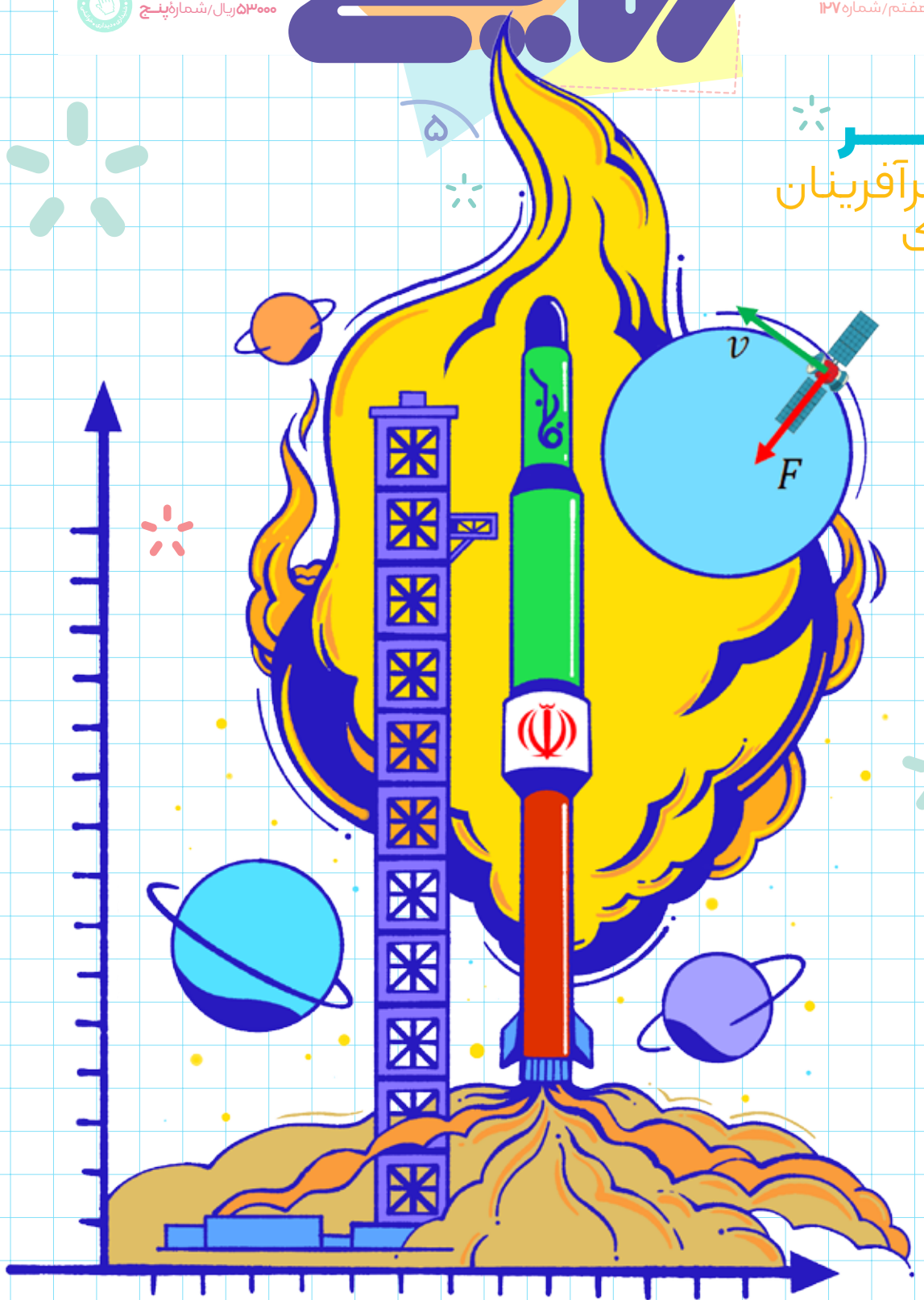
رشد
برهان ۱
ریاضی

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول
ISSN: ۱۷۳۵-۴۹۴۳ / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
۴۰ صفحه / بهمن ۱۴۰۰
۵۳۰۰۰ ریال / شماره پنج

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هفتم / شماره ۱۲۷

۵

فجر
بر فجرآفرینان
مبارک



هیجان مسابقه

حسین نامی ساعی

در یک پیســت دایره‌ای شــکل دو و میدانی، احمد و بهمن و سعید و داود و احسان پشت‌سر هم و به ترتیب در جهت عقربه‌های ساعت و با فاصله‌های مساوی از یکدیگر قرار گرفته‌اند و قرار است که شروع به دویدن کنند، به‌طوری که؛ احمدِ در خلاف جهت عقربه‌های ســاعت و بهمن و سعید و داود و احسان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت بدوند و ضمناً در دست احمد چوبی است. با شرایط زیر مسابقه را شروع می‌کنند.

۱ احمد با سرعت ۴ دور در ساعت در خلاف جهت عقربه‌های ساعت شروع به دویدن می‌کند. و هم‌زمان با دویدن احمد: ۲ بهمن و سعید و داود و احسان با سرعت ۱ دور در ساعت در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌دوند.

۳ قرار گذاشــته‌اند که، در هر زمان که دو دونده از کنار هم عبور می‌کنند اگر چوب در دســت یکی از آن‌ها باشد آن را به دیگری بدهد.

سؤال: بعد از یک ساعت دویدن چوب در دست چه کسی است؟

برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را اسکن کنید.

بسم الله الرحمن الرحیم

اللّهم صل علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

من شهر علم هستم و علی (ع) دروازهٔ آن، هر کس که آهنگ شهر کند باید از دروازهٔ آن وارد شود.

حضرت محمد (ص) «تاریخ بغداد، ج ۴، ص ۳۴۸، مستدرک حاکم، ج ۳، ص ۱۲۶»

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی WWW.ROSHDMAG.IR
دوره بیست و هفتم/ شمارهٔ پی در پی **۱۲۷** / بهمن **۱۴۰۰**
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
ISSN:۱۷۳۵-۴۹۴۳ / پیامک: **۴۰/۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲** صفحه/ **۵۳۰۰۰** ریال

مدیر مسئول: محمد صالح مذنبی/ **سردبیر:** حسین نامی ساعی/ **مدیر داخلی:** یری حاجی خانی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، بهنام آبتی پور، خسرو داودی، رضا حیدری قزلجه، محمدرضا سیدصالحی، عباس قلعه‌پوراقدم، داود معصومی مهوار، محمود نصیری/ **ویراستار:** بهروز راستانی
مدیر هنری: کوروش پارسانژاد **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگران: سام سلماسی/ حسین یوزباشی

مناسبت‌های بهمن ۱۴۰۰: ◀ **سوم:** ولادت حضرت فاطمه زهرا (س)، روز زن ◀ **دوازدهم:** بازگشت حضرت امام خمینی (ره) به ایران و آغاز دههٔ مبارک فجر انقلاب اسلامی ◀ **چهاردهم:** ولادت حضرت امام محمد باقر (ع) و روز فناوری فضایی ◀ **شانزدهم:** شهادت حضرت امام علی‌النقی (ع) ◀ **نوزدهم:** روز نیروی هوایی ◀ **بیست‌ودوم:** پیروزی انقلاب اسلامی و سقوط نظام شاهنشاهی ◀ **بیست‌وسوم:** ولادت حضرت امام محمد تقی (ع) ◀ **بیست‌وششم:** ولادت حضرت امام علی (ع) ◀ **بیست‌وهشتم:** وفات حضرت زینب (س)

۲۲ بهمن
گرامی باد

سخن سردبیر
منطق ریاضی روح رایانه!/ حسین نامی ساعی/ ۲

ریاضی و مدرسه
تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی/ محمود نصیری/ ۳
ماجراهای کلاس ریاضی؛ میزگرد متغیر/ داود معصومی مهوار/ ۶
چطور رسم کنیم؟ رسم راست گوشه‌ها/ فاطمه معین‌الدینی/ ۸

ریاضی و کاربرد
بیایید کمی فکر کنیم؛ ۶ میلیون تُن غذا برای ۸۰ میلیون نفر/ خسرو داودی/ ۱۰
انرژی از خلأ تا کهکشان راه شیری/ روح‌الله خلیلی بروجنی/ ۱۲
یک ضرب عجیب و غریب/ عباس قلعه‌پوراقدم/ ۱۴
یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است! (قسمت پنجم)/ شراره تقی دستجردی، محسن رحیمی پیرانفر/ ۱۶
شاخه‌های ریاضیات، جبر/ جعفر ربّانی/ ۲۴
آیسل و مجذورات کامل/ افشین خاصّه‌خان/ ۲۶
داستان ریاضی ژن‌های ما/ ژما جواهری‌پور/ ۲۸
حکایت شغال و استخر دستکند/ قاسم حسین قنبری/ ۲۹
غلط‌های درست‌نما/ حسین نامی ساعی/ ۳۰

گفت‌وگو
پله پله روی نردبان دانایی/ گفت‌وگو با دکتر فروزان خردپژوه، استاد دانشگاه و چهرهٔ شاخص خانه‌های ریاضیات کشور/ محمدحسین دیزجی/ ۱۹
مخاطبان دیروز و امروز برهان/ امیر باقری‌اقدم/ ۳۱

ریاضی و تاریخ
دکتر رجبعلی پور؛ ریاضی‌دان و دانشمندی چندبعدی/ رضا حیدری قزلجه/ ۲۲

ریاضی و سرگرمی
سرگرمی‌های عددی؛ ماشین حساب را کنار بگذارید/ عباس قلعه‌پوراقدم/ ۳۴
چه کسی در طبقهٔ چهارم زندگی می‌کند؟/ خسرو داودی/ ۳۶

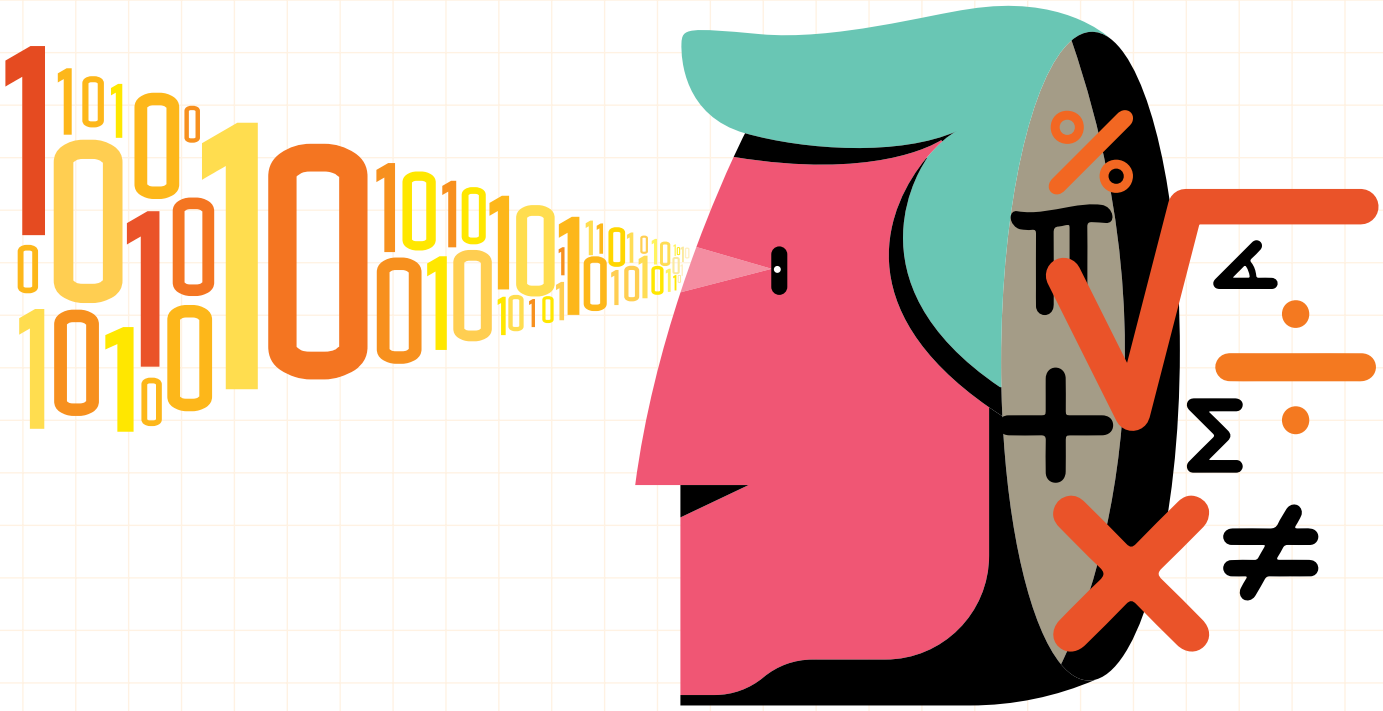
ریاضی و نرم‌افزار
فوت و فن ریاضی/ فاطمه درویشی/ ۳۸

ریاضی و مسئله
لذت ریاضی/ لیلا جلیلی/ ۴۰

در ۱۶ خرداد سال ۱۳۲۴ خورشیدی، اولین فرزند شهربانو به دنیا آمد و نامش را مهدی گذاشتند. مهدی قبل از رسیدن به شش سالگی، پدر را از دست داد. آموزش مدرسه‌ای را از سال ۱۳۳۰ در پرورشگاه صنعتی شروع کرد...

صفحهٔ ۲۲ و ۲۳ را بخوانید.

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها، ضرورتاً مبین نظر دفتر انتشارات و فناوری آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. **اهداف:** گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی/ توسعهٔ تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها/ توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری/ تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. **ارتباط با مرکز بررسی آثار:** خوانندگان رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ تلفن: ۸۸۳۰۵۷۷۲-۰۲۱ / **نشانی:** تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ **تلفن:** ۸۸۸۳۱۱۶۱-۰۲۱ **داخلی** ۵۰۱ / **نمابر:** ۸۸۴۹۰۳۱۶-۰۲۱/ **صندوق پستی:** ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶/ **تلفن پیامگیر نشریات رشد:** ۸۸۳۰۱۴۸۲-۰۲۱/ **صندوق پستی امور مشترکین:** ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱/ **تلفن امور مشترکین:** ۸۸۸۶۷۳۰۸-۰۲۱/ **وب‌گاه:** www.roshdmag.ir/ **رایانامه:** borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir / **وبلاگ اختصاصی مجله:** weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee/ **چاپ و توزیع:** شرکت افست



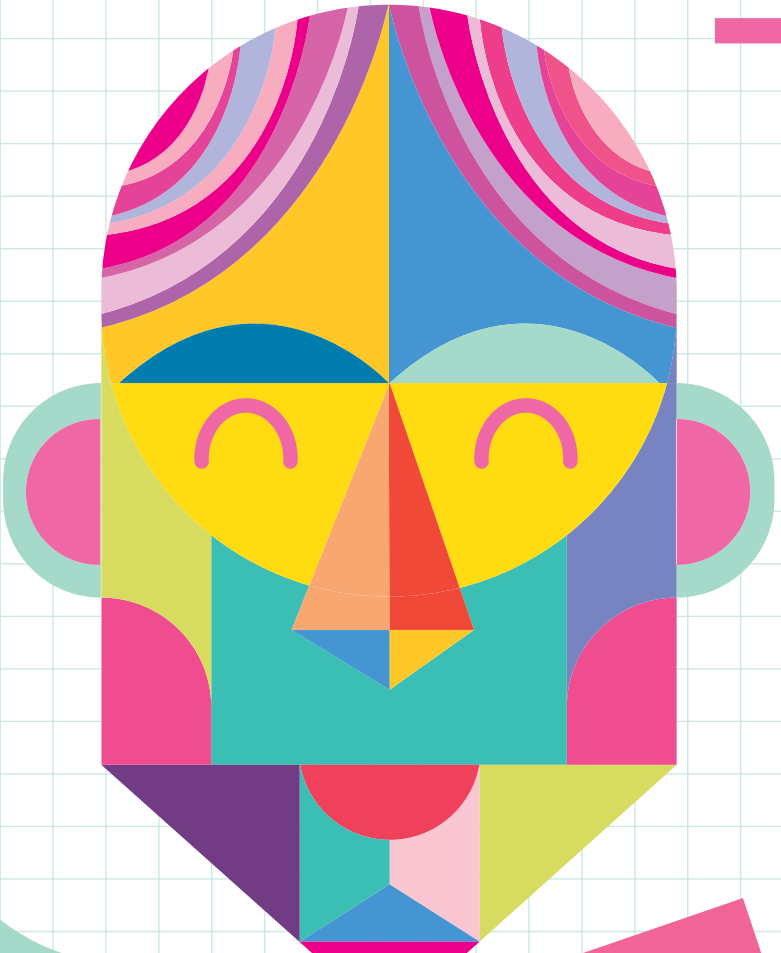
حسین نامی ساعی

منطق ریاضی روح رایانه!

سلام دوستان و همراهان خوب مجلهٔ رشد برهان، قبل از هر سخن فرا رسیدن ۲۲ بهمن سالروز پیروزی انقلاب اسلامی ایران را تبریک می‌گویم.

و اما؛ دوستی دارم که عقاید و تفکرات خیلی جالبی دارد. از جمله اعتقاد دارد: «اگر می‌خواهید به ارزش و اهمیت وجود چیزی پی ببرید، کافی است به نبودن آن فکر کنید!» به این موضوع‌ها فکر کنیم که وسیله‌هایی مثل رایانه، رایانک (تبلت)، گوشی‌های هوشمند و ... در گوشه و کنار زندگی ما چه می‌کنند؟ نقش طراحان، کارشناسان و مهندسان مرتبط با این امور در زندگی ما چیست؟ اگر این وسیله‌ها نبودند، چه اتفاقی می‌افتاد؟

تجسم کنید، نبودن رایانه در خانه‌ها، اداره‌ها، مدرسه‌ها و آموزش‌وپرورش -به‌ویژه در شرایط آموزش مجازی کرونایی امروز- بانک‌ها، کارخانه‌ها، درمانگاه‌ها، بیمارستان‌ها و هزاران هزار جاهای دیگر چه شرایطی را برای ما رقم می‌زد؟ پاسخ این است؛ زندگی امروز متأثر از رایانه، اینترنت و مشتقات آن‌هاست و زندگی با این وسیله‌های مدرن سریع‌تر و راحت‌تر شده است و حذف آن‌ها شاید غیرممکن باشد. در عصر حاضر سخت‌افزارها و نرم‌افزارها، دنیای جدیدی را برای ما ساخته‌اند که قبلاً وجود نداشته است و حضور آن‌ها در همهٔ زمینه‌های زندگی انسان مشهود است. امروز رایانه‌ها حتی نفوذ کم نظیری به دنیای فردی ما داشته‌اند و وابستگی‌هایی برای هر یک از ما ایجاد کرده‌اند؛ وابستگی‌هایی مثل کتاب‌های صوتی؛ تماشای فیلم و خواندن کتاب‌های الکترونیکی؛ برقراری ارتباط برخط (آنلاین) با دوستان و اعضای خانواده حتی از هزاران کیلومتر دورتر؛ شرکت در کلاس‌های برخط و ... رایانه‌ها در صنعت نیز دگرگونی عمیقی ایجاد کرده‌اند، تا جایی که امروزه توانایی انجام خیلی از کارها را دارند و مشکل‌گشای خیلی از دردسرها شده‌اند. همچنین در زندگی دیجیتالی واقعاً انجام خیلی از کارها بدون رایانه‌ها غیرممکن است. این‌ها را گفتیم تا به سؤالی که مقصود اصلی ماست برسیم و آن اینکه: «پشت پردهٔ رایانه‌ها و سخت‌افزارها و نرم‌افزارها چیست؟ سازندگان و کارگردانان این دستگاه‌ها (سیستم‌ها) و سامانه‌ها چه کسانی هستند؟ و مهم‌تر از همه چگونه می‌توان به آن‌ها پیوست؟» پاسخ این است که مهندسان رایانه، اعم از سخت‌افزار و نرم‌افزار، طراحان اصلی فناوری رایانه‌ها هستند و بهترین راه پیوستن به آن‌ها عبور از جادهٔ ریاضیات است. به عبارتی، مهم‌ترین ابزار مهندسان رایانه ریاضیات است و ریاضیات و منطق ریاضی اساس برنامه‌ها و برنامه‌نویسی رایانه‌هاست. بنابراین، مهندسان رایانه باید بر ریاضیات تسلط خوبی داشته باشند. شما هم با داشتن ریاضیات قوی می‌توانید از همین الان تصمیم بگیرید که در آینده مهندس رایانه شوید. برای رسیدن به این هدف، در اولین گام می‌توانید در دورهٔ دوم متوسطه رشتهٔ رایانه را از مجموعه رشته‌های فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش انتخاب کنید و وارد این رشته شوید. یا از طریق انتخاب رشتهٔ ریاضی در دورهٔ دوم متوسطه به مهندسی رایانه برسید. ولی فراموش نکنید که در هر صورت حتماً باید در ریاضیات قوی باشید. بدون ریاضیات مهندس رایانهٔ خوب و موفقی نخواهید شد.



محمود نصیری

تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی

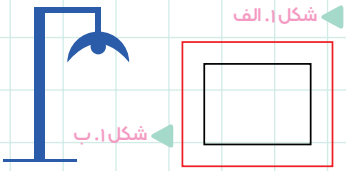
مقدمه

در این سلسله مقاله‌ها سعی در اشاعهٔ مفهوم‌ها و تفکر هندسی داریم و می‌کوشیم دانش‌آموزان و مخاطبان مجله را با ساختار هندسه و مفهوم‌های اولیهٔ آن آشنا کنیم. این مجموعه مخصوص دانش‌آموزی است که در دوران ابتدایی تا حدودی با مفهوم‌های هندسه به‌طور شهودی و غیرمستقیم آشنا شده است. در این مقاله‌ها بررسی و بیان مفهوم‌های هندسی دقیق‌تر از آن است که دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی با آن‌ها آشنا می‌شوند. در دورهٔ اول متوسطه دانش‌آموزان باید بتوانند رابطه‌های موجود بین شکل‌های هندسی را تشخیص دهند و آن‌ها را براساس ویژگی‌ها دسته‌بندی کنند. مثلاً در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دوبه‌دو موازی‌اند و در نتیجه، زاویه‌های مقابل هم‌اندازه هستند. در این سطح اثبات‌های غیررسمی را دنبال می‌کنیم و دانش‌آموزان را با اثبات‌هایی با گام‌های محدود آشنا می‌سازیم. می‌کوشیم از استدلال‌های غیررسمی گام‌به‌گام وارد درک استنتاج شویم و آن‌ها را با استدلال‌های رسمی‌تر آشنا کنیم. به همین دلیل آموزش هندسه در سال‌های هفتم، هشتم و نهم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این سال‌ها با مرور مفهوم‌هایی که در دورهٔ ابتدایی با آن‌ها آشنا شده‌اند و استفاده از نمادها و حرف‌های لاتین، برای مفهوم‌هایی مانند پاره‌خط، زاویه و اندازه‌های آن‌ها و همچنین مثلث و کلاً چندضلعی‌ها، سعی می‌شود دانش‌آموزان با تعریف‌های بیشتر و دقیق‌تری آشنا شوند. از جمله اساسی‌ترین مفهوم‌هایی که در این دوره شما دانش‌آموزان با آن‌ها آشنا می‌شوید، می‌توان به هم‌نهشتی، تقارن و تبدیل‌های هندسی مانند بازتاب (برگرداندن)، انتقال (لغزاندن)، دوران (چرخاندن) و تشابه اشاره کرد. همچنین یکی دیگر از سرفصل‌های مهم، تفکر و تجسم فضایی و بررسی شکل‌های سه‌بعدی است که در این دوره همراه با محاسبهٔ مساحت و حجم مطالعه می‌شوند. دو مفهوم مهم هندسه «پاره‌خط» و «زاویه» را در بخش‌های قبلی بررسی کردیم. در این بخش یک قدم جلوتر می‌رویم و مفهوم‌هایی را بیان می‌کنیم که به بخش‌های قبلی به‌ویژه زاویه وابسته‌اند.

خط‌های عمود بر هم ـ خط‌های موازی

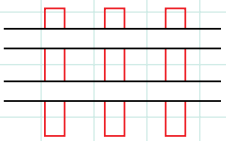
در دنیای واقعی می‌توانیم تصویرهایی از خط‌های عمود بر هم و موازی داشته باشیم (شکل ۱. الف، ب و ج).

شکل ۱. الف



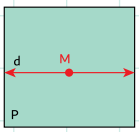
شکل ۱. ب

شکل ۱. ج

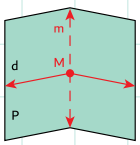


فعالیت: خط d را در یک صفحهٔ کاغذ P و نقطهٔ M را روی خط d در نظر می‌گیریم (شکل‌های ۲ تا ۴).

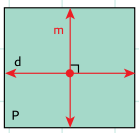
شکل ۲



شکل ۳



شکل ۴



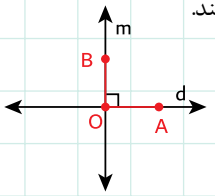
اکنون صفحهٔ کاغذ را از نقطهٔ M تا کنید به طوری که قسمت‌های راست و چپ خط d بر روی هم واقع شوند. یعنی نیم‌خط‌های راست و چپ با ابتدای M روی هم قرار گیرند و خطِ تا، واضح باشد.

سپس صفحه را به حالت قبل برگردانید و خطِ تا را با یک مداد پررنگ کنید و آن را m بنامید. اکنون زاویهٔ بین دو خط را با یک نقاله اندازه بگیرید. مشاهده می‌کنید که اندازهٔ هریک از زاویه‌های روی دو خط برابر ۹۰° است. با یک گونیا نیز می‌توانید آن را تحقیق کنید.

در فعالیت قبل به‌طور شهودی و به وسیلهٔ کاغذ و تا، رسم خطی عمود بر یک خط را از نقطه‌ای روی آن نشان دادیم. ابتدا خط‌های عمود را تعریف می‌کنیم:

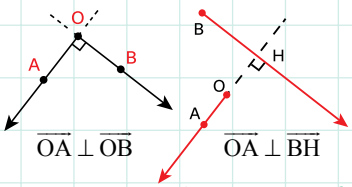
دو خط d و m را بر هم عمود گوییم، هرگاه هر دو شامل یک زاویهٔ قائمه باشند. نماد ⊥ به معنی عمود بودن است.

در شکل ۵، دو خط d و m بر هم عمودند (m ⊥ d) زیرا هر دو شامل زاویهٔ AOB هستند که قائمه است. بنابر قضیهٔ زاویه‌های متقابل به رأس و مکمل سه زاویهٔ دیگر نیز قائمه‌هستند.

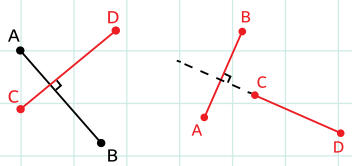


شکل ۵

به همین ترتیب می‌توان عمود بودن دو نیم‌خط، دو پاره‌خط، یک پاره‌خط و یک نیم‌خط و غیره را تعریف کرد. کافی است خط‌های شامل آن دو بر هم عمود باشند. مثلاً می‌گوییم دو ضلع یک مثلث بر هم عمودند، به این معنی است که خط‌های شامل آن‌ها بر هم عمودند (شکل‌های ۶ و ۷).



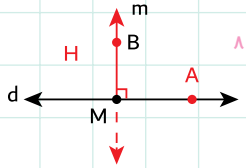
شکل ۶ دو نیم‌خط عمود بر هم



شکل ۷ پاره‌خط‌های عمود بر هم

وجود و یکتایی عمود

فرض کنید نقطهٔ M روی خط d واقع باشد (شکل ۸) بنا بر اصل ساختن زاویه، در یک نیم‌صفحه خط d مثلاً H، دقیقاً یک نیم‌خط $\overrightarrow{MB}$ وجود دارد که: $m\angle AMB = 90^\circ$. در نتیجه خط $m = \overrightarrow{MB}$ تنها خطی در یک صفحه شامل d است که در M بر d عمود است.



شکل ۸

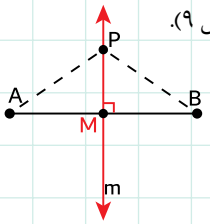
در واقع قضیهٔ زیر را داریم:

قضیه: از هر نقطه روی یک خط، فقط یک خط در صفحه شامل این خط وجود دارد که بر آن عمود است.

در اینجا وجود و یکتایی عمود نشان داده شده است. به کمک گونیا یا نقاله به‌طور شهودی می‌توانید این خط را رسم کنید. اما چگونگی ترسیم و اثبات عمود بودن آن به مقدمه‌های بیشتری نیاز دارد که بعداً شرح می‌دهیم. اکنون می‌توانیم عمودمنصف یک پاره‌خط را تعریف کنیم. اگر پاره‌خطی، خطی، نیم‌خطی یا صفحه‌ای از وسط یک پاره‌خط بگذرد، آن‌ها را منصف پاره‌خط می‌نامیم. اگر عمود نیز بشوند، آن‌ها را عمودمنصف می‌نامیم.

خط عمودمنصف هر پاره‌خط، خطی در صفحهٔ آن است که در وسط آن پاره‌خط بر آن عمود می‌شود.

خط m در نقطهٔ وسط $\overline{AB}$ بر آن عمود شده است. پس خط m عمودمنصف $\overline{AB}$ است (شکل ۹).



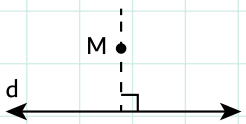
شکل ۹

نقطهٔ P روی خط عمودمنصف $\overline{AB}$ را به نقطه‌های A و B دو سر پاره‌خط وصل کنید. صفحهٔ کاغذ را از خط m تا کنید. چون: MA=MB ، B و A روی هم واقع می‌شوند. در این صورت $\overline{PB}$ روی $\overline{PA}$ واقع می‌شود. یعنی $\overline{PA} \cong \overline{PB}$ یا P از دو سر پاره‌خط به فاصله‌های برابر است: PA=PB. این یک ویژگی مهم عمودمنصف است که به زودی در بخش‌های بعدی آن را ثابت می‌کنیم.

اکنون مسئلهٔ مهم‌تری را در مورد عمود بر یک خط از نقطه‌ای غیر واقع بر خط بررسی می‌کنیم.

«چگونه با استفاده از کاغذ و تا می‌توانید از یک نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، عمودی بر آن رسم کنید؟»

دقیقاً مانند حالتی که M روی خط d واقع است عمل کنید. بعداً نشان خواهیم داد که این خط نیز یکتاست (شکل ۱۰).

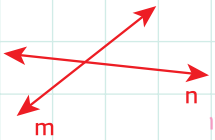


شکل ۱۰

خط‌های موازی

اگر از شما بپرسند که در صفحه دو خط نسبت به هم چه موقعیت‌هایی می‌توانند داشته باشند، با توجه به معلومات قبلی خود سه حالت زیر را نشان خواهید داد:

۱. اگر دو خط یک نقطهٔ مشترک دارند، آن‌ها را «متقاطع» می‌نامند (شکل ۱۱).

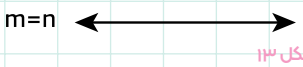


شکل ۱۱

۲. اگر دو خط هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند، در این صورت دو خط را موازی می‌گوییم. علامت || نماد موازی بودن دو خط است (شکل ۱۲).

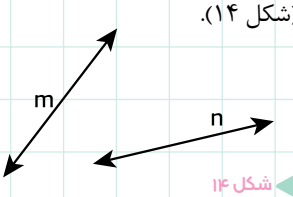
شکل ۱۲

۳. دو خط بر هم منطبق‌اند. در این حالت می‌گوییم m همان n است (شکل ۱۳).



شکل ۱۳

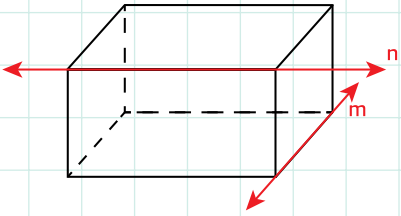
البته در فضا حالت دیگری از خط‌ها وجود دارند که دو خط در یک صفحه نیستند و هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند. در این حالت دو خط متنافر نامیده می‌شوند (شکل ۱۴).



شکل ۱۴

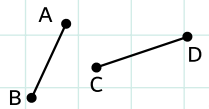
در یک اتاق می‌توانید چنین خط‌هایی را مشاهده کنید.

شکل ۱۵ یک مکعب‌مستطیل است؛ مانند یک جعبه. در این شکل خط‌های موازی، متقاطع و متنافر را پیدا کنید.



شکل ۱۵

هرچند مفهوم موازی در مورد خط‌ها مطرح می‌شود، اما گاهی با مسئله‌ها یا تعریف‌هایی در هندسه روبه‌رو می‌شویم که باید مفهومی را با توجه به یک مفهوم دیگر تعریف کنیم. مثلاً در سال‌های قبل با متوازی‌الاضلاع آشنا شده‌اید، در متوازی‌الاضلاع ضلع‌های روبه‌رو دوبه‌دو موازی‌اند. یعنی در اینجا با دو پاره‌خط روبه‌رو هستیم که از موازی بودن آن‌ها صحبت می‌کنیم. موازی بودنِ دو پاره‌خط به چه معنی است؟ مثلاً در شکل ۱۶ دو پاره‌خط $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند. آیا موازی‌اند؟



شکل ۱۶

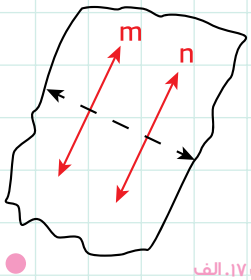
باید تعریفی برای موازی بودن دو پاره‌خط یا دو نیم‌خط و یا حتی یک پاره‌خط و یک نیم‌خط یا خط بیان کنیم که در تعریف‌ها با مشکل روبه‌رو نشویم. بنابراین تعریف زیر را بیان می‌کنیم:

دو پاره‌خط، دو نیم‌خط، یک پاره‌خط و یک نیم‌خط، و ... را موازی می‌گوییم هرگاه خط‌های شامل آن‌ها موازی باشند.

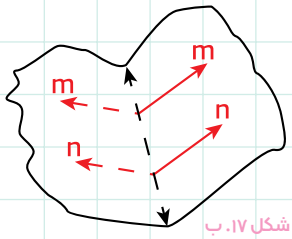
در شکل ۱۶ دو پاره‌خط رسم شده، با وجود اینکه هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند، اما موازی نیستند. حتی متقاطع نیز نیستند. فقط باید بیان کنیم خط‌های شامل آن‌ها متقاطع‌اند.

چگونه به وسیلهٔ کاغذ و تا نشان دهیم دو خط موازی‌اند؟

صفحه را از یک نقطهٔ دلخواه روی یکی از خط‌ها تا می‌کنیم. به‌طوری‌که آن خط روی خودش واقع شود اگر خط دیگر نیز روی خودش واقع شد، می‌گوییم دو خط موازی‌اند (شکل ۱۷. الف، ب و ج).



شکل ۱۷. الف



شکل ۱۷. ب

شکل ۱۷. ج

تا این قسمت‌ها فقط دربارهٔ خط‌های موازی تعریفی را بیان کردیم، اما داستان موازی‌ها یکی از جالب‌ترین بحث‌ها در هندسه است. اقلیدس، اصلی را که به نام «اصل پنجم اقلیدس» معروف است، بیان کرد که صورت معادل آن چنین است:

از هر نقطه غیرواقع بر یک خط فقط یک خط به موازات آن وجود دارد.

اما این اصل به مدت بیش از ۱۸۰۰ سال مورد شک ریاضی‌دان‌ها بوده تا اینکه در حدود دویست سال قبل ریاضی‌دان‌ها این مشکل و سردرگمی را برای همیشه حل کردند و این موضوع به پیدایش هندسه‌هایی منجر شد که به هندسه‌های غیراقلیدسی معروف‌اند. در بخش بعدی به‌طور مشروح‌تر در این مورد صحبت خواهیم کرد.

پی‌نوشت

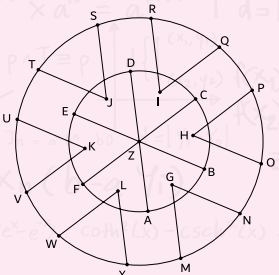
1. reflex

داود معصومی‌مهوار

ماجراهای کلاس ریاضی
میزگرد متغیر

زهرا: این جلسه تکلیف میز با اندازهٔ متغیر را روشن می‌کنیم؟ برای دیدن میز رمزینه را اسکن کنید.

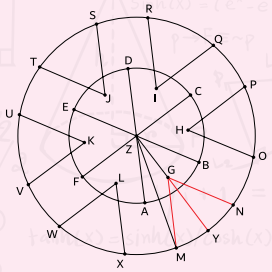
من: امیدوارم. هفتهٔ پیش ناهید گفت که این میز در حالت کوچک خود، یک قرص است که به شش تکهٔ یکسان تقسیم شده است. مانند دایرهٔ ABCDEF در شکل ۱ در حالت بزرگ‌تر میز، این شش تکه از هم جدا و از مرکز دورتر می‌شوند تا تکه‌های دیگر هم بیایند و دایرهٔ بزرگ‌تر را کامل کنند؛ مانند دایرهٔ بزرگ‌تر شکل ۱.



شکل ۱. میز در حالت بزرگ

او گفت قطاع ABZ با دورشدن از مرکز به قطاع MNG تبدیل می‌شود. دو قطاع ABZ و BCZ نیز که در ZB مشترک‌اند، پس از حرکت و تبدیل‌شدن به MNG و OPH از هم فاصله می‌گیرند تا قطعه‌های چوبی دیگر این فاصله را پر کنند. حالا مریم بار دیگر بگوید که چرا این کار شدنی نیست؟

مریم: ببینید. اگر قطاع MNG همان قطاع ABZ باشد، پاره‌خط‌های GM، GN و GY هر سه باید شعاع دایرهٔ کوچک باشند. از طرف دیگر، ZM و ZY هم باید شعاع‌های دایرهٔ بزرگ‌تر باشند. ولی این شدنی نیست. ما می‌خواهیم ZG+GY=ZY=ZM باشد، اما اگر به جای GY پاره‌خط هم‌طول آن، یعنی GM را جایگزین کنیم، در مثلث ZGM به تساوی غیرقابل‌قبول ZG+GM=ZM خواهیم رسید! طول یک ضلع مثلث با مجموع طول دو ضلع دیگر برابر است!



شکل ۲. ایراد شکل ناهید

من: مریم به خوبی تناقض و ایراد روش ناهید را نشان داد و اگر یادتان باشد ادعای بزرگ‌تری داشت! مریم می‌گفت این میز به هر روشی که ساخته شود، هر دو حالت نمی‌توانند دایره باشند. اما با اینکه من نظر مریم را تأیید کردم، او نتوانست حرف خود را اثبات کند. بارها تأکید کرده‌ام که حرف و ادعایی که کاملاً روشن و مشخص نباشد، قابل بررسی و اثبات نیست. الان هم راهنمایی می‌کنم. این حرف مریم که «هر دو حالت نمی‌توانند دایره باشند»، حرف دقیق و مشخصی نیست. به همین خاطر او نتوانست آن را اثبات کند.

مریم: فکر می‌کنم الان بیان دقیقی از این ادعا دارم و می‌توانم آن را اثبات کنم.

من: بیان جدیدت را بنویس تا من ببینم. و اما شما بچه‌ها، تا مریم بنویسد، به یاد بیاورید که در جلسهٔ پیش، معادلهٔ $۵x-۷=۱۰$ را مثال زدیم و لیلا بی‌آنکه به راه‌حل‌ها توجه کند، ثابت کرد که این معادله یک جواب حقیقی بیشتر ندارد. او فرض کرد p و q پاسخ‌های معادلهٔ $۵x-۷=۱۰$ هستند و نتیجه گرفت:

$$\left.\begin{matrix}۵p-۷=۱۰\\۵q-۷=۱۰\end{matrix}\right\}\rightarrow ۵p=۵q=۱۷\rightarrow ۵(p-q)=۰$$

$$\rightarrow p-q=۰\rightarrow p=q$$

اما مریم به بررسی روش ناهید پرداخت و نشان داد که گفته‌های ناهید تناقض دارد. پس با اینکه حرف‌های مریم درست است، ولی تنها نتیجه‌ای که گرفت این است که اگر این میز در هر دو حالت کوچک و بزرگ دایره شکل باشد، مطابق روش ناهید ساخته نمی‌شود؛ یعنی شاید به روشی دیگر ساخته شده باشد. به هر حال مریم ادعا داشت که «این میز نمی‌تواند در

هر دو حالت کوچک و بزرگ دایره باشد». او برای اثبات این ادعا باید بکوشد به روش ساخت توجه نکند و مانند لیلا فکر کند.

زهرا: لیلا فرض کرد که معادلهٔ $5x-7=10$ دو پاسخ دارد و آن دو را p و q نامید. با همین فرض‌ها، او ثابت کرد که این دو عدد حقیقی باید برابر باشند. من فکر می‌کنم اینجا هم باید فرض کنیم که هر دو شکل بزرگ و کوچکی که میز به خود می‌گیرد، دایره هستند و این ادعا را بررسی کنیم. خب این نمی‌تواند غلط باشد. این همه دایرهٔ کوچک و بزرگ دیده‌ایم و وجود دارند. چرا باید تناقض داشته باشد؟

من: نوشتهٔ مریم را دیدم. مریم بیانی بسیار خوب و دقیق دارد و حدس می‌زنم که به‌درستی توانسته است ادعای خود را ثابت کند. پس از مریم می‌خواهم که کمی صبر و سکوت کند تا دیگران هم به بیان دقیق او برسند. زهرا تو شروع خوبی داشتی. روشن است که دایره‌های کوچک و بزرگ وجود دارند. به همین موضوع توجه کن. اینکه میز در دو حالت کوچک و بزرگ دایره است، ادعایی بزرگ‌تر از آن است که «دایره‌های کوچک و بزرگ وجود دارند.»

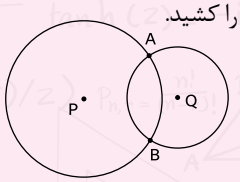
نفیسه (پس از دو دقیقه): فکر می‌کنم موضوع این است که این دو دایره چنان که در فیلم دیدیم و ناهید هم توضیح داد، در بخش‌هایی مشترک هستند.

من با اشاره نفیسه را تأیید کردم و از او خواستم که سکوت کند.

من (پس از یک دقیقه): خب می‌بینم که خیلی‌ها متوجه شده‌اند. فکر می‌کنم الان با هم‌فکری بتوانیم به بیانی دقیق برسیم.

سوده: فکر می‌کنم باید به این بپردازیم که آیا دو دایره می‌توانند در بخش‌هایی مشترک باشند؟ من قبلاً فکر می‌کردم می‌توانند ولی الان شک کرده‌ام.

من از بچه‌ها خواستم هر کس که می‌تواند پای تخته برود و دو دایره بکشد که در بخش‌هایی مشترک باشد. اعظم رفت و شکل ۳ را کشید.



شکل ۳. دو دایره با بخش‌های مشترک

سایه: این دو دایره که بخش مشترکی ندارند! تنها در دو نقطهٔ A و B مشترک هستند. بخش مشترک یعنی یک بخش پیوسته، یک منحنی؛ بخشی که بی‌نهایت نقطه داشته باشد.

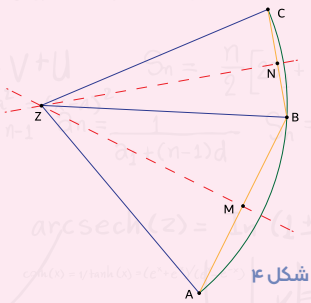
اعظم: من این‌قدر پیچیده فکر نکردم. هر دایره را مجموعه‌ای از نقطه‌ها تصور کردم و نشان دادم که این دو دایره دو مجموعه هستند که با هم اشتراک دارند.

من: اعظم درست می‌گوید و اگر همین قدر ساده فکر کنید، شما هم می‌توانید بیان دقیق مریم را پیدا کنید.

نرگس: مطمئن نیستم، ولی فکر می‌کنم دو دایرهٔ متمایز حداکثر در دو نقطه می‌توانند مشترک باشند نه بیشتر.

من: نرگس درست می‌گوید. در هندسه قضیه‌ای داریم که بیان می‌کند: «از هر سه نقطهٔ متمایز غیرواقع بر یک خط راست، یک و تنها یک دایره می‌گذرد.» بیان دقیق مریم برای میز خودمان هم چیزی شبیه به همین قضیه از آب در آمده است. او گفته است: «هیچ سه نقطهٔ متمایزی از یک دایره نمی‌توانند روی دایرهٔ دیگری باشند.» خب همگی دو دقیقه به همین موضوع فکر کنید تا مریم بیاید و پای تخته اثبات خودش را بنویسد.

مریم: تصور ما این بود که کمان AB که بخشی از دایرهٔ کوچک است، حرکت کرد و جابه‌جا شد تا دقیقاً روی کمان MYN جای گرفت و بخشی از دایرهٔ بزرگ‌تر شد. این تصور درست نیست. من در شکل ۴ سه نقطهٔ متمایز A، B و C از دایره‌ای به مرکز Z را مشخص کرده‌ام. حالا می‌خواهم فرض کنم نقطه‌ای متمایز از Z وجود دارد که از این سه نقطه به یک فاصله باشد. نشان خواهم داد که این فرض شدنی نیست و تناقض به بار می‌آورد.



شکل ۴

Z از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله است، پس بنا بر قضیه‌ای که همه می‌دانیم، باید روی عمودمنصف پاره‌خط AB جای داشته باشد و به دلیلی مشابه باید روی عمود منصف BC نیز باشد. از طرف دیگر، نقطه‌های A، B و C متمایزند، پس وسط‌های آن‌ها نیز متمایز هستند. در نتیجه ZM و ZN دو خط متمایزند.

حال توجه کنیم که اگر نقطه‌ای متفاوت از Z، مانند نقطهٔ W، بخواهد از همین سه نقطهٔ A، B و C به یک فاصله باشد، بنا بر همان استدلال‌های گفته شده، نقطهٔ W هم باید مانند نقطهٔ Z روی هر دو عمودمنصف‌ها، یعنی ZM و ZN، جای داشته باشد. این یعنی دو خط متمایز ZM و ZN در دو نقطهٔ متمایز W و Z مشترک هستند که نشدنی است. در حقیقت مخالف این اصل هندسهٔ اقلیدسی است که: «از دو نقطهٔ متمایز یک و تنها یک خط می‌گذرد.»

پس روشن شد که دو دایره‌ای که از B ،A و C می‌گذرند، نمی‌توانند دو مرکز متفاوت داشته باشند. به‌سادگی می‌توان دید که در این صورت شعاع‌های متفاوت نیز نمی‌توانند داشته باشند و بنابراین ثابت کردیم که از سه نقطهٔ متمایز دو دایرهٔ متفاوت نمی‌گذرند.

من: کار مریم خیلی خوب بود. یک ایراد کوچک در استدلال او هست که البته رفع‌شدنی است. مریم به‌درستی ثابت کرد که M و N متفاوت‌اند، ولی خیلی زود و شتاب‌زده نتیجه گرفت که دو خط ZM و ZN متمایز هستند. در صورتی که حالت دیگری هم ممکن است و باید آن را هم بررسی می‌کرد. حالتی که باید بررسی و رد می‌کرد این است که شاید نقطهٔ N روی خط ZM باشد! به عبارت دیگر، از کجا معلوم که Z، M و N سه نقطهٔ متمایز نباشند که هر سه در یک امتداد هستند؟ یادآوری می‌کنم که این حالت با توجه به فرض‌های مسئله شدنی نیست، ولی به هر حال مریم باید این مطلب را ثابت کند تا ادعای او را بپذیریم. وقتمان هم تمام شده است. خودتان به این موضوع فکر کنید.

رسم راست‌گوشه‌ها

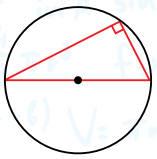
چطور رسم کنیم؟

فاطمه معین‌الدینی

در ادامهٔ سلسله‌مطالب «چطور رسم کنیم؟»، در این شماره به طرح و حل چند مسئله در مورد طرز رسم مستطیل می‌پردازیم.

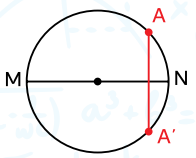
ابتدا یادآوری چند نکتهٔ مهم:

- در هر دایره، اندازهٔ زاویه محاطی روبه‌رو به قطر برابر ۹۰ درجه است (شکل ۱).



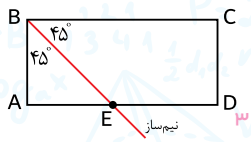
شکل ۱

- قرینهٔ هر نقطه از دایره نسبت به قطری از دایره (شکل ۲)، نقطه‌ای است روی همان دایره (A'، قرینهٔ A است نسبت به قطر MN).



شکل ۲

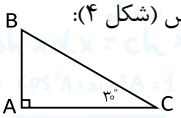
- از تقاطع نیم‌ساز زاویهٔ رأس مستطیل با ضلع روبه‌رو، یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین پدید می‌آید (شکل ۳)



شکل ۳

$BE \rightarrow AB=AE$ نیم‌ساز

- هر گاه در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازهٔ یک ضلع برابر با نصف اندازهٔ وتر باشد، آن‌گاه زاویهٔ روبه‌رو به آن ضلع ۳۰ درجه خواهد بود و برعکس (شکل ۴):



شکل ۴

$$\begin{cases} \hat{A}=۹۰^\circ\ ,\ AB=\dfrac{BC}{۲} \Rightarrow \hat{C}=۳۰^\circ \\ \hat{A}=۹۰^\circ\ ,\ \hat{C}=۳۰^\circ \Rightarrow AB=\dfrac{BC}{۲} \end{cases}$$

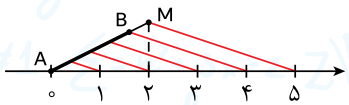
۱ مستطیلی رسم کنید که اندازهٔ قطر آن ۴ و نسبت اندازهٔ ضلع‌هایش ۱ به ۲ باشد.

حل: اگر اندازهٔ طول مستطیل را با a و اندازهٔ عرض آن را با b نشان دهیم، داریم:

$$\begin{cases} a^۲+b^۲=۴^۲ \\ \dfrac{a}{b}=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{۸}{\sqrt{۵}}=\dfrac{۸\sqrt{۵}}{۵} \\ b=\dfrac{۴}{\sqrt{۵}}=\dfrac{۴\sqrt{۵}}{۵} \end{cases}$$

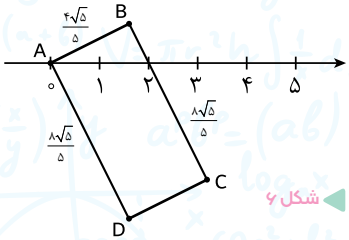
ابتدا پاره‌خطی به طول $\sqrt{۵}$ واحد را نمایش می‌دهیم. سپس به کمک خط‌های موازی، آن پاره‌خط را به پنج قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (شکل ۵) که داریم:

$$|AB|=\frac{۴\sqrt{۵}}{۵} \quad \text{و} \quad |BM|=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$



شکل ۵

در مرحلهٔ بعد، از نقطه‌های A و B عمودهایی بر AB و به طول دو برابر AB (در یک سمت AB) رسم می‌کنیم. انتهای پاره‌خط‌های عمود رسم شده را به‌ترتیب D و C می‌نامیم. چهارضلعی ABCD همان مستطیل مورد نظر است (شکل ۶).

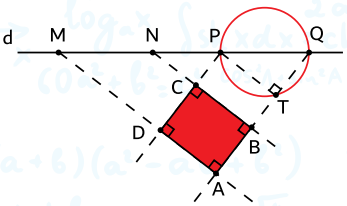


شکل ۶

۲ چهار نقطهٔ M، N، P و Q روی خط d قرار دارند. مستطیل ABCD را چنان رسم کنید که اضلاع (و یا امتداد آن‌ها) از این چهار نقطه بگذرند.

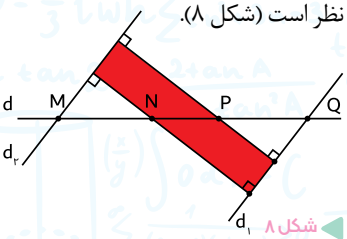
حل:

روش اول: دو نقطه از چهار نقطهٔ داده شده را به دلخواه انتخاب می‌کنیم (مثلاً P و Q). دایره‌ای به قطر PQ رسم می‌کنیم و نقطهٔ T از آن دایره را در نظر می‌گیریم و به دو سر قطر PQ وصل می‌کنیم (شکل ۷). از M و N عمودهایی بر امتداد QT می‌کشیم و نقاط تقاطع را A و B می‌نامیم. از P عمودی بر دو خط موازی NB و MA رسم می‌کنیم و نقطه‌های تقاطع را به ترتیب C و D می‌نامیم. مستطیل ABCD جواب مسئله است.



شکل ۷

روش دوم: دو نقطه از چهار نقطهٔ داده شده را به دلخواه انتخاب می‌کنیم (مثلاً Q و M). از آن دو نقطه دو خط موازی $d_۱$ و $d_۲$ را رسم می‌کنیم و از دو نقطهٔ P و N عمودهایی بر $d_۱$ و $d_۲$ رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی همان چهار رأس مستطیل مورد نظر است (شکل ۸).

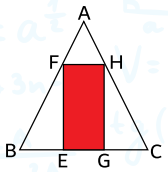


شکل ۸

تذکر: با شرایط گفته شده، بی‌شمار مستطیل متمایز قابل رسم است.

۳ در مثلث متساوی‌الساقین ABC، مستطیلی محاط کنید که محیط آن دو

برابر محیط مثلث بالای مستطیل باشد.



شکل ۹

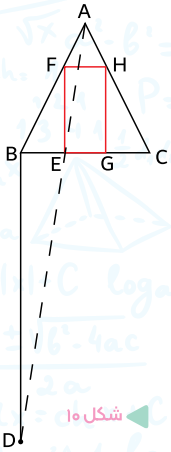
(AFH) محیط ×۲ = (FEGH) محیط

حل: برای رسیدن به خواست مسئله باید داشته باشیم:

$$۲(FH+FE)=۲(۲AF+FH)\Rightarrow FE=۲AF$$

پس طبق رابطهٔ فوق باید F را روی AB چنان انتخاب کنیم که اندازهٔ FE دو برابر اندازهٔ AF باشد (شکل ۹). بنابراین از مثلثی متشابه با مثلث AFE کمک می‌گیریم.

از رأس B عمودی بر BC به اندازهٔ دو برابر AB رسم می‌کنیم و آن را BD می‌نامیم (شکل ۱۰). از D به A وصل می‌کنیم تا ضلع BC را در نقطهٔ E قطع کند. E یک رأس مستطیل است. عمود رسم شده از E بر BC، AB را در F قطع می‌کند. مستطیل FEGH همان مستطیل مطلوب است.

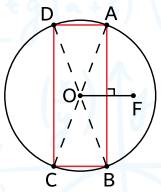


شکل ۱۰

۴ در دایره‌ای به شعاع R، یک مستطیل به ضلع b محاط کنید ($b<۲R$).

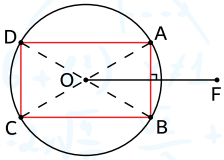
حل: با فرض آنکه O مرکز دایره باشد، نقطهٔ F را چنان اختیار می‌کنیم که داشته باشیم: $|OF|=b$.

عمودمنصف OF دایره را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. دو قطر AOC و BOD را رسم می‌کنیم. مستطیل ABCD جواب مسئله است (شکل‌های ۱۱ و ۱۲).



$b<R$

شکل ۱۱



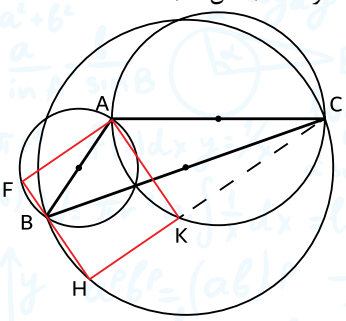
$R<b<۲R$

شکل ۱۲

به‌عنوان تمرین ثابت کنید: $AD=OF=b$.

۵ مستطیل AFHK را چنان رسم کنید که با مثلث ABC در رأس A مشترک و سه رأس دیگرش روی دایره‌هایی به قطر AB، BC و AC واقع باشند.

حل: ابتدا دایره‌هایی به قطرهای AB، BC و AC رسم می‌کنیم. از B قاطعی رسم می‌کنیم تا دایره به قطر AB را در F و دایره به قطر BC را در H قطع کند (۱). از F به A و از H به C وصل می‌کنیم (۲). محل تلاقی HC با دایره به قطر AC را K می‌نامیم. با توجه به اندازهٔ زاویه K (۳)، چهارضلعی AFHK همان مستطیل مورد نظر است (شکل ۱۳).



شکل ۱۳

۱. توضیح دهید که چرا: $FH<AC$.

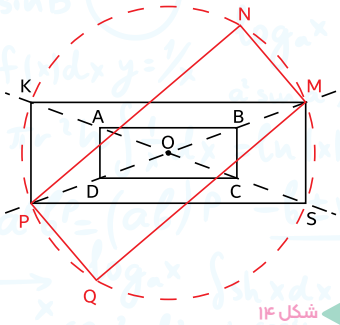
۲. توضیح دهید که چرا: $B\hat{F}A=۹۰^\circ$ و $B\hat{H}C=۹۰^\circ$.

۳. توضیح دهید که چرا: $\hat{K}=۹۰^\circ$.

تذکر: بدیهی است که به دلیل دلخواه بودن قاطع FBH (البته با رعایت کوچک‌تر بودنش از اندازهٔ AC)، مسئله بی‌شمار جواب خواهد داشت.

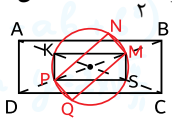
۶ مستطیل ABCD مفروض است. مستطیل MNPQ را چنان رسم کنید که نسبت تشابه دو مستطیل ۱ به ۲، و این مستطیل قرینه شده نسبت به قطر BD باشد.

حل: نسبت تشابه برای ضلع و قطر برقرار است. وسط دو قطر AC و BD را O می‌نامیم. دو قطر را امتداد می‌دهیم و دایره‌ای به مرکز O و به قطر $۲R=۲BD$ رسم می‌کنیم تا به نقاط تقاطع K، P، M، و S برسیم. مستطیل MKPS متشابه با ABCD و به نسبت ۲ است. قرینهٔ MKPS را نسبت به امتداد قطر BD، MNPQ می‌نامیم که همان جواب مسئله است (شکل ۱۴).



شکل ۱۴

و به همین ترتیب، با رسم دایره به مرکز O و به قطر $۲R=\frac{BD}{۲}$ شکل ۱۵ حاصل می‌شود.

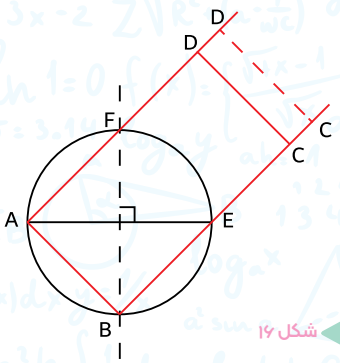


شکل ۱۵

تمرین: طرز رسم مستطیل MNPQ را که قرینهٔ مستطیل MKPS نسبت به امتداد قطر BD است، توضیح دهید.

۷ در مستطیل ABCD، نیم‌ساز زاویهٔ رأس A، BC را در E قطع کرده است. با در دست داشتن اندازهٔ AE، مستطیل ABCD را رسم کنید. (مسئله چند جواب دارد؟)

حل: برای حل این مسئله از این نکته کمک می‌گیریم که «نیم‌ساز زاویهٔ هر رأس مستطیل، وتر یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است که یک ضلع زاویهٔ قائمهٔ آن، همان یک ضلع مستطیل است.»



شکل ۱۶

پاره‌خط AE (با اندازهٔ مفروض) را رسم می‌کنیم و عمودمنصف آن را در نظر می‌گیریم تا دایره به قطر AE را در نقطه‌های B و F قطع کند. روی امتداد BE نقطهٔ دلخواه C را انتخاب می‌کنیم. از C عمودی بر امتداد BE خارج می‌کنیم تا امتداد AF را در D قطع کند. مستطیل ABCD جواب مسئله است (شکل ۱۶). چون C به دلخواه انتخاب شده است، پس مسئله بی‌شمار جواب خواهد داشت.

برای دیدن چند مسئلهٔ دیگر رمزینه را اسکن کنید.

۶ میلیون تُن غذا برای ۸۰ میلیون نفر

خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم!

کمی فکر کنیم

زمانی که من دانش‌آموز پایه‌های اول و دوم ابتدایی بودم، غذای «زرشک‌پلو با مرغ» یک وعدهٔ اعیانی به حساب می‌آمد. کمتر خانواده‌ای بود که در یک ماه یک وعده در غذای خود از مرغ استفاده کند. یادم می‌آید که گوشت هم زیاد خریداری و استفاده نمی‌شد. اگر کسی از قصابی گوشت می‌خرید، در حد چند صد گرم بود؛ یعنی به یک کیلوگرم نمی‌رسید.

در زمان نوجوانی‌ام، اوضاع عمومی مردم روزبه‌روز بهتر می‌شد. این تغییر وضعیت در غذا، میوه، لباس، ماشین، لوازم خانگی مثل تلویزیون و ... مردم کاملاً محسوس بود. روحیهٔ مصرف‌گرایی بیشتر و بیشتر شد و شرایط کلی خانواده‌ها نیز بهتر از گذشته شد. تا قبل از آن یادم نمی‌آید که کسی در عروسی شام بدهد. در بیشتر کارت‌های دعوت عروسی نوشته می‌شد: به صرف شربت و شیرینی؛ یعنی از شام خبری نبود. البته توجه کنید که همیشه افرادی بوده‌اند که از این قاعده مستثنا باشند. من وضعیت اکثر مردم و قشر متوسط را شرح می‌دهم.

به هر حال، کم‌کم همان‌طور که وضعیت معیشت متوسط مردم بهتر می‌شد، آثار و تبعاتش در عزاداری‌ها و عروسی‌ها هم نمایان است. حالا دیگر اکثر عروسی‌ها به شام ختم می‌شد؛ آن هم از جنس چلوکباب یا زرشک‌پلو با مرغ! هرچه وضع مردم بهتر می‌شد، تنوع غذاها در همین مراسم نیز بیشتر می‌شد. جوجه‌کباب و چند نوع غذا و مخلفات روزبه‌روز بیشتر می‌شد. و با بهتر شدن وضعیت معیشتی، انتظارات و توقعات مردم نیز روزبه‌روز بیشتر می‌شد و حالا هفته‌ای نیست که مردم در وعده‌های غذایی خود از مرغ استفاده نکنند.

بیایید کمی فکر کنیم که در حال حاضر مصرف مرغ در کشور ما چقدر است. چه مقدار گوشت مرغ در یک سال نیاز داریم؟ این مقدار مرغ چگونه تولید می‌شود؟ چگونه این مرغ‌ها پس از تولید توزیع می‌شوند؟

محاسبه کنیم

فرض کنید یک خانوادهٔ ۴ نفره در هر هفته ۲ مرغ مصرف کند. هر مرغ در حدود ۳ کیلوگرم وزن دارد. بنابراین:

کیلوگرم ۶=۳×۲

(سرانهٔ هر نفر در هفته) کیلوگرم ۱/۵=۴÷۶

(سرانهٔ هر نفر در سال) کیلوگرم ۷۸=۵۲×۱/۵

یعنی به‌طور متوسط هر نفر در هر سال حدود ۷۸ کیلوگرم مرغ مصرف می‌کند. مقدار مرغ مصرفی سالانه برای جمعیت کشور ۸۰ میلیونی ایران می‌شود:

(کیلوگرم) ۸۰,۰۰۰,۰۰۰×۷۸=۶,۲۴۰,۰۰۰,۰۰۰

(تن) ۶,۲۴۰,۰۰۰,۰۰۰÷۱۰۰۰=۶,۲۴۰,۰۰۰

یعنی حدود ۶ میلیون تن مصرف سالانهٔ مرغ کشور می‌شود. با فرض اینکه هر مرغ حدود ۳ کیلوگرم باشد خواهیم داشت:

۶,۲۴۰,۰۰۰,۰۰۰÷۳=۲,۰۸۰,۰۰۰,۰۰۰

(تعداد مرغ‌های موردنیاز برای یک سال کشور)

در واقع حدود یک میلیارد مرغ نیاز داریم. برای تولید یک مرغ در مرغداری حدود ۴۵ روز زمان لازم است تا یک جوجه به مرغ ۳ کیلوگرمی تبدیل شود. ۴۵ روز یعنی ۱/۵ ماه، پس:

(دوره) ۱۲÷۱/۵=۸

به عبارت دیگر، اگر یک مرغداری در کل سال به‌طور تمام‌وقت هر ۴۵ روز جوجه‌ریزی کند، می‌تواند ۸ بار مرغ ۳ کیلوگرمی در یک سال تولید کند؛ پس:

۲,۰۸۰,۰۰۰,۰۰۰÷۸=۲۶۰,۰۰۰,۰۰۰

یعنی در هر دوره باید ۲۶۰ میلیون مرغ در مرغداری‌ها تولید شود و تمام مرغداری‌ها در کل سال فعال باشند و ۸ دوره تولید مرغ داشته باشند. یک سالن مرغداری با ظرفیت پرورش ۲۰,۰۰۰ قطعه مرغ به یک هکتار زمین (۱۰هزار مترمربع) نیاز دارد. به این ترتیب برای تولید این تعداد مرغ به چند سالن مرغداری با این ابعاد نیاز داریم؟

۲۶۰,۰۰۰,۰۰۰÷۲۰,۰۰۰=۱۳۰۰۰

(تعداد مرغداری موردنیاز)

توجه داشته باشید که این مرغداری با ۲۰,۰۰۰ قطعه، مرغداری کوچکی نیست و تعداد ۱۳۰۰۰ سالن مرغداری برای تأمین این تعداد مرغ نیز کم نیست.

در این محاسبات، صرفاً به تعداد مرغ‌های موردنیاز و سالن‌های مرغداری پرداخته‌ایم. اما برای پرورش این تعداد مرغ به مرغداری‌های بزرگ برای تولید جوجه نیاز است تا تحویل پرورش مرغ شود. تولید جوجه نیز به جوجه‌کشی و مرغ‌های تخم‌گذار نیاز دارد. پس هم مرغ‌هایی که جوجه را تولید می‌کنند و هم جوجه‌هایی که در مدت ۴۵ روز به یک مرغ ۳ کیلوگرمی تبدیل می‌شوند، به دانه و غذا احتیاج دارند. موضوع تأمین غذا و دان این تعداد مرغ و جوجه بسیار مهم است. آیا کشاورزی ما قادر است غذای این تعداد مرغ را تأمین کند؟ غیر از کشاورزی، این مرغ‌ها از راه‌های دیگر نیز تغذیه می‌شوند. همچنین به نگهداری، واکسن، ویتامین، داروهای تقویتی و... نیاز دارند. به هر حال تولید و پرورش مرغ کارساده‌ای نیست و به عوامل بسیار زیادی بستگی دارد که هر کدام را به همین ترتیب می‌توانیم محاسبه و برآورد کنیم.

بیشتر فکر کنیم

اگر در زنجیرهٔ تولید و پرورش مرغ اتفاقی بیفتد، باعث می‌شود که تولید مرغ دچار وقفه شود. برای مثال، اگر به اندازهٔ کافی جوجهٔ یک‌روزه برای پرورش وجود نداشته باشد، یا دان مرغ در بازار کم باشد یا گران شود، یا در واردات نهاده‌ای دامی (مواد مورد نیاز برای تولید دان مرغ و ...) اختلال به وجود آید، همهٔ این‌ها باعث می‌شوند مرغ در بازار کمیاب شود و قیمت آن به‌طور طبیعی بالا برود.

همچنین باید به نحوهٔ توزیع نیز دقت داشت. گرفتن مرغ زنده از مرغداری، تحویل به کشتارگاه، آماده کردن مرغ پس از کشته شدن و در اختیار توزیع‌کنندگان قرار دادن و رساندن به مغازه‌های مرغ‌فروشی و آماده کردن برای مصرف، یک شبکهٔ بزرگ توزیع را می‌طلبد. اگر در این زمینه نیز اشکالاتی وجود داشته باشد، باعث می‌شود که مرغ تولید شده به قیمت مناسب به دست مصرف‌کننده نرسد.

حالا از یک زاویهٔ دیگر نگاه کنیم. این خبر مربوط به سال ۱۳۹۸ است: «رئیس سازمان دامپزشکی کشور اظهار داشت، سرانهٔ مصرف مرغ در ایران دو برابر میانگین جهانی است.» (خبرگزاری جمهوری اسلامی، ایرنا، ۲ تیر ۱۳۹۹، کد خبر: ۸۳۸۲۹۷۳۴) این جمله تأیید مقدمهٔ این مطلب است که ما بعد از انقلاب اسلامی وضعیت عمومی بهتری داریم. با وجود این وضعیت که در شرایط تحریم و انواع فشارهای اقتصادی در ۴۳ سال گذشته بر کشور وارد شده است، میانگین مصرفمان هنوز دو برابر جهان است. آیا واقعاً این مقدار مصرف مرغ که درست است؟ آیا ما بیش از حد مورد نیاز مصرف نمی‌کنیم؟

آیا این مقدار مصرف مرغ عوارض ندارد؟

خوب است که در این موارد بیشتر فکر کنیم. اگر گاهی در اخبار می‌بینیم و می‌شنویم که مردم برای دریافت مرغ در صف ایستاده‌اند و یا تولید مرغ با مشکل مواجه شده است، این مطالب را به خاطر بیاورید، بررسی کنید و با محاسبات ساده سعی کنید ریشهٔ مشکلات را بهتر متوجه شوید. به ابعاد و بزرگی موضوع احاطه و تسلط بیشتری داشته باشید. با خواندن این مطلب روش کار را یاد بگیرید و در موارد مشابه نیز به کار ببرید.

از خلاء تا کهکشان راه‌شیری
انرژی

روح‌الله خلیلی‌بروجنی

مقدمه

یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین مفاهیمی که در تمامی شاخه‌های علوم و مهندسی و حتی زندگی روزمره با آن سروکار داریم، مفهوم «انرژی» است. ابداع مفهوم انرژی در اواسط قرن نوزدهم میلادی (حدود ۱۷۰ سال قبل) یکی از برجسته‌ترین نمونه‌های خلاقیت دانشمندان در زمینهٔ علمی است. تا پیش از آن، از مفهومی به نام «نیروی زنده» استفاده می‌شد.[1] مطالعه و شناخت مفهوم انرژی، شکل‌های متنوع آن و نحوهٔ تبدیل شکل‌های گوناگون انرژی به یکدیگر، این امکان را برای ما فراهم می‌سازد که درک بهتری از پدیده‌های فیزیکی و زیستی پیرامون خود داشته باشیم.

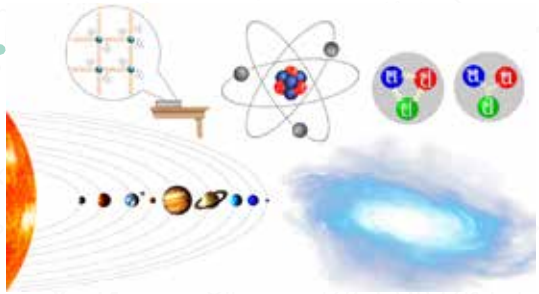
مطالعهٔ دنیای فیزیکی پیرامون، از هر نوعی که باشد، در نهایت سر از مفاهیم ماده و انرژی درمی‌آورد. این دو مفهوم در کنار یکدیگر عالم را تشکیل می‌دهند. درک شهودی ما از ماده در همان سال‌های آغازین زندگی شکل می‌گیرد، اما ایدهٔ انرژی مفهومی کاملاً انتزاعی است که در آموزش مدرسه‌ای و به تدریج با آن آشنا می‌شویم؛ گرچه ممکن است درک و شناخت درستی از آن پیدا نکنیم.

انرژی تعریف ندارد!

بر خلاف تعریف رایجی که از ده‌ها سال قبل برای انرژی ارائه می‌دهند و انرژی را به صورت «توانایی انجام کار» تعریف می‌کنند، انرژی دارای تعریفی سر راست و مستقیم نیست! همان‌طور که در مقدمه گفته شد، انرژی مفهومی انتزاعی است و اساساً نمی‌توان برای آن تعریفی یک جمله‌ای ارائه داد. در عوض با بررسی ویژگی‌های انرژی می‌توان به شناخت و درک مفهوم آن نزدیک شد. در کتاب‌های علوم دورهٔ ابتدایی و همچنین در کتاب علوم تجربی پایهٔ هفتم با برخی از ویژگی‌های انرژی به تدریج آشنا می‌شویم.

ویژگی‌های انرژی

یکی از ویژگی‌های انرژی این است که «در همه‌چیز و همه‌جا وجود دارد». از کوچک‌ترین اجزای ماده، یعنی اتم، بگیرید تا سیاره‌هایی که به دور خورشید در حرکت‌اند. از اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ کتابی که روی میز ساکن به نظر می‌رسد بگیرید تا ذرات تشکیل‌دهندهٔ پروتون‌ها و نوترون‌ها؛ یعنی کوارک‌ها، انرژی در همه‌چیز و همه‌جا وجود دارد. همچنین، از خورشید که نسبت به میلیون‌ها ستارهٔ کهکشان راه شیری در حرکت است بگیرید تا میلیون‌ها کهکشانی که خود از صدها میلیون ستاره تشکیل شده‌اند، انرژی در همه‌چیز و همه‌جا وجود دارد (شکل ۱). حتی در خلأ هم که فرض می‌شود در آنجا چیزی وجود ندارد، انرژی وجود دارد و دمای منفی ۲۷۰ درجهٔ سانتی‌گراد نشان‌دهندهٔ آن است که در خلأ هم چیزهای وجود دارند که انرژیِ ناشی از آن چیزها، سبب این دمای بسیار کم شده است!



شکل ۱. انرژی در همه‌چیز و همه‌جا وجود دارد؛ از اجزای بسیار ریز تشکیل‌دهندهٔ اتم‌ها بگیرید تا سیاره‌ها و ستارگان و کهکشان‌ها.

دیگر ویژگی انرژی آن است که «شکل‌های متفاوتی دارد». در یک نگاه کلی، انرژی یا به صورت مکانیکی است یا به صورت امواج الکترومغناطیسی (مانند نوری که از خورشید به ما می‌رسد). برای انتقال انرژی مکانیکی، به محیط مادی نیاز داریم، در حالی که انرژی امواج الکترومغناطیسی در محیط غیرمادی نیز می‌توانند منتقل و منتشر شوند (شکل ۲).

شکل ۲. نقشهٔ مفهومی انرژی. انرژی نورانی نوعی انرژی الکترومغناطیسی است که در ردهٔ انرژی مکانیکی قرار نمی‌گیرد، ولی به سادگی می‌تواند با یک محیط مادی (ماده) برهم‌کنش کند و به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل شود.

انرژی جنبشی وابسته به حرکت جسم است و هر جسمی که در حال حرکت باشد، دارای انرژی جنبشی یا حرکتی است. انرژی پتانسیل یا ذخیره‌ای انواع متفاوتی دارد که پس از آزادشدن می‌توانند برای ما کار انجام دهند و به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل شوند (شکل ۳).

سومین ویژگی انرژی آن است که «شکل‌های گوناگون آن می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند». برای تبدیل انرژی از شکلی به شکل دیگر

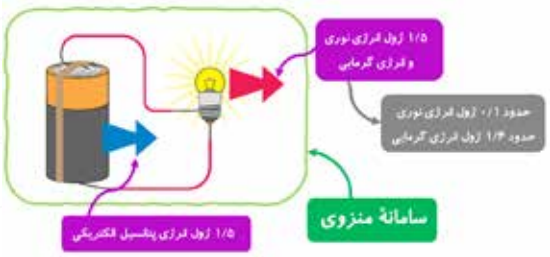
شکل ۳. نقشهٔ مفهومی انرژی پتانسیل

باید کار انجام شـــود. به عبارت دیگر، وقتی روی جسمی کار انجام می‌شود، انرژی به آن جسم منتقل می‌شود. به همین دلیل است که می‌گویند: «کار انرژی را بین دو جسم منتقل می‌کند» و هنگام انتقال انرژی، شکل آن نیز معمولاً تغییر می‌کند.

برای روشن‌شدن موضوع به توپ ساکنی روی زمین فکر کنید که قرار است آن را پرتاب (شوت) کنیم. در زمان کوتاهی، نیروی نسبتاً بزرگی از طرف پای ما به توپ وارد می‌شود. وقتی این نیرو به توپ وارد آید، توپ در هنگام تماس پا با آن، اندکی جابه‌جا می‌شـــود و روی آن کار انجام می‌گیـــرد. کار انجام‌گرفته روی توپ، انرژی پتانسیل شیمیایی بدن ما را به توپ منتقل می‌کند. اگر توپ پس از شوت‌شـــدن تنها روی زمین حرکت کند، دارای انرژی جنبشی می‌شود و اگر به هوا پرتاب شود، هم دارای انرژی جنبشی خواهد بود و هم انرژی پتانسیل گرانشی به دست می‌آورد (شکل ۴).

شـــکل ۴. انرژی پتانسیل شیمیایی بدن ورزشکار ســـبب انجام کار روی توپ می‌شود و به شکل‌های دیگر انرژی تبدیل می‌یابد.

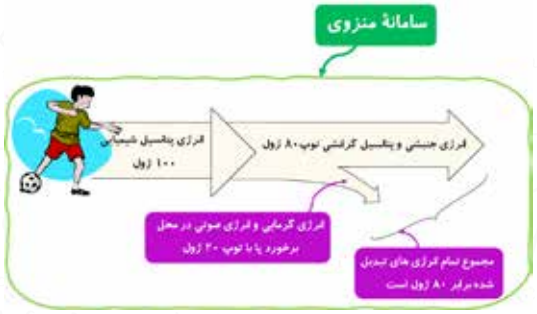
آخرین ویژگی انرژی آن است که «مقدار کل انرژی در یک سامانهٔ منزوی پایسته اســـت.» این بیانی از قانون پایستگی انرژی است که کاربرد فراوانی در حل مسائل علوم دارد. برای روشن‌تر شدن مفهوم این قانون به شکل‌های ۵ و ۶ توجه کنید.



شکل ۵. مثالی ساده از قانون پایستگی انرژی

یک ژول چقدر است؟

همان‌طور که می‌دانید انرژی را بر حسب یکای ژول و با نماد J بیان می‌کنند. وقتی برای مثال از شـــما پرسیده شود «یک متر چقدر است؟» از آنجا که با توجه به تجربه‌های زندگی روزمره، نسبت به



شکل ۶. مثالی ساده از قانون پایستگی انرژی

یک متر و اندازهٔ تقریبی آن حســـی دارید معمولاً با بازکردن دو دست خود از یکدیگر، مقدار تقریبی آن را نشان می‌دهید. آیا همین احساس را در خصـــوص یک ژول هم دارید؟ برای به دســـت آوردن این حس، مثالی می‌زنیم. اگر جســـمی به جرم یک کیلوگرم با سرعت یک متر بر ثانیه در حرکت باشـــد، با توجه به رابطهٔ $K=\frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی آن برابر یک ژول اســـت. برای آنکه حس خودتان را نسبت به این که «یک ژول چقدر است؟» تقویت کنید با توجه به معادلهٔ انرژی جنبشی می‌توانید تمرین‌هـــای فراوانی برای خودتان طراحی کنید که نتیجهٔ حاصل برای انرژی جنبشی جسم برابر یک ژول باشد. در ادامه تعدادی تمرین در جدول زیر پیشنهاد شده است.

انرژی جنبشی	سرعت جسم	جرم جسم
یک ژول	۵ متر بر ثانیه	.....
یک ژول	۵ متر بر ثانیه	.....
یک ژول	۲ سانتی‌متر بر ثانیه	.....
یک ژول	.....	گلوله‌ای به جرم ۱۰ گرم
یک ژول	.....	توپی به جرم ۴۵۰ گرم
یک ژول	.....	دوچرخه‌سواری به جرم کل ۶۰ کیلوگرم

جمع‌بندی

در علوم معمولاً برای معرفی برخی کمیت‌ها تعریفی ارائه می‌شود که به کمک آن تعریف می‌توان کمیت مورد نظـــر را اندازه گرفت. برای مثال، چگالی هر جسم به صورت نسبت جرم جسم به حجم آن تعریف می‌شود. یعنی اگر جرم جسمی را به کمک ترازو اندازه بگیریم و حجم آن را به دســـت آوریم، به سادگی می‌توانیم بر اساس تعریف، چگالی جســـم را حســـاب کنیم. به تعریف‌کردن یک کمیت در علوم به این شیوه، «تعریف عملیاتی» گفته می‌شود. در مثال چگالی، شما با دانستن تعریف آن، که در واقع یک تعریف عملیاتی است، به سادگی می‌توانید چگالی هر جسمی را پیدا کنید.

وقتی جسمی را روی زمین می‌کشیم یا هُل می‌دهیم و آن را از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر جابه‌جا می‌کنیم، به سادگی می‌توانیم با محاسبهٔ کار نیرویی که سبب جابه‌جایی جسم شده است، انرژی مصرف‌شده توسط بدنمان را برای جابه‌جایی جسم پیدا کنیم. به عبارت دیگر، با محاسبهٔ کار انجام‌شده می‌توانیم انرژی صرف شده برای جابه‌جایی جسم را به دست آوریم. پس این تعریف رایج که: «انرژی یعنی توانایی انجام کار»، تعریف عملیاتی انرژی اســـت و نه تعریفی که به شناخت و درک ما از مفهوم انرژی منجر شود. بر اساس تعریف عملیاتی انرژی، اگر بخواهیم انرژی مصرف‌شده را، مثلاً هنگام کشیدن یا هُل‌دادن یک جسم، پیدا کنیم تنها از طریق کار انجام‌شده می‌توانیم این انرژی را به دست آوریم.

پی‌نوشت

۱. همان‌طور که اشاره شـــده است مفهوم و ایدهٔ انرژی مفهومی جدید و مربوط به حدود ۷۰ ســـال قبل است. خوب اســـت بدانید دانشمندان مسلمان به امر بررسی حرکت اجسام از مفاهیمی همچون قوه و فعل استفاده می‌کردند که بیشتر مبنای فلسفی داشتند.

عباس قلعه‌پوراقدم

یک ضرب عجیب و غریب

۱۳۸۳۷ × سن شما × ۷۳ = ؟

شما که در حال خواندن این مطلب هستید، چند ساله‌اید؟ ۱۳، ۱۴ یا ۱۵ ساله؟ شاید هم بیشتر یا کمتر. لطفاً عدد ۱۳۸۳۷ را در عدد سن خودتان ضرب کنید. فرض کنید کمیل ۱۲ ساله است. ۱۳۸۳۷ را در ۱۲ ضرب می‌کنم.

۱۳۸۳۷
×۱۲
۲۷۶۷۴
+۱۳۸۳۷۰
۱۶۶۰۴۴

جواب ضرب شما چه عددی شد؟ آن را در ۷۳ ضرب کنید. من هم این ضرب را در مورد کمیل انجام می‌دهم.

۱۶۶۰۴۴
× ۷۳
۴۹۸۱۳۲
+ ۱۱۶۲۳۰۸۰
۱۲۱۲۱۲۱۲

چه اتفاقی افتاد؟ بله! عدد ۱۲ چهار بار پشت سر هم تکرار شد.

آیا نتیجهٔ ضرب شما هم این طور شد؟ منظورم این است که عدد سن شما هم چهار بار تکرار شد؟ حتماً همین طور است، مگر اینکه در محاسبهٔ حاصل‌ضرب‌ها دچار اشتباه شده باشید. این ضرب عجیب و غریب در مورد تمام آدم‌هایی که عدد سن آن‌ها دورقمی است، یعنی از ۱۰ ساله تا ۹۹ ساله، کار می‌کند. به همان صورتی که برای ۱۲ چهار بار تکرار شد، برای این ۸۹ عدد (تعداد عددهای دورقمی) هم این اتفاق می‌افتد. اجازه دهید چند مورد دیگر را هم آزمایش کنیم.

سال ۳۵ = سن
۱۳۸۳۷ × ۳۵ = ۴۸۴۲۹۵
۴۸۴۲۹۵ × ۷۳ = ۳۵۳۵۳۵۳۵

سال ۱۷ = سن
۱۳۸۳۷ × ۱۷ = ۲۳۵۲۲۹
۲۳۵۲۲۹ × ۷۳ = ۱۷۱۷۱۷۱۷

سال ۹۹ = سن
۱۳۸۳۷ × ۹۹ = ۱۳۶۹۸۶۳
۱۳۶۹۸۶۳ × ۷۳ = ۹۹۹۹۹۹۹۹

سال ۷۱ = سن
۱۳۸۳۷ × ۷۱ = ۹۸۲۴۲۷
۹۸۲۴۲۷ × ۷۳ = ۷۱۷۱۷۱۷۱

نوبت شما

طاهـا و امیرمحمـد به ترتیب ۹ و ۱۵ سـاله هسـتند. ضرب شگفت‌انگیز را برای آن‌ها امتحان کنید.

راسـتی! آیا فکر می‌کنید اگر شما در جشن تولد دوستتان این ضرب را به او یاد بدهید و عدد سنی را که در حال واردشدن به آن است، به عنوان اولین مورد برای او نشان دهید، می‌تواند یک هدیهٔ تولد به حسـاب آید؟ به نظـر من، چرا که نه. مثلاً اگر به جشن تولد سیزده‌سالگی یکی از دوستانتان دعوت شدید، علاوه بـر هدیه‌ای که تهیه می‌کنید، این ضرب را هم به او یاد بدهید؛ حتماً این هدیه‌ای متفاوت از جنس دانش و به‌یادماندنی خواهد بود و او هیچ‌وقت جشـن تولد سیزده‌سـالگی خود را فراموش نخواهد کرد:

۱۳۸۳۷ × ۱۳ = ۱۷۹۸۸۱
۱۷۹۸۸۱ × ۷۳ = ۱۳۱۳۱۳۱۳

حالا برویم سراغ رمزگشایی از این ضرب شگفت‌انگیز. به ضرب‌های زیر توجه کنید:

۱۰۱ × ۲۳ = ۲۳۲۳
۱۰۱۰۱ × ۲۳ = ۲۳۲۳۲۳
۱۰۱۰۱۰۱ × ۲۳ = ۲۳۲۳۲۳۲۳

حالا شما ضرب‌های زیر را انجام دهید:

۱۰۱ × ۴۵ =
۱۰۱۰۱ × ۴۵ =
۱۰۱۰۱۰۱ × ۴۵ =

عددهـای ۱۰۱ (صد و یـک)، ۱۰۱۰۱ (ده هزار و صد و یک) و ۱۰۱۰۱۰۱ (یـک میلیون و ده هزار و صد و یک) دارای ویژگی عجیبی هستند. اگر به حاصل‌ضرب این عددها در ۲۳ و ۴۵ (که آن را خودتان به دست آوردید) دقت کنید، متوجه می‌شوید که تعداد تکرار هر عدد به اندازهٔ تعداد رقم‌های ۱ موجود در عددهای ۱۰۱، ۱۰۱۰۱ و ۱۰۱۰۱۰۱ اسـت. بـرای مثـال، عدد ۱۰۱ دو تـا رقم ۱ دارد. وقتی عددی دورقمی در آن ضرب می‌شـود، حاصل‌ضرب برابر اسـت با تکـرار آن عدد به تعداد دو بار. به این نکته‌ها توجه کنید:

نکته

۱. اگر عدد ۱۰۱ را در هر عدد دورقمی ضرب کنیم، حاصل‌ضرب دو بار تکرار آن عدد می‌شود.

۲. اگـر عدد ۱۰۱۰۱ را در هر عدد دورقمی ضرب کنیم، حاصل سه بار تکرار آن عدد خواهد بود.

۳. حاصل‌ضرب عـدد ۱۰۱۰۱۰۱ در هر عدد دورقمی چهار بار تکرار آن عدد می‌شود.

خب! شاید بپرسید رابطهٔ این نکته‌ها با رازگشایی از ضربی که یاد گرفتید چیسـت؟ برای رسیدن به پاسخ این پرسش لطفاً ضرب زیر را انجام دهید:

۱۳۸۳۷ × ۷۳ =

حالا متوجه شدید؟

بله! وقتی شـما ضرب (**۷۳× سن شـما× ۱۳۸۳۷**) را انجام می‌دهید، در واقع سـن خودتان را در عـدد ۱۰۱۰۱۰۱ ضرب می‌کنید و به دلیل نکتهٔ ۳، سن شما چهار بار تکرار می‌شود.

پرسش دیگری که ممکن است مطرح کنید، این است که از کجا بدانیم که مثلاً نکتهٔ ۳ در مورد همهٔ عددهای دورقمی درست در می‌آید؟ آیا باید تمامی ۸۹ عدد دورقمی را تک‌تک در ۱۰۱۰۱۰۱ ضرب کنیم تا این موضوع برایمان مشخص شود؟ باید بگویم که نه، این طور نیسـت. این ویژگی عدد ۱۰۱۰۱۰۱ اثبات ریاضی دارد، هر چند آزمایش کردن تمام ۸۹ عدد دورقمی هم خالی از لطف نیست و سرگرمی جالبی است.

ابتدا نکتهٔ ۱ را برایتان ثابت می‌کنم. هر عدد دورقمی را می‌توان به صورت ab نشـان داد که a رقم دهگان و b رقم یکان اسـت. گستردهٔ این عدد و عدد ۱۰۱ به صورت زیر است:

$$ab = 10a + b \ , \ 101 = 100 + 1$$
$$ab \times 101 = (10a + b)(100 + 1) = 1000a + 10a + 100b + b$$

حاصل‌عبارت‌بالارامی‌توان‌به‌صورت $1000a + 100b + 10a + b$ هم نوشـت. این یعنی حاصل‌ضرب برابراسـت با عددی که رقم هـزارگان آن a، رقم صدگان آن b، رقم دهگان آن a و رقم یکان آن b است. به عبارت دیگر، حاصل‌ضرب برابر است با عدد abab که دو بار تکرار عدد ab است. با همین روش، اثبات نکتهٔ دو را به شـما عزیزان می‌سپارم و به سراغ اثبات سومی که موضوع اصلی است، می‌روم.

گستردهٔ عدد ۱۰۱۰۱۰۱ به صورت $1 + 100 + 10000 + 1000000$ است. ضرب ab در ۱۰۱۰۱۰۱ را تشکیل می‌دهیم:

$$ab \times 1010101 = (10a + b)(1000000 + 10000 + 100 + 1)$$
$$= 10000000a + 1000000a + 1000a + 10a +$$
$$1000000b + 10000b + 100b + b$$
$$= 10000000a + 1000000b + 100000a +$$
$$10000b + 1000a + 100b + 10a + b$$

پس حاصل‌ضرب برابر است با عددی که در جدول ارزش مکانی زیر نمایش داده شده است:

دهگان میلیون	یکان میلیون	صدگان هزار	دهگان هزار	یکان هزار	صدگان	دهگان	یکان
a	b	a	b	a	b	a	b

یعنی حاصل‌ضرب برابر عدد هشت‌رقمی abababab می‌شود که همان تکرار چهار بار عدد اصلی اسـت. در پایان امیدوارم ضرب معرفی‌شـده را به خاطر بسپارید و از معرفی آن به دیگران لذت ببرید.

قسمت پنجم

شراره تقی‌دستجردی ● محسن رحیمی پیرانفر

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است!

در چهار قسمت قبل خواندیم که **هیوا** متوجه شده، خرس‌های قطبی در معرض خطر بسیار جدیِ از بین رفتن زیستگاهشان، یعنی یخ‌های قطب شمال هستند. علاقهٔ زیاد او به این موجودات دوست‌داشتنی باعث شد که کنجکاو شود تا بداند دلیل آب‌شدن یخ‌های قطبی چیست. هیوا فهمید ریشهٔ اصلی این معضل، گرم‌شدن غیرعادی کرهٔ زمین در سال‌های اخیر است که این هم خود به خاطر افزایش گازهای گلخانه‌ای، در نتیجهٔ استفادهٔ بی‌رویهٔ ما از سوخت‌های فسیلی است. هیوا حساب کرد که روزانه حتی چند ساعت رهاکردن شارژرهای بی‌استفاده در پریز برق می‌تواند چه تأثیر هنگفتی در مصرف برق کل کشور بگذارد. میزان اندک برقی که در هر ساعت به وسیلهٔ یک شارژر بدون استفاده هدر می‌رود، در برابر مصرف سایر وسایل برقی خانگی، این سؤال را در ذهن هیوا به وجود آورد که: برق مصرفی خانوادهٔ آن‌ها چقدر می‌تواند در آب‌شدن یخ‌های قطبی مؤثر باشد؟

و اما ادامهٔ داستان:

آن روز در کلاس علوم، معلم دربارهٔ محیط زیست صحبت می‌کرد؛ در مورد تولید انرژی با استفاده از سوخت‌های فسیلی و اینکه همهٔ سوخت‌های فسیلی شامل کربن هستند و از سوختن آن‌ها مقدار زیادی کربن دی‌اکسید در جو زمین رها می‌شود. معلم همچنین گفت در صورتی که تولید گاز کربن دی‌اکسید با همین سرعت ادامه پیدا کند، تا سال ۲۰۵۰ حدود یک‌سوم همهٔ گونه‌های جانوری منقرض خواهند شد.

این حرف‌ها هیوا را به سال ۲۰۵۰ پرتاب کرد؛ سالی که گرم و غمگین بود و از هر سه جانوری که امروز روی زمین زندگی می‌کنند، یکی‌شان دیگر زنده نبود. با محاسبات او خرس‌های قطبی احتمالاً تا ۲۰۵۰ هم هنوز زنده خواهند بود، پس این یک‌سوم شامل کدام جانوران است؟ نکند فیل‌ها یا کرگدن‌ها یا نهنگ‌ها حتی پیش از خرس‌های قطبی دنیای ما را ترک کنند!

صدای زنگ تفریح، هیوا را به خودش آورد. نگاهی به ساعتش انداخت و در دلش گفت: چه زود زمان کلاس علوم گذشت.

کتاب و دفترش را از روی میز نیمکت جمع کرد و دنبال معلمشان دوید تا در راهروی مدرسه با او صحبت کند.

هیوا: ببخشید من چند سؤال دارم.

معلم با صدای هیوا ایستاد و به طرف او برگشت.

هیوا: ببخشید دربارهٔ تولید برق چند سؤال داشتم.

معلم در شلوغی راهرو، جایی برای ایستادن پیدا کرد و با لبخندی گفت: «من هم ممکن است چند جواب داشته باشم.»

هیوا آنچه را در مورد انقراض خرس‌های قطبی یاد گرفته بود، تندتند برای معلم تعریف کرد و گفت که حساب و کتابش برای میزان هدررفت برق مصرفی شارژرها، چقدر او را متعجب کرده است. گفت که می‌خواهد بفهمد مصرف برق خانوادهٔ آن‌ها چه تأثیری بر میزان گرم‌شدن زمین و آب‌شدن یخ‌های قطبی دارد.

معلم که تحت تأثیر اشتیاق هیوا قرار گرفته بود گفت: «خُب بیا با هم یک بار دیگر آنچه را که امروز گفتم مرور کنیم. عمدتاً برق کشور ما کجا تولید می‌شود؟

هیوا: در نیروگاه‌های برق.

معلم: و این نیروگاه‌ها چطور کار می‌کنند؟

هیوا: خُب شما گفتید که با سوزاندن سوخت‌های فسیلی. در واقع انرژی‌ای را که از سوزاندن سوخت‌های فسیلی به دست می‌آید، به برق تبدیل می‌کنند.

معلم: بله درست است. اما بگذار کمی دقیق‌تر بگویم. همهٔ انرژی‌ای که از سوزاندن سوخت‌های فسیلی به دست می‌آید، به برق تبدیل نمی‌شود و بخشی از آن هدر می‌رود. متأسفانه همهٔ میزان برقی که تولید می‌شود نیز به دست من و شما نمی‌رسد. در واقع مقداری از آن موقع توزیع برق تلف می‌شود.

هیوا: شما می‌دانید در زمان تولید برق تا موقعی که به خانه‌مان می‌رسد، دقیقاً چقدر انرژی هدر می‌رود؟

معلم: بله. البته به طور تقریبی و نه دقیق. فرض کن شما در نیروگاه ۱۰۰ واحد انرژی حاصل از سوخت فسیلی داشته باشی. در این صورت هنگام تولید برق ۶۵ درصد از این انرژی به هدر می‌رود و بعد هنگام توزیع در شبکهٔ برق هم تقریباً ۲ درصد دیگر از انرژی تلف می‌شود.

هیوا: آهان. ۲ درصد از ۳۵ درصدی که به برق تبدیل شده است.

معلم: بله‌بله. چه خوب که حواست جمع است.

هیوا لبخندی زد و ادامه داد: «پس برای اینکه ببینم برای تولید برق خانهٔ ما در یک ماه چقدر انرژی در نیروگاه مصرف شده است، اول باید ببینم، قبل از رسیدن این مقدار انرژی به خانهٔ ما، به چقدر انرژی در نیروگاه نیاز بوده است.»

معلم: دقیقاً.

هیوا: خُب من می‌دانم که مصرف برق خانهٔ ما در ماه گذشته ۱۹۳ کیلووات ساعت بوده است. پس باید...

هیوا دفتر یادداشتش را باز کرد و با کشیدن یک جدول تناسب جواب را به دست آورد:

۱۹۳	۹۸
x	۱۰۰

این عدد تقریباً برابر با ۱۹۷ کیلووات ساعت بود. یعنی باید ۱۹۷ کیلووات ساعت انرژی در نیروگاه تولید می‌شده است. هیوا با استفاده از یک جدول تناسب دیگر، میزان انرژی مورد نیاز سوخت‌های فسیلی را که می‌تواند ۱۹۷ کیلووات ساعت انرژی در نیروگاه تولید

کنـــد، پیدا کرد که تقریبـــاً برابر با ۵۶۳ کیلووات ساعت بود.

۱۹۷	۳۵
x	۱۰۰

معلم: البته شاید بد نباشد که این میزان انرژی را بر حسب «ژول» یا «کیلوژول» بیان کنیم، چرا که کیلووات ساعت یکای اندازه‌گیری انرژی الکتریکی است و برای انرژی‌ای که از ســـوخت‌های فسیلی به دست می‌آید، از یکای دیگری به نام ژول یا کیلوژول استفاده می‌شود.

هیوا: اوه، پس در ایـــن صورت باید یک جدول تناسب دیگر بکشم. اما فرض کنیم که ۵۶۳ کیلووات ســـاعت را بر حســـب کیلوژول نوشتم، من از کجا بفهمم چقدر سوخت فسیلی باید ســـوزانده شود تا این مقدار انرژی به دست آید؟ این مقدار سوخت چقدر روی محیط زیست اثر دارد؟ و ...

هنوز ســـؤال‌های هیوا تمام نشده بودند که صدای زنگ مدرســـه به صدا درآمد. زنگ تفریح تمام شـــده بـــود و نه هیوا دیگر فرصتی برای اســـتراحت داشت و نه معلمش. هیوا از اینکه با سؤال‌هایش زمان اســـتراحت معلمش را گرفته بود، عذر خواست و بابت پاسخ‌های معلمش از او تشکر کرد. معلم که به استراحت‌نکردن در زنگ تفریـــح عادت داشـــت، با ابراز خوش‌حالی از اینکه هیوا را علاقه‌مند به دنبال‌کردن مسئله‌اش می‌بیند، به او گفت بعد از زنگ آخر هم منتظرش می‌ماند تا اگر مایل باشد با هم چند دقیقه‌ای در این زمینه صحبت کنند.

در کلاس بعـــدی، برخلاف کلاس علوم، زمان به کُندی می‌گذشـــت. هیوا چند بار به ســـاعتش نگاه کرد. او واقعاً سعی می‌کـــرد به حرف‌هـــای معلمش گوش کند، اما تمام حواسش پیش حرف‌های معلم علوم بود. هیوا به عدد بزرگی که از هدررفتن انرژی در شارژرهای بی‌استفاده به دست می‌آمد، فکر می‌کرد و اینکه این عدد فقط ۳۵ درصد انرژی‌ایی اســـت که در نیروگاه مصرف می‌شود. این تازه جدا از ۲ درصد انرژی‌ای اســـت که در مسیر انتقال برق از نیروگاه تا خانه هدر می‌رود. با همهٔ این فکر و خیال‌ها، بالاخره زنگ آخر هم خورد. هیوا وسایلش را جمع کرد و خـــودش را به کلاس مجاور، جایی که معلم علومش در این ســـاعت آنجا درس می‌داد، رساند. معلم علوم در حال بیرون آمدن از کلاس بود که هیوا را در مقابلش دید. پس به کلاس برگشت تا در گوشهٔ کلاس که الان خلوت‌تر از همه‌جا بود، با هیوا صحبت کند.

معلم: خب یکی از سؤال‌هایت این بود که: «چقدر سوخت باید برای تولید این مقدار انرژی سوزانده شود؟» و سؤال دیگرت هم این بود که: «اثر مصرف این مقدار سوخت روی محیط زیست چگونه است؟»

هیوا: بله. البته ســـؤال‌های دیگری هم دارم ...

معلم: اجازه بده قبل از اینکه بیشتر بپرسی، در مورد سوخت‌های مصرفی در نیروگاه‌ها بیشتر صحبت کنیم. اول بگو چه سوخت‌های فسیلی‌ای را می‌شناسی؟

هیوا: نفت، گاز، بنزین، گازوئیل و زغال‌سنگ.

معلم: خُب معمولاً همین‌ها به گوش ما می‌خورد که البته بعضی‌ها از بعضی‌های دیگر به دست می‌آیند. در واقع به طور طبیعی بنزین و گازوئیل نداریم، بلکه این‌ها از نفت و گاز به دست می‌آیند. اما سوخت‌های دیگری هم هستند و خوب است که بدانی اثر سوزاندن آن‌ها بر محیط زیست، یکسان نیست. بعضی از سوخت‌های فسیلی به محیط زیست بیشتر آسیب می‌زنند و بعضی کمتر.

هیوا: خُب چرا از سوخت‌هایی که اثر بد کمتری دارند، استفاده نمی‌شود؟

معلم: هیوا قیمت این سوخت‌ها متفاوت است. متأسفانه سوخت‌های ارزان‌تر، آسیب بیشتری به محیط زیست می‌زنند. هیوا با چهره‌ای درهم گفت: «چه فاجعه‌ای! برای تولید برق ارزان‌تر، داریم خرس‌های قطبی را تا حد انقراض به خطر می‌اندازیم!»

معلم: خُب فقط این نیست. در نیروگاه‌های برق ایران از یک نوع سوخت استفاده نمی‌شود، چرا که گاهی دسترسی ما به سوخت‌های پاک‌تر، محدود است و مجبور به استفاده از سوخت‌های آلاینده‌تر هستیم. مثلاً در فصل زمستان، به دلیل کمبود گاز طبیعی، ممکن است نیروگاه‌ها از «مازوت» که سوخت آلاینده‌تری است، استفاده کنند. نیروگاه‌ها در گذشته بیشتر از مازوت استفاده می‌کردند، اما به خاطر اثرات مخرب آن در سال‌های اخیر مازوت کمتری مصرف می‌شود و به جایش از گاز استفاده می‌کنند. علاوه بر این، از گازوئیل هم به عنوان یکی از منابع تولید انرژی در کنار این دو استفاده می‌شود.

هیوا: پس برای اینکه اثر مصرف برق خانه‌مان را بر محیط زیست حساب کنیم، ابتدا باید به طور دقیق بدانیم هر یک از سوخت‌های مازوت، گازوئیل و گاز چه درصدی از مصرف سوخت نیروگاه‌ها را تشکیل می‌دهند.

معلم: دقیقاً. بیا در اینترنت جست‌وجو کنیم.

معلم با گوشی تلفن همراهش در مورد سوخت‌های مصرفی در نیروگاه‌ها جست‌وجو کرد.

معلم: خُب! خبرگزاری «ایرنا» نوشته که به طور کلی ۸۰ درصد برق نیروگاه‌های حرارتی از طریق مصرف گاز، ۱۴ درصد گازوئیل و تنها ۶ درصد از طریق مازوت تولید می‌شود. تاریخ این خبر هم مربوط به شهریور ۱۴۰۰ است. البته همان طور که گفتم این میزان بسته به فصل‌های سال، متفاوت است. همچنین در گذشته میزان مصرف مازوت خیلی بیشتر بوده است. خبرگزاری «ایسنا» هم نوشته در سال ۱۳۹۲، میزان سوخت مایع که مازوت و گازوئیل را هم شامل می‌شود، ۴۵ درصد کل سوخت مورد نیاز در نیروگاه بوده ولی در سال ۱۳۹۵، این میزان به ۱۲ درصد کاهش یافته است.

معلم: هیوا بهتر است خودت دراین‌باره بیشتر تحقیق کنی. خوش‌حال می‌شوم نتیجهٔ تحقیقات را با من و حتی با دیگر هم‌کلاسی‌هایت هم در میان بگذاری. حالا بهتر است برویم. چون در خانه منتظرمان هستند. بعداً باز هم دراین‌باره صحبت می‌کنیم. خدا نگهدار.

هیوا: بله، حتماً. امروز درباره‌اش جست‌وجو می‌کنم. خیلی ممنون و خدا حافظ.

ادامه دارد ...

فعالیت:

۱. با توجه به اطلاعاتی که معلم به هیوا داد، حساب کنید برای تأمین برق مصرفی خانهٔ شما چقدر انرژی باید در نیروگاه مصرف شود. این میزان چند برابر انرژی مصرفی در خانهٔ شماست؟ با توجه به اطلاعات متن، حساب کنید انرژی مورد نیاز در نیروگاه برای تأمین برق مصرفی خانوادهٔ هیوا، چند برابر برق مصرفی آن‌هاست.

۲. با توجه به این خبر که «میزان مصرف سوخت مایع در سال ۱۳۹۲، حدود ۴۵ درصد کل سوخت فسیلی مصرفی نیروگاه را تشکیل می‌داده، ولی در سال ۱۳۹۵، این میزان به حدود ۱۲ درصد کاهش یافته است»، آیا می‌توان نتیجه گرفت که مصرف سوخت گاز مایع در ایران کمتر شده است؟ توضیح دهید.

۳. با توجه به افزایش جمعیت و مصرف برق در ایران، تحقیق کنید آیا میزان مصرف سوخت مازوت در سال‌های اخیر کمتر شده است؟

برای انجام این فعالیت با معلمان خود مشورت کنید و پاسخ‌هایتان را به نشانی borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir ارسال کنید.

محمدحسین دیزجی

پله‌پله روی نردبان دانایی

گفت‌وگو با دکتر فروزان خردپژوه، استاد دانشگاه و چهرهٔ شاخص خانه‌های ریاضیات کشور

نام «خانه‌های ریاضیات» برای آنان که مشتاق این دانش هستند، واژه‌ای آشنا و دوست داشتنی است. از دانشجویان و استادان ریاضی که بگذریم، دانش‌آموزان علاقه‌مند به یادگیری ریاضی، اگر فرصتی پیدا کنند، سراغ این خانه‌ها را می‌گیرند تا بدین واسطه بر دانش و آگاهی خود بیش از پیش بیفزایند و مسیر روشنی را در پیش بگیرند. در این شماره به دیدار استادی رفتیم که هم در حوزهٔ دانش ریاضی حرفی برای گفتن دارد و هم از خانه‌های ریاضیات می‌تواند اطلاعاتی را در اختیار ما قرار دهد تا دانش‌آموزان مخاطب این نشریه شناخت بیشتری از این مجموعه به دست آورند. پرسش‌هایی را با او در میان گذاشتیم که پاسخ‌هایش می‌تواند در حد خود راه‌گشای دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی باشد. با ما همراه باشید تا از استاد **فروزان خردپژوه** بیشتر فرا بگیریم. دکتر خردپژوه، متولد سال ۱۳۳۱ در تهران است. کارشناسی رشتهٔ ریاضی را در دانشگاه صنعتی شریف در سال ۱۳۵۴ دریافت کرد و سپس برای ادامهٔ تحصیل به «دانشگاه ایلینویز» آمریکا رفت. در سال ۱۳۵۷ دکترای خود را ناتمام گذاشت و به ایران برگشت و در «دانشگاه آزاد ایران» سابق (پیام نور فعلی) و «بوعلی سینا»ی همدان مشغول به کار شد. در نهایت از سال ۱۳۶۳ تا زمان بازنشستگی در سال ۱۳۸۷ در «دانشگاه صنعتی اصفهان» به تدریس مشغول شد. در اواسط دههٔ هفتاد که نظام جدید آموزش‌وپرورش راه‌اندازی شد، به همراه سه نفر دیگر از دوستانش کتاب «حساب دیفرانسیل و انتگرال» را برای دورهٔ پیش‌دانشگاهی رشتهٔ ریاضی تألیف کرد. در اواخر دههٔ هفتاد نخستین خانهٔ ریاضیات را در اصفهان به کمک دوستان و حمایت شهرداری اصفهان راه‌اندازی کرد. سپس به تأسیس خانه‌های ریاضیات در سایر شهرهای کشور کمک کرد، به طوری که تاکنون حدود ۳۰ خانهٔ ریاضیات در کشور به وجود آمده است. در وزارت علوم، تحقیقات و فناوری نیز یک انجمن علمی به نام «شورای خانه‌های ریاضیات ایران» تأسیس شد که استاد خردپژوه چندین سال ریاست آن را بر عهده داشته و دارد. خانه‌های ریاضیات، به عنوان یک نهاد علمی غیردولتی (NGO)، تلاش کرده‌اند که کمبودهای نظام آموزش رسمی کشور را چه در آموزش‌وپرورش و چه در آموزش عالی شناسایی کنند و برای جبران آن‌ها راهکارهایی ارائه دهند. آن‌ها همواره کوشیده‌اند در کنار این دو نهاد دولتی به امر آموزش در کشور یاری رسانند، تا جایی که فعالیت‌های خانه‌ها مورد تأیید مجامع علمی بین‌المللی در زمینهٔ آموزش ریاضی قرار گرفته و حتی چندین خانه در کشورهای دیگر تأسیس شده‌اند و یا در حال راه‌اندازی هستند. حاصل گفت‌وگو با این استاد پیش روی شماست.

● یکی از فعالیت‌های مهم و ارزشمند خانه‌های ریاضیات در حوزهٔ مقاله‌نویسی است. لطفاً بفرمایید که مجلهٔ برهان ریاضی دورهٔ اول متوسطه چگونه می‌تواند از این مجموعه مقاله‌ها برخوردار شود و آن‌ها را در نشریه برای مخاطبان خود، یعنی دانش‌آموزان، منعکس کند؟

○ بحث پژوهش و کارهای گروهی همواره یکی از نقاط مورد تأکید خانه‌های ریاضیات بوده است. در خانه‌های ریاضیات تلاش بر این است که دانش‌آموزان به مطالعهٔ کتاب‌های غیردرسی (البته منظور کتاب‌های تست نیست) روی بیاورند و ضمن مطالعهٔ آن‌ها، نتایج آن‌ها را مکتوب کنند و یا به صورت هم‌اندیشی (سمینار) ارائه دهند. مجموعه‌ای از تلاش‌های دانش‌آموزان هم اکنون در کتابخانهٔ خانهٔ ریاضیات اصفهان در دسترس است. برخی از این فعالیت‌های دانش‌آموزان به دریافت «جایزهٔ جشنوارهٔ جوان خوارزمی» نیز منجر شده است.

البته با گذشت زمان و فشار روانی بر دانش‌آموزان به منظور آماده‌سازی خود برای آزمون سراسری، تعداد دانش‌آموزان متقاضی در این زمینه روزبه‌روز کاهش می‌یابد. امیدوارم با تغییر نظام پذیرش دانشجو در دانشگاه‌ها، این روند نیز تغییر کند. در خانهٔ ریاضیات اصفهان دوره‌هایی با عنوان هسته‌های پژوهشی داریم که دانش‌آموزان تحت هدایت یک تیم در یک زمینهٔ خاص به مطالعه پرداخته و نتایج را با هم در میان می‌گذارند و در نهایت یک گزارش از فعالیت خود ارائه می‌دهند. در سال‌های اول کوشیدیم به تنهایی و یا از طریق همکاری با دیگران یک مجلهٔ دانش‌آموزی راه‌اندازی کنیم که متأسفانه کار بسیار سختی بود و به نتیجه نرسید.

● بین دانش‌آموزان کسانی هستند که مشتاق نوشتن مقاله و فعالیت‌های پژوهشی هستند. این دانش‌آموزان را چطور می‌توان هدایت کرد تا مقاله‌های خود را به خانه‌های ریاضیات ارائه کنند و از توان و تجربهٔ عزیزان خانه‌های ریاضیات بهرهٔ لازم را ببرند.

○ متأسفانه در حال حاضر بخش عمده‌ای از پژوهش‌ها رونوشت (کپی) کارهای دیگران است. بنابراین اگر واقعاً علاقه‌مندیم که دانش‌آموزان پژوهش کنند، باید از ابتدا و تا انتها در هر قدم که برداشته می‌شود، در کنار آنان باشیم و با راهنمایی و هدایت آنان، هم منابع مناسب در اختیار آنان قرار گیرد و هم تلاش شود که هر آنچه را که می‌خوانند بفهمند و خودشان به زبان خود، آن مطالب را ارائه کنند.

● دانش و علم ریاضی صرفاً به قلم و کاغذ محدود نمی‌شود و ابزارها، نرم‌افزارها و فناوری‌های متعددی امروز برای آن وجود دارد. اگر دانش‌آموزان بخواهند از این ابزارها استفاده کنند، چطور باید آن‌ها را بشناسند و از کاربرد آن‌ها به درستی بهره ببرند؟

○ خوش‌بختانه با گسترش فناوری، ابزارهای انتقال دانش هم از بیان و نوشته فراتر رفته‌اند و ابزارهای گوناگونی در اختیار ما قرار گرفته‌اند که می‌توان آن‌ها را به خوبی به کار گرفت؛ مانند رایانه، فیلم، نرم‌افزار، اینترنت و ... دانش‌آموزان نیز می‌توانند نتایج کار خود را به صورت‌های گوناگون در اختیار دیگران قرار دهند. چیزی که ضرورت دارد، این است که آن‌ها روش استفادهٔ صحیح از هر یک از موارد فوق را یاد بگیرند و نیز منابع مطالعاتی که مورد استفاده قرار می‌دهند، به نوعی تأیید شده باشند. برای مثال، به درستی موارد ارائه شده در هر کتاب، وبگاه و یا کانال اطلاع‌رسانی نمی‌توان اطمینان داشت. بنابراین چنین منابعی نیز باید شناسایی و معرفی شوند.

● هر کس روشی برای مطالعه دارد. حضرت‌عالی با توجه به تخصص و تجربه‌های ارزشمندتان، برای مخاطبان مجله از روش‌ها و شیوه‌های مطالعهٔ مؤثر دانش ریاضی بفرمایید.

○ فهمیدن و درک یک مطلب، درست مثل بالارفتن از نردبان است. باید پله به پله مطالب را مطالعه کرد و پس از درک آن به سراغ قدم بعدی رفت. یکی از بهترین راه‌های درک، تلاش در جهت آموزش و بیان آن برای دیگران است. به همین دلیل است که تیم‌های مطالعاتی، هم سرعت بیشتری خواهند داشت و هم موفق‌تر عمل می‌کنند تا یک فرد به تنهایی.

● دانش ریاضی نیز همچون سایر علوم هر روز با پیشرفت‌هایی روبه‌رو می‌شود. اگر دانش‌آموزان بخواهند از یافته‌های جدید در این دانش مطلع بشوند، راهکار چیست؟

○ امروزه خوش‌بختانه با وجود اینترنت و فضای مجازی، امکان دسترسی به منابع متفاوت بسیار ساده‌تر و سریع‌تر شده است. فقط باید اطمینان یافت آنچه که مطالعه می‌کنند درست است. بنابراین یکی از کارهای وزارت آموزش‌وپرورش، تهیهٔ یک بانک اطلاعاتی از منابع معتبر مخصوص دانش‌آموزان است که برای مطالعه به آن مراجعه کنند. امیدوارم مجله‌ای مانند برهان بتواند یکی از این منابع معتبر باشد و به هر شکل ممکن دانش‌آموزان را به سوی خود جلب کند. شورای خانه‌های ریاضیات ایران آماده است، در کنار مجلهٔ برهان قرار گیرد و تا حد ممکن به رشد و شکوفایی آن کمک کند.

● تعریف شما از ریاضیات چیست؟

○ ریاضیات بخشی از دانش بشری است که می‌کوشد به زبان خود همهٔ پدیده‌های عالم را بیان کند، امروزه اگر در شاخه‌های گوناگون علوم از علوم پایه گرفته تا پزشکی، اقتصاد و حتی علوم اجتماعی دقت کنیم، درمی‌یابیم که دانشمندان تلاش کرده‌اند تحولات و ساختار آن رشته را به گونه‌ای منطقی و مدون با دستورهای (فرمول‌های) ریاضی مطرح کنند.

● شما چرا حوزهٔ دانش ریاضی را برای تحصیل و کار انتخاب کردید؟

○ من زمانی که دانش‌آموز بودم، به دلایلی برای ادامهٔ تحصیل به هنرستان می‌رفتم، ولی در آنجا متوجه شدم که اصلاً استعداد فنی ندارم و در درس‌های عملی حداقل نمره را می‌گرفتم؛ در حالی که در درس‌های حساب فنی و درس فنی نمره‌هایم عالی بود. به همین دلیل فهمیدم که مسیرم اشتباه است و به صورت متفرقه در رشتهٔ ریاضی امتحان دادم و با دیپلم ریاضی‌ام در آزمون سراسری شرکت کردم و دانشگاه صنعتی شریف پذیرفته شدم.

● آیا بین ریاضیات و ریاضت ارتباط وجود دارد؟ و آیا واقعاً ریاضیات علم ریاضت‌کشیدن است؟ و شاخهٔ جبر در ریاضیات واقعاً همان جبری است که در ذهن ماست؟ برخی‌ها تصور

می‌کنند ریاضیات بسیار دشوار است.

○ برای پیشرفت در هر کار و حرفه‌ای باید ریاضت کشید و تلاش کرد. برای نمونه در هنر خطاطی، آیا می‌توان بدون تمرین و صرف وقت یک خطاط موفق شد؟ در ورزش آیا بدون تمرین مداوم و صرف وقت می‌توان به عنوان‌های خوب رسید؟ ریاضیات هم همین‌طور است.

● هر معلمی از زاویهٔ تجربه و تخصص خود می‌تواند تعریفی برای شاگردان حوزهٔ خود ارائه دهد. خوش‌حال می‌شویم بدانیم بهترین دانش‌آموز ریاضی از نظر شما چه دانش‌آموزی است؟

○ به نظر من دانش‌آموز خوب فردی است که به دنبال حفظ‌کردن مسائل و حل سریع آن‌ها نیست، بلکه وقتی صورت یک مسئله را می‌خواند، بگوید اگر این اطلاعات هم اضافه می‌شد، صورت مسئله قشنگ‌تر و جذاب‌تر می‌شد. یعنی خود طراح مسئله باشد.

● از کتاب‌هایی که خودتان تألیف کرده‌اید و از کتاب‌های دیگر حوزهٔ دانش ریاضی چه کتاب‌های را برای دانش‌آموزان پیشنهاد می‌کنید؟

○ من کتاب چندانی تألیف نکرده‌ام، ولی توصیهٔ کلی‌ام این است که دانش‌آموزان از کتاب‌های ساده شروع کنند تا مطالعه آن‌ها را خسته نکند و انگیزه‌شان را از بین نبرد. خوش‌بختانه برخی از ناشران کشور کتاب‌هایی در این سطح مورد نظر من به چاپ رسانده‌اند.

● با توجه به اینکه قرار است، خانه‌های ریاضیات و مجلات برهان به اتفاق، برای دانش‌آموزان مسابقهٔ مقاله‌نویسی ریاضی برگزار کنند و مقالات منتخب در مجلات برهان به چاپ برسند، لطفاً دراین باره و اینکه دانش‌آموزان علاقه‌مند چگونه در این مسابقه حاضر شوند و چه مواردی را رعایت کنند تا مقالات آن‌ها مورد تأیید قرار بگیرد و به چاپ برسد، توضیح دهید؟

○ قدم اول مقاله‌نویسی مطالعه است. پس دانش‌آموزان باید به مطالعه تشویق شوند. می‌توان تعدادی کتاب معرفی کرد و یا اجازه داد خودشان کتابی را انتخاب و مطالعه کنند. در قدم دوم باید همواره پیشرفت آن‌ها را رصد کرد، در صورت نیاز به سؤال‌های آنان پاسخ داد و اگر مطلبی را درست متوجه نشده‌اند، یادشان داد. قدم سوم این است که آنچه را که فراگرفته‌اند، بنویسند و یا ایده‌های خود را به موضوع اضافه کنند. و بالاخره قدم چهارم داوری این نوشته‌هاست. اگرچه ممکن است خیلی از آن‌ها برای چاپ مناسب نباشند، ولی این تمرینی برای پژوهش‌های آیندهٔ دانش‌آموزان است و اطمینان دارم که

آینده‌پژوهشی واقعاً خوبی در کشور خواهیم داشت.

● در هر دانش، کار و حرفه‌ای، می‌تواند لذت و زیبایی خاصی وجود داشته باشد. مثلاً مهندسی، پزشکی یا وکالت برای کسی که در یکی از این حرفه‌هاست، زیبایی دارد. از نگاه شما به عنوان استاد ریاضی، این علم و دانش چه زیبایی‌هایی دارد و لذت آن از نگاه شما در چیست؟

○ متأسفانه سرعت تحولات سبب شده است که ما در بسیاری از امور زیبایی‌های جانبی را از دست بدهیم. یک مثال ساده مسافرت است. مسیری را طی می‌کنیم و در طول مسیر همواره نگران هستیم که دیر به مقصد برسیم. در نتیجه زیبایی‌های مسیری را که در آن رانندگی می‌کنیم، اصلاً متوجه نمی‌شویم. حل مسئلهٔ ریاضی هم دقیقاً همین‌طور است. معمولاً چنان از دانش‌آموز توقع داریم مسئله را سریع حل کند که به او اجازهٔ لذت بردن نمی‌دهیم. به همین دلیل من بهترین روش آموزش مفاهیم ریاضی را به کودکان از طریق بازی می‌دانم.

● در هر علم و دانشی هدف‌هایی عالی وجود دارند. از نگاه شما هدف‌های عالی و افق روشن دانش ریاضی کجا و چیست؟ همچنین افراد متخصص در هر رشته معتقدند که دانش آنان در زندگی بسیار اهمیت و کاربرد دارد. از نگاه شما ریاضی را چطور می‌توان با زندگی پیوند داد و آن را زیرساخت زندگی دانست؟

○ هدف ریاضی تفکر منطقی و تصمیم‌سازی بهینه بر اساس داده‌های مرتبط است. استفاده از داده‌های مورد نیاز و چینش مناسب آن‌ها کنار هم و نتیجه‌گیری منطقی اتفاقی است که از گذشته‌های دور تا آینده همواره به آن نیاز داشته و داریم.

● به عنوان سؤال پایانی می‌خواهم بپرسم مهم‌ترین دغدغهٔ شما در این دوره از زندگی در زمینهٔ دانش ریاضی چیست و شما بنا دارید چه گام‌هایی بردارید تا ان‌شاءالله به آن هدف از نگاه خودتان برسید؟ مثلاً حل فلان مسئلهٔ مبهم ریاضی یا نقش‌داشتن در توسعهٔ فلان مبحث دانش ریاضی یا هر چیز دیگر.

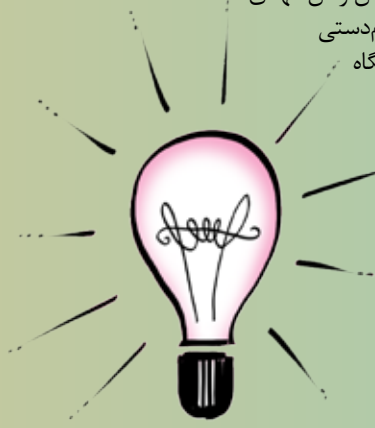
○ در حال حاضر بزرگ‌ترین دغدغهٔ نه تنها من، بلکه بسیاری از همکارانم، دورشدن دانش‌آموز از روش‌های صحیح آموزشی است. دانش‌آموزان از آموختن چگونگی تفکر برای حل مسئله، به سوی حفظ‌کردن فنون‌های (تکنیک‌های) پاسخ‌گویی سریع (تست‌زدن) می‌روند. هر چه زودتر باید این مشکل آموزش ریاضی را حل کنیم.

● از حضورتان در این گفت‌وگو صمیمانه سپاسگزاریم.

دکتر مهدی رجبعلی‌پور؛
ریاضی‌دان و دانشمندی چندبعدی

رضا حیدری‌قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران ● تصویرگر: سام سلماسی

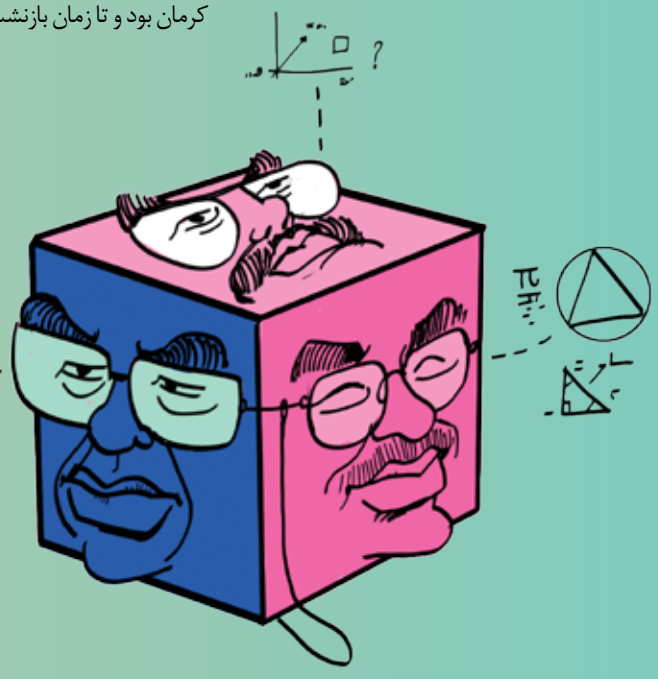
◄ با اسکن رمزینهٔ مقابل می‌توانید نماهنگ برنامهٔ نگین، ویژهٔ دکتر رجبعلی‌پور را مشاهده کنید.



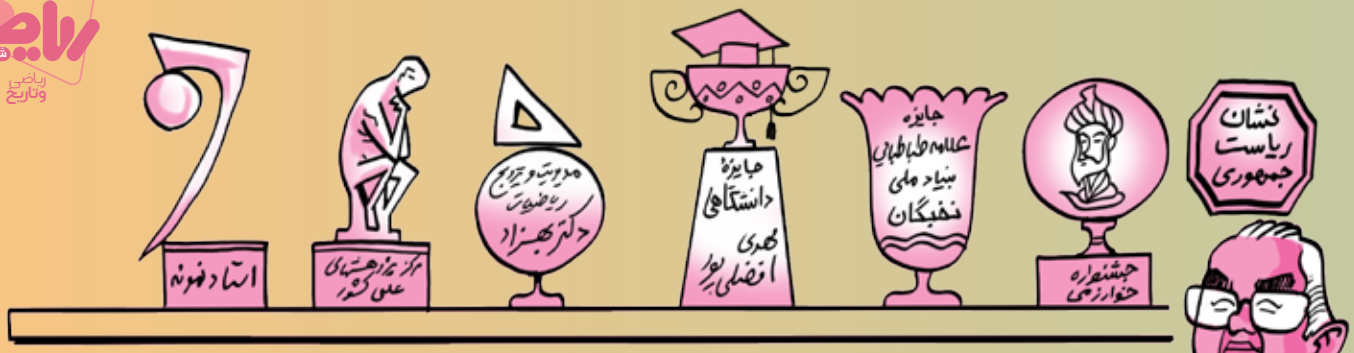
۱ **شهربانو** و همسرش **قَوام** در کرمان زندگی می‌کردند. در ۱۶ خرداد سال ۱۳۲۴ خورشیدی، اولین فرزند شهربانو به دنیا آمد و نامش را مهدی گذاشتند. مهدی قبل از رسیدن به شش سالگی، پدر را از دست داد. آموزش مدرسه‌ای را از سال ۱۳۳۰ در پرورشگاه صنعتی شروع و تا پایان کلاس یازده در کرمان زندگی کرد. وی در ۱۷ سالگی عازم تهران شد. با آنکه در آزمون ورودی دانشکدهٔ نظامی با رتبهٔ ۲ پذیرفته شده بود، اما تصمیم گرفت کلاس دوازدهم را در دبیرستانی در تجریش بگذراند تا دیپلم بگیرد. سپس با شرکت در آزمون سراسری، وارد رشتهٔ ریاضی دانشگاه تهران شد. البته در آن زمان مهدی اطلاع چندانی در مورد تحصیلات عالی نداشت. او قصد داشت با انتخاب یک شغل دم‌دستی برای خود، وارد بازار کار شود. اما شهربانو اصرار داشت که پسرش حتماً به دانشگاه برود. بعدها، مهدی رجبعلی‌پور در جایی بیان کرد که: «من نمی‌دانم آخر این مادر روستایی عزیز من چه می‌دانست دانشگاه یعنی چه؟ او خودش را به آب و آتش زد تا من وارد دانشگاه تهران شوم».

۲ مهدی رجبعلی‌پور در مورد نحوهٔ جذب خود به ریاضیات می‌گوید: چون از ۵ سالگی به مکتب رفته بودم، در مدرسه مشکلی با دروسی مثل فارسی و عربی نداشتم. تنها درسی که از آن می‌ترسیدم، ریاضی بود! دلهرهٔ من از این درس تا کلاس هفتم ادامه داشت؛ در کلاس دوم سر کلاس ریاضی بدجوری تنبیه شدم. در کلاس چهارم هم از این درس تجدید شدم و حتی در شهریور با ارفاق قبول شدم. اما جبر کلاس هشتم مرا مجذوب ریاضیات کرد؛ به طوری که تمام مسائل ریاضی سال‌های قبل را هم به طریق جبری حل کردم و به کمک آن به راز راه‌حل‌های معلمانم پی بردم.

۳ در سال ۱۳۴۵ دورهٔ کارشناسی را به پایان رساند و عازم شیراز شد تا تحصیلات تکمیلی خود را در بخش ریاضی دانشگاه شیراز آغاز کند. در سال ۱۳۴۷ موفق به کسب مدرک کارشناسی ارشد از این دانشگاه شد و به عنوان مربی ریاضی در همین دانشگاه به مدت دو سال مشغول تدریس گردید. ایشان در سال ۱۳۴۹ از دانشگاه تورنتو کانادا پذیرش گرفت و با دریافت رتبه (بورس) تحصیلی به کانادا رفت. در سال ۱۳۵۲ موفق به اخذ مدرک دکترای ریاضی گردید و به مدت سه سال در دانشگاه دالهاوزی کانادا به عنوان پژوهشگر دورهٔ پسادکتری کار کرد. سپس در سال ۱۳۵۵ به ایران آمد و پس از چند سال تدریس در دانشگاه مازندران، به دانشگاه کرمان منتقل شد و سال ۱۳۶۳ به مرتبهٔ استادی ارتقا یافت. در واقع، ایشان اولین استاد تمام دانشگاه شهید باهنر کرمان بود و تا زمان بازنشستگی در سال ۱۳۸۵ در همین دانشگاه خدمت نمود.



۴ دکتر رجبعلی‌پور چندین دوره فرصت مطالعاتی را در دانشگاه‌های دالهاوزی و تورنتو کانادا و همچنین مرکز بین‌المللی فیزیک نظری عبدالسلام در ایتالیا گذرانده است. ایشان به جستجوگری در شاخه‌های مختلف دانش علاقه‌مند است. تنوع آثارشان هم نشان‌دهندهٔ این موضوع است. او علاوه بر حوزهٔ تخصصی خود در ریاضی، آثار چشم‌گیری در تاریخ ریاضی، تاریخ علم، آموزش ریاضی و زبان‌شناسی دارند. رجبعلی‌پور به عنوان «چهرهٔ ماندگار عرصهٔ ریاضیات» در نخستین همایش چهره‌های ماندگار در سال ۱۳۸۰ معرفی شد. ایشان «عضو پیوستهٔ فرهنگستان علوم ایران» و «عضو وابستهٔ فرهنگستان زبان و ادب فارسی» و همچنین عضو ارشد مرکز بین المللی فیزیک نظری عبدالسلام در ایتالیا هستند. همین چند مورد، نشان‌دهنده گوشه‌ای از شخصیت چندبعدی رجبعلی‌پور است.



۵ استاد در سِمت‌های مختلفی منشاء خدمات ارزنده بوده است؛ از جمله: رئیس انجمن ریاضی ایران، معاون پژوهشی دانشگاه کرمان، رئیس دانشکدهٔ علوم دانشگاه کرمان، رئیس مرکز تحقیقات جنوب شرق ایران، رئیس مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، رئیس بخش ریاضی دانشگاه کرمان. دکتر رجبعلی‌پور، به عنوان استاد نمونهٔ دانشگاهی و کشوری برگزیده شده‌اند. همچنین ایشان برندهٔ نشان ریاست جمهوری و جوایز بسیاری بوده‌اند؛ مثل جایزهٔ جشنوارهٔ خوارزمی، جایزهٔ علامه طباطبایی بنیاد ملی نخبگان، جایزه دانشگاهی مهندس افضلی‌پور، جایزهٔ مدیریت و ترویج ریاضیات دکتر بهزاد از طرف انجمن ریاضی ایران و جایزهٔ مرکز پژوهش‌های علمی کشور.
رجبعلی‌پور، سردبیر خبرنامهٔ (بولتن) انجمن ریاضی ایران و عضو هیئت تحریریهٔ مجلات مختلف مثل «نشر ریاضی»، «رشد آموزش ریاضی» و «مجلهٔ علوم پایهٔ جمهوری اسلامی ایران» بوده‌اند. استاد در فعالیت‌های مختلف علمی و اجتماعی شرکت داشته است. در سال ۱۳۷۹ خورشیدی مطابق سال ۲۰۰۰ میلادی که از طرف اتحادیهٔ جهانی ریاضی، سال جهانی ریاضیات اعلام شد، با همت دکتر رجبعلی‌پور و همسرشان خانم بتول باقری که دبیر ریاضی بودند، «خانهٔ ریاضیات کرمان» با هدف ترویج ریاضی و عمومی کردن آن تأسیس شد.

۶ با توجه به نقش دکتر رجبعلی‌پور در ریاضیات ایران، به ویژه در زمینهٔ «جبرخطی و کاربردهای آن»، در سال ۱۳۹۰ انجمن ریاضی ایران برای تجلیل از وی، «جایزهٔ مهدی رجبعلی‌پور» را تصویب کرد. این جایزه به صورت دوسالانه به فرد یا افراد برگزیده اهدا می‌شود. دکتر رجبعلی‌پور تاکنون استاد راهنمای حدود ۴۰ دانشجوی کارشناسی ارشد بوده و همچنین هدایت ۲۱ رسالهٔ دکتری رشتهٔ ریاضی را بر عهده داشته است. آثار مکتوب دکتر رجبعلی‌پور هم پرشمار است؛ چاپ بیش از ۸۰ مقاله در مجلات ریاضی معتبر بین‌المللی، ارائهٔ چندین مقاله در اجلاس‌های داخلی و خارجی، انتشار بیش از ۲۵ مقاله به زبان فارسی در زمینهٔ تاریخ ریاضی، تاریخ عمومی و موضوعات ترویجی ریاضی.

۷ دکتر مهدی بهزاد، یکی از اساتید رجبعلی‌پور در دورهٔ کارشناسی‌ارشد در دانشگاه شیراز بوده است. او تعریف می‌کند که روزی مسئلهٔ دشواری را با جواب به رجبعلی‌پور دادم تا آن را خوب بخواند و در جلسهٔ بعد برای سایر دانشجویان توضیح دهد. رجبعلی‌پور در جلسهٔ مورد نظر راه‌حل دیگری را برای آن مسئله ارائه داد که بسیار ساده‌تر و قابل‌فهم‌تر از راه‌حل من بود. وقتی پرسیدم این جواب را از کجا آورده‌ای؟ در جوابم با لهجه کرمانی گفت: «از خودم است. اگر من راه‌حل مسئله‌ای را نفهمم، خودم راه‌حل دیگری برای آن پیدا می‌کنم». استاد رجبعلی‌پور انسان کمال‌گرایی است. ایشان تعریف می‌کنند: «هر چیزی که جلویم می‌گذاشتند، می‌گفتم باید آن را به طور کامل انجام دهم. مثلاً یک کتاب ریاضی را که انتخاب می‌کردم، باید کامل می‌خواندم. این خاطرات و زندگی گذشتهٔ من است».

۸ اگر کسی حتی یک مکالمهٔ کوتاه با دکتر رجبعلی‌پور داشته باشد، با او احساس راحتی و خودمانی بودن خواهد کرد؛ چرا که در همان ملاقات اول، از نوع برخورد و احوال‌پرسی گرم استاد متوجه خواهد شد که با یک انسان بسیار فروتن و صمیمی مواجه است. رجبعلی‌پور، در واقع آموزگار اخلاق و استادی باصفاست که با آرامش کامل، درس زندگی کردن را به اطرافیانش می‌آموزد. به گواه شاگردانش، توکل داشتن به خدا و امید به کمک و رحمت الهی، از مهم‌ترین توصیه‌های استاد است. همچنین، اجتناب از بزرگ‌نمایی و پرهیز از صحبت‌های بدون دلیل و منطق از دیگر آموزه‌های ایشان می‌باشد. موفقیت بیش از پیش استاد را از خداوند متعال خواستاریم و برایشان آرزوی سلامتی داریم.

۹ **معما:** روزی کلاغی به یک دسته کبوتر رسید. از یکی از کبوتران پرسید، شما چند نفر هستید؟ کبوتر گفت: «ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی ۱۰۰ می‌شویم». تعداد کبوتران چند تا بوده است؟ سعی کنید این معما را به روش جبری حل کنید.

برای دیدن پاسخ معما رمزینه را اسکن کنید.

منبع:
بنیاد نخبگان استان کرمان. (۱۳۹۵). طواف شمع. شماره ۴. دفتر الگوسازی و تکریم. معاونت فرهنگی بنیاد ملی نخبگان.

شاخه‌های ریاضیات
جبر

جعفر ربّانی

بعد از معرفی رشته‌های حساب و هندسه در ریاضیات اکنون نوبت معرفی علم جبر است. شما در دورهٔ متوسطه با این علم زیبا بیشتر آشنا خواهید شد. آنچه در اینجا برایتان می‌آوریم گام کوچکی است در شناختن این علم و کاربردهای آن. اولین نکته‌ای که باید بدانید این است که جبر شکل دیگری از حساب است؛ یعنی همهٔ عملیاتی که در حساب وجود دارد، مثل چهار عمل اصلی، توان، ریشه و کسر در جبر هم وجود دارد؛ اما به شکل دیگر. نکتهٔ دوم این است که برخلاف حساب که همهٔ عددها مثبت‌اند، در جبر عددهای منفی هم داریم.

نکتهٔ سوم این است که ما در جبر، برخلاف حساب که همه‌جا با عددهای روشن و دقیق سروکار داشتیم، اولاً با نمادها و نشانه‌ها و ثانیاً با عددهای مجهول و ناشناخته سروکار داریم. با چند مثال این نکته را توضیح می‌دهیم:

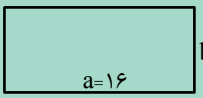
مثال ۱. مستطیلی به طول ۱۶ متر و عرض ۷ متر داریم. محیط آن چقدر است؟

جواب روشن است:

این یک مسئلهٔ حساب است.

حال می‌گوییم مستطیلی به طول ۱۶ متر و به مساحت ۱۱۲ مترمربع داریم. عرض آن چقدر است؟

در اینجا به جبر نزدیک شده‌ایم، زیرا می‌توانیم طول و عرض مستطیل را با نمادهای a و b و مساحت آن را با نماد S نشان دهیم و بنویسیم:



$$S = a \times b$$
$$۱۱۲ = ۱۶b \Rightarrow b = ۷$$

در جبر معمولاً عددهای مجهول را با نمادهای x و y و z نشان می‌دهند. در اینجا نیز ما می‌توانستیم طول و عرض مستطیل را با نمادهای a و x نشان دهیم.

مثال ۲.

- عدد ۷ را انتخاب کنید.
- آن را در ۵ ضرب کنید. ۳۵=۵×۷
- عدد ۷ را به آن اضافه کنید. ۴۲=۷+۳۵
- حاصل را ضرب در ۲ کنید. ۸۴=۲×۴۲
- از آن عدد ۱۴ را کم کنید. ۷۰=۱۴-۸۴
- حاصل را بر ۷ تقسیم کنید. ۱۰=۷÷۷۰

اکنون فرض می‌کنیم به جای عدد ۷ یک رقم نامعلوم به نام x داشته باشیم. همان عملیات را روی آن انجام می‌دهیم:

x

$x \times ۵ = ۵x$

$۵x + ۷ = ۵x + ۷$

$۲(۵x + ۷) = ۱۰x + ۱۴$

$۱۰x + ۱۴ - ۱۴ = ۱۰x$

$۱۰x \div x = ۱۰$

عملیات اول عملیات حسابی بود و عملیات دوم یک عملیات جبری است. یعنی ما هر عدد دیگری به جای x بگذاریم، حاصل کار باز همان عدد ۱۰ خواهد بود.

نمادها در جبر

گفتیم عددهای جبری را با نمادها یا حرف‌ها نشان می‌دهند و این حرف‌ها معمولاً حرف‌های انگلیسی هستند. مثلاً وقتی می‌نویسیم $\overline{ab}$، به این معناست که این یک عدد دو رقمی است و نیز $\overline{acd}$ یک عدد سه رقمی است. خط بالای این عددها نشان آن است که نمادهای a، b، c و d همگی یک رقمی، یعنی از صفر تا ۹ هستند. در حالی که اگر بنویسیم ab به معنی حاصل‌ضرب دو عدد a و b است و a و b نیز خود می‌توانند یک رقمی یا چند رقمی باشند. حال برای اینکه به معنی نماد یا نشانه بهتر پی ببریم، به عددهای زیر توجه کنید:

عدد $\overline{abc}$ می‌تواند نشانگر عددهای سه رقمی از ۱۰۰ تا ۹۹۹ بدون رقم تکراری باشد.

عدد $\overline{aab}$ می‌تواند عددهایی را نشان دهد که دو رقم اول آن‌ها یکسان (a) باشند (۶۶۷، ۳۳۷، ۲۲۳، ...).

عدد $\overline{bbb}$ تنها نشان‌دهندهٔ عددهایی است که سه رقم آن‌ها مساوی‌اند (۳۳۳، ۲۲۲، ۱۱۱، ...).

عدد $\frac{a}{b}$ نشان‌دهندهٔ کسری است که صورت و مخرج آن هر دو یک رقمی هستند.

عدد ab (بدون خط) می‌تواند نشان‌دهندهٔ دو عدد باشد که هر یک، یک رقمی یا چند رقمی هستند. مثلاً وقتی می‌گوییم مستطیلی به طول a و عرض b داریم، به این معنا نیست که a و b هر دو یک رقمی هستند. a ممکن است برابر ۱۴۵ متر و b برابر ۸۶ متر باشد.

همچنین در جبر «عددهای نمایی» داریم. $\overline{a^{b}}$ یک عدد نمایی است؛ برای مثال $۷^{۴}$، $۹^{۳}$، $۵^{۶}$، $۹^{۳}$ و یا $\overline{ac^{d}}$ که می‌تواند $۱۲^{۴}$، $۱۷^{۵}$، $۱۳^{۲}$ و ... باشد.

اکنون قبل از ادامهٔ مطلب اشاره می‌کنیم که علم جبر مثل حساب علمی قدیمی است و ریشه در ریاضیات یونانی دارد. یکی از

دانشمندان یونان در جبر **دیوفانت** نام داشت. در تمدن اسلامی جبر پیشرفت کرد و چهره‌های برجستهٔ آن **محمدبن موسی خوارزمی** و **حکیم عمر خیام** هستند. کلمهٔ جبر را خوارزمی به این علم داد و کتابی هم به نام جبر و مقابله نوشت. خیام کارهای خوارزمی را پی گرفت. در عصر جدید هم اروپایی‌ها در جبر به پیشرفت‌های بزرگی رسیدند که از آن میان می‌توان **اواریست گالوا** و **رنه دکارت** را نام برد. امروز علم جبر در همهٔ شاخه‌های ریاضیات، علوم و حتی علوم زیست‌شناسی و زمین‌شناسی به ویژه علوم فنی و مهندسی کاربرد دارد. هیچ کتاب ریاضی در سطح دورهٔ دوم متوسطه و بالاتر نیست که در آن چیزی از علم جبر وجود نداشته باشد. یکی از کاربردهای علم جبر در فرمول‌یابی و دیگری در معادلات است.

۱. فرمول‌ها

فرمول‌ها در همهٔ علوم وجود دارند و دارای نقش مهمی هم هستند؛ در ریاضی، فیزیک، شیمی، علوم فنی و مهندسی و حتی در علومی مثل زیست‌شناسی، زمین‌شناسی، پزشکی و ... برای مثال به این فرمول‌ها توجه کنید:

می‌دانیم مساحت مستطیل برابر طول ضرب در عرض است. شکل جبری یا فرمول آن را به صورت $S = a \times b$ (مساحت) می‌نویسند.

به همین ترتیب:

مساحت مثلث: (قاعده ضرب در ارتفاع تقسیم بر ۲) $S = \frac{ah}{2}$

مساحت دایره: (مجذور شعاع ضربدر عدد π) $S = \pi r^2$

محیط دایره: (قطر ضرب در عدد π) $S = 2\pi R$

در فیزیک نیز فرمول نیرو را که حاصل‌ضرب جرم در شتاب است، به این صورت می‌نویسند: $F = ma$

و نیز وزن جسم را که حاصل‌ضرب جرم در شتاب جاذبه است:

$W = mg$

۲. معادله‌ها

گفتیم معادله‌ها اساس علم جبر را تشکیل می‌دهند. «معادله» یا «مقابله» (با توجه به کتاب جبر و مقابلهٔ خوارزمی) دو طرف دارد. درست مثل دو کفهٔ ترازو که هنگام توزین چیزها این دو کفه باید برابر یکدیگر قرار گیرند. الاکلنگ هم مثال خوبی است.

معادله، یک عبارت جبری دارای مجهول است که برابر صفر و یا برابر عبارتی دیگر قرار می‌گیرد؛ برای مثال:

(۱) $5x - 30 = 0$

(۲) $6x + 7 = 3x + 13$

در معادله یک مجهول به نام x وجود دارد که باید مقدار آن طوری باشد که دو طرف معادله برابر شوند. علاوه بر این، چون در جبر عددهای منفی هم داریم، اگر در یک معادله عدد از یک طرف به طرف دیگر برود، علامت آن معکوس می‌شود؛ یعنی مثبت منفی می‌شود و منفی مثبت. اکنون دو معادلهٔ (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

(۱) $5x - 30 = 0 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{5} \Rightarrow x = 6$

(۲) $6x + 7 = 3x + 13$

$6x + 7 - 3x - 13 = 0$

عبارت سمت راست را به سمت چپ انتقال می‌دهیم و سپس آن‌ها را با هم جمع جبری می‌کنیم:

$3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$

انواع معادله‌ها

معادلهٔ درجهٔ اول: اگر در معادله‌ای مجهول ما (x) تنها باشد، آن را معادلهٔ درجهٔ اول می‌گوییم؛ مثل دو معادلهٔ بالا.

معادلهٔ درجهٔ دوم و بیشتر: اگر مجهول (x) نمای ۲ داشته باشد ($2x$)، درجهٔ ۲، اگر نمای ۳ داشته باشد، درجهٔ ۳ و به همین ترتیب درجه‌های بیشتری خواهد داشت. البته در یک معادله مجهول‌های با نمای کمتر هم می‌توانند وجود داشته باشند.

$3x^2 + 5 = 0$	معادلهٔ درجه ۲
$4x^2 + x + 1 = 0$	معادلهٔ درجه ۲
$6x^3 + 4x + 5 = 0$	معادلهٔ درجه ۳
$x^3 + 2x^2 + 6x + 4 = 0$	معادلهٔ درجه ۳
$3x^4 + 2x^3 + x + 1 = 0$	معادلهٔ درجه ۴
$5x^4 - x^3 + 6x^2 + 12 = 0$	معادلهٔ درجه ۴

با حل یک مسئله به این نوشتار پایان می‌دهیم:

مسئله: سن پدری شش برابر سن پسر اوست. پس از ۲۰ سال سن این پدر فقط دو برابر سن پسرش خواهد شد. این پدر و پسر اکنون هر یک چند سال دارند؟

پاسخ: اگر سن پسر را x فرض کنیم سن پسر $6x$ خواهد بود. ۲۰ سال بعد سن پسر $x+20$ و سن پدر $6x+20$ خواهد بود. چون در آن سال سن پدر دو برابر سن پسر خواهد شد، بنابراین: $6x + 20 = 2(x + 20)$. این معادله را حل می‌کنیم. جواب $x = 5$ است؛ یعنی پسر اکنون ۵ ساله است و پدر ۳۰ ساله.

آنچه دربارهٔ جبر گفتیم در حد آشناکردن شما با الفبای این علم بود. شما می‌توانید با جست‌وجو در اینترنت (کلمهٔ جبر) یا با مراجعه به کتاب‌های ریاضی دورهٔ دوم متوسطه، اطلاعات بیشتری دراین‌باره به دست آورید.

آیسل و مجذورات کامل

درمانگاه ریاضی

افشین خاصّه‌خان

وقت بخیر بچه‌ها. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. دانش‌آموز این هفته، یک دانش‌آموز نهمی به نام **آیسل محمدی** است که هفته‌ای یک جلسه برای رفع اشکال به درمانگاه مراجعه می‌کند. او به همراه مادرش به درمانگاه آمده بود. بعد از سلام و احوال‌پرسی آن‌ها را به کلاس درمانی دعوت کردم. مطابق جلسه‌های قبل مادر آیسل هم اجازه گرفت همراه دخترش به اتاق ویزیت بیاید. با کمال میل پذیرفتم و آن‌ها را به اتاق ویزیت مشایعت کردم.

ملاقات (ویزیت)

همچنان که اشاره کردم، آیسل هر هفته یک جلسه به درمانگاه مراجعه می‌کند و سؤالاتی را که نتوانسته است پاسخ دهد با خود می‌آورد. همچنین موضوع‌هایی را که در فهمشان مشکل دارد، مطرح می‌کند تا با مباحثه آن‌ها را رفع کنیم. یکی از سؤال‌هایی که او با خود آورده بود، بسیار جالب بود:

- اولین عدد مجذور کامل بعد از $۹^{۱۵}$ کدام است؟

ایده و راه حل آیسل را پرسیدم. گفت: «اول فکر کردم خود عدد مجذور کامل نیست، اما بعد که عدد را ساده کردم متوجه شدم این‌طور نیست: $۳^{۳۰} = (۳^{۲})^{۱۵} = ۹^{۱۵}$ و این عدد مربع کامل است. ایدهٔ من این بود که چون خود عدد مربع کامل است، اگر آن را در کوچک‌ترین عدد طبیعی

مجذور کامل، یعنی $۲^۲$ ضرب کنم، جواب به دست می‌آید. اما جواب نادرست بود.»

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی

مشکل تفکر ریاضی آیسل ناتوانی در تشخیص عددهای مربع کامل متوالی بود. به زبان ساده‌تر، او فکر می‌کرد هر عدد مربع را در کوچک‌ترین عدد طبیعی مجذور کامل ضرب کند، عدد مربع بعدی حاصل می‌شود.

درمان

در چنین مواردی من معمولاً فعالیتی مشابه را با عددهای کوچک‌تر طراحی می‌کنم. بیشتر اوقات دانش‌آموز در حین فعالیت، الگو یا الگوریتم مسئلهٔ اصلی را می‌تواند تشخیص دهد و متوجه اشتباه خود شود. به آیسل گفتم: «مایلی با هم فعالیتی مشابه را انجام دهیم؟»

مشتاقانه اعلام آمادگی کرد. گفتم: «می‌توانی یک عدد مربع کامل دو رقمی بگویی؟»

با کمی مکث آیسل گفت ۲۵. از او خواستم با همان ایده عدد مجذور کامل بعدی را بنویسد. آیسل بلافاصله نوشت: $۲۵\times۲^۲=۱۰۰$

پرسیدم: «به نظر تو ۱۰۰ عدد مربع بعد از ۲۵ است؟»

آیسل لبخندی زد و گفت: «نه عدد مربع بعدی ۳۶ است.»

گفتم: «حال ببین چگونه از ۲۵ به ۳۶ رسیدی.»

آیسل کمی فکر کرد و گفت: «جذر ۲۵ می‌شود ۵. بعد یک واحد به ۵ اضافه می‌شود. آن وقت عدد به توان دو می‌رسد.»

گفتم: «چقدر خوب. حال با همین عدد $۳^{۳۰}=۹^{۱۵}$ باید همین کار را انجام دهی.»

$$\sqrt{۳^{۳۰}}=\sqrt{(۳^{۱۵})^۲}=۳^{۱۵}$$

آیسل گفت: «حال باید یک واحد به $۳^{۱۵}$ اضافه کنم و سپس آن را به توان ۲ برسانم: $(۳^{۱۵}+۱)^۲$»

بعد ادامه داد: « کاملاً قانع شدم، ولی این جواب در گزینه‌ها نبود.»

گفتم: «آیسل احتمالاً طراح سؤال بسط این عبارت را نوشته باشد.»

آیسل با تعجب پرسید: «بسط یعنی چه؟»

متوجه شدم از این لغت نباید استفاده می‌کردم. به آیسل گفتم تو تقصیری نداری، من باید با زبان شما صحبت کنم. بعد پرسیدم: «تو از اتحادها چیزی به خاطر داری؟»

آیسل گفت: «کمی در یادم هست.»

پرسیدم: «این عبارت شبیه کدام‌یک از آن‌هاست؟»

آیسل با کمی شک گفت: «اتحاد مربع.»

گفتم: «آفرین از کجا متوجه شدی؟»

گفت: «از توان ۲.»

گفتم: «نام کامل آن، اتحاد مربع دوجمله‌ای است. عبارت داخل پرانتز ما هم دو جمله دارد. می‌توانی آن اتحاد را بنویسی؟»

آیسل گفت: «به طور کامل یادم نمانده. اگر راهنمایی کنید ممنون می‌شوم.»

من شروع کردم به نوشتن:

$$(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲$$

بعد گفتم: «حال باید به جای a، $۳^{۱۵}$ و به جای b، عدد ۱ را قرار دهی.»

آیسل نوشت:

$$(۳^{۱۵}+۱)^۲=(۳^{۱۵})^۲+۲\times۳^{۱۵}\times۱+۱^۲$$
$$=۳^{۳۰}+۲\times۳^{۱۵}+۱$$

و بعد گفت: «پاسخ دقیقاً همین بود.»

تجویز داروهای هفتگی

طبق روال کارم برای آیسل تعداد زیادی مسئله در زمینهٔ نظریهٔ عددها از کتاب کمک‌درسی خودش انتخاب کردم و از او خواستم تا زمان ملاقات (ویزیت) بعدی آن‌ها را حل کند. آیسل گفت: «استاد حتماً تا هفتهٔ آینده سعی می‌کنم همه را حل کنم.»

در پایان توصیه‌های همیشگی‌ام را تکرار کردم:

۱. فصل توان و ریشه‌گیری را در کتاب نهم با دقت بخواند و کار در کلاس‌ها و تمریناتش را انجام دهد.

۲. مسائل مربوطه را در این فصل حل کند.

۳. در حل مسائل چالشی، مقاومت بیشتری به خرج دهد.

۴. مسئله‌هایی را که نتوانسته حل کند، در ملاقات (ویزیت) بعدی مطرح کند تا با طراحی و انجام فعالیت‌های مرتبط بتواند آن‌ها را حل کند.

داستان ریاضی ژن‌های ما

ژما جواهری‌پور

آیا به تنوع رنگ عنبیهٔ چشم‌های هم‌کلاسی‌هایتان توجه کرده‌اید؟ همچنین تفاوت رنگ پوست، قد، استخوان‌بندی آن‌ها؟ این تفاوت‌ها از کجا ناشی می‌شوند؟ چرا ظاهر ملیت‌های مختلف دنیا این‌قدر متنوع است؟

امروزه ثابت شـــده است، والدین ماده‌ای را که به نام «مادهٔ وراثتی» نامیده می‌شود، به فرزندان خود انتقال می‌دهند. این ماده اطلاعات لازم برای شـــکل‌گیری و بقا و دوام نسل‌های بعدی را در خود دارد. تردیدی نیست که نه تنها انسان، بلکه هر موجود زندهٔ دیگری باید این قبیل اطلاعات را به نسل بعدی خود انتقال دهد تا از انسان، انسان از گربه، گربه و از درخت بلوط، درخت بلوط دیگری به وجود آید.

چگونگی انتقال صفات یا وراثت همچون قانون مدونی اســـت که برای تمام شـــکل‌های حیات به رشتهٔ تحریر درآمده است و امروزه به نام علم «وراثت» یا «ژن‌شناسی (ژنتیک)» خوانده می‌شود. ژن قسمتی از مولکول «اسید دزوکسی ریبونوکلئیک» (DNA) است. مولکول DNA ساختمانی مارپیچ و طولانی دارد. به طور خلاصه ژن‌ها واحد اصلی وراثت هستند. یعنی ژن‌ها تعیین می‌کنند که چه ویژگی‌هایی از مادر و پدر به فرزندشان منتقل شود. رنگ چشم، قد و رنگ مو نمونه‌هایی از ویژگی‌هایی هستند که توسط ژن‌ها کنترل می‌شوند. شاید سؤال کنید که: «ژن‌شناسی (ژنتیک) و ریاضی چه ارتباطی با هم دارند؟» امروزه دانشـــی میان‌رشته‌ای به وجود آمده است به نام «زیست‌داده‌ورزی (بیوانفورماتیک)». زیست‌داده‌ورزی (بیوانفورماتیک) یا «زیست‌شناسی محاسباتی» استفاده از فنون‌های (تکنیک‌های) ریاضیات کاربردی، داده‌ورزی (انفورماتیک)، آمار و علوم رایانه برای حل مشـــکلات زیست‌شناسی (بیولوژیکی) است. یکی از موضوع‌های پروژه‌های زیست‌داده‌ورزی (بیوانفورماتیک) و زیست‌شناسی محاسباتی استفاده از ابزارهای ریاضی برای استخراج اطلاعات مفید از داده‌های بسیار زیاد است. برای درک بهتر ارتباط بین ریاضی و دانش ژن‌شناسی (ژنتیک) مثالی می‌زنیم. فرض کنید می‌خواهید تمام ویژگی‌های ظاهری هم‌کلاسی‌هایتان را در جدولی بنویسید. این ویژگی‌ها شامل رنگ مو، رنگ ابرو، رنگ چشم، نوع مو، قد، وزن و تعداد بسیار زیادی از ویژگی‌ها می‌شود. در اینجا علم آمار به کمک شما می‌آید. آمار علمی است که به توسعه و مطالعهٔ روش‌های جمع‌آوری، تجزیه‌وتحلیل، تفسیر و ارائهٔ داده‌های تجربی می‌پردازد. مثلاً قد دانش‌آموزان را در یک نمودار رسم می‌کنید.

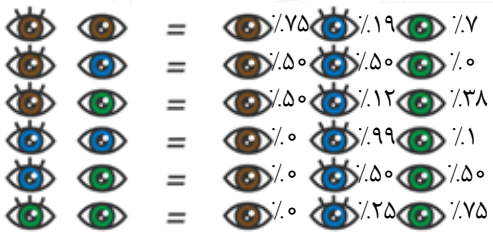
نمودار ۱

در نمودار ۱، بردار افقی افراد و بردار عمودی قد آن‌ها را نشان می‌دهد. حال برویم سراغ رنگ چشـــم و درصد افراد دارای رنگ چشم‌های مختلف. نمودار ۲ فراوانی رنگ چشم‌های مختلف را نشان می‌دهد.

نمودار ۲

ســـایر ویژگی‌ها را نیز در نمودار نشـــان می‌دهیم، تا در نهایت به نمودارها و آمار مختلف برای ویژگی‌های متفاوت می‌رسیم.

تا اینجا آمار و علم عددها برای بررســـی بـــه کمک ما آمده‌اند. این بررسی‌ها وقتی مشکل‌تر می‌شوند که مثلاً بخواهید درصد احتمال اینکه هم‌کلاسی شما رنگ چشمش را از پدر یا مادرش به ارث برده است، محاسبه کنید. در این صورت باید رنگ چشم پدر و مادر و حتی پدربزرگ‌ها و مادربزرگ‌های هم‌کلاسی‌تان را مشخص کنید و دوباره عددهای به دست آمده را در نمودارهایی برحسب درصد (نمودار ۳) مشخص کنید:



نمودار ۳

ملاحظه می‌کنید که بررسی داده‌های ژن‌شناسی (ژنتیکی) افراد و توالی آن‌ها در خانوادهٔ آن‌ها بدون دانش ریاضی تقریباً غیرممکن است و پردازش این میزان عددها فقط با روش‌های دقیق آماری و با رایانه‌ها قابل انجام است.

مثال بالا نمونهٔ ساده‌ای از دانش «ژنومیکس» (Genomics) است. ژنومیکس یعنی دانشـــی که به مطالعهٔ ساختار، عملکرد، تکامل و تعیین نقشهٔ ژن‌ها می‌پردازد. تمرکز این دانش بر تفسیر اطلاعات ژن‌شناســـی (ژنتیکی)، شامل اعمال هر یک از ژن‌ها به تنهایی و چگونگی تأثیرپذیری ژن‌ها از ژن‌های دیگر است که البته همهٔ این مطالعات بر پایهٔ دانش ریاضی امکان‌پذیر است.

منبع: آموزش کامل الگوریتم ژنتیک به زبان ساده
http://www.matlabdl.com/

حکایت شغال و استخر دستکند

قاسم حسین‌قنبری

آنچه در ادامه می‌خوانید، داستانی واقعی و حکایت پاسخ به یک سؤال است. اما این بار من تصمیم گرفتم پاسخ در دنیای واقعی داده شود.

سؤال‌ها و گله‌های بسیار زیاد دانش‌آموزان و اطرافیان در مورد کاربرد ریاضی، همیشه همراه معلم‌های ریاضی هست. قبلاً گله‌ها حضوری و در دوران مدرسه بودند، ولی الان با وجود شبکه‌های اجتماعی، حتی سال‌ها پس از پایان مدرسه هم، دانش‌آموزان با لطیفه‌های خود سربه‌سر معلم‌های ریاضی می‌گذارند. یا شاید هم می‌خواهند خاطرات دوران مدرسه را زنده کنند. مثلاً این پیام که: «یه روز دیگه از عمرم گذشت و بازم قضیهٔ فیثاغورس بـه دردم نخورد!» بارها برای من ارسال شده است. به همین دلیل تصمیم گرفتم در یک کار به شیوهٔ انسان‌های نخستین عمل کنم و در این کار اصلاً به ریاضی فکر نکنم.

کاری که من تصمیم به اجرای آن گرفتم، کندن استخر کوچکی در گوشهٔ باغ بود؛ البته با بیل و کلنگ و بدون هیچ محاسبه‌ای و ابزاری. ما کار را در گرمای تابستان با بیل و کلنگ شروع کردیم.

معمولاً این استخرها را طوری طراحی می‌کنند که زاویهٔ دیوارها ۴۵ درجه باشد. ولی ما با توجه به این که می‌خواستیم استخر مساحت کمتری را اشغال کند تصمیم گرفتیم آن را به شکل مکعب بسازیم (مانند تصویر زیر).

کار گودبرداری تمام شد و در آخر بعد از اینکه صافکاری‌ها را انجام دادیم، دیواره‌های استخر را با ورق پلیمری «ژئوممبران[1]» که مخصوص این کار است پوشاندیم و استخر را آب‌گیری کردیم.

کار پوشش استخر با ورق‌های پلیمری همانند طراحی لباس است. ورق‌ها باید کاملاً استخر را پوشش بدهد و چروک نداشته باشد.

تا اینجا همهٔ کارها خوب پیش می‌رفت و نیازی هم به ریاضی نبود و ما داشتیم به نتایجی می‌رسیدیم در خلاف جهت ریاضی. یعنی ریاضی کاربردی نداشت. تا اینکه یک روز یک شغال نگون‌بخت برای آب خوردن به کنار این استخر آمد و سر خورد و در استخر افتاد و نتیجه‌گیری‌های ما را به هم ریخت. شغال بیچاره برای نجات خود تلاش کرده و به همه جا چنگ و دندان انداخته بود. از آنجایی که ما از ریاضی استفاده نکرده بودیم، زاویه‌ها درست در نیامده بودند و ورق‌های پلاستیکی در بعضی جاها چروک شده بودند. شغال هم با دندان آن‌ها را سوراخ کرده و استخر کارایی خود را از دست داده بود. در نتیجه هزینهٔ اضافی تعمیر استخر را روی دست ما گذاشت. جنس این ورق‌ها طوری است که بسیار لیز هستند تا رسوب نکنند. در صورتیکه انسان یا حیوان در استخر بیفتد محال است بتواند از آن خارج شود. برای جلوگیری از این خطرات دور استخر را نرده می‌کشند.

بنابراین، گرچه قرار نیست ریاضیات برای ما همه کار بکند، اما جایگاه خود را دارد و استفاده‌نکردن از آن هم ضررهای خود را خواهد داشت.

حداقل کاری که من می‌توانستم انجام دهم این بود که کف استخر را به کمک قضیهٔ فیثاغورس گونیا کنم تا زاویه‌ها کاملاً قائمه باشند. یعنی کف استخر یک مستطیل یا مربع باشد. همچنین در آخر به کمک شاقول باید مطمئن می‌شدم که دیوارها کاملاً بر کف استخر عمود هستند. حالا که کار از کار گذشته است، ولی پاسخ سؤال را با اطمینان پیدا کردم.

پی‌نوشت

۱. ژئوممبران (Geomembrane) به ورق‌هایی گفته می‌شود که بدون نیاز به زیرساخت می‌تواند به‌عنوان عایق مورد استفاده قرار گیرد.

برای دیدن توضیحات بیشتر در مورد استخر رمزینه را اسکن کنید.

بدفهمی‌ها

حسین نامی‌ساعی

سلام بچه‌ها.
در شمارهٔ گذشته گفتیم که؛ من، معلم ریاضی، با **فاطمه**، **سیمین**، **حنانه** و **ریحانه** که از بهترین دانش‌آموزان ریاضی مدرسه هستند، قرار گذاشتیم یک کار پژوهشی روی موضوع بدفهمی‌ها و اشتباه‌های رایج دانش‌آموزان در محاسبه‌های ریاضی انجام دهیم. در این شماره هم مانند شمارهٔ قبل، پیشنهاد بچه‌ها این است که هر کدام یک نمونه از بدفهمی‌هایی را که معمولاً از دانش‌آموزان دیده‌اند، مطرح کنند و دربارهٔ علت آن توضیح دهند. با هم این نمونه‌ها را می‌بینیم.

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که حنانه دیده است
نوع بدفهمی: درک نادرست از ضرب پرانتزها و قوانین آن. بعضی دانش‌آموزان در ضرب دو پرانتز، جمله‌های اول پرانتزها را در هم و جمله‌های دوم پرانتزها را در هم ضرب می‌کنند.
یک نمونه:
$$(۷a-۳)(۵a+۲)=۳۵a^۲-۶$$

جواب صحیح:
$$(۷a-۳)(۵a+۲)=۳۵a^۲+۱۴a-۱۵a-۶$$
$$=۳۵a^۲-a-۶$$

استدلال حنانه دربارهٔ علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که محاسبهٔ نادرست بالا را انجام داده‌اند به شروع و پایان پرانتز توجه نداشته و مفهوم پرانتز را در ضرب پرانتزها نمی‌دانسته‌اند.

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که ریحانه دیده است
نوع بدفهمی: نشناختن جمله‌های متشابه.
یک نمونه:
$$۸x+۸y=۱۶xy$$
استدلال ریحانه دربارهٔ علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که محاسبهٔ نادرست بالا را انجام داده‌اند، جمله‌های متشابه را نمی‌شناسند و به جای بررسی متغیرها در متشابه‌بودن، ضرایب متغیرها را در نظر گرفته‌اند.

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که سیمین دیده است
نوع بدفهمی: تشخیص ندادن جمله‌های متشابه.
یک نمونه:
$$۱۷a+۱۰-۶b=۱۱ab+۱۰$$
استدلال سیمین دربارهٔ علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که محاسبهٔ غلط بالا را انجام داده‌اند، جمله‌های متشابه را نمی‌شناسند و جمله‌هایی را که حرف انگلیسی دارند، متشابه می‌دانند و ضرایب آن‌ها را با هم جمع می‌کنند.

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که فاطمه دیده است
نوع بدفهمی: باز هم یک بدفهمی از توان و جملات متشابه
یک نمونه:
$$۳x^۲+۶x^۲=۹x^۴$$
جواب صحیح:
$$۳x^۲+۶x^۲=۹x^۲$$
استدلال فاطمه دربارهٔ علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که به این طریق عمل کرده‌اند، هنگام جمع جمله‌های متشابه توان متغیرها را هم جمع کرده‌اند و این به دلیل نشناختن جمله‌های متشابه در جبر و همچنین خواص و قوانین جمع و ضرب توان‌هاست.

ریاضیات و مخاطبان • امیر باقری اقدم

مخاطبان دیروز و امروز برهان

سلامی گرم و پرانرژی در این زمستان سرد. امیدوارم که حال دلتان و همین‌طور اوضاع درس‌هایتان خوب و روبه‌راه باشد. من، یعنی امیر باقری، قصد دارم در هر شماره شما را با مخاطبان امروز مجله و خوانندگان دیروز برهان که از نخبگان امروز هستند، آشنا کنم و پای صحبت‌هایشان بنشینیم و ببینیم نظرشان در مورد ریاضیات چیست.

گفت‌وگو با ماهان یونسی

ماهان یونسی یکی از روان‌شناسان خوش‌فکر و خوش‌اخلاق آینده است. او اکنون دانشجوی سال آخر رشتهٔ روان‌شناسی است و علاوه بر این، در نویسندگی و شاعری طبع بسیار لطیفی دارد.

سلام ماهان جان. ممنون از اینکه امروز وقتت را در اختیار ما قرار دادی. شما که در دبیرستان رشته‌ات ریاضی فیزیک بود، چه شد که به رشتهٔ علوم انسانی تغییرش دادی و در نهایت رشتهٔ روان‌شناسی را در دانشگاه انتخاب کردی؟ برایمان از اهمیت انتخاب رشته بگو.

سلام به شما مهندس امیر باقری عزیز و همهٔ خوانندگان این مجله. خواهش می‌کنم و خیلی خوش‌حالم که با شما هم‌کلام هستم. من در سال اول دبیرستان که الان می‌شود کلاس نهم، تصمیم نهایی‌ام را گرفتم که طبق علاقه‌ام و شناختی که نسبت به خودم پیدا کردم، حتماً تحصیلم را در رشتهٔ روان‌شناسی ادامه بدهم و به خاطر همین از ریاضی فیزیک به علوم انسانی تغییر رشته دادم. این موضوع برای دانش‌آموزان و پدر و مادرها خیلی مهم است که چه رشته‌ای را برای دورهٔ دوم متوسطه انتخاب کنند. برای این انتخاب چند جنبه را باید در نظر بگیرند. مهم‌ترین جنبه شناخت استعدادها و توانایی‌های دانش‌آموز است. به نظرم علاقه به یک حوزه یا رشته می‌تواند بر اساس همین استعدادها به وجود بیاید. اگر دانش‌آموزها بتوانند استعداد و توانایی‌های خودشان را به موقع و به خوبی تشخیص بدهند، آن وقت در انتخاب آیندهٔ تحصیلی‌شان خیلی راحت‌تر می‌توانند عمل کنند.

بسیار عالی. به نظرم بحث مشاوره‌ای خوبی در زمینهٔ انتخاب رشته بود که دانش‌آموزان پایهٔ نهم خیلی درگیر آن هستند. دربارهٔ درس ریاضی و کاربردهایش در رشتهٔ روان‌شناسی برایمان بگو.

ریاضی بدون شک یکی از پرکاربردترین علوم است و درسی به حساب می‌آید که مثل برنج کنار غذای ایرانی است. یعنی کنار اکثر درس‌ها حضور دارد و همین بیانگر اهمیت این درس است. اما مثل همهٔ کارهای دیگر، پرچم‌دارشدن در این درس و موفقیت در این رشته نیازمند علاقه‌ای خاص است؛ علاقه‌ای که خیلی اوقات افراطی می‌شود. کسی که با ریاضی سروکار داشته باشد، تفکر و منطقی چارچوب‌دار پیدا می‌کند. به نظرم این موضوع می‌تواند خیلی خوب

ماهان یونسی

باشـــد. زندگی ما در دوره‌ای میسر شده اســـت که کاربرد هر چیزی از بیشترین اهمیت برخورد اســـت. کاربرد درس اگر مشخص باشد و من به عنوان دانش‌آموز بدانم این مبحث قرار است کجا به کارم بیاید، قطعاً توجه بیشتری به آن می‌کنم و می‌کوشم بیشتر برایش وقت بگذارم تا با آن ارتباط نزدیک‌تری بگیرم.

در تدریـــس با توجه بـــه اهمیت کاربرد مباحث در ذهن دانش‌آموزان، باید روی اصل و مفهوم قضیه به جای اســـتفاده از این تکنیک و آن فرمول کار بشود. یعنی دانش‌آموز متوجه بشود که این فرمول یا قضیه یا تکنیکی که دارد یاد می‌گیرد، قرار اســـت کجا به دردش بخورد که اگر این موضوع را بفهمد، قطعاً با دقت بیشتری درس را می‌خواند. چقدر خوب می‌شود اگر خیلی از تکنیک‌هایی که در بازار کار و صنعت داریم، در همان دبیرستان برای دانش‌آموزان مطرح شـــوند تا با ذهنیت بهتری وارد حوزه و رشـــته‌ای بشوند که مدنظرشان است.

یکـــی از کاربردهای مهـــم ریاضی در زندگی این است که به ما تفکر نظام‌دار یاد می‌دهد. چون ما در زندگی با مسائل مختلفی مواجه می‌شویم و فقط تفکری نظام‌مند می‌تواند بـــه ما کمک کند تا مســـائل زندگی‌مان را بهتر حل کنیم. اخیراً کتابی می‌خواندم به نام «زندگی سراســـر حل مسئله اســـت» از **کارل پوپر** که خـــودش ریاضـــی‌دان بوده و همین موضوع را مطرح کرده اســـت. در واقع، اگر تفکیک مشخصی در ذهن ما وجود نداشـــته باشد، زمانی که ذهن ما در بند مسائل متعدد زندگی قرار گیرد، تصمیم‌گیری درست خدشه‌دار می‌شود و به قول ریاضی‌دانان می‌رود زیر رادیکال و آن قـــدرت حقیقـــی را دیگر نخواهد داشت.

روان‌شناسی در زمینهٔ تحقیق و پژوهش بـــه ریاضی نیاز پیدا می‌کند. در حقیقت جایی که ما نیازمند آمارگیری هستیم، ریاضی حضور دارد. قصهٔ همان برنج کنار غذای ایرانی است. حتی در علوم انسانی ریاضی اعلام حضور می‌کند.

می‌دانم کـــه خیلی اهل مطالعه هستی. آیا تا به حال مجلهٔ ریاضی خوانده‌ای؟ چه چیزها و چه مطالبی در مجله‌های ریاضی می‌توانند جذاب باشند؟

بلـــه، گهگاهـــی مجلـــهٔ ریاضی و دانســـتنی‌ها را می‌خوانـــدم. همیشـــه زندگی‌نامهٔ افراد موفق برایم جذاب بود. دوست داشـــتم بدانم چه شده است که افراد به جایی که هستند رسیده‌اند. فارغ از زندگی‌نامه، معماهای ریاضی که البته درجه‌بندی سختی داشتند، برایم شیرین بودند و حس حل کردنشان حس خاصی بود. فکر می‌کردم کشف کرده‌ام و جا پای غیاث‌الدین جمشید کاشانی گذاشته‌ام.

به عنـــوان روان‌شـــناس، چه پیشنهادی برای دانش‌آموزان داری؟

توصیـــه می‌کنم، به هر ســـختی و دشواری در مســـیر حل‌شدن مسئله به چشم چالش نگاه کنند. اگر با یک فرمول نتوانستند به جواب درست برسند، حس مغلوب‌شدن نداشته باشند و به سرعت به دنبال راه‌حل دیگری بگردند. به نظرم می‌شـــود از دل راه‌حل‌هـــای غلط هم تکنیک‌های جدیدی یاد گرفت.

و در آخر ممنون می‌شوم که کتاب یا فیلم خـــوب به خوانندگان مجله معرفی کنی.

کتاب «زندگی سراســـر حل مسئله است» از کارل پوپر که به آن اشاره کردم می‌تواند جذاب باشـــند. بـــرای فیلم هم «ذهن زیبا» را پیشنهاد می‌کنم.

جالب اســـت! فیلم ذهن زیبا را تا الان دو نفر معرفی کرده‌اند و در شمارهٔ اول هم معرفی شد. ممنونم از ماهان یونسی عزیز

گفت‌وگو با روژین معین

دانش‌آموز برتر کلاس نهم «مدرسهٔ شاهد امام حسین (ع)» شهر تهران

روژین معین

سلام خانم معین. امروز می‌خواهیم دربارهٔ درس ریاضی صحبت کنیم و نظر شما را دربارهٔ این درس بپرسیم.

سـلام عرض می‌کنم خدمت شما و همهٔ مخاطبان مجلـــه. من هم به درس ریاضی علاقمند هستم.

چقدر خوب. دربارهٔ ریاضیات و کاربردهای این درس برایمان بگو.

به نظرم ریاضی باعث می‌شود که ما راحت‌تر زندگی کنیم و یک سلسله از سختی‌ها برایمان آسان‌تر شوند. خیلی از اختراعات و پیشرفت‌های بشر حاصل استفاده از ریاضی بوده است.

من خودم مسئله‌هایی را که به صورت معادله و یا مفهومی هستند، خیلی ترجیح می‌دهم. به خصوص وقتی که آن‌ها را حل می‌کنم و با جواب درست روبه‌رو می‌شوم، حس خوبی پیدا می‌کنم. ریاضی را اگر مفهومی یاد بگیریم، برایمان شیرین و جذاب است، ولی اگر فقط بکوشیم آن را حفظ کنیم، بدتر دچار سردرگمی می‌شویم. حتی ممکن است از این درس زده بشویم!

مثلاً اگر بخواهیم نقاش شویم، باید ریاضی خوبی داشته باشیم، چون برای رسم خط‌ها تمرکز و تجسم هندسی بالایی لازم است. در کل ریاضی فقط برای رشته‌هایی چون تجربی و نظری نیست، بلکه در کل زندگی با ریاضی سروکار داریم.

من واقعاً از شما و گروهتان ممنونم که به کاربردهای ریاضی در «مجلهٔ رشد ریاضی برهان» می‌پردازید و سعی می‌کنید این درس را برای دانش‌آموزان جذاب کنید. ریاضی فقط در مدرسه نیست و در کل زندگی به کارمان می‌آید. پس سعی کنیم ریاضی و هنر را در کنار هم بگذاریم تا این درس برای دانش‌آموزان لذت بخش‌تر باشد.

ممنونم از روزین معین که این‌قدر خوب به جنبه‌های غیردرسی ریاضی اشاره کرد.

امیرعباس پرهیزکار

گفت‌وگو با امیرعباس پرهیزکار دانش‌آموز کلاس نهم «مدرسهٔ یاران مهدی (عج)» شهر تهران

سلام امیرعباس جان، دانش‌آموز پرانرژی و پرهیجان، نظرت را دربارهٔ ریاضی بگو.

سلام به شما دبیر گرامی. به نظرم ریاضی علمی کاربردی و درسی است که تک بعدی نیست و در درس‌های دیگر مثل فیزیک، شیمی و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد. ساخت خیلی از ابزارها و وسایلی که پیرامونمان مشاهده می‌کنیم، مثل وسایل موجود در شهر بازی، وسایل محاسبهٔ جرم و ابعاد اجسام و ... با استفاده از قوانین ریاضی ساخته شده‌اند. با استفاده از ریاضی می‌توانیم بین عددها ارتباط برقرار کنیم و در شمارش و حساب‌کردن از آن استفاده کنیم.

به نظرت ریاضی چطور جذاب می‌شود؟

بیان مفهوم و کاربرد هر قضیه از ریاضی، استفاده از وسایل کمک آموزشی برای آموزش این درس و استفاده از معماهایی که مربوط به درس ریاضی هستند، می‌تواند ریاضی را جذاب کند.

نظرت دربارهٔ مجله‌های ریاضی چیست؟

من خودم هر وقت مجلهٔ ریاضی می‌خوانم، سؤال‌هایی را که هیجان دانش‌آموز را بیشتر می‌کنند و او را بیشتر به چالش می‌کشند دوست دارم و سعی می‌کنم که آن‌ها را حل کنم. مطالب روز و آموزنده‌ای که جزو اطلاعات عمومی و مربوط به درس ریاضی هستند هم برایم جذاب‌اند. پیشنهاد می‌کنم روش‌های یادگیری بهتر و آموزش راه‌حل‌های کاربردی‌تر را هم داخل مجله قرار بدهید.

ممنونم از پیشنهادهایت. اتفاقاً رویکرد ما هم همین است. من خودم سعی می‌کنم در هر ماهنامه، برخی از مطالب و قضیه‌های مهم ریاضی را به صورت تصویری و ویدیویی از طریق «رمزینه‌های سریع پاسخ» (QR code) با دانش‌آموزان در میان بگذارم.

در انتهای صحبتم نظر شما را جلب می‌کنم به راهبردهای حل مسئله برای محاسبهٔ مجموع جملات دنبالهٔ هندسی: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \ldots$ **که با اسکن‌کردن رمزینه‌ای که در آخر مطلب آمده، می‌توانید آن را مشاهده کنید.**

به خدا می‌سپارمتان.

با اسکن رمزینهٔ مقابل سه راهبرد برای محاسبهٔ مجموع جملات دنبالهٔ هندسی بالا را ببینید.

سرگرمی‌های عددی

ماشین‌حساب را کنار بگذارید

عباس قلعه‌پوراقدم

اولین بار که من با یک سرگرمی عددی آشنا شدم، زمانی بود که در کلاس اول راهنمایی (همان کلاس هفتم) درس می‌خواندم. یکی از هم‌کلاسی‌هایم به‌تازگی یک ماشین‌حساب خریده بود. در آن زمان کمتر دانش‌آموزی توانایی داشتن چنین چیزی را داشت. البته آوردن آن به کلاس درس ریاضی مجاز نبود. او به من گفت: «آیا می‌خواهی بدانی که چطور می‌شود فهمید یک ماشین حساب درست کار می‌کند یا نه؟»

گفتم: «نه، مگر ماشین‌حساب هم اشتباه می‌کند؟!»

ماشین‌حساب را روشن کرد و دکمه‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۹ را فشار داد. دکمهٔ ۸ را وارد نکرد و در نتیجه عدد ۱۲۳۴۵۶۷۹ (دوازده میلیون و سیصد و چهل‌وپنج هزار و شش‌صد و هفتادونه) روی صفحهٔ نمایشگر ظاهر شد. او سپس دکمهٔ «×» (ضرب) را وارد کرد و بعد از آن عدد ۹ را. در واقع او داشت حاصل‌ضرب ۱۲۳۴۵۶۷۹×۹ را به دست می‌آورد. با فشردن دکمهٔ « = »، عدد ۱۱۱۱۱۱۱۱۱ (یک‌صد و یازده میلیون و یک‌صد و یازده هزار و یک‌صد و یازده) که از ۹ تا یک تشکیل می‌شود، روی صفحهٔ نمایش ظاهر شد. برای من و خود او خیلی جالب و شگفت‌انگیز بود؛ هر چند او اولین باری نبود که این سرگرمی را تجربه می‌کرد. کاغذ درآوردم و حاصل‌ضرب را خودم محاسبه کردم؛ گویا به ماشین حساب شک داشتم! دیدم درست است! بعد از آن انجام این کار شد یک سرگرمی عددی برای بعضی از بچه‌های کلاس که به درس ریاضی علاقه‌مند بودند. حتی آن‌هایی هم که با درس ریاضی زیاد میانه‌ای نداشتند، از این سرگرمی عددی خوششان آمده بود. اگر شما عزیزان هم تعدادی سرگرمی عددی بلد باشید (که در شماره‌های متفاوت این مجله می‌توانید چند تا از نمونه‌های جالب آن را پیدا کنید)، خواهید توانست اوقات فراغت خود را با لذت‌بردن از انجام آن‌ها و یاددادن آن‌ها به دیگران پر کنید و چیزهای خوبی از دانش ریاضی و به خصوص نظریهٔ عددها که شاخه‌ای از درخت پربار ریاضی است، یاد بگیرید. حالا برویم سراغ سرگرمی عددی این شماره:

ضرب ذهنی عددهای دورقمی در عدد ۱۱

شما عزیزان با مطالعهٔ این مطلب روشی جدید یاد خواهید گرفت که با آن می‌توانید هر عدد دورقمی را در عدد یازده ضرب کنید؛ بدون اینکه ضربی انجام داده باشید! به ضرب مقابل توجه کنید:

۳۲
× ۱۱
۳۲
+ ۳۲۰
۳۵۲

علاوه بر ضرب‌کردن معمولی، راه ساده‌تری نیز وجود دارد که خیلی سریع‌تر شما را به حاصل‌ضرب می‌رساند. شما باید به طریق زیر عمل کنید:

رقم‌های ۳۲ یعنی ۳ و ۲ را با هم جمع کنید: ۵=۲+۳. حالا ۵ را بین ۳ و ۲ قرار دهید: ۳۵۲. به جواب رسیدیم؛ دیدید چقدر ساده بود!

حالا یک مثال دیگر: ?=۱۱×۵۳.

رقم‌های ۵۳ را با هم جمع می‌کنیم: ۸ =۳+۵. حالا ۸ را میان ۵ و ۳ قرار می‌دهیم: ۵۸۳. به جواب رسیدیم. اجازه دهید آن را آزمایش کنیم؛ هر چند نیازی به این کار نیست، چون درست‌بودن این روش اثبات ریاضی دارد که در دورهٔ دوم متوسطه با آن آشنا خواهید شد.

۵۳
× ۱۱
۵۳
+ ۵۳۰
۵۸۳

باز هم مثال: ? = ۱۱ × ۴۵.

۴ با ۵ می‌شود ۹. اگر ۹ را بین ۴ و ۵ قرار دهیم، به دست می‌آید: ۴۹۵. خیلی راحت و سریع‌تر بدون اینکه نیازی به نوشتن چیزی روی کاغذ باشد. این کار را به‌صورت نموداری می‌توان به شکل زیر خلاصه‌نویسی کرد:

۴۵ × ۱۱ =?
۴ + ۵ = ۹ ۴۹۵

مثال بعدی:

۱۸ ×۱۱ = ?
۱ + ۸ =۹ ۱۹۸

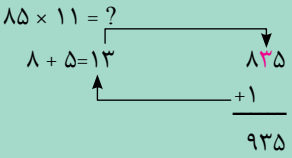
نوبت شما

حاصل‌ضرب‌های زیر را با روشی که آموختید، به دست آورید.

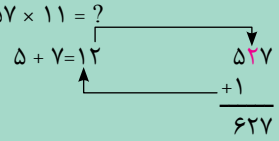
۱۱×۲۴= , ۱۱×۶۳= , ۱۱ ×۷۰= , ۱۱×۴۴= , ۱۱×۸۱=

حتماً خوشتان آمده است و هیجان‌زده شده‌اید و می‌خواهید این روش جدید را با دوستان و هم‌کلاسی‌هایتان در میان بگذارید. ولی عجله نکنید، چون شما هنوز همهٔ آن چیزی را که باید بدانید، یاد نگرفته‌اید. مثلاً اگر دوستی از شما بخواهد که با این روش، حاصل‌ضرب ۱۱×۸۵ را پیدا کنید، چه خواهید کرد؟

خب! اگر رقم‌های ۸۵ را با هم جمع کنید، می‌شود ۱۳ و اگر ۱۳ را بین ۸ و ۵ قرار دهید، می‌شود ۸۱۳۵. آیا جواب ضرب ۱۱× ۸۵ برابر ۸۱۳۵ می‌شود؟ معلوم است که نه. پس چه باید کرد؟ هر وقت جمع رقم‌های عددی که در ۱۱ ضرب می‌شود، دورقمی شود، مثل حالا که ۱۳ شده است، رقم یکان آن یعنی ۳ را بین ۸ و ۵ قرار می‌دهیم و رقم دهگان آن یعنی ۱ (که همیشه یک است و بیشتر از آن نمی‌تواند باشد، راستی چرا؟) را به ۸ می‌افزاییم که جواب می‌شود: ۹۳۵.



مثالی دیگر: ? = ۱۱ × ۵۷.
۵ با ۷ می‌شود ۱۲. رقم یکان، یعنی ۲ را میان ۵ و ۷ قرار می‌دهیم و رقم دهگان یعنی ۱ را به ۵ می‌افزاییم. جواب می‌شود: ۶۲۷.



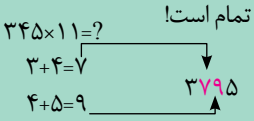
حالا شما با این روش، بدون اینکه چیزی روی کاغذ بنویسید و فقط به‌صورت ذهنی، حاصل‌ضرب ۱۱×۶۸ را به دست آورید.
باز هم مثال: ?=۱۱×۷۷.
۷ با ۷ می‌شود ۱۴. ۴ را بین رقم‌های ۷۷ که هر دو هفت هستند، قرار می‌دهیم و ۱ را به رقم دهگان آن اضافه می‌کنیم. جواب می‌شود: ۸۴۷.

نوبت شما

با روش جدید حاصل‌ضرب‌های زیر را حساب کنید:
=۱۱×۳۷ , =۱۱×۹۹ , =۱۱×۹۴ , =۱۱×۸۷

ضرب ذهنی عددهای سه‌رقمی در عدد ۱۱

به ضرب زیر توجه کنید:
۳۴۵ × ۱۱ = ۳۷۹۵
روش جدید برای به‌دست‌آوردن جواب این ضرب به‌صورت زیر است:
دو رقم سمت چپ ۳۴۵ را باهم جمع می‌کنیم: ۳+۴=۷؛
دو رقم سمت راست ۳۴۵ را باهم جمع می‌کنیم: ۴+۵=۹؛
حاصل جمع‌ها، یعنی عددهای ۷ و ۹ را به ترتیب بین ۳ و ۵ قرار می‌دهیم که می‌شود ۳۷۹۵ و کار تمام است!



مثالی دیگر: ?=۱۱×۶۳۴.
حاصل جمع ۶ با ۳ می‌شود ۹. حاصل جمع ۳ با ۴ می‌شود ۷. حاصل‌جمع‌ها، یعنی ۹ و ۷ را به ترتیب بین ۶ و ۴ قرار می‌دهیم که می‌شود: ۶۹۷۴. پس:
۶۳۴×۱۱=۶۹۷۴
باز هم مثال: ?=۱۱×۵۳۳.
۵ با ۳ می‌شود ۸، ۳ با ۳ می‌شود ۶ و جواب می‌شود: ۵۸۶۳.
حالا شما حاصل‌ضرب ۱۱×۴۵۴ را بدون انجام عمل ضرب حساب کنید.
می‌دانم که از این روش خوشتان آمده است، ولی مثل عددهای دورقمی باید بگویم که هنوز کار تمام نشده است. برای مثال، اگر شما بخواهید ۱۱ را در ۸۵۴ با این روش ضرب کنید، چه می‌کنید؟
اگر ۸ را با ۵ جمع کنید، می‌شود ۱۳. ۵ هم که با ۴ می‌شود ۹. اگر عددهای ۱۳ و ۹ را به ترتیب بین ۸ و ۴ قرار دهید، می‌شود ۸۱۳۹۴ که معلوم است درست نیست. مانند عددهای دورقمی، اینجا هم باید به این صورت که می‌گویم عمل کنید:
وقتی حاصل‌جمع رقم‌های عددی که در یازده ضرب می‌شود دورقمی شد، مثل حالا که ۸ با ۵ شده است ۱۳، ۳ را بین ۸ و ۴ قرار دهید، ولی رقم دهگان آن، یعنی ۱ را به رقم سمت چپی، یعنی ۸ بیفزایید؛ آن وقت جواب می‌شود ۹۳۹۴.
مثالی دیگر: ?=۱۱×۳۴۸.
۳ با ۴ می‌شود ۷ و ۴ با ۸ می‌شود ۱۲. رقم یکان ۱۲، یعنی ۲ را پیش از ۸ قرار می‌دهیم و ۷ را بعد از ۳ می‌نویسیم. حالا رقم دهگان ۱۲ یعنی ۱ را به ۷ (یعنی رقم سمت چپی آن) اضافه می‌کنیم؛ جواب می‌شود: ۳۸۲۸.
حالا مثالی که هر دو حاصل جمع دورقمی باشند: ?=۱۱×۵۷۹.
۵ با ۷ می‌شود ۱۲. رقم یکان ۱۲، یعنی ۲ را بعد از ۵ قرار می‌دهیم و رقم دهگان آن، یعنی ۱ را به ۵ می‌افزاییم. در ادامه چون ۷ با ۹ می‌شود ۱۶، رقم یکان آن، یعنی ۶ را قبل از ۹ می‌نویسیم و رقم دهگان آن، یعنی ۱ را به رقم سمت چپ ۶، یعنی ۲ می‌افزاییم تا بشود ۳. در پایان جواب ۶۳۶۹ به دست می‌آید.

نوبت شما

با روش جدید حاصل‌ضرب‌های زیر را به دست آورید:
=۱۱×۵۱۳ , =۱۱×۱۵۹ , =۱۱×۸۵۳ , =۱۱×۹۷۸

جدول رمزدار: جواب ضرب‌های زیر را با روش جدید پیدا کنید و در جدول، خانهٔ مربوط به هر جواب را رنگ بزنید تا رمز جدول مشخص شود.
۱۱×۱۵, ۱۱×۱۷, ۱۱×۵۳, ۱۱×۲۹, ۱۱×۴۶, ۱۱×۵۹, ۱۱×۵۶, ۱۱×۲۳, ۱۱×۲۵, ۱۱×۴۱, ۱۱×۳۷, ۱۱×۶۶, ۱۱×۱۹, ۱۱×۴۳, ۱۱×۶۲
۱۱×۸۷, ۱۱×۸۸, ۱۱×۹۳, ۱۱×۸۶, ۱۱×۶۹, ۱۱×۷۶, ۱۱×۷۸, ۱۱×۸۰, ۱۱×۹۸, ۱۱×۲۱, ۱۱×۵۰, ۱۱×۳۹, ۱۱×۳۴, ۱۱×۳۱, ۱۱×۱۳

۱۱	۷۳۷	۴۸۴	۸۹۱	۴۶۲	۹۲۴	۳۳	۵۳۹	۵۶۱	۵۵	۵۹۴	۶۴۹	۱۰۸۹	۷۷	۱۰۶۷
۱۲۱	۹۳۵	۴۹۵	۸۶۹	۵۱۷	۲۸۶	۱۰۰	۲۹۷	۳۵۲	۵۷۲	۶۰۵	۶۱۶	۲۴۲	۲۶۴	۲۰۰
۱۱۰	۹۹۰	۱۳۲	۱۰۰۱	۵۵۰	۵۲۸	۷۱۵	۳۳۰	۶۶۰	۵۸۳	۶۲۷	۲۵۳	۵۰۰	۳۹۶	۶۸۲
۹۴۶	۷۵۹	۸۸۰	۳۰۸	۸۴۷	۴۲۹	۳۰۰	۹۹	۶۷۱	۴۰۰	۴۴۰	۲۷۵	۸۲۵	۶۰۰	۴۷۳
۱۰۲۳	۱۰۱۲	۸۵۸	۱۰۳۴	۶۹۳	۷۰۴	۳۷۴	۶۳۸	۷۰۰	۱۸۷	۹۱۳	۴۵۱	۴۰۷	۷۲۶	۲۰۹
۹۶۸	۹۵۷	۸۳۶	۱۵۴	۱۰۴۵	۲۳۱	۱۰۵۶	۲۰۰۰	۱۶۵	۹۰۲	۲۲۰	۸۰۰۰	۱۰۰۰	۳۸۵	۴۱۸
۸۰۰	۱۷۶	۷۷۰	۸۰۳	۱۰۷۸	۴۰۰۰	۳۰۰۰	۱۴۳	۹۰۰	۷۴۸	۳۶۳	۹۰۰۰	۵۰۶	۳۱۹	۳۱۸
۲۲	۷۸۱	۷۹۲	۹۷۹	۵۰۰۰	۴۴	۳۴۱	۷۰۰۰	۱۹۸	۶۰۰۰	۶۶	۸۱۴	۷۱۴	۳۱۷	۸۸

برای دیدن پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

از تفکر منطقی و راهبرد حل مسئلهٔ «حذف حالت نامطلوب» اســتفاده کن تا معمای برج «ایران» را حل کنی و این راز را دریابی که:

چه کسی در **طبقهٔ چهارم** زندگی می‌کند؟

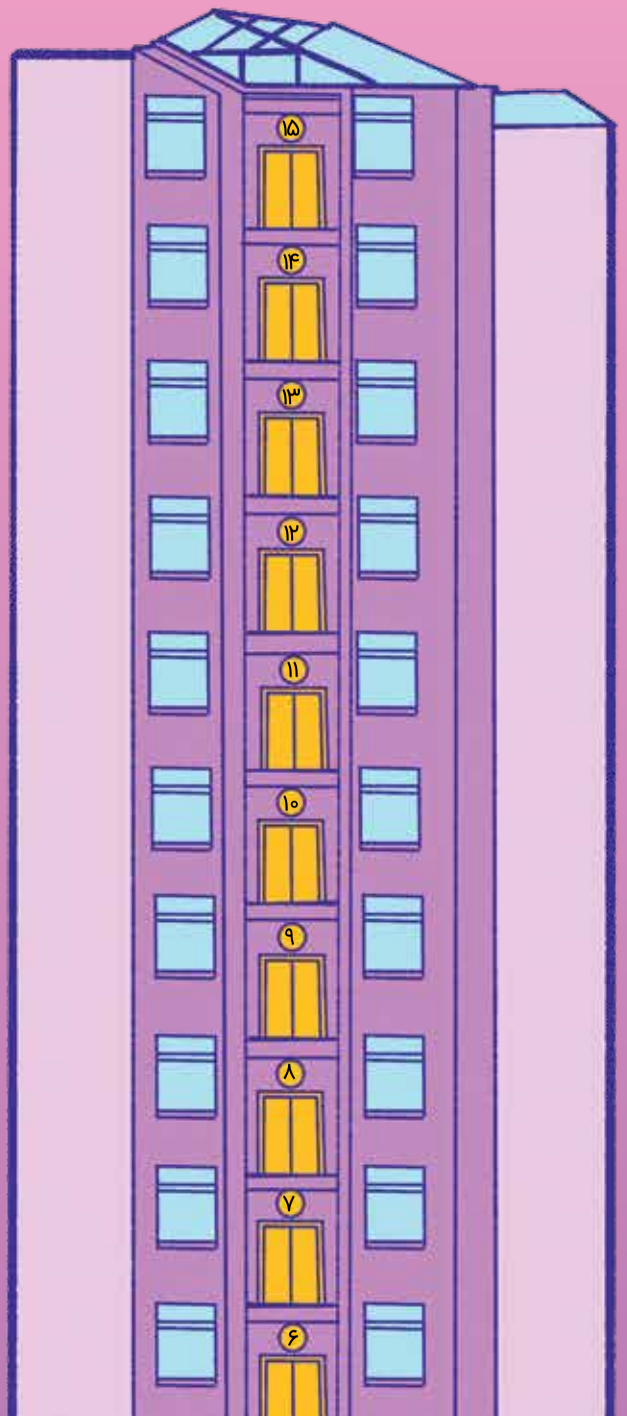
خسرو داودی

از مهارت حل مســئلهٔ خود استفاده کن. گاهی لازم است که به عقب برگردی و از راهنمایی‌هایی یادداشت برداری که به نظر مهم نمی‌آیند.

برج «ایران» دارای ۱۵ طبقهٔ تک‌واحدی است. هر طبقه که روی هم‌کف قرار گرفته، متعلق به یکی از افراد زیر است. از راهنمایی‌های ســمت راست استفاده کن. آیا می‌توانی پیدا کنی که در هر طبقه چه کسی زندگی می‌کند؟

آقای مؤمنی — آقای محرابی — زهرا خانم

سحر خانم — خانم ایرانی — پروین خانم



۱ بعد از اینکه **سحر** خانم ماشینش را در زیرزمین منفی یک پارک می‌کند، با آســان‌بر (آسانسور) چهار طبقه بالا می‌رود تا به آپارتمانش برسد.

۲ هر صبح آقای **مؤمنی** دو طبقه بالا می‌رود تا دخترش **زهرا** خانم را صدا کند. سپس آن‌ها ۹ طبقه پایین می‌آیند و از هم‌کف به سمت خیابان می‌روند تا سوار ماشینی شوند که ایستاده است.

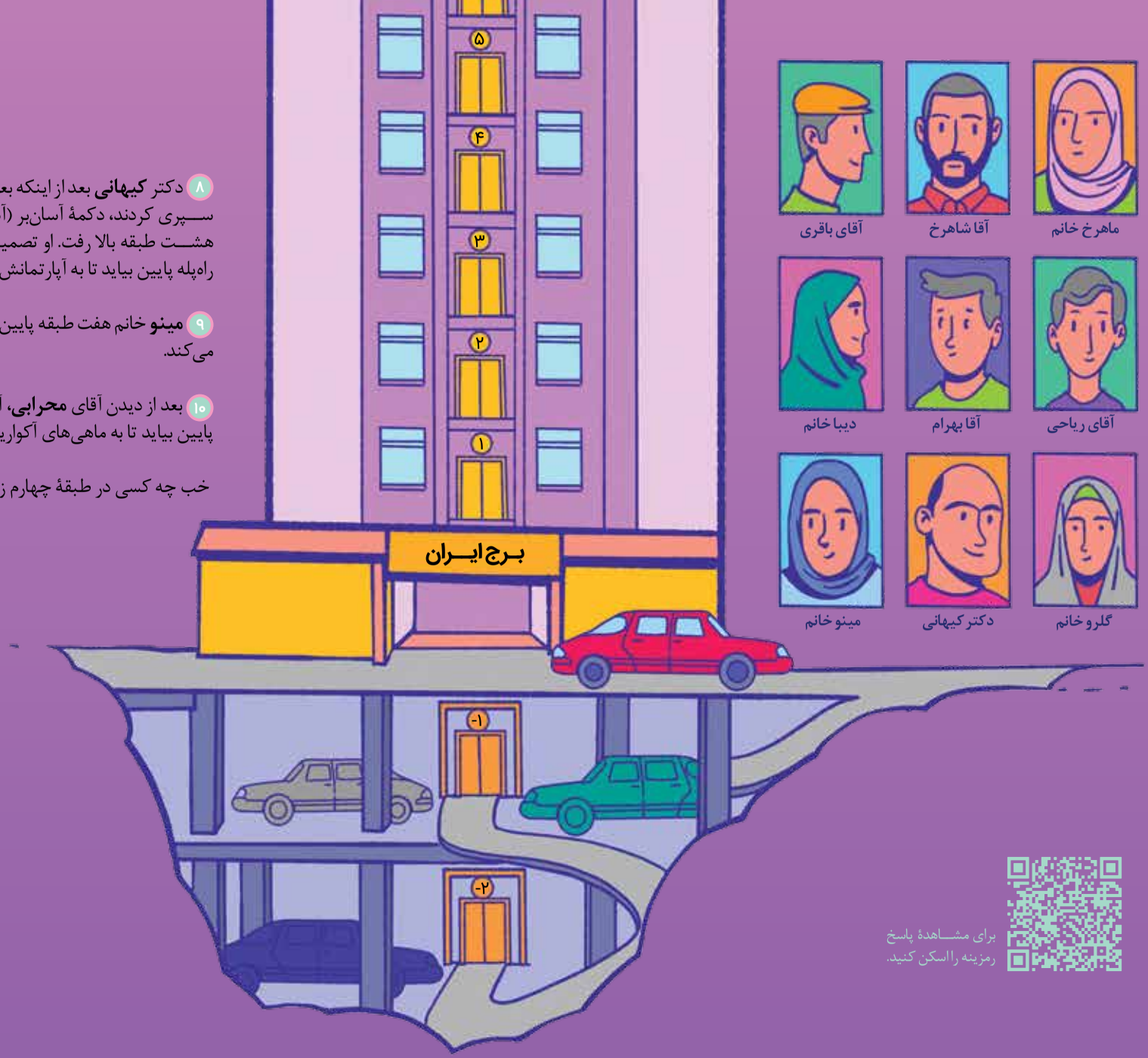
۳ ماشین خانم **ایرانی** سه طبقه پایین‌تر از آپارتمانش در زیرزمین منفی دو است.

۴ جمعه‌ها **پروین** خانم هفــت طبقه بالا می‌رود تا در خانهٔ پسرش ناهار بخورد. بعد از ناهار با آسان‌بر (آسانسور) به خانهٔ **زهرا** خانم می‌رود که چای بخورد! سپس در حدود ساعت ۵ بعد از ظهر یک طبقه با راه‌پله پایین می‌آید و به خانه‌اش می‌رود.

۵ اغلب صبح‌ها، آقای **محرابی** ۱۲ طبقه پایین می‌رود تا آقا **شاهرخ** را صدا کند. سپس آن‌ها با آسان‌بر (آسانسور) دو طبقــه پاییــن می‌روند تا از هم‌کف خارج شــوند و به کله‌پزی بروند و صبحانه بخورند.

۶ پنج‌شــنبه‌ها آقای **باقری** با کســی که طبقهٔ هشتم زندگی می‌کند، غذا می‌خورد.

۷ **دیبا** خانــم دو طبقه پایین‌تر از **گلرو** خانم که چهار طبقه بالاتر از **زهرا** خانم است زندگی می‌کند.



ماهرخ خانم

آقا شاهرخ

آقای باقری

آقای ریاحی

آقا بهرام

دیبا خانم

گلرو خانم

دکتر کیهانی

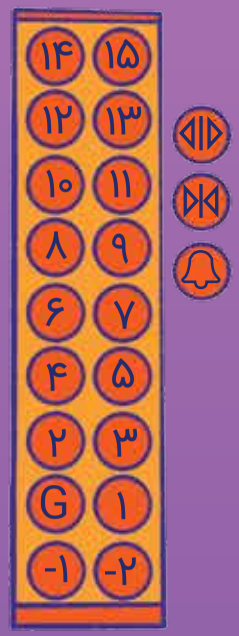
مینو خانم

۸ دکتر **کیهانی** بعد از اینکه بعدازظهر را با آقای **مؤمنی** ســـپری کردند، دکمهٔ آسان‌بر (آسانسور) را اشتباهی زد و هشـــت طبقه بالا رفت. او تصمیم گرفت که ۹ طبقه را از راه‌پله پایین بیاید تا به آپارتمانش برسد.

۹ **مینو** خانم هفت طبقه پایین‌تر از آقای **ریاحی** زندگی می‌کند.

۱۰ بعد از دیدن آقای **محرابی**، آقا **بهرام** باید چهار طبقه پایین بیاید تا به ماهی‌های آکواریوم خود غذا بدهد.

خب چه کسی در طبقهٔ چهارم زندگی می‌کند؟



برای مشـــاهدهٔ پاسخ رمزینه رااسکن کنید.

MATHTRICKS
فوت‌وفن ریاضی

معرفی نرم‌افزار مث تریکس

فاطمه درویشی

نمی‌دانم شما چقدر اهل رقابت با دوستان برای حل سریع محاسبات ریاضی هستید و یا چقدر به فکر شرکت در آزمون‌ها و مسابقاتی هستید که محاسبه‌های سریع ریاضی برای موفقیت در این آزمون‌ها می‌تواند به شما کمک کند. ولی مطمئن هستم با مطالعهٔ این مقاله حتماً به فکر نصب و استفاده از این برنامهٔ جذاب برای یادگیری ترفندهای محاسبه‌های ریاضی خواهید افتاد. برنامه‌ای که قصد دارم در این شماره به شما معرفی کنم، ترفندهای ریاضی بسیاری را به شما آموزش می‌دهد تا بسیار سریع‌تر از روش معمول و کلاسیک محاسبه‌های ریاضی خود را انجام دهید. مطمئناً این ترفندها به شما کمک خواهند کرد که همیشه در آزمون‌هایی که محاسبه‌های ریاضی دارند، سریع‌تر و دقیق‌تر عمل کنید. مث‌تریکس باعث می‌شود، شما ترفندهای جدیدی را برای حل مسائل ریاضی یاد بگیرید و سرعت خود را در حل آن‌ها بالا ببرید.

کاربران اندروید می‌توانند این برنامه را با اسکن کردن رمزینهٔ مقابل دریافت کنند:

کاربران آی او اِس هم می‌توانند این برنامه را با اسکن کردن رمزینهٔ مقابل بگیرند:

پس از نصب این برنامه، شمایل روی تلفن همراه شما ظاهر خواهد شد که دروازهٔ ورود به برنامه است.

● بلافاصله بعد از اجرای برنامه در پنجره‌ای به صورت تصویر ۱، سن شما را می‌پرسد تا بازی ردهٔ سنی شما را برایتان تنظیم کند.

تصویر ۱

● در صفحه‌ای که در تصویر ۲ می‌بینید، می‌توانید الگوی صفحهٔ بازی را همراه با رنگ‌بندی دلخواه برای محیط خود انتخاب کنید. با گذشتن از این مرحله به صفحه‌ای می‌رسید که در تصویر ۳ نمایش داده شده است.

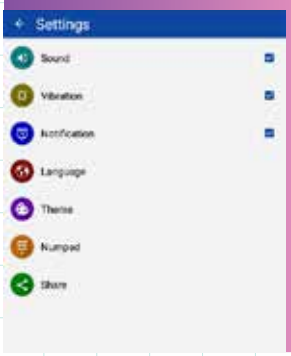
تصویر ۲

تصویر ۳

● یکی از ویژگی‌های مهم این برنامهٔ کاربردی (اپلیکیشن) فارسی‌شدن محیط کار برای کاربران فارسی‌زبان است. این کار را به همراه سایر تنظیمات می‌توانید از طریق دستور «settings» (تنظیمات) در صفحه‌ای که در تصویر ۳ آمده است، انجام دهید.

پس از انتخاب setting پنجرهٔ تصویر ۴ ظاهر می‌شود که با استفاده از گزینهٔ Language می‌توانید زبان فارسی را انتخاب و همین‌طور سایر تنظیمات را نیز انجام دهید.

تصویر ۴



● لیست فرمان‌های تصویر ۳ را پس از فارسی‌کردن به‌صورت تصویر ۵ مشاهده خواهید کرد که نشان می‌دهد می‌توانید بازی تک نفره یا گروهی را برای آزمایش سرعت محاسبه‌های خود انتخاب کنید. همین‌طور می‌توانید توسط گزینهٔ آموزش، ترفندهای محاسباتی را یاد بگیرید و یا محاسبه‌ها را حفظ کنید.

تصویر ۵

● در صورتی کـــه **بازی یک نفره** را در پنجرهٔ تصویر ۵ انتخاب کنید، به شـــما اجازهٔ انتخاب ســـطح بازی توسط ورود عـــدد ۱ تا ۵ را به همراه نحوهٔ زمان‌بندی مراحل خواهد داد (تصویر ۶). فرض کنید من گزینـــهٔ اول، یعنی تا آخرین نفس را انتخاب کنم.

تصویر ۶

در این صورت یک سلسله محاسبه‌هایی در شـــکلی مانند تصویر ۷ نشـــان داده می‌شـــود که اجـــازه می‌دهـــد در یک زمان‌بنـــدی خاص جواب ســـؤال را وارد کنـــم. همچنیـــن زیـــر ســـؤال و بالای عددهایی که برای ورود جواب نشان داده می‌شوند گروه‌بندی سؤال را می‌بینید.

تصویر ۷

● توســـط می‌توانیـــد اعلام کنید که ســـؤال را برای شما با صدا اعلام کند توسط گزینهٔ نیز می‌توانید جواب‌ها را به صورت چهارگزینه‌ای یا درســـت و غلط مشاهده و انتخاب کنید. در صورتی که به سؤال پاســـخ صحیح دهید، سؤال بعدی برای شـــما ظاهر خواهد شـــد. در غیر این صورت به شـــما نحوهٔ محاسبهٔ آن گروه نمایش داده خواهد شد. مثلاً در تصویر ۸ ترفند ضـــرب در ۹ را به همراه اثبات راه‌حل مشاهده می‌کنید.

تصویر ۸

● در صورتی که بازی گروهی را از تصویر ۵ انتخاب کنیـــد، پنجرهٔ تصویر ۹ ظاهر خواهد شد که از شما می‌خواهد نوع سؤال را از بین «ورود جـــواب با صفحه‌کلید» یا «چهارگزینه‌ای» و یا درســـت و غلط انتخاب کنید. سپس با انتخاب وارد مرحلهٔ بازی با زمان‌بنـــدی یا با انتخاب وارد بازی بدون زمان‌بندی خواهید شد؛ مانند تصویر ۱۰.

تصویر ۹

تصویر ۱۰

● در صورتـــی که گزینهٔ آمـــوزش را از گزینه‌های تصویر ۵ انتخاب کنید، به شما تصویر ۱۱ نمایش داده می‌شود که توسط آن می‌توانید انتخاب کنید که از آموزش کدام بخش می‌خواهید اســـتفاده کنید.

برای مثال، مـــن گزینهٔ درصد را انتخاب می‌کنم و تصویـــری که می‌بینم همانند تصویر ۱۲ است که بیشتر بخش‌هایی که روبـــه‌روی آن تصویر PRO 200 قرار دارد، حکایت از قفل‌بودن آن بخش دارد. عدد تصویر هم نشـــان می‌دهد که برای دیـــدن این بخش از آمـــوزش باید بازی کنید و به همان مقدار امتیاز بگیرید.

تصویر ۱۱

تصویر ۱۲

● با انتخاب گزینهٔ «از حفظ» به شما یک مجموعه محاسبه‌ها، مانند محاسبه‌های تصویر ۱۳ نمایش می‌دهد که توسط آن می‌توانید این رده از محاسبه‌ها را ذهنی یـــاد بگیرید. البته انتخـــاب یک مرحله شما را به تقسیم‌بندی آن مرحله هدایت خواهد کرد که ممکن اســـت با توجه به امتیاز شما توسط شمایل قفل باشند.

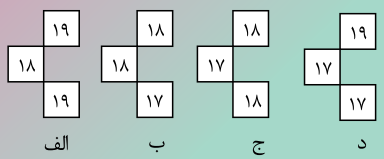
تصویر ۱۳

لذت ریاضی

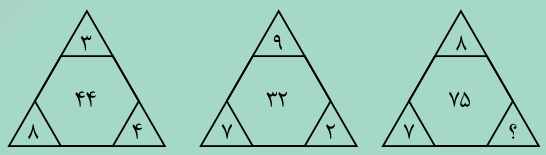
لیلا جلیلی

۱. به جای سه علامت سؤال جدول کدام دسته از عددهای زیر مناسب است؟

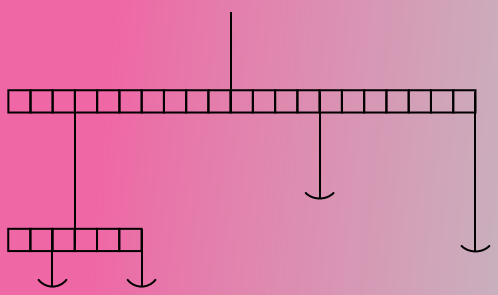
۲۰	۲۲	۱۹	۲۱
۱۷	۱۹	۱۶	؟
۱۹	۲۱	؟	۲۰
۱۶	۱۸	۱۵	؟



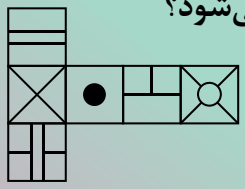
۲. به جای علامت سؤال، چه عددی باید قرار دهیم؟

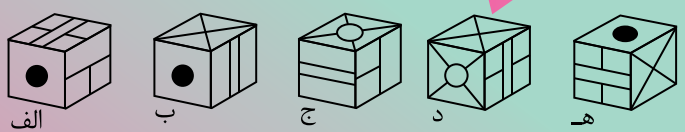


۳. هر کدام از وزنه‌های ۲، ۳، ۴ و ۶ کیلویی را طوری از قلاب‌ها بیاویزید که تعادل محورهای افقی حفظ شود.



۴. اگر شکل گستردهٔ زیر را به صورت مکعب درآوریم، کدام‌یک از شکل‌های زیر ایجاد می‌شود؟





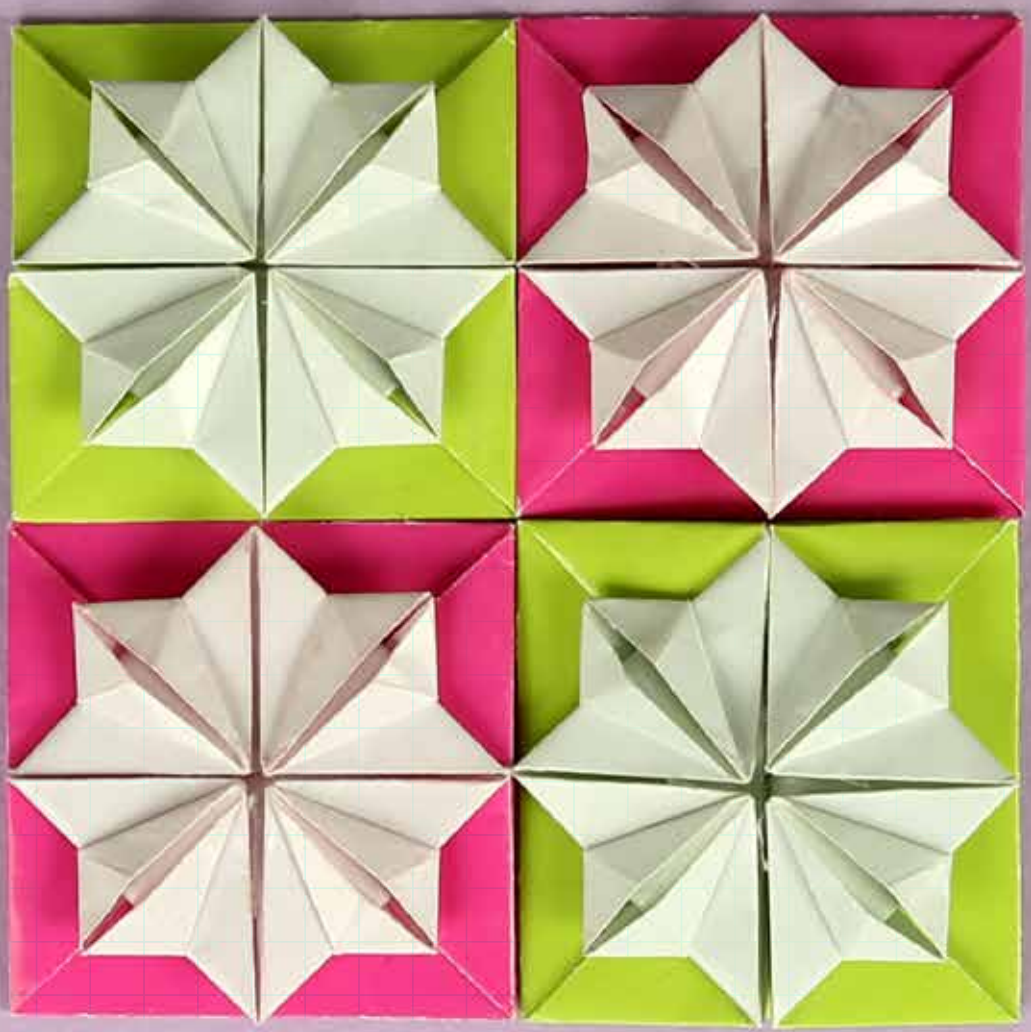
برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

کاغذوتا

پری‌حاجی‌خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

شمسهٔ ایرانی

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را اسکن کنید.



در این دوره از مجله با استفاده از کاغذ و تا (اریگامی) می‌خواهیم طرح‌های کاشی‌کاری را بسازیم. طرحی که در این شماره می‌بینید به شمسهٔ هشت‌پر یا شمسهٔ ایرانی معروف است و با استفاده از ۱ برگ کاغذ مستطیل شکل که نسبت عرض به طول آن ۱ به ۲ است ساخته شده. نمونه‌هایی از این طرح را می‌توانید در کاشی‌کاری‌های سر در مسجد جامع یزد مشاهده کنید.

بوم‌گردی

برای دیدن پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

۱. عموی **علی** و خانواده‌اش قصد مسافرت داشتند.

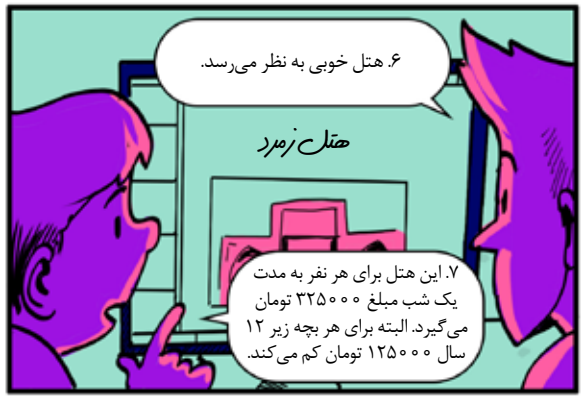
۲. ما می‌خواهیم در مسیرمان در یک هتل اقامت داشته باشیم.

۳. من دلم می‌خواهد در یک خانهٔ سنتی (بوم‌گردی) اقامت کنم.

۴. علی و دوستش مهرداد پیشنهاد کردند که اینترنت را برای آنچه خانوادهٔ عمو می‌خواستند جست‌وجو کنند.

۵. در قسمت جست‌وجو تایپ کن: بوم‌گردی حوالی یزد یا هتل.

۶. هتل خوبی به نظر می‌رسد.



۷. این هتل برای هر نفر به مدت یک شب مبلغ ۳۲۵۰۰۰ تومان می‌گیرد. البته برای هر بچه زیر ۱۲ سال ۱۲۵۰۰۰ تومان کم می‌کند.

۸. نظرت در این مورد چیست؟

۹. این هتل برای هر اتاق دونفره ۶۵۰۰۰ تومان می‌خواهد. البته آن‌ها باید یک تخت اضافه برای این اتاق بگیرند که ۱۰۰۰۰۰ تومان اضافه می‌شود.

۱۰. هتل فیروزه ساختمان خیلی جذاب و قشنگی دارد.

۱۱. آن‌ها ۳۵۰۰۰۰ تومان برای هر نفر به مدت یک شب می‌گیرند. برای بچه‌های زیر ۱۲ سال ۲۲۵۰۰۰ تومان می‌گیرند و برای کودکان زیر ۶ سال رایگان است.

۱۲. نظرت در مورد این هتل‌آپارتمان چیست؟

۱۳. برای یک آپارتمان خانوادگی تا ۶ نفر ۱۴۷۰۰۰۰ تومان برای یک شب می‌خواهد.

۱۴. علی و مهرداد آنچه را که پیدا کرده بودند، برای خانوادهٔ عمو تعریف کردند.

۱۵. همه‌شان خیلی خوب بودند، ولی ارزان‌ترین را برای ما ذخیره (رزرو) کن!

۱۶. علی باید کدام یک را ذخیره (رزرو) کند؟

فامیل عمو شـــامل پدر، مادر، بهرام (۱۵ساله) لاله (۱۱ ساله) و هاله (۵ ساله) می‌شود.

- □ هتل زمرد
- □ هتل الماس
- □ هتل فیروزه
- □ خانهٔ نقره‌ای

۱۷. خدانگهدار، خوش بگذرد!