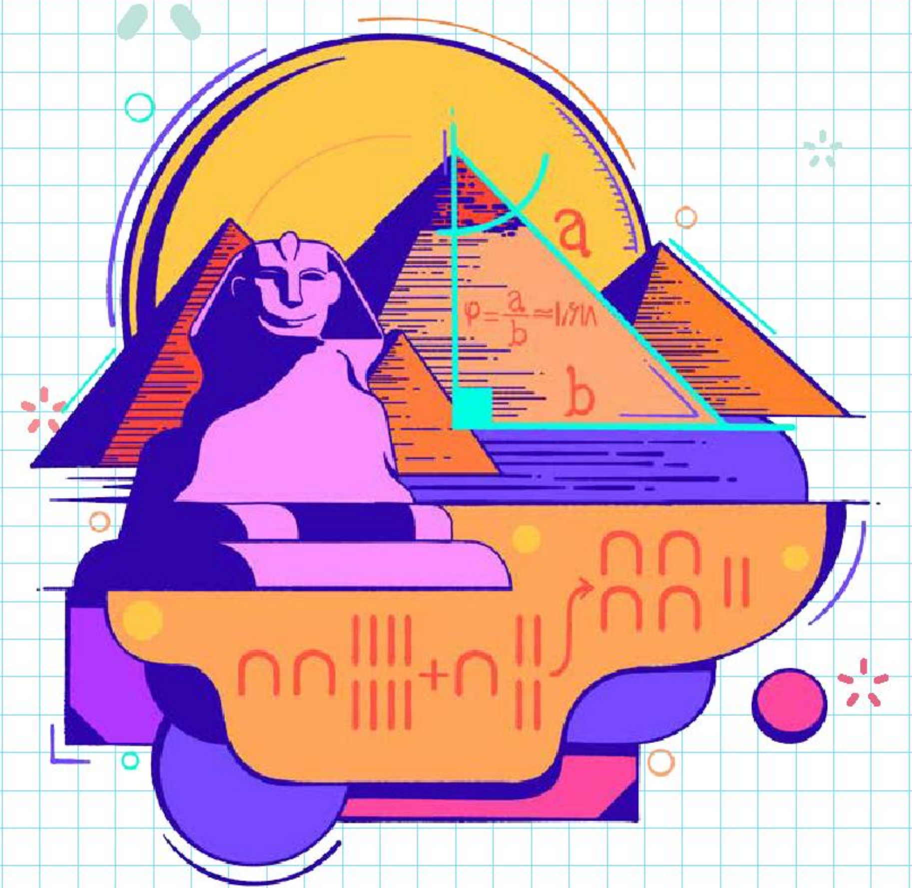
رشد ریاضی نوجوان

ماهنامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطهٔ اول
ISSN: ۱۷۳۵-۴۹۴۳/ پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
۴۰ صفحه/ اسفند ۱۴۰۰
۵۳۰۰۰ ریال/ شمارهٔ شش

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دورهٔ بیست و هفتم/ شمارهٔ ۱۲۸

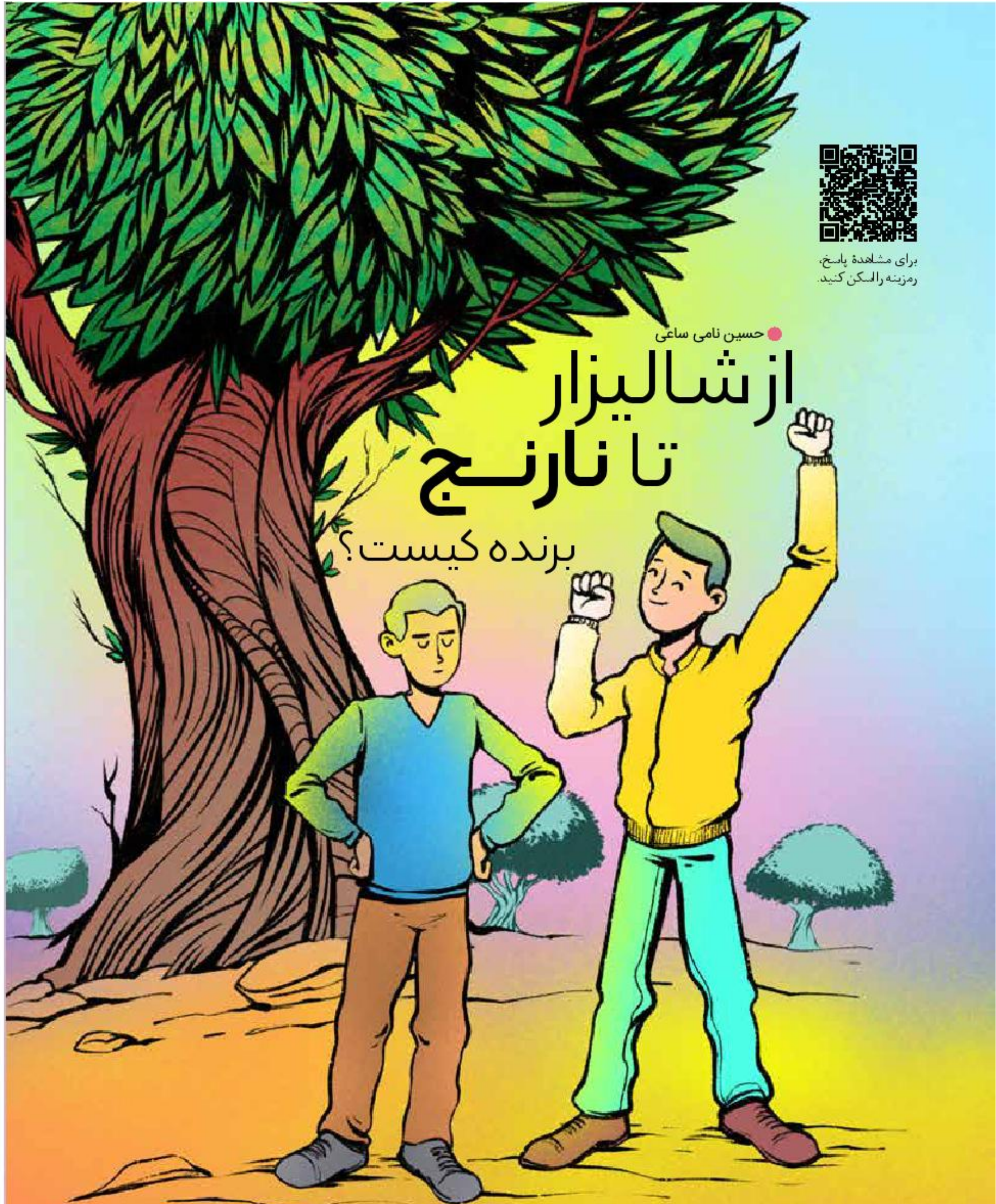


برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را اسکن کنید.

حسین نامی ساعی

از شالیزار تا نارنـــج

برنده کیست؟



پارسا و سامان هر دو از اهالی روستای «شالیزار» هستند. یک روز با هم قرار گذاشتند که یک مسابقهٔ عجیب و غریب بدهند: مسابقهٔ پیاده‌روی با سرعت ثابت و با شرایط خاص. شرایط به این صورت بود که: هر دو با شروع مسابقه در یک زمان از روستای شالیزار به سمت روستای «نارنج» حرکت کنند و محل پایان مسابقه، ابتدای روستای نارنج، در کنار درخت کهن باشد.

مسابقه شروع می‌شود. پارسا با سرعت ۵ کیلومتر در ساعت و از جادهٔ اصلی بین روستای شالیزار و نارنج می‌رود و سامان با سرعت ۴ کیلومتر در ساعت و از جادهٔ میانبر کار خود را آغاز می‌کند. سامان زودتر از پارسا به درخت کهن می‌رسد و برنده می‌شود. یک ساعت بعد از سامان پارسا هم به درخت کهن می‌رسد و ضمناً پارسا ۶ کیلومتر بیشتر از سامان پیاده‌روی کرده بود. فاصلهٔ روستای شالیزار تا نارنج از جادهٔ اصلی، جاده‌ای که پارسا پیموده، چند کیلومتر است؟

بســـــم الله الرحمن الرحیم

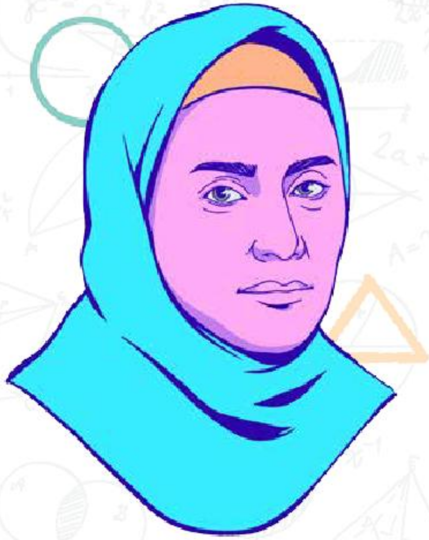
اللّهم صلّ علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

طلب دانش بر هر مسلمانی واجب است. خداوند جویندگان دانش را دوست دارد.
پیامبر خدا، حضرت محمد (ص) «مصباح الشریعه، ص۱۳»

وزارت آمـوزش و پـرورش سازمان پـژوهش و برنامـه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی WWW.ROSHDMAG.IR
دوره بیست‌وهفتم/ شمارهٔ پی در پی **۱۲۸** / اسفند **۱۴۰۰**
ماهنامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
ISSN: ۱۷۳۵-۴۹۴۳ / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / **۴۰** صفحه / **۵۳۰۰۰** ریال

مدیر مسئول: محمدصالح مذنبی/ **سردبیر**: حسین نامی ساعی/ **مدیر داخلی**: پری حاجی‌خانی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، بهنام آینی‌پور، خسرو داودی، رضا حیدری قزلجه، محمدرضا سیدصالحی، عباس قلعه‌پوراقدم، داود معصومی مهوار، محمود نصیری/ **ویراستار**: بهروز راستانی
مدیر هنری: کوروش پارسانژاد **طراح گرافیک**: حسین یوزباشی
تصویرگران: سام سلماسی/ حسین یوزباشی

مناسبت‌های اسفند ۱۴۰۰: **پنجم**: روز بزرگداشت خواجه نصیرالدین طوسی- روز مهندس **هشتم**: ولادت حضرت امام موسی کاظم (ع) **دهم**: مبعث حضرت رسول اکرم (ص) **چهاردهم**: روز احسان و نیکوکاری **پانزدهم**: ولادت امام حسین (ع)- روز پاسدار و روز درختکاری **شانزدهم**: ولادت حضرت ابوالفضل‌العباس (ع)- روز جانباز **هفدهم**: ولادت حضرت زین‌العابدین (ع) **بیست‌وسوم**: ولادت حضرت علی‌اکبر (ع) و روز جوان **بیست‌وهفتم**: ولادت حضرت قائم (عج) **بیست‌ونهم**: روز ملی شدن صنعت نفت



مریم سال ۱۳۵۶ در تهران به دنیا آمد. بعد از اتمام دورهٔ ابتدایی، وارد مدرسهٔ فرزانگان تهران شد و از همین دبیرستان دیپلم گرفت. در نزدیکی دبیرستان آن‌ها چند کتاب‌فروشی بود. از تفریحات مریم این بود که بعد از مدرسه به کتاب‌فروشی‌ها رفته و ...

صفحهٔ ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها، ضرورتاً مبین نظر دفتر انتشارات و فناوری آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. **اهداف**: گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی/ توسعهٔ تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها/ توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری/ تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. **ارتباط با مرکز بررسی آثار**: خوانندگان رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول: شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: تهران، صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ تلفن: ۰۵۷۷۲-۸۸۳ -۰۲۱ / **نشانی**: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ **تلفن**: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ -۰۲۱ **داخلی** ۵۰۱ / **نمابر**: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶/ **صندوق پستی**: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶/ **تلفن پیامگیر نشریات رشد**: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲/ **صندوق پستی امور مشترکین**: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / **تلفن امور مشترکین**: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸/ **وبگاه**: www.roshdmag.ir/ **رایانامه**: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir / **وبلاگ اختصاصی مجله**: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee/ **چاپ و توزیع**: شرکت افست

ریاضیات و هنر، دوستان قدیمی

حسین نامی ساعی

میلاد منجی عالم بشریت، حضرت مهدی موعود (عج) را به‌شما تبریک می‌گوییم.

سلام بچه‌ها! چندی پیش سعادت دیدار چند بارهٔ حرم مطهر امام رضا (ع) را داشتم. در حین ورود به حرم، یکی از مخاطبان مجله که دانش‌آموز سال نهم است و شماره همراه مرا داشت، با من تماس گرفت و گفت که در انتخاب رشته تردید دارد. مشکلش این است که هم به ریاضیات علاقهٔ زیادی دارد و هم به هنر. مردد بود که در دورهٔ دوم متوسطه کدام رشته را انتخاب کند: ریاضی یا هنر را؟ به او گفتم که در حال ورود به حرم مطهر امام رضا (ع) هستم و صبر کند بعد از زیارت به او زنگ می‌زنم. به حرم وارد شدم و به دور و بر و بالا و اطرافم خوب نگاه کردم. منارها، گنبد، صحن و رواق‌های حرم و آرامگاه مطهر امام علی‌ابن‌موسی‌الرضا (ع) همگی محصول هنر بودند. دیدار علی‌ابن‌موسی‌الرضا (ع)، در واقع هم زیارت بود و هم سیر و سلوک و سیاحت؛ ساحت روحانی و معنوی حرم و همچنین عظمت هنر ایرانی آن، هر بیننده‌ای را شیفته و مسحور خود می‌کرد و همچنین مرا! در حین تشرف حرم مطهر و گذشتن از صحن و ورود به رواق‌ها، از میان هزار هنر و آثار بی‌شمار هنرمندان، چشمم به نقش‌آفرینی هنرمند آینه‌کاری افتاد که مشغول تزئین یکی از رواق‌های حرم با آینه بود. قطعه‌های کوچک آینه را به شکل‌های هندسی و شکل‌های متنوع و گل‌بته‌های زیبا برش می‌داد و به دیوار و سقف می‌چسباند. هنرش ترسیم و برش آینه و پیوند آن با ایوان و سقف حرم و زدن نقش تقارن و هندسه و دمیدن روح ریاضیات بر جسم بی‌جان دیوار و سقف گچی رواق‌ها بود. در گوشه و کنار ایوان و سردر ضریح‌های حرم تشعشع و درخشش زیبا و چشم‌نواز آینه‌ها، نظر هر بیننده‌ای را به‌خود جلب می‌کرد. این همه نقش‌های هندسی خبر از تبلور ریاضیات در عمق وجود هنرمند آینه‌کار می‌داد و... کمی دوست داشتم که در کارش دخالت کنم و بر سردر یکی از رواق‌های آینه‌کاری‌شده این جملهٔ معروف را قرار دهم: «هر کس هندسه نمی‌داند، وارد نشود.» در همین احوال فکر می‌کردم که چقدر هنر و ریاضیات به هم نزدیک و در ارتباط‌اند و دوستی این دو چقدر تاریخی است. به این موضوع می‌اندیشیدم که ریاضیات خود نیز هنر است؛ چرا که ریاضی و هنر هر دو زاییدهٔ خلاقیت فکری انسان، با توجه به نیازهای روحی و جسمی او، و هر دو بازتابی از ذهن سنجیده و نظم‌پذیر آدمی هستند. کار ریاضیات انعکاس دنیای واقعی در ذهن و ارائهٔ مدل‌های متفاوت برای پدیده‌های گوناگون است و کار هنر هم ارائهٔ تصویر طبیعت و الگوسازی از پدیده‌های جهان واقعی است. البته، ریاضیات نه تنها خود هنر است بلکه ابزاری قدرتمند برای هنرمندان است؛ هنرمندانی که دوست دارند با الهام از ریاضیات و رابطه‌های آن، آنچه را که می‌بینند تصویر، توصیف و بیان کنند. هنرمندانی چون نقاشان، طراحان، تندیس‌سازان، معماران و حتی شاعران و ادیبان. اگر مبالغه نباشد، ریاضی در ناخودآگاه هنرمندان نهفته است. البته منظورم از ریاضیات حساب و کتاب و اصطلاحاً دو دو تا چهار تا نیست، بلکه مقصودم تناسب و الگوسازی، منطق و تفکر، و استدلال ریاضی است. هنرمندان ریاضی‌دان در طول تاریخ ایران و جهان کم نبوده‌اند و شما هم اغلب آن‌ها را می‌شناسید؛ به ویژه هنرمندانی ایرانی نظیر: ●**خیام:** منجم، حکیم، ادیب، شاعر و ریاضی‌دان معروف ایرانی ●**ابوریحان بیرونی:** منجم، فیلسوف و ریاضی‌دان ●**محمدبن موسی خوارزمی:** فیلسوف و ریاضی‌دان ●**ابن سینا:** پزشک و ریاضی‌دان ●**غیاث‌الدین جمشید کاشانی:** پزشک و منجم ●**کمال‌الدین بن یونس:** فیلسوف و طبیب ●**بتّانی ابوعبدالله محمدبن جابربن سنان:** منجم و ریاضی‌دان و هندسه‌دان ●**ابوالوفاء بوزجانی:** ستاره‌شناس و فیلسوف ●**نصیرالدین محمد توسی:** فیلسوف، متکلم، ریاضی‌دان، منجم، سیاستمدار، هندسه‌دان و از صاحبان ابتکار در نجوم و هندسه و دیگر هنرمندان و دانشمندان ریاضی‌دان ایرانی که همهٔ آن‌ها اثباتی بر ادعای ارتباط ناگسستنی و همراهی هنر و ریاضیات در طول تاریخ علم ایران‌اند. البته در غیر ایران هم رابطهٔ هنر و ریاضیات به همین شکل است و بسیارند دانشمندان و هنرمندان ریاضی‌دان نظیر: ●**رنه دکارت:** فیلسوف، فیزیک‌دان، ریاضی‌دان و پزشک فرانسوی ●**سر آیزاک نیوتن:** ریاضی‌دان، فیزیک‌دان، ستاره‌شناس، متخصص الهیات و نویسندهٔ انگلستانی ●**کارل فردریش گاوس:** ریاضی‌دان، ستاره‌شناس و فیزیک‌دان آلمانی ●**لئونار دو دی سر پیرو داوینچی:** دانشمند، نقاش، مجسمه‌ساز، معمار، موسیقی‌دان، ریاضی‌دان، مهندس، مخترع، آناتومیست، زمین‌شناس، نقشه‌کش و معمار، گیاه‌شناس و نویسندهٔ ایتالیایی که همه او را بیشتر به خاطر آثار هنری و تابلوهای نقاشی می‌شناسند. اما جالب اینکه داوینچی خود را بیشتر یک ریاضی‌دان و مهندس می‌دانست تا هنرمند و بیشتر شاهکارهایش را مدیون ریاضیات و تقارن، تناسبات و هندسه می‌دانست.

در همین افکار زیارتم تمام شد و از حرم خارج شدم. به یقین رسیدم که هنر، ریاضی و ریاضی خود هنر است و این پاسخ خوبی بود برای سؤال مخاطب مجله‌مان.

پیروز و موفق باشید.

محمود نصیری

تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی

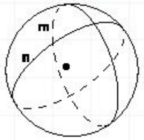
داستان موازی‌ها

در قسمت‌های قبلی دو خط موازی را تعریف کردیم.

دو خط را که در یک صفحه واقع باشند و هیچ نقطهٔ مشترکی نداشته باشند، موازی گوییم.

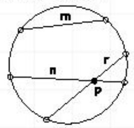
این یک تعریف است، اما اینکه در کجا و در چه دنیای هندسی این تعریف وجود دارد، خود داستانی دیگر است. کودکان معمولاً دوست دارند روی شن‌ها بازی کنند. شاید گاهی مشاهده کرده‌اید که آن‌ها با به‌کار بردن انگشتان خود یا وسیلهٔ دیگری، خط یا خط‌هایی را روی شن‌ها رسم می‌کنند. بیایید فکر کنیم که این خط رسم شده تا کجا می‌تواند ادامه پیدا کند؟ یا این کودک تا چه اندازه می‌تواند آن را ادامه دهد؟ دنیای کودکان محدود است. اگر از کودک بپرسیم: آیا می‌توانی خطی بلندتر رسم کنی؟ و یا: تا چه اندازه می‌توانی خط بلندتری رسم کنی؟ احتمالاً با این پاسخ روبه‌رو خواهید شد که: «به‌طور حتم می‌توانم خطی بلندتر رسم کنم» نظر شما چیست؟ آیا واقعاً این کار امکان دارد؟ اگر شما فکر می‌کنید چنین امکانی وجود دارد، حتماً فراموش کرده‌اید که ما روی یک صفحهٔ کروی شکل زندگی می‌کنیم. اگر فرض کنیم که چنین امکانی وجود دارد و می‌توانیم این خط را ادامه دهیم، مسلماً ما دوباره به نقطهٔ شروع بر می‌گردیم. می‌توانیم این را روی یک توپ نیز نشان دهیم. در واقع این خط‌های ما دایره‌ای هستند. در قسمت‌های قبلی نیز توضیح دادیم که تمام دایره‌های روی کره که مرکز آن‌ها مرکز زمین باشد، خط‌های ما در هندسه‌ای هستند که روی کره برقرار است و آن را «هندسهٔ روی کره» می‌نامند. به‌عبارت دیگر، چیزی به نام خط روی کرهٔ زمین، آن‌گونه که ما در «هندسهٔ اقلیدسی» تصور می‌کنیم و به‌عنوان خط راست می‌شناسیم، وجود ندارد. ما فقط می‌توانیم چیزی رسم کنیم که شبیه یک خط است، اما در حقیقت خط‌ها یک دایره و پاره‌خط‌ها قسمت‌هایی از کمان‌های یک دایره هستند (شکل ۱).

شکل۱



بـــا این تصـــور از خط و تعریـــف دو خط موازی که هیچ نقطهٔ مشـــترکی ندارند، مشاهده می‌کنیم که روی کرهٔ زمین هیچ دو خط موازی وجود ندارد و همهٔ خط‌ها متقاطع‌اند.

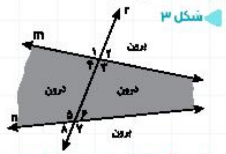
حال اگر دنیای دیگری را تصور کنیم و فرض بگیریم در دنیای ما، تمام نقطه‌ها درون یک دایره باشند و وترهایی از این دایره را که دو سر آن‌ها خالی است، در نظر بگیریم و آن‌ها را به‌عنوان خط بپذیریم (شکل ۲)، برخلاف دنیای قبلی، این بار از نقطهٔ p دو خط n و r با خط m هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند. در واقع، از نقطهٔ p دو خط به موازات خط m رسم شـــده‌اند.



شکل ۲

هر آنچـــه را که در بالا توضیـــح دادیم، مقدمه‌ای برای یکی از مهم‌ترین اصل‌های هندسهٔ اقلیدسی است که آن را «اصل پنجم اقلیدس» می‌نامند. داستان از اینجا شروع می‌شود که **اقلیدس** حدود دو هزار ســـال قبل هندسه‌ای را بنا می‌کند که امروز به نام هندســـهٔ اقلیدسی معروف است و همین هندسه‌ای است که از ابتدایی تا آخر متوسطه با آن سروکار داریم. این هندسه، اصلی را مطرح می‌کند که آن را اصل پنجم اقلیدس یـــا «اصل توازی» می‌نامنـــد. برای آنکه بفهمیم اقلیدس چه چیزی را مطرح می‌کند، به بیان مقدماتی نیاز داریم. در شکل ۳، خط r دو خط m و n را قطع کرده است. در این صورت خط r را «خط قاطع» می‌نامند.

شکل ۳



خطی را که دو یا بیشتر خط‌های هم‌صفحهٔ خود را در نقطه‌های متمایز قطع کند، خط قاطع می‌نامند.

در شکل ۳، خط r دو خط m و n را قطع کرده و هشـــت زاویه را که از شمارهٔ ۱ تا ۸ برچســـب‌گذاری شده‌اند، ساخته است. زاویه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ که قسمتی از درون آن‌ها بین دو خط m و n واقع‌اند و آن‌ها را «زاویه‌های درونی» و زاویه‌های ۱، ۲، ۷ و ۸ را که درون آن‌ها بیرون دو خط هستند، «زاویه‌های برونی» می‌نامند.

زاویه‌های درونی را که مجاور نیستند و در دو طرف خط قاطـــع واقع‌اند، **زاویه‌های متبادل داخلی** می‌نامند؛ مانند ۴∠ و ۶∠ و همچنین ۳∠ و ۵∠.

زاویه‌های درونی را که مجاور نیستند و در یک طرف خط قاطع واقع‌اند، **زاویه‌های متقابل داخلی** می‌نامند؛ مانند ۴∠ و ۵∠ و همچنین ۳∠ و ۶∠.

زاویه‌های غیرمجاور را که در یک طرف خط قاطع و یکی درونی و دیگری برونی باشند **زاویه‌های متناظر** می‌نامند؛ مانند ۱∠ و ۵∠، ۸∠ و ۴∠، ۶∠ و ۲∠ یا ۷∠ و ۳∠.

زاویه‌هـــای غیرمجاور خارجـــی را که در دو طرف خط قاطـــع واقع‌اند، **زاویه‌های متبادل خارجی** می‌نامند؛ مانند ۱∠ و ۷∠ یا ۲∠ و ۸∠.

اکنون که با زاویه‌های پدیدآمده توسط یک خط قاطـــع که دو خط دیگر را قطع کرده است آشنا شدیم، یکی از مهم‌ترین ویژگی‌ها در مورد خط‌های موازی را بیان می‌کنیم. این ویژگی یا بهتر بگوییم این اصل، اساس بنا نهادن هندســـهٔ اقلیدس است. در واقع این به‌نوعی معادل همان اصلی اســـت که اقلیدس بیان کرد؛ اما صورت ساده‌تری دارد. آنچه لازم است بفهمیم چنین است:

زاویه‌هایی که توسط دو خط موازی و یک خط قاطع شـــکل می‌گیرند، یا اندازه‌های برابر دارند یا مکمل‌اند.

اصل زاویه‌های متقابل داخلی

هرگاه خط قاطعی دو خط موازی را قطع کنـــد، آن‌گاه زاویه‌هـــای متقابل داخلی مکمل‌اند.

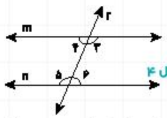
اگر: $m \| n$ و r دو خط m و n را قطع کند (شکل ۴)، آنگاه ۳∠ و ۶∠ و همچنین ۴∠ و ۵∠ مکمل‌اند؛ یعنی:

$$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$$

و

$$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$$

اکنون بیان اقلیدس را بهتر متوجه می‌شویم.

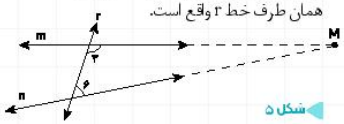


شکل ۴

اقلیدس این اصل را به‌صورت دیگری بیان کرد که چنین است:

اصل پنجم اقلیدس: هرگاه در صفحه، خط قاطعی دو خط را قطع کند و مجموع اندازه‌های دو زاویهٔ متقابل داخلی در یک طرف قاطع کوچک‌تر از °۱۸۰ باشد، آنگاه این دو خط در همان طرف قاطع، یکدیگر را قطع می‌کنند.

در شکل ۵، خط r دو خط m و n را قطع کرده است و داریم $m\angle 3 + m\angle 6 < 180^\circ$. در این صورت خط‌های m و n یکدیگر را در نقطه‌ای مانند M قطع می‌کنند که در همان طرفـــی از خط r قرار دارد که یکی از ضلع‌های زاویه‌هـــای ۳∠ و ۶∠ نیز در همان طرف خط r واقع است.



شکل ۵

با کمی تفکر شـــاید بتوانید رابطه‌ای بین دو اصل بالا پیدا کنید. البته اینکه از یکی دیگـــری را نتیجه بگیریم، در حال حاضر ســـاده نخواهد بود. اما چرا اصل زاویه‌های متقابـــل داخلی را در کتاب‌های درســـی مطرح می‌کنند، در حالی که اصل پنجم اقلیدس را مطرح نمی‌کنند؟

پاســـخ به این پرســـش ســـاده است. در ســـال‌های اولیـــه کـــه دانش‌آمـــوزان با مفهوم‌های جدید آشنا می‌شوند، مسلماً بیان مفهوم‌ها با زبان ساده‌تر و کاربردی‌تر از توصیه‌های آموزشگران ریاضی است.

مشاهده خواهیم کرد که اصل زاویه‌های متقابل داخلی هم ساده‌تر و هم کاربردی‌تر است. اما به کار بردن خود اصل پنجم به همین صورت ساده نیست و به‌کاربردن آن در حل مسئله‌ها و قضیه‌ها مشکل‌تر است.

اصل پنجـــم اقلیدس، یکی از جذاب‌ترین مسئله‌هایی اســـت که در حدود بیش از دو هزار سال تعداد زیادی از ریاضی‌دان‌ها در صـــدد اثبـــات آن از روی اصل‌هـــای دیگر برآمده‌انـــد. در این میان می‌توان از **خیام** و **خواجه نصیرالدین‌طوســـی**، ریاضی‌دان‌های ایرانی نیز نام برد. اما همهٔ این تلاش‌ها با شکست روبه‌رو شدند. این اصل بـــا بقیهٔ اصل‌ها متفـــاوت بود. خود اقلیدس هم تا زمانی که مجبور نمی‌شد، از این اصل استفاده نمی‌کرد.

در هـــر دوره از تاریخ که ریاضی‌دان‌ها به بررسی هندسه پرداخته‌اند، همواره چهار اصل اول اقلیدس را به‌سادگی پذیرفته‌اند، اما اصل پنجم تا قرن نوزدهم همواره مورد شـــک و تردید بوده اســـت. البته همین شـــک و تردیدها بود که موجب پیدایش هندســـه‌هایی به غیر از هندسهٔ اقلیدسی

شد که به «هندسه‌های نااقلیدسی» معروف هستند. دو مثالی که دربارهٔ صفحهٔ کروی و نقطه‌های درون یک دایره در ابتدای این بخش مطرح کردیم، مثال‌هایی از این هندسه‌ها هستند. اینکه چگونه این هندسه‌ها با اصل توازی ارتباطی پیدا می‌کنند، بحث مفصلی است که هرچه جلوتر می‌رویم، واضح‌تر خواهد شد.

در طول این قرن‌ها ریاضی‌دان‌ها حتی سعی کردند، صورت ساده‌تری را جایگزین اصل پنجم کنند. در این تلاش‌ها ظاهراً خواجه نصیرالدین طوسی، دانشمند ایرانی، اولین کسی بود که به رابطهٔ اصل پنجم و اینکه مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث °۱۸۰ است، پی برد.

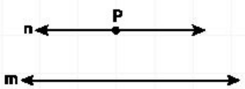
در شماره‌های آینده نشان خواهیم داد که چگونه آن را ثابت می‌کنیم. افراد دیگری، از جمله **لژاندر**، **ساکری**، **لامبرت** و **والیس** نیز چنین کوشش‌هایی را انجام دادند اما هیچ‌کدام به نتیجه‌ای نرسیدند.

در سال ۱۷۹۵، ریاضی‌دانی به نام **جان پلی‌فر**، یک کتاب درسی هندسهٔ مقدماتی نوشت که چندین بار چاپ شد.

در این کتاب پلی فر صورت معادلی برای اصل پنجم بیان کرد که درک آن بسیار ساده است و هنوز هم در بسیاری از کتاب‌های درسی دنیا به‌کار می‌رود. این اصل جایگزین اصل پنجم شد که به این صورت است:

اصل پلی‌فر: از نقطهٔ p غیر واقع بر خط m، یک و تنها یک خط می‌توان به موازات خط m رسم کرد.

همان‌طور که در شکل ۶ می‌بینید، یک و تنها یک خط n از نقطهٔ p به موازات خط m می‌توان رسم کرد.



شکل ۶

شاید ابتدا فکر کنید که تاکنون سه نوع اصل را در ارتباط با خط‌های موازی بیان کرده‌ایم، چگونه این‌ها با هم در ارتباط هستند. اما ثابت می‌شود که هر کدام از این سه اصل را به‌نوعی بپذیریم، می‌توانیم بقیه را ثابت کنیم که البته در حال حاضر وارد این بحث‌ها نخواهیم شد.

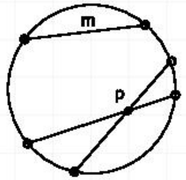
نکتهٔ جالبی که از اصل پلی‌فر می‌توان دریافت این است که شناخت هندسه‌های نااقلیدسی را ساده‌تر می‌کند.

در واقع بعداً ریاضی‌دان‌های معروفی مانند **لباچفسکی** و **بویایی** و **گاوس** دریافتند که اصل پنجم قابل اثبات نیست، بلکه در دنیای خودش برقرار است. اگر بپذیریم که از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، یک و تنها یک خط نمی‌توان به موازات خط مفروض رسم کرد، یا از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، هیچ خطی نمی‌توان به موازات آن رسم کرد، یا از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط بیش از یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد، هر یک از این سه اصل خود به هندسه‌ای متفاوت با دیگری منجر می‌شود. در واقع، اگر نقطهٔ p غیرواقع بر خط m مفروض باشد:

۱. اگر بپذیریم که از نقطهٔ p یک و فقط یک خط به موازات m رسم می‌شود، آن را «هندسهٔ اقلیدسی» می‌نامیم: هندسه‌ای که شما با آن آشنا هستید.

۲. اگر بپذیریم که از نقطهٔ p هیچ خطی به موازات m رسم نمی‌شود، آن را «هندسهٔ بیضوی» می‌نامند که حالتی از آن، همان هندسهٔ روی کره است که قبلاً توضیح دادیم.

۳. اگر بپذیریم که از نقطهٔ p بیش از یک خط به موازات خط m رسم می‌شود، آن را **«هندسهٔ هذلولوی»** می‌نامند که مثالی از آن را در مورد نقطه‌های درون یک دایره بیان کردیم.



شکل ۷

درحقیقت بعد از ۱۸۰۰ سال، ریاضی‌دان‌ها دریافتند که چرا نباید به دنبال اثبات اصل پنجم اقلیدس بروند. در واقع ما سه دنیای متفاوت داریم که هر کدام هندسهٔ خودش را دارد.

داستان کشف هندسه‌های نااقلیدسی بسیار جالب و آموزنده است. ریاضی‌دان‌هایی وجود دارند که سال‌های زیادی از عمر خود را صرف کشف این هندسه‌ها کردند. بعضی موفق نشدند، اما بعضی هم موفق شدند. مثلاً، ریاضی‌دانی به نام **فورکوش بویایی** ۳۰ سال از عمر خود را روی این کار گذاشت و موفق نشد. در عوض پسر او، **یانوش بویایی**، موفق به چنین کاری شد. نامه‌ای از پدر به پسر وجود دارد که بسیار آموزنده است. پدر به پسر می‌نویسد: «تو نباید برای گام نهادن در راه موازی‌ها تلاش کنی. من پیچ‌وخم‌های این راه را از اول تا آخر می‌شناسم، راه به جایی نخواهی برد.» اما بویایی جوان از اخطار پدر نهراسید، زیرا که اندیشه‌ای کاملاً تازه در سر می‌پروراند و در انتها موفق شد.

اکنون که خیلی خلاصه در مورد داستان خط‌های موازی مطالبی را بیان کردیم، به بحث اصلی برمی‌گردیم و در این راستا اگر لازم باشد، توضیح‌هایی را خواهم داد.

بعد از کشف هندسه‌های نااقلیدسی و اینکه تکلیف اصل پنجم روشن شد، از اوایل قرن بیستم به بعد، ریاضی‌دان‌ها به فکر ساختاری اساسی برای هندسهٔ اقلیدسی و به‌ویژه هندسهٔ دبیرستانی افتادند. **هیلبرت** اولین ریاضی‌دانی بود که هندسهٔ اقلیدسی را از نو بازسازی کرد. او نقص‌های کار اقلیدس را در مورد این هندسه برطرف کرد و حتی اصل‌های جدیدی را به این هندسه افزود.

از سال ۱۹۶۰، ریاضی‌دان‌های دیگری نیز ساختارهای ساده‌تری را برای هندسه مطرح کردند.

درسال ۲۰۰۰، «انجمن بین‌المللی معلمان ریاضی» که به اختصار (NCTM) نامیده می‌شود، توصیه‌هایی کلی در آموزش ریاضی و به‌ویژه در هندسه مطرح کردند که هنوز هم در اکثر کتاب‌های درسی هندسه از آن‌ها استفاده می‌شود.

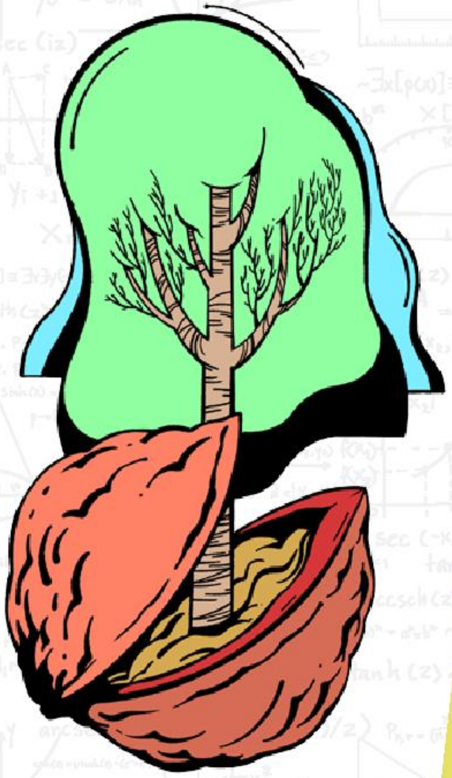
همچنین، دسته اصل‌هایی به نام «پروژهٔ ریاضیات مدرسه‌ای دانشگاه شیکاگو» مطرح می‌شوند که در آن‌ها توصیه می‌شود، به جای اصل پنجم در هندسهٔ مدرسه‌ای، اصل زاویه‌های «متقابل داخلی» یا «متبادل داخلی» مطرح شود. این توصیه از نظر آموزشی مفید به نظر می‌رسد و کار ساختن هندسه را در ریاضیات مدرسه‌ای ساده‌تر می‌کند. در بخش بعدی از آن استفاده می‌کنیم و هندسه را پیش خواهیم برد.

با اسکن رمزینه، مراحل ترسیمات هندسی را مشاهده کنید

ماجراهای کلاس ریاضی

سود باغ‌های گردو

داود معصومی‌مهوار



من: نرگس، لطفاً مسئله را بخوان تا حلش کنیم. تا می‌توانی از حافظه‌ات کمک بگیر و از رو نخوان.

نرگس: پارسا و پریسا دو باغ گردو دارند: یک باغ کوچک قدیمی که دوسوم آن مال پارسا و یک‌سوم آن مال پریسا است و باغی جدید که هر دو با هم آن را احداث کرده‌اند و هر دو در آن سهم برابر دارند. امسال آن‌ها گردوهای هر دو باغ را به یک قیمت فروختند و پس از محاسبه و کسر هزینه‌ها متوجه شدند که به ازای هر متر مربع از باغ، ۵۰ هزار تومان سود کرده‌اند. حالا باید نسبت سود امسال پریسا و پارسا را پیدا کنیم.

سایه: من نسبت سود آن‌ها را همان ۲ به ۱ پیدا کردم

و با اشارهٔ من سایه پای تخته رفت تا استدلال و راه حل خود را بنویسد.

سود پریسا = یک‌سوم مساحت باغ قدیمی × ۵۰۰۰۰ + ~~نصف مساحت باغ جدید × ۵۰۰۰۰~~

سود پارسا = دوسوم مساحت باغ قدیمی × ۵۰۰۰۰ + ~~نصف مساحت باغ جدید × ۵۰۰۰۰~~

$\Rightarrow \dfrac{\cancel{\text{مساحت باغ قدیمی}} \times \frac{1}{3} \times \cancel{50000}}{\cancel{\text{مساحت باغ قدیمی}} \times \frac{2}{3} \times \cancel{50000}}$

$\Rightarrow \dfrac{1/3}{2/3} = \dfrac{\frac{1}{3} \times 3}{\frac{2}{3} \times 3} = \dfrac{1}{2}$

استدلال سایه

زهرا: من مخالفم. در اینجا ما می‌خواهیم نسبت سود دو نفر را محاسبه کنیم، ولی سایه جور دیگری با سود این دو نفر رفتار کرده است. انگار سود این دو نفر را در دو طرف یک معادله دارد! و همان‌جور که مقدارهای مساوی را از دو طرف معادله حذف می‌کنیم، اینجا هم سود حاصل از باغ جدید را برای هر دو نفر حذف کرده است. اینجا ما مجاز به چنین کاری نیستیم.

فرحناز: خب سایه برای این کار استدلال داشت که ننوشت. او گفت که سود حاصل از باغ جدید برای هر دو نفر یکسان است، پس تأثیری در نتیجه ندارد. بنابراین برای اینکه بفهمیم سود پارسا چقدر بیشتر است، باید به سراغ سود باغ قدیمی برویم.

مریم: همین استدلال هم درست نیست. اصلاً قرار نیست بفهمیم سود پارسا چقدر بیشتر است. قرار است نسبت سود دو نفر را پیدا کنیم. پس همان اول باید سراغ نسبت این دو عدد برویم:

مساحت باغ قدیمی $= 3s$

مساحت باغ جدید $= 2t$

$\dfrac{\text{سود پریسا}}{\text{سود پارسا}} = \dfrac{s \times 50000 + t \times 50000}{2s \times 50000 + t \times 50000} = \dfrac{s+t}{2s+t}$

استدلال مریم

مریم: می‌بینیم که نسبت سود این دو نفر برابر $\frac{s+t}{2s+t}$ شده است. روشن است که ساده کردن t از صورت و مخرج کسر جایز نیست.

سایه: خب من اصلاً چنین استدلالی نداشتم که این ایراد را داشته باشم. خودت راه مرا کج‌وکوله کرده‌ای و خودت هم از راه کج‌وکوله‌شده ایراد می‌گیری! اصلاً هم به استدلال من گوش نمی‌دهی! من گفتم بخشی از سود این دو نفر که مربوط به باغ جدید است، برای هر دو نفر برابر است و یکسان عمل می‌کند و

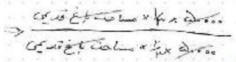
بنابراین سراغ سود باغ قدیمی می‌رویم.

سعیده: به نظر من راه مریم یک اشکال اساسی دارد: اصلاً نسبت سود دو نفر را به دست نمی‌آورد. با این حال مریم با تکیه به همین راه حل بی‌نتیجه از راه سایه ایراد می‌گیرد. فکر می‌کنم راه مریم در این مسئله درست نیست و باید فکر دیگری بکنیم. مثلاً حتی اگر راه سایه را ناقص یا مشکل‌دار می‌دانیم، باید تلاش کنیم تا آن را بازسازی و ایرادهایش را برطرف کنیم.

من: فکر می‌کنم به‌قدر کافی هر دو طرف دفاع‌های خود را گفته‌اند. حالا حواستان به من باشد. چیزهای خوبی یاد خواهید گرفت. یک اشتباه را هر دو طرف مرتکب شدید: اینکه می‌گفتید «فلان کار اینجا درست نیست». شاید بزرگ‌ترین درسی که امروز دربارهٔ استدلال یاد می‌گیرید این باشد که همین حرف را نزنید و بدانید که چرا نباید چنین چیزی بگویید.

لیلا: راستش من کمی گیج شدم. به نظرم زهرا چنین چیزی گفت و اتفاقاً بجا هم بود. او گفت که حذف‌کردن دو مقدار مساوی مربوط به معادله می‌شود و ما اینجا معادله نداریم و نباید چنین کاری کنیم. از طرف دیگر، نفهمیدم که سایه و طرفداران راه‌حل او، کی حرف مشابهی زده‌اند! هیچ کدامشان نگفتند «فلان کار اینجا درست نیست».

من: لیلا درست تشخیص داد. دقیقاً مشکلم با همین حرف زهرا است. برای نقد یک استدلال باید پایه‌های آن را تشخیص دهیم و دقیق بررسی کنیم. درست است که مثلاً در معادله می‌توان مقدارهای برابر را از دو طرف حذف کرد، ولی واقعیت این است که در جاهای دیگری هم، مانند اتحادها، می‌توان چنین کاری کرد. بگذریم. من اگر بخواهم راه سایه را نقد کنم، اشکالی اساسی‌تر می‌گیرم. او نوشته است:



بخشی از استدلال سایه

او در اینجا از گفته‌های قبلی خود نتیجه گرفته است، ولی به جای اینکه یک گزاره (جمله) را نتیجه بگیرد، یک عدد را نتیجه گرفته است. این نوشته اصلاً معنا ندارد. مثل این است که بنویسیم:

$$۵^۲ = ۲۵ \Rightarrow \sqrt{۲۵} \text{ یا } \frac{۳^۲}{۱} \Rightarrow \frac{۹}{۶۱}$$

که هیچ کدام معنا ندارند. نتیجه‌گیری تنها از گزاره‌ها ممکن است و تنها گزاره‌ها را نتیجه می‌گیریم، نه عدد را!

سایه: فکر کنم دارید سخت‌گیری می‌کنید! این اشکال‌ها درست‌شدنی هستند.

من: سخت‌گیری نیست. اگر تلاش کنی اشکال‌ها را درست کنی، بالاخره مجبور خواهی شد سراغ نسبت سود دو نفر بروی و به محض اینکه این نسبت را بنویسی، خود را در تنگناهایی خواهی دید. به قول مریم ساده‌کردن از صورت و مخرج کسر را لازم داری که ابتدا باید ببینی شرایط آن مهیاست یا نه.

مریم: خب خانم من هم که همین ایراد را گرفته بودم!

من: من همان حرف تو را نمی‌زنم. من می‌گویم که بخشی از نوشته‌های سایه بی‌معناست! ولی تو می‌گفتی اشتباه است و درست نیست. یعنی فکر می‌کردی معنا دارد، ولی معنای درستی ندارد. همین سهل‌انگاری‌ها باعث می‌شوند راه کج‌تر شود و نتیجه‌های عجیب‌وغریب پدیدار شوند.

لیلا: پس منظور شما این است که راه‌حل سایه در کل بی‌معنی است و تا این اشکال اساسی برطرف نشود، نقد دیگری نباید بر آن داشته باشیم؟

من: دقیقاً همین منظور را دارم و اصلاً هم سخت‌گیری نیست. حرف معنادار زدن ساده‌ترین انتظار است. اما برویم سراغ این جملهٔ مهم که «فلان کار اینجا درست نیست». ببینید، نتیجه‌گیری هر جور که باشد، بالاخره بر یک اساس و پایه‌ای استوار شده است. مثلا ساده‌ترین نوع نتیجه‌گیری استفاده از قضیه‌هاست. مانند قضیهٔ $a \times b = ۰ \Rightarrow a = ۰$ یا $b = ۰$ که قبلاً هم به آن اشاره کرده بودیم. یا این قضیه که: «حاصل‌ضرب هر عددی در صفر برابر با صفر می‌شود.» یا قضیه‌ای کمی پیچیده‌تر، مانند قضیهٔ فیثاغورس که بعداً با آن آشنا خواهید شد. این قضیه بیان می‌کند که: «اگر مثلثی قائم‌الزاویه باشد، آنگاه مربع طول وتر (ضلع روبه‌رو به زاویهٔ قائمه) آن برابر است با مجموع مربع‌های طول دو ضلع دیگر.» پس هر جا مثلثی قائم‌الزاویه داشتید، مطمئن باشید که مربع طول وتر آن برابر با مجموع مربع‌های طول دو ضلع دیگرش خواهد بود. چون خیلی ساده می‌توانید استدلال درستی قضیهٔ فیثاغورس را برای آن مثلث به کار ببرید.

خلاصه هرگاه فرض‌های قضیه‌ای درست بود، حتماً حکم و نتیجهٔ آن هم درست خواهد بود. زیرا شما می‌توانید همان استدلال درستی قضیه را یک بار دیگر در مسئلهٔ خودتان تکرار کنید و درستی نتیجه را به اثبات برسانید. از این پس نگویید که فلان استدلال اینجا به کار نمی‌آید. اگر مقدمات و مفروضات آن استدلال را دارید و می‌دانید که درست هستند، حتماً باید نتیجهٔ آن استدلال را هم بپذیرید. به یاد بیاورید که سعیده گفت: «راه مریم نسبت خواسته‌شده را به دست نمی‌آورد. پس درست نیست و باید فکر دیگری بکنیم.» این گفتهٔ سعیده هم شبیه همان جمله است که «فلان کار اینجا درست نیست». ببینید چه ایرادی به مریم می‌گیرد. می‌گوید راه او نسبت خواسته‌شده را به دست نمی‌دهد! خب شاید اصلاً نسبت خواسته‌شده قابل محاسبه نیست! برای رد حرف مریم، باید نشان دهید که یکی از جمله‌ها یا نتیجه‌گیری‌های او فاسد و نادرست است که سعیده چنین کاری نکرد.

بهناز: خب مثل اینکه همه اشتباه کرده‌اند! پس بالاخره نسبت سود پریسا و پارسا چقدر است؟

من: در این محاسبه، مریم درست استدلال کرد. او به خوبی این نسبت را برابر با $\frac{s+t}{۲s+t}$ محاسبه کرد که در آن مساحت باغ قدیمی برابر با $۳s$ و مساحت باغ جدید برابر با $۲t$ است. و البته این مقدار، مقدار ثابتی نیست و به s و t بستگی دارد؛ ببینید:

$$۳s = ۳۰۰۰ \text{ و } ۲t = ۲۰۰۰ \Rightarrow \frac{s+t}{۲s+t} = \frac{۱۰۰۰+۱۰۰۰}{۲۰۰۰+۱۰۰۰} = \frac{۲}{۳}$$

$$۳s = ۳۰۰ \text{ و } ۲t = ۲۰۰۰۰ \Rightarrow \frac{s+t}{۲s+t} = \frac{۱۰۰+۱۰۰۰۰}{۲۰۰+۱۰۰۰۰} = \frac{۱۰۱}{۱۰۲}$$

$$۳s = ۱۵۰۰ \text{ و } ۲t = ۲۰۰۰ \Rightarrow \frac{s+t}{۲s+t} = \frac{۵۰۰+۱۰۰۰}{۲۰۰۰+۱۰۰۰} = \frac{۱}{۲}$$

بهناز: پس اساساً خود مسئله اشتباه بود؟

من: نه مسئله اشتباه نبود. بالاخره نسبت سود این دو نفر یک عدد است که مریم آن را پیدا کرد، ولی این عدد ثابت نیست و به مساحت باغ‌ها بستگی دارد.

برای دیدن مراحل حل، رمزینه را اسکن کنید.

چطور رسم کنیم؟

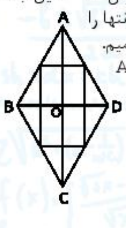
جلال سرحدی

راه‌های رسیدن به لوزی

همان‌گونه که در شماره‌های قبلی ملاحظه فرمودید، باهدف آشنایی بیشتر شما عزیزان با رسم شکل‌های هندسی، طریقهٔ رسم مثلث، مربع، مستطیل و متوازی‌الاضلاع را در قالب حل چند مسئله توضیح دادیم. حالا چند مسئلهٔ رسم لوزی تقدیم شما می‌شود.

۱ وسط‌های سه ضلع از یک لوزی داده شده است. آن را رسم کنید.

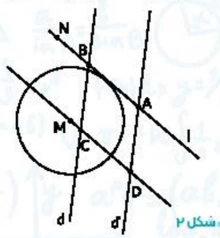
حل: وسط‌های ضلع‌های هر لوزی، رأس‌های یک مستطیل هستند. با مشخص بودن سه رأس می‌توانیم مستطیل را رسم کنیم. سپس خط‌هایی موازی ضلع‌های مستطیل که از مرکز آن می‌گذرند، می‌کشیم و روی آن پاره‌خط‌هایی به اندازهٔ طول و عرض مستطیل جدا می‌کنیم. نقطه‌های انتها را A، B، C و D می‌نامیم. چهارضلعی ABCD لوزی مورد نظر است.



شکل ۱

۲ لوزی ABCD را طوری رسم کنید که دو ضلع آن روی دو خط موازی d و d' باشد و دو ضلع دیگرش از دو نقطهٔ مفروض M و N بگذرند.

حل: دایره‌ای به مرکز M و شعاع فاصلهٔ بین دو خط d و d' را رسم می‌کنیم. از N خطی مماس بر دایره می‌کشیم و آن را l می‌نامیم. از M موازی l خطی رسم می‌کنیم. نقطه‌های برخورد این چهار خط، لوزی مطلوب را مشخص می‌کند (شکل ۲).

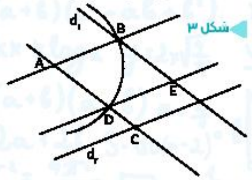


شکل ۲

۳ لوزی‌ای رسم کنید که یک رأس آن معلوم باشد و ضلع‌هایش موازی با دو خط متقاطع d_1 و d_2 باشند.

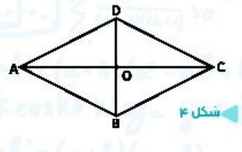
حل: فرض کنیم رأس A معلوم است. از A دو خط، موازی با d_1 و d_2 رسم می‌کنیم تا این دو خط را در B و C قطع کنند. به مرکز A و شعاع AB دایره‌ای می‌کشیم تا نقطهٔ D به‌دست آید. از D موازی AB رسم می‌کنیم تا رأس بعدی لوزی مشخص شود. مسئله بی‌شمار جواب دارد (شکل ۳).

شکل ۳



۴ لوزی‌ای رسم کنید که طول ضلع و یکی از قطرهایش معلوم باشد.

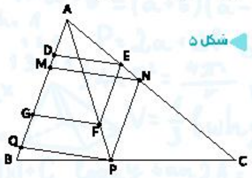
حل: فرض کنیم طول ضلع و اندازهٔ قطر AC معلوم باشد. اگر O مرکز و A و B دو رأس مجاور باشند، مثلث قائم‌الزاویه OAB قابل رسم است. سپس به سادگی لوزی کشیده می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴

۵ در مثلث مفروض ABC، یک لوزی با زاویه‌های معلوم چنان رسم کنید که دو رأس آن بر AB و دو رأس دیگرش بر AC و BC واقع باشند.

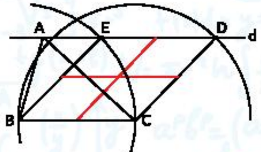
حل: از نقطهٔ دلخواه D روی AB زاویه‌ای برابر با زاویهٔ داده شده خارج می‌کنیم تا AC را در E قطع کند سپس لوزی DEFG را با زاویه‌های داده شده رسم می‌کنیم. امتداد AF، ضلع BC را در P قطع می‌کند. از P، موازی با AB و DE رسم می‌کنیم و نقطه‌های تقاطع با اضلاع را N و Q می‌نامیم. از N خطی موازی با PQ رسم می‌کنیم تا AB را در M قطع کند. چهارضلعی MNPQ لوزی مطلوب است (شکل ۵).



شکل ۵

۶ مثلث ABC مفروض است. لوزی‌ای رسم کنید که مساحتش نصف مساحت مثلث باشد (مقدار مساحت مثلث را نمی‌دانیم).

حل: از رأس A خط d را موازی BC رسم می‌کنیم. به مرکز C و شعاع BC دایره‌ای می‌کشیم تا خط d را در نقطهٔ D قطع کند. همچنین، به مرکز B و شعاع BC دایرهٔ دیگری می‌کشیم تا خط d را در E قطع کند. سپس وسط‌های ضلع‌های روبه‌رو در چهارضلعی BCDE را به هم وصل می‌کنیم. چهار لوزی با مساحت نصف $ABC\triangle$ به‌دست می‌آید (شکل ۶).

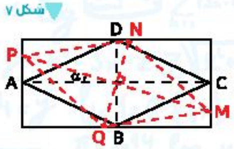


شکل ۶

۷ در مستطیل مفروض، یک لوزی با بیشترین مساحت محاط کنید.

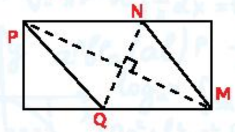
حل: ابتدا باید مشخص کنیم از بین لوزی‌های محاط در مستطیل، کدام‌یک بیشترین مساحت را دارد. اگر وسط ضلع‌های مستطیل را به هم وصل کنیم، یک لوزی با مساحت نصف مساحت مستطیل حاصل می‌شود. این لوزی را ABCD می‌نامیم. حال لوزی دیگری محاط در مستطیل در نظر می‌گیریم (PQMN). واضح است که PM>AC و QN>DB. پس: $S_{PQMN}>S_{ABCD}$ (شکل ۷).

شکل ۷



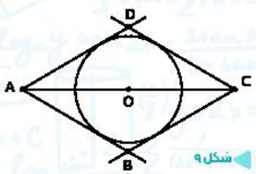
هر قدر زاویهٔ α بزرگ‌تر باشد، مساحت لوزی نیز بیشتر می‌شود. پس حداکثر مساحت مربوط به لوزی‌ای است که دو رأس آن بر دو رأس مستطیل منطبق باشد (شکل ۸).

شکل ۸



۸ طول یک قطر و شعاع دایرهٔ محاطی یک لوزی معلوم است. آن را رسم کنید.

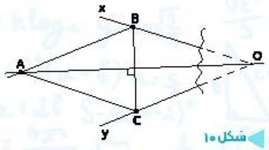
حل: فرض کنیم r شعاع دایرهٔ محاطی باشد نخست قطر معلوم لوزی (مثلاً AC) را رسم می‌کنیم و نقطهٔ وسط آن را O می‌نامیم. به مرکز O و شعاع r دایره‌ای می‌کشیم. سپس از A و C دو مماس بر دایره رسم می‌کنیم. از برخورد مماس‌ها، نقطه‌های B و D به‌دست می‌آیند که دو رأس دیگر لوزی هستند (شکل ۹).



شکل ۹

۹ زاویه‌ای را در نظر بگیرید که رأسش در دسترس نیست. دو نقطه روی ضلع‌های آن زاویه مانند B و C و نقطهٔ دیگری مانند A را طوری پیدا کنید که این سه نقطه به همراه رأس زاویه، رأس‌های یک لوزی باشند (با استفاده از لوزی رسم شده، نیم‌ساز زاویهٔ مفروض را رسم کنید).

حل: از نقطهٔ دلخواه B روی ox، خطی به موازات oy رسم می‌کنیم. سپس نیم‌ساز زاویهٔ B را رسم می‌کنیم تا oy را در C قطع کند. عمودمنصف BC، خط رسم شده از B را در A قطع می‌کند (شکل ۱۰). چهارضلعی ACOB لوزی مطلوب است (عمودمنصف BC نیم‌ساز زاویهٔ O است).

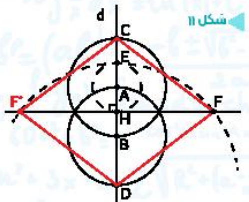


شکل ۱۰

۱۰ با خط‌کش غیرمدرج (خط‌کشی که هیچ شماره و اندازه‌ای ندارد و با آن فقط می‌توانیم خط راست بکشیم) و پرگار، یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن به نسبت ۳ به ۴ باشد.

حل: ابتدا خطی رسم می‌کنیم و آن را d می‌نامیم. به مرکز نقطه‌ای مانند A روی خط d و به شعاع دلخواه دایره‌ای می‌کشیم تا d را در نقطه‌های B و C قطع کند. سپس به مرکز B و شعاع AB دایره‌ای رسم می‌کنیم تا نقطهٔ D به‌دست آید. عمودمنصف CD را می‌کشیم و پای عمود را H می‌نامیم. دایره‌ای که به مرکز A و شعاع AH رسم شود، خط d را در نقطهٔ E قطع می‌کند. سپس دایرهٔ دیگری به مرکز D و شعاع DE رسم می‌کنیم تا عمودمنصف CD را در F و F′ قطع کند. نقطه‌های F، D، F′ و C رأس‌های لوزی مطلوب هستند (شکل ۱۱).

شکل ۱۱



محمدحسین دیزجی

ایجاد نیاز برای یادگیری

گزارشی از یک کلاس ریاضی دبیرستان علامه حلی شماره ۱۰ تهران

«حل مسئله با استفاده از نظریهٔ بازی‌ها شیوه‌ای است که در آن دانش‌آموز کمتر با فرمول‌های پیچیده روبه‌رو می‌شود و بیشتر از هر عنصر دیگری در مهارت‌های خودش، از استدلال و استعداد تحلیلی که دارد استفاده می‌کند. در نتیجه در روند حل مسئله با راه‌حلی واضح‌تر و قابل درک‌تر به پاسخ می‌رسد که باعث می‌شود زودتر به جواب دست پیدا کند. هندسهٔ برداری یکی از کاربردی‌ترین مباحث هندسه است که در آن از خواص بردار و کاربردهای آن برای حل ساده‌تر مسئله‌های هندسهٔ مسطحه و حتی هندسهٔ فضایی استفاده می‌شود. یکی از مباحث اساسی و خلاقیتی ترکیبیات، نظریهٔ بازی‌هاست. این نظریه شامل سؤال‌ها و مسئله‌های خلاقیتی است که عموماً برای حل آن‌ها تنها به هوش و خلاقیت نیاز است و دانش زیادی برای حل آن‌ها لازم نیست. یکی از مهم‌ترین کاربردهای نظریهٔ بازی‌ها توانمندشدن ذهن در ساختن راهبردهای منطقی و بهینه است که در برنامه‌نویسی به کمک آن می‌توانیم کدها را بهینه‌تر و منطقی‌تر بنویسیم.» همین چند خط ساده که شما الان خواندید ما را از دفتر مجله کشاند به یکی از کلاس‌های ریاضی دورهٔ اول «دبیرستان علامه حلی شمارهٔ ۱۰» در منطقهٔ ۱۳ شهر تهران تا در کلاس آن‌ها بنشینیم و چند دانش‌آموز خوش‌ذوق دربارهٔ آن برایمان صحبت کنند. این گزارش ارتباط مستقیمی با مطلب «مخاطبان دیروز و امروز برهان» همین شماره دارد. اگر این گزارش و آن مقاله را مطالعه کنید، حساب کار دستتان می‌آید. با ما همراه باشید.

جلیل علوی‌نیا و **سبحان آرام** که مقدمهٔ گزارش ما با حرف‌های آنان آغاز شد، همراه با چند نفر دیگر از دوستان و دبیر ریاضی خودشان ما را به مدرسه دعوت کردند تا به ما بگویند از طریق روش برداری و نظریهٔ بازی‌ها می‌توان نگاه تازه‌ای به حل مسائل هندسه و ریاضی داشت. ما هم روی صندلی کلاس در کنار آقای **سلطان‌احمدی**، دبیر ریاضی نشستیم تا آن‌ها پای تخته بروند و برایمان توضیح بدهند.

از جلیل که پای تخته در حال حل یک مسئله است می‌پرسم: «در این روش چقدر خلاقیت برای یادگیری بهتر وجود دارد؟»
او می‌گوید: «در روش نظریهٔ بازی‌ها، با توجه به نمونه‌هایی که دوستان دیگر من هم مطرح کردند، راه‌حل‌ها خیلی به قوهٔ درک و استدلال دانش‌آموز وابسته‌اند. به همین دلیل هم استفاده از چنین روشی، خلاقیت بسیار زیادی را برای به نتیجه رساندن یافته‌هایشان و حل مسئله می‌طلبد.»

تفکر طولانی‌مدت

از سبحان می‌پرسم: «اگر در این مسیر و روش تازه‌ای که یاد گرفته‌اید، با سؤال‌های تازه‌ای روبه‌رو بشوید، آن را چطور به جواب می‌رسانید. مثلاً از معلم ریاضی کمک می‌گیرید یا کتابی را مطالعه می‌کنید؟»
سبحان در حالی که تمرین تازه‌ای را برایمان حل می‌کند، چنین می‌گوید: «به طور کلی یکی از قواعد مهم در حل مسئله‌های ریاضی فکرکردن روی آن‌ها به مدت طولانی و مداوم است که امکان دارد حتی چند هفته طول بکشد. در صورت حل‌نشدن مسئله‌ای می‌توان از معلم‌های ریاضی یا از فن پاسخنامه‌خوانی استفاده کرد.»
او در ادامه دربارهٔ این نکته که اصولاً کدام یک از مباحث درسی ریاضی پایه‌های هفتم تا نهم را می‌توان با استفاده از این روش‌ها آموزش داد، می‌گوید: «در کتاب‌های درسی به نظریهٔ بازی به طور خاصی پرداخته نشده است، ولی در هر سنی و با هر دانشی می‌توان روی بعضی از این مسئله‌های آن فکر کرد. یکی از نکات مهم این مبحث در آموزش، خلاق‌شدن ذهن دانش‌آموزان است. در هندسهٔ برداری هم، مبحث بردار به‌طور محض در پایه‌های هفتم و هشتم بررسی‌شده است و می‌توان با استفاده از خواص بردارها مسئله‌های هندسه را حل کرد. برای حل بعضی از مسئله‌های هندسه هم که با تشابه یا هم‌نهشتی قابل حل هستند، می‌توان از هندسهٔ برداری بهره گرفت.»

طاها روزبهانی، دیگر دانش‌آموز پایهٔ نهم حاضر در کلاس، در ادامهٔ حرف‌های دوستانش می‌گوید: «حل مسئله‌های هندسه به روش برداری، روشی است که هم شامل یک سلسله ایدهٔ خلاقانه می‌شود و هم روند سیر مسئله را راحت‌تر و کوتاه‌تر می‌کند. دربارهٔ نظریهٔ بازی‌ها هم می‌شود گفت که یکی از کاربردی‌ترین بخش‌های ریاضی در زندگی روزمره است. در این روش، بررسی شرایط و تعیین بهترین راه‌حل طوری است که مطمئنیم تصمیم ما درست‌ترین تصمیم خواهد بود.»

طاها همچنین معتقد است: «بحث نظریهٔ بازی‌ها موضوعی است که نه تنها به‌صورت محض قابل استفاده است، بلکه در کنار دیگر بخش‌های ریاضی هم می‌شود از آن بهره گرفت. یادم می‌آید روز اول در پایهٔ هفتم، معلم هندسه یک سلسله تمرین داد که وقتی الان به آن‌ها نگاه می‌کنم، متوجه می‌شوم که اکثرشان مسائلی مرتبط با نظریهٔ بازی‌ها هستند. در خیلی از مسئله‌های بازی‌ها، تنها ابزار ما برای حل، یک سلسله ایده‌های اولیه و خلاقیت خودمان است. سواد حل خیلی از این مسئله‌ها را به نظر من حتی یک دانش‌آموز ابتدایی هم دارد و اگر خلاقیت کافی داشته باشد، می‌تواند برخی از این قبیل مسئله‌ها را در حد المپیاد حل کند.»

اگر نسبت به حرف‌های بچه‌های این کلاس که ما مهمان آن‌ها هستیم کمی ابهام دارید، ما به شما حق می‌دهیم. همان‌طور که در اول گزارش نوشتیم، باید آن مقاله را که به قلم دبیر ریاضی همین دانش‌آموزان است با دقت بخوانید. حتی دو سه بار بخوانید و دوباره با صحبت‌های این دانش‌آموزان تطبیق بدهید. اصلاً نظرات خودتان را برای مجله بنویسید و یک بحث علمی راه بیندازید. حالا فعلاً در ادامهٔ گزارش با ما باشید.

لذت بردن از ریاضی

آزاد هاشمیان هم برای ما مسئله و نمونهٔ دیگری را پای تخته حل می‌کند و ضمن آن چنین توضیح می‌دهد: «یکی از مهم‌ترین مزایای استفاده از بردارها استفادهٔ کمتر از زاویه‌ها برای اثبات مسئله‌های هندسه است. برای مثال، بردار (۱،۱) دارای طولی معادل جذر عدد دو است. بی‌نهایت بردار با طول رادیکال دو وجود دارد، اما تنها یکی از آن‌ها با محور Xها زاویهٔ ۴۵+ درجه ایجاد می‌کند. پس می‌بینید که دو مقدار طولی چگونه مقدار یک زاویه را هم به طور نامحسوس شامل می‌شوند. به همین دلیل که بیان شد، روش برداری استفادهٔ کمی از زاویه‌ها می‌کند.»

از آزاد هاشمیان می‌پرسیم: «اگر به واسطهٔ همین گزارش و مقالهٔ مرتبط با آن، دیگر دوستان دانش‌آموزتان بخواهند از همین مسیر و خلاقانه، فراگیری ریاضی را دنبال کنند، چه صحبتی با آن‌ها دارید؟»

او می‌گوید: «از نظر من آموزش ریاضی باید برای دانش‌آموز لذت‌بخش باشد،

وگرنه این سؤال که چرا ریاضی را می‌آموزم برای او پیش می‌آید. در این صورت نگاه فرد از لذت حل مسئله به «یاد می‌گیرم که روزی به دردم بخورد» تغییر می‌کند و این باعث کاهش علاقه می‌شود. پس باید از ریاضی لذت برد و از سختی و مدت طولانی حل مسئله نترسید. این مهم‌ترین اصل علاقه به هر مطلب ریاضی حداقل از نظر من است.»

چالش یادگیری

محمد چوبدار سلطان‌احمدی، دبیر ریاضی این بچه‌ها که تحصیلات دانشگاهی را در رشتهٔ ریاضی تا دکترا در پرتغال ادامه داده است، بیشتر گوش می‌دهد تا حرف بزند. او ترجیح می‌دهد شاگردانش صحبت کنند. از او می‌پرسیم: «آموزش با این روش چه تأثیری روی شاگردان دارد و از نظر میزان یادگیری و خلاقیت چه دستاوردی برایشان خواهد داشت؟»

جواب می‌دهد: «دانش‌آموز وقتی کاربردی از یک موضوع را می‌بیند که از نظر او دارای ایده‌هایی نوین و کارآمد است (مانند کدنویسی و حل مسئلهٔ ریاضی با یک برنامهٔ رایانه‌ای)، ارزش بیشتری برای آن قائل می‌شود و می‌کوشد در چالش یادگیری آن انرژی صرف کند و پیروز شود.»

می‌پرسیم: «ورود به این نوع روش حل مسئله چطور می‌تواند خلاقیت را در بچه‌ها شکوفا کند؟»

می‌گوید: «دانش‌آموزان وقتی با یک کاربرد و نگاه متفاوت به یک موضوع برخورد می‌کنند، شگفت‌زده می‌شوند و سعی و تلاش بیشتری برای یادگیری از خود نشان می‌دهند. مثلاً وقتی با شیوهٔ حرکت کشتی‌های بادبانی قاره‌پیما در دوران گذشته و قایق‌های کاملاً بادبانی مدرن امروزی، با دیدگاه‌های کاهش آلودگی دریا و حفاظت از محیط زیست، آشنا می‌شوند و درمی‌یابند که این کشتی‌ها و قایق‌ها با به‌کارگیری مفاهیم برداری قادر به حرکت در جهت دلخواه، حتی با باد مخالف هستند، در آن‌ها نگاه متفاوتی به ریاضیات و کاربردهای آن در علوم متفاوت متولد می‌شود.»

زمان کلاس رو به پایان است و ما با آخرین پرسش از آقا معلم گزارش را به آخر می‌رسانیم. سؤال این است که: «چرا برخی بچه‌ها ریاضی را غیرکاربردی می‌دانند؟»

او می‌گوید: «زیرا آموزش ریاضی کاملاً انتزاعی و ذهنی است و وقتی آموزش ریاضی از بیرون حوزهٔ ریاضیات، مثلاً از یک بازی یا یک موضوع جذاب و با طرح چند سؤال و ایجاد نیاز در دانش‌آموزان برای یادگیری و حل معمای طرح‌شده آغاز می‌شود و پرسشی در ذهن دانش‌آموز به وجود می‌آید که فهمیدن پاسخ آن برایش اهمیت دارد، یادگیری آسان‌تر صورت می‌پذیرد. وقتی دانش‌آموز دورهٔ اول متوسطه اهمیت چندانی برای یادگیری ریاضیات قائل نیست، معلم باید با به‌کارگیری هنر خود، از هر فرصتی به منظور دعوت او به باشگاه پرورش ذهن، یعنی یادگیری ریاضیات، استفاده کند.»

به امید آنکه روزی با شما گفت‌وگو کنیم و پای تجربه‌های قشنگ آموزشی‌تان بنشینیم و صحبت کنیم.

بیایید کمی فکر کنیم!

خسرو داودی

جـــای خالـــی درخت‌ها

کمی فکر کنیم

در تابســـتانی که گذشـــت مرتب در اخبار می‌شنیدیم که در مناطق متفاوت جنگل‌ها در حال سوختن هستند. امروز یک منطقه در غرب کشور، فردا منطقه‌ای در شمال غرب، پس‌فردا قسمتی از جنگل‌های شمال و هر روز خبری ناگوارتر از دیروز. عده‌ای این وقایع را به گرم شدن کرهٔ زمین و تغییرات اقلیمی ربط می‌دادند. بعضی‌ها هم علت آن‌ها را سهل‌انگاری افراد و یا حتی آتش‌سوزی‌های عمدی می‌دانستند.

جنگل‌ها برای وضعیت هوا روی کرهٔ زمین بسیار اهمیت دارند، نابودی آن‌ها خطرات زیست‌محیطی فراوانی به دنبال خواهد داشت. نقش جنگل‌ها روی کرهٔ زمین شبیه کارکرد شُش‌ها در بدن انســـان است. همان‌طور که ما در دستگاه تنفسی خود با شش‌هایمان نفس می‌کشیم، کرهٔ زمین هم با استفاده از همین جنگل‌ها نفس می‌کشد و هوا را تازه و آلودگی‌ها را پاک می‌کند. البته این مشـــکلات فقط برای کشور ما پیش نیامده است. در همهٔ مناطق آتش‌سوزی‌ها در جنگل اتفاق می‌افتند. در همین تابستان جنگل‌های وسیعی از کشورهای استرالیا و آمریکا در آتش ســـوختند. من با شنیدن یک خبر بسیار تعجب کردم و در مورد تعداد درختانی که در آتش سوختند، کمی فکر کردم. شما هم در مورد این خبر فکر کنید. به نظر شما تعداد درختان روی کرهٔ زمین چند تاســـت؟ در هـــر هکتار جنگل‌های انبوه چند درخت وجود دارد؟ وقتی می‌گویند هزاران هکتار جنگل در آتش ســـوختند، شما چه حسی پیدا می‌کنید؟ آیا درک و تصور درستی از این عددها دارید؟ آیا متوجه می‌شوید که چند درخت از بین رفته است؟

خبری که من شنیدم، این بود: «بیش از ۱۶۵۰۰۰۰ هزار هکتار از جنگل‌های کالیفرنیا در آتش سوختند.»[۱]

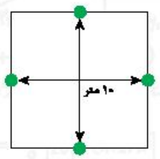
محاسبه کنیم

ما فقط عددها را می‌شنویم و از کنار آن‌ها رد می‌شویم. در متن این خبر آمده اســـت: «ایالت کالیفرنیا در ســـال ۲۰۲۰ شاهد بدترین فصل حوادث آتش‌ســـوزی طی ســـالیان گذشته بوده؛ به‌طوری‌که در مجموع بیش از یک میلیون و ۶۵۰ هزار هکتار از اراضی این ایالت در آتش سوختند. این میزان در مقایسه با فصل آتش‌سوزی در سال ۲۰۱۸ در این ایالت، دو برابر گزارش شد.

تنها پنج آتش‌سوزی مهیب در سال ۲۰۲۰ در آمریکا رخ دادند که در تاریخ این ایالت بی‌سابقه گزارش شدند.»

اکنون وقت محاسبه است. دست به کار شویم و حساب و کتاب کنیم. ابتدا باید راهی پیدا کنیم که بتوانیم به کمک آن تعداد درختان هر هکتار را تخمین بزنیم. البته این کار ساده‌ای نیست. عوامل متعددی در این موضوع تأثیر گذارند. در بعضی مناطق فاصلهٔ درختان از هم زیاد است و بعضی جنگل‌ها بسیار فشرده و متراکم هستند. نوع درختان نیز تأثیرگذار است. درخت‌های سوزنی‌برگ و مخروطی‌شکل بیشتری می‌توانند فشرده شوند و کنار هم رشد کنند. درختان برگ‌پهن با شاخه‌های وسیع و گسترده اجازهٔ رشد درخت دیگری را در اطراف خود نمی‌دهند. به این ترتیب فاصلهٔ درختان زیاد می‌شود، اما کماکان جنگل انبوه و پوشیده به نظر می‌رسد.

یکی از راه‌ها نمونه‌گیری است. برای مثال، می‌توان در یک جنگل مربع‌هایی مثلاً به ضلع ۱۰ متر در نظر گرفت و تعداد درخت‌ها را در این مربع‌ها شمرد. به این ترتیب با کنار هم قرار دادن نتایج این نمونه‌گیری‌ها تعداد متوسط را به دست آورد. در این محاسبات اندازهٔ درخت هم تأثیرگذار است. اگر ارتفاع درختان کم باشد و شاخه‌هایشان زیاد گسترده نشده باشند، تعداد بیشتری در کنار هم جای می‌گیرند. در اینجا محاسبه به صورت تقریبی است و با علم به اینکه در هر منطقه با توجه به نوع درختان نتایج تغییر خواهد کرد، محاسبه را انجام می‌دهیم. فرض کنید در یک منطقهٔ مربع شکل به‌ضلع ۱۰ متر و مساحت ۱۰۰ متر مربع (۱۰۰ متر مربع = ۱۰متر ×۱۰ متر)، درختان به فاصلهٔ تقریبی ۱۰ متر از هم قرار گرفته‌اند. به این ترتیب شکلی مشابه شکل روبه‌رو و در هر ۱۰۰ متر مربع ۴ درخت خواهیم داشت:



می‌دانیم هر هکتار برابر با ۱۰,۰۰۰ متر مربع است. پس:

تعداد مربع‌ها ۱۰۰=مترمربع ۱۰۰ ÷ مترمربع ۱۰۰۰۰=۱ هکتار

تعداد درختان در هر هکتار ۱۰۰×۴=۴۰۰

به خبری که شنیده‌ایم برگردیم. در سال ۲۰۲۰ در ایالت کالیفرنیا یک میلیون و ۶۵۰ هزار هکتار در آتش سوخت. یعنی چند درخت؟

(درخت) ۱۶۵۰۰۰۰×۴۰۰=۶۶۰۰۰۰۰۰۰

به این ترتیب می‌توان گفت که به‌طور تقریبی ۶۶۰ میلیون درخت در آتش از بین رفته‌اند. آیا از ابتدا به چنین عددی فکر می‌کردید؟ تازه این فقط یک نمونه از آتش‌سوزی‌هایی بود که در سال قبل اتفاق افتاده‌اند. اگر همهٔ اخبار کشورهای مختلف را کنار هم بگذاریم، چه عددی به دست می‌آید؟ جالب است بدانیم که در کرهٔ زمین چند درخت وجود دارد؟ آیا کسی این تعداد را تخمین زده است؟

در دهه‌های پیش دانشمندان با استفاده از تصویرهای ماهواره‌ای تعداد درختان روی زمین را در حدود ۴۰۰ میلیارد عدد برآورد کردند. اما در یک تحقیق جدید تعداد درختان روی زمین چیزی بیش از هفت برابر این عدد تخمین زده شده است؛ یعنی:

۷×۴۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰=۲۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

براساس گزارش مجلهٔ معتبر «نیچر»، درحدود ۳/۰۴ تریلیون درخت روی زمین وجود دارد (هر ۱۰۰۰ میلیارد را یک تریلیون می‌گویند). یک زیست‌شناس هلندی با همکاری پژوهشگرانی از «دانشگاه ییل»، به جمع‌آوری نمونه‌های میدانی در این زمینه پرداخته است[2] فقط ۳/۵ میلیارد درخت در سواحل «رود آمازون» و اطراف آن وجود دارد. جالب است بدانید که ۱۲ هزار سال پیش تعداد درختان روی زمین دو برابر این تعداد بوده است! انسان‌ها با فعالیت‌های خودخواهانهٔ خود و غفلت از اهمیت محیط زیست، درختان زیادی را از بین برده‌اند.

بیشتر فکر کنیم

آتش‌سوزی یکی از علت‌های نابودی درختان است. انسان برای تأمین نیازهای خود، از جمله کاغذ یا چوب به عنوان مصالح ساختمانی یا درست کردن وسایل چوبی، درختان زیادی را قطع می‌کند. البته اکنون توجه به این موضوع بیشتر شده است و سعی می‌کنند بعد از قطع درختان، درخت جایگزین آن را بکارند. همچنین به افزایش کاشت درختان و احیای جنگل‌ها توجه زیادی شده است، اما این اقدامات کافی به نظر نمی‌رسند و اوضاع خوبی در این زمینه وجود ندارد. شما آینده‌سازان این کشور باید نگران محیط زیست خود باشید. اگر در آینده مسئولیتی به عهده گرفتید، در حفظ محیط زیست تلاش کنید. مراقب باشید تصمیم‌های شما باعث تخریب محیط زیست نشود. اگر در جایی خطایی سر زد، همه باید به هوش باشند و برای جلوگیری از آن خطا اقدام کنند. ما نسبت به حفظ محیط زیستمان وظیفه داریم و باید تلاش کنیم زمین را برای آیندگان حفظ کنیم.

پی‌نوشت‌ها

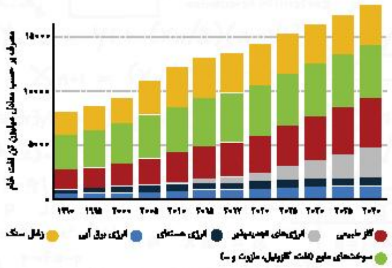
۱. متن خبر را در وبگاه خبری «خبربان» در نشانی زیر می‌توانید ملاحظه کنید. https://khabarban.com/a/34041971

۲. گزارش این خبر در وبگاه خبری «عصر ایران» در نشانی زیر منتشر شده است. https://www.asriran.com/fa/news/553033

روح‌الله خلیلی بروجنی

انرژی خورشیدی در دنیای امروز

فراتر از نیم‌قرن از ساخت نخستین سلول‌های خورشیدی برای تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی می‌گذرد، ولی تنها طی یک دههٔ گذشته روند استفاده از صفحه‌های خورشیدی از یک‌سو و کاهش قیمت این صفحه‌ها از سوی دیگر رشد بسیار چشمگیری داشته است. نمودار ۱ نشان می‌دهد که در دو دههٔ آینده روند استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر بیش از سه برابر خواهد شد. در میان انرژی‌های تجدیدپذیر، انرژی خورشیدی نقش و اهمیت بسیار بالاتری دارد. همچنین نمودار ۲ نشان می‌دهد که هزینهٔ تولید انرژی خورشیدی نسبت به دیگر منابع انرژی روند کاهشی بسیار زیادی داشته و طی ۱۰ سال گذشته بیش از ۷۰ درصد از هزینه‌های آن کاسته شده است. در این مقاله کوشیده‌ایم با بیانی ساده و تصویری، شما را با اهمیت و ویژگی‌های انرژی خورشیدی آشنا سازیم.

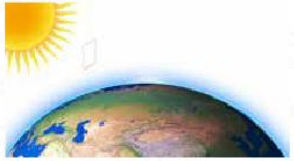


نمودار ۱. پیش‌بینی روند رشد و استفاده از منابع گوناگون انرژی در دو دههٔ آینده

نمودار ۲. مقایسهٔ هزینهٔ تولید برق توسط منابع متفاوت انرژی طی ۱۰ سال گذشته

وقتی صفحه‌ای فرضی به ابعاد یک متر در یک متر (یعنی مساحت یک مترمربع) را بیرون جو زمین و عمود بر امتداد تابش پرتوهای نور خورشید قرار دهیم، به این صفحهٔ فرضی در هر ثانیه حدود ۱۳۶۰ ژول انرژی می‌رسد (شکل۱). از آنجا که نسبت انرژی بر واحد زمان را «توان» می‌نامیم، می‌توان گفت توان دریافتی توسط این صفحهٔ فرضی از طرف خورشید حدود ۱۳۶۰ وات است. وقتی تابش خورشید به سطح زمین می‌رسد، مقدار قابل‌توجهی از انرژی آن، به علت جذب در جو زمین و ابرها، از دست می‌رود؛ به‌طوری که میانگین انرژی تابشی خورشید در سطح زمین به ازای هر مترمربع، در هر ثانیه حدود ۳۰۰ ژول است.

خوب است بدانید: انرژی تابشی خورشید به ازای هر مترمربع، در بیشتر مناطق ایران دو تا سه برابر میانگین جهانی است.



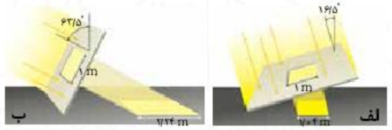
شکل۱. صفحه‌ای فرضی به مساحت $1\,m^2$ بیرون جو زمین و عمود بر پرتوهای نور خورشید (شکل به مقیاس رسم نشده است.)

در جدول ۱ میانگین زاویهٔ تابش پرتوهای نور خورشید به سطح زمین در تابستان و زمستان برای چند شهر متفاوت کشور آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، میانگین زاویهٔ تابش خورشید در فصل تابستان بین صفر تا حدود ۲۰ درجه متغیر است و در زمستان هم حداکثر به حدود ۶۰ درجه می‌رسد. به عبارت دیگر، میانگین سالانهٔ زاویهٔ تابش خورشید در بیشتر مناطق ایران بین ۲۰ تا ۳۰ درجه است و این موضوع بیشتر مناطق سرزمین ایران را در وضعیتی ممتاز برای بهره‌مندی از مواهب انرژی خورشیدی قرار داده است. به همین دلیل سرمایه‌گذاری برای بهره‌مندی از انرژی خورشیدی در ایران یک گزینهٔ بسیار مطلوب است.

شهر	میانگین سالانه	میانگین تابستانی	میانگین زمستانی
شهرکرد	۲۸-۳۱	۸-۱۸	۴۹-۵۲
یاسوج	۲۷-۲۹	۵-۱۷	۴۸-۵۱
کرمان	۲۹-۳۲	۵-۱۷	۴۹-۵۲
همدان	۳۱-۳۵	۱۰-۲۱	۵۲-۵۵
شیراز	۲۷-۳۰	۴-۱۶	۴۸-۵۱
تهران	۳۲-۳۶	۱۱-۲۲	۵۳-۵۶
ارومیه	۳۲-۳۶	۱۱-۲۳	۵۵-۵۸
زاهدان	۲۸-۳۲	۴-۱۶	۴۹-۵۲
یزد	۳۰-۳۳	۷-۱۸	۵۰-۵۴
اهواز	۲۷-۳۰	۶-۱۸	۴۸-۵۱
بندرعباس	۲۴-۲۷	۰-۱۵	۴۴-۴۷
بوشهر	۲۵-۲۸	۳-۱۵	۴۶-۴۹
رشت	۳۳-۳۷	۱۰-۲۲	۵۳-۵۶

جدول ۱. میانگین زاویهٔ تابش پرتوهای نور خورشید به سطح زمین در تابستان و زمستان در چند شهر ایران

در شـــکل ۲ صفحه‌ای فرضی و عمود بر پرتوهای نور خورشید دیده می‌شـــود که روی آن پنجره‌ای مربعی شکل به ابعـــاد $1m \times 1m$ (یعنی مساحت $1 m^2$) ایجاد شده است. زاویهٔ تابش خورشید در منطقهٔ شکل ۲. الف ۱۶/۵ درجه و در منطقهٔ شکل ۲. ب ۶۳/۵ درجه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که دیده می‌شـــود، در حالت الف انرژی خورشیدی روی سطحی مربعی شکل به ابعاد $1/04m \times 1/04m$ (یعنی مساحت $1/08m^2$) و در حالت ب انرژی خورشیدی روی سطحی مربعی شکل به ابعاد $2/24m \times 2/24m$ (یعنی مساحت $5/01m^2$) توزیع شده است. شـــما به عنوان تمرین می‌توانید برای شکل ۲ محاسبه‌هایی را انجام دهید و مثلاً برای هر یک از شـــهرهای داده شـــده در جدول ۱ و با توجه به زاویهٔ میانگین تابش نور خورشید، بررسی کنید که در تابستان و زمستان، انرژی خورشیدی در آن منطقه روی چه سطحی توزیع می‌شود.



شکل ۲. چگونگی توزیع تابش خورشید روی سطح زمین با توجه به مقدار زاویهٔ تابش در دو حالت متفاوت

ادامهٔ بحـــث را با یک مثال دنبال می‌کنیم. فرض کنید مطابق شکل ۳. الف، یک صفحهٔ خورشیدی به مساحت یک مترمربع در اختیار داریم که بازدهی آن برابر ۲۰ درصد است. یعنی تنها ۲۰ درصد از انرژی دریافت شـــده از نور خورشـــید را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. اگر قرار باشد از این صفحهٔ خورشیدی در مناطق متفاوت ایران استفاده شود، دست‌کم در هر ثانیه ۵۰۰ ژول انرژی از خورشید دریافت می‌کند و با توجه به بازدهی ۲۰ درصدی آن مطابق آنچه در شکل ۳. ب محاسبه شده است، در هـــر ثانیه ۱۰۰ ژول انرژی الکتریکی تولید می‌کند (یعنی توان الکتریکی تولیدی آن ۱۰۰ وات است).

شکل ۳. صفحهٔ خورشیدی

اکنون این پرســـش مطرح می‌شـــود که: بـــا ۱۰۰ وات توان الکتریکی چه می‌توان کرد؟ برای پاســـخ به این پرسش شکل ۴ را ببینید. همان‌طور که دیده می‌شـــود، یک لامپ رشته‌ای قدیمی که امروز دیگر از آن به ندرت اســـتفاده می‌شود، برای روشن‌شدن به تمامی ۱۰۰ وات توان الکتریکی نیاز دارد. این لامپ تقریباً ۹۵ درصد انرژی الکتریکی دریافت شده را به گرما و تنها حدود ۵ درصد آن را به نور تبدیل می‌کند. در حالی که با ۱۰۰ وات توان الکتریکی می‌توان حدود شش لامپ کم‌مصرف و ۱۰ لامپ «ال‌ای‌دی» را روشن کرد.

خوب اســـت بدانید: لامپ‌های کم‌مصرف حـــدود ۷۰ درصد و لامپ‌هـــای ال‌ای‌دی حدود ۹۵ درصد انرژی الکتریکی را به نور تبدیل می‌کنند و تولید گرمای آن‌ها در مقایســـه با لامپ‌های رشته‌ای قدیمی بسیار کمتر است.


شکل ۴. مقایسهٔ توان الکتریکی مصرفی در سه لامپ روشنایی مختلف

همان‌طور که دیده می‌شـــود، وســـایل برقی مورد نیاز ما در خانه‌ها، به سبب تحولات زیادی که در حوزهٔ علم و فناوری رخ داده است، با توان الکتریکی بسیار کمتری نسبت به گذشته کار می‌کنند. به عبارت دیگر طی یک دههٔ گذشته، از یکسو شاهد پایین آمدن هزینه‌های تولید برق خورشیدی بوده‌ایم و از ســـوی دیگر شاهد کاهش جدی در توان مصرفی وسایل برقی هســـتیم. همین موضوع سبب شـــده است کشورهای زیادی به سمت استفاده از انرژی خورشیدی در خانه (شکل ۵. الف) یا مزرعه‌های خورشیدی (شکل ۵. ب) بروند.


صفحه‌های خورشیدی در خانه‌ها

شکل ۵. الف. اســـتفاده از صفحه‌های خورشیدی در محل مصرف (در صورتی که بیش از نیاز تولید شـــود، به شبکهٔ سراسری برق می‌دهند و در صورتی که کمتر از نیاز باشد، از شبکهٔ سراسری برق می‌گیرند.)

شـــکل ۵. ب. امروز کشـــورهای زیـــادی در حال تولید بـــرق از طریق انرژی خورشـــیدی هســـتند. در ایران نیز در این زمینه فعالیت‌های محدودی شده است که امید می‌رود در سال‌های آتی، توجه به انرژی خورشیدی برای تولید برق رشد چشم‌گیری پیدا کند.

برای دیدن فیلم آموزشی، رمزینه را اسکن کنید.

چند راه، یک مقصد

عباس قلعه‌پوراقدم

در جدول ۴×۴ (۴ سطر و ۴ ستون) زیر، عددهای ۱ تا ۱۶ پشت سر هم در چهار سطر و چهار ستون نوشته شده‌اند.

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

یکی از این ۱۶ عدد را انتخاب کنید و دورش خط بکشید. من برای اینکه کاملاً تصادفی انتخاب کرده باشم، چشمانم را می‌بندم و نوک مدادم را روی جدول می‌گذارم. نوک مدادم روی ۱۰ قرار می‌گیرد. دور عدد ۱۰ خط می‌کشم. در مرحلهٔ دوم، باید سطر و ستونی را که عدد انتخابی در آن قرار دارد، حذف کنیم. مثلاً من که عدد ۱۰ را برگزیده‌ام، چون ۱۰ در سطر سوم و ستون دوم واقع است، عددهای سطر سوم و ستون دوم یعنی ۹، ۱۱، ۱۲، ۲، ۶ و ۱۴ را کنار می‌گذارم. شما هم با توجه به عددی که انتخاب کرده‌اید، این کار را انجام دهید.

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

در نتیجه یک جدول ۳×۳ به شکل زیر باقی می‌ماند که ۹ تا عدد دارد.

۱	۳	۴
۵	۷	۸
۱۳	۱۵	۱۶

حالا یکی از ۹ عدد این جدول جدید را انتخاب می‌کنیم و دورش خط می‌کشیم و باز سطر و ستونی را که این عدد در آن قرار دارد، حذف می‌کنیم. من عدد ۸ را انتخاب می‌کنم و سطر دوم و ستون سوم را حذف می‌کنم. در نتیجه یک جدول ۲×۲ باقی می‌ماند. شما هم کار را ادامه دهید.

۱	۳	۴
۵	۷	۸
۱۳	۱۵	۱۶

→

۱	۳
۱۳	۱۵

در این مرحله، دوباره یکی از ۴ عدد جدول اخیر را انتخاب می‌کنیم و پس از کشیدن خط دور آن، سطر و ستون آن عدد را حذف می‌کنیم. من عدد ۳ را برمی‌گزینم و سطر اول و ستون دوم را کنار می‌گذارم تا تنها عدد ۱۳ باقی بماند که دور آن هم باید خط بکشم. شما هم به همین صورت ادامه دهید.

۱	۳
۱۳	۱۵

→ ۱۳

مرحلهٔ آخر جمع‌کردن چهار عددی است که دورشان خط کشیده‌ایم.

۱۰+۸+۳+۱۳=۳۴

شما هم جمع کنید. به چه عددی رسیدید؟ اگر مرحله‌ها را درست پیش رفته باشید، شما هم حتماً به عدد ۳۴ رسیده‌اید و این موضوع عجیب جدول است که هر عددی در هر یک از مرحله‌ها انتخاب شود، حاصل جمع همان ۳۴ خواهد شد. اجازه دهید مرحله‌ها را با انتخاب عددی دیگر (غیر از ۱۰) انجام دهم تا نتیجه را ببینید.

در مرحلهٔ اول عدد ۷ را انتخاب می‌کنم:

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

→

۱	۲	۴
۹	۱۰	۱۲
۱۳	۱۴	۱۶

۱	۲	۴
۹	۱۰	۱۲
۱۳	۱۴	۱۶

→

۱	۲
۱۳	۱۴

۱	۲
۱۳	۱۴

→ ۱۴

عددهایی را که دورشان خط کشیده شده است، یعنی ۷، ۱۲، ۱ و ۱۴ را جمع کنید تا ببینید که دوباره عدد ۳۴ به‌دست می‌آید. جالب است نه؟! شما هم با انتخاب‌های متفاوت مرحله‌ها را اجرا کنید و کیفش را ببرید! حالا برای اینکه بیشتر هیجان‌زده شوید، به شما می‌گوییم که عددهای جدول می‌توانند از هر عددی (البته عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ و ...) شروع شوند. یعنی هر جدول ۴×۴ که از ۱۶ عدد متوالی تشکیل شده است، این خاصیت را دارد. مثلاً به جدول زیر توجه کنید که عددهای ۲۱ تا ۳۶ را در خود جای داده است.

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶

با انتخاب عدد ۲۳ کار را شروع می‌کنم:

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶

→

۲۵	۲۶	۲۸
۲۹	۳۰	۳۲
۳۳	۳۴	۳۶

در انتخاب دوم، دور عدد ۲۹ خط می‌کشم:

۲۵	۲۶	۲۸
۲۹	۳۰	۳۲
۳۳	۳۴	۳۶

→

۲۶	۲۸
۳۴	۳۶

انتخاب سوم من عدد ۳۶ است:

۲۶	۲۸
۳۴	۳۶

→ ۲۶

عددهای ۲۳، ۲۹، ۳۶ و ۲۶ را با هم جمع می‌کنم که می‌شود ۱۱۴. حالا شما با عددی غیر از ۲۳، مرحله‌ها را روی

ایــن جدول به اجــرا در آورید تا ببینید که نتیجه همان عدد ۱۱۴ خواهد شــد. البته چون مــن می‌خواهم یک بار دیگر این جدول را با انتخاب عدد ۳۰ آزمایش کنم تا ببینید که باز به ۱۱۴ می‌رســد، شــما عددی به غیــر از ۲۳ و ۳۰ را در انتخاب اول خــود در نظر بگیرید. برای خلاصه‌نویسی با استفاده از سه مدادرنگی روی یک جدول تمامی مرحله‌ها را اجرا می‌کنم.

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶

دقت کنید که مــن در انتخاب اول عدد ۳۰، در انتخاب دوم عدد ۲۷ و در انتخاب ســوم عدد ۲۱ را برگزیدم و عدد ۳۶ هم در پایان باقی ماند. این چهار عدد را اگر با هم جمع کنیــد، می‌بینید که حاصل همان ۱۱۴ می‌شود.

رازگشایی از جدول

به جدول ســحرآمیز زیر که با عدد ۴۷ شروع شده است، توجه کنید.

۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴
۵۵	۵۶	۵۷	۵۸
۵۹	۶۰	۶۱	۶۲

من بــدون اینکه مرحله‌های چهارگانه را اجرا کنم، به شــما می‌گویم که مجموع چهــار عدد برای این جــدول برابر ۲۱۸ خواهد بود. اشــتباه نکنید، من پیشــگو نیستم! تنها کاری که کرده‌ام، الگوی این نوع جدول‌ها را پیدا کرده‌ام. کار ساده‌ای است. کافی اســت قدری دقت کنید تا الگو را بیابید. لطفاً در ادامه با من همراه بمانیــد. ابتدا با انتخــاب اولیهٔ عدد ۵۳، درســتی ادعای خودم را نشان می‌دهم. هر چنــد با یک مــورد نمی‌توان نتیجه گرفت که این جدول برای همهٔ انتخاب‌ها به عدد ۲۱۸ خواهد رسید و این کار فقط برای معرفی الگوی جدول است.

۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴
۵۵	۵۶	۵۷	۵۸
۵۹	۶۰	۶۱	۶۲

→

۴۷	۴۸	۵۰
۵۵	۵۶	۵۸
۵۹	۶۰	۶۲

۴۷	۴۸	۵۰
۵۵	۵۶	۵۸
۵۹	۶۰	۶۲

→

۴۷	۵۰
۵۵	۵۸

۴۷	۵۰
۵۵	۵۸

→

۵۸

عددهــای ۵۳، ۶۰، ۴۷ و ۵۸ را بــا هم جمع کنید، خواهید دید که حاصل برابر ۲۱۸ خواهد شد. مطمئنم شما هم مثل من علاقه‌مند هستید و خسته نمی‌شوید. پس بــه غیــر از ۵۳، عــدد دیگری را انتخاب و مرحله‌هــا را اجرا کنید. حتماً به عدد ۲۱۸ خواهید رســید. حالا نوبت آن رســیده اســت که راز ایــن جدول گشوده شود و شما بتوانید پیش از انجام مرحله‌ها، جواب پایانی را در دست داشته باشــید. آن وقت می‌توانید با دوستانتان یک بازی با این جدول طراحی کنید. به این صورت که جدول را رســم می‌کنید و عددهای داخل آن را می‌نویســید و از دوســتتان می‌خواهید که با انتخاب یک عدد و اجرای گفته‌های شما، مرحله‌ها را به اجرا درآورد. ولی قبل از شروع به کار او، شما جواب نهایی را روی تکه‌ای کاغذ بنویســید و به او بدهید تــا در پایان آن را باز کند و ببیند جوابی را که به‌دســت آورده اســت، روی کاغذ نوشته‌اید. برای کشف الگوی جدول، دوباره به سه جدول زیر کــه تا حالا بررســی کرده‌ایم، دقت کنیــد. زیر هر جدول جواب نهایی آن را نوشته‌ام:

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

۳۴

۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
۳۳	۳۴	۳۵	۳۶

۱۱۴

۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴
۵۵	۵۶	۵۷	۵۸
۵۹	۶۰	۶۱	۶۲

۲۱۸

چه رابطــه‌ای بین ۳۴ و عددهای جدول اول وجــود دارد؟ چه رابطه‌ای بین ۱۱۴ و عددهــای جــدول دوم وجــود دارد؟ رابطهٔ بین ۲۱۸ و عددهای جدول ســوم چیست؟ قبل از خواندن ادامهٔ مطلب فکر کنید و هیجان ناشی از کشف این رابطه را از دســت ندهید. آیا توانستید الگوی مربوطه را بیابید؟ اگر پاســخ شما مثبت اســت که جای بسی آفرین دارد. اگر هم منفی است، باید بدانید که نه‌تنها چیزی از دســت نداده‌اید، بلکــه تمرین ذهنی خوبی را تجربه کرده‌اید. لطفاً عددهایی را که در قطرهای جدول‌ها واقع هستند، با هم جمع کنید. من هم جمع می‌کنم. در جــدول اول، عددهــای قطــر اصلی (یعنی قطری که از سمت چپ بالا شروع می‌شود و در ســمت راست پایین تمام می‌شــود) عبارت‌اند از: ۱، ۶، ۱۱ و ۱۶. آن‌ها را جمع می‌کنیم و می‌شــود ۳۴. همچنین عددهای قطر فرعی (قطر دیگر مربع) عبارت‌انــد از: ۴، ۷، ۱۰ و ۱۳ که مجموع آن‌ها هم می‌شود ۳۴؛ به همین راحتی!

جدول دوم، قطر اصلی:

۲۱+۲۶+۳۱+۳۶=۱۱۴

جدول دوم، قطر فرعی:

۲۴+۲۷+۳۰+۳۳=۱۱۴

جدول سوم، قطر اصلی:

۴۷+۵۲+۵۷+۶۲=۲۱۸

جدول سوم، قطر فرعی:

۵۰+۵۳+۵۶+۵۹=۲۱۸

نوبت شما: یک جدول ۴×۴ رسم کنید و بــه دلخواه ۱۶ عــدد متوالی درون آن بنویســید. مجمــوع عددهــای واقع در قطر را به‌دســت آورید و سپس با انجام مرحله‌هــای چهارگانه به همین مجموع برسید.

قسمت ششم ● شراره تقی‌دستجردی ● محسن رحیمی پیرانفر

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است!

در قسمت‌های قبل با نگرانی هیوا در مورد انقراض خرس‌های قطبی آشنا شدیم. دیدیم که این نگرانی باعث شد هیوا به فکر تحقیق در مورد دلایل گرم‌شدن زمین بیفتد. او با تشویق معلم علومش، تصمیم گرفت تحقیقاتش را در این مورد ادامه دهد و نتیجهٔ آن را در کلاس ارائه دهد.

اکنون ادامهٔ داستان:

هیوا احساس عجیبی داشت. از طرفی، چون اولین بار بود که برای هم‌کلاسی‌هایش سخنرانی می‌کرد، کمی اضطراب داشت. از طرف دیگر مشتاق بود با این سخنرانی افراد دیگری را هم در دغدغه‌هایش در مورد خرس‌های قطبی شریک کند. کل هفتهٔ گذشته را به تحقیق دربارهٔ مصرف سوخت در نیروگاه‌ها، گاز کربن دی‌اکسید و اثر آن بر گرم‌شدن هوا گذرانده بود. ساعت‌ها جست‌وجو کرده بود، نمودار کشیده بود و کلی محاسبه‌های ریاضی انجام داده بود و الان آماده بود که با سخنرانی خود هم‌کلاسی‌هایش را از خطر بزرگی که خرس‌های قطبی و شاید همهٔ موجودات زندهٔ روی زمین را تهدید می‌کرد، آگاه کند.

هیوا غرق در چنین فکرهایی بود که ناگهان متوجه شد معلم علوم نام او را صدا می‌زند تا برای ارائهٔ سخنرانی‌اش پای تخته برود. هیوا در حالی که دفتر یادداشتش را بغل گرفته بود و آن را چون وسیلهٔ ارزشمندی بر سینه می‌فشرد، با قدم‌هایی مصمم، پای تخته رفت.

او فهمیده بود این مسئله‌ای نیست که بشود به‌تنهایی آن را حل کرد؛ پس سخنرانی‌اش را با این جملهٔ توجه‌برانگیز آغاز کرد: «یخ‌ها آب می‌شوند: مسئله این است». در ادامه آنچه را از اینترنت، تلویزیون و راهنمایی‌های مادر و پدر و معلمش در مورد آب‌شدن یخ‌های قطب شمال و انقراض خرس‌های آن یاد گرفته بود، به‌تفصیل شرح داد.

در همین حال متوجه شد اضطرابی که از صبح در دل داشت و لرزشی که در ابتدای سخنرانی در صدایش بود، کاملاً از بین رفته‌اند و جایشان را به اشتیاق بی‌وقفه‌ای برای صحبت‌کردن در مورد دغدغه‌هایش داده‌اند.

هیوا گچ را برداشت و روی تخته میزان یخی را که در پایان هر دهه در قطب شمال باقی می‌ماند، محاسبه کرد. او نشان داد که تا پایان این قرن، در قطب شمال نه یخی باقی می‌ماند و نه خرس قطبی‌ای. سپس به افزایش گازهای گلخانه‌ای بر اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی اشاره کرد و نقش این گازها را در گرم شدن زمین توضیح داد. هیوا گفت در نیروگاه‌ها برای تولید هر واحد انرژی الکتریکی باید تقریباً سه برابر آن انرژی گرمایی مصرف شود که این انرژی از سوزاندن سوخت‌های فسیلی به دست می‌آید و با محاسبهٔ میزان برق مصرفی شارژرهای رهاشده در پریز، نشان داد که اگر همهٔ مردم یک کشور حتی میزان ناچیزی از انرژی را با رهاکردن شارژرهای بی‌استفاده در پریز هدر دهند، آنگاه چه اتلاف انرژی بزرگی رخ می‌دهد.

هیوا در ادامه به برق مصرفی خانه‌شان اشاره کرد و از هم‌کلاسی‌هایش پرسید که به نظرشان این میزان مصرف چقدر در تولید گاز کربن دی‌اکسید و گرم‌شدن زمین اثر دارد. او بدون آنکه منتظر پاسخی بماند، دوباره گچ را برداشت و شروع به محاسبه روی تخته کرد:

مصرف سالانهٔ برق خانوادهٔ هیوا = ۲۴۰۰ کیلووات ساعت (kWh):

ماه ۱	ماه ۲	ماه ۳	ماه ۴	ماه ۵	ماه ۶	ماه ۷	ماه ۸	ماه ۹	ماه ۱۰	ماه ۱۱	ماه ۱۲
۲۰۴ kwh	۱۹۰ kwh	۲۱۲ kwh	۲۲۰ kwh	۲۲۲ kwh	۲۱۰ kwh	۱۷۵ kwh	۱۸۵ kwh	۱۸۹ kwh	۱۹۷ kwh	۲۰۰ kwh	۱۹۶ kwh

مقدار انرژی سوخت فسیلی که باید در نیروگاه برای تولید این میزان برق مصرف شود:

کیلوژول ۲۵۹۲۰۰۰۰ = کیلوژول ۷۲۰۰×۳۶۰۰ = کیلووات ساعت ۷۲۰۰ = کیلووات ساعت ۲۴۰۰×۳

نوع سوخت فسیلی	گاز	گازوئیل	مازوت
درصد سوخت مصرفی	۸۰ درصد	۱۴ درصد	۶ درصد
انرژی حرارتی مصرفی برای تولید سالانهٔ برق خانگی هیوا	۲۵۹۲۰۰۰۰×۰/۸ = کیلوژول ۲۰۷۳۶۰۰۰	۲۵۹۲۰۰۰۰×۰/۱۴ = کیلوژول ۳۶۲۸۸۰۰	۲۵۹۲۰۰۰۰×۰/۰۶ = کیلوژول ۱۵۵۵۲۰۰
ضریب انتشار کیلوگرم گاز کربن دی‌اکسید به ازای هر کیلوژول	$۵۶/۱×۱۰^{-۶}$	$۷۴/۱×۱۰^{-۶}$	$۷۷/۴×۱۰^{-۶}$
میزان انتشار گاز کربن دی‌اکسید برای تولید سالانهٔ برق خانگی هیوا	$۵۶/۱×۱۰^{-۶}×۲۰۷۳۶۰۰۰$ = کیلوگرم ۱۱۶۰	$۷۴/۱×۱۰^{-۶}×۳۶۲۸۸۰۰$ = کیلوگرم ۲۷۰	$۷۷/۴×۱۰^{-۶}×۱۵۵۵۲۰۰$ = کیلوگرم ۱۲۰

در نیروگاه‌های تولید برق ایران، عمدتاً از سه نوع سوخت فسیلی استفاده می‌شود. بنا بر گزارشی که در شهریور سال ۱۴۰۰ ارائه شده است، ترکیب سوخت این نیروگاه‌ها ۸۰ درصد گاز، ۱۴ درصد گازوئیل و ۶ درصد مازوت است.

ضریب انتشار کربن دی‌اکسید، مقدار کربن دی‌اکسیدی است که به ازای تولید هر کیلوژول انرژی حرارتی از یک مادهٔ سوختی به دست می‌آید.

هیچ کس سؤالی نپرسید. هیچ کس نظری نداد و این هیوا را مطمئن کرد که هیچ کس به سخنرانی او گوش نداده است.

معلم متوجه بُهت چهرهٔ هیوا شد و برای اینکه سکوت کلاس را بشکند، خودش سؤالی پرسید. سؤال تکراری بود؛ معلم هفتهٔ پیش هم این سؤال را پس از ساعت

هیوا آنچه را می‌دانست، توضیح داده بود. اما هنوز سرش پُر بود از سؤال‌هایی که جوابشان را نمی‌دانست. مهم‌ترین سؤال به نظرش این بود که: **«هر کیلوگرم کربن دی‌اکسید چقدر بر گرمایش زمین اثر می‌گذارد؟»**

هیوا این سؤال را پرسید و تازه بعد از آن فرصت پیدا کرد که به هم‌کلاسی‌هایش درست نگاه کند. برعکس تصور او، چهرهٔ هم‌کلاسی‌هایش آن‌چنان هم مشتاق نبود. بعضی‌شان سرشان روی میز بود و بعضی‌شان انگار تا همین الان مشغول صحبت دربارهٔ موضوع دیگری بوده‌اند.

در هر صورت سخنرانی تمام شده بود و معلم از دانش‌آموزان خواست تا اگر سؤالی دربارهٔ سخنرانی هیوا دارند، از او بپرسند. سکوت هم‌کلاسی‌ها برای هیوا دردناک بود.

آخر از هیوا پرسیده بود. هیوا با دلسردی سؤال معلم را پاسخ داد و در میان تشویق هم‌کلاسی‌هایش که الان برای او بی‌معنی و بی‌ربط بود، به نیمکت خودش برگشت. او برای اینکه تشویق بشود سخنرانی نکرده بود و حالا که پشت نیمکت می‌نشست، تنها چیزی که از آن همه اشتیاق برایش مانده بود، خستگی بود.

فعالیت:

۱. با تخمین میزان برق مصرفی پنج ماه ابتدایی امسال در خانه‌تان و جدول‌هایی که هیوا روی تخته کشیده، حساب کنید در این مدت برای تأمین برق مصرفی خانه‌تان چقدر کربن دی‌اکسید وارد جَو زمین شده است.

۲. تخمین بزنید که برای تولید برق مصرفی همهٔ خانه‌های ایران در پنج ماه ابتدایی سال چقدر کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

۳. به خبر زیر که در تاریخ ۳ دی‌ماه ۱۳۹۹ در «روزنامهٔ اعتماد» منتشر شده است، توجه کنید:

از ابتدای سال ۱۳۹۹ تا پایان نیمهٔ مرداد بیش از ۱۴۰ میلیارد کیلووات ساعت انرژی در نیروگاه‌های کشور تولید شده که سهم نیروگاه‌های حرارتی از این رقم حدود ۱۲۷ میلیارد کیلووات ساعت بوده است. یعنی در نیمهٔ اول سال جاری، با تولید برق از منابع انرژی فسیلی، احتمالاً ۵۴ میلیارد و ۶۱۰ میلیون کیلوگرم کربن دی‌اکسید وارد هوای کشور شده است.

عددی را که در فعلیت شمارهٔ ۲ به دست آوردید، با عددی که در این خبر منتشر شده است مقایسه کنید. آیا این عددها یکی هستند؟ به نظر شما دلیل اختلاف بین این عددها چیست؟

۴. بر اثر سوختن سوخت‌های فسیلی، به‌جز کربن دی‌اکسید، گازهای گلخانه‌ای دیگری نیز منتشر می‌شوند که در گرمایش زمین مؤثر هستند. مهم‌ترین آن‌ها «متان» (CH_4) و «اکسید نیتروس» (N_2O) است. اثر این گازها بر گرمایش زمین به ترتیب ۲۸ و ۲۶۵ برابر اثر گاز کربن دی‌اکسید است. اما خوشبختانه ضریب انتشار این گازها بسیار کمتر از گاز کربن دی‌اکسید است.

نوع سوخت	ضریب انتشار متان	ضریب انتشار اکسید نیتروس
گاز طبیعی	$۱۰^{-۶}$	$۱۰^{-۱۱}$
گازوئیل	$۳×۱۰^{-۶}$	$۶×۱۰^{-۱۰}$
مازوت	$۳×۱۰^{-۶}$	$۶×۱۰^{-۱۰}$

حساب کنید برای تأمین برق مصرفی خانهٔ شما در پنج ماه ابتدایی سال، چقدر متان و اکسید نیتروس در جو زمین منتشر شده است؟

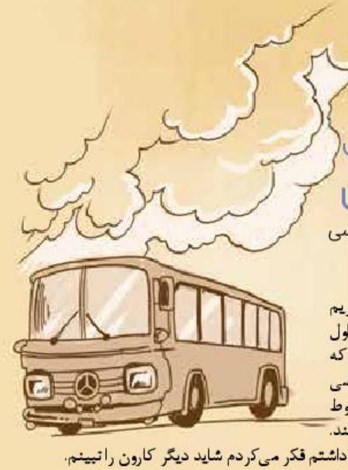
۵. باتوجه به ضریب انتشار گازهای گلخانه‌ای متفاوت و اینکه این گازها در گرمایش زمین به یک اندازه مؤثر نیستند، حساب کنید کدام گاز نقش پررنگ‌تری در گرمایش زمین دارد؟

منابع

1. https://hse.nipc.ir/uploads/mop-307.pdf
2. https://www.etemadnewspaper.ir/fa/Main/Detail/160770/
3. https://www.irna.ir/news/84196229/%DB%B6

مریم میرزاخانی، ستارهٔ ریاضیات جهان و جاودانــه در تاریـــخ ریاضـــی

رضا حیدری‌قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران ● تصویرگر: ســام سلمــاسی



۱ اواخر اسفند ۱۳۷۶ گروه ریاضی دانشجویانِ دانشگاه صنعتی‌شریف، متشکل از مریم میرزاخانی و دو نفر دیگر، پس از شـــرکت در مسابقات دانشجویی اهواز و کسب رتبه اول کشـــور، با اتوبوس از اهواز راهی تهران بود. اتوبوس حدود ۲۵ مسافر دیگر هم داشت که بیشترشان دانشجویان ریاضی دانشگاه‌شـــریف بودند و جهت شرکت در همایش ریاضی دانشگاه شهید چمران و ارائهٔ مقاله به اهواز سفر کرده بودند. متأسفانه اتوبوس به دره سقوط کرد و هفت دانشـــجو که اکثرشان از برگزیدگان المپیادهای ریاضی بودند، جان باختند. میرزاخانی از بازماندگانِ سانحه، اتفاق آن شب سیاه را به این صورت روایت می‌کند: داشتم فکر می‌کردم شاید دیگر کارون را نبینم. نفهمیدم چه‌طور خوابم برد. اتفاق، درست لحظه‌ای رخ داد که همه احساس می‌کردیم خوشبختیم و به همهٔ آنچه می‌خواهیم، رسیده‌ایم. توی بیمارستان فهمیدم وضعیت اصلاً خوب نیست.

۲ آن شـــب، سرنوشت مریم ۲۰ ساله آن بود که از حادثه جان سالم به در ببرد تا بتواند چند سال بعد، از هاروارد دکترا بگیرد، در اســـتنفورد استاد دانشگاه شود و در نهایت مهم‌ترین جایزهٔ ریاضیات جهان، مدال فیلدز را به گردن آویزد و در قلهٔ ریاضیات جهان بایستد. او با نجات از مهلکه سقوط، به ستارهٔ ریاضیات جهان بدل شد. اما ۲۰ سال بعد از حادثهٔ اتوبوس، نابغهٔ ریاضیات جهان در ۴۰ سالگی بر اثر سرطان روی در نقاب خاک کشید و از میان ما رفت تا دنیا از ذهن زیبا و خلاق او محروم شود.

۳ مریم ســـال ۱۳۵۶ در تهران به دنیا آمد. بعد از اتمام دورهٔ ابتدایی، وارد مدرســـهٔ فرزانگان تهران شد و از همین دبیرستان دیپلم گرفت. در نزدیکی دبیرستان آن‌ها چند کتاب فروشی بود. از تفریحات مریم این بود که بعد از مدرسه به کتاب فروشی‌ها رفته و کتاب‌های مورد علاقه خود را بخرد. مریم در مورد علائق کودکی‌اش می‌گوید: بچه که بودم دوســـت داشتم نویســـنده شوم. هیجان‌انگیزترین ســـرگرمی من خواندن کتاب بود. در حقیقت، هرچیزی که به دستم می‌رسید را می‌خواندم.

۴ میرزاخانی در سال ۱۳۷۳ در المپیاد جهانی ریاضی هنگ کنگ با امتیاز ۴۱ از ۴۲ مدال طلای جهانی گرفت. سال بعـــد، در کانادا با نمرهٔ کامل و رتبهٔ اول، باز هم طلای المپیاد جهانی را به دست آورد. او از اولین دخترانی بود که به تیم المپیـــاد ریاضی ایران راه یافت. مریم اولین دختری بود کـــه در المپیاد ریاضی ایران طلا گرفت. به‌عنوان نخستین دانش‌آموز ایرانی نمرهٔ کامل را به دست آورد، همچنین نخستین دانش‌آموز ایرانی بود که دو سال مدال طلا گرفت.

۵ مریم دورهٔ کارشناسی را در دانشگاه شریف طی کرد و در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه هاروارد آمریکا زیر نظر مک‌مولن، از برندگان جایزهٔ فیلدز، کارشناســـی ارشـــد و دکترا گرفت. یک ســـال بعد، نشـــریهٔ پاپیولار ســـاینس آمریکا او را به عنوان یکی از ۱۰ ذهنِ جوان برگزیدهٔ جهان انتخاب کرد. میرزاخانی از سال ۲۰۰۴ به مدت چهار سال در دانشگاه پرینستون به تدریس مشغول بود. سپس به استنفورد رفت و در ۳۱ سالگی با عالی‌ترین جایگاه دانشگاهی به‌عنوان استاد تمام در این دانشگاه به کار مشغول شد.

۶ میرزاخانی در سال ۱۳۹۳ به خاطر کار بر روی «دینامیک و هندسهٔ سطوح ریمانی و فضاهای پیمانه‌ای آن‌ها»، برندهٔ مدال فیلدز شد که عالی‌ترین نشان در ریاضیات است و هر چهار سال یک‌بار به ریاضی‌دانان برگزیدهٔ زیر ۴۰ سال اهدا می‌شود. وی اولین ایرانی و تنها زن برندهٔ مدال فیلدز در جهان است. بنابر این میرزاخانی یک الگو برای زنان دنیا شد که موفقیت را در یک رشتهٔ مردسالار از آن خود نمود. کلمهٔ نابغه برازندهٔ این دانشمند ایرانی است. میرزاخانی در سال ۱۳۷۸ میلادی موفق شد راه‌حلی برای مسئلهٔ مهم «محاسبهٔ عمق حلقه‌های ترسیم‌شده بر روی سطوح هذلولوی» پیدا کند که سال‌های متمادی، برجسته‌ترین ریاضی‌دانان در مقابل آن مسئله به زانو درآمده بودند. نه تنها مسائلی که میرزاخانی حل کرده مسائل مهمی هستند، بلکه روش‌هایی که برای حل آن‌ها ابداع کرده، به دیگر ریاضی‌دان‌ها ابزار و دیدگاه‌های خوبی برای حل دیگر مسائل می‌دهد.

۷ میرزاخانی افتخارات زیادی دارد. برای نمونه، در سال ۱۳۹۸ با انتخاب نهاد زنان سازمان ملل، جزو ۷ دانشمند زن تأثیرگذار دنیا برگزیده شد. یا در یک بنیاد علمی جایزه‌ای به نام «مریم میرزاخانی، مرزهای نو» به مبلغ ۵۰,۰۰۰ دلار ایجاد کرده که هرسال به زنان ریاضی‌دانِ تازه‌کار که کمتر از دو سال از اخذ دکترای آن‌ها می‌گذرد، پرداخت می‌شود. همچنین، روز تولد او، ۲۲ اردیبهشت از سوی اتحادیهٔ بین‌المللیِ انجمن‌های ریاضی جهان و با پیشنهاد کمیتهٔ بانوان انجمن ریاضی ایران به عنوان روز جهانی زن در ریاضیات نامگذاری شده است. با جست‌وجو در اینترنت می‌توان دید که افتخارات مریم میرزاخانی، بسیار بیشتر از این‌هاست. در مطلبی که یونسکو به مناسبت بزرگداشت او منتشر کرد، آمده است: میرزاخانی در شکل‌دهی دوباره به ریاضیات، به‌ویژه علم هندسه پیشرو بود. او همچنین الهام‌بخش زنان ریاضی‌دان جوان سراسر دنیا و مشوقی برای همهٔ کسانی بود که در پی فعالیت در علوم پایه هستند.

۸ میرزاخانی یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان دنیا محسوب می‌شود. برخی نهادهای ریاضی او را یکی از ۵۰ ریاضی‌دان بزرگ کل تاریخ معرفی می‌کنند. دیدگاه او نسبت به نوع یادگیری جالب است: بدون علاقه داشتن به ریاضی، ممکن است آن را سرد و بیهوده بیابید. اما ریاضیات، زیبایی‌های خود را تنها به شاگردانِ صبور خود نشان می‌دهد. پرارزش‌ترین بخش مطالعهٔ ریاضی، لحظه‌ای است که می‌گویی آهان؛ هیجان کشف و لذت فهمیدن چیزی جدید، درست مثل احساس ایستادن بالای یک تپه و رسیدن به دیدی واضح و شفاف از منظرهٔ پایین است. به نظر من، لازم نیست همه ریاضی‌دان باشند. ولی فکر می‌کنم خیلی از دانش‌آموزان فرصت کافی را به آن اختصاص نمی‌دهند. خود من هم شکست‌هایی را در ریاضی تجربه کرده‌ام. در دوران راهنمایی (متوسطهٔ اول) در درس ریاضی ضعیف بودم و نمرهٔ ۱۶ هم گرفته‌ام. اما باز هم تلاش کردم تا بالاخره ریاضیات قدری از زیبایی‌هایش را به من هم نشان داد.

۹ ایران ما از گذشته‌های دور تا همین دورهٔ خودمان ریاضی‌دان بزرگ کم نداشته، اما قطعاً میرزاخانی گل سرسبد آن‌هاست. سرگذشت مریم، داستان دختری است که سال ۱۳۵۶ به دنیا آمد، سال ۱۳۷۶ از حادثهٔ سقوط اتوبوس جان سالم به در برد و در سال ۱۳۹۶ تسلیم سرطان شد. اما نام او در تاریخ ریاضی جاودانه شد. میرزاخانی معتقد بود که ریاضی، به درست فکرکردن کمک می‌کند؛ یک پزشک یا کسی که کار دیگری هم می‌کند، اگر ریاضی‌اش قوی باشد، می‌تواند جلوتر و کارآمدتر از همکارانش باشد. مریم و هم‌نسلی‌های ریاضی‌دان او در ایران نشان می‌دهند که بار دیگر محققان ایرانی می‌توانند در سطوح عالی علم سهیم باشند. او نشان داد که پیشرو بودن ایرانی‌ها، موضوعی متعلق به گذشته نیست. آن‌ها می‌توانند در دنیا حرف اول را بزنند.

۱۰ مسئله: اگر غربال اراتستن را برای اعداد ۱ تا ۵۰ به کار ببریم، در این صورت حداکثر پنج عدد مرکب متوالی خواهیم داشت که مثلا اعداد ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷ و ۲۸ از آن جمله‌اند. آیا می‌توانید هزار تا عدد مرکب متوالی پیدا کنید؟

برای دیدن پاسخ، رمزینه را اسکن کنید.

منابع

1. akhbarelmi.ir/94183/

۲. خبر گزاری صدا و سیما، کد خبر ۲۶۴۷۶۶۸.

جعفر ربّانی

شاخه‌های ریاضیات
مثلثات

شما تاکنون بخش‌های عدد، حساب، هندسه و جبر را در این سلسله نوشتارها خوانده‌اید و اکنون در این شماره با علم «مثلثات» آشنا می‌شوید.
اولین نکته دربارهٔ مثلثات این است که این رشته شاخه‌ای از هندسه است. نکتهٔ دوم هم این است که مثلثات درسی دبیرستانی است، در حالی که کاربرد آن بسیار وسیع است و در درس‌های دانشگاهی و مهندسی کاربردهای آن را می‌بینید. مثلاً اساس رشتهٔ نقشه‌برداری را مثلثات تشکیل می‌دهد و در فیزیک هم کاربرد فراوان دارد. حال ببینیم مثلثات چیست!

تعریف

همان‌طور که از اسم مثلثات برمی‌آید، این علم بر پایهٔ مثلث، یعنی ضلع‌ها و زاویه‌های مثلث بنا شده است. اگر دقیق‌تر بگوییم مثلثات عبارت است از: «روابط میان طول ضلع‌ها و زاویه‌ها در مثلث قائم‌الزاویه.» اکنون به شرح آن می‌پردازیم.

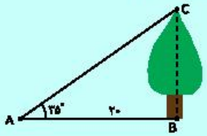
از عمل به علم

در گذشته یکی از کارهایی که در بعضی از اردوهای پیشاهنگی یا دانش‌آموزی انجام می‌شد، این بود که از شرکت‌کننده‌ها می‌خواستند با چند وسیلهٔ ساده مثل متر، خط‌کش و نقاله ارتفاع درختی یا ساختمانی یا ستونی را از فاصلهٔ دور اندازه بگیرند. این کار یک عمل مثلثاتی است و بدین‌گونه عمل می‌شود: فرض کنیم دانش‌آموزی به نام علی می‌خواهد این کار را انجام دهد. مراحل کار او چنین است:

۱. فاصلهٔ درخت (B) را از نقطه‌ای که خودش ایستاده است (A) اندازه می‌گیرد که مثلاً ۲۰ متر است.

۲. در نقطهٔ A به کمک نقاله زاویهٔ دید نوک درخت (C) یا ساختمان یا تیر را اندازه می‌گیرد که مثلاً °۳۵ است.

۳. اکنون از به هم پیوستن سه نقطهٔ A، B و C یک مثلث قائم‌الزاویه درست می‌شود.



۴. پس از این اندازه‌گیری، اکنون علی روی یک صفحه مثلث کوچک $A'B'C'$ را مشابه با مثلث ABC رسم می‌کند؛ طوری که $A'B' = ۰/۵$ متر و زاویهٔ A' همان °۳۵ باشد.

۵. در این صورت، اگر علی دقیق محاسبه کند، طول ضلع $B'C'$ نیز ۰/۳۵ متر خواهد بود. اکنون نسبت ضلع‌های دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را می‌نویسد تا بتواند ارتفاع BC یا همان ارتفاع را که x می‌نامیم، به دست آورد:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{x}{B'C'}=\frac{20}{0/5}=\frac{x}{0/35}\Rightarrow x=14 \quad \text{ارتفاع درخت}$$

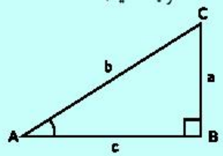
این زاویه و نسبت‌ها را به یاد داشته باشید تا به آن بازگردیم. ما این مثال را آوردیم که نشان دهیم چگونه با دانستن نسبت‌ها در دو مثلث متشابه می‌توان پاره‌ای از مجهولات را به دست آورد.

تابع‌های مثلثاتی

اساس علم مثلثات بر پایهٔ چهار اسم است که به آن‌ها تابع‌های مثلثاتی می‌گویند. این چهار اسم عبارت‌اند از: سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت؛ به شرح زیر:

● می‌دانید که در مثلث قائم‌الزاویه ABC، به ضلع مقابل به زاویهٔ قائمه «وتر» (b) گفته می‌شود. دو زاویهٔ دیگر حاده‌اند. اکنون می‌گوییم: «در مثلث قائم‌الزاویه نسبت ضلع مقابل به وتر سینوس نام دارد و آن را چنین نشان می‌دهیم (به شکل مثلث توجه کنید):

$$\sin A=\frac{a}{b}$$



به عبارت دیگر می‌گوییم: سینوس زاویهٔ A برابر است با نسبت ضلع مقابل به وتر.

به همین ترتیب سه تابع مثلثاتی دیگر چنین تعریف می‌شوند:

کسینوس

کسینوس زاویهٔ A برابر است با نسبت ضلع مجاور به وتر:

$$\cos A=\frac{c}{b}$$

تانژانت

تانژانت زاویهٔ A برابر است با نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور:

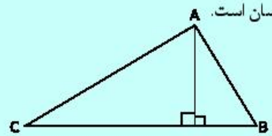
$$\tan A=\frac{a}{c}$$

کتانژانت

کتانژانت زاویهٔ A برابر است با نسبت ضلع مجاور به ضلع مقابل:

$$\cot A=\frac{c}{a}$$

نکتهٔ ۱. چون هر مثلث را می‌توان به دو مثلث قائم‌الزاویه تقسیم کرد بنابراین توابع مثلثاتی برای زاویه‌ها در هر نوع مثلثی یکسان است.



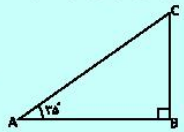
نکتهٔ ۲. تابع مثلثاتی هر زاویه مخصوص به خودش است و چون بی‌نهایت زاویه وجود دارد، بی‌نهایت مقدار تابع مثلثاتی نیز وجود دارد. از این رو، به‌جز برای چند زاویهٔ مهم، مثل ۳۰ درجه، ۴۵ درجه و ۶۰ درجه که راحت قابل محاسبه است، بقیهٔ توابع مثلثاتی را باید از جدول‌های مخصوص تابع‌های مثلثاتی یا از ماشین‌حساب و اینترنت به دست آورد.

بازگشت به اندازه‌گیری ارتفاع

دیدیم که علی با متر، خط‌کش و نقاله چگونه ارتفاع درخت را اندازه گرفت. حالا که او با توابع مثلثاتی آشنا شده، دیگر نیازی به آن کارها ندارد. کافی است با استفاده از ماشین‌حساب بداند که تانژانت زاویهٔ ۳۵° برابر ۰/۷ است. در این صورت به‌راحتی ارتفاع درخت را به دست می‌آورد:

$$\tan A=\frac{BC}{AB}$$

$$0/7=\frac{BC}{20}=BC=14 \text{ متر}$$



در پایان چند فرمول مثلثاتی مهم را برای شما می‌گوییم:

۱. $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

مثال: اگر زاویهٔ A، ۳۰° باشد، سینوس آن $\frac{1}{2}$ و کسینوس آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. یعنی: $(\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

۲. $\tan\times\cot=1$

چون تانژانت (tan) معکوس کتانژانت (cot) است، درستی فرمول بالا به استدلال نیاز ندارد.

نکتهٔ ۳. در مثلثات معمولاً زاویه‌ها را به جای درجه بر حسب رادیان نام می‌برند. اگر R، رادیان و D، درجه باشند. رابطهٔ بین رادیان و درجه به صورت $\frac{R}{\pi}=\frac{D}{180}$ است. طبق این رابطه π رادیان برابر با ۱۸۰ درجه، $\frac{\pi}{6}$ رادیان برابر ۳۰ درجه، $\frac{\pi}{4}$ رادیان برابر با ۴۵ درجه، $\frac{\pi}{3}$ رادیان برابر با ۶۰ درجه، $\frac{\pi}{2}$ رادیان برابر با ۹۰ درجه، $\frac{2\pi}{3}$ رادیان برابر با ۱۲۰ درجه و $\frac{3\pi}{2}$ برابر با ۲۷۰ درجه می‌باشد.

ریاضیات، پنجره‌ای رو به ناشناخته‌ها

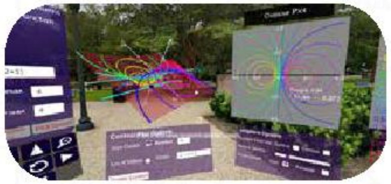
ژما جواهری‌پور

امـــروز به همهٔ قدرت تخیلتان نیاز داریم. تصور کنید وارد کلاس ریاضی شـــده‌اید و معلم ریاضی یک عینـــک واقعیت مجازی به شـــما می‌دهد و می‌بینید که همهٔ تصویرها، شکل‌های هندسی، فرمول‌ها و نمودارها در کلاس درس شناور شده‌اند.

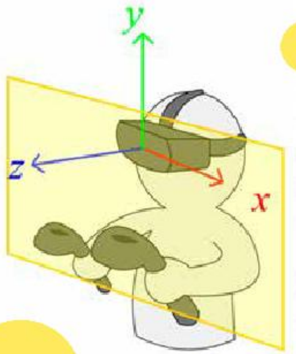
حالا می‌توانید به مکعب‌ها دست بزنید و آن‌ها را در فضا بچرخانید. معلم از شما می‌خواهد خط‌کشی سه بعدی بردارید و ابعاد مکعب را اندازه بگیرید. دنیای شگفت‌انگیزی از تمام مفهوم‌های ریاضی که می‌شناختید، در مقابل شما قرار گرفته است.

حتی می‌توانید نمودارهای متفاوتی را در دستگاه مختصات رسم کنید. مجموعه‌ای از اشیا در فضا معلق است و می‌توانید آن‌ها را دسته‌بندی کنید و مجموعه‌های متفاوتی تشکیل دهید. اتفاقات در این دنیای مجازی سریع‌تر و قابل لمس‌تر است.

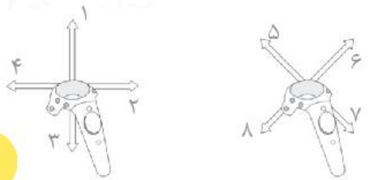
در این دنیای مجازی اشیا می‌توانند شکل‌های هندسی مشخص داشته باشند.
ولی این دنیای جالب چطور ساخته شده است؟ عینک دنیای مجازی را بردارید و به دنیای واقعی باز گردید تا پاسخ سؤال را پیدا کنید. دنیای اطراف شما شامل انواع و اقسام شکل‌های هندسی و غیرهندسی است که به دیدن آن‌ها عادت دارید و به همین دلیل شگفت‌زده نمی‌شوید.



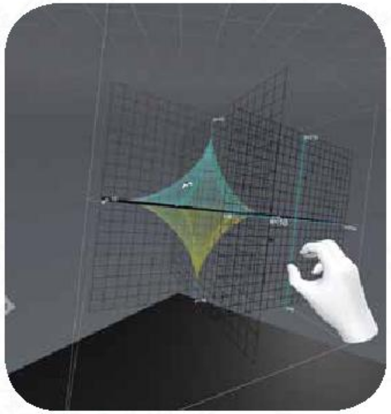
همهٔ دنیای اطراف ما بر اساس قواعد و فرمول‌های ریاضی شکل گرفته است، ولی ما وقتی صبح از خواب برمی‌خیزیم شگفت‌زده نمی‌شویم؛ چون مغز ما همهٔ داده‌های این دنیا را در خود ضبط کرده است. اما دانشمندان چطور توانستند این دنیای مجازی را خلق کنند؟ آن‌ها به سراغ اساس ریاضی دنیای واقعی رفتند و با طراحی مدل سه بعدی دنیای مجازی را ساختند.
دنیای واقعی و دنیای مجازی یک مفهوم پایهٔ ریاضی دارند و آن «دستگاه مختصات» است. همان‌طور که در جهان اطراف ما همهٔ اطلاعات در یک دستگاه مختصات سه بعدی تعریف شده، برنامهٔ گرافیکی دنیای مجازی هم بر دستگاه مختصات سه بعدی استوار است.



دستگاه مختصات سه بعدی از سه محور عمود بر هم تشکیل شده است و موقعیت همهٔ اشیا را می‌توان در این دستگاه مشخص کرد. در این دستگاه می‌توان نشان داد حرکت یک خودرو و یا یک پرنده چگونه انجام می‌شود. همین مفهوم ریاضی برای تعریف کارکرد حرکت در دنیای مجازی هم مصداق دارد.



پس وقتی در دنیای مجازی به کمک دسته‌های متصل به پردازندهٔ رایانه، اشیای مجازی را لمس می‌کنید، آن‌ها هم بر اساس اطلاعات یک دستگاه مختصات کار می‌کنند.



دنیای ریاضی ما توانست دنیای مجازی ما را بسازد و از همه مهم‌تر، الهام‌بخش ساخت دنیای مجازی، جهان زیبای هستی است که خالق آن خدای مهربان است که هم چشم و توانایی دیدن و هم دنیای سه بعدی اطراف ما را خلق کرده است.

نتیجه به شرط ترسیم

درمانگاه ریاضی

افشین خاصه‌خان

بچه‌ها سلام، وقت بخیر. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. مراجعه‌کنندهٔ این هفته، دانش‌آموز نهمی، امیرحسین عباسی است. خواهر امیرحسین، مبینا، هر هفته دو جلسه همراه با پدرش که از دوستان این‌جانب است، برای آموزش به درمانگاه می‌آید. این بار امیرحسین نیز با آن‌ها آمده است. بعد از سلام و احوال‌پرسی آن‌ها را به کلاس درمانی دعوت می‌کنم. پدرشان که یک قاضی باتجربه است، طبق معمول در سالن باحوصله منتظر می‌ماند.

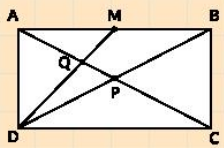
ویزیت: با امیرحسین دوباره خوش‌وبشی می‌کنم تا راحت‌تر بتواند سؤالاتش را مطرح کند. علت مراجعهٔ او را می‌پرسم. امیرحسین در حالی که کتاب و دفترش را از کیف بیرون می‌آورد، گفت: «چند سؤال از هندسه دارم که نتوانستم به آن‌ها پاسخ بدهم.»

پرسیدم: «از کتاب درسی؟»

گفت: «نه چند سؤال خارج از کتاب.»

گفتم: «فعلاً یکی از آن‌ها را مطرح کن و ایده‌ات را برای حل آن بگو.»

او شروع به خواندن سؤال کرد: چهارضلعی ABCD مستطیل است و نقطهٔ M وسط ضلع AB قرار دارد. نسبت طول قطر مستطیل به پاره‌خط PQ چقدر است؟ (آزمون کانگورو ۲۰۰۴)



پرسیدم: «ایده و راه‌حلت چه بود؟»

امیرحسین گفت: « حدس‌هایی زده‌ام، اما نمی‌دانم از کجا شروع کنم.»

گفتم: «حدس‌هایت را بگو.»

- مثلاً مطمئنم، از تشابه دو مثلث AMQ و DCQ باید استفاده کنم. اما از آنجا نمی‌توان نسبت PQ به AC را نتیجه گرفت. در مثلث BMD هم PQ با MB موازی نیست.

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی: امیرحسین در تعریف‌های اولیه و فهم قضیه‌ها و حتی به کار بردن آن‌ها به ظاهر مشکلی نداشت. به نظر من مشکل او ناتوانی در دیدن خط‌ها و اجزای مؤثر ترسیم نشده بود که با رسم آن‌ها و به دنبال آن آزمون و خطا کردن، ایده‌های خلاقانه‌اش می‌توانست به جواب برسد.

درمان

به امیرحسین گفتم: «تو ذهن خلاقی داری و تعریف‌ها و قضیه‌ها را به خوبی فهمیده‌ای و در جای درست هم آن‌ها را به کار می‌بری.»

پرسید: «پس مشکل کجاست؟»

- تنها ایرادی که من می‌بینم، این است که به خط‌ها یا اجزایی که رسم نشده‌اند و برای حل لازم‌اند که رسم شوند، توجه نمی‌کنی.

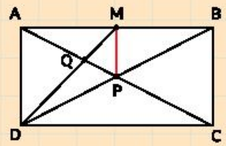
- یعنی باید خودم اجزایی را به شکل اضافه کنم؟

- بله باید با دقت به شکل نگاه کنی تا زمانی که حدس بزنی چه اجزایی را بهتر است رسم کنی تا بتوانی PQ را به محاسباتت وارد کنی.

امیرحسین مکثی کرد و گفت: «P را به M وصل کنیم؟»

- خب بعد؟

- حالا می‌توانیم از تشابه دو مثلث AQD و PQM استفاده کنیم.



- چرا آن‌ها متشابه‌اند؟

- مگر AD و MP موازی نیستند؟

- از کجا چنین ادعایی داری؟

- معلوم است: M وسط ضلع AB است.

- کافی نیست.

کمی مکث کرد و جواب داد: «مگر P هم وسط دو قطر نیست؟»

با تکان دادن سر تأیید کردم، اما دوباره دلیل خواستم. گفت: «سخت نگیرید، در مستطیل قطرها منصف یکدیگرند.»

- خیلی نزدیک شده‌ای. حالا چطور می‌خواهی این موضوع را به موازی بودن AD و MP ربط بدهی؟

با ادامهٔ مکث امیرحسین سؤال کردم: «در کدام قضیه نسبت اضلاع و توازی وجود دارد؟»

امیرحسین به شکل خیره شد و بعد از مدت کوتاهی گفت: «فهمیدم، در مثلث ABD می‌توانیم از عکس قضیهٔ تالس استفاده کنیم.» و نوشت:

$$\frac{MB}{MA}=\frac{BP}{PD}\rightarrow AD \parallel MP$$

از او خواستم نتیجهٔ قضیهٔ تالس را هم بنویسد و امیرحسین نوشت:

$$\frac{BM}{BA}=\frac{MP}{AD}=\frac{۱}{۲}$$

سپس گفت: «الان می‌توانیم از تشابه دو مثلث AQD و PQM استفاده کنیم.» و نوشت:

$$\frac{PQ}{AQ}=\frac{MP}{AD}=\frac{۱}{۲}$$

گفتم: «بسیار عالی، خیلی به جواب نهایی نزدیک شده‌ای.»

گفت: «فهمیدم! از ترکیب نسبت در مخرج استفاده می‌کنیم.» و نوشت:

$$\frac{PQ}{AP}=\frac{۱}{۱+۲}=\frac{۱}{۳}$$

تشویقش کردم و گفتم: «حالا قدم آخر مانده که به قطر ربط دهی. اگر یادت باشد، در مورد قطرهای مستطیل جمله‌ای گفتی.»

- قطرهای مستطیل منصف یکدیگرند.

- به زبان ریاضی بنویس.

نوشت: $AP=\frac{AC}{۲}$

- حالا در رابطهٔ آخر قرار بده و ساده کن.

نوشت: $\frac{PQ}{\frac{AC}{۲}}=\frac{۱}{۳}\rightarrow\frac{۲PQ}{AC}=\frac{۱}{۳}\rightarrow\frac{PQ}{AC}=\frac{۱}{۶}$

امیرحسین گفت: «خیلی خوب بود. درست است که شما راهنمایی کردید، اما حس می‌کنم ایدهٔ جواب را من گفتم.»

حرف او را تأیید کردم و گفتم: «اسم این روش یادگیری فعال است. با سؤال و جواب‌های متوالی، ایده‌هایت استخراج شدند و بعد از آزمون‌وخطاکردن آن‌ها، به جواب رسیدی. در واقع اصل مطلب را تو کشف کردی. قصد من علاوه بر راهنمایی‌ات برای رسیدن به جواب، آموزش گام‌به‌گام فکرکردن و ایده‌ساختن بود.»

با همین روش سؤال‌های دیگر امیرحسین را حل کردیم.

تجویز داروهای هفتگی: حال نوبت تجویز داروهای درمانی برای امیرحسین بود. به او تعدادی مسئلهٔ هندسه همراه با پاسخ دادم و از او خواستم آن‌ها را حل کند.

امیرحسین گفت: «سعی می‌کنم با همین روش قدم‌به‌قدم جلو بروم و آن‌ها را حل کنم. اگر هم لازم شد، دوباره به درمانگاه می‌آیم.»

توصیهٔ پایانی من به امیرحسین این بود که حتماً برای حل سؤال‌های چالشی حوصلهٔ زیادی به خرج دهد و تا حد ممکن به پاسخ سؤال‌ها مراجعه نکند تا ایدهٔ سؤال را خودش بسازد. چه بسا روش حل او با روش حل من متفاوت و حتی بهتر باشد. این موضوع هم لذت‌بخش است و هم اعتمادبه‌نفس او را به‌طور محسوسی افزایش خواهد داد.

حسین نامی‌ساعی

سلام بچه‌ها.

در شماره‌های گذشته گفتیم که: من: معلم ریاضی، با **فاطمه**، **سیمین**، **حنانه** و **ریحانه** که از بهترین دانش‌آموزان ریاضی مدرسه هستند قرار گذاشتیم که یک بررسی و کار پژوهشی با موضوع ریاضی و بدفهمی‌ها و اشتباهات رایج دانش‌آموزان در محاسباتی که به غلط انجام می‌دهند انجام دهیم. در این شماره هم مانند روال قبل، پیشنهاد بچه‌ها این است که هر کدام یک نمونه از بدفهمی‌هایی را که معمولاً از دانش‌آموزان دیده‌اند را مطرح کنند و دربارهٔ علت آن توضیح دهند که با هم این نمونه‌ها را می‌بینیم.

نمونه‌هایی از بدفهمی‌های ریاضی:

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که حنانه دیده است:

نوع بدفهمی: درک نادرست از اتحادهای جبری و ضرب چندجمله‌ای‌ها و ضرب پرانتزها و قوانین آن‌ها؛

یک نمونه از این بدفهمی: حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$(2x+3y)^2$$

محاسبهٔ نادرست:

$$(2x+3y)^2=(2x)^2+(3y)^2$$

استدلال حنانه از علت این بدفهمی:

دلیل اینکه دانش‌آموزانی محاسبهٔ نادرست بالا را انجام داده‌اند، مسلط نبودن بر ضرب دوجمله‌ای در دوجمله‌ای، برداشت ناصحیح از اتحاد مربع مجموع دوجمله‌ای و همچنین خواص و قوانین توان است.

جواب صحیح: برای محاسبهٔ صحیح لازم است که به صورت زیر عمل کنیم:

$$(2x+3y)^2=(2x+3y)(2x+3y)$$
$$=4x^2+6xy+6xy+9y^2$$

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که ریحانه دیده است:

نوع بدفهمی: عدم شناخت خواص تقسیم کسرها و مسلط نبودن بر تقسیم کسرها؛

یک نمونه از این بدفهمی: $\frac{6a+8b}{x+y}$

محاسبهٔ نادرست:

$$\frac{6a+8b}{x+y}=\frac{6a}{x}+\frac{8b}{y}$$

استدلال ریحانه از علت این بدفهمی:

دانش‌آموزانی که محاسبهٔ نادرست بالا را انجام داده‌اند، خواص و قواعد تقسیم و تقسیم عبارت‌های دوجمله‌ای بر دوجمله‌ای را خوب درک نکرده‌اند و بر عمل مخرج مشترک‌گیری مسلط نیستند؛ و برای همین به نادرست، جملهٔ اول مقسوم (صورت کسر) را بر جملهٔ اول مقسوم‌علیه (مخرج کسر) و جملهٔ دوم مقسوم را بر جملهٔ دوم مقسوم‌علیه تقسیم کرده‌اند که این عمل نادرست است و نتیجهٔ آن هم صحیح نمی‌باشد.

محاسبهٔ صحیح: $\frac{6a+8b}{x+y}=\frac{6a}{x+y}+\frac{8b}{x+y}$

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که سیمین دیده است:

نوع بدفهمی: ندانستن خواص و قواعد مربوط به اعداد توان‌دار.

یک نمونه از این بدفهمی: حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید

$$(x^3)^2$$

محاسبهٔ نادرست $(x^3)^2=x^9$

استدلال سیمین از علت این بدفهمی:

دانش‌آموزانی که محاسبهٔ غلط بالا را انجام داده‌اند دلیلش آن است که، بر قواعد توان و اعداد توان‌دار مسلط نیستند. و نمی‌دانند که اگر یک عدد و یا متغیر و یا عبارت توان‌دار که به توان می‌رسد، توان‌های آن‌ها در هم ضرب می‌شود؛ در حالی که آن‌ها توان را به توان رسانده‌اند که این عمل غلط است.

محاسبهٔ صحیح: $(x^3)^2=x^{3\times 2}=x^6$

یا $(x^3)^2=x^3\times x^3=x^{3+3}=x^6$

نمونه‌ای از بدفهمی‌هایی که فاطمه دیده است:

نوع بدفهمی: درک نادرست از خواص رادیکال و عبارت‌های رادیکال‌دار

یک نمونه از این بدفهمی: حاصل عبارت زیر را بدست آورید

$$\sqrt{(8x)^2+(2y)^2+(3x)^2}$$

محاسبهٔ نادرست:

$$\sqrt{(8x)^2+(2y)^2+(3x)^2}=\sqrt{(11x)^2}+\sqrt{(2y)^2}$$

جواب صحیح:

$$\sqrt{(8x)^2+(2y)^2+(3x)^2}=\sqrt{64x^2+4y^2+9x^2}$$
$$=\sqrt{73x^2+4y^2}$$

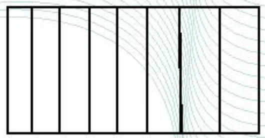
استدلال فاطمه از علت این بدفهمی:

دانش‌آموزانی که به این طریق عمل کرده‌اند، بر خواص رادیکال‌ها مسلط نمی‌باشند و به همین دلیل رادیکال را تفکیک کرده‌اند که تفکیک رادیکال در این حالت اشتباه است.

آهنگری
که خط‌ها را عمود نمی‌کرد

قاسم حسین قنبری

وقتی ما به خانهٔ جدید کوچ کردیم، متوجه شدیم که شیشه‌های نورگیر شکسته‌اند و از بالا گرد و خاک به داخل می‌آید. خطرناک‌تر اینکه موقع باد و توفان شیشه‌های شکسته از بالا به پایین پرت می‌شدند و بسیار وحشتناک بود. چراکه احتمال داشت، شیشه‌ها با کسی برخورد کنند و حتی کسی آسیب جدی ببیند. به پشت بام رفتم و بررسی کردم. بعضی از شیشه‌های سقف نورگیر شکسته بودند. شکل سقف به صورت زیر بود:



من هم با خیال راحت با فرض اینکه همهٔ خط‌ها عمودند، یک طرف قسمت‌های شکسته را اندازه گرفتم و رفتم شیشه‌بری و شیشه‌ها را برش زدم و به خانه آوردم. شروع به نصب شیشه کردم، ولی دیدم نصب نمی‌شود. با کمال تعجب دیدم که چهارضلعی‌ها مستطیل نیستند.

پس ضلع‌های دیگر را هم اندازه گرفتم و دوباره رفتم شیشه‌بری و برش جدید. متأسفانه برش درست انجام نشده بود و موقع نصب شیشه‌ها شکستند. دوباره رفتیم شیشه‌بری و آخر کار با چسب‌کاری و کلی دردسر توانستیم شیشه‌ها را کار بگذاریم که باز هم فایده نداشت؛ چون آب باران از آن عبور می‌کرد و با هر تکان و بادی، صدای لرزش شیشه‌ها در چارچوب آهنی شنیده می‌شد.

همهٔ این اتفاق‌های بد فقط به خاطر عمود نبودن خط‌ها به وجود آمدند. چیزی که اصلاً به چشم نمی‌آید و با یک گونیای ساده به‌راحتی در این اندازه قابل اجراست.

به قول معروف ژاپنی‌ها:

به خاطر میخی، نعلی افتاد.
به خاطر نعلی، اسبی افتاد.
به خاطر اسبی، سواری افتاد.
به خاطر سواری، جنگی شکست خورد.
به خاطر شکستی، مملکتی نابود شد.

و همهٔ این‌ها به خاطر کسی بود که میخ را خوب نکوبیده بود.

این خاطره و خاطره‌های دیگر به ما می‌آموزند که در درس ریاضی به یک سلسله کارهای عملی نیاز داریم. مثلاً بچه‌های پایهٔ نهم باید بتوانند یک مستطیل به ابعاد ۳ در ۴ متر در حیاط مدرسه رسم کنند، تا به اهمیت قضیهٔ فیثاغورس و روش رسم خط عمود و ترسیم دایره به‌طور عملی پی ببرند.

ریاضیات و مخاطبان

محمدحسین دیزجی

مخاطبان دیروز و امروز برهان

محمد جویدار سلطان احمدی

وقتی در هر مبحثی از ریاضیات، بعد از بیان تعریف‌ها و ویژگی‌های آن که مفاهیمی انتزاعی هستند، دانش‌آموزان کاربردی از آن موضوع را می‌بینند، علاقهٔ بیشتری به یادگیری آن موضوع پیدا می‌کنند. یکی از شیوه‌های کاربردی حل مسئله‌های ریاضی، «روش برداری» است. در همین ارتباط، گزارشی از یک کلاس درس ریاضی را در همین شماره حضورتان تقدیم کردیم که در صفحهٔ ۱۰ آمده است. برای اینکه اطلاعات شما در این زمینه بیشتر شود و درک بهتری از موضوع پیدا کنید، با دبیر همان دانش‌آموزان، یعنی آقای **محمد جویدار سلطان‌احمدی** نیز گفت‌وگو کردیم که حاصل آن را در ادامه می‌خوانید.

● قبل از اینکه سؤالی را پاسخ دهید لطفاً بگویید از کی با مجلهٔ برهان آشنا شدید؟

○ من از همان زمان شروع دورهٔ راهنمایی (متوسطهٔ اول) توسط معلم ریاضی‌مان با مجلهٔ رشد برهان آشنا شدم و شاید باور نکنید که خواندن همین مجلات ریاضی بود که من را به رشتهٔ ریاضی علاقه‌مند کرد و الان هم من از کسانی هستم که مجلات برهان را دنبال می‌کنم و خود را از مخاطبان آن می‌دانم.

● لطفاً از سوابق کاری و رشتهٔ تحصیلی خودتان و مدرسه‌ای که در آن تدریس می‌کنید، برای ما بفرمایید و اینکه چه درسی تدریس می‌کنید و در کدام پایه‌ها؟

○ ورودی کارشناسی سال ۱۳۷۴ ریاضی دانشگاه شریف، فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد ریاضی سال ۱۳۸۰ در شاخهٔ هندسهٔ ناجابجایی، و فارغ‌التحصیل دورهٔ دکترا در سال ۱۳۹۳ از دانشگاه پورتو پرتغال در گرایش «سیستم‌های دینامیکی تصادفی» هستم. در سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۸ و ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۸ در دانشگاه آزاد واحدهای کرج، قزوین، تهران مرکز و شمال ریاضی عمومی، معادلات دیفرانسیل معمولی و مشتقات جزئی، ریاضیات مهندسی، محاسبات عددی، آمار و احتمال، و برنامه‌نویسی درس داده‌ام. در دبیرستان‌های کمال ۸ و علامه حلی ۱۰ نیز در دورهٔ اول متوسطه در سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۸ و از سال ۱۳۹۳ تاکنون در هر سه پایهٔ ریاضی و هندسه تدریس کرده‌ام.

● کاری را که ما امروز به خاطر آن در مدرسهٔ شما حضور داشتیم، چه باید بنامیم؟ مثلاً «تدریس از طریق ...» یک تعریف اولیه از این کار بفرمایید.

○ دانش‌آموزان پایهٔ هشتم که من معلم آن‌ها هستم، در فصل ۵ کتاب ریاضی با مفاهیم مقدماتی بردارها، و در فصل‌های ۳ و ۶ با هندسهٔ مسطحه آشنا می‌شوند. اما در کتاب ارتباطی بین بردارها با مفاهیم هندسه برقرار نمی‌شود و این فصل‌ها در کتاب به صورت جزیره‌های جدا از هم باقی می‌مانند. به این ترتیب، دانش‌آموزان به ارزش بردارها به عنوان ابزاری قدرتمند در حل مسئله‌های ریاضی، از جمله در بخش هندسهٔ مسطحه، پی نمی‌برند! و کاربردی قابل فهم در سطح دورهٔ اول در اختیارشان قرار نمی‌گیرد. البته دانش‌آموزانی که در دورهٔ دوم وارد رشتهٔ ریاضی می‌شوند، به صورت غیررسمی و در صورت علاقه‌مندی به مطالعهٔ بخش اختیاری مجلهٔ ریاضی (خواندنی)، در دو صفحهٔ آخر کتاب هندسهٔ ۳ (ص ۸۴ و ص ۸۵)، بسیار دیرهنگام ارتباط بین بردارها و هندسهٔ مسطحه را درمی‌یابند. اما این مهم برای سایر دانش‌آموزان در پس پرده پنهان خواهد ماند! که ما این ارتباط در تدریس را برقرار کرده‌ایم.

● ایدهٔ تدریس از این روش چطور به ذهن شما رسید و چه مدت است که آن را اجرا می‌کنید؟ چه تعداد از دانش‌آموزان شما در کدام پایه‌ها از طریق این ایده درس را دنبال می‌کنند؟

○ تمام کسانی که ریاضی می‌خوانند با هندسهٔ تحلیلی که ارتباط بین هندسه و جبر است و در آن نقاط در صفحه و فضا به صورت مختصات عددی نمایش داده می‌شوند، آشنا می‌شوند و در نتیجه درمی‌یابند که به کمک رهیافت هندسهٔ برداری می‌توان بسیاری از پدیده‌ها را مدل‌سازی ریاضی و توصیف کرد.

هنگام تدریس فصل پنجم کتاب هشتم (بردارها)، در مقابل این پرسش که این فصل چه کاربردهای مقدماتی دارد که قابل توصیف در این سطح باشد، می‌توان به کاربرد بردارها در حل مسائل هندسه به شیوه‌ای بسیار ساده اشاره کرد. بنده همواره در پایه‌های هشتم و نهم این موضوع را در کلاس مطرح می‌کنم و مورد بحث و گفت‌وگو قرار می‌دهم. بیشتر بچه‌ها در بحث مشارکت می‌کنند و آن را می‌فهمند و می‌توانند مسئله‌های هندسه را به این روش حل کنند.

● آموزش از طریق نظریهٔ بازی‌ها و حل مسائل هندسه به روش برداری چه تفاوتی با تدریس به شیوهٔ معمول همین مباحث ریاضی دارد؟

○ وقتی در هر مبحثی از ریاضیات، بعد از بیان تعریف‌ها و ویژگی‌های آن که مفاهیمی انتزاعی هستند، کاربردی از آن موضوع عرضه می‌شود، دانش‌آموزان به یادگیری آن موضوع علاقهٔ بیشتر نشان می‌دهند. روش برداری در حل مسئله‌های هندسه قابل لمس‌تر و تجربه‌پذیرتر است. به علاوه، به دلیل ماهیت نمایش عددی و محاسباتی‌بودن به‌سادگی قابل ارزیابی از نظر درستی یا نادرستی راه حل ارائه شده به این روش است. دانش‌آموزان با آگاهی یافتن از این موضوع که با رهیافت هندسهٔ برداری می‌توان مسئله‌های هندسه را کدنویسی و حل کرد و از آن در مسئله‌های زندگی روزمره، مانند حل مشکلات ترافیک هوایی و زمینی و ... بهره گرفت، انگیزه و علاقهٔ بیشتری به یادگیری هندسه نشان می‌دهند. همچنین آن‌ها می‌توانند از نرم‌افزارهای ریاضی مانند «جئوجبرا» که در کلاس‌های ریاضی مدرسه آموزش داده می‌شود، کمک بگیرند و خودشان مسئله‌های ساده را حل کنند.

● آموزش از این طریق، از نظر میزان فراگیری، سرعت آموزش، خلاقیت و غیره چه اثری روی شاگردان شما گذاشته است؟

○ هر آموزشی که همراه کاربرد آن باشد برای دانش‌آموز لذت‌بخش و قابل درک است و آموزش شهودی در میزان یادگیری، سرعت آموزش و بروز خلاقیت اثری مستقیم دارد.

● بچه‌ها در این زمینه چطور از راهنمایی‌های شما استفاده می‌کنند و اگر نیاز به منابع مطالعاتی داشته باشند، شما چگونه آنان را راهنمایی می‌کنید؟

○ در کلاس، با تشکیل گروه‌های پژوهشی و ارائهٔ پروژه‌های درسی، بیان شیوه‌های پژوهش، معرفی کتاب و نحوهٔ استفاده از منابع (کتاب‌های تکمیلی و دایرةالمعارف‌های موجود در اینترنت)، ایجاد رقابت سالم بین گروه‌ها و تمرین و تقویت روحیهٔ کار گروهی، و یادگیری همدلانه و به صورت بازی برد-برد بین اعضای یک گروه، آموزش‌های لازم صورت می‌پذیرند.

● ورود به این نوع روش حل مسئله چطور می‌توانید خلاقیت بچه‌ها را شکوفا کند؟ لطفاً نمونه بیاورید.

○ دانش‌آموزان وقتی با یک کاربرد و نگاه متفاوت به یک موضوع برخورد می‌کنند، شگفت‌زده می‌شوند و سعی و تلاش بیشتری برای یادگیری از خود نشان می‌دهند و در واقع این فرصت را به دست می‌آورند که توانایی‌های خود را از طریق تلاش و درگیر شدن با تجربه‌های علمی و به انجام رساندن دانسته‌های خود گسترش دهند.

● اصولاً کدام یک از مباحث درسی ریاضی پایه‌های هفتم تا نهم را با استفاده از این روش‌ها می‌توان آموزش داد؟ لطفاً نمونه بیاورید.

○ چند قضیه و مسئله از فصل ششم کتاب هشتم و فصل سوم کتاب نهم را می‌توان با دیدگاه برداری حل کرد. جدا از راحت‌تربودن این روش، یادگیری هر راهبرد در ریاضیات جعبه‌ابزار ما را کامل‌تر می‌کند و توانایی ما را برای حل مسئله افزایش می‌دهد.

● از نگاه برخی دانش‌آموزان درس ریاضی حالت انتزاعی دارد و شاید به نظر کمتر کاربردی باشد. لطفاً در خصوص کاربردی‌بودن این روش‌های آموزشی بیشتر توضیح دهید تا بچه‌ها به اهمیت آن پی ببرند.

○ وقتی آموزش ریاضی از بیرون حوزهٔ ریاضیات، مثلاً از یک بازی یا یک موضوع جذاب برای دانش‌آموزان و با طرح چند سؤال و ایجاد نیاز در آن‌ها برای یادگیری و حل معمای طرح‌شده آغاز می‌شود، در ذهن دانش‌آموز پرسش به وجود می‌آید. در این شرایط، فهمیدن پاسخ آن برایش اهمیت پیدا می‌کند و در نتیجه یادگیری آسان‌تر صورت می‌پذیرد. وقتی دانش‌آموز دورهٔ اول متوسطه اهمیت چندانی برای یادگیری ریاضیات قائل نیست، معلم باید با به‌کارگیری هنر خود، از هر فرصتی برای دعوت او به باشگاه پرورش ذهن، یعنی یادگیری ریاضیات، استفاده کند.

به عنوان مثالی دیگر از ایجاد انگیزه و آموزش غیرمستقیم، خارج از موضوع بردارها، برای علاقه‌مندان به ورزش می‌توان رشتهٔ مهندسی ورزش را معرفی کرد و از ارتباط تنگاتنگ این رشته با ریاضیات و فیزیک سخن گفت. می‌توان تاریخچهٔ فوتبال را شرح داد و از توپ چهل‌تکه سخن گفت و اینکه غیرممکن است بتوان یک توپ چهل‌تکهٔ متقارن ساخت! از دانش‌آموزان می‌پرسم چند نفر از آن‌ها تاکنون تکه‌های توپ فوتبال معروف به چهل‌تکه را شمرده‌اند؟ چرا بله و چرا نه؟ هر تکه چه شکل هندسی دارد؟ چرا این گونه‌اند؟ چرا پنج ضلعی و شش‌ضلعی‌اند؟ چرا مثلث نیستند یا شکل هندسی دیگری ندارند؟ آیا شکل هندسی توپ فوتبال در عملکرد آن تأثیری دارد؟ چگونه می‌توان این موضوع را بررسی کرد؟

هنگامی که ذهن دانش‌آموزان آماده شد، به بحث حجم‌های افلاطونی (مرتبط با فصل ۶ کتاب هفتم و فصل ۸ کتاب نهم) و ارشمیدسی و اثبات ادعای بالا می‌پردازیم: بیان اینکه اجسام ارشمیدسی چندوجهی‌هایی هستند و با بیش از یک نوع چندضلعی منتظم هم‌نهشت ساخته شده‌اند. در کل ۱۳ جسم ارشمیدسی وجود دارد که هفت تای آن‌ها را می‌توان با بریدن گوشه‌های اجسام افلاطونی ساخت. برای مثال، توپ فوتبال معروف به چهل‌تکه یک حجم محدب ارشمیدسی است که از تعدادی پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی منتظم تشکیل شده است. این حجم ارشمیدسی را می‌توان با بریدن گوشه‌های ۲۰ وجهی مثلثی منتظم (افلاطونی) از هر نقطه به‌جز وسط اضلاع، ساخت. از آنجا که ۱۲ رأس داریم که در هر رأس پنج مثلث متساوی‌الاضلاع به هم رسیده‌اند، با ۱۲ برش یکسان از یک‌سوم طول هر یال، یک حجم ارشمیدسی خواهیم داشت که در محل برش‌ها ۱۲ تا پنج‌ضلعی منتظم به دست می‌آید. از بخش‌های باقی‌مانده از ۲۰ وجه مثلثی نیز ۲۰ شش‌ضلعی منتظم حاصل می‌شود.

در نتیجه یک حجم ارشمیدسی ۳۲ وجهی به دست می‌آید. دور هر پنج‌ضلعی، ۵ تا شش‌ضلعی و دور هر شش‌ضلعی ۳ تا پنج‌ضلعی و ۳ تا شش‌ضلعی قرار می‌گیرد. بنابراین توپ فوتبال معروف به چهل‌تکه در واقع ۳۲ تکه است! البته به صورت دقیق با استفاده از «رابطهٔ اویلر» و با محاسبه‌های جبری می‌توان تعداد تکه‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی و در نتیجه تعداد کل تکه‌های توپ فوتبال متقارن را مشخص کرد و نیز غیرممکن‌بودن وجود یک توپ چهل‌تکهٔ متقارن را به اثبات رساند.

در طراحی و ساخت توپ فوتبال از آغاز تاکنون به نکات خیلی زیادی توجه شده است و توپ‌های فوتبال بر اساس شکل، وزن، قطر و ... دسته‌بندی و استاندارد شده‌اند. به این منظور تحقیقات زیادی هم صورت پذیرفته‌اند و در بررسی‌های فیزیکی توپ‌های مختلف و یافتن پاسخ پرسش‌های مطرح‌شده، از شکل هندسی توپ فوتبال کلاسیکی که یک حجم ارشمیدسی است، استفاده شده است. این بررسی‌ها شامل تناسب وزن، قطر، جنس و شکل توپ با فشار درونی وارد بر سطح، نیروی ضربهٔ توپ، جهش، سرخوردن و چرخیدن آن روی زمین در دماها و شرایط جوی متفاوت در فصل‌های مختلف سال است.

مثلاً در یک تحقیق با مقایسهٔ توپ دوختنی و یک توپ قالب‌گیری‌شدهٔ جدید که از ارتفاع یکسان (۱۸ متری سطح زمین) رها شده بودند، نشان داده شد که متوسط نیروی ضربهٔ توپ قالب‌گیری‌شده حدود ۶۰ نیوتن کمتر از توپ دوختنی (به ترتیب ۸۵۱ و ۹۱۲ نیوتن) است. زمان صعود (زمان بالارفتن به صورت عمودی) نیز برای توپ قالب‌گیری‌شده ۲۷ درصد کمتر از توپ دوختنی است. درک و تشخیص این تفاوت‌های که با مدل‌سازی ریاضی توپ‌های مختلف و شبیه‌سازی رایانه‌ای آن‌ها همراه آزمایش‌های میدانی دقیق‌تر مشخص می‌شوند، می‌تواند معیار مناسبی برای بررسی، مقایسه و تعیین عملکرد و کیفیت توپ‌های مختلف بر اساس نحوهٔ پروازشان در هوا، جهش، سرخوردن و چرخیدن آن‌ها روی زمین و ارتقای کیفی توپ فوتبال و در نتیجه جلب رضایت بازیکنان باشد.

یک مسئله

روی هر وجه هشت‌ضلعی حجم ارشمیدسی (مکعب گوشه‌بریده)، یک عدد طبیعی و روی هر مثلث حاصل‌ضرب عددهای روی سه وجه مجاور نوشته شده است. اگر مجموع عددهای روی مثلث‌ها برابر ۷۰ باشد، مجموع عددهای نوشته شده روی همهٔ وجه‌های این ۱۴ وجهی چند است؟

جلیل علوی‌نیا

گفت‌وگو با جلیل علوی‌نیا، دانش‌آموز پایهٔ نهم و مؤلف کتاب «پایتون با طعم تمرین» برنامه‌نویسی ریاضی را شیرین‌تر می‌کند

در بین کلاس‌های تابستانی دبیرستان، متوجه این موضوع شدم که در سال تحصیلی پیش رو، قرار است برای اولین بار درسی تحت عنوان برنامه‌نویسی به فعالیت‌های دبیرستان علامه حلی شماره ۱۰ اضافه شود. همان زمان احساس کردم کتاب درسی مشخصی برای این آموزش درنظر گرفته نشده است. بنابراین به دبیر برنامه‌نویسی مدرسه پیشنهاد دادم اگر موافق باشد روی این موضوع با هم کار کنیم و یک منبع آموزشی در این زمینه تهیه و تدوین کنیم.

وقتی همین چند جمله را از زبان جلیل علوی‌نیا دانش‌آموز دبیرستان شماره ۱۰ علامه حلی شنیدیم و کتابی را که در دست داشت ورق زدیم، انگیزهٔ کافی برای گفت‌وگو پیدا کردیم. او می‌توانست مثل خیلی‌های دیگر، منتظر معرفی یک منبع آموزشی برای این درس باشد، اما همت بلند و ارادهٔ قوی او، کار را به جایی رساند که در پایهٔ نهم دبیرستان، نامش به‌عنوان یک مؤلف در کنار استادش ثبت شود.

● چطور شده که با مجلهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول آشنا شدید؟

○ من در دورهٔ متوسطهٔ اول توسط خواهر بزرگترم که فارغ‌التحصیل رشتهٔ IT از دانشگاه تهران است با مجلهٔ برهان آشنا شدم و از آن زمان تا به حال یکی از خوانندگان همیشگی و پر و پاقرص برهان هستم.

● ایدهٔ اولیهٔ نگارش کتاب از شما بود یا شخص دیگری پیشنهاد کرد؟

○ پیشنهاد این مطلب اولین بار از بنده بود، با اینکه دبیر خودشون قصد بیان چنین پروژه‌ای رو با کمک دانش‌آموزان داشتن اما نمی‌خواستن دانش‌آموزی در صدد همکاری در این پروژه فشار مضاعفی تحمل بکنه. ابتدا یک گروه چهار نفره از دانش‌آموزان تشکیل داده بودیم تا روی نوشتن این کتاب به همراه راهنمایی‌های دبیرمان کار بکنیم اما متأسفانه دوستان دیگر به دلایلی موفق به همکاری نشدند.

● چرا کتاب در زمینهٔ برنامه‌نویسی کامپیوتر را انتخاب کردید آیا نیاز شخصی بود یا دلیل دیگری داشت؟

○ از آنجایی که می دانستم در پایهٔ نهم کمبود یک کتاب درسی و راهنمای کتبی مناسب برای دانش‌آموزان در حوزهٔ درس برنامه‌نویسی و رایانه آزاردهنده و شاید مشکل خواهد بود، سعی کردم با هدف تسهیل یادگیری چنین درس شیرینی، از راهنمایی‌های استادم و منابع معتبر درصدد نوشتن این کتاب استفاده کنم.

● زبان برنامه‌نویسی که شما در این زمینه کتاب نوشته‌اید چطور زبانی است و اینکه آیا به روز هست؟ در جامعه امروز ما یک مقایسه‌ای داشته باشید با سایر زبان‌های برنامه‌نویسی

○ زبان برنامه‌نویسی پایتون یکی از به‌روزترین، محبوب‌ترین و قابل‌ترین زبان‌های برنامه‌نویسی جهان هست که با سادگی ساختار کدهای این زبان، از آن در بسیاری از محاسبات گستردهٔ ریاضی، تحلیل داده‌ها، استفاده از علم آمار و احتمال، هوش مصنوعی و... در بسیاری از شرکت‌های مهم جهان از جمله گوگل استفاده می‌شود. همچنین به‌خاطر خاصیت «اسکریپتی» بودن این زبان، از آن در مبانی امنیت شبکه و اطلاعات هم استفادهٔ بسیاری می‌شود.

● کتاب شما از چند فصل تشکیل

شده و چه مباحث مهمی دارد و اینکه مناسب چه کسانی است؟**

○ این کتاب دارای شش فصل درسی و پنج فصل تمرینات مربوطه هست که از ابتدا با مباحث مهمی از جمله الگوریتم و فلوچارت‌ها شروع، و با مباحث متوسط زبان برنامه‌نویسی پایتون به اتمام می‌رسد. این کتاب می‌تواند توسط هر شخصی که علاقه‌مند به یادگیری زبان برنامه‌نویسی پایتون هست استفاده شود اما هم اکنون مخاطب‌های این کتاب که در دبیرستان هستند، نوجوان محسوب می‌شوند

● چه مدت طول کشید تا این کتاب را بنویسید و از چه کسانی راهنمایی گرفتید؟

○ حدود شش الی هفت ماه روی نوشتن این کتاب زمان گذاشتم و در راه به نتیجه رساندن این کتاب از دبیر خودم، جناب مهندس محمدرضا محمدی و منابعی که در اختیارم گذاشتند و منابعی که خودم از قبل داشتم استفاده کردم.

● نام شخص دیگری در کنار اسم شما در این کتاب هست آیا ایشان دبیر مدرسهٔ شما هستند کمی دربارهٔ ایشان توضیح بدهید.

○ مهندس محمدرضا محمدی دبیر برنامه‌نویسی سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ در دبیرستان علامه حلی ۱۰ دورهٔ اول برای تمام پایه‌ها بودن و همچنین رشتهٔ مهندسی کامپیوتر را در دانشگاه تهران به پایان رسانده‌اند، ایشان منابع بسیار ارزشمندی را مخصوصاً در حوزهٔ مربوط به الگوریتم‌ها و نمودارهای روندنما در اختیار من گذاشتند، در اثنای نوشتن کتاب راهنمایی‌های بسیاری را انجام دادند و همچنین در انتها کتاب را ویراستاری کردند.

● نوشتن این کتاب چه تأثیری روی بحث درس ریاضی شما داشته است مثلاً شما را ترغیب کرد ریاضی بیشتری بخوانید و مطالعات خارج از کتاب داشته باشید و امثال آن.

○ در کل از آنجایی که علم کامپیوتر از علم ریاضی برگرفته شده و مهندسان بی‌نظیری در تاریخ همچون Alan Turing با استفاده از این علم و توسعهٔ آن ، خدمات بی‌نهایت پراهمیتی به بشر از جمله نجات جان ۱۴ میلیون نفر انسان در طی رمزشکنی‌های جنگ جهانی دوم انجام دادند، حل مسائل چه بسا ابتدایی و پایه‌ای با استفاده از یک زبان برنامه‌نویسی مثل پایتون، ریاضی را برای دانش‌آموز بسیار شیرین‌تر می‌کند و خودم به شخصه حتی گاهی اوقات سعی کردم مسائل کتاب درسی نهم را فقط به جنبهٔ سرگرمی و یادگیری با این زبان برنامه‌نویسی حل کنم. به نظرم اگر دانش‌آموزان به صرف یادگیری این علم شیرین به دنیای برنامه‌نویسی ورود پیدا کنند، ناخودآگاه از ریاضی استفاده و به آن بسیار علاقه‌مند می‌شوند.

● واکنش دیگر دوستان دانش‌آموز شما پس از انجام این کار نسبت به شما چگونه بود؟

○ آن‌ها خوشحال شده بودند که یک منبع کتبی از درس برنامه‌نویسی در اختیارشان قرار گرفته و حتی والدین دانش‌آموزان از مهندس محمدی بابت کتاب تشکر می‌کردند با اینکه سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ به صورت برخط تجربه شد، اما با این حال دانش‌آموزان علاقهٔ بیشتری به استفادهٔ درست از زمان و وقتشان پیدا کردند و اکثرشان بسیار از فراگیری این علم جذاب لذت بردند.

● هزینهٔ چاپ این کتاب چطور تأمین شد؟

○ از آنجایی که این کتاب به‌عنوان منبع درسی دبیرستان در نظر گرفته شده بود، دانش‌آموزان مدرسه موظف به دریافت کتاب بودند و در نتیجه به‌طور قطع هر کدام مبلغ مورد نیاز را به مدرسه تحویل دادند و در نتیجه مبلغ جمع شده با انتشارات هماهنگ شد و چاپ این کتاب از سر گرفته و برای دانش‌آموزان تهیه شد.

● به خاطر نوشتن مباحث این کتاب چه مقدار مطالعه و تحقیق کردید؟

○ من حدود سه سال با زبان برنامه‌نویسی پایتون سر و کار داشتم و بخاطر علاقهٔ شخصی آن را دنبال کردم و درصدد یادگیری آن بودم و لذا به عرصه‌های مختلف این حوزه وارد شده بودم. در ضمن با شرکت‌های خاصی همکاری و پروژه‌های مشخصی را به نتیجه می‌رساندم اما در انتها هر نقصی که در مطالب کتاب وجود داشت توسط مهندس محمدی به من تذکر و یادآوری می‌شد و با استفاده از اطلاعاتی که به دست آورده بودم و با راهنمایی‌های استادم و پشتیبانی‌های مهندس جادی میرمیرانی و منابع معتبر و به روز دنیا خوشبختانه کتاب را به نتیجه رساندم. بعد از چاپ کتاب، یک نسخه هم برای ایشان ارسال کردم که با استقبال ایشان روبه‌رو شدم. یکی از منابعی که در نوشتن کتاب خودم از آن استفاده کردم، آموزش زبان برنامه‌نویسی پایتون توسط ایشان بود.

● برای ادامه تحصیل چه رشته‌ای را دوست دارید منظورم دانشگاه است؟

○ به شخصه بسیار علاقه‌مند به تحصیل در رشتهٔ کامپیوتر در مقطع دانشگاهی هستم و برای تحصیل در این رشته تمام تلاش خودم را می‌کنم.

● چه صحبتی با دانش‌آموزان دیگر و مخاطبان مجلهٔ رشد برهان ریاضی دارید؟

○ از مخاطبان این مجله خواهش می‌کنم که دانش خودشان را در زمینهٔ علوم رایانه‌ای در کنار سایر علاقه‌هایشان گسترش بدهند. خوب است بدانیم که با وجود ذات ریاضی، این دسته از علوم و استفادهٔ بی‌نهایت گستردهٔ آن‌ها در زندگی روزمرهٔ ما، تخمین زده می‌شود که هرکس از این علوم بی‌بهره باشد، با مشکلات بسیار متعددی در آینده مواجه خواهد شد. کامپیوتر در دنیای آیندهٔ ما نقش مهم و تأثیرگذاری دارد به مراتب بیشتر از آنچه که امروز شاهد آن هستیم.

● موفقیت‌های بیشتری را برای شما آرزو داریم.

سرگرمی‌های عددی

جاده‌ای که مقصدش عدد ۱۰۸۹ است

عباس قلعه‌پوراقدم

این قسمت از سرگرمی‌های عددی به عدد ۱۰۸۹ اختصاص دارد. ولی پیش از آن شما باید با واژهٔ «مقلوب» آشنا شوید. اگر یک عدد را از راست به چپ بنویسیم، مقلوب آن به دست می‌آید. برای مثال، مقلوب عدد ۳۱ می‌شود ۱۳، مقلوب عدد ۴۸۶ می‌شود ۶۸۴ و مقلوب عدد ۵۰۸ می‌شود ۸۰۵. خوب است این را هم بدانید، عددهایی را که مقلوبشان با خودشان یکی است، یعنی از هر دو طرف (از راست به چپ و از چپ به راست) به یک شکل خوانده می‌شوند، «خودمقلوب» می‌نامند. مثلاً از میان عددهای دو رقمی که تعدادشان ۹۰ تاست، عددهای ۱۱، ۲۲، ۳۳، ۴۴، ۵۵، ۶۶، ۷۷، ۸۸ و ۹۹ خودمقلوب هستند. از میان عددهای سه رقمی که با ۱۰۰ شروع و با ۹۹۹ تمام می‌شوند، یعنی تعدادشان برابر ۹۰۰ عدد است (۱+۱۰۰-۹۹۹)، ۹۰ تایشان خودمقلوب‌اند؛ مانند ۳۴۳، ۲۸۲، ۸۰۸، ۷۷۷ و ... .

نوبت شما: سعی کنید تمامی ۹۰ عدد سه رقمی خودمقلوب را پیدا کنید. سرگرمی خوبی است!

علاوه بر عددها، در میان کلمه‌ها هم کلمه‌هایی وجود دارند که خود مقلوب‌اند؛ مانند گرگ، مادام، رادار، شش، شپش و ... . آیا شما نیز از این نوع کلمه‌ها سراغ دارید؟ حالا نوبت آن است که به سراغ مطلب اصلی یعنی شگفتی‌های عدد ۱۰۸۹ برویم.

۱۰۸۹ عدد جالبی اســت. خاصیت‌های عجیبی دارد که شما با انجام مراحل زیر با یکی از آن‌ها آشنا خواهید شد:

۱. از میان رقم‌های ۱ تا ۹ سه تا را انتخاب کنید.
(من ۵، ۷ و ۲ را انتخاب می‌کنم. شما هم بی‌کار ننشینید!)

۲. با ســه رقمی که انتخاب کرده‌اید، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی ممکن را بسازید.
(بزرگ‌تریــن و کوچک‌ترین عددهایی کــه می‌توان با ۵، ۷ و ۲ ساخت به ترتیب عبارت‌اند از ۷۵۲ و ۲۵۷.)

۳. این دو عدد را از هم کم کنید.
(۷۵۲-۲۵۷=۴۹۵)

۴. عدد به دست آمده از مرحلهٔ سه را مقلوب کنید.
(مقلوب ۴۹۵ می‌شود ۵۹۴.)

۵. نتایــج مرحله‌های ســه و چهار را با هم جمع کنید. پاســخ همیشه عدد ۱۰۸۹ خواهد شد.
(۴۹۵+۵۹۴=۱۰۸۹)

پاسخ نهایی همیشه عدد ۱۰۸۹ است و به انتخاب رقم‌ها ربطی نــدارد. نگار این خاصیت عــدد ۱۰۸۹ را می‌داند و می‌خواهد دوستش شیلا را هیجان‌زده کند. بنابراین یک بازی به صورت زیر ترتیب می‌دهد:

نگار: شــیلا لطفاً از بین ۱ تا ۹ ســه عدد انتخاب کن و به من هم نگو.

شیلا عددهای ۱، ۳ و ۸ را انتخاب می‌کند.

نگار: با این ســه رقم بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی را بساز.

شــیلا عددهای ۸۳۱ و ۱۳۸ را روی یک تکه کاغذ می‌نویسد، بدون اینکه دوستش آن را ببیند.

نگار: این دو عدد را از هم کم کن.

شیلا ۱۳۸ را از ۸۳۱ کم می‌کند و به عدد ۶۹۳ می‌رسد.

نگار: عدد به دســت آمده را مقلوب کن؛ یعنی از راست به چپ بنویس.

شیلا می‌داند که مقلوب ۶۹۳ می‌شود ۳۹۶.

نگار: مقلوبش را بــا خودش جمع کن، عددی که به دســت خواهی آورد ۱۰۸۹ است!

شیلا ۳۹۶ را با ۶۹۳ جمع می‌کند و با تعجب می‌گوید: «آفرین! از کجا فهمیدی که ۱۰۸۹ می‌شود؟! باید دوباره مراحل را بگویی تا یادداشت کنم و عددهای دیگری را امتحان کنم.»

فعالیــت انجام شــده توســط ایــن دو دوســت علاقه‌مند به سرگرمی‌های ریاضی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

۱,۳,۸ → ۱۳۸,۸۳۱ → ۸۳۱ − ۱۳۸ = ۶۹۳

→ ۶۹۳ + ۳۹۶ = ۱۰۸۹

نوبت شما: نمودار هر یک از سه تایی‌های زیر را ادامه دهید تا به ۱۰۸۹ برسید.

۳,۱,۹   ۶,۵,۴

شگفتی دیگری از ۱۰۸۹

به ضرب‌های زیر توجه کنید:

۹ × ۱۰۸۹ = ۹۸۰۱	۱ × ۱۰۸۹ = ۱۰۸۹
۸ × ۱۰۸۹ = ۸۷۱۲	۲ × ۱۰۸۹ = ۲۱۷۸
۷ × ۱۰۸۹ = ۷۶۲۳	۳ × ۱۰۸۹ = ۳۲۶۷
۶ × ۱۰۸۹ = ۶۵۳۴	۴ × ۱۰۸۹ = ۴۳۵۶

آیا می‌توانید رابطه‌ای بین جواب ضرب‌های سمت چپ با جواب ضرب روبه‌رویی‌اش پیدا کنید؟ در ســطر اول، ۱۰۸۹ و ۹۸۰۱ با هم چــه رابطه‌ای دارند؟ در ســطر دوم ۲۱۷۸ و ۸۷۱۲ چه رابطه‌ای دارند؟ ۳۲۶۷ و ۷۶۲۳ چطور؟ ۴۳۵۶ و ۶۵۳۴ چطور؟ بله! ایــن جفت عددها مقلوب هم هســتند. این خاصیت عدد ۱۰۸۹ است که مثلاً اگر حاصل‌ضرب آن را در ۳ مقلوب کنید، حاصل‌ضرب آن در ۷ به دست می‌آید. یا اگر جواب ضرب آن در ۶ را مقلوب کنید، حاصل‌ضرب آن در ۴ به دست می‌آید. حتماً این را هم متوجه شده‌اید که: ۱۰-۱=۹، ۱۰-۲=۸، ۱۰-۳=۷ و ۱۰-۴=۶.

حالا ضرب عدد ۱۰۸۹ در عددهای ۱ تا ۹ را به صورت ستونی می‌نویسم تا زیبایی دیگری از ۱۰۸۹ را ببینید:

۱×۱۰۸۹=۱۰۸۹
۲×۱۰۸۹=۲۱۷۸
۳×۱۰۸۹=۳۲۶۷
۴×۱۰۸۹=۴۳۵۶
۵×۱۰۸۹=۵۴۴۵
۶×۱۰۸۹=۶۵۳۴
۷×۱۰۸۹=۷۶۲۳
۸×۱۰۸۹=۸۷۱۲
۹×۱۰۸۹=۹۸۰۱

در جواب ضرب‌ها از بالا به پایین، رقم هزارگان با یک شــروع و به ۹ تمام شــده، رقم صدگان با ۰ شروع و به ۸ ختم شده، رقم دهگان با ۸ شــروع و به ۰ تمام شده و رقم یکان هم با ۹ شروع شده و یکی‌یکی کم شده تا به یک رسیده است.

در پایان توجه شــما عزیزان را به ضرب‌های زیر جلب می‌کنم و می‌دانم که حتماً آن‌ها را با دوســتانتان هم در میان خواهید گذاشت:

۱۱×۱۱=۱۲۱
۱۱۱×۱۱۱=۱۲۳۲۱
۱۱۱۱×۱۱۱۱=۱۲۳۴۳۲۱
۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱=۱۲۳۴۵۴۳۲۱
۱۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱۱=۱۲۳۴۵۶۵۴۳۲۱
۱۱۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱۱۱=۱۲۳۴۵۶۷۶۵۴۳۲۱
۱۱۱۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱۱۱۱=۱۲۳۴۵۶۷۸۷۶۵۴۳۲۱
۱۱۱۱۱۱۱۱۱×۱۱۱۱۱۱۱۱۱=۱۲۳۴۵۶۷۸۹۸۷۶۵۴۳۲۱

کشف راز الگوی هنرمند

خسرو داودی

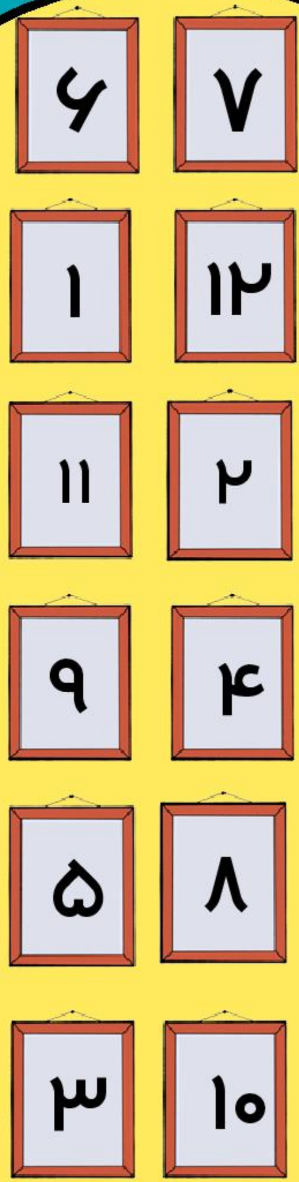
از نمایشگاه نقاشی بازدید و کشف کنید که این هنرمند چطور یک الگوی تکرارشونده کشیده است!

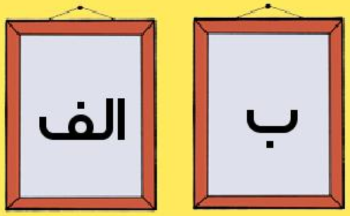
من این تصویرهای زیبا را نقاشی کرده‌ام. و تابلویی که در دستم می‌بینید عدد ۱۳ است. در یک لحظه به من الهام شد که می‌توانم آن را در یک الگوی تکرارشونده قرار بدهم؛ به این ترتیب که: من دو عدد طبیعی را که مجموع آن‌ها ۱۳ می‌شد (مثلاً ۷ و ۶)، برای اولین جفت عددهای تصویرها انتخاب کردم. سپس دو قانون را به کار بردم تا جفت عدد دوم را بسازم:

۱. عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم کردم (۱ =۶-۷)؛

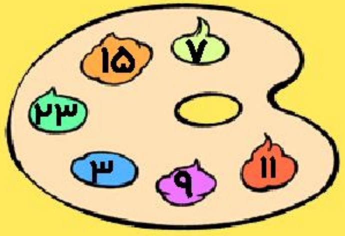
۲. عدد کوچک‌تر را دو برابر کردم (۱۲ =۶+۶).

من همین کار را تکرار کردم. حالا دارم جفت عدد آخر را روی بوم نقاشی می‌کنم. چه عددی باید روی تابلوی الف و چه عددی روی تابلوی ب نوشته شود؟





اکتشاف: آیا می‌توانید ببینید که الگوی نقاشی دوباره به همان عددها رسید؟ یک عدد از روی تخته‌رنگ انتخاب کنید و قانون نقاش را به کار برید. چه اتفاقی افتاد؟ یک عدد دیگر از پالت انتخاب کنید. از این فعلیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ هر دو عدد با چند مرحله دوباره به همان عددها می‌رسند؟



برای دیدن پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

تقریباً مثل معلم

معرفی اپلیکیشن مث سالور میکروسافت[1]

فاطمه درویشی

ریاضی برای خیلی‌ها عشق و علاقه است و برای خیلی‌های دیگر ترس و نفرت. هر حسی که نسبت به ریاضی داشته باشید، حداقل در مدرسه و دانشگاه باید با آن کنار بیایید و درس‌های آن را فرابگیرید. ریاضی از علم‌های پایه است که یادگیری آن برای بسیاری از رشته‌های مهندسی و کاربردی، لازم است. خیلی از ابزارهایی که ما امروزه استفاده می‌کنیم، از اصول ریاضی برای کارکردن بهره می‌گیرند. بنابراین لازم است که هر چه زودتر با این علم آشتی کنید و به یادگیری آن بپردازید. دلیل ترس و نفرت خیلی‌ها از ریاضی، غالباً دریافت آموزش‌های نادرست است. ریاضی را نباید مثل بقیهٔ علم‌ها و با تکرار و حفظ‌کردن، آموخت. دانش‌آموز حتماً باید با مسائل آن تعامل داشته باشد تا بتواند به‌خوبی آن را درک کند و فرابگیرد. به همین دلیل، حل مسئله در ریاضی بسیار مهم است. البته برای حل مسئله‌ها نیاز داریم که چند نمونه مسئلهٔ حل کرده داشته باشیم تا با پیگیری گام‌های حل آن‌ها بتوانیم به درک راه‌حل برسیم. در این مقاله می‌خواهم برنامه‌ای جالب را به شما معرفی کنم. این برنامه می‌تواند مثل معلمی خوب، راه‌حل‌های مسئله‌ها را مرحله‌به‌مرحله به شما توضیح دهد. به علاوه می‌توانید آزمون طراحی کنید و بهتر ریاضی را یاد بگیرید. قابلیت بسیار جالب دیگر مث سالور این است که می‌توانید روی برگه سؤالتان را بنویسید و با عکس به آن منتقل کنید. (از این ابزار می‌توانید برای تبدیل فرمول‌های دست‌نویس به فرمول تایپ‌شده هم استفاده کنید) برخی از امکانات و قابلیت‌های برنامهٔ مث سالور میکروسافت اندروید به این شرح است:

- واردکردن مسئله‌ها با کشیدن و نوشتن آن‌ها به صورت دست‌خط؛
- واردکردن مسئله‌ها با اسکن از طریق دوربین گوشی؛
- تایپ و ویرایش از طریق حسابگر پیشرفتهٔ ریاضی؛
- نمایش حل مسئله‌ها به صورت گام‌به‌گام به همراه نمودارهای تعاملی؛
- واردکردن تصویرهای دارای مسئله‌های ریاضی از گالری؛
- پشتیبانی از انواع مسئله‌های سخت و آسان ریاضی؛
- نمایش حل مسئله‌های مشابه با استفاده از موتور جست‌وجوی «بینگ»؛
- امکان شرکت در آزمون.

- پس از نصب برنامه این شمایل ایجاد می‌شود که دروازهٔ ورود به این برنامه است.
- در اجرای برنامه برای اولین بار، نرم‌افزار در پنجره‌ای مانند تصویر ۱ از شما می‌خواهد زبان برنامهٔ خود را انتخاب کنید

تصویر ۱


- پس از انتخاب زبان و لمس گزینهٔ «Get Start» که به معنی شروع کار برنامه است، صفحه‌ای مانند تصویر ۲ ظاهر خواهد شد که با کشیدن صفحه به سمت چپ یا راست، دو صفحهٔ دیگر نیز ظاهر می‌شوند (تصویر ۳ و ۴). این صفحه‌ها بخش‌های کاری برنامه را معرفی می‌کنند

تصویر ۲


تصویر ۲ نشان می‌دهد که در این برنامه می‌توان با استفاده از دوربین گوشی فرمول دست‌نویس روی کاغذ را اسکن و به فرمول تایپ‌شده تبدیل کرد.

تصویر ۳


تصویر ۳ نشان می‌دهد که می‌توان در صفحهٔ لمسی گوشی یک فرمول را طراحی کرد تا نرم‌افزار آن را به صورت تایپ شده درآورد.

تصویر ۴


تصویر ۴ نشـــان می‌دهد که این نرم‌افزار می‌تواند مانند یک معلم حل مسئله‌ها را مرحله به مرحله برای شما توضیح دهد.

- پـــس از انتخـــاب «Countinue» تصویر ۵ به نمایش درمی‌آید که ضمن خوشـــامدگویی، چند مثال از تعدادی فرمول را نمایـــش می‌دهد و با انتخاب آن‌ها می‌توانید شکل تایپ‌شدهٔ فرمول و نیز روش حل و نمودار آن را (در صورت وجود) ملاحظه کنید.

تصویر ۵

- آنچه در پنجرهٔ تصویـــر ۵ دیدید، قسمت اساسی کار با این برنامه محسوب می‌شود. اما تصویر ۶ که جای آن بالای صفحه است، دارای شمایل‌هایی است که به ترتیب برای انتخاب یکی از بخش‌های کاری این نرم‌افزار استفاده می‌شوند.

تصویر ۶

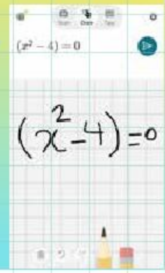
- با انتخاب این شمایل وارد بخش اسکن فرمول‌ها خواهید شد. برای استفاده از این بخش فرمول مورد نظر را روی کاغذ بنویسید و سپس دوربین گوشی خود را مقابل فرمول نگه دارید. مانند تصویر ۷ فرمول باید با عددها و حرف‌های انگلیسی نوشته شود.

تصویر ۷

- از این قسمت در تصویر ۷، از راســـت به چپ برای روشن‌کردن فلـــش دوربیـــن بـــه منظور شـــروع تصویربرداری و برای اســـتفاده از عکس فرمول‌های نوشته‌شده در گالری استفاده می‌شود.
- با انتخاب تصویربرداری از صفحهٔ نمایش شروع خواهد شد و سپس نتیجهٔ کار را در شکلی همانند تصویر ۸ نمایش خواهد داد.

تصویر ۸

- با لمس‌کردن فرمول و کشیدن آن به سمت بالای صفحه، اطلاعات تکمیلی از فرمول اسکن‌شده نمایش داده می‌شود کـــه بـــا جابه‌جاکردن صفحـــهٔ نمایش می‌توانید آن را ببینید.
- با انتخاب گزینـــهٔ صفحه‌ای مانند تصویـــر ۹ نمایـــش داده خواهد شـــد که در ایـــن صفحـــه می‌توانید با لمس صفحـــهٔ نمایش فرمول مورد نظر را بنویسید ســـپس آن را از جنبه‌های متفاوت بررسی کنید.



تصویر ۹

- بـــا انتخاب گزینـــهٔ می‌توانید فرمول مورد نظر خود را با اســـتفاده از ابزاری که در اختیار شـــما قرار می‌گیرد مانند تصویر ۱۰، تایپ کنید و ســـپس توسط برنامه از چگونگی حل و جزئیات آن آگاه شوید.

تصویر ۱۰

- توســـط می‌توانیـــد بین ابزار متفاوت برای نوشتن برنامه جابه‌جا شوید و پس از نوشتن فرمول، توسط می‌توانیـــد وارد مرحلهٔ حـــل و آموزش سؤال مربوطه شوید.
- لازم به ذکر اســـت که در هر مرحله، توسط می‌توانید حاصل کار خود و نرم‌افزار را با دیگران به اشتراک بگذارید.

پی‌نوشت

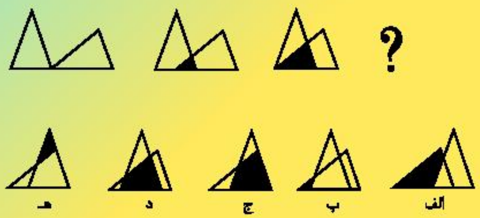
1. Microsoft math solver

کاربـــران اندرویـــد بـــا اســـکن رمزینه می‌توانند این برنامه را دریافت کنند.

لذت ریاضی

لیلا جلیلی

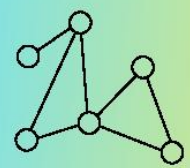
۱ شکل بعدی کدام است؟



۲ کدام عدد با بقیه جور نیست؟

۳ اعداد ۱ تـــا ۶ را طوری در این دایره‌ها قرار دهید که جمع اعداد دایره‌هـــای متصل به آن، طبق فهرست زیر باشد:

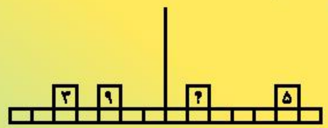
۱=۸
۲=۴
۳=۶
۴=۱۳
۵=۱۴
۶=۹



قبل از حل مسئله به این مثال توجه کنید:

۱=۴
۳=۱۱=(۴+۷)
۴=۱۱=(۱+۳+۷)
۷=۷=(۴+۳)

۴ جـــای علامت ســؤال، چه وزنه‌ای بگذاریم تا تعادل برقرار باشد؟



برای مشـــاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

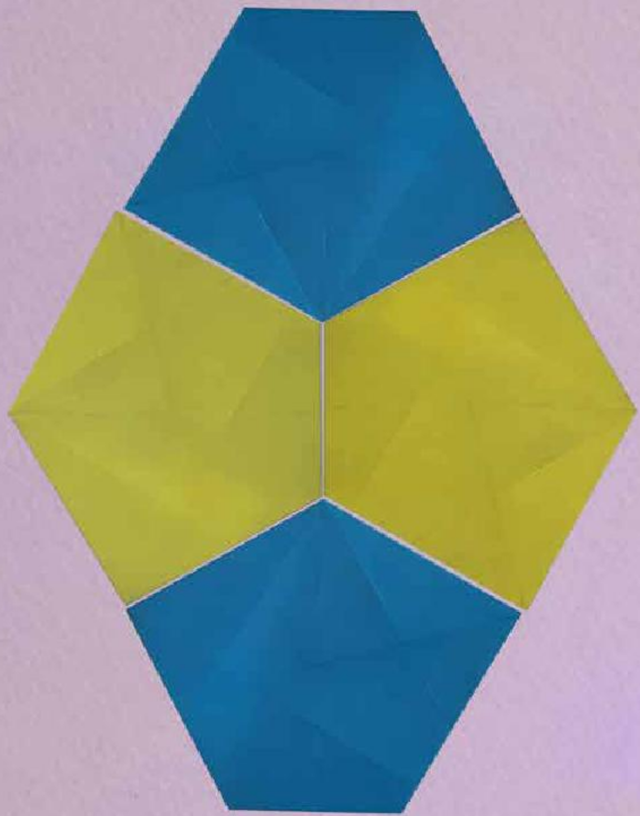
کاغذوتا

اریگامی

پری حاجی‌خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

پنج‌ضلعی‌های نامنتظم

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را اسکن کنید.

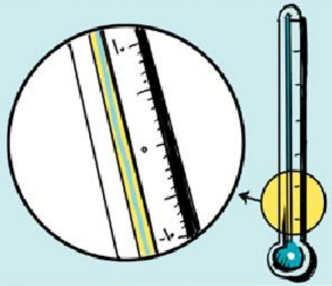


در این دوره از مجله با استفاده از اریگامی می‌خواهیم طرح‌های کاشی‌کاری را بسازیم. خوب می‌دانیم برای اینکه بتوانیم کاشی‌کاری انجام دهیم، مجموع زاویه‌های شکل‌هایی که کنار هم قرار می‌دهیم باید دقیقاً ۳۶۰ درجه باشد. در این شماره از این پنج‌ضلعی خاص برای کاشی‌کاری استفاده کردیم آیا می‌توانید اندازهٔ زاویه‌های آن را به‌دست آورید؟

دمای مجهول

برای دیدن پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

آیا می‌توانید دمای هوا را در ساعت ۸ صبح چهارشنبه به دست آورید؟ داستان را به دقت بخوانید. از جدول زیر کمک بگیرید.



	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
۸ صبح					
۱۲ ظهر					