفه تعریف نمی‌شود. با این وجود، به دلیل اهمیت مؤلفه‌های پیشنهادی آرکاوی، به آن‌ها به نقل از پیرس (۲۰۰۱) (ص ۲۵)، اشاره می‌شود:

- درک نمادین یعنی این که چه طور و چه زمانی از نمادها برای نمایش روابط، تعمیم‌ها و غیره، می‌توان استفاده کرد؛
- توانایی این که در زمان مناسب و درحالی که شرایط مسأله ایجاب می‌کند، نمادها را کنار گذاشته و برای پیدا کردن جواب مسأله، از بازنمایی‌های دیگر استفاده کرد؛
- توانایی دست‌ورزی و خواندن عبارت‌های جبری به عنوان دو وجه مکمل حل مسایل جبری، جدا از زمینه‌ی مسأله و توانایی نگریستن به عبارت‌های جبری به طور عمومی؛
- آگاهی از این مسأله که فرد می‌تواند برای اطلاعات گرافیکی و اطلاعات شفاهی که برای پیشرفت یک مسأله لازم است، عبارت‌های جبری طراحی کند و توانایی انجام این کار را داشته باشد؛
- توانایی انتخاب یک بازنمایی جبری مناسب برای یک مسأله؛
- درک این مسأله که معنی نماد در حین حل یک مسأله باید مورد بررسی قرار گرفته و آن معنی، با شهود شخصی فرد و نتایج مورد انتظار مسأله، مقابل هم قرار گرفته و مقایسه شوند؛
- معنادار ساختن نقش‌هایی که یک نماد در زمینه‌های مختلف، می‌تواند بازی کند.

برای استفاده از CAS، داشتن مقداری از درک نمادین و کار با نمادها ضروری است، زیرا نوشتن عبارت‌های جبری و

تفسیر نتایج به دست آمده از خروجی های CAS، نیازمند توانایی کار با نمادها و معنا بخشیدن به آن‌هاست. درک نمادین و وجود سیستم‌های جبر کامپیوتری، سؤالات پژوهشی مهمی را در مورد یادگیری جبر، مطرح کرده‌اند. سؤالاتی نظیر این که «آیا می‌توان از سیستم‌های جبر کامپیوتری برای یادگیری جبر استفاده کرد؟» یا این که «رویکرد مناسب برای یادگیری جبر در عصر CAS چیست؟» و «چه زمانی می‌توان، استفاده از سیستم‌های جبر کامپیوتری را شروع کرد؟»، همگی نیازمند کارهای پژوهشی جدی هستند.

علاوه بر اهمیت نقش درک نمادین در چگونگی استفاده‌ی دانش‌آموزان / دانشجویان از CAS، یکی دیگر از مهارت‌های ضروری برای کارآمدی این استفاده، شناخت CAS به عنوان یک ابزار معنی‌دار، برای ارتقای فهم و درک مفاهیم ریاضی است.

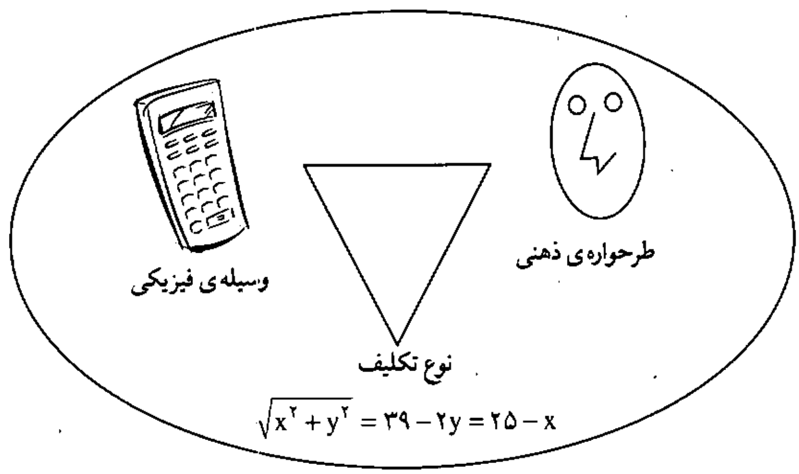
نظریه‌ی ابزار

در این بخش به معرفی نظریه‌ی ابزار[۴۳] پرداخته می‌شود، که به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، در زمینه‌ی تحقیقات آموزشی در مورد تلفیق سیستم‌های جبری کامپیوتری با آموزش ریاضی و توسط محققان فرانسوی (آرتیگ، ۱۹۹۷؛ تروچ[۴۴] و گین، ۲۰۰۲) توسعه پیدا کرده است. از آن‌جایی که این نظریه برای تجزیه و تحلیل مشکلاتی که دانش‌آموزان و دانشجویان در حین کار در یک محیط تکنولوژیکی و به‌خصوص سیستم‌های جبری کامپیوتری با آن مواجه می‌شوند، نقش اساسی بازی می‌کند، در این قسمت معرفی می‌شود. در مورد نظریه‌ی ابزار بیش‌تر به نظریات دریجورز ارجاع داده شده است.

به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، اولین پیش‌زمینه‌ی نظریه‌ی ابزار، کار ویگوتسکی (۱۹۸۷)، در مورد استفاده از وسیله‌ها[۴۵]ست و دومین پیش‌زمینه، مفهوم طرحواره است. بحث اساسی کار ویگوتسکی در این است که وسیله‌ها، واسطه‌ی بین عمل بشری و محیط واقعی هستند. این مصنوعات فرهنگی- تاریخی می‌توانند هم وسایل مادی و هم وسایل شناختی شبیه زبان یا نمادهای جبری، باشند. به گفته‌ی هویلز[۴۶] و ناس[۴۷] (۱۹۹۶)، وسایل تکنولوژیکی می‌توانند واسطه‌ی بین یادگیرنده و دانشی که قرار است یاد گرفته شود، باشند. به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، از دیدگاه ویگوتسکی، سؤال اصلی این است که چطور وسایل تکنولوژیکی می‌توانند به عنوان واسطه‌ای برای ساختن دانش جدید، عمل کنند. دو تا از مؤلفه‌های اصلی نظریه‌ی ابزار، دوگان وسیله- ابزار و فرآیند تکوین ابزاری و طرحواره‌ها هستند که در زیر معرفی می‌شوند.

وسیله و ابزار. نظریه‌ی ابزار از علم طراحی ماشین شناختی[۴۸] که توسط رابادل معرفی شد، سرچشمه می‌گیرد و مرتبط با کار کردن با وسیله‌هاست (دریجورز، ۲۰۰۳). یک نکته‌ی کلیدی در نظریه‌ی ابزار، این ایده است که یک وسیله یا مصنوع ساده به طور خودکار یک ابزار واسطه‌گر نیست. به طور مثال یک چکش ممکن است در ابتدا برای شخص یک چیز بی‌معنی باشد، مگر این‌که آن شخص قبلاً آن وسیله را دیده و با آن کار کرده باشد و یا کس دیگری را در حین استفاده از آن دیده باشد. تنها بعد از این که فرد نیاز به چیزی شبیه چکش را پیدا

اگر تکنولوژی، هوشمندانه با برنامه‌ی درسی و پداگوژی تلفیق شود، دست‌آوردهای یادگیری قابل توجهی را به‌بار خواهد آورد



شکل ۱ : سه‌گانه‌ی وسیله‌ی فیزیکی، طرحواره‌ی ذهنی و نوع تکلیف (دریجورز، ۲۰۰۳)

کرد و بعد از این‌که تجربه‌ی کار کردن با آن را به دست آورد، به تدریج، این وسیله تبدیل به یک ابزار باارزش و مفید می‌شود که واسطه‌ی بین فرد و فعالیتی است که فرد انجام می‌دهد. به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، تمایز بین وسیله و ابزار می‌تواند در مورد سایر مصنوعات تکنولوژیکی مانند ماشین حساب و کامپیوتر هم گذاشته شود. هم‌چنین وی به نقل از رابادل اظهار می‌دارد که هنگامی یک وسیله به ابزار تبدیل می‌شود که یک رابطه‌ی معنی‌دار بین آن وسیله یا قسمتی از آن، کاربری که از آن وسیله استفاده می‌کند و نوع وظیفه‌ای که قرار است انجام شود، موجود باشد. بر طبق این دیدگاه، ابزار نه تنها قسمتی از وسیله‌ی تکنولوژیکی- مثل CAS- است، بلکه شامل طرحواره‌های ذهنی کاربر یعنی کسی که می‌داند چگونه از آن وسیله برای هدف مورد نظر خود استفاده کند، نیز است.

تکوین ابزاری و طرحواره‌ها. یکی از مهم‌ترین سؤالات در مورد نظریه‌ی ابزار این است که چطور دسترسی به یک مصنوع یا وسیله منجر به توسعه‌ی یک ابزار مفید و معنی‌دار می‌شود. فرآیند توسعه‌ی معنی برای استفاده از یک وسیله در یک روش مناسب و معقول، **تکوین ابزاری** نامیده می‌شود. به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، نتایج این تکوین ابزاری در **طرحواره‌های استفاده**[49]، خلاصه می‌شوند؛ به بیان دیگر، تکوین ابزاری شامل ساختن طرحواره‌هایی برای استفاده از آن وسیله است.

دریجورز (۲۰۰۳)، بین دو نوع طرحواره‌ی استفاده، تمایز قایل می‌شود. از نظر وی، اولین نوع شامل طرحواره‌های سودمندی[50] است که یک وسیله را با هدف‌های خاص، سازگار می‌کند و کارکردهای آن را تغییر یا توسعه می‌دهد. به طور مثال، یک برنامه‌ی واژه‌پرداز با به بازار آمدن نسخه‌ی جدید آن ارتقا می‌یابد و برنامه‌های جدید یا کاربردهای بیش‌تری به آن اضافه می‌شوند. نوع دوم شامل طرحواره‌هایی هستند که به عنوان طرحواره‌های ذهنی مرتبط و معنی‌دار برای استفاده از ابزار تکنولوژیکی و برای حل نوع خاصی از مسایل، مورد استفاده قرار می‌گیرند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که طرحواره‌های نوع دوم به معنی طرحواره‌های ابزار، استفاده شده است. در مورد یک وسیله‌ی تکنولوژیکی مانند CAS، یک وجه طرحواره‌ی ابزار، خروجی‌های ظاهر شده بر صفحه‌ی نمایش است که مرئی و تکنیکی هستند و ناشی از اعمالی است که ماشین انجام می‌دهد و وجه دیگر طرحواره‌ی ابزار، بخش ذهنی- شناختی آن است. برای مثال، فرض کنید یک دانش‌آموز می‌خواهد با استفاده از CAS، جواب معادله‌ی $3^x = 5 - 2x^2$ را با روش ترسیم نمودار به دست آورد. طرحواره‌ی حل گرافیکی شامل قسمت ذهنی دیدن هر دو طرف معادله به صورت توابع $y_1(x) = 2x^2 - 5$ و $y_2(x) = 3^x$، و رسم کردن آن‌ها است. به کار بردن این طرحواره مستلزم دانستن این مطلب است که جواب معادله، مختصات x نقطه‌ی تقاطع دو نمودار است. این عمل‌ها از نوع فعالیت‌های ذهنی هستند و به جنبه‌های تکنیکی، شبیه وارد کردن دو تابع و رسم نمودارها، معنی می‌دهند. این مثال نشان می‌دهد که طرحواره‌ی ابزار، تعامل بین عمل و تفکر است و هم‌چنین این طرحواره، تکنیک‌های ماشین و مفاهیم ذهنی را به هم مرتبط می‌کند. به گفته‌ی دریجورز (۲۰۰۳)، مهارت‌های تکنیکی و الگوریتم‌ها از یک طرف، و بینش‌های مفهومی از طرف دیگر، اجزای جدانشدنی در طرحواره‌ی ابزار هستند. در مورد وسایل تکنولوژیکی ریاضی نیز، قسمت ذهنی، شامل اشیای ریاضی درگیر، تصویر ذهنی از فرآیند حل مسأله، و عمل‌های ماشین است. بنابراین، قسمت

مفهومی طرحواره‌های ابزار، هم شامل اشیای ریاضی و هم شامل بینش‌هایی در مورد ریاضی برای ماشین است. در طول فرآیند تکوین ابزار، چنین فهم‌های ذهنی ریاضی می‌توانند به موازات توسعه‌ی طرحواره‌های مفهومی، توسعه پیدا کنند.

نظریه‌ی ابزار می‌تواند در مشخص کردن نقش تکنولوژی در یک زمینه‌ی آموزشی خاص، کمک مفیدی باشد. با استفاده از این نظریه می‌توان موانع و مشکلات تکنیکی به خصوص مشکلات جبری دانش‌آموزان را در یک محیط مبتنی بر CAS بررسی کرده و آن‌ها را تجزیه و تحلیل کرد. سپس با استفاده از آن می‌توان فعالیت‌های آموزشی مناسبی را طراحی کرد تا فرآیند تکوین ابزاری به نحو مطلوبی انجام شود و طرحواره‌های ذهنی ریاضی دانش‌آموزان به شکل مناسبی بسط یافته و توسعه پیدا کنند.

زیرنویس‌ها

1. Amplifier
2. Reorganizer
3. Drijevers

۴. این تقویت‌کننده با Reinforcement که در روان‌شناسی رفتاری به آن اشاره می‌شود، متفاوت است.

5. Zone of Proximal Development (ZPD)
6. Heal et al
7. Black Box
8. White Box/ Black Box
9. Worksheet
10. Lane et al
11. Mathematical Principles
12. Small et al
13. Char
14. Maple
15. Apple II Plus
16. Palmiter
17. Precalculus
18. Muler

۱۹. منظور از آزمایشگاه میپل، همان پروژه‌ی میپل برای یادگیری ریاضی بود.

۲۰. نگارنده در مورد پروژه‌ی مولر و چگونگی فعالیت‌های انجام‌شده در آزمایشگاه میپل این پروژه، به اطلاعات بیش‌تری دست نیافت.

21. Users' Friendly
22. Hunter et al
23. International Commision on Mathematical Instruction (ICMI)
24. Multiple Representation
25. Pierce
26. Texas Instrument
27. Process
28. Object
29. Dienes
30. Greeno
31. Sfard
32. Operational
33. Structural
34. Interiorization
35. Condensation
36. Reification

۳۷. APOS به ترتیب، حروف اول کلمات Action، Process، Object، Schema است.

۳۸. ACE حروف اول کلمات Activity، Class Discussion و Exercises است.

39. Repo
40. Santos
41. Versatile
42. Arcavi
43. Instrumentation Theory
44. Trouch
45. Tools
46. Hoyles
47. Noss

۴۸. راباردل مخترع نظریه‌ی ماشین شناختی است.

49. Utilization Schema
50. Utility Schema

منابع

[1] Allen, G. D. (1999). Strategies and Guidelines for Using a Computer Algebra System in the Classroom, **Int. J. Engng Ed.** Vol. 15, No. 6, PP. 411-416.

[2] Drijvers, P. (2002). **Learning Algebra in a Computer Algebra Environment**, Published doctoral Thesis, ww. Fi. uu. nl/ ~ pauld/ dissertation.

[3] Dubinsky, E. Tall, D. (1991). Advanced Mathematical Thinking And The Computer, in Tall, D. (ed.) **Advanced Mathematical Thinking**, Kluwer, Dordrecht, PP. 231-248.

[4] Heid, K. M. (2001). Theories that Inform the Use of CAS in the Teaching and Learning of Mathematics, **CAME Symposium 2001, theme 3 Presentation**, www. lonklab. ac. uk/ came/ events/ reims/ 1- Presentation.

[5] Palmiter, J. (1991). Effects of Computer Algebra Systems on Concept and Skill Acquisition in Calculus, **Journal of Research in Mathematics Education**, 22, PP. 151-156.

[6] Pierce, R. U. (2001). **An Exploration of Algebraic Insight and Effective Use of Computer Algebra Systems**, Submitted in total fulfilment of the Requirements of the Degree of Doctor Philosophy, Department of Science and Mathematics Education, the University of Melbome.

[7] Tall, D. &. Smith, D. &. Pies, C. (2001). Technology and Calculus, **in Research on Technology and Learning of Mathematics**, by Kathy Heid and Glume Blume, Information Age Publishing, Inc. 2003, http:// fds. duke. edu/ db/ aas/ math/ faculty/ smith.

قواعد بخش‌پذیری بر اعداد ۱±۱۰k و کاربردهای آن

علی حسین‌زاده زارعی - دبیر ریاضی کاشان
اسماعیل بابلیان - عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم

چکیده

در این مقاله حدس آقای حسین‌زاده زارعی، دبیر ریاضی محترم دبیرستان امام محمدباقر(ع) کاشان، در مورد بخش‌پذیری بر اعدادی که یکان آن‌ها ۹ می‌باشد، اثبات و تعمیم داده شده است. سپس کاربرد قواعد به‌دست آمده در تعیین اول بودن یا نبودن یک عدد نشان داده شده است. قواعد به‌دست آمده به راحتی با قلم و کاغذ (بدون استفاده از ماشین‌حساب یا کامپیوتر) قابل پیاده‌سازی است و آموزش آن به دانش‌آموزان سال چهارم ابتدایی به بعد، آسان است. البته اثبات برقراری قواعد برای دانش‌آموزان سال سوم رشته‌ی ریاضی، قابل ارایه است.

مقدمه

آقای حسین‌زاده از عدد ۱ شروع نموده آن را مرتب در عدد ۲ ضرب می‌کنند. هرگاه به عدد دو رقمی رسیدند یکان آن را در ۲ ضرب و با دهگان آن جمع می‌کنند و به همین ترتیب ادامه می‌دهند تا مجدداً به عدد ۱ برسند!

همان‌گونه که در زیر ملاحظه می‌کنید.

$$۱ \to ۱\times۲=۲ \to ۲\times۲=۴ \to ۴\times۲=۸ \to ۸\times۲=۱۶$$
$$\to ۱+۶\times۲=۱۳$$
$$\to ۱+۳\times۲=۷ \to ۷\times۲=۱۴ \to ۱+۴\times۲=۹ \to ۹\times۲=۱۸$$
$$\to ۱+۸\times۲=۱۷$$
$$\to ۱+۷\times۲=۱۵ \to ۱+۵\times۲=۱۱ \to ۱+۱\times۲=۳ \to ۳\times۲=۶$$
$$\to ۶\times۲=۱۲$$
$$\to ۱+۱\times۲=۵ \to ۵\times۲=۱۰ \to ۱+۰\times۲=۱$$

ایشان می‌گویند به این ترتیب اعداد ۱ تا ۱۸ ایجاد می‌شوند (که چنین است) و بخش‌پذیری بر عدد ۱۹ (یعنی عدد بعد از ۱۸) با این قاعده به‌دست می‌آید که در عدد دلخواه N اگر دو برابر یکان N را با تعداد ده‌تایی‌های N جمع کنیم و این کار را روی عدد جدید انجام دهیم و این فرایند را تکرار کنیم در صورتی که به عدد ۱۹ رسیدیم N بر ۱۹ بخش‌پذیر است ولی اگر به عددی کمتر از ۱۹ رسیدیم N بر ۱۹ بخش‌پذیر نیست!! امتحان می‌کنیم:

مثال۱. عدد ۲۷۱۷ را درنظر می‌گیریم. یکان این عدد، ۷ و تعداد ده‌تایی‌های آن ۲۷۱ است زیرا،

$$۲۷۱۷ = ۲۷۱۰+۷ = ۲۷۱\times۱۰+۷$$

لذا، اگر طبق قاعده‌ی ارایه شده توسط آقای حسین‌زاده عمل کنیم، به دنباله‌ی اعداد زیر می‌رسیم:

$$۲۷۱۷ \to ۲۷۱+۷\times۲=۲۸۵ \to ۲۸+۵\times۲=۳۸$$
$$\to ۳+۸\times۲=۱۹$$

مثال۲. آیا عدد ۴۶۶۷ بر ۱۹ بخش‌پذیر است؟ برای بررسی این امر، طبق قاعده‌ی بالا عمل می‌کنیم. داریم:

$$۴۶۶۷ \to ۴۶۶+۷\times۲=۴۸۰ \to ۴۸+۰\times۲=۴۸$$
$$\to ۴+۸\times۲=۲۰ \to ۲+۰\times۲=۲$$

پس عدد ۴۶۶۷ بر ۱۹ بخش‌پذیر نیست.

آقای حسین‌زاده با شروع از عدد ۱ و ضرب آن متوالیاً در ۳ و ادامه‌ی روند بالا، به اعداد ۱ تا ۲۸ می‌رسند و قاعده‌ی بخش‌پذیری بر ۲۹ را به‌دست می‌آورند و بعد قاعده‌ی کلی را حدس می‌زنند که با ارایه‌ی مثال‌های عددی، صحت آن را تأیید می‌کنند.

خوشبختانه حدس ایشان قابل اثبات و تعمیم است. می‌دانیم که هر عدد مختوم به ۹ را می‌توان به صورت $۱۰k-۱$ نوشت. قضیه‌ی زیر را بیان و ثابت می‌کنیم.

قضیه‌ی۱. فرض کنید $N=۱۰A+b$ (b یکان N و A تعداد ده‌تایی‌های N است). شرط لازم و کافی برای آن‌که N بر $۱۰k-۱$ بخش‌پذیر باشد آن است که عدد $A+kb$ بر $۱۰k-۱$ بخش‌پذیر باشد.

اثبات. عدد N را در k ضرب می‌کنیم، داریم:

$$kN = k(۱۰A + b) = ۱۰kA + kb = (۱۰k - ۱)A + (A + kb)$$

بدیهی است که چون $(۱۰k - ۱)$ و k نسبت به هم اولند (چرا؟) شرط لازم و کافی برای آن‌که N بر $(۱۰k - ۱)$ بخش‌پذیر باشد آن است که $A + kb$ بر $۱۰k - ۱$ بخش‌پذیر باشد.

کاربردها

چون همواره $۱۰k - ۱ < N$ ، همیشه عدد $A + kb$ از عدد N (به مراتب) کوچک‌تر است (چرا؟) یعنی وقتی قضیه را به جای N، روی $A + kb$ اجرا کنیم، عدد کوچک‌تری به‌دست می‌آید و درنهایت به عدد $۱۰k - ۱$ یا عددی کوچک‌تر از آن می‌رسیم. جالب است که وقتی به عددی کوچک‌تر از $۱۰k - ۱$ رسیدیم از آن به بعد عدد حاصل از اعمال قاعده‌ی مذکور، کوچک‌تر از $۱۰k - ۱$ خواهد بود. این مطلب در قضیه‌ی زیر آمده است و اثبات آن با توجه به اینکه $b \leq ۹$ بدیهی است.

قضیه‌ی۲. اگر $N < ۱۰k - ۱$ و $N = ۱۰A + b$ در این صورت $A + kb < ۱۰k - ۱$.

مثال۳. آیا عدد ۱۶۹۳۷۷ بر عدد ۱۲۹ بخش‌پذیر است؟

حل. اولاً $۱۲۹ = ۱۳۰ - ۱$ یعنی $k = ۱۳$. اینک براساس قضیه‌ی ۱ عمل می‌کنیم:

$$۱۶۹۳۷۷ \to ۱۶۹۳۷ + ۷ \times ۱۳ = ۱۷۰۲۸ \to ۱۷۰۲ + ۸ \times ۱۳ = ۱۸۰۶$$
$$\to ۱۸۰ + ۶ \times ۱۳ = ۲۵۸ \to ۲۵ + ۸ \times ۱۳ = ۱۲۹$$

تعمیم ساده‌ای از قضیه‌ی ۱، قاعده‌ی مشابهی برای بخش‌پذیری بر اعداد مختوم به یک، یعنی اعداد به صورت $۱۰k + ۱$، به‌دست می‌دهد.

قضیه‌ی۳. اگر $N = ۱۰A + b$ ، شرط لازم و کافی برای آن‌که N بر $۱۰k + ۱$ بخش‌پذیر باشد آن است که عدد $A - kb$ بر $۱۰k + ۱$ بخش‌پذیر باشد.

اثبات. کافی است ملاحظه کنید که

$$kN = k(۱۰A + b) = ۱۰kA + kb = (۱۰k + ۱)A - (A - kb)$$

مثال۴. آیا عدد ۳۷۹۷۷۹۴ بر ۲۷۱ بخش‌پذیر است؟

حل. در اینجا $k = ۲۷$ و طبق قضیه‌ی ۳ داریم:

$$۳۷۹۷۷۹۴ \to ۳۷۹۷۷۹ - ۴ \times ۲۷ = ۳۷۹۶۷۱$$
$$\to ۳۷۹۶۷ - ۱ \times ۲۷ = ۳۷۹۴۰$$
$$\to ۳۷۹۴ \to ۳۷۹ - ۴ \times ۲۷ = ۲۷۱$$

تذکر۱. اگر در یک مرحله، عدد N به صفر ختم شود صفر را حذف و روند را ادامه دهید.

تذکر۲. متأسفانه اگر عدد N بر $۱۰k \pm ۱$ بخش‌پذیر نباشد، نمی‌توان باقیمانده‌ی تقسیم N بر $۱۰k \pm ۱$ را با روش‌های ذکر شده به‌دست آورد.

کاربرد مهم قضیه‌های ۱ و ۳ در تعیین اول بودن یا نبودن یک عدد طبیعی با قلم و کاغذ است. می‌دانیم که برای اثبات این‌که عدد N اول است کافی است ثابت کنیم N بر اعداد اول کوچک‌تر یا مساوی $[\sqrt{N}]$ (جزء صحیح جذر N) بخش‌پذیر نیست.

ضمناً، می‌دانیم که یکان یک عدد اول (غیر از عدد۵) یکی از ارقام ۱، ۳، ۷ یا ۹ است. برای اعداد اولی که یکان آن‌ها ۱ یا ۹ است به ترتیب از قواعد حاصل از قضیه‌های ۳ و ۱ می‌توان استفاده کرد. اما اگر یکان عدد اول ۳ باشد کافی است آن را در ۳ ضرب کنیم تا یکان آن ۹ شود (و از قضیه‌ی۱، استفاده کنیم) و اگر یکان آن ۷ باشد آن را در ۳ ضرب کنیم تا یکان آن ۱ شود (و بازهم از قضیه‌ی ۳، استفاده کنیم). البته در این دو حالت باید عدد N را نیز در ۳ ضرب کنیم و قضیه‌های ۱ و ۳ را روی ۳N پیاده کنیم.

مثال۵. آیا عدد ۳۹۷ اول است؟

حل. $N = ۳۹۷$ و $۳N = ۱۱۹۱$. از عدد اول ۷ شروع می‌کنیم تا $۱۹ = [\sqrt{۳۹۷}]$.

$$۷ \to ۷ \times ۳ = ۲۱ \Rightarrow ۱۱۹۱ \to ۱۱۹ - ۱ \times ۲ = ۱۱۷$$
$$\to ۱۱ - ۷ \times ۲ = -۳ \quad \times$$
$$۱۱ \to ۳۹۷ \to ۳۹ - ۷ \times ۱ = ۳۲ \to ۳ - ۲ \times ۱ = ۱ \quad \times$$
$$۱۳ \to ۱۳ \times ۳ = ۳۹ = ۴ \times ۱۰ - ۱ \Rightarrow ۱۱۹۱ \to ۱۱۹ + ۱ \times ۴ = ۱۲۳$$
$$\to ۱۲ + ۳ \times ۴ = ۲۴ \quad \times$$
$$۱۷ \to ۱۷ \times ۳ = ۵۱ \Rightarrow ۱۱۹۱ \to ۱۱۹ - ۱ \times ۵ = ۱۱۴$$
$$\to ۱۱ - ۴ \times ۵ = -۹ \quad \times$$
$$۱۹ \to ۳۹۷ \to ۳۹ + ۷ \times ۲ = ۵۳ \to ۵ + ۲ \times ۳ = ۱۱ \quad \times$$

بنابراین، عدد ۳۹۷ اول است. (نماد × به معنی بخش‌پذیر نبودن N بر عدد اول سمت چپ است). توجه کنید که بنابر قضیه‌ی ۲، به محض رسیدن به عدد کوچک‌تر از $۱۰k \pm ۱$، عملیات را متوقف می‌کنیم. لازم به ذکر است که برخلاف تصور آقای حسین‌زاده زارعی این روش سریع نیست و اصلاً قابل رقابت با کامپیوتر نمی‌باشد.

از خوانندگان محترم دعوت می‌شود که مقاله‌ی زیر را نیز مطالعه و روش‌های آن را با روش‌های این مقاله مقایسه کنند.

بیدار وطن و بابلیان، قواعد بخش‌پذیری، رشد آموزش ریاضی

قسمت سوم

اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای NCTM ۲۰۰۰

یونس کریمی فردین پور
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و
مدرس دانشگاه آزاد واحد بستان‌آباد
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

اشاره

قرار بودقسمت سوم این مقاله، در شماره‌ی گذشته‌ی مجله، به چاپ برسد. از آن‌جا که شماره‌ی ۸۶ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، به ویژه‌نامه‌ی «حل مسأله» اختصاص داشت، چاپ قسمت سوم این مقاله را به این شماره موکول کرده‌ایم. در پایان مقاله، منابع هر سه قسمت مقاله را مشاهده خواهید کرد.

در قسمت‌های قبلی این مطلب، به بررسی کلی سند اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای (NCTM-2000) پرداختیم و استاندارد گفتمان (Communication) از این سند، به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش، با بررسی نقش معلم در گفتمان و تأثیر فرهنگ‌های متفاوت بر گفتمان ریاضی در کلاس و ارایه‌ی راهکارهای عملی در این خصوص، بحث را ادامه می‌دهیم. مطالب این بخش نیز از همان سند ترجمه و تلخیص شده‌اند.

گفتمان به چه می‌ماند

در دبیرستان، به تدریج باید رشد واقعی در توانایی دانش‌آموزان برای ساختن زنجیرهای منطقی از تفکر پدیدار شود. بیان شفاف و منسجم و همین‌طور گوش کردن به پنداشت‌های دیگران و از همه مهم‌تر قابلیت فکر کردن درباره‌ی کسانی که قرار است حرف‌های آن‌ها را بشنوند یا بخوانند، در آن‌ها تقویت شود.

دانش‌آموزانی که با هم در ارتباط هستند و برای مطرح کردن نظرات خودشان، به چگونگی بازنمایی نمادها و نمودارها می‌اندیشند، مفاهیم را بهتر درک کرده و به‌طور روز افزونی توانمندتر می‌شوند. در نتیجه، می‌توان به کمک توانمندی‌ای که دانش‌آموزان دبیرستانی در مهارت‌های گفتمان ریاضی به نمایش می‌گذارند، از دانش‌آموزان ابتدایی و راهنمایی بازشناخته شوند.

دانش‌آموزان دبیرستانی، می‌توانند منتقدین و خود ـ نقدان خوبی باشند. آن‌ها چه از صفحات گسترده استفاده کنند، چه از اشکال هندسی، و چه از زبان بومی یا نمادهای جبری، باید زبان ریاضی و نمادها را به طور صحیح و مناسب به کار گیرند. باید به آن‌ها کمک شود تا به مشارکت کنندگان خوبی که به طور مؤثری با دیگران همکاری می‌کنند، تبدیل شوند و اثبات و

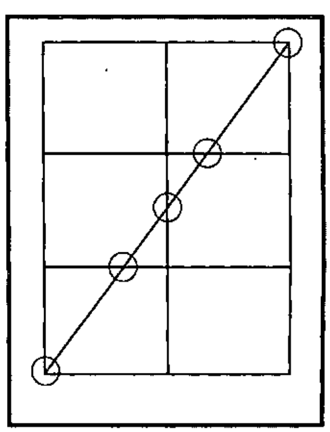
استدلال ریاضی را به عنوان یک بخش مهم از دامنه‌ی تجربیات ریاضی و همین طور به عنوان یک راه کار پذیرفته شده در گفتمان[1] ریاضی، بپذیرند.

مثال زیر، از یک تجربه‌ی واقعی است که نقش گفتمان ریاضی را در توسعه، درک و فهم دانش‌آموزان توصیف می‌کند. مارتا و نانسی، در مسابقه‌ی ریاضی که انجمن ریاضی دو هفته یک بار در مدرسه‌ها برگزار می‌کند، شرکت کردند و با مسأله‌ی زیر روبه‌رو شدند:

از گوشه‌ی تکه زمینی که با کاشی‌های مربعی پوشیده شده است، نخی به گوشه‌ی دیگرش کشیده شده است. اگر تکه زمین مورد نظر ۲۸ کاشی در طول و ۳۵ کاشی در عرض داشته باشد، نخ از روی چند کاشی گذشته است؟

آن‌ها نتوانستند مسأله را حل کنند، اما به سر گروه ریاضی مدرسه‌ی خود گفتند که یکی از دانش‌آموزان شرکت کننده درمسابقه، ادعا کرده بود که پاسخ را با استفاده از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۲۸ و ۳۵ که از مجموع آن‌ها کم کرده، به دست آورده بود. خانم معلم، با این فرمول به اصطلاح آمده از آسمان، قانع نشد و آن‌ها را تشویق کرد که ببینند آیا این فرمول، همیشه کار می‌کند؟ و اگر بله، چرا؟

بعد از چند روز، آن‌ها با چند مثال شهودی سراغ خانم معلم آمدند. آن‌ها شکل زیر را رسم کرده و ادعا کردند که رابطه‌ای را کشف کرده‌اند.



خانم معلم: مطمئن نیستم منظورت چیست؟

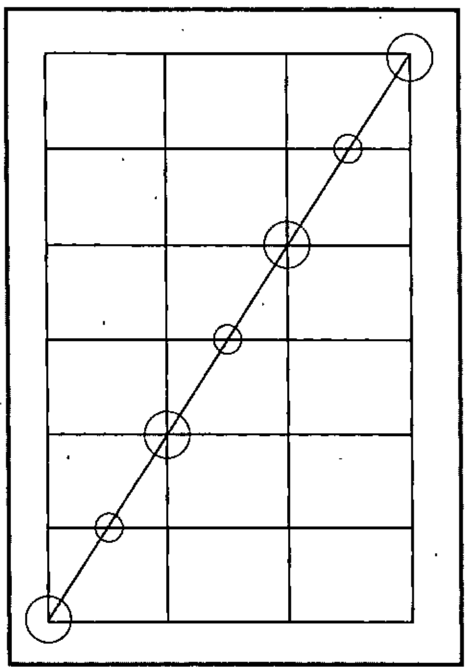
نانسی: ببینید، این یک کاشی‌کاری ۲ در ۳ است و نخ، ۵ نقطه را قطع می‌کند، که همان ۳+۲ است.

خانم معلم: جالب است. آیا این در سایر موارد هم اتفاق می‌افتد؟

مارتا: بله. این اغلب برای اعداد کوچک درست است.

خانم معلم: منظورت از اغلب چیه؟

مارتا: مثلاً برای این درست نیست. (مارتا شکلی از یک کاشی‌کاری ۳ در ۶ رسم کرد که هفت نقطه برخورد وجود داشت.)



نانسی: چرا این یکی متفاوت است؟

خانم معلم پیشنهاد کرد که سؤال نانسی را پیگیری کنند.

بعد از مدتی آن‌ها متوجه شدند که وقتی نخ از محل تقاطع گوشه‌ی کاشی‌ها می‌گذرد، رابطه برقرار نیست. هم‌زمان، آن‌ها متوجه مطلب دیگری نیز شدند. هر گاه تعداد محل تقاطع برابر مجموع ابعاد مستطیل بود، ابعاد مستطیل نسبت به هم اول

بودند.

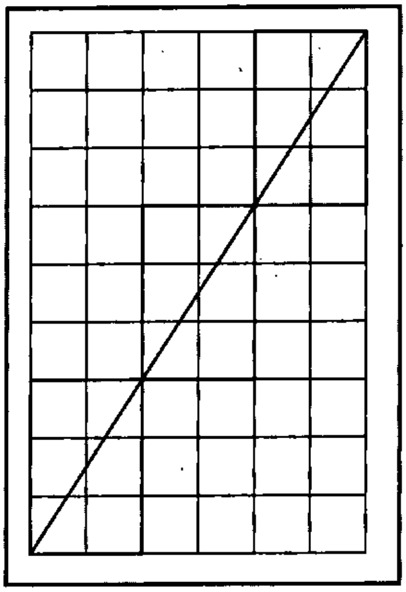
بعد از چندی تلاش که ابتدا از موارد خاص مانند ۳ × ۲ و ۴ × ۳ شروع شد و سپس حالت‌های عمومی را شامل گشت، توانستند نشان دهند که اگر m و n ابعاد مستطیل و نسبت به هم اول باشند، نخ از روی m+n-۱ کاشی خواهد گذشت.

با این نتیجه‌ی به دست آمده، آن‌ها به مسأله‌ی اصلی برگشته بودند: با نگاهی به حالت ۹ × ۶ می‌توان دید که نخ از سه بخش کاشی‌کاری ۳ × ۲ می‌گذرد که به صورت زیر می‌تواند بیان شود

(۹ , ۶) ب م م - ۹+۶ = (۱ - ۳+۲)۳

که همان روشی است که آن دانش‌آموز شرکت کننده در مسابقه به کار برده بود و حالت عمومی‌تر آن، به صورت زیر می‌باشد.

$$m+n-(m\prod n)$$



مارتا و نانسی، نتیجه‌ی کارشان را برای نشریه‌ی ریاضی محلی که مخصوص دانش‌آموزان است، فرستادند.

شکل نهایی راه‌حل مسأله این چنین بود:

اگر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک m و n که ابعاد یک سطح شطرنجی هستند، g باشد، آنگاه ناحیه شطرنجی که ابعادش نسبت به هم اول‌اند به صورت $\left(\frac{n}{g}\right)\cdot\left(\frac{m}{g}\right)$ خواهد بود و دانش‌آموزان کشف کردند که تعداد کاشی‌هایی که نخ از روی آن‌ها در این ناحیه می‌گذرد $\left(\frac{n}{g}\right)+\left(\frac{m}{g}\right)-1$ است و تعداد این ناحیه‌ها که نخ از آن‌ها می‌گذرد برابر g می‌باشد. پس در حالت کلی داریم؛

$$g\left[\left(\frac{n}{g}\right)+\left(\frac{m}{g}\right)-1\right]=n+m-g$$

در این مثال، گفتمان حداقل دو هدف مهم را برآورده می‌کند. قبل از هر چیز، انگیزه‌ساز حرکت رو به جلو است. دانش‌آموزان به کار کردن روی مسأله ترغیب می‌شوند چون اولاً در مورد دست‌آوردهایشان بحث می‌کنند و کار را به صورت مشارکتی پیش می‌برند. در ثانی، تلاشی مستمر برای توضیح دادن عملکردشان و دلیل انجام آن، کمک بزرگی به دانش‌آموزان است تا بر هدف اساسی مسأله تمرکز کنند و تفکراتشان را شفافیت بخشند. سؤال‌های اساسی مانند «مطمئن نیستم منظورت چیست؟»، «آیا این در سایر موارد هم اتفاق می‌افتد؟» و «منظورت از اغلب چیه؟» که خانم معلم مطرح می‌کند، و سؤالی که نانسی می‌پرسد، «چرا این یکی متفاوت است؟» سؤال‌های کلیدی را پیش روی آن‌ها می‌گذارد که باعث تمرکز آن‌ها بر مسأله می‌شود و این تمرکز، به نوبه‌ی خود، یک عامل اساسی موفقیت آن‌ها در حل مسأله است.

نقش معلم در گفتمان ریاضی

دبیران ریاضی در دبیرستان، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا گفتمان ریاضی را برای یادگیری و درمیان گذاشتن پنداشت‌های ریاضی به کار گیرند. با ایجاد فضایی که در آن، تمام دانش‌آموزان از خطرپذیری اظهارنظر و حدسیه‌سازی در امان هستند، معلمان می‌توانند به آن‌ها کمک کنند تا بیانات خود را روشنی بخشیده و بر توضیحات ریاضی، تمرکز کنند.

برپایی کلاس درس ریاضی با سطح مناسبی از بحث‌های ریاضی، نیازمند این است که معلم‌ها دانش ریاضی خوبی داشته باشند و اهداف ریاضی‌شان را با زبانی شفاف به دانش‌آموزان ارایه کنند. معلمان باید کمک کنند تا دانش‌آموزان، در نوشتن ریاضی دقیق‌تر شوند و آن‌ها را به خواندن متن‌های تکنیکی جدید، ترغیب کنند. بهتر است در بحث‌های کلاسی، معلمان نیز حضور داشته باشند و دانش دانش‌آموزان را از آن‌چه که می‌گویند و می‌نویسند، تفسیر و ارزیابی کنند. یعنی گفتمان

می‌تواند روشی بی‌نظیر برای ارزیابی واقعی یادگیری مفهومی دانش‌آموزان باشد. در شروع تدریس، و قبل از ارایه‌ی مطلبی جدید، معلم می‌تواند اطلاعات دانش‌آموزان را در مورد مسأله خواستار شود. سپس پاسخ‌ها را جمع‌آوری کرده و روز بعد یک نسخه از آن‌ها را در کلاس پخش کند و نظر همه‌ی دانش‌آموزان را در مورد موافق بودن یا نبودن با هر یک از اظهارنظرها، جویا شود و دانش‌آموزان نظر خود را توجیه کنند. با این کار، معلم‌ها می‌توانند از دیدگاه‌های نادرست دانش‌آموزان آگاه شوند و برای بدفهمی‌ها، چاره‌جویی کنند. در این روش، دانش دانش‌آموز، تبدیل به نقطه‌ی شروع برای آموزش می‌شود و معلمان می‌توانند بنا کننده‌ی پنداشتی باشند که دانش‌آموزان انتظار دارند دلیلی برای عقاید ریاضی شان باشد.

چنین فعالیت‌هایی، می‌توانند در خدمت ایجاد فرهنگی در کلاس باشند که باعث تبادل اندیشه‌ها به صورت مؤدبانه‌ای شود. در حالت کلی‌تر، گفتمان ترویج کننده‌ی این الگوی با ارزش خواهد بود که پذیرفتن مسؤولیت آن‌چه در کلاس می‌گذرد به عهده‌ی همه است و به جای این که فقط معلم بر مسند قضاوت بنشیند، دانش‌آموزان نیز به ارزیابی خود و آن‌چه در کلاس می‌گذرد، خواهند پرداخت.

مسأله‌هایی که حل آن‌ها نیازمند توضیح دادن است، می‌تواند به طور مرتب، به عنوان تکلیف درسی در کلاس ارایه شود و دانش‌آموزان می‌توانند در مورد راه‌حل‌ها و توضیحات آن‌ها، بحث کنند و مهم‌تر این که، کفایت آن توضیحات را مقایسه کنند. تمرینات زیر، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا مهارت خود را در نوشتن ریاضی‌وار، تقویت کنند.

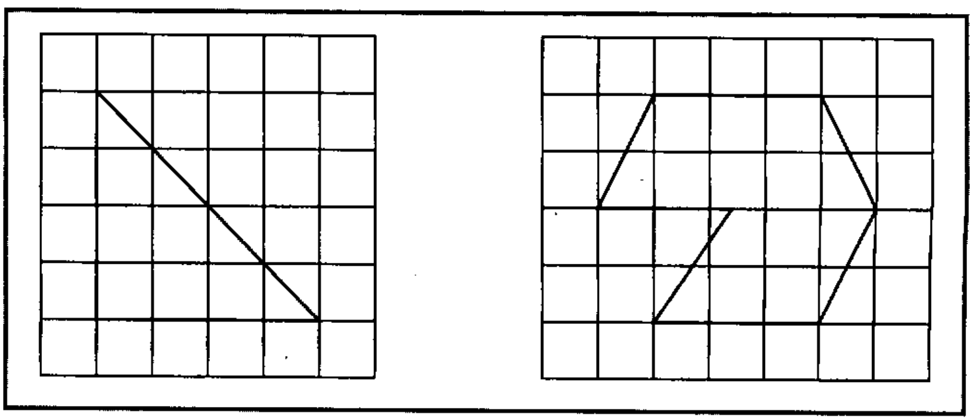
فرض کنید شما با دانش‌آموزی از کلاستان از طریق تلفن در تماس هستید و می‌خواهید او شکلی را رسم کند در حالی که شکل مورد نظر را نمی‌بیند. گفته‌های خود را بنویسید به طوری که دانش‌آموز دیگر بتواند شکل مورد نظر را به دقت رسم کند. (به شکل‌های زیر، توجه کنید.)

فرض کنید شما به عنوان یک مشاور استخدام شده‌اید تا به انتخاب خرید از بین دو مورد کمک کنید (به عنوان مثال کدام کمپانی تاکسی‌رانی برای استفاده بهترین است یا کدام طرح تلفن برای خرید بهتر است).

لانه‌ی سگی از چوب‌هایی به ابعاد چهار در هشت اینچ طراحی کنید. حجم آن باید به طور عاقلانه‌ای بزرگ باشد. دلایل خود را برای طرحی که انتخاب می‌کنید، توضیح دهید.

چنین تمریناتی، می‌توانند به عنوان یک وسیله‌ی خوب برای ارزیابی میزان درک و قدرت تفکر ریاضی دانش‌آموزان در خدمت معلم باشند.

نوشتن، روشی با ارزش برای بازتاب و مشخص کردن چیزی است که می‌دانیم. مثلاً معلم می‌تواند از دانش‌آموزان بخواهد در مورد موضوعی که تازه یاد گرفته‌اند، برای دانش‌آموزی که غایب بوده، مطلبی بنویسند. همین‌طور، می‌توان از دانش‌آموزان خواست وقتی روی پروژه‌ای کار می‌کنند، کارهای اولیه شان را با کارهای بعدی خویش مقایسه کنند و مشخص کنند که چگونه درک عمیق‌تر، به مؤثر بودن نتیجه‌ی کارشان انجامیده است. به کمک این روش‌ها، معلم‌ها می‌توانند به دانش‌آموزان یاری رسانند تا مهارت‌هایشان را در گفتمان ریاضی بهبود بخشند تا به آن‌ها، هم در داخل کلاس و هم در بیرون کلاس، کمک کند. به کار بردن این مهارت‌ها به نوبه‌ی خود، علاوه بر درک عمیق‌تر از پنداشت‌های ریاضی، در توسعه‌ی قابلیت‌های چگونه صحبت کردن، شنیدن، خواندن و نوشتن، مفید است.



نقش معلم در گفت‌وشنود

استانداردهای تدریس حرفه‌ای ریاضیات مدرسه‌ای در سال ۱۹۹۱، برای تدریس ریاضی، شش استاندارد را مطرح کرد که یکی از آن‌ها، نقش معلم در تدریس و گفت‌وشنود[۲] است.

- تکالیف با ارزش ریاضی؛
- نقش معلم در تدریس (گفت‌وشنود)؛
- نقش دانش‌آموز در تدریس؛
- نقش امکانات در افزایش اثر بخشی تدریس؛
- محیط آموزشی؛
- تجزیه و تحلیل یاددهی و یادگیری.

در ادامه، زیر استانداردهای مربوط به نقش معلم در تدریس بیان می‌شود، زیرا تمام این زیر استانداردها، با گفتمان ریاضی مرتبط اند.

- مطرح کردن پرسش‌ها و ارایه‌ی تکالیفی که تفکر هر دانش‌آموزی را برانگیزاند، درگیر کند و به چالش بکشاند.
- با دقت گوش کردن به پنداشت‌های دانش‌آموزان.
- تقاضا از دانش‌آموزان برای شفافیت بخشیدن و قضاوت کردن درباره پنداشت‌های شفاهی یا نوشتاری خودشان.
- تصمیم‌گیری برای این‌که بر اساس پنداشت‌هایی که دانش‌آموزان در طول بحث‌های کلاسی می‌پرورانند، چه چیزی عمیق‌تر پیگیری شود.
- تصمیم‌گیری برای این که چه موقع و چگونه نمادگذاری و زبان رسمی ریاضی به پنداشت‌های دانش‌آموزان اضافه شود.
- تصمیم‌گیری برای این که چه موقع اطلاعات فراهم شود، چه موقع مطلبی توضیح داده شود، در چه زمانی نمونه ارایه شود، در چه موقعی دانش‌آموزان راهنمایی شوند و چه وقت اجازه داده شود که دانش‌آموزان با مشکلی دست و پنجه نرم کنند.
- تنظیم و کنترل مشارکت در بحث و تصمیم‌گیری برای این‌که چه وقت و چگونه، هر دانش‌آموزی تهییج به مشارکت شود.

تنوع فرهنگی در آموزش ریاضی

از سال ۱۹۵۰، **کنفرانس‌های بین‌المللی مطالعه و توسعه‌ی تدریس ریاضی**[۳]**(CIEAEM)** هر ساله با موضوعات متنوعی برگزار شده است. در سال‌های اخیر، موضوع این کنفرانس‌ها از تمرکز بر مباحث ساختاری و مفهومی ریاضی، بیش‌تر به آموزش، رشته‌های بین رشته‌ای و تأثیر تکنولوژی تغییر جهت داده است، و به خصوص به پیشبرد و ارتقای گفتگو بین محققین آموزش ریاضی توجه شده است.

CIEAEM معتقد است که هر یک از زیر جامعه‌های **ریاضی‌دانان، کاربران ریاضی و مدرسان ریاضی**، دیدگاه‌های خاص خودشان را درباره‌ی ریاضی دارند. در حقیقت، می‌توان گفت هر یک از این زیر جامعه‌ها، خرده‌فرهنگ ویژه‌ی خودشان را دارند که درون یک فرهنگ بزرگ‌تر از یک جامعه‌ی بزرگ‌تر به نام «جامعه‌ی ریاضی»، قرار می‌گیرند.

پنجاه و یکمین کنفرانس CIEAEM در سال ۲۰۰۰ میلادی، با موضوعات زیر برگزار شد:

● نگاه به عقب و حرکت به جلو ؛
● همکاری مؤثر بین ریاضی‌دانان، کاربران ریاضی و مدرسان آن ؛
● نسخه‌ای از تنوع علایق، توانایی‌ها، استعدادها و پیشینه‌ی فراگیران ریاضی ؛
● فرهنگ‌های ریاضی در بخش‌های مختلف آموزش ؛
● باورها و رویکردها در ریاضی و آموزش آن.

این کنفرانس، شرکت کنندگان را به جستجوی مدل‌ها، نظریه‌ها و الگوهای موجود در فرهنگ‌های گوناگون دعوت کرد تا به سوی ایجاد و توسعه‌ی یک درک و فهم مشترک از ریاضی و آموزش آن حرکت کنند. هدف این کار، غنی‌سازی درک و فهم ما از طریق توجه بیش‌تر به تنوع تفسیرها و تجربیات واقعی قابل دسترس در فرهنگ‌هایی به جز محیط و جامعه‌ی ریاضی اطراف خودمان اعلام شده بود. این کار، تلاشی برای بهره‌مندی از مزیت دیگر فرهنگ‌های ریاضی است تا دیدگاه‌هایمان را ارزیابی مجدد کنیم و یاد بگیریم که از دیدگاه‌های مختلف، می‌توان چیزهای متنوعی یاد گرفت.

تنوع فرهنگی در آموزش ریاضی، موضوعی چالش‌برانگیز است و CIEAEM معتقد است که باورهای ما، بر عملکردمان تاثیر دارد و باورهایمان، تفسیر تجربیات شخصی درون خرده‌فرهنگ خاص حاکم بر زیر جامعه‌ای است که به آن تعلق خاطر داریم. از این‌رو است که نسبت به تغییرات، مقاومت نشان می‌دهیم.

● نگاه به عقب و حرکت به جلو

مستندات تاریخی درباره‌ی توسعه و رشد ریاضی نشان می‌دهد که احتمالاً در مراکز اولیه‌ی ریاضی در کشورهای مصر، بابل، چین و هند، ریاضی‌دانان قدیمی به طور مستقل کار می‌کردند و به طور حتم، مراکز بعدی ریاضی مانند ایتالیا در قرن شانزدهم و فرانسه در قرن هفدهم و سپس تمام اروپا، از گذشته الهام گرفته و تاثیر پذیرفته‌اند.

هم‌چنین، تاریخ نشان می‌دهد که مراکز علمی و ریاضی، از مراکز سیاسی و اقتصادی رشد کرده و توسعه یافته‌اند. ممکن است ادعا شود در دنیای امروز، آمریکا پیشگام نوآوری در ریاضیات است. اما سؤال مهم‌تر این است که این مرکز کلیدی، قرن آینده در کجا قرار دارد؟

توانایی دسترسی به تکنولوژی ارزان و قابل دسترس مانند کامپیوتر، ماشین حساب و اینترنت، ممکن است در توسعه‌ی ریاضی و آموزش آن وَ فرهنگ‌های مرتبط با آن، به گونه‌ای تأثیرگذار باشد که پیش‌بینی آن در حال حاضر، اصلاً آسان نیست.

این مطلب، اهمیت درک وضعیت موجود و بررسی این که چرا در این موقعیت قرار داریم را می‌رساند، و فرصتی برای آماده شدن و مواجه شدن با آینده را با هدف درک محدودیت‌های موجود برای توسعه‌ی همکاری‌های درون فرهنگی و برون فرهنگی، مورد توجه قرار می‌دهد.

کنفرانس تأکید دارد که فرهنگ‌های ریاضی منطقه‌ای - چینی، آفریقایی، هندی، اسلامی و اروپایی - در جهت رشد ریاضی و آموزش آن، باید مورد بررسی قرار گیرند و به خصوص، وقتی یک فرهنگ خاص غالب است، این کار ضرورت بیش‌تری پیدا می‌کند.[۴]

سؤالات کلیدی در این زمینه که در پنجاه و یکمین کنفرانس CIEAEM به آن‌ها پرداخته شد، به قرار زیر بودند:

○ تکامل تدریجی ریاضی در فرهنگ‌های مختلف چگونه در پیچیدگی حال حاضر ریاضی و آموزش آن نقش داشته است؟
○ تسلط آشکار فرهنگ غرب بر توسعه‌ی ریاضی در سراسر جهان چه اثری داشته است؟
○ تکنولوژی چگونه باید به خدمت گرفته شود تا همکاری و گفتگو بین فرهنگ‌ها را توسعه دهد؟
○ از تعامل اندیشه‌ها چه چیزی می‌توانیم یاد بگیریم تا در الگوی رشد ریاضیات و آموزش آن در آینده به ما کمک کند؟

● همکاری مؤثر بین ریاضی‌دانان، کاربران ریاضی و مدرسان آن

یکی از قدرتمندترین ابعاد ریاضی، مجرد بودن آن است که می‌تواند هم‌زمان در حل مسایل علمی متنوع، به کار برده شود. چنین تنوع‌پذیری به خاطر این است که اصول و تکنیک‌های ریاضی، مستقل از زمینه‌ی کاربردی آن‌ها برقرار هستند.

تفاوت فرهنگی بین ریاضی‌دانان، مدرسان ریاضی و کاربران آن، ناشی از این است که آن‌ها در پیگیری هدف خاصی که دارند، ریاضی را به روش خاص خودشان تعبیر و تفسیر می‌کنند که این تفاوت‌ها، احتمالاً اثری متعصبانه در برقراری همکاری بین این سه گروه دارد.

معمولاً گفته می‌شود که استفاده کنندگان از ریاضی، آن را فقط با تکنیک‌های کارا و مؤثرش می‌شناسند و هم‌زمان،

ریاضی‌دانان به اندازه‌ی کافی، درباره‌ی کاربردهای آن در تجارت، صنعت، حوزه‌های آموزشی و زندگی روزمره آگاه نیستند تا بتوانند کارشان را از دیدگاه کاربران ریاضی ببینند. یعنی به کاربردهای عملی ریاضی به اندازه‌ی تدریس ریاضی در دانشگاه اهمیت قایل نیستند. بین این دو قطب، مدرسان ریاضی قرار می‌گیرند که مشکل اصلی آن‌ها، قرار گرفتن بین این تفسیرهای مختلف از ریاضی است.

مطالب زیادی در مورد مهارت‌های موردنیاز و ضروری برای قرن بیست‌ویکم نوشته شده که بحث‌های زیادی درباره‌ی توانایی‌های ریاضی لازم برای افراد تحصیل کرده را دربرمی‌گیرد. هم‌چنین، گزینه‌های مختلفی وجود دارند که آیا این مهارت‌ها باید در مدرسه آموخته شوند یا در محل کار، یا این‌که آیا همه‌ی دانش‌آموزان یا گروه‌های شغلی خاص باید مهارت‌های خاص را یاد بگیرند؟ کشورهای مختلف، رویکردهای مختلفی در مقابل این بحث دارند، اما سؤال اصلی هم چنان به قوت خود باقی است که آیا مهارت‌های ریاضی را باید برای کاربرد آن، تدریس کرد؟

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه عنوان شده‌اند:

○ اگر ریاضی‌دانان و کاربران ریاضی تفسیرهای مختلفی از ریاضی دارند، آیا لزوماً، این یک تضاد فرهنگی است؟ یا این‌که دیدگاه‌هایشان مکمل یکدیگرند؟

○ کاربران ریاضی تا چه حدی باید درباره‌ی پایه و اساس ریاضی تکنیک‌هایی که مورد استفاده قرار می‌دهند، آگاه باشند؟

○ اطلاع از چگونگی کاربرد دانش ریاضی، چگونه می‌تواند برای ریاضی‌دانان مفید باشد؟

○ مزیت مرتبط با تدریس تکنیک‌های ریاضی به همراه کاربردشان در مقابل به کارگیری حل مسأله برای خلق تکنیک‌های لازم چیست؟

● آیا هسته‌ی مرکزی در ریاضی که در بین همه‌ی فرهنگ‌ها و جامعه‌های ریاضی قابل تبادل باشد، وجود دارد؟

● تنوع علایق، توانایی‌ها، استعدادها و پیشینه‌ی فراگیران ریاضی

به تعبیر شکسپیر؛ «بعضی‌ها ریاضی‌دان متولد می‌شوند، بعضی‌ها به مهارت‌های ریاضی دست پیدا می‌کنند و بعضی ها صاحب ریاضیاتی هستند که به زور به آن‌ها تحمیل و فهمانده شده است.» این تنوع، بیانگر واکنش دانش‌آموزان در مقابل ریاضی است.

تنوع و تفاوت در جریان یاددهی و یادگیری ریاضی در محیط‌هایی با بسترهای فرهنگی، اقتصادی و سیاسی اتفاق می‌افتد که کم و بیش بر روی استراتژی‌های مورد استفاده تأثیر می‌گذارد. تنوع در بین دانش‌آموزان، اخیراً در بیش‌تر حوزه‌های پژوهشی تعلیم و تربیت مورد توجه قرار گرفته است که از ریاضی و آموزش آن، مستثنا نیست.

به نظر می‌رسد که گروه‌بندی دانش‌آموزان بر اساس سن تقویمی و عملکرد ریاضی، در تمام نقاط دنیا تبدیل به یک استراتژی مشترک شده است و گروه‌بندی‌های مختلف بر اساس توانایی‌ها معمولاً بیش از گروه‌بندی‌ها بر اساس سن، دیده می‌شود. انتخاب روش تدریس و سبک یادگیری متأثر از میزان وزن‌دهی به آموزش فردی، گروهی یا تمام کلاس است. اما در این بین، ارزیابی و ارزشیابی منحصراً بر پایه‌ی فرد باقی مانده است.

در مدارس، روش تدریس برای تمام کلاس متداول‌تر است. در حالی که یادگیری فردی به طور مستقل، حداقل در فرهنگ غربی در پایه‌های تحصیلی بالا، در حال رشد است. این تفاوت که مورد حمایت گروه‌های متفاوت قرار دارد، معلوم نیست که آیا نتیجه‌ی فشارهای اقتصادی و سیاسی است یا علت آن چیز دیگری است.

نظریه‌ی رشد ذهنی پیاژه، باعث انفجاری در تحقیقات کلاس درس، موفقیت و یادگیری دانش‌آموزان شد. این خود، باعث بروز چندین رویکرد تحقیقاتی جدید با نظریه‌های متمرکز بر آموزش فردی بود.

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه عنوان شده‌اند:

○ آیا باید دانش‌آموزان را گروه‌بندی کرد؟ اگر آری، بر چه اساسی؟

○ معلمان چگونه می‌توانند مشکلات دانش‌آموزان را که ناشی از جنسیت، نژاد، سن و دیگر طبقه‌بندی‌ها هستند، به حداقل برسانند؟

○ آیا مقایسه‌های بین‌المللی درباره‌ی موفقیت‌های ریاضی، به توسعه روش‌های تدریس و یادگیری مؤثر درجامعه‌های فرهنگی خاص کمک می‌کند یا از آن جلوگیری می‌کند؟

○ چگونه می‌توانیم پذیرش ریاضی از طرف همگان را افزایش دهیم؟

● **فرهنگ‌های ریاضی در بخش‌های مختلف آموزش**

تنوع و گوناگونی دیدگاه‌ها در مورد بهترین روش یادگیری دانش‌آموزان، به اندازه‌ی ساختارها و سازماندهی‌های پذیرفته شده به منظور رسیدن به اهداف و آرزوهای جوامع مختلف متنوع است.

واضح است که کشورها با فرهنگ‌های متفاوت، روش‌های آموزشی گوناگونی را در زمان‌های مختلف بنابر عوامل متنوع از قبیل، نوع حکومت و نوع اقتصاد، به وجود آورده‌اند و نمی‌توان گفت که لزوماً، از طریق مطالعات پژوهشی تدوین شده‌اند.

عوامل متعددی موجب ایجاد تفاوت‌هایی در زمینه‌های یادگیری بخش‌های مختلف آموزشی در پایه‌های تحصیلی بوده است. تعلیم و تربیت اجباری که تبدیل شدن معلمان کلاس درس را به متخصصان موضوعی در پی داشت، یا آزادی دانش‌آموزان که می‌توانند مواد درسی مورد علاقه‌ی خود را خود انتخاب کنند، می‌توانند از عوامل تأثیرگذار باشند. به هر حال، چنین تفاوت‌هایی می‌توانند تبدیل به عاملی مشکل‌ساز در منتقل شدن دانش‌آموزان از یک بخش آموزشی مانند دوره‌ی راهنمایی به بخش آموزشی دیگری مانند دوره‌ی متوسطه باشند.

به نظر می‌رسد تفاوت بارزی بین معلم محوری دوره‌ی ابتدایی و تخصص محوری برای دبیران دبیرستان وجود دارد. هر دوی آن‌ها نقاط ضعف و قوتی دارند. لازم است قدم‌هایی برای شناسایی تحولی یکنواخت برداشته شود که پیشرفت تمام دانش‌آموزان را به همان خوبی که به طور انفرادی برای بعضی از دانش‌آموزان اتفاق می‌افتد، تداوم می‌بخشد.

تجارت و صنعت به عنوان جذب کننده‌ی فارغ التحصیلان، متأثر از آموزش متوسطه است. همکاری مؤثر وقتی به دست خواهد آمد که آموزش دهندگان و کارفرمایان، دیدگاه‌های یکدیگر را درباره‌ی ریاضی درک کرده و کاربرد این دیدگاه‌ها را در زمینه‌های مختلف تخصصی خودشان، تصدیق کنند.

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه طرح شده‌اند:

○ چگونه می‌توان نقاط قوت دوره‌های مختلف آموزشی را افزایش و نقاط ضعفشان را کاهش داد تا تداوم در یادگیری ریاضی حفظ شود؟

○ آموزش اجباری و غیراجباری با صنعت و تجارت چگونه در تعامل قرار دارند؟

○ روش‌های کارا که همکاری بین دوره‌های مختلف آموزشی درباره‌ی ریاضی را در پی داشته باشند، چه هستند و چطور می‌توانند به بهترین نحو، توسعه و رشد یابند؟

○ چگونه می‌توانیم پذیرش ریاضیات از طرف همگان را افزایش دهیم؟

● **باورها و رویکردها در ریاضی وآموزش آن**

باورها درباره‌ی ریاضی، بر آن‌چه تدریس می‌شود و بر چگونگی تدریس، تأثیر مستقیم دارد. دانش‌آموزان، معلمان، ریاضی‌دانان، محققان، نویسندگان، والدین و سیاست‌گذاران، همه و همه بر آن‌چه تجربه‌های آموزش ریاضی را می‌سازند، نفوذ دارند و از تجربیات آموزشی موجود تأثیر می‌پذیرند. از این رو، باورهایی را که در کلاس درس ریاضی دریافت می‌کنند، انتقال می‌دهند. برجسته کردن آثار ناشی از هر یک از این اتفاق‌ها، کار آسانی نیست، اما می‌توان حدس زد که هر کدام از آن‌ها، چه پیامد و نتایج تأثیرگذاری می‌تواند بر روند آموزش ریاضی داشته باشد. اما مشاهده‌ی این واقعیت سخت نیست که تمام افراد جامعه به دانش ریاضی به عنوان یک ضرورت آموزشی و حتی فرهنگی می‌نگرند. با این حال، روش تدریس ریاضیات مدرسه‌ای، ظاهراً از ریشه‌های فرهنگی جدا شده است و روش‌های متداول ارزشیابی، به اهمیت ارزیابی رشد تفکر ریاضی دانش‌آموزان، مجال توسعه‌ی کمی داده است. نتیجه‌ی چنین اتفاقی می‌تواند به نارضایتی از ریاضیات مدرسه‌ای از ناحیه‌ی تمام افراد مرتبط با آن، منجر شود.

شاید به نظر معقول بیاید که روش‌های آموزش ریاضی را بر پایه‌ی باورهای افراد پایه‌ریزی کنیم، اما سؤال اینجاست که آیا باور این افراد بر پایه‌ی واقعیت فرهنگی موجود است؟ به عنوان مثال راداک[5] (۱۹۸۴) بحث می‌کند که «... زمانی که نوآوری برای تثبیت در کلاس‌ها و مدارس ناتوان است، ممکن است دانش‌آموزان مدافع فرهنگ موجود بوده و در کلاس درس به عنوان یک نیروی محافظه‌کار نیرومند عمل کنند. شاید ما ویژگی‌های مهم فرآیند نوآوری را نادیده گرفته باشیم. باید به مشکلات پیش روی دانش‌آموزان توجه کنیم.»

با وجود این که باورهای افراد درباره‌ی یاددادن و یادگرفتن ریاضی در بستری از ساختارهای سیاسی و روان‌شناسی آن‌ها شکل می‌گیرد، اما افراد معمولاً آماده‌ی بررسی مجدد و تغییر مداوم در درون فرهنگ خاص خویش هستند.

اگر چه باورها، در هدایت روش‌ها نقش دارند، اما آموزش ریاضی بیش از این‌ها، به مواردی از قبیل تجرید ریاضی،

تصمیمات آگاهانه و نتیجه‌گیری از کلاس درس، مرتبط است.

در کلاس درس، تجربیات واقعی فرد به وسیله‌ی تأثیر گرفتن از رفتار و گفتار دیگران تعدیل می‌شود. کیفیت و کمیت منبع تجربه نیز می‌تواند بر میزان کاربست آن، تأثیر زیادی داشته باشد. مثلاً ممکن است تأثیری که یک دبیر از دوران تحصیلات دانشگاهی‌اش می‌گیرد، بسیار عمیق‌تر از تأثیرپذیری او از دوران تحصیل‌اش در دبیرستان باشد. احتمالاً، معلمان ریاضی مجال و فرصت اندکی برای ایجاد یک تعادل بین باورهای خود، واقعیت‌های فرهنگی و تجربیات غیررسمی خویش دارند. این مطلب، چه اثری بر نقش حرفه‌ای یک معلم دارد؟

سؤالات کلیدی که در این زمینه مطرح شده است به این قرار است:

- تا چه حدی، باورها و تجربیات مربوط به تدریس و یادگیری ریاضی، به‌وسیله‌ی افراد یا جامعه، ثبت و ضبط شده است؟
- چه عاملی، به جدایی باورها و تجربیات معلم، کمک می‌کند؟
- چگونه می‌توانیم از باورهای مختلف، باوری را برای توسعه‌ی یک درک متقابل از ماهیت و نقش ریاضی، بسازیم؟

زیرنویس‌ها

1. Communication

2. Discourse

در سراسر این مقاله، واژه‌ی گفتمان، معادل Communication استفاده شده است که در واقع منظور کلیدی شیوه‌های برقراری ارتباط بین افراد مختلف در یک کلاس درس ریاضی، اعم از ارتباط گفتاری [واژه‌ها و تعاریف] دیداری [نمودارها و شکل‌ها و...]، نمادین [نمادگذاری‌های جبری و...] و غیره است.

3.Commission International pour i'Etude et l'Ameliorational del' Enseignementdes Mathematiques (CIEAEM) (International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching)

۴. کنفرانس معتقد است که، فرهنگ غربی بر آموزش ریاضی جهان، حاکم است. کتاب «ریاضیات از کجا آمده است؟» از این فرهنگ با عنوان Romance یاد می‌کند.

5. Rudduck

منبع اصلی:

[1] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics NCTM-2000.**

سایر منابع و منابع استفاده شده در منبع اصلی:

[2] Borasi, Raffaella. (1992). **Learning through Inquiry.** Portsmouth, N. H. Heinemann.

[3] Cobb, Paul, Terry Wood, and Erna Yackel. (1994). **Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom Practice**. In Contexts for Learning: Sociocultural Dynamics in Children's Development. New York: Oxford University Press.

[4] Confrey, Jere. (1990). **A Review of the Research on Student Conceptions in Mathematics, Science, and Programming**. In Review of Reasearch in Education, vol. 16, edited by Courtney Cazden, pp. 3-56. Washington, D. C.: American Educational Research Association.

[5] Dugdale, Sharon. (1993). **Functions and Graphs: Perspectives on Student Thinking**. Integrating Research on the Graphical Representation of Functions, edited by Thomas Romberg, Elizabeth Fennema, and Thomas Carpenter, pp. 101-29. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.

[6] Hatano, Giyoo, and Kayoko Inagaki. (1991). **Sharing Cognition through Collective Comprehension Activity**. In Perspectives on Socially Shared Cognition, edited by Lauren B. Resnick, John M. Levine, and Stephanie D. Teasley, pp. 331-48. Washington, D. C.: American Psychological Association.

[7] Hughes-Hallett, Deborah, Andrew M. Gleason, Daniel E. (1994). flath, Sheldon P. Gordon, David O. Lomen, David Lovelock, William G. McCallum, Brad G. Osgood, Andrew Pasquale, Jeff Tecosky-Feldman, Joe B. Thrash, Karen R. Thrash, and Thomas W. Tucker, with the assistance of Otto K. Bretscher. **Calculus**. New York: John Willy & Sons.

[8] Kenney, Patricia Ann, and Edward A. Silver, eds. (1997). **Results from Sixth Mathematics Assessment of the national Assessment of educational Progress**. Reston, Va.:National Council of Teachers of Mathematics.

[9] Krutetskii, V. A. (1976). **The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren**. Chicago Press.

[10] Lampert, Magdalene, and Paul Cobb. **Communications and Language**. In A Research Companion to NCTM's Standards, edited by Jeremy Kilpatrick, W. Gary Martin, and Deborah Schifter. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, forthcoming.

[11] Leinhardt, Geae, Orit Zaslavsky, and Maey Kay Steion. (1990). **Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching**. Review of Educational Research 60, no. 1. 1-64.

[12] National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

[13] Rudduck, J. (1984). 'Introducing innovation to pupils', in Hopkins D. & Wideen M. (Eds), **Alternative Perspectives on school Improvement**, Falmer Press.

[14] Schifter, Deborah, Virginia Bastable, and Susan Jo Russell. (1999). **Building a System of Tens Casebook**. Developing Mathematical Ideas: Number and Operations, Part 1. Parsippany, N. J.: Dale Seymour Publications.

[15] Silver, Edward A., and Margaret Schwan Smith, and Barbara Scott Nelson. (1995). **the QUASAR Project: Equity Concerns Meet Mathematics Education Reform in the Middle School**. In New Directions for Equity in Mathematics Education, edited by Walter G. Secada, Elizabeth Fennema, and Lisa Byrd Adajian, pp. 9-56. New York: Cambridge University Press.

[16] Silver, Edward A., Jeremy Kilpatrick, and Beth G. Schlesinger. (1990). **Thinking through Mathematics: Fostering Inquiry and Communication in Mathematics Classrooms**. New York: College Entrance Examination Board.

[17] Smith, John P. III, Andrea A. diSessa, and Jeremy Roschelle. (1993). **Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition**. Journal of the Learning Sciences 3, No. 2. 115-63.

[18] Ahmed, A., H. Williams and individual authors. (2000). **Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM51**. HORWOOD PUBLISHING.

رابطه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره در پنجم ابتدایی

نرگس مرتاضی مهربانی
کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و
معلم ریاضی مدارس ابتدایی تهران

به دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آن گاه نظریه‌ها به عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

رشد آموزش ریاضی

مقدمه

نوشته‌ی حاضر به توضیح و تجزیه و تحلیل چگونگی یادگیری رابطه (فرمول) محاسبه‌ی محیط دایره در پایه‌ی پنجم ابتدایی می‌پردازد. این تجزیه و تحلیل براساس مدل چهار بُعدی کرینر صورت گرفته است (به منبع (۲) مراجعه شود).

[عمل]: سال تحصیلی ۸۳ـ ۸۲، اولین تجربه‌ی تدریس ریاضی در پایه‌ی پنجم ابتدایی را داشتم. از آن‌جا که باور داشتم که یادگیری، زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموزان با موضوع مورد بحث، درگیر شوند، تجربه کنند، سؤال کنند و خلاصه، سازنده‌ی دانش خود باشند، به همین جهت، سعی کردم تا از روش‌هایی در کلاس درس استفاده کنم که فرصت این ساخته شدن‌ها را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد. در دسترس‌ترین منبعی که می‌توانستم از آن استفاده کنم، تجارب یادگیری خودم در دوران دبستان بود. با بازنگری آن‌ها متوجه شدم که این تجارب نمی‌توانند زیاد کارگشا باشند زیرا اکثر آن‌ها از نوع دیگر و با دیدگاهی دیگر بوده‌اند. بنابراین، به دنبال کتاب‌ها، مجلات و استفاده از تجارب همکاران دیگر بودم که بتوانند در فراهم کردن یک محیط غنی یادگیری، کمکم کنند. از طرفی فعالیت موجود در کتاب درسی به گونه‌ای بود که به نظرم نمی‌توانست محیطی را که به دنبال آن بودم، فراهم کند. محیطی که دانش‌آموزان در آن به چالش بیفتند، سؤال کنند، دست‌ورزی کنند، خطا کنند، شک کنند، با یکدیگر بحث و گفتگو کنند؛ یکدیگر را توجیه نمایند، دلیل قانع کننده بیاورند و بالاخره کشف

کنند. هم‌چنین با بررسی دقیق‌تر فعالیت موجود در کتاب درسی متوجه شدم که این فعالیت به انجام تقسیم‌هایی مانند ۳ ÷ ۹/۴ و ۲ ÷ ۶/۳ نیاز دارد در حالی که دانش‌آموزان، تقسیم کسرها را بعد از مبحث محیط دایره یاد می‌گیرند. پس چگونه دانش‌آموزان می‌توانند این فعالیت را انجام دهند؟!

[شبکه‌سازی]: بنابراین، لازم دانستم تا با یکی از معلمان ریاضی مقطع راهنمایی که با او، دیدگاه‌های مشترکی در مورد آموزش و یادگیری داشتم، صحبت کنم. با راهنمایی وی، به یکی از مقاله‌های چاپ‌شده در مجله‌ی رشد آموزش ریاضی مراجعه کردم [به منبع (۱) نگاه کنید]. در این مقاله برای روشن‌تر شدن بحث، مثالی در مورد آموزش رابطه (فرمول) محاسبه‌ی محیط دایره آورده شده بود. به نظرم، فعالیتی مناسب و کاربردی برای کلاس درس بود. سعی کردم تا از ایده‌ی آن در کلاس درس استفاده کنم.

[استقلال]: برای انجام این فعالیت به تقسیم کسرها نیاز بود. بنابراین ابتدا تقسیم کسرها را با دانش‌آموزان یاد گرفتیم و بعد به محاسبه‌ی محیط دایره پرداختیم.

[عمل]: دانش‌آموزان به گروه‌های ۴ یا ۵ نفره تقسیم شدند. به هر گروه، سه دایره‌ی مقوایی به شعاع‌های مختلف دادم. دایره‌ها برای تمام گروه‌ها، مشابه بودند. هم‌چنین، به هر گروه یک برگه شامل چند دایره‌ی رسم شده به شعاع‌های مختلف داده شد. کاموا، قیچی، چسب و خط‌کش نیز در اختیار گروه‌ها قرار گرفت. جدولی مانند جدول شماره (۱) روی تخته رسم کردم و از دانش‌آموزان خواستم تا با ابزارهای مورد نیاز و با روش‌های دلخواه خودشان، جدول را کامل کنند. (جدول شماره (۱))

دایره	شعاع	قطر	محیط

جدول شماره (۱)

دانش‌آموزان درگیر فعالیت شده بودند. گروهی، کاموا را روی دایره‌های رسم‌شده روی کاغذ می‌چسباندند و بعد آن را باز کرده روی خط‌کش می‌گذاشتند. گروهی، کاموا را مستقیماً دور دایره‌های مقوایی پیچانده و طول آن را اندازه می‌گرفتند. بعد از آن‌که تقریباً تمام گروه‌ها این مرحله را تمام کردند، یک ستون برای نسبت به جدول (۱) اضافه کردم و از آن‌ها خواستم تا این ستون را محاسبه کنند. (جدول شماره (۲))

دایره	شعاع	قطر	محیط	$\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$

جدول شماره (۲)

در این مرحله، گروه‌ها با محاسباتی از قبیل ۲/۸ ÷ ۶/۳ مواجه شدند. از آن‌جا که دانش‌آموزان در پایه‌ی پنجم، تقسیم اعشاری را نخوانده‌اند، ناچار بودند تا ابتدا اعداد اعشاری را به کسر تبدیل کرده و تقسیم کسری را انجام دهند. این فرآیند بسیار وقت‌گیر و خسته‌کننده بود. تعدادی از دانش‌آموزان (که درس را پیشاپیش خوانده بودند یا با موضوع از قبل آشنا بودند) تعجب می‌کردند که چرا عددهای ستون آخر، ۳/۱۴ نشده است و از گروه می‌خواستند تا دوباره اندازه‌گیری و محاسبه کنند. در حین عمل، تعدادی از دانش‌آموزان فرمول‌هایی برای محاسبه‌ی محیط دایره ارایه می‌دادند اما دلیلی برای نشان دادن درستی آن‌ها نداشتند. به هر حال، پس از پایان فعالیت و در بحث کلاسی، در مورد خطاهای انجام شده گفتگو شد و پس از بحثی طولانی در مورد چگونگی پخش کردن این خطاها و استفاده از میانگین برای جواب‌های ستون آخر، توافق شد. فعالیت در جلسه‌ی بعد ادامه یافت و با هدایت معلم، دانش‌آموزان به رابطه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره رسیدند.

[بازتاب و شبکه‌سازی]: در جلسه‌ی اول اجرای فعالیت، یکی از همکاران ریاضی به‌عنوان مشاهده‌گر در کلاس درس حاضر بود که به عنوان یک دوست منتقد، از وقایع کلاس درس،

گزارشی جامع و موشکافانه تهیه کرد. از یادداشت‌های او متوجه شدم که فعالیت اجرا شده از پتانسیل مناسبی برای ایجاد انگیزه و درگیر کردن دانش‌آموزان برخوردار است. سازمان‌دهی کلاس درس، کار در گروه‌های کوچک، چگونگی بحث کلاسی، جمع‌بندی، نوع تعامل دانش‌آموزان با یکدیگر و عکس‌العمل معلم در مورد سؤال‌های دانش‌آموزان و هدایت آن‌ها، تقریباً مناسب بوده است. اما نکاتی در شیوه‌ی اجرا وجود داشت که نیاز به بازنگری داشتند. این نکات از بازنگری بر تدریس توسط خودم و نیز مشاهده‌ی انجام شده توسط دوست منتقدم مشخص شدند:

۱) دانش‌آموزان بیش‌تر درگیر محاسبه شده بودند تا درگیر مفهوم محیط دایره و رابطه‌ی محاسبه‌ی آن؛

۲) اکثر دانش‌آموزان به سختی قانع شدند که از میانگین استفاده کنند. لزومی در این کار نمی‌دیدند؛

۳) تعداد دایره‌ها به قدری نبود که دانش‌آموزان قادر باشند تا آن‌چه را که مشاهده می‌کنند، تعمیم دهند. به همین دلیل، نسبت به دانش ساخته شده، احساس تعلق نداشتند.

۴) دانش‌آموزان زمان زیادی صرف رسم جدول شماره (۱) کردند.

با توجه به نکات بالا، تصمیم گرفتم تا برای سال آینده، در روش اجرای فعالیت، تغییراتی انجام دهم.

[استقلال]: برای سال تحصیلی ۸۴ـ۸۳، همان فعالیت را اجرا کردم با این تفاوت که برگه‌ی فعالیت (۱) و ماشین‌حساب نیز در اختیار گروه‌ها قرار گرفت. دو ماشین‌حساب برای تمام کلاس کافی بود. گروه‌ها به نوبت از آن استفاده می‌کردند. سه دایره با شعاع متفاوت، در اختیار هر گروه قرار گرفت. اندازه‌های این دایره‌ها برای هر گروه، متفاوت بود. از آن‌جا که کلاس شامل ۶ گروه بود، در بحث همگانی با محیط و قطر حداقل هیجده دایره‌ی متفاوت سر و کار داشتیم و این می‌توانست قدرت تعمیم دانش‌آموزان را افزایش دهد. (برگه‌ی فعالیت شماره (۱))

[عمل]: گروه‌ها از روش‌های مختلف استفاده کرده و جدول را کامل کردند. در قسمت نتیجه‌گیری، اکثر گروه‌ها با تردید، حدس زده بودند که عدد حاصل از تقسیم محیط دایره بر قطر

به نام خدا

نام گروه:	تاریخ:	کلاس:
نام اعضای گروه:	ساعت شروع:	نام مدرسه:

● از وسایل مناسب استفاده کرده و جدول زیر را کامل کنید. [استفاده از ماشین‌حساب مجاز است].

شماره‌ی دایره	شعاع (cm)	قطر (cm)	محیط (cm)	محیط تقسیم بر قطر

● مراحل انجام فعالیت را توضیح دهید.

● از انجام این فعالیت، به چه نتیجه یا نتایجی رسیدید؟ توضیح دهید.

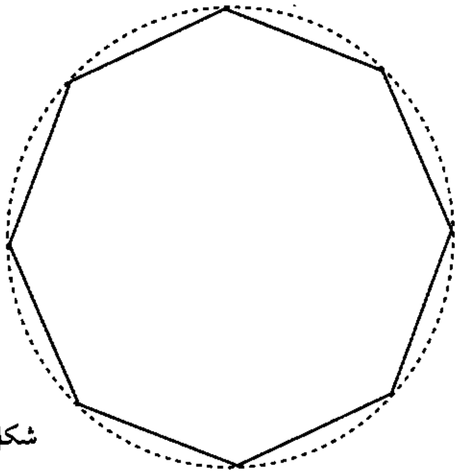
برگه‌ی فعالیت شماره (۱)

آن، عدد صحیح ۳ را دارد. در بحث کلاسی زمانی که گروه‌ها، داده‌های خود را می‌گفتند و معلم روی تخته می‌نوشت، برای گروه‌های دیگر جالب بود که عدد حاصل از تقسیم محیط بر قطر برای تمامی گروه‌ها عدد صحیح ۳ را دارد. بنابراین در انتهای بحث کلاسی، اکثر دانش‌آموزان با هیجان و اطمینان بیش‌تری به این مورد اشاره می‌کردند و بیان می‌داشتند که تفاوت در قسمت اعشاری، باید حاصل از خطاهای اندازه‌گیری باشد. (بحث روی انواع خطاها، انجام شد). عدد پی توسط معلم معرفی شد. رابطه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره با استفاده از رابطه‌ی ضرب و تقسیم توسط دانش‌آموزان نتیجه‌گیری شد. در مورد سرگذشت تاریخی عدد پی، برای دانش‌آموزان کتاب خواندم.

[بازتاب]: به نظر می‌رسید که دانش‌آموزان به خوبی با فعالیت ارتباط برقرار کرده بودند و ابهام کمتری برای آن‌ها به‌وجود آمده بود. با دیدن مثال‌های بیش‌تر، موضوع را راحت‌تر تعمیم دادند. نسبت به آن حس تعلق بیش‌تری داشتند و راضی‌تر بودند. با آن‌که سرگذشت تاریخی عدد پی برای دانش‌آموزان جالب بود اما انگیزه‌ی لازم برای پیگیری مطلب را در آن‌ها ایجاد نکرد. تقریباً هیچ‌یک از دانش‌آموزان در مورد عدد پی برای بُرد کلاس درس مطلبی تهیه نکرد.

[شبکه‌سازی]: در یکی از نشست‌های هفتگی با معلمان ریاضی مدرسه، روش یادگیری رابطه‌ی محاسبه‌ی محیط دایره اجرا شد. معلمان به عنوان یادگیرنده درگیر فعالیت شدند و نظرات خود را برای جرح و تعدیل روش بیان داشتند.

[عمل]: در سال تحصیلی ۸۵ـ۸۴ نیز از همان روش با کمی جرح و تعدیل ـ با توجه به بازخوردهای گرفته شده از معلمان و دانش‌آموزان ـ استفاده شد. طی کار در گروه‌های کوچک، روش‌های متنوع‌تری ارایه شد. یکی از گروه‌ها، ایده‌ی استفاده از چندضلعی‌ها را برای اندازه‌گیری محیط دایره ارایه داد و بیان می‌داشتند که با افزایش تعداد ضلع‌ها به محیط دایره نزدیک خواهیم شد. به هر حال به عنوان یک ایده، قابل قبول بود (شکل (۱)).



شکل (۱)

هم‌چنین، در پایان بحث، از دانش‌آموزان پرسیدم به نظرتان عدد پی چه سرگذشتی دارد؟ کدام دانشمند ایرانی در مورد آن کار کرده است؟ عدد پی چه کاربردهایی دارد؟

تعداد زیادی از دانش‌آموزان مطالب مختلفی از منابع متنوع جمع‌آوری کردند. به نظر می‌رسید با توجه به کاربردهای عدد π و محاسبه‌ی محیط دایره، نسبت به آن قدردان‌تر بودند و یادگیری آن را مفید می‌دانستند.

[بازتاب]: به نظر می‌رسد با توجه به مطرح شدن بحث چندضلعی‌های محاطی و محیطی و اندازه‌گیری محیط دایره، تهیه و استفاده از ابزاری که بتواند به یادگیری بهتر دانش‌آموزان کمک کند، برای سال بعد ضروری باشد.

جمع‌بندی

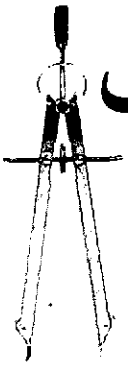
این که تدریس، یک فعالیت مشارکتی است که مشارکت دانش‌آموزان، معلم و همکاران را می‌طلبد؛ این‌که معلم دائماً در حال «شدن» است؛ تدریس، پیچیده، ناپایدار و منحصر به فرد است؛ رشد معلمان، عمیقاً ریشه در تمایل آن‌ها به تغییر در چگونگی تدریس و آن‌چه که تدریس می‌کنند، دارد و... در عمل برایم معنای عمیق‌تری پیدا کردند.

منابع

۱. بهین آیین، نورالدین. (۱۳۸۲). ماهیت ریاضی، چگونگی آموزش و نقش آن در فرآیندهای تفکر. رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۷۱. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

۲. مرتاضی مهربانی، نرگس؛ گویا، زهرا. (۱۳۸۱). آموزش معلمان ریاضی، یک حوزه‌ی تحقیقی. رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۶۹. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

ریاضیات اصل موضوعی؛ قالبی نامناسب، اما موضوعی مناسب برای آموزش



لیلا قدکساز خسروشاهی
دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی
و معلم ریاضی شهرری

چکیده

بخش اول این مقاله، به توضیح در مورد رویکرد اصل موضوعی در آموزش ریاضی و ارائه‌ی تاریخچه‌ی کوتاهی از آن می‌پردازد. بخش دوم به بیان دلایلی برای نامناسب بودن رویکرد اصل موضوعی در آموزش ریاضی خواهد پرداخت و بخش سوم، که تأکید اصلی مقاله بر آن است، پس از توضیحاتی در مورد تفکر نقادانه و لزوم آموزش آن، به رابطه‌ی بین فهم ساختارهای اصل موضوعی و توسعه‌ی توانایی تفکر نقادانه می‌پردازد و فهم ساختارهای اصل موضوعی را موضوع مناسبی برای آموزش عمومی می‌داند.[1]

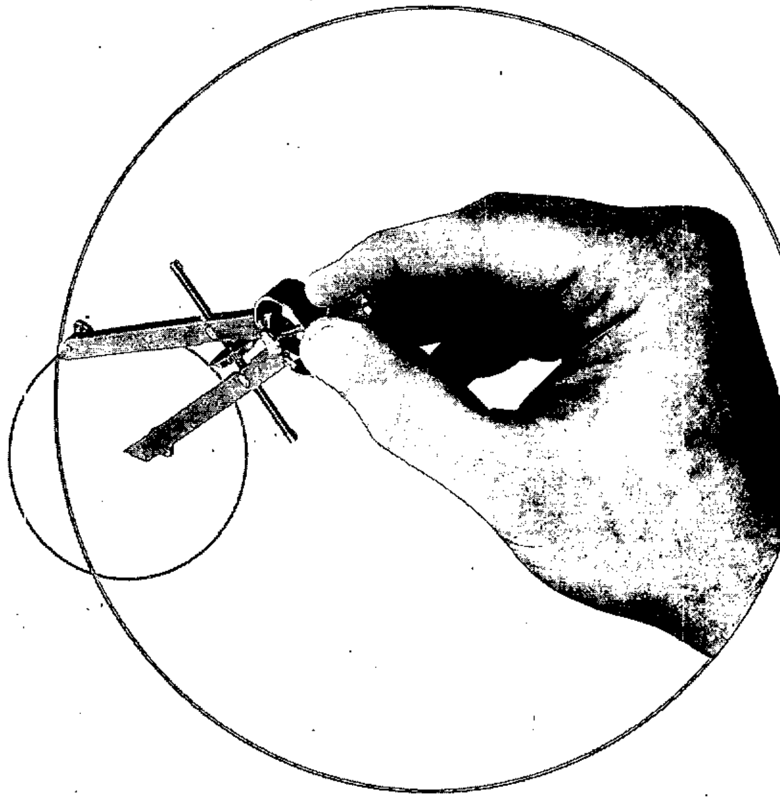
رویکرد اصل موضوعی به آموزش ریاضیات

در هر دستگاه اصل موضوعی، پس از پذیرفتن درستی چند گزاره به نام اصول موضوع، که نیاز به اثبات ندارند، قضایای دیگر به وسیله‌ی استدلال استنتاجی از آن اصول نتیجه می‌شوند. اصول موضوع باید سازگار باشند، یعنی استنتاج روی آن‌ها به تناقض منجر نشود. هم‌چنین برای این که تعداد آن‌ها خیلی زیاد نشود، باید مستقل از هم باشند، یعنی نتوان یکی را از بقیه استنتاج کرد.

«روش اصل موضوعی در ریاضیات، دست کم از زمان اقلیدس سابقه دارد. البته به هیچ‌وجه نمی‌توان گفت که ریاضیات یونانی منحصراً در همان قالب اصل موضوعی انعطاف‌ناپذیر کتاب «اصول» پدید آمده یا عرضه شده است، ولی تأثیر این رساله در نسل‌های بعدی آن‌چنان عظیم بوده که «اصول»، به صورت الگوی اثبات دقیق در ریاضیات درآمده است. گاهی حتی فیلسوفان، مثلاً اسپینوزا در **اخلاق به صورت اثبات هندسی**[2]، کوشیده‌اند استدلال‌ها را به شکل قضایای حاصل از تعریف‌ها و اصول موضوع عرضه کنند» (کورانت و رابینز، ۱۹۹۵، صفحه‌ی ۲۲۸).

با این حال، کورانت و رابینز (۱۹۹۵) بیان می‌کنند که این بیان دقیق اصل موضوعی، در قرن‌های هفدهم و هیجدهم از یادها رفت و جای خود را به شهود و استدلال‌های قانع‌کننده ولی آمیخته با مفاهیم مبهم داد. هرچند که قرن نوزدهم، عصر بازگشت به آرمان کلاسیک دقت و برهان دقیق بود و از این لحاظ حتی از الگوی علم یونانی پیشی گرفت.

در ریاضیات مدرسه‌ای، به گفته‌ی هنا (۱۹۸۳) حرکتی با



با تدریس اصل موضوعی ریاضیات، دانش‌آموزان نقشی در تولید ریاضی نخواهند داشت و آن را به طور واقعی تجربه نمی‌کنند. در واقع، رویکرد اصل موضوعی در تدریس ریاضی، توانایی دانش‌آموزان را برای تولید ریاضی، دستِ‌کم می‌گیرد که این موضوع، می‌تواند از لحاظ روانی، مخرب باشد

عنوان ریاضیات جدید در اوایل دهه‌ی ۱۹۵۰ آغاز شد و بین سال‌های ۱۹۵۵ و ۱۹۵۶ این حرکت به اوج خود رسید. این حرکت، علاوه بر قرار دادن حوزه‌های بسیار مجرد از ریاضیات مدرن در ریاضیات مدرسه‌ای، تأکید بسیاری بر ریاضیات به‌عنوان یک ساختار اصل موضوعی داشت و بر منطق و اثبات، تأکید ویژه‌ای می‌کرد. نمونه‌ای از چنین رویکردی به تدریس مثلثات، در پیوست الف خواهد آمد.

به گفته‌ی کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶)، هرچند که ریاضی‌دانان دانشگاهی نقش مهمی را در توسعه‌ی ریاضیات جدید در مدارس داشتند، اما به طور جهانی از آن برنامه حمایت نمی‌کردند؛ تا جایی که در اوایل دهه‌ی ۱۹۶۰، بسیاری از ریاضی‌دانانِ بانفوذ، اعلام کردند که از تغییرات جدید در ریاضی مدرسه‌ای، حمایت نمی‌کنند. به گفته‌ی آن‌ها، وقتی در دهه‌ی ۱۹۷۰، ریاضیات جدید در امریکا زیر سؤال رفت و عملاً از برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای حذف شد، بسیاری از کشورها تازه به آن روی آوردند، با این عقیده که ریاضیات مدرسه‌ای آن‌ها باید با پیشرفت‌های معاصر در سایرِ نقاط دنیا برابری کند.

در ایران نیز چنین تحولاتی را در عرصه‌ی ریاضیات مدرسه‌ای می‌توان با بررسی کتاب‌های مدرسه‌ای مشاهده کرد. در کتاب‌های ریاضی نظام قبلی آموزش متوسطه‌ی عمومی ایران نیز، تحت تأثیر حرکت ریاضیات جدید، غالباً از رویکرد اصل موضوعی برای ارائه‌ی مباحث ریاضی استفاده شد. اما با تغییر رویکرد به برنامه‌ی ریاضی مدرسه‌ای، در کتاب‌های ریاضی نظام جدید، استفاده از شهود و تجربه برای ورود به موضوعات درسی ریاضی یکی از هدف‌های اصلی بوده است. برای بررسی بهتر دلایل این تغییر رویکرد، در بخش بعدی به نقدهای وارد بر رویکرد اصل موضوعی در آموزش ریاضیات می‌پردازیم.

ریاضیاتِ اصل موضوعی، رویکردی نامناسب به آموزش ریاضیات

در حالی که بسیاری از معلمان و آموزشگران سنتی، روش اصل موضوعی آموزش ریاضی را بهترین می‌دانند، دویلیرز[3] (۱۹۸۶) اذعان می‌دارد که ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی بسیاری مانند فرودنتال[4]، هرش[5]، هیومن[6]، کلاین[7]، فیشباین[8]، لاکاتوش[9]، فن‌هیله[10] و دیگران، نقدهای فلسفی و پداگوژیکی متعددی را بر این نوع تدریس ریاضی وارد می‌کنند. در این جا به طور خلاصه به برخی از نقدهایی که توسط این افراد بر این رویکردِ آموزشی وارد شده است، پرداخته می‌شود.

برخورد اصل موضوعی با ریاضیات، چهره‌ی نادرستی را از آن به دانش‌آموزان نشان می‌دهد و بازتاب ماهیتِ واقعی یک

تولید ریاضی نیست. به گفته دویلیرز (۱۹۸۶)، نگاهی به تاریخ ریاضی نشان می‌دهد که دانش جدید در ریاضی، معمولاً با اصول موضوعِ از قبل تعیین شده و استخراج قضایای جدید، تولید نمی‌شود و چنین روندی، بیش‌تر از آن‌که یک قاعده باشد، یک استثناء است. به عقیده‌ی وی، از نقطه‌نظر تاریخی، اصول موضوع، اغلب چیزهای از پیش تعیین شده در یک تولید ریاضی نیستند، بلکه تولیدات ریاضی اغلب با استفاده از حدس زدن، نظریه‌پردازی، تجزیه و تحلیل، تجرید، تعمیم و غیره صورت می‌پذیرند.

اصول موضوع معمولاً پس از یک تولید ریاضی و برای فرمول‌بندی آن، حذف کردن بحث‌های اضافی، دقیق کردن اثبات‌ها و ارائه‌ی این تولید به جامعه‌ی ریاضی‌دانان به‌وجود می‌آیند. دویلیرز (۱۹۸۶) به نقل از فیشباین بیان می‌کند که یک ریاضی‌دان حرفه‌ای، با خواندن یک ارائه‌ی اصل موضوعی از یک مبحث ریاضی، می‌تواند با شهود خود، تفکر نویسنده را بازسازی کند و نمادها و اصول و مفاهیم اولیه را برای خویش، تصور و توجیه کند؛ اما چنین کاری از یک دانش‌آموز متوسط برنمی‌آید.

علاوه بر این، با تدریس اصل موضوعی ریاضیات، دانش‌آموزان نقشی در تولید ریاضی نخواهند داشت و آن را به طور واقعی تجربه نمی‌کنند. در واقع، رویکرد اصل موضوعی در تدریس ریاضی، توانایی دانش‌آموزان را برای تولید ریاضی، دست‌کم می‌گیرد که این موضوع، می‌تواند از لحاظ روانی، مخرب باشد. دویلیرز (۱۹۸۶) به نقل از موریس کلاین (۱۹۷۷) می‌نویسد:

«ارائه‌ی استنتاجی ریاضی از نظر روانی، مخرب است زیرا سبب می‌شود دانش‌آموزان باور کنند که ریاضیات توسط نخبگانی به‌وجود آمده است که با اصول موضوع شروع می‌کنند و با استدلال مستقیم و بدون اشتباه، به قضایا می‌رسند. با مشاهده‌ی چنین ذهن‌های دسترسی‌ناپذیر، دانش‌آموز احساس ناتوانی می‌کند و به‌خصوص وقتی که استاد طوری درس را ارائه می‌دهد که انگار در عمل بسیار نخبه است، دانش‌آموز نسبت به توانایی‌های خود، دچار ناامیدی می‌شود».

علاوه بر این‌ها، با رویکرد اصل موضوعی به تدریس ریاضی، ممکن است که دانش‌آموزان، لزوم وجود اصول را احساس نکنند و آن‌ها را موضوعاتی بدیهی و روشن بدانند. هم‌چنین، در یک دستگاه اصل موضوعی، دانش‌آموزان الزاماً تفاوت بین اصول و قضیه‌های اولیه‌ای را که به نظرشان بدیهی هستند نمی‌دانند. بنابراین، آن‌ها نمی‌دانند که چرا باید گزاره‌هایی بدیهی به‌عنوان اصول را بپذیرند و درحالی که قضیه‌های اولیه هم برای آن‌ها به همان اندازه بدیهی به‌نظر می‌رسند، اما باید اثبات شوند.

از طرفی، در دستگاه‌های اصل موضوعی، معمولاً برای رسیدن به قضایای جالب که به اندازه‌ی لازم غیربدیهی بوده و نیاز به اثبات آن‌ها توسط دانش‌آموزان احساس می‌شود، معمولاً راهی طولانی وجود دارد که پیمودن آن برای دانش‌آموزان، خسته‌کننده خواهد بود.

یکی دیگر از نقدهای آموزشی که بر این رویکرد وارد شده، این است که چون دانش‌آموزان نقشی در انتخاب اصول موضوع و تعاریف اولیه نداشته و آن را موضوعی تمام شده می‌بینند، ریاضیات را موضوعی خشن و انعطاف‌ناپذیر می‌یابند که خلاقیت در آن نقشی ندارد و باید آن را به محفوظات خود اضافه کنند. در واقع، این روش ممکن است به یادگیری طوطی‌وار و حفظ کردن اصل‌ها، تعریف‌ها، قضیه‌ها، گزاره‌ها و اثبات‌های آن‌ها، بدون درک و فهم کافی بیانجامد.

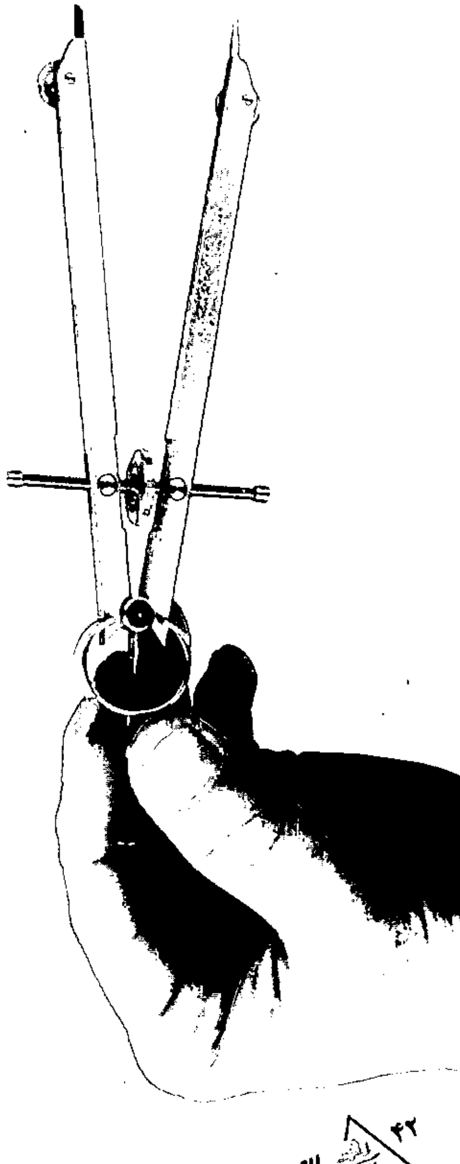
با وجودی که ممکن است نقدهای مذکور، برای کنار نهادن رویکرد اصل موضوعی در آموزش ریاضی کافی به نظر برسند، اما این دستگاه‌ها به عنوان یک دست‌آورد تفکر بشری، به منظور نظام‌مند کردن تفکر، کارآمد می‌باشند. به همین دلیل، به نظر می‌رسد که رویکرد اصل موضوعی، نه به عنوان روشی برای ارائه‌ی ریاضیات، بلکه به عنوان موضوعی برای آموزش روش تفکر نظام‌مند، مفید و حتی ضروری هستند.

ریاضیات اصل موضوعی: موضوعی مناسب برای آموزش

«به جای این‌که به دانش‌آموزانمان بیاموزیم به چه چیزی فکر کنند، باید به آن‌ها یاد بدهیم چگونه فکر کنند».

شافرسمن (۱۹۹۱) پس از نقل این جمله از کلیمنت و لوچهلد (۱۹۸۰)، برای هر آموزشی، دو وجه متفاوت **موضوع تفکر** و **روش تفکر** را قایل است. وی با اطلاق عنوان **تفکر نقادانه** به وجه روش تفکر، اعتقاد دارد به چه چیز فکر کردن، که همان موضوع تفکر است، به عنوان اولین هدف آموزش تصور شده و آن‌قدر به صورت کلیشه‌ای در ذهن‌ها جا افتاده که معلمان و

تفکر نقادانه فرد را قادر می‌سازد تا شهروندی مسؤولیت‌پذیر و پاسخگو باشد که در اجتماع، به طور مؤثر حضور دارد و یک مصرف‌کننده‌ی صِرف نیست



یادگیرندگان، بیش‌تر تلاش و انرژی خود را صرف آن می‌کنند. در حالی که در دنیای امروز که حجم اطلاعات با سرعت زیادی در حال افزایش است، چنین آموزشی، یعنی دادن اطلاعات تازه و طبقه‌بندی شده در جهانی که در آینده، آن اطلاعات به سرعت جایگزین خواهند شد، خطا است. درنتیجه، توصیه‌ی اکید شافرسمن (۱۹۹۱)، تأکید بر آموزش روش تفکر یا تفکر نقادانه در آموزش مدرسه‌ای است.

در همین راستا، جونز (۲۰۰۱) اظهار می‌دارد که تفکر نقادانه، تلاش برای درست قضاوت کردن با استفاده از شواهد موجود است و به اعتقاد وی، بسیاری از افراد، باورهایشان همان چیزهایی است که همه قبول دارند، در حالی که یک متفکر نقاد، تفکر خاص خود را دارد و حتی اگر قضاوت‌هایش بین بقیه رایج نباشد، خطرپذیری دارد و می‌تواند از عقیده‌ی خود دفاع کند. به عقیده‌ی شافرسمن (۱۹۹۱)، تفکر نقادانه فرد را قادر می‌سازد تا شهروندی مسؤولیت‌پذیر و پاسخگو باشد که در اجتماع، به طور مؤثر حضور دارد و یک مصرف‌کننده‌ی صرف نیست. به عنوان مثال، وی بیان می‌کند که یک متفکر نقاد، به خوبی میان دو نامزد انتخاباتی سیاسی قضاوت می‌کند، می‌تواند در هیأت منصفه‌ی یک دادگاه جنایی حضور داشته باشد، نیاز اجتماعی را برای استفاده از نیروی دستگاه‌های اتمی ارزیابی کند یا به بررسی پی‌آمدهای افزایش دمای زمین بپردازد.

به گفته‌ی شافرسمن (۱۹۹۱)، همه‌ی نظام‌های آموزشی، مشکلاتی را در رابطه با ایجاد مهارت‌های تفکر نقادانه در دانش‌آموزان گزارش کرده‌اند. این در حالی است که تجربه‌ی واقعی نگارنده، مؤید این امر است که نشان دادن ضعف‌های جدی شهروندان در استفاده از مهارت‌های تفکر نقادانه، نیازمند کار تحقیقی وسیعی نیست، زیرا شواهد موجود برای آن در دنیای اطرافمان، به سادگی قابل مشاهده‌اند. به طور نمونه، با نگاهی به اطراف، کسانی را می‌بینیم که ادعا می‌کنند بدون این که استدلال نمایند یا شواهد کافی برای ادعای خود ارائه دهند؛ استدلال می‌کنند بدون این که از روش‌های معتبری استفاده کنند و بسیاری اوقات، دچار دور باطل می‌شوند؛ از واژه‌های مشترک برای بیان مفاهیم متفاوت استفاده می‌کنند و به همین دلیل، حرف همدیگر را نمی‌فهمند و گاهی برداشت‌های نادرستی از حرف‌های یکدیگر دارند؛ مردمی را می‌بینیم که پیرو قدرت غالب هستند، سؤال نمی‌کنند، کنجکاو نیستند؛ برای خود فکر نمی‌کنند اما به دیگران تکیه می‌کنند تا برایشان فکر کنند؛ و بالاخره، به آسانی تحت تأثیر تبلیغات قرار می‌گیرند و در مسایل اجتماعی، سیاسی، دینی و فرهنگی، خیلی راحت و بدون دلیل، طرفدار جریان خاصی می‌شوند.

این در حالی است که شافرسمن (۱۹۹۱)، ادافر و ثورنکویست (۱۹۹۳)، جونز (۲۰۰۱)، دوبونو (۱۹۹۲) و شیروانی (۱۳۸۳)، تفکر نقادانه را قابل یادگیری و قابل توسعه می‌دانند. شافرسمن (۱۹۹۱) و دوبونو (۱۹۹۲) بیان می‌کنند که اکنون در سراسر دنیا، صدها برنامه برای آموزش تفکر نقادانه وجود دارد.

با پذیرفتن این موضوع که تفکر نقادانه قابل آموزش است، به رابطه‌ی بین فهم ساختارهای اصل موضوعی و توسعه‌ی توانایی تفکر نقادانه می‌پردازیم.

رابطه‌ی بین فهم ساختارهای اصل موضوعی و توسعه‌ی توانایی تفکر نقادانه

هنا (۱۹۸۳) هر ساختار اصل موضوعی را متشکل از چهار مؤلفه می‌داند: مجموعه‌ای از مفاهیم اولیه یا تعریف نشده، مجموعه‌ای از قواعد شکل‌گیری، مجموعه‌ای از اصول، و مجموعه‌ای از قواعد استنتاج. با کنار نهادن مؤلفه‌ی دوم (به‌دلیل غیر کاربردی بودن در زمینه‌های غیر ریاضی) و اضافه کردن مجموعه‌ای از تعاریف به این مؤلفه‌ها، به تشریح نقش این مؤلفه‌ها در تقویت تفکر منطقی می‌پردازیم.

الف) تعریف‌ها و مفاهیم تعریف‌نشده یا اولیه

به گفته‌ی جونز (۲۰۰۱)، یک تعریف، بیانی از معنی یا معانی یک کلمه است که محدوده‌ی کاربرد آن کلمه را به‌طور دقیق، مشخص می‌کند.

تعریف، یکی از مؤلفه‌های اصلی تفکر علمی، منطقی و نقادانه است و لزوم وجود آن در تمامی علوم، از جمله علوم ریاضی، علوم تجربی و علوم انسانی احساس می‌شود. به نظر نویسنده، یکی از ضعف‌هایی که در توانایی تفکر نقادانه‌ی افراد جامعه دیده می‌شود، مربوط به عدم دقت در تعاریف واژه‌هاست که می‌توان آن را از دو جنبه بررسی کرد:

● از یک متفکر نقاد، انتظار می‌رود نسبت به تعاریف دقیق واژه‌ها حساس باشد. مثالی که شیروانی (۱۳۸۳) بیان می‌کند، گویای این مسأله است؛ فرض کنید یک مقام مسؤول کشوری در یک سخنرانی عمومی می‌گوید: «ما در کشورهای دیگر مداخله‌ی نظامی نمی‌کنیم، ولی در شرایط خاص، جنگ محدود را می‌پذیریم». به نظر بسیاری از شنوندگان، این سخنان بدون اشکال خواهد بود. اما یک متفکر نقاد، برای فهم این جمله به تعریف دقیق‌تری از شرایط خاص و جنگ محدود نیاز دارد و به سادگی، تحت تأثیر الفاظ به‌کار رفته و نحوه‌ی بیان آن قرار نمی‌گیرد.

● از دیگر مواردی که باید در تعاریف رعایت شود، اجتناب از تعریف دوری[11] به‌معنایی است که مفهوم الف را توسط ب و مفهوم ب را توسط الف تعریف کنیم. مثلاً بگوییم شجاعت یعنی دلیری و دلیری یعنی شجاعت. برای رفع این مشکل، به مفاهیم اولیه یا تعریف نشده نیاز خواهیم داشت تا بتوانیم بقیه‌ی مفاهیم را با استفاده از آن‌ها تعریف کنیم. بنابراین، یک متفکر نقاد، علاوه بر این‌که نسبت به تعریف واژه‌ها و مفاهیم حساس است، لزوم وجود مفاهیم اولیه و تعریف‌نشده را نیز درک می‌کند.

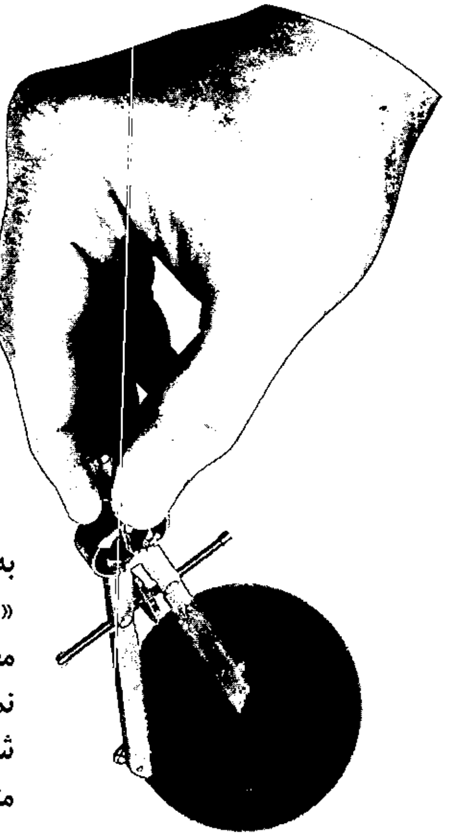
بنابه اظهار لین[12] در مطالعه‌ای که فاوست[13] (۱۹۳۸) روی یک روش جدید تدریس هندسه در دبیرستان انجام داد، موفق شد مهارت‌های تفکر نقادانه و توانایی تجزیه و تحلیل دانش‌آموزان را حتی در زمینه‌های غیر ریاضی ارتقا دهد. یکی از کارهایی که وی انجام داد، حساس کردن دانش‌آموزان نسبت به تعریف‌های دقیق، با شروع از زمینه‌های غیر ریاضی بود. به طور مثال، فاوست دانش‌آموزان را درگیر فعالیت‌های گروهی کرد و از آن‌ها خواست تا واژه‌هایی مثل مدرسه، نتیجه‌ی عالی و رستوران را که در زندگی روزمره از آن‌ها استفاده می‌کنند، تعریف کنند تا به این ترتیب، با مفهوم تعریف، ملزومات و کارکردهای آن آشنا شوند.

ب) اصول موضوع

هنا (۱۹۸۳) یکی از چهار مؤلفه‌ی هر ساختار اصل موضوعی را مجموعه‌ای از اصول می‌داند و ابراز می‌دارد که این مؤلفه، مهم‌ترین آن‌هاست. برخی دستگاه‌های اصل موضوعی ممکن است فاقد یک یا چند تا از این مؤلفه‌ها باشند، ولی هیچ ساختار اصل موضوعی بدون وجود اصول، معنی‌دار نیست. هم‌چنین، یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های تفکر نقادانه، توانایی استدلال استنتاجی است که به آن پرداخته خواهد شد. اما استنتاج روی «هیچ چیز» انجام نمی‌شود. برای استنتاج حکم A_1 از حکم A_2، لازم است که حکم A_2 قبلاً به اثبات رسیده باشد. پس باید A_3ای وجود داشته باشد که A_2 از آن نتیجه شده باشد و.... به این ترتیب با زنجیری از گزاره‌ها مثل $\ldots A_{i+1} \to A_i \to \ldots \to A_3 \to A_2 \to A_1$ سروکار داریم که در آن، A_i از A_{i+1} استنتاج شده است. اما این زنجیر تا کجا ادامه دارد؟ نامتناهی بودن این زنجیر به این معناست که نمی‌توان درستی هیچ گزاره‌ای را ثابت کرد. بنابراین، A_i ها باید جایی تمام شوند. متناهی بودن A_i ها به دو شکل مختلف امکان‌پذیر است. یکی این‌که در این دنباله، یکی از گزاره‌ها مثل A_2، تکرار شوند که در این حالت، یک دور باطل در استدلال وجود دارد. یعنی برای اثبات درستی A_2 از درستی A_2 استفاده شده است:

$$A_2 \to A_4 \to A_3 \to A_2 \to A_1$$

حالت دیگر این است که این زنجیر به A_n ای منتهی شود که درستی آن را بدون اثبات پذیرفته‌ایم. چنین گزاره‌ای، اصل نام دارد و همان‌طور که دیدیم، اثبات، بدون وجود اصول، امکان‌پذیر نیست. هر دستگاه ریاضی، اصول موضوع خاص خود را دارد. اصولی که با تغییر آن‌ها، احتمالاً ماهیت دستگاه ریاضی تغییر خواهد کرد و قضیه‌های تولید شده در آن، با قبل متفاوت خواهد بود.



به گفته‌ی دوبونو (۱۹۹۲)، «شخصی که از پنجره‌ای با شیشه‌ی معمولی به بیرون نگاه می‌کند، نمی‌تواند شخصی را که از درون شیشه‌ای صورتی به بیرون می‌نگرد متقاعد کند که جهان صورتی نیست»

در زیر، به دو جنبه از اصول موضوع که به اعتقاد نویسنده، برای توسعه‌ی توانایی تفکر نقادانه لازم است به آن‌ها توجه کرد، اشاره می‌شود.

● یک متفکر نقاد باید به لزوم وجود اصول آگاه باشد و بداند که استدلال، در خلأ انجام نمی‌شود و در پس هر استدلالی، اصولی نهفته است؛ هرچند که ممکن است در آن استدلال، مستقیماً از آن اصول استفاده نشود. از آن‌جایی که زبان و تفکر بشر، پیچیدگی‌های فراوان خاص خود را دارد و منطقی که بر آن حکم‌فرماست، بسیار پیچیده‌تر از منطق مرتبه اول کلاسیک است، شاید بتوان با شروع از دستگاه‌های ریاضی، به عنوان مدل ساده شده‌ای از تفکر بشری، لزوم وجود این اصول را بهتر درک کرد. در این زمینه، در پیوست ب، به یک تجربه‌ی کلاسی در درس هندسه‌ی اقلیدسی برای پرداختن به این موضوع اشاره می‌شود.

● از یک متفکر نقاد انتظار می‌رود که نتایج حاصل از تغییر اصول را درک کند و بداند که ممکن است دو شخص متفاوت، حتی با روش‌های استدلالی مشابه، به این دلیل که اصول متفاوتی را پذیرفته‌اند یا به عبارت دیگر، چارچوب‌های ذهنی متفاوت دارند، به نتایج متفاوت و متضاد برسند. آگاهی از منشأ این تفاوت، به شخص، در قضاوت‌هایش کمک می‌کند.

به گفته‌ی دوبونو (۱۹۹۲)، «شخصی که از پنجره‌ای با شیشه‌ی معمولی به بیرون نگاه می‌کند، نمی‌تواند شخصی را که از درون شیشه‌ای صورتی به بیرون می‌نگرد متقاعد کند که جهان صورتی نیست»، و به اعتقاد وی، چنین افرادی، یکدیگر را دیوانه می‌پندارند. در واقع، دوبونو (۱۹۹۲) منشأ بسیاری از سوء تفاهم‌ها را تفاوتِ باورها، تفاوت چارچوب فکری افراد یا متفاوت بودن اصول پذیرفته شده توسط آن‌ها می‌داند و بیان می‌کند که اگر شخصی که از پنجره‌ای با شیشه‌ی معمولی بیرون را نگاه می‌کند، بداند دیگری جهان را در چه چارچوبی می‌بیند، او را بهتر درک کرده و برای متقاعد کردن او، از راه‌حل‌های هوشمندانه‌تری بهره خواهد برد.

به دلیل پیچیده بودن ساختار تفکر بشر، امکان ندارد که آن را با یک دستگاه اصل موضوعی ریاضی‌وار، مدل‌سازی کنیم. اصول ذهنی افراد، با سازوکارهای پیچیده‌ای در حال تغییر است و همین تغییر است که موجب خلاقیت می‌شود. دوبونو (۱۹۹۲) با تأکید بر تفکر خلاق، اعتقاد دارد که تفکر نباید به وسیله‌ی اصول هدایت شود. زیرا هرگاه از اصل شروع کنیم،

تنها از طریق آن اصل، موقعیت را درک می‌کنیم و این مسأله، باعث بستن چشمان ما به حالت‌های ممکن دیگر می‌شود و خلاقیت را از بین می‌برد. اما هرگاه پس از عمیق کردن تفکر، به اصل باز گردیم، برای رسیدن به ادراکی گسترده‌تر، فرصت بیش‌تری داشته‌ایم.

پ) قوانین استنتاج

در دستگاه‌های اصل موضوعی ریاضی، معمولاً از قواعد منطق مرتبه اول کلاسیک برای استنتاج استفاده می‌شود، یعنی همان منطقی که مدت‌ها به عنوان یک ماده‌ی درسی مستقل در مدارس تدریس می‌شد. با وجودی که قوانین استنتاج، در تفکر نقادانه نیز کاربرد وسیعی دارند، اما به گفته‌ی ادافر و ثورنکویست(۱۹۹۳)، تحقیقات نشان می‌دهند که دانش‌آموزان نمی‌توانند این قوانین را در زندگی روزمره‌ی خود به کار ببرند و برای ایجاد این توانایی، باید از موقعیت‌های واقعی در زندگی استفاده کنند. جونز (۲۰۰۱) در کتاب خود با عنوان «پایه و اساس تفکر نقادانه»[۱۴]، علاوه بر این که بخش‌هایی را به آموزش منطق ریاضی اختصاص داده است، مثال‌ها و تمرین‌های فراوانی را از کاربرد این قوانین در زندگی واقعی بیان می‌کند و اشتباهات رایج در این زمینه را مطرح می‌نماید.

تجربه‌ی تدریس نویسنده در دوره‌های متوسطه و راهنمایی نشان می‌دهد که آشنایی با قوانین استنتاج و توانایی به‌کارگیری آن‌ها، تنها یک وجه توانایی استدلال استنتاجی است و دانش‌آموزان در صورتی که با آن قوانین آشنا شده باشند، در زمینه‌های مجردتر، به‌خوبی با آن‌ها دست‌ورزی می‌کنند. اما مشکلات وقتی پدیدار می‌شوند که شخص می‌خواهد برای تفکر نظام‌مند روی یک مسأله‌ی واقعی زندگی، آن مسأله را به زبان منطق ریاضی تبدیل کند، یعنی کاری که یک متفکر نقاد به طور پیوسته با آن سروکار دارد. این مشکل حتی در تبدیل مسایل ریاضی که به زبان دقیق ریاضی بیان نشده‌اند. به زبان ریاضی نیز وجود دارد. به نظر نویسنده، دلیل این مشکل، به پیچیدگی‌های زبان محاوره‌ای و زبان تفکر بشر مربوط می‌شود. زبان منطق ریاضی، فقط یک مدل ساده شده از تفکر بشری است و با وجود این که منطق‌دانان، با گسترش منطق مرتبه‌ی اول و ابداع منطق‌های پیچیده‌تر، سعی در مدل‌سازی ریاضی زبان تفکر بشری داشته‌اند، این مسأله هنوز برای آن‌ها بیش‌تر به یک آرزو شبیه است. علاوه بر این، حتی ترجمه‌ی جملاتی که ساختار آن‌ها در قالب منطق مرتبه اول می‌گنجد، کاری ساده نیست و برای این کار باید دقت و حساسیت لازم را به خرج داد تا در این ترجمه‌ی زبانی، هیچ معنایی نادیده گرفته نشود. این موضوع از این جهت قابل توجه است که زبان گفتاری با زبان نوشتاری متفاوت است. به عنوان مثال، برای انتقال معانی در گفتار، از ابزاری مانند تأکیدات آوایی (تأکید روی کلمات مختلف) استفاده می‌شود که کمی تغییر در آن، می‌تواند معانی مختلفی را القا کند. در زیر به دو نمونه از این موارد، یکی در زمینه‌ی محاورات روزمره و دیگری در زمینه‌ی ریاضی اشاره می‌شود.

● جمله‌ی «اگر در امتحان نمره‌ی بیست بگیری، تو را به مهمانی خواهم برد.» را در نظر بگیرید. این جمله را به دو شکل مختلف می‌توان ادا کرد که ساختار یکی از آن‌ها به شکل $p \Rightarrow q$ است و دیگری با دادن آهنگ خاصی به «اگر در امتحان نمره‌ی بیست بگیری»، در واقع معنی «فقط اگر نمره بیست بگیری» را القا می‌کند و بنابراین، ساختار آن به شکل $p \Leftrightarrow q$ خواهد بود.

● «از هر دو نقطه، فقط یک خط راست می‌گذرد.» جملاتی مشابه این جمله، در کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای به وفور دیده می‌شوند. این جمله، با تأکید بر کلمات مختلف، معانی متفاوتی را با ارزش‌های مختلف القا می‌کند که دو مورد از آن‌ها را در این جا می‌آوریم:

از هر دو نقطه فقط **یک** خط راست می‌گذرد. درست

از هر دو نقطه فقط یک **خط راست** می‌گذرد. نادرست

به نظر نویسنده، اولین گام در آموزش استدلال استنتاجی به منظور رشد توانایی تفکر نقادانه، این است که دانش‌آموزان را نسبت به پیچیدگی‌های زبانی‌شان آگاه کنیم و به آن‌ها آموزش دهیم که چگونه زبان محاوره‌ای و زبان تفکر خود را به زبان منطقی ریاضی تبدیل کنند. تنها پس از انجام این مرحله است که آموزش قوانین استنتاج معنادار خواهد بود.

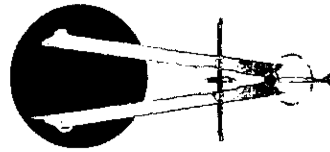
سخن پایانی

در این مقاله، پس از ارائه‌ی شواهدی برای نامناسب بودن رویکرد اصل موضوعی در آموزش ریاضیات، به تفکر نقادانه، به عنوان یکی از مهارت‌های مورد نیاز هر شهروند در جامعه‌ی امروزی پرداختیم و در این میان، از فهم ساختارهای

اصل موضوعی به عنوان یکی از مؤلفه های پرورش تفکر نقادانه دفاع کردیم. بنابراین، به طور ضمنی به این مسأله پرداخته‌ایم که

فهم ساختارهای اصل موضوعی، یک نیاز عمومی است و می‌توان در آموزش های عمومی، جایگاهی را برای آن در نظر گرفت.

این مقاله، در مورد چگونگی عملی نمودن این پیشنهاد، صحبتی به میان نیاورده است و آن را نیازمند کارهای تحقیقی وسیع‌تری می‌داند.



پیوست الف: روش اصل موضوعی در توابع مثلثاتی

در این پیوست، روش اصل موضوعی توابع مثلثاتی، به عنوان توابعی که دارای خواص مشخصی هستند و می‌توان همه‌ی خواص دیگر را از این خواص اولیه به دقت نتیجه گرفت، آورده شده است.

کسینوس تحلیلی و سینوس تحلیلی را توابعی می‌دانیم که:

۱. به ازای همه‌ی مقادیر حقیقی x، معین باشند.

۲. به ازای هر x و y حقیقی، در رابطه‌ی تابعی زیر صدق کنند:

$$\cos(x-y)=\cos(x)\cos(y)+\sin(x)\sin(y)$$

۳. در فاصله‌ی $۰ < x < \lambda$ (که در آن λ عدد مثبتی است)، مثبت باشند، یعنی:

$$\sin(x) > ۰ \text{ و } \cos(x) > ۰$$

۴. در دو انتهای فاصله‌ی $(۰,\lambda)$، تساوی‌های زیر برقرار باشند:

$$\cos(۰)=\sin(\lambda)=۱$$

این اصول، به این سؤال جواب نمی‌دهد که آیا لااقل یک دستگاه توابع وجود دارد که در شرایط بالا صدق کند و برای این که به وجود این تابع ها پی ببریم، کافی است یکی از نمونه های مشخص چنین توابعی را بسازیم. چنین توابعی را می‌توان با روش های گوناگون ساخت، که البته می‌توان ثابت کرد توابع تولید شده همگی معادلند. یعنی این اصول، توابع sin و cos را به صورت یکتایی مشخص می‌کنند.

تمام خواص توابع مثلثاتی را می‌توان با استفاده از این اصول، ثابت کرد. در این جا به چندتا از این قضیه‌ها اشاره می‌کنیم.

قضیه۱. برای مقادیر حدی، روابط زیر برقرار است

$$\sin(۰)=\cos(\lambda)=۰$$

اثبات. در اصل ۲ فرض می‌کنیم، $x=y=۰$، که به‌دست می‌آید:

$$\cos(۰)=\cos^۲(۰)+\sin^۲(۰)$$

از آن‌جا بنا بر اصل ۴ خواهیم داشت:

$$۱=۱+\sin^۲(۰)\Rightarrow \sin(۰)=۰$$

حالا اگر در اصل ۲ فرض کنیم $x=y=\lambda$، بدست می‌آید:

$$\cos(۰)=\cos^۲(\lambda)+\sin^۲(\lambda)$$

از آن‌جا نتیجه می‌گیریم:

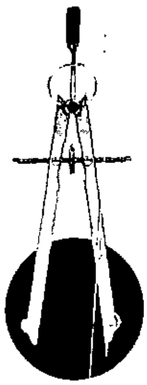
$$۱+\cos^۲(\lambda)=۱\Rightarrow \cos(\lambda)=۰$$

قضیه۲. به ازای هر عدد حقیقی x،

$$\cos^۲(x)+\sin^۲(x)=۱$$

اثبات. در اصل ۲ فرض کنیم x=y و اصل ۴ را هم در نظر بگیریم.

نتیجه. توابع cos و sin کران دار هستند. یعنی به ازای هر عدد حقیقی x، $|\sin(x)|\leq ۱$ و $|\cos(x)|\leq ۱$.



پیوست ب:

یک تجربه‌ی کلاسی در درس هندسه: دانش‌آموزان، لزوم وجود اصول را کشف می‌کنند.

این تجربه مربوط به یک کلاس پایه‌ی دوم راهنمایی در یکی از مدارس استعدادهای درخشان است. دانش‌آموزان این کلاس، از شهود هندسی خوبی برخوردار بوده و به لزوم اثبات و روش برهان خلف آشنا بودند. (هرچند که در این زمینه، آموزش رسمی ندیده بودند.)

از دانش‌آموزان کلاس خواستم راجع به درستی گزاره‌ی زیر نظر بدهند:

«از هر نقطه خارج یک خط، فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد».

با وجودی که تمام دانش‌آموزان، درستی این گزاره را قبول داشتند، از آن‌ها خواستم آن را اثبات کنند. پس از این که

دانش‌آموزان مدتی راجع به این مسأله با یکدیگر بحث کردند، به نتیجه‌ی خوبی رسیدند: «اگر از آن دو نقطه بتوان دو خط موازی با خط مورد نظر رسم کرد، آن‌وقت آن دو خط یکدیگر را قطع کرده‌اند، در حالی که باید با هم موازی باشند». از آن‌ها پرسیدم چرا «اگر دو خط که هر دو با خط سومی موازی باشند، لزوماً با هم موازیند»؟

آن‌ها انتظار چنین سؤالی را نداشتند، اما به هر حال اقدام به اثبات این گزاره کردند. مسأله‌ی آن‌ها شکل جدیدی به خود گرفته بود. آن‌ها بالاخره توانستند اثباتی را برای آن گزاره ارائه دهند. اما باز هم با چرایی دیگر مواجه شدند. زیرا از گزاره‌ی زیر استفاده کرده بودند:

«اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع خواهد کرد».

این اتفاق، متوالیاً تکرار شد. دیگر، دانش‌آموزان می‌دانستند که در مقابل هر ادعای جدید، با یک **چرا** مواجه خواهند شد. آن‌ها راجع به این مسأله کنجکاو شده بودند و دوست داشتند به جواب نهایی برسند. دیگر لازم نبود چراها را من بپرسم. خودشان سؤال‌ها را مطرح می‌کردند. گاهی اوقات بعضی‌ها برای اثبات یک گزاره، از گزاره‌های قبلی استفاده می‌کردند، یعنی دور می‌زدند. با بحث‌هایی که راجع به این موضوع انجام شد، متوجه شدند که چنین کاری، از نظر علمی درست نیست و به قول خودشان، «کلک زدن» است! تعداد این گزاره‌ها حدوداً به هشت مورد رسیده بود و وقت کلاس هم داشت تمام می‌شد. ناگهان در گوشه‌ای از کلاس، همهمه‌ای به‌پا شد. یکی می‌گفت: «این‌طوری که نمی‌شه؛ همیشه، چرا هست. همگی سر کاریم.» و آن دیگری اضافه می‌کرد که «پس چه چیزی رو می‌شه ثابت نکرد؟»

حالا دیگر خود دانش‌آموزان فهمیده بودند که حتی اگر کلاس آن‌ها روزها و سال‌ها ادامه داشته باشد و آن‌ها هم از استدلال کردن خسته نشوند، باز هم این کار تمام شدنی نیست. **اصول**، لزوم وجود خود را در کلاس فریاد می‌کردند و بچه‌ها سرمست از کشف دنیایی جدید، شادی حاصل از یک فهم، در نگاهشان برق می‌زد.

وقتی جلسه‌ی بعد با هم کمی راجع به اصول فکری آدم‌ها صحبت کردیم و کمی هم وارد مسایل اجتماعی شدیم، دیگر بچه‌ها ول‌کن معامله نبودند. بچه‌ها از آن پس از معلم ریاضی خود، اصول دین هم می‌پرسیدند!

زیرنویس‌ها

۱. از استاد گرانقدرم، خانم دکتر زهرا گویا که با دقت و حوصله‌ی فراوان این نوشته را مطالعه نموده و در تکمیل و تصحیح آن مرا یاری نمودند، سپاس فراوان دارم.
2. Ethica, More Geometrico Demonstrata
3. De Villiers
4. Freudenthal
5. Hersh
6. Human
7. Kline
8. Fischbein
9. Lakatos
10. Van Hiele
11. Circular Definition
12. Lane
13. Fawcett
14. Foundations of Critical Thinking

منابع

1. Clements, M.A.("Ken") & Ellerton, Nerida F. (1996). **Mathematics Education Research: Past, Present and Future.** Unesco Principal Regional Office for Asia and the Pacific, Bangkok, Thailand.
2. De Villirers, Michael. (1986). **The Role of Axiomatisation in Mathematics and Mathematics Teaching.** Originally Published in 1986 Research Unit for Mathematics Education (RUMEUS) University of Stellenbosch, South Africa. Mzone. mweb.co.za/residents/profmd/axiom.pdf.
3. Hanna, Gila. (1983). **Rigorous Proof in Mathematics Education.** The Ontario Institute for Studies in Education. Printed in Canada.
4. Jones, Royce P. (2001). **Foundations of Critical Thinking.** Harcourt College Publishers. Printed in the United States of America.
5. Lane, Erica. (?). **The Nature of Proof in Today's Classroom.** TMME,Vol 1,no. 58-65.www.montanamath. org/TMME/TMMEv1n2brev2.pdf.
۶. ادافر، فارز ج. و ثورنکویست، بروس ا. (۱۹۹۳). **تفکر انتقادی، استدلال ریاضی و اثبات**. ترجمه: جواد حاجی بابایی. وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، گروه ریاضی.
۷. دوبونو، ادوارد. (۱۹۹۲). **من درست می‌گویم، تو غلط**. ترجمه: پوراندخت مجلسی (۱۳۸۲). انتشارات سپیده سحر.
۸. شافرسمن، استیون دی. (۱۹۹۱). مقدمه‌ای بر تفکر انتقادی. ترجمه و تلخیص: پروانه زاهدی‌فر. **مجله‌ی رشد آموزش علوم اجتماعی**. دوره‌ی نهم. شماره۱، وزارت آموزش‌وپرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.
۹. شیروانی، علی. (۱۳۸۳). **درآمدی بر آموزش منطق (روش نقد اندیشه)**. مرکز نشر هاجر.
۱۰. کورانت، ریچارد و رابینز، هربرت. (۱۹۹۵). **ریاضیات چیست؟** ویراست دوم: استیوارت. ترجمه: سیامک کاظمی (۱۳۷۹). نشر نی.
۱۱. نووسلو، سرگی ایوسیفویچ. (؟). **مثلثات مستقیم‌الخط و کروی**. ترجمه: پرویز شهریاری. نشر دانش امروز، وابسته به موسسه‌ی انتشارات امیرکبیر. چاپ چهارم، ۱۳۷۸.

قسمت دوم

داستان‌های آقای فاکتوریل

مژگان صدقی

دبیر ریاضی شهرستان بجنورد

درست هنگامی که زنگ پایان مدرسه به صدا درآمد، آقای فاکتوریل به مدرسه‌ی پسرش رسید.

در میان انبوه دانش‌آموزان که با خوشحالی مدرسه را ترک می‌کردند، دنبال پسرش می‌گشت. نگاهش متوجه دانش‌آموزی شد که کیفش را مثل گاری دنبال خود، روی زمین، می‌کشید. دو پسر دیگر در گوشه‌ی مدرسه با گچ‌هایی که از کلاس برداشته بودند، دیوار مدرسه را خط‌خطی می‌کردند. در این هنگام آقای فاکتوریل با صدای پسرش به خود آمد.

در راه منزل، پسرش از ماجراهای کلاس درس، زنگ تفریح و دوستان جدیدی که پیدا کرده بود تعریف کرد. مدت زیادی نبود که به مدرسه می‌رفت.

آقای فاکتوریل بعد از خوردن عصرانه، به سراغ کتابخانه‌اش رفت. مدت‌ها بود که به آن‌جا سر نزده بود. انبوه کتاب‌ها که روی هم انباشته شده بود اولین منظره‌ای بود که بعد از ورود به اتاق به چشم می‌خورد. انگار فریاد کتاب‌ها را در آن سکوت می‌شنید که از او می‌خواستند آن‌ها را از این وضعیت اسفناک نجات دهد. یکی از کتاب‌ها را برداشت و دستی روی آن کشید تا گرد و غبار روی آن را پاک کند. در همین موقع، چند کتاب دیگر خود را توی بغلش انداختند.

در حالی که کتاب‌ها را در بغل داشت به سمت میز رفت و آن‌ها را روی میز پخش کرد. با خود اندیشید «به چند طریق می‌توانم این کتاب‌ها را کنار هم بچینم؟

به نظر، عدد بزرگی است! بهتر است، از فکر آن منصرف شوم. اما چیدن کتاب‌های خوانده شده راحت‌تراست.

بگذار ببینم، ۶ کتابی را که تا کنون مطالعه کرده‌ام، می‌توانم به ۷۲۰ حالت کنار یکدیگر بچینم؛ زیرا برای کتاب اول ۶ انتخاب وجود دارد و برای انتخاب کتاب دوم ۵ انتخاب به همین ترتیب...... آخرین کتاب را می‌توانم تنها به یک طریق کنار بقیه بچینم و $720=1\times2\times3\times4\times5\times6$ که برای راحتی کار آن را با $6!$ (شش فاکتوریل) نمایش می‌دهم.

صبر کن! البته اگر کتاب‌هایی را که خود تألیف نموده‌ام، کنار یکدیگر بچینم کارم به مراتب راحت‌تر است. من ۳ کتاب تألیف کرده‌ام و حالت‌های مختلف چیدن ۳ کتاب کنار هم، $6=1\times2\times3=3!$ حالت است...»

غرق این افکار و محاسبات بود که پسرش وارد اتاق شد و از او پرسید:

ـ پدر! به من دیکته می‌گویید؟

آقای فاکتوریل با بی‌حوصلگی پشت میز نشست و از لابه‌لای کتاب‌ها نگاهی به پسرش انداخت و گفت:

ـ بهتر است کتابت را بیاوری تا سریع‌تر به تو دیکته بگویم. می‌بینی که امروز خیلی کار دارم.

اما پسر آقای فاکتوریل در جواب گفت: من نمی‌خواهم از روی کتاب به من دیکته بگویی!!... می‌خواهم کلمات جدیدی یاد بگیرم. ده کلمه‌ی جدید که توی کتاب نباشد!

آقای فاکتوریل گفت: خُب، حالا بگو چه حروفی را خوانده‌اید؟

پسرش گفت: ا، ب، د، ر.

خیلی جالب بود! او فقط چهار حرف از حروف الفبا را خوانده بود و می‌خواست ده کلمه‌ی جدید که در کتابش نباشد بنویسد.

آقای فاکتوریل کمی فکر کرد. حق با پسرش بود. این‌بار خود او مشتاق‌تر از پسر قلم به دست گرفت. انگار سوژه‌ی جدیدی برای فکر کردن پیدا کرده بود.

و این‌طور شروع کرد: «خُب! این مسئله شبیه چیدن کتاب است. اگر کلماتی که حروف تکراری دارند مانند (بابا ـ برادر ـ...) را کنار بگذارم و از صدای حروف صرف‌نظر کنم، یعنی بَرد و بُرد را یک کلمه فرض کنم، مسئله تبدیل می‌شود به پیدا کردن کلمات ۴ و ۳ و ۲ حرفی از ۴ حرف (ا، ب، د، ر).

در یک کلمه‌ی چهار حرفی، برای حرف اول کلمه

۴ انتخاب، حرف دوم ۳ انتخاب، حرف سوم ۲ انتخاب و حرف آخر یک انتخاب وجود دارد، یعنی

۱×۲×۳×۴=!۴=۲۴ کلمه چهار حرفی

به همین ترتیب

۲×۳×۴=۲۴ کلمه‌ی سه‌حرفی

۳×۴=۱۲ کلمه‌ی دو حرفی

که جمع آن‌ها، ۶۰ کلمه می‌شود.»

او تمام کلمه‌هایی را که می‌توانست به پسرش بگوید، روی کاغذ نوشت. کلمات بی‌معنی و کلماتی که در کتاب پسرش بود را حذف کرد و از باقی مانده‌ی کلمات، ده کلمه‌ی ساده و روان را انتخاب کرد.

پسرش بسیار خوشحال شد و در حالی که دفتر را می‌برد تا به مادرش نشان دهد، پرسید: پدر! تو چطور این همه کلمه پیدا کردی؟

آقای فاکتوریل آهسته زیر لب گفت: با کمک فامیلی‌ام!

سپس نگاهی به کتاب‌ها انداخت.

فردای آن روز وقتی آقای فاکتوریل نزدیک مدرسه‌ی پسرش رسید، او را دید که خوشحال و خندان از دوستانش خداحافظی می‌کند.

پسرش او را دید و فریاد زد: یک خبر خوش!

آقای فاکتوریل مغرورانه گفت: حتماً دیکته‌ات را ۲۰ گرفته‌ای؟

پسرش جواب داد: نه!... امروز اصلاً دیکته نداشتیم.

آقای فاکتوریل پرسید: پس چرا این قدر خوشحالی؟ خبر خوش چی بود؟

پسرش مغرورانه جواب داد: امروز یک حرف تازه یاد گرفتیم.

آقای فاکتوریل در حالی که سعی می‌کرد خود را خوشحال نشان دهد، ادامه داد: واقعاً که خبر خوبی بود.

آقای فاکتوریل به این می‌اندیشید که اوقات فراغت امروز او نیز، با اضافه شدن حرف پنجم به مجموعه حروف قبلی، به پیدا کردن کلمات جدید خواهد گذشت...

جایگاه ویژه‌ی عدد هفت

فریده گوجان سامانی

مقدمه

آیا تا به حال به این موضوع فکر کرده‌اید که چرا عددِ هفت در بین افراد مختلف نسبت به سایر اعداد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؟

چرا برخی آن را خوش‌یمن و برخی آن را عدد شانس و اقبال می‌دانند؟

در این مقاله، به شرح مختصری از اهمیت و جایگاه ویژه‌ی عدد هفت در فرهنگ‌های مختلف جهان، به‌ویژه در ایران باستان و در اسلام، می‌پردازیم.

عدد هفت در ادیان

هفت از قدیمی‌ترین اعدادی است که همواره مورد توجه انسان بوده است و غالباً به عنوان عددی خوش‌یمن و حتی مقدس از آن یاد شده است.

علت این توجه و علاقه، شاید وجود هفت سیاره‌ی مشخص در آسمان؛ و یا وجود هفت رنگ مهم و اصلی در طبیعت؛ و یا وجود هفت سوراخ در سر آدمی، و یا چیز دیگر می‌باشد.

عدد هفت در ایران باستان

اولین عدد هفت مقدس که ثبت شده است، هفت پاره یا **هپتن‌هاپتن** در یسینا است که این هفت پاره از قدیمی‌ترین جزوات اوستا می‌باشد.

هم‌چنین وجود هفت امشاسپند یا فرشته در دین زرتشت به نام‌های **بهمن**، **اردیبهشت**، **شهریور**، **اسپندارمز**، **خرداد** و **امرداد**، که با خود **اهورامزدا**، هفت تن می‌شدند، مؤید توجه ایرانیان به عدد هفت بوده است.

علاوه بر این‌ها، هفت آتشکده‌ی مهم در ایران به نام‌های **آذرمهر**، **آذرنوش**، **آذربهرام**، **آذرآیین**، **آذرخرین**، **آذربرزین** و

عکس: اعظم لاریجانی

آذرزرتشت وجود داشت. نیز عقیده به این که پادشاهان ایران هفت گنج داشتند که عبارت بودند از **نقود، جواهر، البسه، حیوانات، اطعمه، اراضی و باغات**، از دیگر جنبه‌های توجه ایرانیان قدیم به عدد هفت می‌باشد.

در ایران باستان هفت آوای موسیقی وجود داشت که هفت نوای نوروزی خوانده می‌شدند و عبارت بودند از **نوروز بزرگ، نوروز خرد، نوروز کیقباد، نوروز کیخسرو، نوروز زرتشت، ساز نوروز و بار نوروز**. هنوز هم دستگاه‌های اصلی موسیقی ایرانی هفت تا هستند که شامل **شور، ماهور، همایون، سه گاه، چهارگاه، نوا و راست پنج گاه** می‌باشند.

از دیگر نمودهای عدد هفت، ساخت دیواری بود به دور شهر اکباتان (یا همدان امروزی)، پایتخت مادها که به دیوار اکباتان معروف شده و شامل هفت دیوار تو در تو می‌باشد که هفت کنگره داشته و به هفت رنگ سفید، سیاه، سرخ، ارغوانی، آبی، نارنجی و زرد مزین شده بود و بدون شک جزو عجایب دنیای باستان است.

در نوروزنامه‌ی خیام نقل شده که موبد موبدان در روز اول سال با هفت چیز به درگاه شاهنشاهی می‌رفت که شامل **جام زرین از می، انگشتر و دینار و درهم خسروانی، دسته‌ای از سبزه، شمشیر و تیروکمان، دوات و قلم، اسب و باز شکاری و کودکی نیک‌روی** بوده که از این هفت چیز علاقه‌ی ایرانیان را به مهم‌ترین ارکان علمی، دینی، نظامی و اجتماعی درمی‌یابیم.

در عهد سامانیان، بزرگان ملت و شرفای ایران، در محور مملکت‌داری بودند که در هفت گروه جای گرفته بودند.

آرامگاه کورش، مؤسس سلسله‌ی هخامنشیان، در پاسارگاد یا مشهد مرغاب روی قطعه‌ای از سنگ مرمر و به روی هفت پله بنا گشته است. هم‌چنین در بالای گور داریوش، در دخمه‌ی شاهان هخامنشی، در محل نقش رستم (شیراز)، تصویر شش نفر نقش بسته است که با مجسمه‌ی خود پادشاه که در میان ایستاده، هفت تن می‌شوند.

درباره‌ی جشن نوروز در آغاز سال و جشن مهرگان که در هفتمین ماه سال برگزار می‌شده، نوشته‌اند که در خوانچه‌ای شاخه‌هایی از هفت درخت مقدس یعنی **زیتون، بید، انار، به، سرو، سیب و نارنج** می‌گذاشتند و در هفت پیاله، سکه‌ی سفید و نو می‌گذاشتند. هفت‌سین در نوروز، بازمانده‌ی این رسم کهن است.

در افسانه‌های آریایی آمده است که هفت اسب، گردونه‌ی خورشید را می‌کشیدند.

در شاهنامه‌ی فردوسی هم داستان هفت‌خوان مشهور رستم و هفت‌خوان اسفندیار آمده است.

همین طور مَثَل هفت آسمان، که کنایه از هفت فلک **ماه، تیر، ناهید، خورشید، بهرام، برجیس و کیوان** بود، نمودی دیگر از عدد هفت است. البته به عقیده‌ی ایرانیان، هفت سپهر، هریک جایگاه گروه‌های ویژه‌ای بوده است. بدین ترتیب که سپهر اول جایگاه ابرها و سپهر دوم جایگاه اختران ثالث و سپهر سوم جایگاه اختران از نور ناب و سپهر چهارم جایگاه ماه و پنجمی جایگاه آفتاب و سپهر ششم جایگاه امشاسپندان و سپهر هفتم جایگاه خود اهورامزدا بوده است.

در ادبیات نیز عدد هفت نقش خود را به وضوح مشخص می‌کند و کتاب‌های فراوانی از شاعران و غیر شاعران پارسی که مرتبط با عدد هفت می‌باشد نام می‌بریم: هفت پیکر نظامی گنجوی؛ منطق‌الطیر شیخ عطار مشتمل بر هفت وادی است که سالک باید طی کند؛ **هفت جلد جام‌جم** از رضا رهنما؛ **هفت اقلیم** از احمد رازی؛ **هفت اورنگ** جامی؛ **هفت حصار** از خواجه عبدالله انصاری؛ **هفت‌بند** از محتشم کاشانی؛ در رثای شهیدان کربلا؛ **هفت اختر منظومه فارسی** از عبدی بیک شیرازی؛ **هفت آتشکده، هفت آسیا، هفت آئینه، هفت اژدها، خاتون هفت قلعه** از دکتر باستانی پاریزی؛ **کوچه هفت پیچ** باز هم از دکتر باستانی پاریزی.

ایرانیان تا پیش از نفوذ عرب، خوان نوروزی خود را که امروز به نام سفره‌ی هفت‌سین می‌نامند با چیدن هفت چیز در سفره که حرف اول آن با **شین** بود، تزیین می‌دادند و آن هفت‌شین عبارت بود از **شمع، شیر، شربت، شکر، شیرینی، شراب، شانه با گلاب**. پس از نفوذ اسلام چون شراب حرام گشت، هفت شین تبدیل به هفت سین شد: **سیر، سرکه، سیب، سماق، سمنو، سنجد، سبزی** و چیزهای دیگر که مخلفات سفره‌ی هفت سین و مایه‌ی برکت سفره است عبارت از شیرینی، نان و پنیر و میوه و سکه، تخم‌مرغ پخته و رنگ کرده، گل و گلاب و ظرف آبی که ماهی قرمز کوچکی درون آن باشد و نیز حدیثی از حضرت امیرالمؤمنین علی(ع) نقل شده که می‌فرماید روز عید نوروز هفت آیه‌ای را که اول آن سین است (هفت سین سلام) با گلاب و زعفران و مشک بر ظروف چینی بنویسند و آبش را بنوشند تا یکسال از درد محفوظ مانند:

سلام قولا من رب الرحیم، سلام علی نوح فی العالمین،

سلام علی ابراهیم، سلام علی موسی و هارون، سلام علی آل یاسین، سلام علیکم طبتم فادخلوها خالدین، سلام هی حتی مطلع الفجر.

رسوخ عدد هفت در زندگی تا روزگار ما نیز رسیده است، چنان که بعضی از بازی‌ها متأثر از همین نام می‌باشند و یا ضرب المثل هایی مانند «هفت بارگزکن، یک بار ببر» و «آفتابه لگن هفت دست، شام و ناهار هیچی» و «در هفت آسمان، یک ستارهٔ هم ندارد» از آن تأثیر گرفته‌اند و همین طور چیدن سفره‌ی هفت‌سین در عید نوروز و تحویل سال، که یادگاری گران بها از ایران باستان است.

عدد هفت در اسلام

در قرآن کریم آمده: لا اله الا الله الحلیم الکریم، لا اله الا الله العلی العظیم، سبحان الله رب السموات السبع، ...

موضوع سماوات سبع و ارضین سبع نه تنها در قرآن کراراً بیان شده، بلکه حضرت امیر نیز تعدادی از خطبه‌های خود را با این جمله و شکر خدایی که خالق هفت آسمان و زمین است، آغاز نموده‌اند.

در کتاب تفسیر اتقان فی علوم القرآن، سیوطی الفاظ را هفت نوع **غریب، مغرب، مجاز، مشترک، مترادف، استعاره و تشبیه** برشمرده است.

دیگر آن که قرآن، مشتمل بر هفت موضوع است: **وعد، وعید، وعظ، قصص، امر، نهی، ادعیه.**

هم چنین هفت قلم **ثلث، محقق، توقیع، ریحان، زقاع، نسخ، تعلیق**؛ و هفت خط که به آن‌ها خطوط جام جم گفته‌اند، **خط جور، خط بغداد، خط بصرخ، خط ازرق، خط اشگ، خط فرودینه، خط کاسه سر و مار هفت،** از جلوه‌های عدد هفت در نگارش قرآن است. از طرفی مردان خدا شامل هفت دسته‌اند: **اقطاب، ابدال، اخیار، اوتاد، نموشه، نقباء و نجباء.**

اسلام عدد هفت را با ویژگی تازه‌ای می‌پذیرد. هفت در اسلام، اوجی تازه‌تر و چشم گیرتر دارد، چندان که آسمان و زمین را به هفت طبقه تقسیم می‌کند و پایان آسمان را با عدد هفت یاد می‌نماید. دوزخ هفت درب دارد و هفت طبقه. عُبودیت انسان در برابر خدا با هفت عضو بدن روا گشته.

ترا باید که هفت اندام هنگام نماز اندر
فرؤسایی به یک تیره در کیش مسلمانی

هفت دوزخ در قرآن به نام‌های **سقر، سعیر، لظی، حطمهٔ، جحیم، جهنم، هاویه** و همین طور هفت چشمه در بهشت به نام‌های **کوثر، کافور، میم، سلسبیل، تسنیم، معین و زنجیل،** نمونه‌هایی از به کارگیری عدد هفت در اسلام است.

به روایتی، زمین و آسمان هفت طبقه دارند و در این زمین هفت طبقه، هفت دریا و هفت کوه موجود است. گناهان اصلی نیز هفت تا است. **هفت بار شستن اشیاء ناپاک لازم است**[1] و مراتب هفتگانه در مذهب اسماعیلیه و هفت مردان در آیین تصوف، اشاره به کلمه‌ی هفت شهر عشق در کلام مولوی و هفت وادی سلوک در تصوف که شامل **طلب، عشق، معرفت،**

استغنا، توحید، حیرت و فنا است، همه و همه حکایت از توجه به عدد هفت در مذاهب مختلف می‌کند.

شب هفت اموات، از جمله آداب و رسوم پس از مرگ در سنت بسیاری از ایرانیان است و اولین سوره در شکل حاضر مصحف شریف نیز هفت آیه دارد.

عدد هفت در ملل و ادوار مختلف تاریخی

به نظر می‌رسد که بسیاری از فرهنگ‌ها و ادیان و ملل، عدد هفت را کامل‌ترین اعداد دانسته‌اند، به‌خصوص به دلیل ارتباط عدد هفت با آفرینش، و این‌که مطابق تورات (سفر پیدایش؛ باب اول، آیات یک تا سی) آفرینش عالم در شش روز (مرحله) تمام شد و روز هفتم خداوند به آرامش و استراحت گذراند؛ که در بسیاری از فرهنگ‌ها، عقایدی مشابه در مورد آفرینش ابراز شده است.

به‌خصوص اطلاع بشر از هفت سیاره‌ی معروف (آباء سبعه) که قدما تأثیر آن را بر چهار عنصر (امهات اربعه) آب و باد و خاک و آتش موجب پیدایش کل موجودات عالم می‌دانستند، سبب شده که این عدد در نظر بسیاری از اقوام و ملل، تقدس یابد و در اجزا و ابعاد زندگی مادی و معنوی آنان تأثیر گذارد.

ملت یهود عدد هفت را از آریاییان می‌گیرد و هفت فرشته‌ی مقدس برای خود انتخاب می‌کند و به هریک از آن‌ها یک روز هفته را واگذار می‌کند که احتمال می‌رود انتخاب واحد زمانی هفت روز به نام هفته نیز از عدد هفت آریاییان سرچشمه گرفته باشد. این هفت فرشته عبارت بودند از **رفائیل، جبرئیل، شمائیل، میکائیل، زوکائیل، انائیل، کنفرائیل**.

اعتقاد به هفت درجه در دین مهرپرستی و هفت ایزد در دین مانوی مثال‌های دیگری از توجه به تقدس عدد هفت هستند.

روزگاری عجایب هفت‌گانه‌ی جهان شهرتی به سزا داشت که عبارت بودند از:

۱. اهرام مصر یا اهرام ثلاثه (که نخستین آسمان‌خراش جهان به‌شمار می‌آمدند)؛
۲. باغ‌های معلق ملکه‌ی بابل؛
۳. مجسمه‌ی ژوپیتر یا زئوس در کوه المپ؛
۴. مجسمه‌ی آپولون (به بلندی صد پا)؛
۵. معبد دیان، الهه‌ی یونان؛
۶. مقبره‌ی ماوزولوس؛
۷. چراغ اسکندریه.

قسمت‌های اصلی اسطرلاب نیز شامل هفت جزء است که عبارتند از: **قطب، عضاده، ام، صفحه، آفاقیه، عنکبوته، فرس، فلس**.

باید به ادوار هفتگانه نیز اشاره شود که هر دو به مدت هزار سال است و متعلق به یکی از سیارات هفتگانه است که گویند چون هزار سال تمام شود، دوره‌ی سیاره‌ی دیگری فرا می‌رسد که از زحل گرفته به ترتیب تا به پایین می‌رسد و بعضی گویند که هر دوری، هفت هزار سال است و چون این‌ها تمام شود، قیامت برپا می‌گردد.

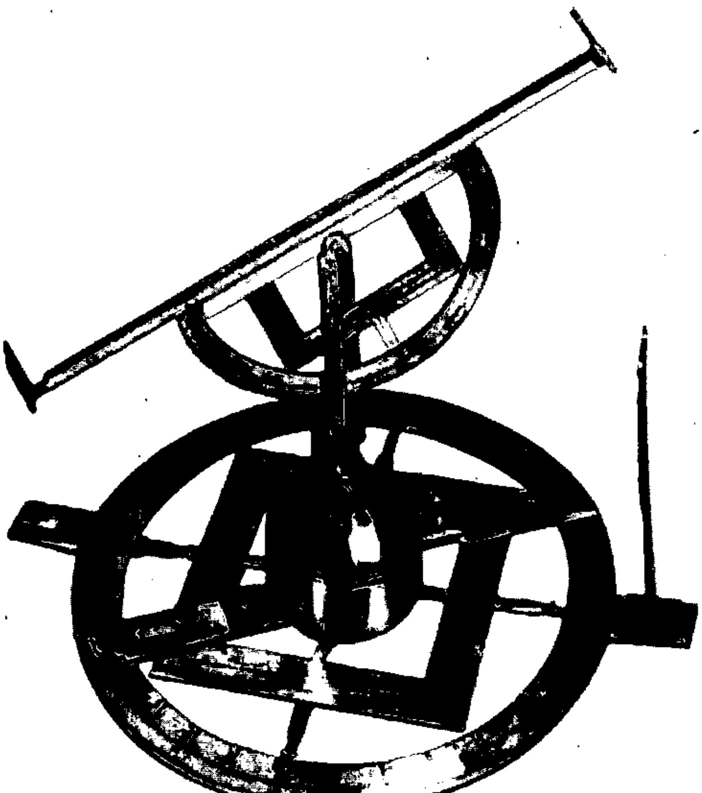
و در دانش ستاره‌شناسی نیز هفت بهر هست که تقسیم هر برج است به هفت قسمت مساوی و دادن هر قسمت به صفتی خاص به کوکبی از کواکب.

زیرنویس

۱. تنها شستن و خاکمال کردن ظروفی که حیوان نجس‌العین (سگ و خوک) پوزه زده باشند. در سایر موارد سه یا دوبار است.

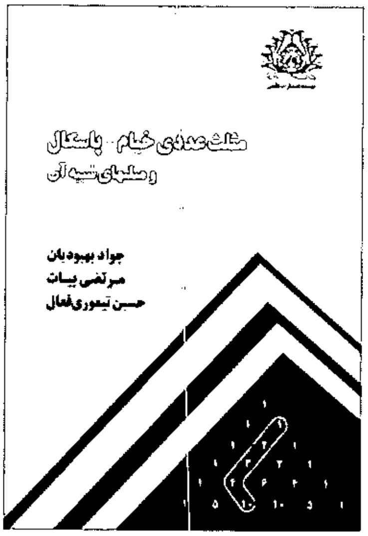
منابع و مآخذ

۱. فرهنگ اساطیر، دکتر جعفر یاحقی، مجله‌ی رضوان، ویژه‌نامه‌ی نوروز ۱۳۷۹.
۲. اینترنت.



معرفی کتاب

مانی رضائی



مثلث عددی خیام ـ پاسکال و مثلث‌های شبیه آن؛
مؤلفان: جواد بهبودیان، مرتضی بیات، حسین تیموری فعال؛
ناشر: مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف ـ تهران؛
چاپ اول: ۱۳۸۵؛
شمارگان: ۲۰۰۰ نسخه؛
بهاء: ۱۰۰۰۰ ریال.

در کتاب «مثلث عددی خیام ـ پاسکال و مثلث‌های شبیه آن» هر آن‌چه را که خواننده‌ی علاقه‌مند و کنجکاو بخواهد، می‌تواند بیابد. کتاب شامل شش فصل است که در فصل اول «تاریخچه‌ای کوتاه از مثلث خیام ـ پاسکال» آورده شده و سیر تاریخی ابداع این مثلث، با استناد به مراجع بیان شده است و در ادامه در فصل دوم «طرز ساختن مثلث خیام ـ پاسکال» با کمک قضیه‌ی دو جمله‌ای و روش‌های ترکیبیاتی بیان شده و گسترش آن به عددهای صحیح نیز در این فصل گنجانده شده است. «خواص مثلث خیام ـ پاسکال» و دنباله‌های ویژه در داخل مثلث خیام ـ پاسکال در فصل سوم معرفی شده است. هم‌چنین در این فصل برخی خواص هندسی در مثلث خیام ـ پاسکال نشان داده شده است. مثلث لایب‌نیتز، مثلث سه جمله‌ای خیام ـ پاسکال، مثلث شبه خیام ـ پاسکال، مثلث استرلینگ، مثلث تفاضلی از جمله «مثلث‌های شبیه مثلث خیام ـ پاسکال» هستند که در فصل چهارم معرفی و بررسی شده‌اند. در فصل پنجم «ارتباط مثلث خیام ـ پاسکال با شاخه‌های مختلف ریاضی» بیان شده است. ارتباط با شاخه‌هایی از قبیل جبر مقدماتی، مثلثات، نظریه‌ی اعداد، ماتریس و دترمینان، ترکیبیات، حسابان، نامساوی‌ها، احتمال و هندسه‌ی فراکتالی در این فصل نشان داده شده است. فصل ششم به یکی از مهیج‌ترین کشف‌هایی اختصاص دارد که در سال‌های اخیر صورت گرفته است. این فصل با بیان چند مسأله، مروری اجمالی بر «روش ویلف ـ زیلبرگر (WZ) برای اثبات اتحادهای ضرایب دوجمله‌ای با رایانه» دارد.

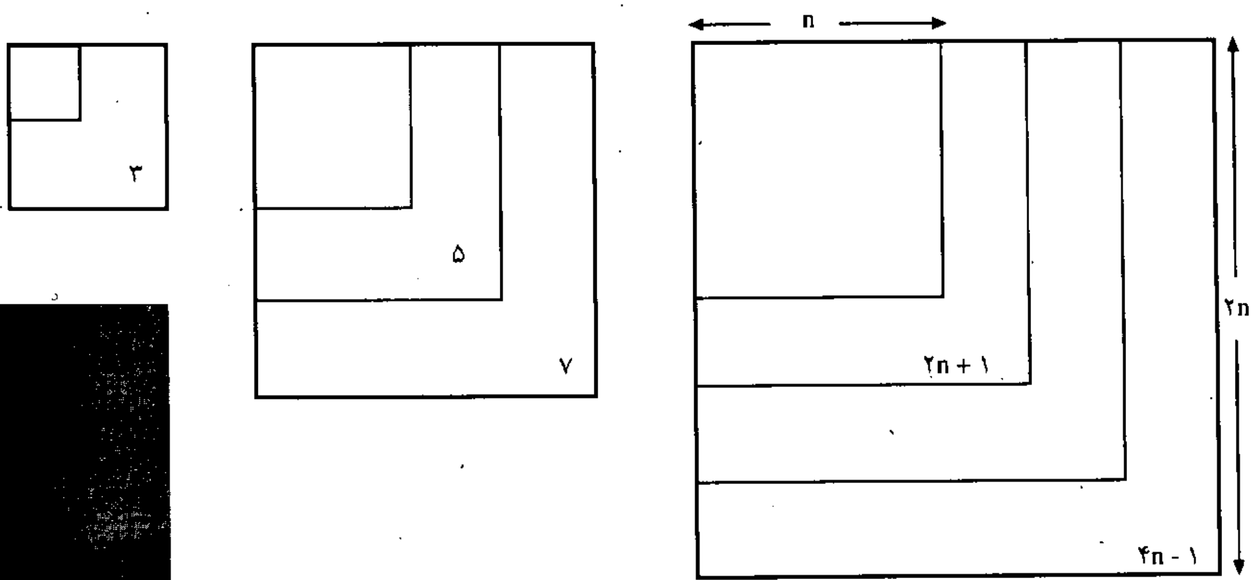
بیان کوتاه مطالب و ساختار منسجم کتاب از ویژگی‌های بارز کتاب است. مؤلفان با درج فهرست مراجع در پایان هر فصل، خواننده‌ی علاقه‌مند را برای یافتن مباحث تکمیلی راهنمایی می‌کنند. مجموعه ۶۱تایی مراجع، شامل کتاب، مقاله، و مطالب اینترنتی است که در میان آن‌ها آثار قدیمی و جدید به زبان فارسی و انگلیسی معرفی شده است.

کتاب «مثلث عددی خیام ـ پاسکال و مثلث‌های شبیه آن» می‌تواند برای معلمان، مرجعی مناسب باشد تا به فراخور جو کلاس درس خودشان از آن بهره ببرند.

اثبات بدون کلام: کسر گالیله

انتخاب: اسدالله نیکنام
دانشگاه فردوسی مشهد

اثبات تصویری تساوی کسرهای گالیله توسط Alfinio Flores و Hugh A. Sanders در مجله‌ی The College Mathematics، دوره‌ی ۳۶ شماره‌ی ۳، ماه مه ۲۰۰۵، صفحه‌ی ۱۹۸ چاپ شده است. برای اطلاع از اثبات دیگری از این تساوی، می‌توان به همین مجله، جلد ۲۹ سال ۱۹۹۸، مراجعه کرد.



$$\frac{۱}{۳}=\frac{۱+۳}{۵+۷}=\frac{۱+۳+۵}{۷+۹+۱۱}=\dots=\frac{۱+۳+\dots+۲n-۱}{۲n+۱+\dots+۴n-۱}=\frac{n^۲}{(۲n)^۲-n^۲}=\frac{n^۲}{۳n^۲}=\frac{۱}{۳}$$

اشاره

مجله ی رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل‌نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست‌اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیش‌ترین تلاش اعضای هیأت‌تحریریه ی مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل‌نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیش‌تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش‌تری با مجله ی خودشان برقرار کرده‌اند و بیش‌تر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال دارند. به همین دلیل، آرزوی دیرینه ی دفتر انتشارات کمک‌آموزشی و هیأت‌تحریریه ی مجله ی رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. درنتیجه، با نظر هیأت تحریریه ی مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند. در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ‌گو و منتقد دیدگاه‌ها باشند و تعامل و تبادل‌نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادارتر و کاراتر کنند.

البته لازم به توضیح است که دیدگاه‌های مطرح‌شده، الزاماً همسو با سیاست‌ها و دیدگاه‌های دفتر انتشارات کمک‌آموزشی و هیأت تحریریه ی مجله ی رشد آموزش ریاضی نیستند.

سردبیر

فلسفه‌ی تأسیس سازمان کتاب‌های درسی ایران

میرزا جلیلی
عضو هیأت تحریریه ی مجله ی رشد آموزش ریاضی

می‌گویند «تجربه، کلاس درسی است که در گوشه و کنار آن، پوسترهای رنگی بزرگی نصب شده‌اند که روی آن‌ها، درس‌هایی را که پیشینیان پس داده‌اند و اشتباهاتی را که مرتکب شده‌اند، نوشته شده است تا آیندگان بخوانند و توجه نمایند و بار دیگر آن‌ها را تکرار نکنند.»

اگر برنامه‌ریزی و تألیف، به مثابه‌ی پرنده‌ای فرض شود که دارای دو بال است و استفاده از هر دو بال باعث برخاستن مرغ از زمین و پرواز او می‌گردد، در بحث ما

نیز این دوبال عبارتند از:

۱. استفاده از تجربه‌های گذشته؛

۲. استفاده از مطالعات و تحقیقات به روز در سطح جهانی.

ما در آموزش گذشته‌ی خود، تا به امروز که به این جا رسیده‌ایم، تجربیات زیادی را پشت سر گذاشته‌ایم؛ از جمله:

الف ـ استانی شدن امتحانات نهایی سال آخر دبیرستان و طرح سؤالات به وسیله‌ی دبیران محلی که دوبار در کشور تجربه شد؛ یکی در سال ۱۳۴۰ و در زمان وزارت آقای درخشش و دیگری در اوایل انقلاب و در هر دو بار، نتیجه، مطلوب و قابل قبول نبود.

سؤالات امتحانی در یک استان بزرگ مثل اصفهان، بسیار سخت و در سطح بالا بود و در یک استان کوچک و احیاناً محروم بسیار ساده و آسان؛ طوری که اگر سؤالات این دو استان را با هم عوض می‌کردند؛ در استان بزرگ نمره‌ی همه‌ی دانش‌آموزان بالاتر از ۱۷ می‌شد و در استان کوچک، بیش‌تر نمرات یک‌رقمی می‌گردید؛ و حال آن‌که ارزش مدرک تحصیلی داده شده به آن‌ها، یکی بود.

ب ـ تألیف استانی؛ که دبیران هر استان برای استان خود کتاب درسی بنویسند، هم در مورد کتب ابتدایی از همان ابتدا و در مورد پاره‌ای از دروس دبیرستانی در سال ۱۳۴۰، در بعضی استان‌ها تجربه شد. کتاب‌های تألیف شده، هم‌سطح و هم‌تراز با هم یا با تألیف در مرکز نبودند.

ج ـ تألیف آزاد و رقابتی هم در مملکت تجربه شد و مشکلاتی دربرداشت. در سال‌های ۱۳۳۰ تا ۱۳۴۵، چندین دسته کتاب‌های درسی دبیرستان در کتاب‌فروشی‌ها موجود بود و مدارس، آزاد و مختار بودند که هر کدام را که مایل باشند برگزینند:

۱. کتب تألیف شده به وسیله‌ی آقایان: دکتر محمدعلی مجتهدی، هوشنگ منتصری، آذرنوش، ...

۲. کتاب‌های مرحوم احمد بیرشک، رهنما و... (مجموعه‌ی خرد)

۳. کتب پرویز شهریاری، ازگمی، ... (مجموعه‌ی علوم)

۴. کتاب‌های پرفسور فاطمی، محسن هنربخش و...

۵. کتاب‌های حسن صفاری و ابوالقاسم قربانی، ...

۶. هندسه‌های حسین مجذوب، حسین هورفر، ...

انتخاب کتاب برای هر منطقه یا مدرسه، بستگی به آشنایی و ارتباط مؤلفین با مسئولین مربوط داشت. بعضی از مؤلفین نیز به این ابتکار دست زده بودند که اسامی عده‌ای از دبیران تهرانی و شهرستانی را به عنوان همکار، در صفحه‌ی دوم جلد نوشته بودند که آن دبیران، از کتاب‌های این مؤلفین استفاده کنند.

نکته‌ی اساسی در مورد این کتاب‌ها این بود که نحوه‌ی ورود به مطلب و شیوه‌ی ارایه‌ی درس در آن‌ها متفاوت بود و هر دسته از مؤلفین، از تجارب شخصی خود استفاده کرده بودند یا احیاناً از کتاب‌های کشورهای مختلف الهام گرفته شده بود.

مشکل کار این بود که وقتی دانش‌آموزی، به ضرورت و اجبار، در وسط سال از یک مدرسه به مدرسه‌ی دیگری منتقل می‌شد باید کتاب‌هایی را که در آن مدرسه تدریس می‌شد بخرد و بخواند. که طریقه‌ی ارایه و بیان آن‌ها با قبلی‌ها تفاوت داشت و هماهنگ نبود.

هم‌چنین اگر دانش‌آموزی در سال بعد به مدرسه یا شهرستان دیگری منتقل می‌شد، باز همین مشکل دامنگیر او بود و گاهی بعضی از مطالبی را که در سال قبل خوانده بود، در کتاب این سال تکرار می‌شد. در نتیجه؛ این روند، نارضایتی اولیا و دبیران را به دنبال داشت.

در حال حاضر، باز تجربیات گذشته تکرار می‌شوند و موضوع «تألیف آزاد و رقابتی» مطرح شده است. فرض کنید وزارتخانه به طورجدی تصمیم بگیرد و اعلام کند که تألیف کتاب‌های ریاضی دوره‌ی دبیرستان آزاد است و همه‌ی گروه‌ها، انجمن‌ها و افراد می‌توانند کتاب تألیف کنند و باز فرض شود بعد از اعلام این موضوع، چندین سری کتاب، تألیف شده و به دفتر برنامه‌ریزی و تألیف ارایه شود تا پس از بررسی و مطالعه، بهترین یا بهترین‌ها انتخاب شوند

سؤالی که بلافاصله مطرح می‌شود این است که چه کسانی و در چه مدت زمانی در دفتر، قادر خواهند بود که کتاب‌ها را به طور دقیق مطالعه و بررسی کرده و درباره‌ی آن‌ها اظهار نظر کنند و اگر بعضی از این افراد، خود، مؤلف باشند، آیا قضاوت‌ها بی‌طرفانه و عادلانه خواهد بود؟ آیا نفوذ و آشنایی مؤلفین با این افراد، «انتخاب بهترین» را اجازه می‌دهد؟ جواب تجربیات گذشته منفی بوده است!

فرض کنید دفتر به شکلی، یک دسته را بهترین تشخیص دهد و تدریس آن‌ها در سراسر مدارس کشور مجاز اعلام شود. بعد از روشن شدن نتیجه، شکایات و اعتراضات، سیل گونه، به تمام مقامات کشور ارسال می‌شود که «حق این گروه بعد از... سال زحمت ضایع شد» و

این ها، مشکلات تازه‌ای برای وزارتخانه ایجاد خواهند کرد. در این رابطه، خاطره‌ای را نقل می‌کنم:

در اوایل دهه‌ی پنجاه، یک روز صبح که به محل کار خود یعنی سازمان کتاب‌های درسی رفتم، دیدم که چندین کارتن کتاب در هال، اطاق‌ها و روی میزها چیده‌اند! پرسیدم این ها چیست؟ گفتند: بنا بر شکایات عده‌ای از رؤسای مدارس، بعضی از کتاب‌های کمک‌درسی در کتابفروشی‌ها، ضررشان برای دانش‌آموزان بیش‌تر از نفعشان است. لذا اداره‌ی حقوقی وزارت آموزش‌وپرورش کتاب‌هایی را در رشته‌های ریاضی، فیزیک، شیمی، زبان خارجه و ادبیات فارسی از بازار جمع کرده است تا کارشناسان مطالعه و بررسی کنند و کتاب‌های مفید را مشخص سازند تا به آن‌ها اجازه‌ی ادامه‌ی فروش داده شود. در آن زمان در سازمان، در هر گروه درسی ۲ یا ۳ نفر کارشناس وجود داشت که اگر یک سال تمام هم به‌طور مداوم مشغول به‌کار می‌شدند، باز این کار تمام نمی‌شد. در نتیجه، بعد از مدتی، سازمان جواب داد برای انجام این عمل نیروی لازم را در اختیار ندارد و تازه، کار خود سازمان هم عقب مانده است. کتاب‌ها یکی دو ماه در آن‌جا بود. بعد هم آن‌ها را جمع کردند و بردند! این تجارب را ما به چشم دیده‌ایم!

صورت دیگر این است که دفتر، مثلاً سه دسته از بهترین‌ها را انتخاب کند. این کار نیز مشکلاتی در بر دارد، و چنانچه از هر دسته یک کتاب انتخاب شود؛ این مطلب هم در صفحات آینده خواهید دید که نتیجه نداده است.

در اوایل دهه‌ی چهل، پس از پشت‌سر گذاشتن همه‌ی شیوه‌های تألیف، برای رفع مشکلات آموزشی موجود و ساکت کردن سروصداها، «سازمان کتاب‌های درسی ایران» به ریاست دکتر محمود بهزاد تشکیل شد که امروز به «سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی وزارت آموزش‌وپرورش» تغییر نام داده است که یکی از دفاتر آن «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف» است.

این کار نیز با استفاده از تجارب کشورهای غربی صورت گرفت که سازمان‌ها و مؤسسات ملی و خصوصی ویژه‌ای دارند که با شرایط لازم، کتاب‌هایی را که تقریباً مورد قبول مدارس تمام نقاط کشور است، تألیف می‌کنند. از جمله‌ی کتاب‌های این مؤسسات، سری کتاب‌های S.M.S.G[1] در آمریکا یا S.M.P[2] در انگلیس بود. در این مؤسسات، رقابت‌های تجاری و مالی با رقابت‌های علمی همراه است. هر انجمن یا مؤسسه سعی می‌کند از یک گروه استاد دانشگاه، دبیر، روان شناس، برنامه‌ریز، رییس دبیرستان که صاحب‌نظر، با تجربه و سرشناس‌اند استفاده کند، به طوری‌که اسامی مؤلفین که در صفحه‌ی اول هر کتاب آمده، گاهی به ۳۰ نفر می‌رسد.

با شرایط موجود در ایران، ترجیح داده شد که سازمانی نظیر این مؤسسات امّا دولتی و زیر نظر وزارتخانه تأسیس شود.

این سازمان از سال ۱۳۴۵، تألیف کتب ابتدایی را آغاز کرد و کار را سال به سال تا پایان دوره‌ی دبیرستان ادامه داد. در آن زمان برای کتاب‌های دبیرستانی، موقتاً چنین عمل شد:

برای راضی نگه‌داشتن همه‌ی گروه‌های مؤلفین آن زمان، قرار شد مثلاً جبر سال اول را از یک دسته و جبر سال دوم از گروه دیگر و جبر سوم از سری سوم و... انتخاب گردد که این نیز مشکلاتی به دنبال داشت و دانش‌آموز در سال اول یک کتاب را با پیش‌درآمد و شیوه‌ی خاص می‌خواند و در سال دوم کتاب مؤلف دیگر با سلیقه‌ی متفاوتی تا این‌که تألیف سراسری در سال‌های ۱۳۵۳ تا ۱۳۵۶، پایان پذیرفت و کتاب‌ها هم‌آهنگ شد.

اگر دفتر برنامه‌ریزی و تألیف به وظایف خود، همان‌طور که در آئین‌نامه آمده است یا در طول زمان، تجربه و پیشنهاد شده است عمل کند و کارها با تدبیر و دقت و کارشناسی شده و با صرف زمان مناسب (و نه شتاب‌زده و به پیشنهاد یکی دو نفر) انجام شود؛ به نظر این جانب که ۳۰ سال در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف تجربه‌ی کاری دارم، روش موجود بهترین شیوه‌ی کار است.

آن‌چه در آیین‌نامه آمده یا بعداً پیشنهاد شده این است که شورای برنامه‌ریزی و تألیف از صاحب‌نظران زیر تشکیل شود

۱. اساتید دانشگاه در رشته‌های مختلف (آنالیز، جبر، آمار، آموزش ریاضی، ...) و حتی‌المقدور فارغ‌التحصیل از کشورهای مختلف؛

۲. دبیر دبیرستان‌ها؛

۳. کارشناسان دفتر؛

۴. متخصصین روان‌شناسی و

برنامه‌ریزی؛

۵. به‌طور ادواری بعضی از رؤسای مدارس و رؤسای انجمن اولیاء خانه و مدرسه.

به پیشنهاد اینجانب، بهتر است نحوه‌ی کار شورا پس از تشکیل به صورت زیر باشد:

الف ـ با توجه به سوابق نامه‌ها و نظرات رسیده از سوی معلمین سراسر کشور و پیشنهادات مطرح شده در طول اجرای برنامه‌ی جاری، جنبه‌های مثبت آن را برجسته و جنبه‌های منفی را کمرنگ یا اصلاح یا حذف نمایند؛

ب ـ با توجه به شرایط آموزشی کشور و جوّ موجود در مدارس و وضع دبیران و معلمین، کلاس و دانش‌آموزان برنامه‌ریزی جدید را «برای چهار سال با هم» آغاز نمایند؛

ج ـ در برنامه‌ریزی، به هدف تحصیل در دوره‌ی دبیرستان کاملاً توجه شود؛

د ـ برنامه‌ها و کتب درسی کشورهای غربی، همسایه‌ها، چین، ژاپن، هند در دسترس این شورا قرار گیرد ولی تغییرات و نوآوری‌ها باید تدریجی بوده و جهشی نباشد؛

هـ ـ شعارهای روز یعنی «ریاضی برای همه» و «ریاضی به عنوان ابزار و وسیله‌ی تکنولوژی و صنعت» مورد توجه باشد؛

و ـ به وضع دانش‌آموزان بعد از فارغ‌التحصیل شدن از دبیرستان توجه گردد تا هدف‌ها روشن شود؛

ز ـ اگر قرار شد در سال چهارم (پیش‌دانشگاهی) درس جدیدی مثل ریاضیات گسسته یا جبر خطی آورده شود باید ابتدا به ساکن نباشد و مقدمات و زمینه‌ی آن در سال‌های قبل فراهم شده باشد؛

ح ـ از تکرار مطالب هم پرهیز شود، نظیر آنچه در دروس حسابان و حساب دیفرانسیل یا احتمالات در سال‌های سوم و چهارم از کتاب‌های فعلی که قسمت‌های تکراری زیاد دارند؛

ط ـ زمان لازم و کافی در اختیار شورا باشد.

که البته برای به روز بودن برنامه‌ها و کتاب‌ها، لازم است کارشناسان و برنامه‌ریزان در کنفرانس‌ها و سمینارهای ملی و بین‌المللی، شرکت فعال داشته باشند.

کارشناسان دفتر باید با یکی دو زبان خارجی آشنایی کامل داشته باشند. علاوه بر این، حضور آن‌ها در دفتر تمام وقت باشد و هم‌چنین لازم است جزو گروه مؤلفین قرار گیرند تا بعد از پایان تألیف، «متولّی» کتاب‌ها باشند و دنباله‌ی تألیفات جدید رها نشود یا مؤلفین بعد از چند سال نگویند روزی ما کتاب‌ها را نوشتیم، ولی بعداً کارشناسان دفتر همه‌ی مطالب آن را تغییر دادند.

تجربه‌ی گذشته نشان داده است که مؤلف بیگانه با یک زبان خارجی، در تألیف موفق نبوده و کار او جز انشای جدید متن‌های گذشته چیز دیگری نخواهد بود.

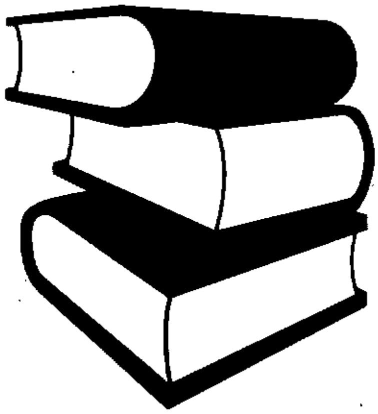
البته استفاده از تجارب کلاسی، دبیران باتجربه و آشنا با جو آموزشی مملکت نیز خود مسأله‌ای بسیار ضروری است و مفید بودن آن غیر قابل انکار است. یعنی حضور نماینده‌های فعّال انجمن‌ها یا اتحادیه‌های ریاضی کشور در شورای برنامه‌ریزی و تألیف از واجبات است. این افراد می‌توانند اعضای شورا را در جریان عملکرد مدارس دولتی و غیر انتفاعی و سطح آموزش در نقاط مختلف کشور قرار دهند هم‌چنین پس از تنظیم پیش‌نویس هر کتاب جدید، هر نماینده آن را تکثیر و در اختیار سایر اعضای علاقه‌مند و فعال این انجمن یا اتحادیه‌ی مربوط قرار دهد تا کتاب مطالعه شود و نظرات، کتباً اعلام شوند و اسامی کسانی که این کار را با امعان نظر و دقت انجام می‌دهند، به عنوان همکار مؤلف آورده شود و امتیازات مالی و معنوی به آن‌ها تعلق گیرد.

امیدواریم پیشنهادات و تجارب مطرح شده، برای تصمیم‌گیری‌های مناسب و خوب در زمان حال، مفید واقع شود.

زیرنویس‌ها

1. School Mathematics Study Group
2. School Mathematics Project

چکیده‌ی پایان‌نامه‌های کارشناسی ارشد آموزش ریاضی



مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، از کلیه‌ی فارغ التحصیلان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در سراسر ایران، دعوت می کند چکیده‌های پایان‌نامه‌های خود را با مشخصات کامل شامل: **عنوان، نام کامل پژوهشگر، نام استاد راهنما، نام استاد مشاور، تاریخ دفاع و نام دانشگاه**، به همراه نامه‌ی تأیید از جانب استاد راهنمای خویش، برای چاپ در این مجله، ارسال نمایند.

عنوان پایان‌نامه: مطالعه و بررسی اثربخشی و پیش‌بینی اضطراب و نگرش ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دختر رشته‌ی علوم ریاضی پیش‌دانشگاهی در ناحیه (۴) مشهد؛

پژوهشگر: مهدی رحمانی؛

استاد راهنما: دکتر احمد شاهورانی؛

تاریخ دفاع: مرداد ۱۳۸۵؛

دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

چکیده ۱

اضطراب ریاضی، وضعیتی روانی است که به هنگام رویارویی با محتوای ریاضی، چه در موقعیت آموزش و یادگیری، چه در حل مسایل ریاضی و یا سنجش رفتار ریاضی در افراد پدید می آید. نگرش‌ها، قسمت تأثیرگذار زندگی انسان هستند. نگرش نسبت به ریاضی، در یک مفهوم کلی، باورهای فرد نسبت به خود و نسبت به ریاضی است. هدف ما در این تحقیق، مطالعه و بررسی اثربخشی اضطراب و نگرش ریاضی بر عملکرد ریاضی دانش آموزان و ارایه‌ی مدلی برای پیش‌بینی عملکرد دانش‌آموزان از روی نمره‌ی اضطراب و نمره‌ی نگرش بود.

درنتیجه‌ی تحلیل آماری داده‌های حاصل از این تحقیق آشکار شد که:

ـ بیش‌ترین اضطراب دانش‌آموزان مربوط به امتحان ریاضی است.

ـ اغلب دانش‌آموزان معتقد بودند که از کار گروهی لذت می‌برند.

ـ دانش‌آموزان با اضطراب ریاضی بالا، نگرششان نسبت به خود به عنوان یادگیرنده‌ی ریاضی، منفی‌تر می‌شود و باور آن‌ها نسبت به ریاضی به گونه‌ای شکل می‌گیرد که ریاضی را موجودی دست‌نیافتنی، غیرواقعی و نامفهوم می‌بینند. همه‌ی این عوامل، زمینه‌ساز افت عملکرد ریاضی دانش‌آموزان هستند.

توصیه‌هایی برای تدریس

ـ با آرامش کافی درس دهیم. اگر در تدریس ریاضی آرامش کافی نداشته باشیم، نتیجه‌ی کار رضایت‌بخش نخواهد بود. سنگینی کار، ایجاد دلهره و اضطراب می‌کند.

ـ دانش‌آموزان در کلاس‌های درس ریاضی، دارای نگرش‌های متفاوتی نسبت به ریاضی هستند، لذا توجه به تفاوت‌های فردی آن‌ها ضروری است.

ـ پیشنهادهای خود، برای بهبود وضعیت دانش‌آموزان را با نمره همراه نکنید، زیرا با این کار بر اضطراب ریاضی

دانش‌آموزان افزوده می‌شود.

ـ تأکید بر ارزشیابی مستمر، زیرا باعث کاهش اضطراب ریاضی دانش‌آموزان می‌شود.

ـ تأکید بر کار در گروه‌های کوچک، بحث همگانی در کلاس درس ریاضی و آموزش از طریق حل مسأله باعث می‌شود که نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی مثبت‌تر شود.

عنوان پایان‌نامه: بسترهای لازم برای یاددهی ـ یادگیری حسابان در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای؛

پژوهشگر: یوسف آذرنگ؛

استاد راهنما: خانم دکتر زهرا گویا؛

استاد مشاور: آقای دکتر احمد شاهورانی؛

تاریخ دفاع: شهریور ۱۳۸۵؛

دانشکده‌ی علوم ریاضی و کامپیوتر، گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

چکیده

حسابان یکی از شاخه‌های ریاضی است که دانش‌آموزان با بسیاری از مفاهیم آن در پایه‌های آخر دبیرستان آشنا می‌شوند. با توجه به این که دانش‌آموزان قبل از ورود به حسابان، با بسیاری از مفاهیم جبر مقدماتی آشنایی پیدا کرده‌اند، بنابراین، جبر می‌تواند در ایجاد بستری مناسب برای حسابان، نقش مؤثری ایفا کند. از این گذشته، حسابان سرشار از مفاهیمی است که یادگیری آن‌ها، نیازمند توجه به عوامل ویژه‌ی این حوزه است. از جمله این که به همان اندازه که تفکر جبری برای درک مفاهیم جبری مفید است، به همان اندازه هم در حسابان، تفکر آنالیزی مؤثر و مفید است. در این پایان‌نامه، میزان فهم و درک دانش‌آموزان از بازنمایی، مدل‌سازی و فرهوم ـ تلفیقی از فرآیند و مفهوم یادگیری ـ بررسی شد. پژوهشگر دریافت که برای ایجاد زمینه‌های یاددهی و یادگیری مناسب مفاهیم حسابان، تأکید بر رویکردهای مجرد و نمادین کافی نیست و می‌توان نقش حساب، جبر و هندسه را در حسابان برجسته کرد. به این ترتیب، می‌توان با تأکید بیش‌تر بر انواع بازنمایی‌ها و تقویت مهارت‌های مدل‌سازی، به ریاضیات مدرسه‌ای و ریاضیات غیررسمی دانش‌آموزان معنای بهتری بخشید. علاوه بر این‌ها، این مطالعه، با استناد به ایده‌ی فرهوم، نشان داد که می‌توان روند حرکت از جبر به سمت حسابان را تسهیل نمود و بسیاری از شکاف‌های موجود را ترمیم کرد. هم‌چنین، پژوهشگر نتیجه گرفت که دانش‌آموزان، در بیش‌تر موارد قادر به انجام دادن ریاضی در قالب رویه‌ها و روابط ریاضی هستند و کمتر قادر به تفکر در انجام اعمال ریاضی خود هستند. یافته‌های این تحقیق مؤید این مطلب است که دانش‌آموزان، در تلفیق شاخه‌های ریاضی مانند جبر، هندسه و حسابان، با مشکل مواجه هستند.

در ادامه، پژوهشگر توصیه می‌نماید که تنوع در ارزشیابی‌ها و تنوع در روش‌های تدریس و توجه به رویکردهای روان‌شناختی برای ایجاد بسترهای مناسب لازم است و می‌تواند فرآیند یاددهی و یادگیری حسابان را تسهیل کند. هم‌چنین، تأکید بر انواع بازنمایی‌ها و مهارت‌های مدل‌سازی ریاضی از یک طرف می‌تواند دانش‌آموزان را با دقت بهتری وارد ریاضیات صوری کند و از طرف دیگر، پیوند مناسب‌تری با دنیای واقعی دانش‌آموزان برقرار سازد.

عنوان پایان‌نامه: نقش فهم رابطه‌ای و ابزاری در ارتقای توانایی‌های حل مسأله‌ی ریاضی دانش‌آموزان؛

پژوهشگر: رضا حیدری قزلجه؛

استاد راهنما: خانم دکتر زهرا گویا؛

استاد مشاور: آقای دکتر حسین حاجی ابوالحسن؛

تاریخ دفاع: شهریور ۱۳۸۵؛

دانشکده‌ی علوم ریاضی و کامپیوتر گروه ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

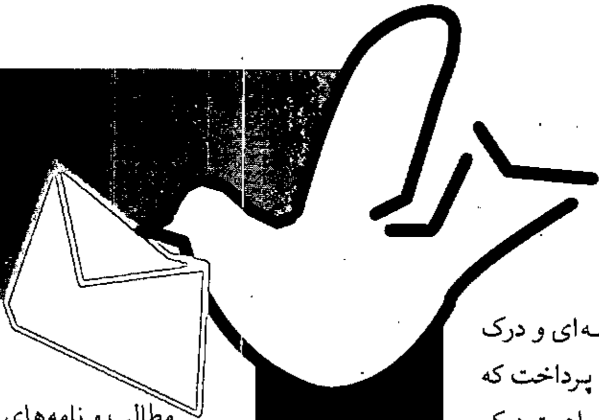
چکیده

درک و فهم، یک هدف تلویحی برای آموزش ریاضی است و اکثر آموزشگران و معلمان ریاضی، بر یادگیری همراه با درک و فهم آن تأکید می‌ورزند. با این حال ممکن است افراد مختلف، برداشت‌های متفاوتی از کلمه‌ی «فهمیدن» داشته باشند که هریک از این برداشت‌ها، بر فرآیند یاددهی ـ یادگیری ریاضی به گونه‌ی ویژه‌ای تأثیرگذارند. به دلیل چنین تنوع بالقوه‌ای، پژوهشگر این مطالعه، با استفاده از چارچوب نظری اسکمپ

(۱۹۸۹) در مورد درک رابطه‌ای و درک ابزاری، به طراحی تحقیقی پرداخت که هدف آن، شناخت عمیق‌تر ماهیت درک و فهم ریاضی دانش‌آموزان از مفهوم مشتق بود.

برای انجام این کار، ۱۲۴ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی دوره‌ی پیش‌دانشگاهی به طور داوطلبانه در این تحقیق شرکت داشتند و داده‌های مطالعه از طریق آزمون اولیه (مطالعه‌ی مقدماتی)، آزمون مفاهیم، آزمون حل مسأله و مصاحبه، جمع‌آوری شدند. هدف اولیه‌ی تحقیق آن بود که با توجه به چارچوب نظری اسکمپ مشخص شود که درک و فهم هریک از دانش‌آموزان از مفهوم مشتق، رابطه‌ای است یا ابزاری.

تجزیه و تحلیل داده‌ها نشان داد که برچسب درک رابطه‌ای یا ابزاری زدن به دانش‌آموزان، تقریباً غیرممکن است. به عبارت دیگر، یافته‌های تحقیق نشان دادند که هرچند چارچوب نظری اسکمپ برای تمایز قائل شدن بین دو نوع درک و فهم مفید است، اما در عمل، لازم است که «فهمیدن» به عنوان یک پیوستار درنظر گرفته شود که می‌توان در یک انتهای آن درک ابزاری و در انتهای دیگر آن، درک رابطه‌ای را تصور کرد. در واقع، نمی‌توان با قطعیت ادعا کرد درک ریاضی یک دانش‌آموز فقط ابزاری یا فقط رابطه‌ای است، بلکه درک و فهم وی تلفیقی از این دو نوع می‌باشد که این پیوستار، ماهیت آن را روشن می‌کند.



نامه‌های رسیده

مطالب و نامه‌های دوستان زیر به دستمان رسیده است. از همه‌ی آن‌ها متشکریم و منتظر نوشته‌های دیگر خوانندگان نیز هستیم.

خانم فرحناز حیاتی، از ایلام؛
آقای احمد ربانی، از اصفهان؛
آقای حسین پروانه‌وطن، از استان آذربایجان غربی؛
خانم نسرین کاویانی، از تهران؛
آقای مرتضی خلیلی گرجی، از بهشهر؛
خانم عظیم‌سادات خاکباز، از کرمان؛
خانم زهره شمس نجف‌آبادی، از نجف‌آباد؛
خانم فروزنده پناهیده، از کاشان؛
خانم مژگان فریدون‌نژاد، از اصفهان.

از استاد گرانقدرمان، آقای عبدالحسین مصحفی، نامه‌ای دریافت کردیم. دیدن دستخط ایشان، ما را بسیار خوشحال کرد. ایشان در ارتباط با مقاله‌ی «نگاهی به تاریخچه‌ی کتاب‌های ریاضیات مدرسه...» که در شماره‌ی ۸۴ این مجله چاپ شده است، نکته‌ای را متذکر شدند که ضمن تشکر فراوان از توجه ایشان به آن اشاره می‌کنیم:

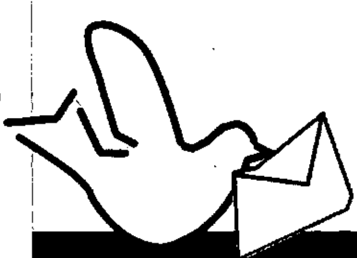
در نوشتار «نگاهی به تاریخچه‌ی کتاب‌های ریاضیات مدرسه...» از نسخه‌ی تابستان ۸۵، از مؤلف کتاب کفایت الحساب به نام عبدالغفار نجم‌الملک یاد شده که اشتباه و صحیح آن عبدالغفار نجم‌الدوله است. این دو برادر بوده‌اند. برادر بزرگتر عبدالوهاب نجم‌الملک منجم مادر ناصرالدین شاه بوده و برادر کوچکتر عبدالغفار نجم‌الدوله منجم ناصرالدین شاه و مؤلف یک سری کتاب‌های درسی ریاضی و نجوم برای دارالفنون و برای مدرسه‌های متوسطه بوده است: سه جلد بدایت الحساب، کفایت الحساب، نهایت الحساب در موضوع حساب، سه جلد هدایت الجبر، کفایت الجبر،

نهایت الجبر در زمینه ی جبر، و به همین ترتیب در زمینه ی نجوم و... این کتاب ها مورد استقبال خیلی خوب معلمان و دانش آموزان بوده و سرمشق سایر مؤلفان کتاب های درسی ریاضی بوده اند. نسخه هایی از این کتاب ها را دارم که در صفحه ی عنوان آن ها، نام مؤلف با عنوان «عبدالغفار معروف به نجم الدوله» چاپ شده است. استاد همایی در تاریخ علوم اسلامی، و دکتر مصاحب در تاریخ ریاضیات ضمیمه ی جبر خیام و پژوهشگران دیگر هم عنوان نجم الدوله را برای عبدالغفار به کار برده اند.

برای اطلاع عرض شد.

ارادتمند

عبدالحسین مصحفی



خوانندگان عزیز مجله ی رشد آموزش ریاضی، در شماره ی ۸۵ این مجله، مقاله‌ای با عنوان «جای خالی مطالعه ی تدریسی» چاپ شد. واژه ی «مطالعه ی تدریسی» واژه‌ای است که توسط نگارنده ی مقاله، معادل واژه ی Lesson Study انتخاب شده است. دکتر مهدی رجبعلی پور، ضمن اشاره به معنای این واژه، واژه ی فارسی «درس پژوهی» را برای آن مناسب تر می دانند. از کلیه ی کسانی که در این حوزه به مطالعه و نگارش علاقه دارند، درخواست می شود، به این نکته توجه کنند.

رشد آموزش ریاضی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

آشنایی با مجله های رشد

مجله های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش، با این عناوین تهیه و منتشر می شوند:

مجله های دانش آموزی (به صورت ماهنامه ـ ۸ شماره در هر سال تحصیلی ـ منتشر می شوند):

- **رشد کودک** (برای دانش آموزان آمادگی و پایه ی اول دوره ی ابتدایی)
- **رشد نوآموز** (برای دانش آموزان پایه های دوم و سوم دوره ی ابتدایی)
- **رشد دانش آموز** (برای دانش آموزان پایه های چهارم و پنجم دوره ی ابتدایی).
- **رشد نوجوان** (برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی).
- **رشد جوان** (برای دانش آموزان دوره ی متوسطه).

مجله های عمومی (به صورت ماهنامه ـ ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):

- رشد مدیریت مدرسه، رشد معلم، رشد آموزش ابتدایی، رشد آموزش راهنمایی تحصیلی، رشد تکنولوژی آموزشی، رشد مدرسه فردا

مجله های تخصصی (به صورت فصلنامه و ۴ شماره در سال منتشر می شوند):

- رشد برهان راهنمایی (مجله ی ریاضی، برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی)، رشد برهان متوسطه (مجله ی ریاضی، برای دانش آموزان دوره ی متوسطه)، رشد آموزش معارف اسلامی، رشد آموزش جغرافیا رشد آموزش تاریخ، رشد آموزش زبان و ادب فارسی، رشد آموزش زبان رشد آموزش زیست شناسی، رشد آموزش تربیت بدنی، رشد آموزش فیزیک رشد آموزش شیمی، رشد آموزش ریاضی، رشدآموزش هنر، رشد آموزش قرآن رشد آموزش علوم اجتماعی، رشد آموزش زمین شناسی، رشد آموزش فنی و حرفه ای و رشد مشاورمدرسه.

مجله های رشد عمومی و تخصصی برای معلمان، آموزگاران، مدیران و کادر اجرایی مدارس
دانشجویان مراکز تربیت معلم و رشته های دبیری دانشگاه ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می شوند.

◆ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهرشمالی، ساختمان شماره۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۸، دفتر انتشارات کمک آموزشی.
تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸

برگ اشتراک مجله های رشد

شرایط

۱ـ واریز مبلغ ۲۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله درخواستی، به صورت علی‌الحساب به حساب شمارهٔ ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه سه راه آزمایش (سرخه حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.

۲ـ ارسال اصل رسید بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک.

- **نام مجله :** ....
- **نام و نام خانوادگی:** ....
- **تاریخ تولد:** ....
- **میزان تحصیلات:** ....
- **تلفن:** ....
- **نشانی کامل پستی:**

استان: .... شهرستان: ....

خیابان: ....

....

پلاک: .... کدپستی: ....

- **مبلغ واریز شده:** ....
- **شماره و تاریخ رسید بانکی:** ....

امضا:

نشانی: تهران ـ صندوق پستی مشترکین ۱۶۵۹۵/۱۱۱

نشانی اینترنتی: www.roshdmag.ir

پست الکترونیک: Email:info@roshdmag.ir

☎ امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ـ۷۷۳۳۵۱۱۰

☎ پیام گیر مجلات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ـ ۸۸۸۳۹۲۳۲

یادآوری:

- هزینه برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی، بر عهده مشترک است.
- مبنای شروع اشتراک مجله از زمان وصول برگ اشتراک است.
- برای هر عنوان مجله برگ اشتراک جداگانه تکمیل و ارسال کنید (تصویر برگ اشتراک نیز مورد قبول است).

IN THE NAME OF GOD

Ministry of Education
Organization of Research& Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

Roshd

Mathematics Education Journal 87

Vol. 24 ● No. 3 ● 2007 ● ISSN: 1606 - 9188

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585
E-mail: info@roshdmag.ir
roshd_riazi@yahoo.com

معلم • جوان • نوجوان • نوآموز • دانش‌آموز • کودک • مدیریت مدرسه • مدرسه فردا • تکنولوژی آموزشی • قرآن • آموزش ابتدایی

آموزش ریاضی • آموزش زبان و ادب فارسی • آموزش زبان • آموزش جغرافیا • آموزش شیمی • آموزش زیست شناسی • زمین شناسی

آموزش معارف اسلامی • برهان • برهان • آموزش تاریخ • آموزش علوم اجتماعی • هنر

نشریات رشد

راهی مطمئن بسوی تقویت بنیه‌ی علمی دانش آموزان و معلمان

از کجا بخریم؟

مژده به همکاران محترم آموزش و پرورش، دانشجویان و دانش‌آموزان عزیز که تمایل به دریافت محصولات دفتر انتشارات کمک آموزشی (نشریات رشد عمومی و تخصصی و کتاب‌های رشد) را دارند.

از این به بعد، غیر از سازمان آموزش و پرورش استان‌ها، اداره آموزش و پرورش شهرستان‌ها و مناطق، نمایشگاه دائمی نشریات رشد واقع در فروشگاه مرکزی انتشارات مدرسه در تهران مجلات رشد را به طور مستقیم عرضه می‌کنند.

تهران، خیابان کریم‌خان، ابتدای ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره چهار آموزش و پرورش، کتاب فروشی انتشارات مدرسه تلفن: ۸۸۸۲۲۶۶۸ امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶

نهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران

۱۶ تا ۱۸ شهریور ۱۳۸۶
دانشگاه سیستان و بلوچستان