رشد برهان۱ ریاضی

اجتماعی‌وفرهنگی

۲

ماهنامه آموزشی و تربیتی برای
دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
۴۰ صفحه/ آبان ۱۴۰۱
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
ISSN :1735-4943

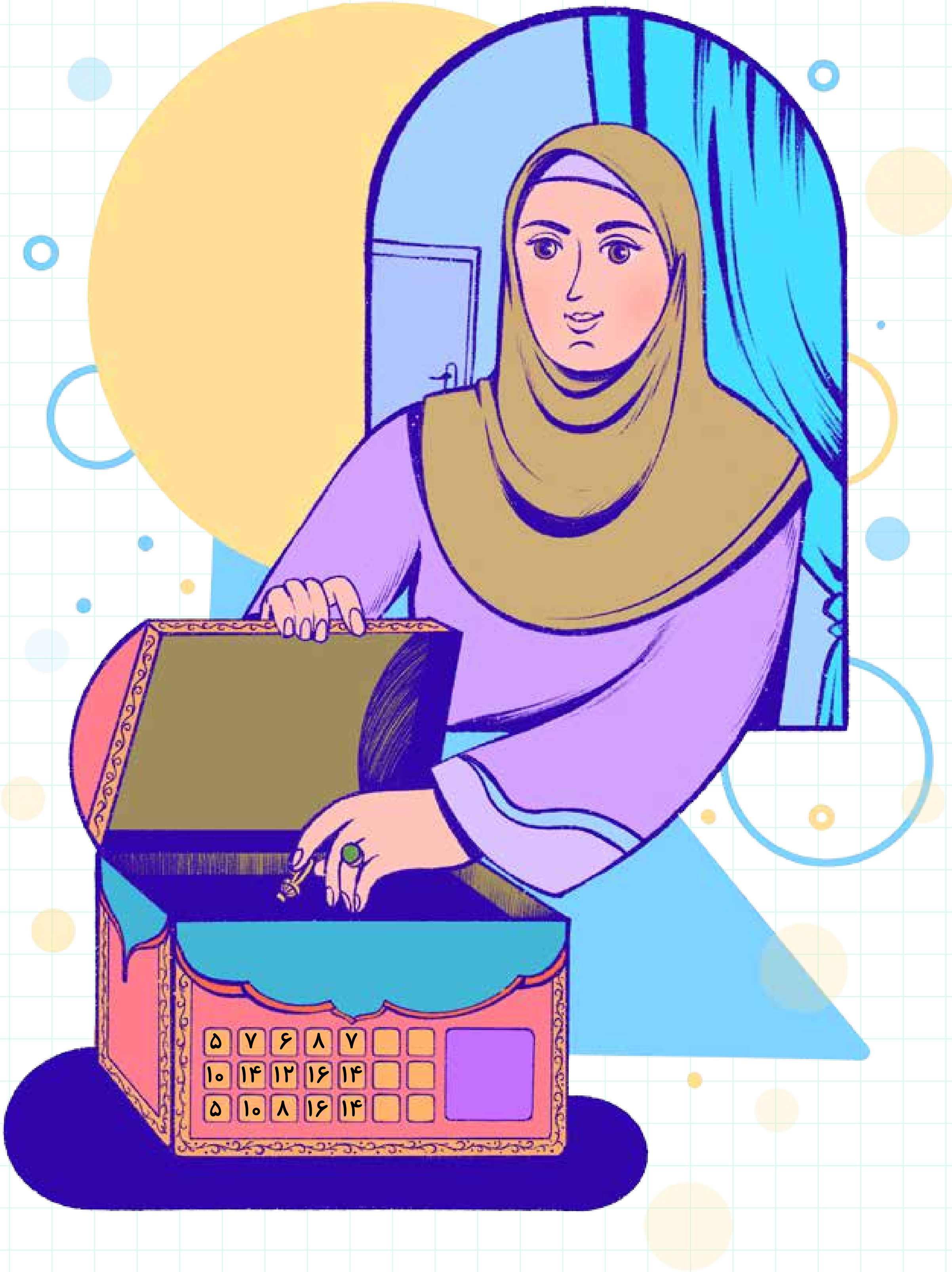
وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هشتم/شماره ۱۳۲

از ازل تا ابد؛ بی‌نهایت!

رمز جعبهٔ ایمنی

برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

در یک هتل، **زهرا** جواهرات خود را در «جعبهٔ ایمنی» اتاق گذاشت و برای اینکه رمز آن را فراموش نکند، از الگوهای عددی استفاده کرد. با توجه به الگوی عددهایی که روی کلیدهای این جعبه نوشته شده‌اند، کلیدهای دیگر را پیدا کنید تا جعبه باز شود.



بســــــــم الله الرحمن الرحیم
اللّهم صل علی **محمد** و آل **محمد** و عجل فرجهم

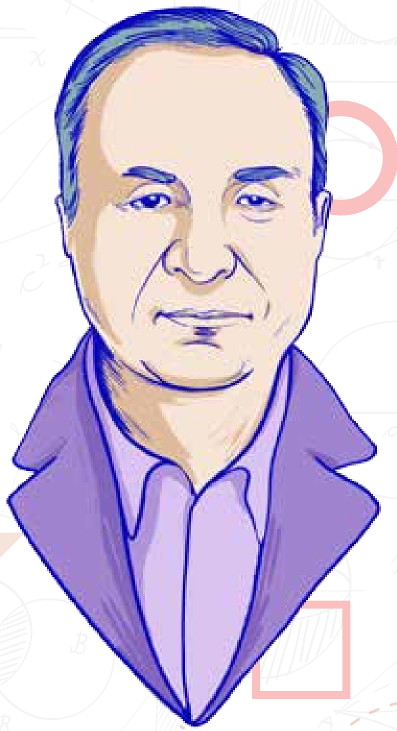
برهان ۱ رشد
ریاضی
اجتماعی و فرهنگی
۲

علم گنج بزرگی است که با خرج کردن تمام نمی‌شود.
امام علی علیه‌السلام «غرر الحکم و درر الکلم، ص ۶۶»

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
دوره بیست و هشتم/ شمارهٔ پی در پی **۱۳۲** / آبان **۱۴۰۱**
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
ISSN:1735-4943 / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲/ ۴۰ صفحه

مدیرمسئول: محمدصالح مذنبی/ **سردبیر:** حسین نامی ساعی/ **مدیرداخلی:** پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، رضا حیدری قزلجه، روح‌الله خلیلی بروجنی، خسرو داودی، محمدرضا سیدصالحی، مرتضی مرتضوی، داود معصومی مهوار، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی/ **مدیر هنری:** کوروش پارسانژاد/ **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگران: سام سلماسی/ حسین یوزباشی

در این ماه؛ آبان ۱۴۰۱: **هشتم:** شهادت شهید محمدحسین فهمیده و روز نوجوان **دوازدهم:** ولادت امام حسن عسکری (ع) **سیزدهم:** تسخیر لانهٔ جاسوسی آمریکا به دست دانشجویان، روز دانش‌آموز و روز ملی مبارزه با استکبار جهانی **چهاردهم:** وفات حضرت معصومه (س) **بیست و چهارم:** روز کتاب و کتاب خوانی **بیست و ششم:** روز جهانی فلسفه
شرح مناسبت‌های ماه را با پویش رمزینهٔ مقابل ببینید.



سی و دو سال پیش، وقتی دانشجوی دانشکدهٔ ریاضی شریف شده بودم، با او سر کلاس ریاضی ۱ درس داشتم. تدریس او بسیار روان بود و درس را خوب می‌فهمیدم ...

صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

قیمت ۷۵۰۰۰ ریال

خانوادهٔ مجلات رشد همهٔ تلاش خود را کرده است تا این مجله در **دسترس عموم** جامعهٔ تربیتی کشور قرار گیرد و همهٔ مخاطبان در میهن عزیز اسلامی‌مان **امکان تهیهٔ** آن را داشته باشند.

برای مشاهدهٔ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، رمزینه را پویش کنید.

از ازل تا ابد؛ بی‌نهایت!

حسین نامی ساعی

در شب هر وقت به آسمان نگاه می‌کردم، دوست داشتم بدانم و از خودم می‌پرسیدم که چند ستاره در آسمان هست؟ ستارگان را می‌شمردم، ولی می‌دانستم که هرگز شمردنم به پایان نمی‌رسد؛ و پاسخ این سؤال در ابهام باقی می‌ماند. همیشه سؤال‌هایی هستند که هیچ‌وقت شاید نتوانیم پاسخی برای آن‌ها پیدا کنیم؛ سؤال‌هایی نظیر: چند ستاره در آسمان هست؟ چند دانه شن در ساحل دریا وجود دارد؟ تعداد کل برگ‌های درختان در دنیا چندتاست؟ تعداد مولکول آب در دریا چقدر است؟ تعداد تارهای موی تمام انسان‌ها چندتا می‌شود؟! و از این قبیل ... از خودتان بپرسید: بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عددی که می‌شناسید چه عددی است؟ حتماً قبول دارید که بعد از بزرگ‌ترین عددی که می‌شناسید و همچنین قبل از کوچک‌ترین عددی که به آن رسیده‌اید هم عدد دیگری وجود دارد که بزرگ‌تر و کوچک‌تر از آن‌هاست! تا جایی که می‌توانید بشمارید و بعد از آخرین عددی که شمرده‌اید باز هم بشمارید. شما می‌توانید به آخرین عددی که شمرده‌اید یکی اضافه کنید و به عدد جدیدی برسید. این فرایند را تا بی‌نهایت ادامه دهید و به عددهای جدیدتر و جدیدتری برسید. تا کجا می‌توانید ادامه دهید؟ **تا بی‌نهایت.**
بی‌نهایت منفی و بی‌نهایت مثبت. ازل و ابد؛ بدون اول و ابتدا و بدون آخر و انتها؛ دو مفهوم ذهنی که هیچ تصوری دربارهٔ آن‌ها نداریم. بی‌نهایت یکی دیگر از مفهوم‌های اصلی ریاضی است. بی‌نهایت یعنی چه؟ شما چه تصوری دربارهٔ بی‌نهایت دارید؟ در ریاضیات، تقریباً همهٔ شما با دنباله‌های عددی آشنا هستید که بی‌پایان هستند؛ مانند:

$W=\{۰,۱,۲,۳,۴,۵,۶,...\}$ یعنی «مجموعهٔ عددهای حسابی» که از سمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد؛

$N=\{۱,۲,۳,...\}$ یعنی «مجموعهٔ عددهای طبیعی» که از سمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد؛

$Z=\{...,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲,۳,...\}$ یعنی «مجموعهٔ عددهای صحیح» که هم از سمت چپ و هم ازسمت راست نامحدود است و تا بی‌نهایت ادامه دارد.

بچه‌ها واقعاً بی‌نهایت چه عددی است؟ پاسخ این است که، بی‌نهایت یک عدد واقعی نیست، یک ایده است. ایدهٔ چیزی بدون پایان و یک مفهوم انتزاعی و ذهنی است. ما نمی‌توانیم به بی‌نهایت برسیم و قادر نیستیم بی‌نهایت را اندازه بگیریم. در واقع، بی‌نهایت بالقوه هرگز وجود ندارد. فراتر از بی‌نهایت، بی‌نهایت دیگری هست، و فراتر از آن، یک بی‌نهایت دیگر ... و حتی پس از اینکه به بی‌نهایتی از بی‌نهایت‌ها رسیدی، باز هم بی‌نهایتی فراتر از آن وجود دارد. ضمن اینکه بی‌نهایت یک مفهوم واقعی است، اما بی‌نهایت عضوی از مجموعهٔ عددهای حقیقی به حساب نمی‌آید. بی‌نهایت یک فضای بی‌پایان است. بی‌نهایت بی‌اندازه بزرگ و گسترده و غیرقابل‌تصور است. بی‌نهایت نامحدود و بی‌حد و مرز است. یک مثال خوب از بی‌نهایت «عدد پی» است. تعداد رقم‌های عدد پی بی‌نهایت است و ریاضی‌دانان برای سادگی عدد پی را گرد کرده‌اند و به صورت ۳/۱۴ نمایش می‌دهند. ما در ریاضیات می‌دانیم هر عددی که بر خودش تقسیم شود، حاصل برابر با یک می‌شود که درست است. اما اگر بی‌نهایت را بر بی‌نهایت تقسیم کنیم، حاصل دیگر یک نمی‌شود؛ بلکه مبهم و تعریف نشده است. چون بی‌نهایت در واقع یک عدد نیست، بنابراین شما نمی‌توانید بر آن تقسیم کنید یا آن را به توان برسانید. بی‌نهایت برابر است با مجموعهٔ تمام عددهایی که غیرقابل شمارش هستند. توجه کنید که حاصل تقسیم هر عدد بر بی‌نهایت برابر با ۰ است، اما بی‌نهایت تقسیم بر صفر نامفهوم است. بی‌نهایت تقسیم بر بی‌نهایت هم تعریف نشده است. همچنین بی‌نهایت ضربدر بی‌نهایت و بی‌نهایت به توان بی‌نهایت هم مبهم هستند و ...
و آخر اینکه بی‌نهایت را با نماد ∞ نمایش می‌دهند. این نماد را اولین بار **جان‌والیس**، ریاضی‌دان انگلیسی در سال ۱۶۵۵ به کار برد.
و اما یک خبر خوب دربارهٔ مناسبت‌های ماه: توجه کنید که از شمارهٔ ۱ در هر شماره با پویش رمزینهٔ سریع‌پاسخ که در بالای صفحه فهرست درج شده، می‌توانید مطالبی خواندنی به قلم توانا و دلنشین حجت‌الاسلام سجاد کرمی را بخوانید.

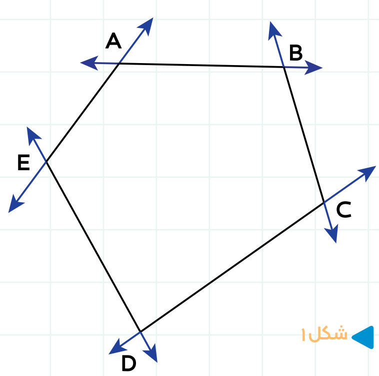
محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

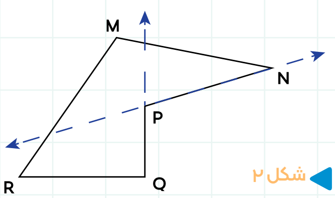
چندضلعی‌های محدب

در شمارهٔ قبل با تعریف چندضلعی و تعریف‌هایی مانند قطر و درون چندضلعی آشنا شدیم. خود این مفهوم‌ها مبنایی برای طرح مسئله‌هایی شدند. در این شماره نیز مفهوم‌های دیگری را در مورد چندضلعی‌ها می‌آوریم و سعی می‌کنیم ویژگی‌هایی را در آن‌ها به کمک حل مسئله‌های متنوع بررسی کنیم. در اولین قدم با چندضلعی‌های محدب آشنا می‌شویم و با طرح چند مسئله این ویژگی‌ها را دنبال می‌کنیم.

چندضلعی‌های محدب



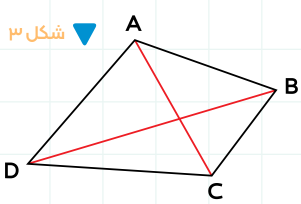
شکل ۱

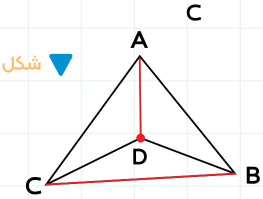


شکل ۲

چندضلعی‌های ABCDE و MNPQR را در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌کنید. اگر در چهارضلعی ABCDE، خط شامل هر ضلع را در نظر بگیریم، مثلاً خط $\overleftrightarrow{AB}$ که شامل ضلع $\overline{AB}$ است، تمام رأس‌های دیگر چندضلعی، به جز A و B، در یک طرف این خط واقع‌اند. اما اگر در چندضلعی MNPQR، خط $\overleftrightarrow{NP}$، شامل ضلع $\overline{NP}$ را در نظر بگیریم، می‌بینیم که دو رأس Q و M و همچنین M و R در دو طرف این خط واقع‌اند. به همین ترتیب اگر خط $\overleftrightarrow{PQ}$ شامل $\overline{PQ}$ را در نظر بگیریم، دو رأس N و M در دو طرف این خط واقع‌اند. چندضلعی‌هایی مانند ABCDE را «محدب» و چندضلعی‌هایی مانند MNPQR را غیرمحدب یا «مقعر» می‌نامند.

تعریف: یک چندضلعی را محدب می‌نامند، هرگاه خط شامل هر ضلع آن را در نظر بگیریم، همهٔ رأس‌های چندضلعی، به جز دو رأس واقع بر آن ضلع، در یک طرف این خط واقع شوند.

شکل ۳


شکل ۴


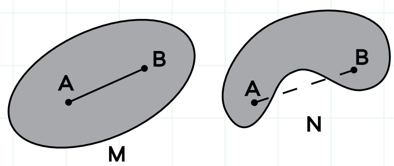
در شکل ۳ دو قطر چندضلعی یکدیگر را درون چندضلعی بریده‌اند و همهٔ نقطه‌های دو قطر، درون یا روی چندضلعی واقع‌اند. اما در شکل ۴ یک قطر چندضلعی، به‌جز دو سر آن، بیرون چندضلعی واقع است. برخی کتاب‌های مقدماتی هندسه، چندضلعی محدب و غیرمحدب را این‌گونه تعریف می‌کنند:

تعریف: هر چندضلعی را که تمام قطرهای آن، به جز دو سر قطر، درون چندضلعی واقع شوند، محدب می‌نامند.

بنابراین، اگر حداقل یک قطر چندضلعی، به‌جز دو انتهای آن، بیرون چندضلعی واقع شود، آن را غیرمحدب یا مقعر می‌نامند.

مفهوم تحدب در ریاضی مفهومی اساسی است که در اصل با مفهوم چندضلعی محدب تفاوت دارد. دو مجموعهٔ M و N را در شکل ۵ در نظر بگیرید.

شکل ۵



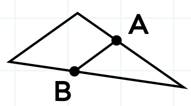
به‌طور شهودی، اگر هر دو نقطهٔ A و B از مجموعهٔ M را انتخاب کنید و با پاره‌خطی به هم متصل کنید، همهٔ نقطه‌های این پاره‌خط در این مجموعه‌اند. اما در مجموعهٔ N می‌توان دو نقطهٔ A و B را انتخاب و با پاره‌خطی به هم متصل کرد، به‌طوری که نقطه‌هایی از پاره‌خط AB متعلق به مجموعهٔ N نباشد.

مجموعه‌ای مانند M را یک مجموعهٔ محدب و مجموعه‌ای مانند N را یک مجموعهٔ غیرمحدب یا مقعر می‌نامند.

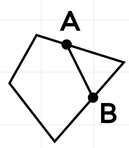
این تعریف مجموعه‌های محدب و غیرمحدب است.

در شکل‌های ۶ و ۷ با یک مثلث و یک

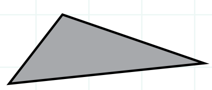
شکل ۶



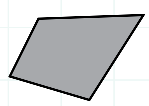
شکل ۷



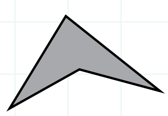
شکل ۸



شکل ۹



شکل ۱۰



چهارضلعی روبه‌رو هستیم. مشاهده می‌کنیم که این‌ها دو مجموعهٔ محدب نیستند؛ چرا؟ اما شکل‌های ۸ و ۹ مجموعه‌هایی محدب هستند. بنابراین به کار بردن کلمهٔ مجموعهٔ محدب با چندضلعی محدب متفاوت است. یعنی به کار بردن کلمهٔ محدب برای چندضلعی فقط جنبهٔ نمادین دارد و به این دلیل به کار برده شده است که وقتی یک چندضلعی محدب است، در واقع منظور این است که مجموعهٔ نقطه‌های چندضلعی و مجموعهٔ نقطه‌های درون آن، یعنی ناحیهٔ چندضلعی، محدب است.

شکل ۱۰ یک مجموعهٔ محدب نیست، بنابراین چهارضلعی رسم‌شده نیز محدب نیست؛ یعنی مقعر است.

اکنون که با مفهوم چندضلعی‌ها و چندضلعی‌های محدب و مقعر و همچنین تعداد قطرهای چندضلعی‌ها آشنا شدیم، دو ویژگی دیگر از چندضلعی‌ها را بیان می‌کنیم: یکی تعیین مجموع اندازهٔ زاویه‌های چندضلعی و دیگری چندضلعی‌های منتظم.

مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی چندضلعی محدب

در مقاله‌های قبلی ثابت کردیم مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث در هندسهٔ اقلیدسی برابر 180° است.

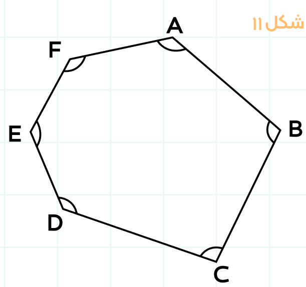
اکنون فکر می‌کنید چگونه می‌توان مجموعهٔ اندازه‌های زاویه‌های درونی یک چندضلعی محدب را محاسبه کرد؟

طرح و حل مسئله

در شکل ۱۱ یک شش‌ضلعی محدب را مشاهده می‌کنید. زاویه‌های درونی این شش‌ضلعی را نام ببرید. هدف محاسبهٔ زیر است:

$$m\angle A+m\angle B+m\angle C+m\angle D+m\angle E+m\angle F$$

شکل ۱۱



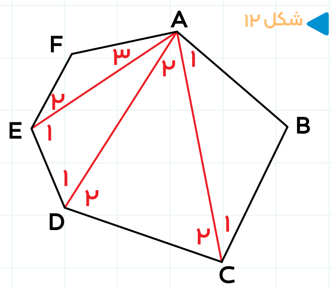
چه راهی را برای محاسبهٔ این مجموع پیشنهاد می‌کنید؟

شاید تنها ابزار ما مثلث باشد، زیرا در مورد مثلث آن را ثابت کرده‌ایم.

پس سعی کنید مثلث‌هایی را در این شش‌ضلعی چنان در نظر بگیرید که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی آن‌ها دقیقاً برابر مجموع اندازه‌های زاویه‌های این شش‌ضلعی باشد.

احتمالاً آنچه به فکر شما می‌رسد این است که از یک رأس شش‌ضلعی همهٔ قطرها را رسم کنید (شکل ۱۲). با رسم همهٔ قطرهایی که از یک رأس می‌گذرند، سه مثلث ساخته‌ایم که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی این سه مثلث برابر مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی شش‌ضلعی است. چرا؟

شکل ۱۲



بنابراین، مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر شش‌ضلعی محدب برابر است با: $3\times180^\circ$.

اکنون فرض کنید یک n ضلعی محدب داشته باشیم. اگر همهٔ قطرهایی را که از یک رأس می‌گذارند، رسم کنیم، چند مثلث ساخته می‌شود؟ چرا؟

باز هم تعریف قطر را در چندضلعی به یاد آورید. می‌توانید ۴، ۶، ۷، ۸ و ... ضلعی محدب رسم کنید و به یک الگو برسید.

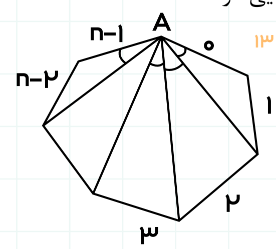
ضلعی محدب	۴	۵	۶	۷	۸	۹	...
تعداد مثلث‌ها	۲	۳	۴	۵	۶	۷	...

پس حدس می‌زنیم که در nضلعی محدب، با رسم همهٔ قطرهای یک رأس، $n-2$ مثلث ساخته می‌شود.

به روش دیگر می‌توانید این‌گونه استدلال کنید:

فرض کنید ضلع‌های n ضلعی را با n عدد، یعنی ۰، ۱، ۲، ...، $n-1$ شماره‌گذاری کرده باشیم. از رأس A، رأس مشترک

بین ضلع‌های شمارهٔ ۰ و شمارهٔ $n-1$، همهٔ قطرها را رسم می‌کنیم (شکل ۱۳). یک رأس همهٔ مثلث‌هایی که ساخته می‌شوند A است. ضلع مقابل این رأس در هر یک از مثلث‌ها چه شماره‌هایی دارند؟



شکل ۱۳

حتماً خواهید گفت: ۱،۲،۳،... و $n-2$. این یعنی $n-2$ مثلث ساخته شده است.

پس در هر صورت با رسم تمام قطرهای یک رأس در یک nضلعی محدب، $n-2$ مثلث ساخته می‌شود که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی این $n-2$ مثلث برابر مجموع اندازه‌های درونی nضلعی محدب است؛ یعنی برابر است با: $(n-2)180^\circ$.

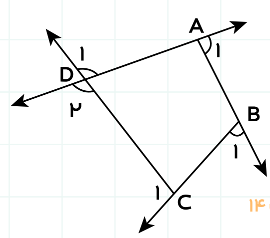
بنابراین:

مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر nضلعی محدب برابر $(n-2)180^\circ$ است.

مجموع اندازه‌های زاویه‌های چهارضلعی و پنج‌ضلعی محدب را محاسبه کنید. اگر مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی یک nضلعی محدب برابر 1440° باشد، n را محاسبه کنید.

با زاویهٔ بیرونی در مثلث قبلاً آشنا شده‌ایم. مشابه آن می‌توانیم زاویهٔ بیرونی را در چندضلعی محدب نیز تعریف کنیم:

تعریف: هر زاویهٔ بیرونی در چندضلعی محدب، مجانب یک زاویهٔ داخلی است. در شکل ۱۴، $\angle A_1$ مجانب $\angle DAB$ از چندضلعی محدب است. پس زاویهٔ بیرونی نظیر رأس A است.



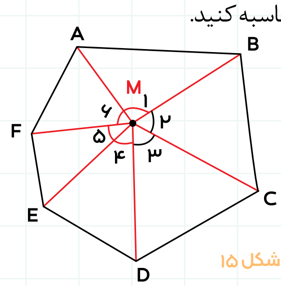
شکل ۱۴

فعالیت: با توجه به این تعریف، نشان دهید مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی هر چندضلعی محدب برابر 360° است.

لازم به ذکر است، در هر رأس چندضلعی محدب دو زاویهٔ مجانب برای زاویهٔ درونی وجود دارد. مثلاً $\angle D_1$ و $\angle D_2$ هر دو زاویه‌های بیرونی نظیر رأس D هستند. اما در محاسبهٔ مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی فقط یکی از این زاویه‌ها را در نظر می‌گیریم.

طرح مسئله

در شکل ۱۵ یک شش‌ضلعی محدب را مشاهده می‌کنید. نقطهٔ دلخواه M را درون آن در نظر می‌گیریم و از M به تمام رأس‌ها متصل می‌کنیم. n مثلث به رأس M ساخته می‌شوند. اکنون با استفاده از آن و اینکه مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث 180° است، نشان دهید مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی این شش‌ضلعی برابر $180^\circ(6-2)=4\times180^\circ$ است. سپس با الگو گرفتن از آن، مجموع اندازه‌های درونی هر nضلعی محدب را محاسبه کنید.



شکل ۱۵

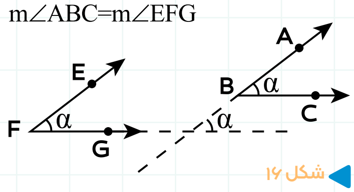
روشی دیگر برای محاسبهٔ مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی چندضلعی محدب، استفاده از اندازهٔ زاویه‌های دارای ضلع‌های موازی است.

قبلاً نشان دادیم که هرگاه ضلع‌های دو زاویه نظیر به نظیر موازی باشند، آنگاه دو زاویه هم‌اندازه یا مکمل هستند.

در شکل ۱۶ داریم: $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{FE}$ و $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{FG}$.

با توجه به شکل نشان دهید:

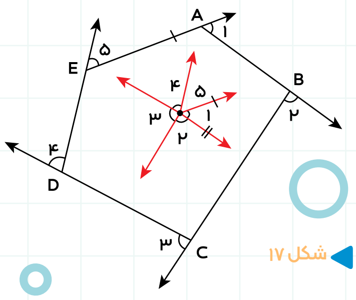
$m\angle ABC = m\angle EFG$



شکل ۱۶

اکنون با استفاده از این مسئله می‌توانیم روشی را برای محاسبهٔ اندازه‌های زاویه‌های بیرونی هر چندضلعی محدب بیان کنیم.

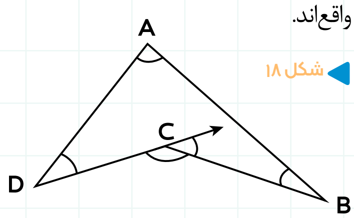
نقطه‌ای را مطابق شکل ۱۷ درون یا حتی بیرون یک چندضلعی محدب انتخاب کنید و از آن نیم‌خط‌هایی را موازی ضلع‌های چندضلعی رسم کنید. سپس نشان دهید زاویه‌های پدیدآمدهٔ نظیر به نظیر هر کدام، با یکی از زاویه‌های بیرونی چندضلعی محدب هم‌اندازه‌اند و مجموع آن‌ها برابر مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی چندضلعی محدب است. در نتیجه این مجموع برابر 360° است.



شکل ۱۷

تذکر مهم: حتماً توجه کرده‌اید که در اینجا ما فقط در مورد مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی و بیرونی چندضلعی‌های محدب بحث کردیم؛ زیرا مفهوم زاویهٔ درونی و بیرونی در چندضلعی‌های غیرمحدب یا همان مقعر خوش‌تعریف نیست.

مثلاً، با توجه به تعریف ما از زاویه (هر زاویه از دو نیم‌خط با ابتدای مشترک شکل می‌گیرد)، در شکل ۱۸ مشاهده می‌کنید که در چهارضلعی مقعر ABCD، درون $\angle DCB$ بیرون چندضلعی واقع شده است و قسمتی از درون زاویهٔ مجانب این زاویه درون چهارضلعی قرار دارد؛ برخلاف چندضلعی محدب که درون تمام زاویه‌های بیرونی در بیرون چندضلعی واقع‌اند.



شکل ۱۸

به همین دلیل برای چندضلعی مقعر مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی و بیرونی تعریف نمی‌کنیم. البته مسئله‌هایی وجود دارند که در آن‌ها مثلاً زاویه‌های جهت‌دار یا مثلثاتی تعریف می‌شوند و به کمک آن‌ها می‌توانیم جمع جبری این زاویه‌های جهت‌دار را محاسبه کنیم، اما معمولاً در مبانی هندسه با آن‌ها سروکار نداریم.

استدلال مریم
استدلال اینترنتی
کدام صحیح است؟

داود معصومی‌مهوار

زهرا: لطفاً این زنگ را به بحث بچه‌ها اختصاص بدهید. دربارهٔ این پرسش از آزمون استعدادهای درخشان (نهم به دهم ۱۴۰۱) اختلاف پیش آمده است.

سؤال ۹۷. اگر a یک عدد طبیعی باشد، Δa را چنین تعریف می‌کنیم:

Δa= بزرگ‌ترین شمارندهٔ a که از a کوچک‌تر است.

برای مثال: ۱۵=Δ۳۰ و بنابراین: ۵=Δ۱۵=$\Delta\Delta$۳۰

عدد هشت رقمی b را به گونه‌ای انتخاب کرده‌ایم که مقدار $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بیشترین مقدار ممکن باشد. در این صورت، عدد $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ چند رقمی است؟

الف) پنج ب) شش ج) هفت د) هشت

من: خب اختلاف چیست؟

نفیسه: یک راه‌حل و استدلال ساده هست که چندین معلم در اینترنت منتشر کرده‌اند. هیچ‌کس هم ایرادی به آن نگرفته است ولی لیلا و چند نفر دیگر آن را درست نمی‌دانند. راه‌حل این است.

عدد ۳۰ برابر است با ۵×۳×۲ و روشن است که عددهای ۳۰، ۱۵، ۱۰، ۶، ۳، ۲ و ۱ همگی شمارندهٔ ۳۰ هستند. عدد Δ۳۰ باید بزرگ‌ترین شمارندهٔ ۳۰ باشد ولی از خود ۳۰ کوچک‌تر باشد. از آنجا که داریم: ۳۰=۵×۳×۲ کافی است عدد ۳۰ را به کوچک‌ترین شمارندهٔ غیر یک تقسیم کنیم. زیرا ۳۰ تقسیم بر یک برابر با خود ۳۰ می‌شود و نمی‌تواند Δ۳۰ باشد. پس برای اینکه بزرگ‌ترین شمارندهٔ کوچک‌تر از خود ۳۰ را پیدا کنیم باید ۳۰ را بر دو تقسیم کنیم و خواهیم داشت ۱۵=Δ۳۰. اما دربارهٔ $\Delta\Delta$۳۰ یا همان Δ۱۵ به روش مشابه استدلال می‌کنیم و عدد ۱۵ را به کوچک‌ترین شمارندهٔ غیر یک آن، یعنی عدد ۳ تقسیم می‌کنیم و عدد ۵ به عنوان Δ۱۵ به دست می‌آید.

این استدلال به سادگی نشان می‌دهد برای آنکه تا حد ممکن Δb بزرگ باشد، باید عدد b بر ۲ بخش‌پذیر باشد تا داشته باشیم $\Delta b=\frac{b}{2}$، زیرا ۲ کوچک‌ترین عدد اول است و $\frac{b}{2}$ مثلاً از $\frac{b}{3}$ یا $\frac{b}{5}$ بزرگ‌تر است و کلاً اگر p یک عدد اول بزرگ‌تر از ۲ باشد داریم $\frac{b}{p}<\frac{b}{2}$ پس برای اینکه عدد b را جوری انتخاب کنیم که Δb بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، کافی است که عدد b توانی از ۲ باشد و چون b باید هشت رقمی باشد، آزمایش می‌کنیم تا بزرگ‌ترین توان ۲ را که هشت رقمی نیز باشد، پیدا کنیم:

$2^{22}=4194304$ $\qquad$ $2^{23}=8388608$

$2^{24}=16777216$ $\qquad$ $2^{25}=33554432$

$2^{26}=67108864$ $\qquad$ $2^{27}=134217728$

چنان که می‌بینیم 2^{27} نه رقمی است و 2^{26} هشت رقمی است. پس برای آنکه Δb بیشترین مقدار بشود، عدد b باید همین 2^{26} باشد و خواهیم داشت:

$\Delta b=\Delta 2^{26}=2^{25}$, $\Delta\Delta b=\Delta 2^{25}=2^{24}$,

$\Delta\Delta\Delta b=\Delta 2^{24}=2^{23}$, $\Delta\Delta\Delta\Delta b=\Delta 2^{23}=2^{22}$

پس عدد $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ برابر است با: $2^{22}=4194304$ و هفت رقمی است.

در ضمن در کلیدی که آموزش‌وپرورش منتشر کرده هم پاسخ همین هفت رقمی، یعنی گزینهٔ ج است.

زهرا: به نظر من استدلالی که نفیسه نقل کرد درست نیست. اینکه $\frac{b}{p}<\frac{b}{2}$ برای هر عدد اول p که از ۲ بزرگ‌تر باشد درست است، ولی از این نابرابری نتیجهٔ نادرستی گرفته‌اند و گفته‌اند:

برای اینکه عدد b را جوری انتخاب کنیم که Δb بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، کافی است که عدد b توانی از ۲ باشد.

گزارهٔ الف

برای این ادعا هیچ دلیلی نیاورده‌اند.

من: می‌بینم که لیلا و چند نفر دیگر زهرا را تأیید می‌کنند، ولی بیشتر بچه‌های کلاس حرف او را قبول ندارند. خب یکی از مخالفان حرف بزند.

مژگان: اگر قبول دارند که

$\frac{b}{p}<\frac{b}{2}$ برای هر عدد اول p که از ۲ بزرگ‌تر باشد درست است.

گزارهٔ ب

پس حتماً این گزاره‌ها را هم قبول دارند:

برای اینکه Δb بزرگ‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید داشته باشیم: $\Delta b=\frac{b}{۲}$

برای اینکه $\Delta\Delta b$ بزرگ‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید داشته باشیم: $\Delta\Delta b=\frac{\Delta b}{۲}$

برای اینکه $\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید داشته باشیم: $\Delta\Delta\Delta b=\frac{\Delta\Delta b}{۲}$

برای اینکه $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید داشته باشیم:

$$\Delta\Delta\Delta\Delta b=\frac{\Delta\Delta\Delta b}{۲}$$

خب از این جمله‌ها به روشنی می‌توان نتیجه گرفت که:

برای اینکه $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید داشته باشیم:

$$\Delta\Delta\Delta\Delta b=\frac{b}{۲\times۲\times۲\times۲}$$

گزارۀ پ

اعظم: مژگان کاملاً درست استدلال کرد اما آنچه که نفیسه نقل کرد و زهرا قبول نداشت، چیز دیگری بود. زهرا دقیقاً نوشت کدام گزاره را قبول ندارد. زهرا گزارۀ الف را قبول ندارد، ولی مژگان به درستی از گزارۀ پ دفاع می‌کند.

سایه: خب طبق استدلال مژگان همه پذیرفتیم که بهترین حالت‌ها با به کار بردن گزارۀ ب به دست می‌آیند. پس اگر استدلال مژگان را همین طور ادامه بدهیم عدد b توانی از ۲ خواهد بود و درستی گزارۀ الف روشن خواهد شد.

لیلا: چیزی به نام «بهترین حالت یا بدترین حالت» نداریم. اگر گزارۀ الف را لازم دارید باید آن را اثبات کنید.

من: سایه خوب توجه کن. اگر استدلال مژگان را باز هم تکرار کنی دیگر چیزی دربارۀ $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ دستگیرت نخواهد شد. بلکه مثلاً دربارۀ $\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta b$ یا $\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta b$ چیزهایی خواهی فهمید. حالا کمی سکوت کنید و فکر کنید تا ببینیم چه می‌شود.

نرگس (پس از دو دقیقه): فکر می‌کنم با ادامۀ روند استدلال مژگان نمی‌توان به گزارۀ الف رسید، ولی گزارۀ الف واقعاً درست است و باید با دلیلی دیگر به درستی آن برسیم. احساس می‌کنم واقعاً بهترین کار همین تقسیم کردن بر ۲ است و به این روش بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ پیدا می‌شود، ولی چرای آن را نمی‌دانم.

لیلا: گزارۀ الف اصلاً درست نیست. اگر داشته باشیم: $b=۹۹۹۹۹۹۸۴$ خواهیم داشت:

$\Delta\Delta\Delta\Delta b=۹۹۹۹۹۹۸۴\div۱۶=۶۲۴۹۹۹۹$

و به سادگی می‌بینیم که ۶۲۴۹۹۹۹ از $۴۱۹۴۳۰۴=۲^{۲۲}$ بزرگ‌تر است! یعنی استدلالی که نقل کرده‌اند، اصلاً بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ را پیدا نکرده است و به‌طور اتفاقی تعداد رقم‌های آن را درست بیان کرده است. اگر پرسش کمی متفاوت طرح می‌شد و مثلاً می‌پرسید: «رقم یکان $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ چیست؟» دیگر بخت یاری‌شان نمی‌کرد. احتمالاً رقم یکان را رقم یکان $۴۱۹۴۳۰۴=۲^{۲۲}$ یعنی ۴ اعلام می‌کردند، در صورتی که من یک نمونه $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ معرفی کرده‌ام که بزرگ‌تر است و نشان می‌دهد که آن‌ها سراغ عدد دیگری رفته‌اند.

پریسا: فکر می‌کنم لیلا سفسطه می‌کند. او پرسش دیگری را طرح کرده است و می‌گوید که استدلال ما برای آن پرسش نتیجۀ غلط می‌دهد! خب ما استدلالمان را برای این پرسش طراحی کرده‌ایم.

من: لیلا درست می‌گوید. مثال نقض خوبی آورد. او نشان داد که شما در همان پرسش اصلی هم نتوانسته‌اید بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ را پیدا کنید. اما اگر بیشتر به مثال لیلا توجه کنید خواهید فهمید که از کجا پیدا شده است و راه درست استدلال را خواهید یافت.

نرگس (پس از یک دقیقه): عدد ۸۴ در ۹۹۹۹۹۹۸۴ راه را نشان می‌دهد. احتمالاً لیلا به این فکر کرده است که عدد ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ که کوچک‌ترین عدد نه رقمی است، به ۱۶ بخش‌پذیر است، و: $۱۰۰۰۰۰۰۰۰-۱۶=۹۹۹۹۹۹۸۴$

یعنی ۹۹۹۹۹۹۸۴ بزرگ‌ترین عدد هشت رقمی است که بر ۱۶ بخش‌پذیر است. پس اگر b را همین ۹۹۹۹۹۹۸۴ بگیریم، بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ با تقسیم آن بر ۱۶ به دست خواهد آمد که همان عدد ۶۲۴۹۹۹ است.

من: توجه کنید استدلالی که از اینترنت پیدا کرده بودید، تلاش می‌کرد برای بزرگ‌ترین بودن $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ آن را از این روش پیدا کند که b را بر ۲ تقسیم کند نه بر ۳ یا شمارنده‌های بزرگ‌تر از ۲ اما اصلاً توجه نکرده بود که برای بزرگ‌ترین بودن $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ باید به بزرگ‌ترین بودن خود b هم توجه کند. یعنی در گزارۀ ب درست استدلال می‌کردند و تلاش داشتند مخرج کسر را تا حد ممکن کوچک کنند، ولی توجه نداشتند که باید به صورت کسر هم توجه کنند و تا حد ممکن آن را بزرگ‌تر بگیرند. لیلا همین کار را به سادگی انجام داد. خب حالا بگویید که چیزهایی که لیلا و نرگس گفتند استدلال کامل است یا هنوز کاستی‌هایی دارد؟

مریم: من فکر می‌کنم لیلا به روشی خوب و ساده عدد b را معرفی کرد و ادعا کرد که این b عدد $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ را چنان می‌سازد که از مورد ادعاشده در اینترنت بزرگ‌تر است. این موضوع را نیز به سادگی اثبات کرد. همچنین فکر می‌کنم لیلا ادعا دارد که عدد $b=۹۹۹۹۹۹۸۴$ بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ را می‌سازد. فکر می‌کنم استدلال او را می‌دانم و می‌توانم بیان کنم.

او چنین استدلال می‌کند که عدد $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ برابر با $۹۹۹۹۹۹۸۴\div۱۶=۶۲۴۹۹۹۹$ است و این بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ ممکن است. فرض می‌کنیم بزرگ‌تر از این هم وجود داشته باشد. پس این $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌تر باید دست کم یک واحد از ۶۲۴۹۹۹۹ بزرگ‌تر باشد. یعنی باید بزرگ‌تر یا برابر با ۶۲۵۰۰۰۰ باشد و در این صورت بنا بر گزارۀ ب و نتیجۀ آن عدد b باید ۱۶ برابر باشد. پس داریم $b\geq۶۲۵۰۰۰۰\times۱۶=۱۰۰۰۰۰۰۰۰$ که این با هشت رقمی بودن b تناقض دارد. بنابراین فرض ما (اینکه $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ می‌تواند بزرگ‌تر از ۶۲۴۹۹۹۹ باشد.) درست نیست. پس ثابت شد که اگر b عددی هشت رقمی باشد، بزرگ‌ترین $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ ممکن عدد ۶۲۴۹۹۹۹ است.

من: بسیار عالی. بچه‌ها حواستان باشد، برای آنکه شبیه استدلال اینترنت به اشتباه نیفتید، برای بزرگ‌ترین بودن یک عدد باید استدلال بیاورید. خیلی ساده مانند مریم فرض کنید که آن عدد بزرگ‌ترین نباشد و از آن بزرگ‌تر هم وجود داشته باشد. (فرض خلف) سپس ادامه بدهید و اگر به تناقض رسیدید روشن می‌شود که فرض خلف نادرست و فاسد است. این روش به «برهان خلف» مشهور است.

الهام: یعنی واقعاً این همه معلم که در اینترنت همین روش را نوشته بودند، اشتباه کرده‌اند؟

من: اگر استدلالشان همان باشد که نفیسه و مژگان گفتند، خب بله اشتباه است و مثال لیلا نادرستی استدلال آن‌ها را نشان داد. از طرف دیگر، اگر در پرسش گفته نمی‌شد که $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌ترین عدد ممکن است و مثلاً گفته می‌شد یکی مانده به بزرگ‌ترین است (یعنی یک عدد $\Delta\Delta\Delta\Delta b$ بزرگ‌تر از آن وجود دارد و نه بیشتر) و نیز عدد b را هشت رقمی اعلام نمی‌کرد، آن استدلال ممکن بود تعداد رقم‌ها را نیز نادرست پیدا کند. اگر حوصله دارید، تعداد رقم‌های b را برای اینکه نشان دهد آن استدلال نادرست کار می‌کند، پیدا کنید.

یک مسئله و چند راه‌حل

حسین کریمی

جمع گاوسی!

مسئله: مطلوب است تعیین حاصل‌جمع زیر:

$$S = ۱+۲+...+(n-۱)+n = ?$$

روش اول؛ روش گاوس

در تاریخ ریاضیات آمده است که یک دانش‌آموز دبستانی به نام **کارل فریدریش گاوس**، برای تعیین حاصل‌جمع $S=۱+۲+...+۹۹+۱۰۰$، به‌صورت زیر عمل کرد:

$$S=۱+۲+...+۹۹+۱۰۰$$
$$S=۱۰۰+۹۹+...+۲+۱$$
$$۲S=۱۰۱+۱۰۱+...+۱۰۱+۱۰۱ \Rightarrow S=\frac{۱۰۰\times۱۰۱}{۲}=۵۰۵۰$$

بدین‌ترتیب برای تعیین مجموع n عدد طبیعی، نخست داریم:

$$S=۱+۲+...+(n-۱)+n$$
$$S=n+(n-۱)+...+۲+۱$$
$$۲S=(n+۱)+(n+۱)+...+(n+۱)+(n+۱) \Rightarrow S=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

این روش را که به «روش گاوس» معروف است، **روش اول** می‌نامیم.

اکنون می‌خواهیم برای نشان دادن درستی تساوی $۱+۲+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$ از روش‌های دیگر نیز استفاده کنیم و راه‌حل‌های متمایزی ارائه دهیم.

مثال: مجموع روبه‌رو را تعیین کنید:

$$S=۲۶+۲۷+...+۱۲۰+۱۲۱$$

الف)

$$S=(۱+۲+...+۱۲۰+۱۲۱)-(۱+۲+...+۲۴+۲۵)$$
$$S=\frac{۱۲۱\times۱۲۲}{۲}-\frac{۲۵\times۲۶}{۲}=۷۰۵۶$$

ب)

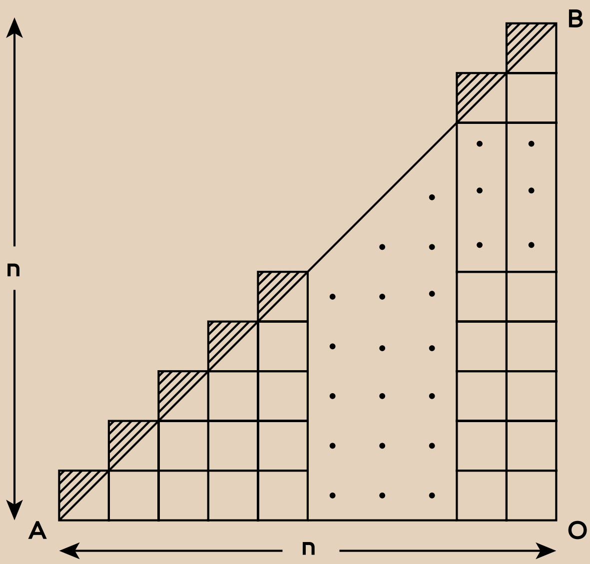
$$S=\frac{۲۶+۱۲۱}{۲}\times۹۶=۷۰۵۶$$

یعنی مجموع n عدد طبیعی متوالی با شروع از $a_۱$ و ختم به a_n عبارت است از: $S_n=\frac{(a_۱+a_n)}{۲}\times n$.

روش دوم؛ استفاده از مساحت

در ستون اول، یک مربع به ضلع واحد، در ستون دوم دو مربع، در ستون سوم سه مربع، ... و در ستون nام، n مربع به ضلع واحد را در نظر می‌گیریم.

بدیهی است که سطح یک واحد مربع، نشان‌دهندهٔ یک مربع است. پس برای تعیین تعداد همهٔ مربع‌ها $(۱+۲+...+(n-۱)+n)$ کافی است به مساحت مثلث AOB، مساحت n مثلث هاشورخورده (هر کدام به مساحت $\frac{۱}{۲}$ واحد مربع) را اضافه کنیم:



$$S=\frac{n\times n}{۲}+\frac{n}{۲}=\frac{n^۲+n}{۲}=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

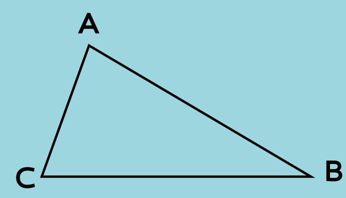
بنابراین مشاهده می‌کنیم:

$$۱+۲+...+(n-۱)+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

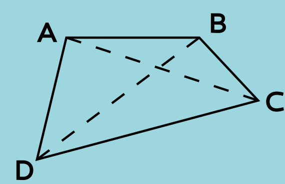
روش سوم؛ استفاده از پاره‌خط‌ها

می‌دانیم که تعداد پاره‌خط‌های واصل بین رأس‌های یک مثلث (سه‌ضلعی) سه پاره‌خط، بین رأس‌های یک چهارضلعی، شش پاره‌خط و بین رأس‌های یک پنج‌ضلعی، ده پاره‌خط است:

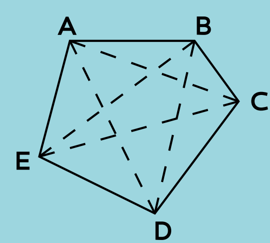
$AB, BC, CA \to ۱+۲=۳$



$AB, AC, AD, BC, BD, CD \to ۱+۲+۳=۶$



$AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE$
$\to ۱+۲+۳+۴=۱۰$



تمرین: با رسم یک شش‌ضلعی محدب، تعداد پاره‌خط‌های رسم‌شده بین رأس‌ها را مشخص کنید و نشان دهید:

$۱+۲+۳+۴+۵=۱۵$

تذکر: با توجه به الگوی فوق می‌توان گفت: مجموع تعداد ضلع‌ها و قطرها در $n+۱$ ضلعی محدب عبارت است از:

$۱+۲+۳...+n \qquad (۱)$

در واقع در یک $n+۱$ ضلعی محدب، از هر رأس می‌توان به n رأس دیگر وصل کرد که همیشه ۲ پاره‌خط، ضلع محسوب می‌شوند و $n-۲$ پاره‌خط دیگر، قطر. اما می‌دانیم بین پاره‌خط AB و پاره‌خط BA تمایزی وجود ندارد. پس باید تعداد $n(n+۱)$ را نصف کنیم. بدین‌ترتیب تعداد پاره‌خط‌های رسم‌شده در یک $n+۱$ ضلعی محدب (ضلع‌ها و قطرها) برابر است با:

$\frac{n(n+۱)}{۲} \qquad (۲)$

حال با توجه به ۱ و ۲ داریم:

$۱+۲+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$

روش چهارم؛ زیرمجموعه‌ها

می‌دانیم در یک مجموعهٔ n عضوی به‌تعداد ۲^n زیرمجموعه داریم:

مثلاً در مجموعهٔ $\{a,b,c\}$ تعداد زیرمجموعه‌ها برابر است با: $۲^۳=۸$ که عبارت‌اند از:

$\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{c,a\}, \{c,b\}, \{a,b,c\}$

در مجموعهٔ A_{n+1}، تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی را با S_n نشان می‌دهیم. به مثال زیر توجه کنید:

$n=۱ \to A_۲=\{a,b\} \to S_۱=۱$

$n=۲ \to A_۳=\{a,b,c\} \to S_۲=۱+۲$

توجه داریم که زیرمجموعه‌های دو عضوی در $A_۳$ عبارت‌اند از:

$\{a,b\}, \{c,a\}, \{c,b\}$

$n=۳ \to A_۴=\{a,b,c,d\} \to S_۳=۱+۲+۳$

در مجموعهٔ چهار عضوی $A_۴$، شش زیرمجموعهٔ دو عضوی داریم که عبارت‌اند از:

$\{a,b\}, \{c,a\}, \{c,b\}, \{d,a\}, \{d,b\}, \{d,c\}$

$n=۴ \to A_۵=\{a,b,c,d,e\} \to S_۴=۱+۲+۳+۴$

تمرین: برای مجموعهٔ پنج‌عضوی $A_۵$ نشان دهید که تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی برابرند با:

$S_۴=۱+۲+۳+۴=۱۰$

تذکر: با توجه به الگوی فوق می‌توان گفت تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی در یک مجموعهٔ $n+۱$ عضوی برابر است با:

$۱+۲+۳...+n \qquad (۳)$

در واقع در یک مجموعهٔ $n+۱$ عضوی، در تعیین تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی، توجه داریم که برای انتخاب عضو نخست، $n+۱$ انتخاب و برای تعیین عنصر دوم، n انتخاب متمایز داریم. اما بین انتخاب $\{a,b\}, \{b,a\}$ وجه تمایزی قائل نیستیم. بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی در یک مجموعهٔ $n+۱$ عضوی عبارت است از:

$\frac{n(n+۱)}{۲} \qquad (۴)$

اکنون با توجه به ۳ و ۴ داریم: $S_n=۱+۲+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$

بیایید کمی فکر کنیم! ● خسرو داودی

کوه زباله‌های الکترونیکی

کمی فکر کنیم

به طور حتم همهٔ شما با وسایل و ابزارهای الکترونیکی و رقمی (دیجیتال) سروکار دارید؛ از رایانه، رایانهٔ کیفی (لپ‌تاپ) و گوشی‌های همراه گرفته تا سایر ابزار و وسایلی که به نوعی از مدارهای الکترونیکی و به‌خصوص باتری‌های قابل شارژ مجدد استفاده می‌کنند. یکی از ویژگی‌های این ابزار به‌روز شدن آن‌ها و تقریباً غیرقابل‌استفاده شدن وسایل قدیمی و کهنه است. برای مثال، بعد از چند سال رایانهٔ شما برایتان قابل‌استفاده نیست، چون نرم‌افزارهای جدید روی آن کار نمی‌کنند. یا گوشی‌های همراه قابلیت‌های جدیدی خواهند داشت که همه تمایل پیدا می‌کنند گوشی‌های قبلی را کنار بگذارند و یک نمونهٔ جدید از آن تهیه کنند. بازار رقابت و چشم و هم‌چشمی که بیداد می‌کند. این‌ها را می‌دانیم، اما نکتهٔ مهم این است که با وسایلی که کهنه شده و دیگر کار نمی‌کنند چه باید کرد؟ این زباله‌های الکترونیکی چه حجمی دارند و در طبیعت چه سرنوشتی پیدا می‌کنند؟ آیا تا به حال به این موضوع فکر کرده‌اید؟ بیایید قبل از شروع فهرستی از ابزارهای رقمی تهیه کنید تا کم‌کم به اهمیت مطلب بیشتر پی ببرید.

برای مثال به تلویزیون فکر کنید. من حدس می‌زنم که در همین ۳۰ سال گذشته، هر خانواده حداقل ۳ بار تلویزیون عوض کرده‌است. یعنی ۳۰ سال پیش یک تلویزیون جعبه‌ای خریده، بعد تلویزیون‌های تخت را تجربه کرده و سپس آن را با تلویزیون‌های هوشمند تعویض

کرده است. در مورد رایانه چطور؟ فکر می‌کنید در سال‌های گذشته، شرکت‌ها، مدرسه‌ها و دیگر استفاده‌کنندگان از رایانه چند بار رایانهٔ خود را به‌روز کرده‌اند.

در فهرست خود سایر وسایل، مثل گوشی همراه، ساعت‌های رقمی، ویدئو، ضبط‌صوت، پخش صوت و تصویر، ترازوهای رقمی، نورافکن‌ها، باندهای صوتی، تقویت‌کننده‌های صدا و ابزارهای مربوط به دستگاه‌های الکترونیکی و خیلی چیزهای دیگر را فراموش نکنید. اگر حوصله دارید این فهرست را ادامه دهید. در این صورت ابعاد موضوع بیشتر برایتان آشکار می‌شود. راستی نسل جدید ماشین‌های برقی که با باتری‌های بزرگ پرشدنی کار می‌کنند و صفحه‌های باتری خورشیدی را فراموش نکنید! ماشین‌حساب‌ها داشت یادم می‌رفت.

محاسبه کنیم

طبق آمار وبگاه «www.worldometer.info»، هر روز به‌طور تقریبی ۵۴۱۰۰۰ تلویزیون در دنیا فروخته می‌شود. فرض کنیم هر کسی که یک تلویزیون نو می‌خرد، باعث می‌شود یک عدد از تلویزیون‌های قدیمی دور ریخته شود. این آمار را می‌توان این‌طور بیان کرد که هر روز به‌طور تقریبی ۵۴۱۰۰۰ تلویزیون دور ریخته می‌شود. من ابعاد یک تلویزیون معمولی را که در خانه استفاده می‌شود در حدود ۱۰×۹۰×۵۰ سانتی‌متر فرض می‌کنم. پس حجم یک تلویزیون برابر است با:

۵۰×۹۰×۱۰=۴۵۰۰۰ سانتی‌متر مکعب

هر متر مکعب ۱۰۰۰۰۰۰سانتی‌متر مکعب است؛ پس:

۴۵۰۰۰÷۱۰۰۰۰۰۰=۰/۰۴۵ متر مکعب

حجم تلویزیون‌های دورریخته‌شده در هر روز:

۵۴۱۰۰۰×۰/۰۴۵=۲۴۳۴۵ متر مکعب

حجم تلویزیون‌های دورریخته‌شده در سال:

۲۴۳۴۵×۳۶۵=۸۸۸۵۹۲۵≃۹۰۰۰۰۰۰ متر مکعب

بیاید حجم یک کوه مخروطی‌شکل را که ارتفاع آن ۱۰۰۰متر و شعاع قاعدهٔ آن در حدود ۱۰۰ متر باشد حساب کنیم:

$$V=\frac{۱}{۳}\pi r^{۲}\times h$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\pi\times ۱۰۰^{۲}\times ۱۰۰۰\simeq ۱۰۴۷۱۹۷۵\simeq ۱۰۰۰۰۰۰۰$$ مترمکعب

یعنی اگر این تلویزیون‌ها را فشرده کنند و روی هم بریزند، به‌طور تقریبی می‌توانند یک کوه به شکل مخروطی با شعاع قاعدهٔ ۱۰۰ متر و ارتفاع ۱۰۰۰ متر یا یک کیلومتر درست کنند. آیا می‌توانید حجم این زبالهٔ عظیم را تصور کنید؟ توجه کنید که ارتفاع کوه دماوند که شکل مخروط هم هست، ۵۶۰۹ متر است. حالا این کوهی را که با تلویزیون‌های دورریخته‌شده در یک سال ساخته‌ایم با کوه دماوند مقایسه کنید تا بزرگی آن برایتان بیشتر آشکار شود.

بیشتر فکر کنیم

محاسبهٔ انجام‌شده فقط برای تلویزیون‌های دورریخته‌شده در یک سال بود. یک بار دیگر به فهرست بلندبالای خودتان در مورد ابزار و وسایل الکترونیکی نگاه کنید. ببینید اگر همهٔ آن‌ها را می‌خواستیم حساب کنیم چه می‌شد؟ چه کوهی از زباله‌های الکترونیکی ساخته می‌شد؟ این زباله‌ها را چه باید کرد؟ آیا در طبیعت جذب می‌شوند؟ آیا باید آن‌ها را زیر خاک کرد؟ آیا می‌توان آن‌ها را بازیافت کرد؟ آیا می‌توان راهی برای استفادهٔ درست و مناسب از این زباله‌های دورریختنی الکترونیکی پیدا کرد؟

به این خبر توجه کنید: «دانشمندان می‌گویند بازیافت زباله‌های الکترونیکی باید سرعت بگیرد، زیرا جست‌وجو برای معادن جدید فلزاتی که در ابزارهای الکترونیکی، مثل گوشی‌های هوشمند، استفاده می‌شود، روشی پایدار نیست.» یعنی معادن فلزات مصرف‌شده در آینده تمام خواهند شد. اگر برای بازیافت درست این زباله‌ها فکری نشود، دیگر مواد اولیه‌ای برای تولید آن‌ها باقی نمی‌ماند. در ادامهٔ خبر هم آمده است: «یک مطالعه نشان می‌دهد، حجم ابزار الکترونیکی دورریخته‌شده در سال ۲۰۲۱ وزنی معادل ۵۷ میلیون تن داشته است.» برای اینکه درک و تصوری بهتر از این عدد داشته باشید، این بار شما خودتان وزن تقریبی تلویزیون‌های دورریخته‌شده در یک سال را تقریب بزنید. همچنین، راهی پیدا کنید که بتوانید وزن ۵۷ میلیون تن را بهتر درک و تصور کنید؛ شبیه مقایسهٔ کوه تلویزیون‌ها با یک مخروط و کوه دماوند.

با توجه به اینکه هر روز اخبار جدیدی در مورد خودروهای برقی که با باتری‌های پرشدنی کار می‌کنند شنیده می‌شود، اهمیت فلزات مصرف‌شده در تهیهٔ این باتری‌ها، مثل «لیتیوم»، بیشتر از گذشته مشهود می‌شود. به‌طوری که به علت افزایش تقاضا برای این فلز گران‌بها، در فاصلهٔ سال‌های ۲۰۲۱ تا ۲۰۲۲ قیمت لیتیوم ۵۰۰ درصد افزایش داشته است. امیدوارم با شنیدن این خبرها به اهمیت موضوع کوه زباله‌های الکترونیکی پی برده باشید و در این مورد بیشتر فکر کنید.

منبع: خبرگزاری ایسنا

با پویش رمزینهٔ مقابل مقاله‌ای در ارتباط با همین موضوع را در مجلهٔ رشد هنرجو بخوانید.

پدیده‌های هستی و نظم ریاضی

محمدحسین دیزجی گفت‌وگو با مهسا صادقی، مخاطب دیروز و دبیر ریاضی امروز از کرج

عاشق و شیفتهٔ ریاضیات است. دلش می‌تپد که کسی سؤالی مطرح کند و او دنبال جوابش بگردد. آن روزها که مدرسه می‌رفت، غالباً با لباس گچی به خانه باز می‌گشت. چون همیشه پای تختهٔ سیاه کلاس، یا مسئله حل می‌کرد یا به بچه‌ها آموزش می‌داد. حالا هم که دبیر ریاضی است و عاشقانه تدریس می‌کند. برهان ریاضی را خوب می‌شناسد و مطالعه می‌کند.

مهسا صادقی، متولد ۱۳۷۱ در تهران، کارشناس ارشد ریاضی محض و معلم ریاضی و آمار و هندسهٔ پژوهش‌سرای معلم و «مدرسهٔ ترنم آموزش پیشتاز مهرشهر کرج» است. تمام سال‌های تحصیل از دبستان تا کارشناسی ارشد را در مدرسه‌های دولتی و دانشگاه‌های روزانهٔ برتر کشور تحصیل کرده و همیشه شاگرد اول کلاس بوده است. خودش می‌گوید: «هرگز از هیچ معلم خصوصی یا کلاس تقویتی استفاده نکرده‌ام. در دورهٔ کارشناسی علاوه بر کسب بالاترین معدل، عضو تیم المپیاد دانشجویی دانشگاه نیز بودم.»

حالا او اینجاست. یعنی ما آنجا در مدرسه در کنار او هستیم. مخاطب دیروز مجلهٔ برهان ریاضی، حرف‌های قشنگی برای ما دارد. با هم می‌خوانیم.

● در دوران مدرسه و دبیرستان نگاه شما به درس و دانش ریاضی چگونه بود؟ (سخت، پیچیده، معمایی، راحت، شگفت‌انگیز یا ...)

○ فهم مطالب ریاضی همیشه برایم راحت و حل مسئله‌های آن برایم شگفت‌انگیز بود. در دوره‌های اول و دوم متوسطه علاقه‌ام به ریاضی در حدی بود که اکثر جلسات پای تخته داشتم داوطلبانه تمرین حل می‌کردم و همچنین زنگ‌های تفریح قبل و بعد از کلاس ریاضی معمولاً به رفع اشکال بچه‌ها می‌پرداختم. همچنین، بعد از تعطیلی مدرسه، به درخواست هم‌کلاسی‌ها و با اجازهٔ مدیر یک ساعت اضافه در مدرسه می‌ماندم و برای بچه‌های ضعیف در درس ریاضی کلاس تقویتی برگزار می‌کردم. این عادتم حتی تا دانشگاه نیز ادامه داشت و در برخی درس‌های کارشناسی و ارشد کمک‌مربی حل تمرین بودم.

چیزی که از دورهٔ مدرسه به یاد دارم این است که همیشه با لباس‌های گچی به خانه برمی‌گشتم. در دفتر خاطراتم جمله‌هایی از هم‌کلاسی‌هایم به یادگار برایم مانده‌اند که مضمون اکثرشان بر رضایت از تدریس من مبتنی بوده است. هر سال، روزی که همهٔ مسئولیت‌های مدرسه را به بچه‌ها می‌سپردند (طرح مدام)، نقشی که به اتفاق آرا برای من در نظر می‌گرفتند، همیشه معلم ریاضی بود. بعدها که در درس عربی معنی جملهٔ «زکات علم نشره» را آموختم و با مبانی دهش، بخشش و انفاق در درس‌های دین و زندگی (پیام‌های آسمانی) بیشتر آشنا شدم، فهمیدم که مصداق آن‌ها را از کودکی و نوجوانی در قلب، فکر و روحیاتم داشته‌ام؛ بدون اینکه از آن آگاه باشم.

● آشنایی با دانش ریاضی تا چه اندازه در کار شما اثرگذار است؟

○ همهٔ این تجربیات شیرین، شامل آموزش مفاهیم ریاضی و مهارت‌های حل مسئله با بیانی ساده و روان، سرانجام به انتخاب رشتهٔ ریاضی در دانشگاه و همچنین انتخاب شغل معلمی منجر شد. البته قطعاً به شیوه‌ای متفاوت، طوری که کلاس‌های ریاضی من اصلاً فضای خشک و مطالب سخت ندارند، بلکه سعی می‌کنم همهٔ مطالب را با بیانی ساده و مثال‌های کاربردی یا داستانی از زندگی واقعی با چاشنی شوخی در کلاس مطرح کنم. سپس با گروه‌بندی بچه‌ها، در سطح متوسط به هر گروه پروژه‌های اکتشافی می‌دهم تا ضمن بحث برای کشف راه‌حل بتوانند با جنبه‌های متفاوت درس جدید آشنا شوند. به این ترتیب در پایان کلاس نه‌تنها بچه‌ها خسته از نوشتن انبوه جزوه و نگران از حجم مطالب درک‌نشده نیستند، بلکه کاملاً با اعتمادبه‌نفس و راضی، با این باور که چقدر ریاضی برایشان جالب است، از کلاس بیرون می‌روند و تا جلسهٔ بعد نیز اکثر تمرین‌ها را گاهی از چند راه متفاوت حل می‌کنند.

همچنین اشتباه‌های رایج دانش‌آموزان را در انجام تکالیف یا امتحانات جمع‌آوری می‌کنم و ضمن دورهٔ درس و به کمک داستان‌سرایی، این بدفهمی‌ها را رفع می‌کنم تا در حل مجدد مسائل دوباره دچار اشتباه‌های قبلی نشوند. اکنون از اینکه توانسته‌ام به آرزوی خودم برسم و معلمی تأثیرگذار باشم، بسیار خوش‌حالم و دیدن شوق و رضایت در نگاه دانش‌آموزانم در کلاس، انگیزه و نیروی مرا همیشه دو چندان می‌کند.

قطعاً ریاضیات و هندسه در رشد تفکر منطقی، تجسم، برنامه‌ریزی و مدیریت کلاس در گفتار و عملکردهای من بسیار تأثیرگذار بوده است؛ به‌طوری که خیلی‌ها پس از چند دقیقه صحبت می‌توانند شغل و رشته‌ام را حدس بزنند.

● روش تدریس شما چگونه است؟

○ توضیحات بیشترا! روش تدریسم طوری است که دانش‌آموزان اصلاً احساس سختی رایج ریاضی را در کلاس ندارند. با همهٔ سنین، از ابتدایی تا دبیرستان و دانشگاه، در همان جلسهٔ اول تدریسم ارتباط خوب و مؤثری برقرار می‌کنم. گاهی برای انتقال مفاهیم ریاضی یک داستان می‌سازم؛ یعنی دقیقاً شیوه‌ای که از «مثنوی معنوی» مولوی آموخته‌ام.

در کلاس‌های من اصلاً خبری از فرمول‌های پیچیده و نامفهوم نیست، بلکه برعکس فضایی بسیار شاد، پویا و خلاق بر کلاس حاکم است که حتی دانش‌آموزان ضعیف هم مایل‌اند نوبت حل مسئله را از دیگران بربایند تا ایدهٔ خود را برای حل مسئله در فضای امن کلاس بیان کنند؛ بدون ترس از احتمال اشتباه‌بودن ایده‌ها و نظراتشان. همهٔ سعی من بر این بوده که باورهای تحصیلی دانش‌آموزان دربارهٔ سختی ریاضیات را دگرگون کنم و تجربیات و مهارت‌های خودم را در تحصیلاتم برای شاگرد اول شدن، بتوانم در فضایی انگیزشی در کلاس به دانش‌آموزانم منتقل کنم تا با امید و نیروی بیشتری به یادگیری مفاهیم درسی بپردازند؛ فارغ از هرگونه استرس مخرب نمره، امتحان و ...

● از چه تدبیری استفاده می‌کنید که حتی دانش‌آموز ضعیف هم وارد عرصهٔ رقابت در مباحث درسی می‌شود؟ اگر در پاسخ‌گویی دچار خطا شود، عکس‌العمل شما چیست؟

○ همان‌طور که عرض کردم، من از همان دوران مدرسه، روابطم با همهٔ هم‌سالانم بسیار صمیمی بود و تقریباً با هر یک از هم‌کلاسی‌هایم به نوعی مراوده داشتم؛ چه درسی، چه ورزشی، چه هنری و ... . این ویژگی را تاکنون در خودم حفظ کرده‌ام. یعنی هنوز هم با اکثر افراد، به‌خصوص کودکان و نوجوانان، زود ارتباط می‌گیرم؛ طوری که از همان اولین جلسهٔ هر کلاس، بچه‌ها کم‌کم مرا از خودشان می‌دانند. دقیقاً نمی‌دانم که روان‌شناسان این ویژگی را زنده‌بودن «کودک درون» می‌نامند یا آن را به «هوش‌بهر» (ای کیو) نسبت می‌دهند، ولی همین ارتباط مؤثر برقرارکردن همیشه باعث شده است که بچه‌ها مانند مشاور مدرسه به من اعتماد داشته باشند و حتی گاهی با من درد دل کنند. احتمالاً احساس امنیت همهٔ انواع شاگردانم در فضای کلاس نیز از همین جا نشئت می‌گیرد.

حتی هنگام تدریس خصوصی نیز بارها پیش آمده دانش‌آموزانی را سر ذوق آورده‌ام یا به نتایج درخشانی دست یافته‌اند. در حالی که سال قبلش از ریاضیات بیزار بودند و خودشان و دیگران به اشتباه دلیل نمره‌های پایین را بی‌استعدادی قلمداد کرده بودند. من معتقدم اکثر انسان‌ها حدی از استعداد ریاضی دارند و کاملاً از عهدهٔ درس‌های خود برمی‌آیند. در فضای مجازی خوانده‌ام که طبق نتیجهٔ آخرین تحقیقات علوم تربیتی، در موفقیت تحصیلی و رسیدن به نتایج درخشان، هوش و استعداد ذاتی فقط ۱۰ درصد تأثیرگذار است و دانشمندان ۹۰ درصد بقیه را ناشی از نقش تلاش، تکرار و تمرین می‌دانند.

بنابراین، خیلی مهم است که والدین و معلمان از اینکه با برچسب‌زدن به بچه‌ها، به‌خصوص در سنین کودکی، خدای ناکرده آن‌ها را دچار درماندگی آموخته‌شده و باور ناتوانی کنند، بپرهیزند. بر همین اساس من پس از چند جلسه از آغاز نیم‌سال که شناخت کافی نسبت به شاگردانم پیدا می‌کنم، می‌کوشم در جلسه‌های حل تمرین، به همان نسبت که دانش‌آموزان مستعد را صدا می‌زنم، بچه‌های با سطح ریاضی متوسط یا حتی ضعیف را نیز به مشارکت در فرایند کلاس دعوت کنم و حتی گاهی به ضعیف‌ترها اولویت می‌دهم، چون به نظرم این فرصت دادن‌ها، اولین گام‌ها در ترمیم ساختار شخصیتی فرد مبتلا به «باور ناتوانی» است.

سپس برای هر تمرین، دانش‌آموزان گوشه‌گیری را که تحت تأثیر فضای هیجانی کلاس به حل مسئله ترغیب می‌شوند، ولی هنوز شک دارند که برای بیان ایدهٔ خود داوطلب شوند، در لحظه شناسایی می‌کنم یا برحسب حدس و تجربه، انتخاب می‌کنم و برای ایشان توضیح می‌دهم که حتی اگر اشتباه هم حل کنند، اصلاً وقت کلاس را به هدر نمی‌دهند. چون اولاً خودشان و بقیه یاد می‌گیرند که آن اشتباه را تکرار نکنند و اتفاقاً این یکی از بهترین روش‌های یادگیری است، ثانیاً آن‌ها هم به اندازهٔ دانش‌آموزان مستعد حق دارند با مشارکت در کلاس از فضای آموزشی بهره بگیرند. بنابراین به آن‌ها اطمینان می‌دهم که هیچ‌کس حق ندارد آن‌ها را بابت حل اشتباه مسخره کند.

همچنین خودم را متعهد می‌کنم بابت وقتی که این دانش‌آموزان برای فکرکردن روی حل آن مسئله در منزل یا کلاس گذاشته‌اند، حتماً نمره‌ای لحاظ کنم؛ حتی اگر اشتباه باشد! در واقع توصیهٔ من به دانش‌آموزانم این است: «حتماً حل کنید، حتی اگر اشتباه باشد، تا حداقل بخشی از نمره را بگیرید!» به این ترتیب دانش‌آموزان معمولی و حتی ضعیف هم دوشادوش دانش‌آموزان زرنگ‌تر در فرایند حل مسائل در کلاس مشارکت می‌کنند و حتی گاهی روند رشدشان با تلاش و پشتکار چنان صعودی می‌شود که مدرسه و خانواده‌هایشان را به تعجب وا می‌دارد.

● اگر با ریاضی دوست و رفیق نبودید ... (خودتان جمله را کامل کنید)

○ اگر با ریاضی دوست و رفیق نبودم قطعاً جهان را طور دیگری می‌دیدم، زیرا معتقدم همهٔ پدیده‌های هستی نظمی منطبق بر قوانین ریاضیات دارند.

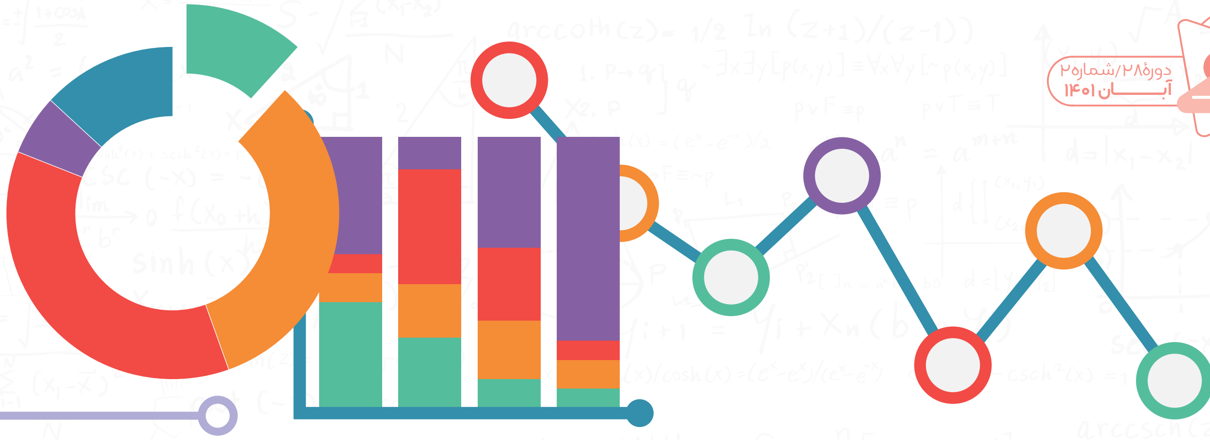
● اصولاً در دوران مدرسه چقدر به مطالعهٔ مباحث درسی از طریق کتاب غیردرسی و مجله‌هایی مثل رشد برهان توجه داشتید؟

○ در دوران مدرسه علاوه بر مشارکت در حل جدول‌ها و معماهای مجله‌های متفاوت، با مرحوم پدرم، علاقهٔ زیادی هم به کتاب‌ها و مجله‌های علمی مثل دانستنی‌ها و دانشمند داشتم. همچنین در زمینهٔ ریاضیات همیشه یک کتاب تکمیلی برای حل مسئله‌های دشوارتر را همراه مجله‌های رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول و برهان متوسطهٔ دوم (راهنمایی و دبیرستان زمان ما) با علاقهٔ وافری مطالعه می‌کردم و از حل مسئله‌های آن‌ها لذت می‌بردم.

● وقتی مجلهٔ رشد برهان ریاضی را ورق می‌زدید، اول سراغ چه مطالبی می‌رفتید و چرا؟

○ در آن سنین وقتی مجله به دستم می‌رسید، ابتدا سراغ بخشی که شامل معماهای جذاب و مسائل خلاق بود می‌رفتم، زیرا از حل مسئله لذت می‌بردم. همین قریحه باعث افزایش مهارتم در درک و حل مسائل می‌شد.

برای مطالعهٔ ادامهٔ
گفت‌وگو رمزینهٔ مقابل را
پویش کنید.



مرتب کنید، نتیجه بگیرید

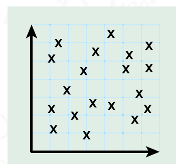
(قسمت دوم)

روح‌الله خلیلی‌بروجنی

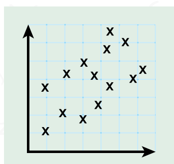
الگوها در داده‌ها

در برخی آزمایش‌ها، ممکن است لازم باشد ببینیم که آیا رابطه‌ای بین دو متغیر وجود دارد یا خیر. به عبارت دیگر، اگر یک متغیر را تغییر دهیم، چه تأثیری بر متغیر دیگر دارد؟

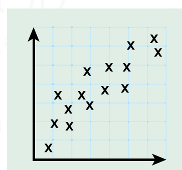
هم‌بستگی: هنگامی که به نظر می‌رسد نتایج حاصل از اندازه‌گیری دو متغیر به هم مرتبط هستند، اصطلاحاً گفته می‌شود که این دو متغیر با یکدیگر هم‌بستگی[1] دارند. رسم نمودار پراکندگی داده‌ها روش خوبی برای تشخیص وجود یا نبود هم‌بستگی بین متغیرهاست. هر چند باید توجه کنیم که هم‌بستگی بین دو متغیر نشان نمی‌دهد که یکی باعث تغییر دیگری می‌شود. برای مثال، فروش بستنی و حوادث شنا هم‌بستگی مثبت دارند، اما فقط به این دلیل که بستنی و شنا هر دو در هوای گرم محبوبیت بیشتری دارند، نه به این دلیل که بستنی باعث وقوع حوادث در شنا می‌شود.



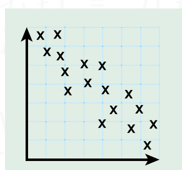
نمودار ۱. **بدون هم‌بستگی**
نقطه‌های داده به طور تصادفی در اطراف پراکنده شده‌اند و هیچ الگویی را نشان نمی‌دهند. به عبارت دیگر، بین متغیرها همبستگی وجود ندارد.



نمودار ۲. **هم‌بستگی ضعیف**
به نظر می‌رسد که نقطه‌ها در اطراف یک خط مورب گروه‌بندی شده‌اند. پراکندگی بزرگ به این معنی است که هم‌بستگی ضعیفی بین متغیرها وجود دارد.

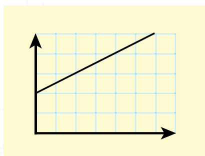


نمودار ۳. **هم‌بستگی مثبت قوی**
نقطه‌ها یک خط مورب را تشکیل می‌دهند که نشان می‌دهد یک متغیر به اندازهٔ متغیر دیگر افزایش یافته‌است.

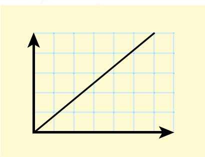


نمودار ۴. **هم‌بستگی منفی قوی**
خط تشکیل شده توسط این نقطه‌ها نشان می‌دهد که یک متغیر با افزایش متغیر دیگر کاهش یافته است. این یک همبستگی منفی است.

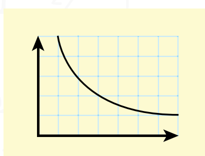
رابطه‌های خطی و تناسب: نمودارهایی که هم‌بستگی بین متغیرها را نشان می‌دهند، بسته به شکل آن‌ها، می‌توانند الگوهای جالب دیگری را در یک رابطه نشان دهند.



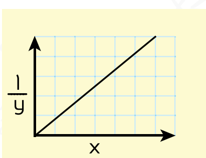
نمودار ۵. **خطی**
وقتی هم‌بستگی نقطه‌ها یک خط مستقیم تشکیل می‌دهند، به صورت رابطهٔ خطی توصیف می‌شود.



نمودار ۶. **تناسب**
اگر نقطه‌ها یک خط مستقیم از مبدأ تشکیل دهند (x و y هر دو برابر صفر هستند)، رابطه به صورت تناسب توصیف شده است. این بدان معنی است که اگر یک متغیر دو برابر شود، متغیر دیگر نیز دو برابر می‌شود.



نمودار ۷. **نسبت وارون**
در یک رابطه با نسبت وارون (معکوس)، وقتی یک متغیر دو برابر می‌شود، متغیر دیگر نصف می‌شود. این یک خط منحنی را تشکیل می‌دهد.



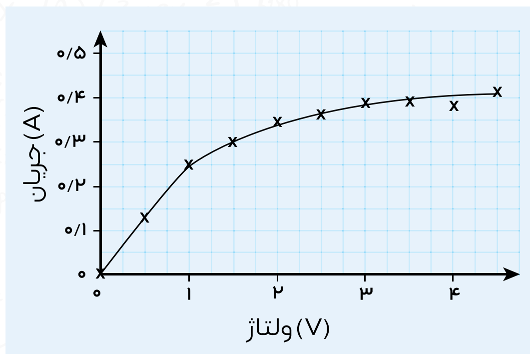
نمودار ۸. **وارسی کردن**
برای وارسی اینکه آیا یک رابطه نسبت وارون (معکوس) دارد یا نه، باید یکی از متغیرها به صورت وارون متغیر دیگر (۱ تقسیم بر متغیر) باشد. در این صورت نمودار باید یک خط مستقیم از طریق مبدأ باشد.

نتایج

نتیجهٔ یک آزمایش یافته‌های شما را توصیف می‌کند. به عبارت دیگر می‌گوید که آیـا نتایج آزمایش با آنچه پیش‌بینی کرده‌اید موافق است یا نه.

آزمایش الکتریسیته: سه دانش‌آموز برای بررسی نتیجهٔ پیش‌بینی‌شان در خصوص یک مدار الکتریکی ساده آزمایشی انجام دادند. این دانش‌آموزان قبل از انجام آزمایش پیش‌بینی کرده بودند که رابطهٔ بین جریان عبوری از یک لامپ با ولتاژ دو سر آن به صورت خطی است.

برای اندازه‌گیری جریان عبوری از لامپ، از آمپرسنج و برای اندازه‌گیری ولتاژ دو سر لامپ، از ولت‌سنج استفاده کردند. نتایج مقدارهای به دست آمده از آزمایش در نمودار ۹ نشان داده شده است.



نمودار ۹

نتیجه‌گیری:

۱. وقتی ولتاژ افزایش می‌یابد جریان نیز افزایش می‌یابد. بنابراین این نتیجه‌گیری هر چند حاوی جزئیات نیست، ولی با پیش‌بینی دانش‌آموزان سازگار است.

۲. جریان با افزایش ولتاژ افزایش می‌یابد، اما نمودار به صورت یک منحنی است. بنابراین این نتیجه‌گیری با پیش‌بینی دانش‌آموزان سازگار نیست.

۳. نمودار نشان می‌دهد که با افزایش ولتاژ جریان افزایش می‌یابد. در ولتاژهای پایین‌تر، رابطه می‌تواند متناسب باشد، زیرا چند نقطهٔ اول روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند. با این حال در ولتاژهای بالاتر، به ازای افزایش ولتاژ، جریان به مقدار کمتری افزایش می‌یابد. این نشان می‌دهد که مقاومت در حال افزایش است. به این ترتیب، پیش‌بینی تا حدودی درست بود، زیرا جریان با ولتاژ افزایش می‌یابد، اما به صورت یک رابطهٔ خطی نیست.

صحت و دقت

هنگام طراحی و ارزیابی آزمایش همواره باید به صحت و دقت اندازه‌گیری‌های خود توجه کنیم. هر یک از واژه‌های «صحت» (درستی) و «دقت» در علم معانی خاصی دارند.

اندازه‌گیری‌ها در صورتی صحت دارند که نتایج آن‌ها به مقدار واقعی نزدیک‌تر باشند. اگر با تکرار اندازه‌گیری‌ها مقدارها مشابه یا بسیار نزدیک به یکدیگر به دست آیند، در این صورت می‌توان گفت نتایج دقت بیشتری دارند. برای درک بهتر تفاوت صحت و دقت، به مثالی از بازی «پرتاب دارت» توجه کنید.

مرکز هدف نشان‌دهندهٔ مقدار واقعی است که اندازه‌گیری می‌شود.

هم صحت هم دقت

اندازه‌گیری‌ها صحت دارند، زیرا به مرکز هدف نزدیک‌اند. دقت هم دارند، زیرا به یکدیگر نزدیک‌اند.

فقط صحت دارد

اندازه‌گیری‌ها صحت دارند، زیرا به مرکز هدف نزدیک‌اند، ولی دقت ندارند، زیرا از یکدیگر فاصله دارند.

فقط دقت دارد
اندازه‌گیری‌ها صحت ندارند، زیرا از مرکز هدف فاصلهٔ زیادی دارند، ولی دقت دارند، زیرا به یکدیگر نزدیک‌اند.

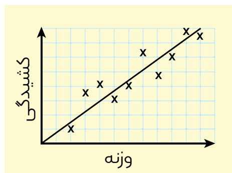
نه صحت نه دقت
اندازه‌گیری‌ها صحت ندارند، زیرا از مرکز هدف فاصلهٔ زیادی دارند. همچنین دقت هم ندارند زیرا به یکدیگر نزدیک نیستند.

شکل ۱. نتایج بازی دارت

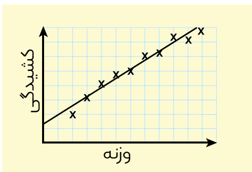
ارزیابی‌ها

همواره لازم است نتایج آزمایش‌های خود را ارزیابی کنیم تا ببینیم نتایج به دست آمده تا چه حد قابل اعتمادند. نتایج آزمایش باید معتبر باشند و نتیجه‌گیری‌ها باید بر اساس داده‌های با کیفیت بالا صورت گرفته باشند. ارزیابی همچنین ممکن است نشان دهد که چگونه می‌توان روش انجام آزمایش را بهبود بخشید.

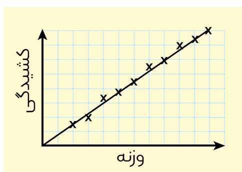
کیفیت داده‌ها: داده‌های خوب هم صحت دارند و هم دقت. شما می‌توانید کیفیت داده‌های خود را با تکرار یک آزمایش ارزیابی کنید، اما گاهی با مشاهدهٔ دقیق نتایج نیز ممکن است متوجه شوید. نمودارهای ۱۰ تا ۱۲ مربوط به آزمایش اندازه‌گیری کشیدگی فنری است که وزنه‌هایی با جرم متفاوت را به آن آویزان کرده‌ایم.



نمودار ۱۰. نتایج اندازه‌گیری در اطراف خط پراکنده هستند. داده‌ها دقت ندارند.



نمودار ۱۱. نتایج اندازه‌گیری به خط نزدیک‌ترند، بنابراین داده‌ها دقت دارند. وقتی وزنه‌ای آویزان نشده، عجیب است که خط از مبدأ عبور نکرده است. ممکن است یک خطای نظام‌مند (سیستماتیک) وجود داشته باشد که باعث نتایج نادرست شود.

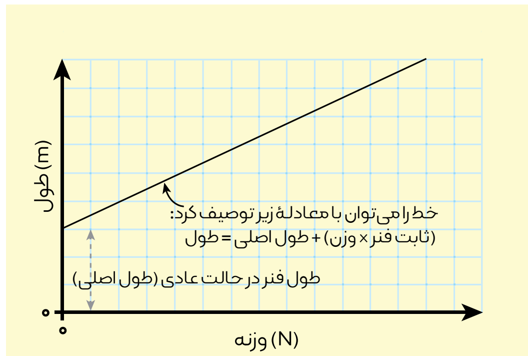


نمودار ۱۲. این داده‌ها بسیار به خط نزدیک هستند و همان‌طور که انتظار داریم خط از مبدأ عبور کرده است. به این ترتیب، این داده‌ها هم دقت دارند و هم صحت.

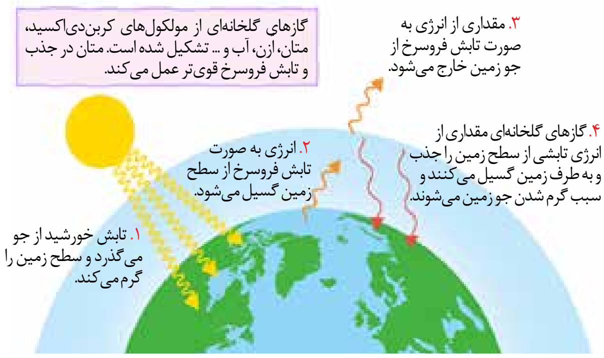
استفاده از مدل‌های ریاضی

برای نشان‌دادن آنچه در دنیای واقعی اتفاق می‌افتد، در مدل‌های ریاضی از معادلات استفاده می‌کنیم. گاهی می‌توانیم از نمودار نتایج به‌دست‌آمده، یک مدل ریاضی استخراج کنیم یا ممکن است از یک معادله برای پیش‌بینی نتایج آزمایش بهره بگیریم.

رابطهٔ خطی: اگر رابطهٔ بین دو متغیر به یک نمودار به صورت یک خط راست منجر شود، می‌گوییم بین دو متغیر رابطهٔ خطی وجود دارد. رابطه‌های خطی بین دو متغیر را می‌توان با معادلهٔ $y=mx+b$ توصیف کرد. در این رابطه m و b ثابت هستند. برای مثال، نمودار ۱۳ چگونگی تغییر طول فنر را به ازای وزنه‌های متفاوتی که به آن آویزان می‌شود، نشان می‌دهد. اگر طول عادی فنر و شیب خط را بدانیم، از روی نمودار یا معادله می‌توان به سادگی طول فنر را برای هر وزنه‌ای که به آن آویزان می‌شود به دست آورد.



نمودار ۱۳. چگونگی تغییر طول فنر به ازای وزنه‌های متفاوت



شکل ۲. اثر گلخانه‌ای

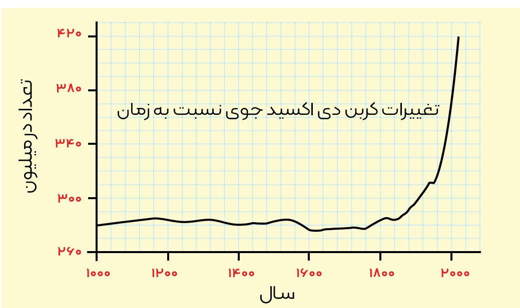
رابطه‌ها و نمودارهای غیرخطی

«نمودار غیرخطی»[2] نموداری است که خط مستقیم نباشد. یک نمودار غیر خطی را می‌توان با یک معادله توصیف کرد. در واقع هر معادله‌ای که دو متغیر x و y را به هم مرتبط می‌کند و نمی‌توان آن‌ها را به صورت $y=mx+b$ مرتب کرد، یک نمودار غیرخطی را توصیف می‌کند. وقتی از نمودارهای غیرخطی استفاده می‌کنیم که مقدارهای مربوط به هر دو محور به طور مداوم تغییر می‌کنند. در علوم معمولاً یکی از متغیرها زمان است که آن را روی محور x در نظر می‌گیریم.

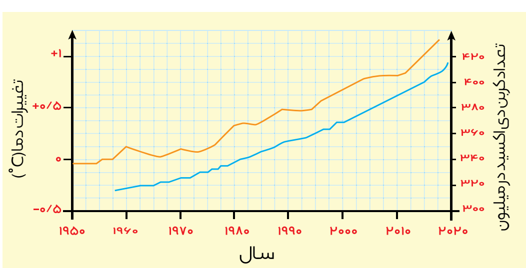
اثر گلخانه‌ای؛ بررسی یک مثال از زندگی روزمره

دلیل اصلی تغییرات اقلیمی و آلودگی‌های جوی به گازهای گلخانه‌ای، مانند CO_2 که ناشی از مصرف سوخت‌های فسیلی و گاز متان حاصل از کشاورزی است، باز می‌گردد. این گازها گرمای تابش‌شده از سطح زمین را جذب می‌کنند و دوباره آن را به هوای پیرامون سطح زمین می‌تابانند و جو را گرم‌تر می‌کنند (مشابه حالتی که گرمای موجود در یک گلخانه، توسط شیشه‌های آن به دام می‌افتد). بدون هیچ گونه اثر گلخانه‌ای، زمین برای بیشتر جان‌داران بسیار سرد خواهد بود. با این حال، فعالیت‌های انسانی این اثر را بیش از حد افزایش داده است. شکل ۲ اثر گلخانه‌ای را به طور طرحوار نشان می‌دهد.

ه‌گیری مقدار CO_2 در جو نشان می‌دهد که تعداد آن در هر یک میلیون ذرهٔ موجود در جو زمین، به شدت در حال افزایش است. مقدار CO_2 در گذشته‌های دور را می‌توان با نمونه‌برداری از حباب‌های هوا که در لایه‌های یخی باستانی به دام افتاده‌اند، اندازه‌گیری کرد. این مطالعات نشان می‌دهند که مقدار CO_2 تا حدود ۲۰۰ سال پیش، یعنی زمانی که استفاده از سوخت‌های فسیلی به سرعت افزایش می‌یافت، تقریباً ثابت بود. برای درک بهتر موضوع، همهٔ این داده‌ها را می‌توان به کمک نمودار نشان داد (نمودارهای ۱۴ و ۱۵).



نمودار ۱۴



نمودار ۱۵

پی‌نوشت‌ها

1. correlation
2. nonlinear graphs

قسمت دوم

شراره تقی‌دستجردی، صبا قاسمی

استدلال‌های غلطِ درست‌نما

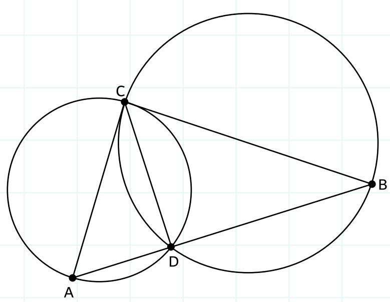
زنگ تفریح

رها در حالی که برگهٔ امتحانی‌اش را در دست گرفته بود، با چهره‌ای درهم به سمت میز معلمش رفت، زیرا هنوز هم نمی‌دانست چرا معلم به او نمرهٔ کامل نداده است. به نظر او حل این مسئله ساده بود:

نقطهٔ C را خارج از پاره‌خط AB در نظر بگیرید. دایره‌هایی که قطرهای آن‌ها AC و BC هستند، در نقطهٔ دیگری به نام D یکدیگر را قطع می‌کنند. بررسی کنید آیا پاره‌خط CD بر پاره‌خط AB عمود است؟

اگرچه معلم بسیار خسته بود، اما با رویی خوش از رها خواست تا استدلالش را توضیح دهد.

رها: اجازه، من اول برای مسئله یک شکل کشیدم تا ببینم قرار است چه چیزی را بررسی کنم. حالا از روی شکلم برای شما توضیح می‌دهم.



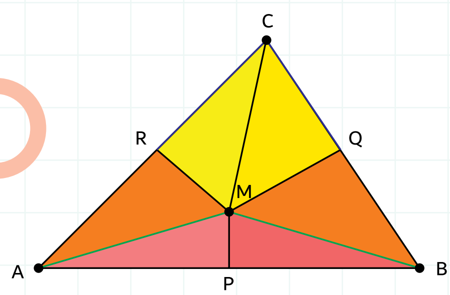
رها برگه‌اش را گذاشت روی میز معلم و با اعتمادبه‌نفس شروع کرد به توضیح دادن:

ـ همان‌طور که می‌بینید این دو دایره در دو نقطه، یکدیگر را قطع می‌کنند: نقطهٔ C و نقطهٔ D. چون نقطهٔ D روی دایرهٔ به قطر AC است، پس زاویهٔ ADC باید ۹۰ درجه باشد.

معلم که می‌خواست مطمئن شود رها فقط بر اساس شکلی که کشیده، قائمه‌بودن زاویه را نتیجه نگرفته است، از او خواست در مورد ادعایش بیشتر توضیح دهد.

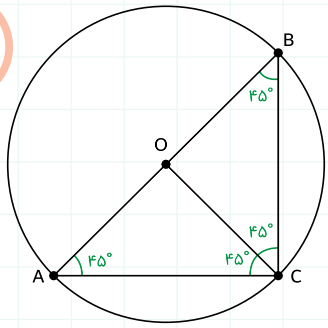
رها: اجازه، ببینید رأس زاویهٔ ADC روی دایره است و ضلع روبه‌رویش همان قطر دایره است. در نتیجه اندازهٔ آن حتماً ۹۰ درجه می‌شود ...
معلم: می‌توانی توضیح بدهی چرا باید اندازهٔ آن حتماً ۹۰ درجه باشد؟
رها: ببینید من الان یک شکل دیگر می‌کشم و ...

پیش از اینکه ادامهٔ مطلب را بخوانید، به استدلال رها خوب فکر کنید. آیا به نظرتان استدلالش ایرادی دارد؟
نظرتان در مورد جملهٔ آخر او چیست؟ آیا همیشه اندازهٔ زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و رو به قطر دایره است، ۹۰ درجه خواهد بود؟
برای ما استدلال‌های هندسی با شکل پیوند خورده‌اند. در واقع حتی اگر مسئله شکل نداشته باشد، خودمان سریع دست‌به‌قلم می‌شویم و شکلی برایش رسم می‌کنیم. شکل‌ها کمک می‌کنند همهٔ جزئیات مسئله یکجا جلوی چشممان بیایند. از این طریق جرقه‌هایی برای اثبات در ذهنمان زده می‌شوند. اما گاهی همین شکل‌های ایده‌بخش ممکن است ما را به خطا بیندازند.
می‌پرسید چطور؟
حداقل از سه جنبه می‌توان به این سؤال پاسخ داد:
اول آنکه اغلبِ شکل‌هایی که می‌کشیم دقیق نیستند. حتی اگر برای رسم یک شکل از ابزارهایی چون خط‌کش، پرگار، گونیا و نقاله هم استفاده کنیم، باز هم شکل ما کاملاً دقیق نخواهد بود. این محدودیت ذاتی شکل‌های رسم‌شده ممکن است ما را دچار خطا کند. نمونه‌ای از این خطا را در استدلالی که در شمارهٔ قبل آوردیم، دیدید. در شکلی که رسم شده بود، عمودمنصف ضلع روبه‌روی زاویهٔ C و نیمساز آن زاویه یکدیگر را درون مثلث قطع کرده‌اند (در شکل زیر این نقطهٔ برخورد با M نشان داده شده است)، اما در واقع هیچ‌گاه چنین چیزی رخ نمی‌دهد.

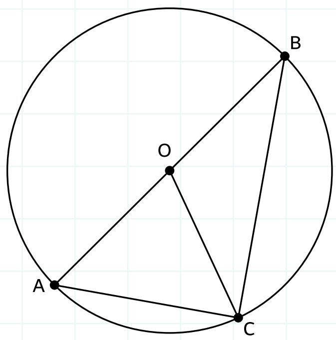


دوم آنکه شکل‌ها غالباً برای یک حالت خاص کشیده می‌شوند. همین حالت خاص ممکن است روابط و نتایجی را به ذهن ما برساند که قابل‌تعمیم نباشند. برای مثال فرض کنید شخصی بخواهد ثابت کند اندازهٔ زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و روبه‌روی قطر دایره باشد، ۹۰ درجه است. او شکل بعدی را می‌کشد و بر آن اساس استدلالش را پیش می‌برد:

از آنجا که OA ،OB و OC شعاع‌های دایره هستند و شعاع‌های دایره با هم برابرند، پس مثلث‌های OBC و OAC متساوی‌الساقین هستند. اما همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، مثلث ABC هم متساوی‌الساقین است. در نتیجه همهٔ زاویه‌های نشان‌داده‌شده به رنگ سبز در شکل با هم برابرند و مجموع آن‌ها هم باید ۱۸۰ درجه باشد. پس هر کدام ۴۵ درجه است. بنابراین زاویهٔ ACB برابر با ۹۰ درجه است.



اما در اینجا حالتی کشیده شده که مثلث ABC متساوی‌الساقین است، در صورتی که می‌تواند حالت‌های دیگری مثل شکل زیر هم رخ دهد. در نتیجه استدلال کامل نیست.



برای پرهیز از این امر، نرم‌افزاری مانند «جئوجبرا» می‌تواند به ما کمک کند که شکل‌های متفاوت مربوط به یک مسئله را به‌راحتی ببینیم و در صورت لزوم استدلال‌هایی متناسب با حالت‌های متفاوت بیاوریم. اما حتی جئوجبرا هم نمی‌تواند یک ریاضی‌دان را قانع کند که استدلال ما کامل است؛ چرا که برای یک استدلال هندسی ما همیشه به دنبال روشی هستیم که ما را از شکل بی‌نیاز کند!
این در واقع سومین جنبه‌ای است که می‌خواهیم به آن بپردازیم. برای توضیح آن به داستان رها بازگردیم:
اگر شما هم مانند رها شکل‌های متفاوتی بکشید یا از نرم‌افزاری چون جئوجبرا استفاده کنید، خواهید دید که دو پاره‌خط مورد نظر در شکل‌های متفاوت بر هم عمود هستند. اما دیدن شکل‌های متفاوت فقط ما را به‌درستی ادعایمان دلگرم می‌کنند. آنچه که در اینجا باید اثبات شود این فرض است که: «محل برخورد دو دایره، یعنی نقطهٔ D روی پاره‌خط AB قرار دارد.» در واقع همهٔ آنچه رها می‌گوید بر اساس این فرض است و تا زمانی که اثبات نشود، استدلال رها روی هواست.
بسیار خب، اکنون نوبت شماست!
حالا که متوجه نقص استدلال رها شده‌اید، سعی کنید آن را برطرف کنید. یعنی نشان دهید نقطهٔ D حتماً روی پاره‌خط AB قرار می‌گیرد.
علاوه بر این، ثابت کنید اندازهٔ زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و روبه‌روی قطر دایره است، برابر با ۹۰ درجه است.

ادامه دارد ...

همگام با ستارگان
آیا او را می‌شناسید؟

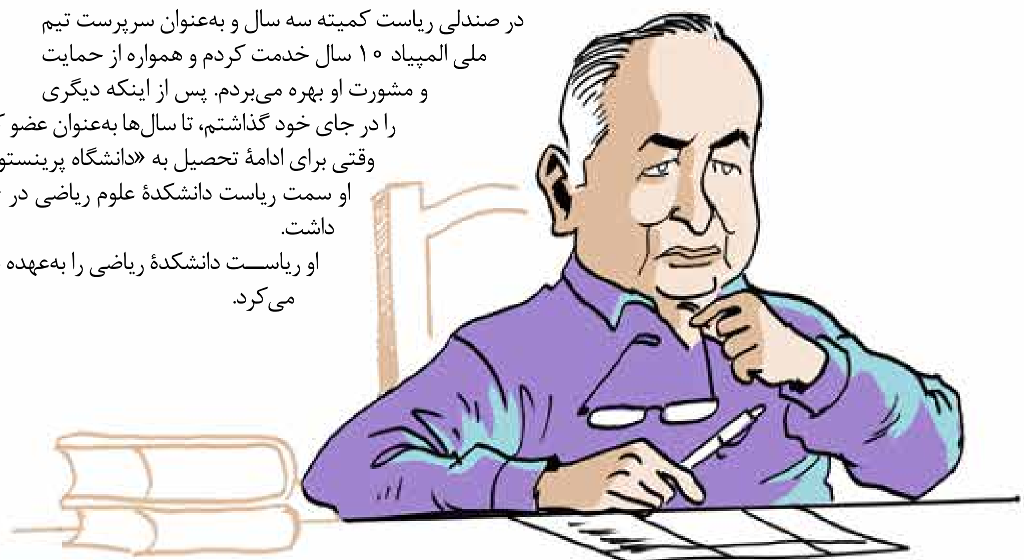
آرش رستگار ● تصویرگر: سام سلماسی

سی و دو سال پیش، وقتی دانشجوی دانشکدهٔ ریاضی شریف شده بودم، با او سر کلاس ریاضی ۱ درس داشتم. تدریس او بسیار روان بود و درس را خوب می‌فهمیدم. با این حال به هیچ‌وجه مثل معلمان دبیرستان همهٔ جزئیات را نمی‌گفت و قسمتی از کار را به عهدهٔ دانشجویان می‌گذاشت. این کار را با چنان مهارتی انجام می‌داد که دانشجویان به خوبی از عهدهٔ وظیفهٔ محوله بر می‌آمدند. شناخت خوبی از توانایی‌های شناختی دانشجویان داشت. بعدها در درس‌های کم‌پیشرفته‌تر، مانند «توپولوژی مجموعه‌ها»، از محضر او استفاده کردم.

اما بیش از همه‌چیز، به‌عنوان عضوی از «کمیتهٔ المپیاد ریاضی»، زمانی که او ریاســـت آن را به‌عهده داشت، از او آموختم. همراه او در سال ۲۰۰۲ به‌عنوان ناظر علمی به‌همراه تیم المپیاد ریاضی به «گلاسکو» رفتم و تجربه اندوختم. سال بعد در نامه‌ای بسیار مهربانانه و با پشتیبانی گرم خود، مرا در مسئولیت ریاست کمیتهٔ المپیاد ریاضی و سرپرستی تیم ملی المپیاد ریاضی جانشین خود کرد.

در صندلی ریاست کمیته سه سال و به‌عنوان سرپرست تیم ملی المپیاد ۱۰ سال خدمت کردم و همواره از حمایت و مشورت او بهره می‌بردم. پس از اینکه دیگری را در جای خود گذاشتم، تا سال‌ها به‌عنوان عضو کمیتهٔ المپیاد ریاضی در کنار او بودم. وقتی برای ادامهٔ تحصیل به «دانشگاه پرینستون» در ایالت نیوجرسی آمریکا رفتم، او سمت ریاست دانشکدهٔ علوم ریاضی در «دانشگاه صنعتی شریف» را به‌عهده داشت.

او ریاســـت دانشکدهٔ ریاضی را به‌عهده داشت، همواره از دانشجویان حمایت می‌کرد.



او پس از پایان مسئولیت ریاست دانشکدهٔ ریاضی، به‌عنوان مسئول «مرکز محاسبات دانشگاه صنعتی شریف» تا هنگام بازنشستگی خدمت کرد. او هم اکنون در دانشگاه برکلی صاحب کرسی است.

او عضو «شورای عالی انفورماتیک» به نمایندگی از سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی و عضو «شورای زبان و رایانه در فرهنگستان زبان و ادب فارسی» بود. همچنین مدیرعامل «شرکت سپهر هفتم فناوری نو» و رئیس هیئت مدیرهٔ «شرکت فارسی وب شریف» بود. درسال‌های ۱۹۹۴ تا ۱۹۹۸، ریاست دانشکدهٔ علوم ریاضی در دانشگاه صنعتی شریف را به‌عهده داشت.

او اکنون مشغول تحقیق دربارهٔ موضوع «نظام‌های یادگیری شناختی» است و در شرکت «پلی‌آپ»[1] مشغول فعالیت است که یکی از پدیدآورندگانش در درهٔ سیلیکون (سیلیکون ولی) محسوب می‌شود. در سال ۲۰۱۰ «جایزهٔ اردوش» به خاطر دستاوردهایش در آموزش ریاضی به او اهدا شد. در دوره‌ای نیز مدیریت بازنویسی کتاب‌های درسی در سطح دبیرستان را به‌عهده داشت. او در زبان‌شناسی محاسباتی نیز تحقیقاتی را به انجام رساند و در قرار دادن زبان فارسی تحت استاندارد «یونی‌کد»[2] از پیشگامان بود.

ایدهٔ برگزاری مسابقه‌های ریاضی دبیرستانی در هیئت اجرایی انجمن ریاضی ایران را او مطرح کرد و بعد دکتر **غلامعلی حداد عادل**، ریاست وقت سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی در وزارت آموزش‌وپرورش، آن را به اجرا گذاشتند. شرکت تیم ملی المپیاد ریاضی ایران در مسابقه‌های جهانی ریاضیات مدرسه‌ای به همین تلاش‌های او برای برگزاری مسابقه‌های ریاضی در سطح کشوری مربوط می‌شود. او چند سالی نیز سرپرست تیم ملی المپیاد رایانهٔ ایران بود و سال‌ها عضو کمیتهٔ ملی المپیاد رایانه بود. در سال‌های ۱۳۷۶ تا ۱۳۷۸، رئیس «انجمن ترویج علم» بود. همچنین مدیریت اجرایی مسابقه‌های منطقهٔ غرب آسیا را از سال ۱۳۸۲ برعهده داشته و برگزارکنندهٔ «مسابقهٔ ریاضی کانگورو» از سال ۱۳۷۸ تاکنون بوده است. او از طراحان و مؤسسان خانه‌های ریاضیات در ایران است. به‌عنوان ویراستار در «مجلهٔ فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی» که «انجمن ریاضی ایران» چاپ می‌کند، خدمت کرده است. پیش از ریاست دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه شریف ۱۱ سال در دانشگاه صنعتی شریف عضو هیئت علمی دانشکدهٔ ریاضی بوده است.

مسئله

میانگین ۲۰ عدد را حساب کردیم. اگر به هر عدد ۳۰ واحد اضافه کنیم، به کل میانگین چقدر اضافه خواهد شد؟

➤ برای آشنایی با شخصیت شمارهٔ قبل رمزینه را پویش کنید.

➤ برای مشاهدهٔ پاسخ مسئله رمزینه را پویش کنید.

پی‌نوشت‌ها

1. polyup
2. uni code

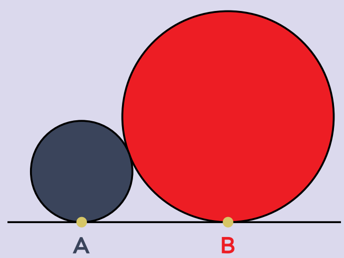
NOBEL
FIELDS

داستان دوم: نوبل یا فیلدز

محرم ایردموسی

داستان‌های مریم

از خواب که پا شدم، تو یک خانوادهٔ ژاپنی بودم در سال ۱۶۷۱. هر روز صبح برنامه همین بود: بیدار شدن در یک خانواده و کشور جدید! دیگر به این وضع عادت کرده بودم. روزهای اول تا ظهر گیج بودم، اما کم‌کم یاد گرفتم که در عرض نیم‌ساعتِ خودم را پیدا کنم و هدایت (کنترل) اوضاع را به‌دست بگیرم. مثلاً دیروز در «فنلاند» بیدار شدم، در سال ۲۰۲۰ و مدرسه خیلی خوش‌گذشت. توی مدرسهٔ فنلاندی همه چیز مثل خانه بود. اما الان باید می‌رفتم به یک مدرسهٔ ژاپنی. مشکلی با زبان نداشتم، چون مثل یک رایانه، زبان در حافظه‌ام از قبل بارگذاری شده بود. اما در راه مدرسه با برادرم، اول باید می‌رفتیم عبادتگاه و دعا می‌کردیم. برادرم که صدایم کرد، فهمیدم اسمم **آتسوکو** است. چشمم افتاد به یک تختهٔ چوبی که بیرون از عبادتگاه از سقف آویزان بود و روی آن معمای ریاضی مطرح می‌شد. این معما برای من جدید بود. یک معمای هندسی بود که تا به‌حال ندیده بودم.



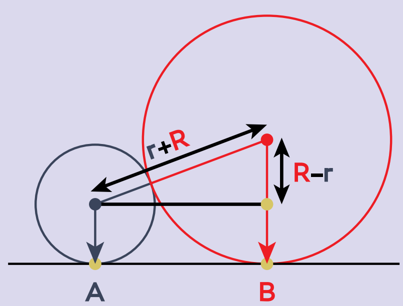
$AB^2=4rR$

معما این بود: دو دایره داریم که بر هم مماس‌اند و هر دو با یک خط افقی هم مماس هستند. شعاع دو دایره برابر R و r است. باید ثابت کنیم مربع پاره‌خط AB برابر است با چهار برابر حاصل‌ضرب طول شعاع دو دایره.

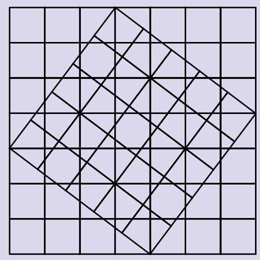
خیلی قشنگ بود. من عاشق معما بودم. هر روز هر جایی هم که بیدار می‌شدم، دوست داشتم معماهای آن کشور را ببینم و حل کنم. البته کل این بلایی که سر من می‌آمد، خودش معما بود و نمی‌دانستم ماجرا چیست. بگذریم. از معبد خارج شدیم و به سمت مدرسه به راه افتادیم. برادرم **آتسوشی** جلوتر از من حرکت می‌کرد و من در حالی که به معمای امروزم فکر می‌کردم، پشت سر او می‌رفتم. راه رفتن با این کفش‌های چوبی خیلی سخت بود، اما بهانهٔ خوبی بود تا آهسته‌تر قدم بردارم. آتسوشی با عصبانیت گفت: «تندتر بیا، دیر می‌رسیم و تنبیه می‌شیم.»

در ذهنم این شکل را کشیده بودم و سعی داشتم داده‌های مسئله را به‌خاطر بسپارم. به مدرسه رسیدیم. معلممان سامورایی پیر و مهربانی بود به نام **دایسوکه**. بچه‌ها مشغول نوشتن سرمشق‌هایی بودند که دایسوکه به تک‌تک آن‌ها داده بود. به من که رسید، سلام کردم و گفتم: «استاد من یک معمای جدید در عبادتگاه دیدم و می‌خواهم امروز آن را حل کنم. اجازه می‌دهید؟»

دایسوکه در جوانی یک سامورایی بسیار باشهامت و شجاع بود و از دانش‌آموزان جسور خوشش می‌آمد. با اشارهٔ سر موافقت خودش را اعلام کرد. شکلی را که در ذهن داشتم، روی کاغذ کشیدم. کاغذها بوی برنج می‌دادند. چیزی که در شکل جلب توجه می‌کرد، مثلث قائم‌الزاویه‌ای بود که طول وترش R+r و طول دو ضلعش R-r و AB بود. بدون معطلی یاد «رابطهٔ فیثاغورس» افتادم و فریاد زدم: «آره فیثاغورس!»



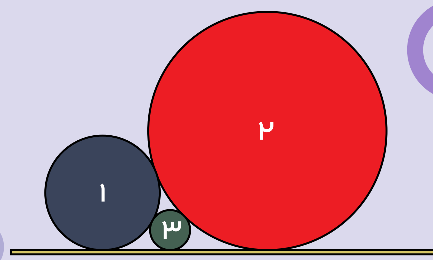
استاد دایسوکه پرسید: «حلش کردی؟»
مطمئن نبودم. گفتم «از رابطهٔ فیثاغورس حل می‌شه؟»
استاد مضطرب شد و اشاره کرد که دیگر چیزی نگویم. بعد نزدیک شد و گفت: «این کلمه رو از کجا شنیدی؟ دیگه نباید اون رو جایی تکرار کنی.»
بعد رفت و یک تختهٔ چوبی آورد که روی آن همان رابطهٔ فیثاغورس نوشته شده بود.



استاد دایسوکه گفت «لطفاً نگو رابطهٔ فیثاغورس! در ژاپن این رابطه به نام ریاضی‌دان **زوبی‌ـ سوان‌ـ ژینگ** شناخته می‌شه. نباید از اسم‌های خارجی استفاده کنی.»
بعد از من خواست راه‌حلم را کامل کنم:

$$(R+r)^2=(R-r)^2+AB^2$$
$$\Rightarrow (R+r)(R+r)=(R-r)(R-r)+AB^2$$
$$\Rightarrow R^2+Rr+rR+r^2=R^2-rR-Rr+r^2+AB^2$$
$$\Rightarrow 2Rr=-2Rr+AB^2 \Rightarrow 4Rr=AB^2$$

استاد دایسوکه از دیدن راه‌حل من خوش‌حال شد، به من گفت بعد از کلاس بمانم. نمی‌دانستم چه می‌خواهد بگوید. بعد از پایان کلاس همراه با آتسوشی به اتاقش رفتیم. اتاقش پر بود از تابلوهای معماهای جدیدی که معلوم بود تازه نوشته شده‌اند. بعد اشاره کرد به یکی از آن‌ها و گفت آن‌را بیاور. وقتی مسئلهٔ روی تابلو را دیدم، تازه فهمیدم که طراح معمایی که من حل کرده‌بودم، استاد بوده.



$$\frac{1}{\sqrt{r_3}}=\frac{1}{\sqrt{r_1}}+\frac{1}{\sqrt{r_2}}$$

استاد گفت: «معمایی رو که تو حل کردی، دیشب نصب کرده بودم. خوش‌حالم که تو اون رو امروز حل کردی. خوش‌حال‌تر هم شدم وقتی دیدم یه دختر اون رو حل کرده. حالا این دومی را هم به تو می‌دم تا به عبادتگاه ببری و به مسئول عبادتگاه بدی تا کنار معمای دیروزی نصب کنه. می‌تونی روی این دومی هم فکر کنی و اگه حل کردی، فردا راه‌حلت رو برام توضیح بدی.»

معمای جدید قدری مشکل‌تر بود، اما برایم جالب بود. سؤالی ذهنم را مشغول کرده بود. پرسیدم «استاد دایسوکه شما چرا این معماها رو در عبادتگاه نصب می‌کنید؟»
استاد از جایش بلند شد و بعد رو به من کرد و گفت: «من به این نتیجه رسیدم که بهترین راه کمک به هم‌وطن‌هام اینه که فکر اون‌ها رو به‌کار بندازم. این معماها هدیهٔ خداوند هستن و همه باید از این هدیه‌ها بهره‌مند بشن. این طور نیست؟»
از استاد تشکر کردیم و به سمت عبادتگاه به راه افتادیم. آتسوشی گفت: «آتسوکو امروز یک جوری شدی. تو قبلاً از معما خوشت نمی‌آمد.»
علت را می‌دانستم. بعد از تحویل معمای استاد دایسوکه به سمت خانه به راه افتادیم. هوا در حال تاریک‌شدن بود و من تنها به این فکر می‌کردم که امشب یک غذای ژاپنی قرن هفدهمی خواهم خورد و فردا ... نمی‌دانستم فردا در کدام کشور بیدار خواهم شد. معمای دوم استاد در ذهنم حک شده بود و دوست داشتم آن را در اولین فرصت حل کنم. استاد دایسوکه هنگام خداحافظی گفت که معمای دوم به معمای اول مربوط است. چطور می‌توانم از معمای اول و رابطهٔ آن کمک بگیرم؟ بعد از نوشیدن یک «چای» تازه شاید این ارتباط را پیدا کنم.

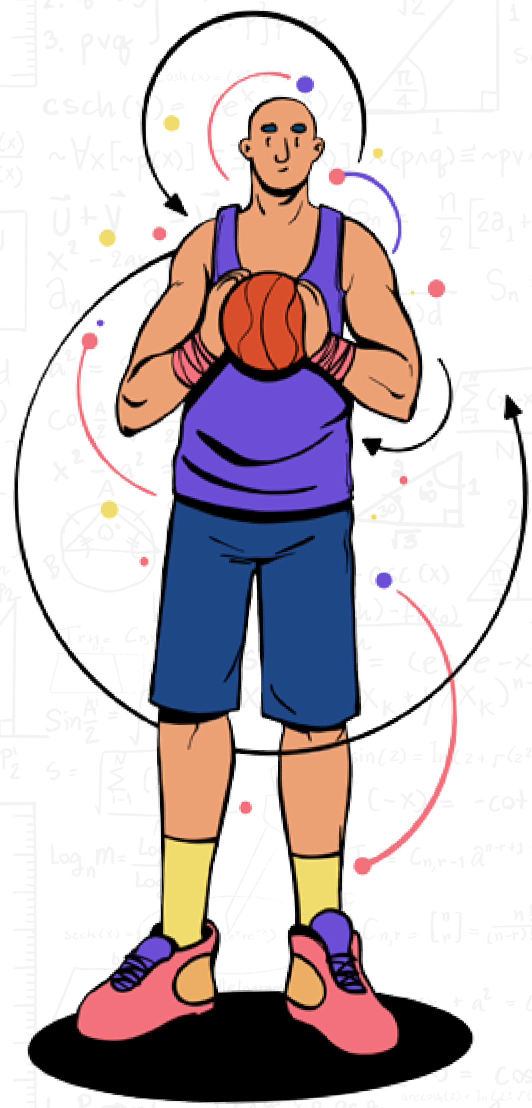
....

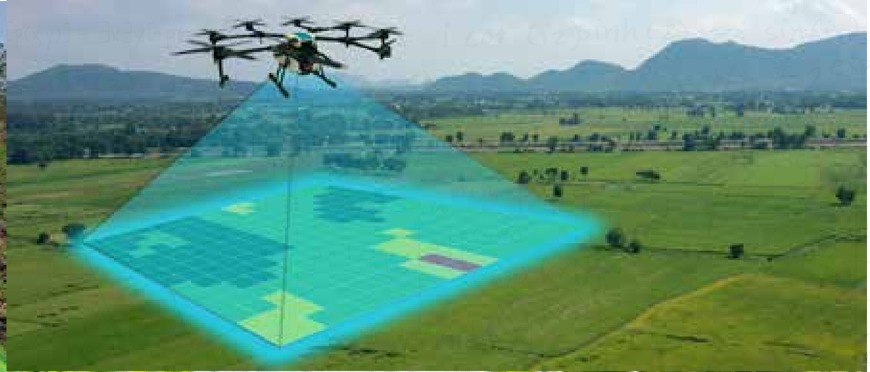
داستانم به اینجا که رسید، دفترم را بستم و منتظر نظر خانم **حافظی**، معلم ادبیات شدم. خانم حافظی گفت: «عجب فیلمی بود! علمی‌ـ تخیلی؛ آفرین!» بچه‌ها دست زدند. خانم حافظی گفت: «مریم تو به داستان‌نویسی علاقه داری. این ایده چطور به ذهنت اومد؟»
گفتم: «خانم من دوست دارم با فرهنگ و تاریخ کشورهای دیگه آشنا بشم. هر کشوری چیزی برای یادگرفتن داره. برای همین به سراغ این موضوع رفتم تا بتونم این داستان رو بنویسم. کمی هم از اینترنت کمک گرفتم تا ببینم چه بخشی از تاریخ ژاپن برام جالبه. داستان معماهای ژاپنی برام جالب بود.»
خانم حافظی گفت: «بسیار عالی. پس به زودی قسمت‌های بعدی داستانت رو هم خواهیم شنید؟»
گفتم: «نمی‌دانم خانم. دوست دارم که بیشتر بنویسم، اما وقت ندارم. خیلی تکلیف داریم.»
خانم حافظی تأیید کرد و گفت: «درسته. بچه‌ها در هر صورت آرزوهاتون رو دنبال کنید و از اون‌ها کوتاه نیایید. البته هنوز زوده که بخواید دربارهٔ شغل آینده‌تون تصمیم بگیرید. اما بهتره با شناخت بیشتر از علاقه‌هاتون، تصمیم بگیرید. همین مریم که به نویسندگی علاقه داره، ممکنه در نهایت علاقهٔ دیگه‌ای رو دنبال کنه. پس با شناخت بیشتر سعی کنید انتخاب درستی داشته باشید.»
زنگ پایان کلاس به صدا درآمد. آتسوکو در فکر حل معمای دوم بود و من به صحبت‌های خانم حافظی فکر می‌کردم که درست بود. می‌خواهم در آینده نویسنده بشوم و «نوبل» ادبیات را بگیرم. یا ریاضی‌دان بشوم و نوبل ریاضی را ... . نه ریاضی که نوبل ندارد؛ مدال «فیلدز» دارد. کدام یک را انتخاب کنم؟ هنوز نمی‌دانم. زنگ استراحت است و می‌توانم از **رؤیا** نظرش را بپرسم.

نامرئی قدرتمند

مریم جعفرآبادی

تیم بسکتبال «هیوستون راکت» یکی از تیم‌های متوسط باشگاهی بسکتبال آمریکا بود که ناگهان به یک تیم حرفه‌ای در مسابقه‌های بسکتبال «اِن بی اِی» تبدیل شد. داستان‌های برد و باخت این تیم و دیگر تیم‌های مدعی قهرمانی، از داغ‌ترین حاشیه‌های مسابقه‌های بسکتبال قهرمانی آمریکاست. با وجود اینکه در سال ۲۰۱۸ گران‌ترین بازیکنان بسکتبال در تیم هیوستون راکت مشغول بازی بودند، اما دلیل اصلی پیشرفت چشمگیر و صعود ناگهانی این تیم، ستاره‌های آن نبودند، بلکه استفادهٔ درست از اطلاعات و تجزیه‌وتحلیل (آنالیز) داده‌ها بود. **مایکل کارتر**، یکی از ستارگان این تیم می‌گوید: «آمار و داده باعث برتری ما بر سایر تیم‌ها شده است!» **داریل موری**، دانشمند علوم داده و رایانه که تجزیه و تحلیل‌کنندهٔ (آنالیزور) این تیم است می‌گوید: «استفادهٔ درست از اطلاعات به ما کمک کرد سال گذشته ۶۵ بازی را ببریم.» او ۱۰ سال پیش به دنبال پیداکردن فرمولی بود که امتیازهای تیمش را در هر بازی به بیشترین حد ممکن برساند تا اینکه تیم هیوستون راکت به‌عنوان یکی از اولین تیم‌ها، دست به کاری خارق‌العاده زد. آن‌ها یک دستگاه (سیستم) ردیابی ویدئویی را طراحی کردند که اطلاعات خام بازی‌ها را استخراج می‌کرد. با تجزیه و تحلیل این اطلاعات، روش جدیدی را پیش گرفتند تا شانس برنده‌شدنشان را در هر بازی بالاتر ببرند. آن‌ها متوجه شدند برای پرتاب‌های دو امتیازی از کجای زمین توپ را شوت کنند تا توپ با احتمال بیشتری گل شود. برای پرتاب سه امتیازی هم اگر از خارج خط شوت سه امتیازی توپ را پرتاب کنند، شانس بیشتری برای گرفتن آن سه امتیاز دارند. در دههٔ ۱۹۹۰ پرتاب‌کردن شوت‌های سه امتیازی از داخل این محدوده خیلی مرسوم بود که البته یک خطای بزرگ بود! چرا که بازگشت توپ و «ریباند» به بدترین شکل اتفاق می‌افتاد و باعث می‌شد تیم حریف دست به ضد حمله بزند. در نتیجه نه تنها امتیازی نصیب تیم مهاجم نمی‌شد، بلکه احتمال از دست دادن امتیاز هم بالا می‌رفت. داریل با بررسی آماری این پرتاب‌ها پیشنهادی جدید برای پرتاب شوت‌های سه امتیازی ارائه داد و گفت کافی است یک سوم این شوت‌ها گل شود تا ما هر بازی را ببریم! در لیگ سال ۲۰۱۸ - ۲۰۱۷ بازی‌های اِن بی اِی، تیم هیوستون راکت بیشترین تعداد شوت‌های سه امتیازی را نسبت به کل تیم‌های شرکت‌کننده در کل تاریخ مسابقه‌های اِن بی اِی به سمت تور حریف پرتاب کرد و همین امتیازها باعث شد این تیم ۶۵ بازی را ببرد. داریل می‌گوید: «درصدها و تعیین احتمال گل‌شدن هر توپ در بازی‌ها بسیار حیاتی است. این درصدها را از تحلیل داده‌ها به دست می‌آوریم.» امروزه شرکت‌های بزرگ تحلیل داده، تصویرهای مسابقه‌های بسکتبال را با دقت بسیار زیاد و به صورت سه بعدی ذخیره می‌کنند. ۲۵ فریم تصویر در هر ثانیه که موقعیت و نوع حرکت بازیکنان، توپ و ... را ذخیره و بررسی می‌کند. در ابتدای این کار، دانشمندان علم داده، حدود ۲۰ موقعیت اصلی بسکتبال را برای دستگاه‌های (ماشین‌های) پردازندهٔ اطلاعات معرفی کردند و تحلیل‌ها بر اساس آن‌ها صورت می‌گرفتند. رفته‌رفته دقت این کار نیز بیشتر شد و به جایی رسید که امروزه بیش از ۵۰۰ حرکت، قانون و موقعیت‌های بازی بسکتبال را به دستگاه‌ها به‌عنوان اطلاعات اولیه می‌دهند. وقتی اطلاعات هر بازی و تصویرهای ذخیره‌شده به دستگاه داده می‌شود، تحلیل‌های دقیقی ارائه می‌کند. مثلاً دستگاه با بررسی اطلاعات قبل می‌تواند بگوید که اگر یک بازیکن توپی را از هر نقطهٔ زمین پرتاب کند، آن توپ چقدر شانس گل‌شدن دارد. استاد **راجرز**، دانشمند علوم داده، می‌گوید: «ما به کمک تحلیل اطلاعات توسط دستگاه‌های پردازندهٔ داده، برای هر موقعیت به عددها و احتمال‌هایی دست پیدا کرده‌ایم که قبلاً حسی و غریزی نسبت به آن‌ها عمل می‌کردیم!» با این حساب دیگر نیازی نیست بازیکنان تیم‌ها هیکل‌های درشت و قدهای خیلی‌خیلی بلند داشته باشند! به کمک تحلیل داده، با بازیکنان معمولی‌تر هم می‌توان بازی‌ها را برد و قهرمان مسابقه‌ها شد.





ریاضی در مـــــــزرعه

● ژما جواهری‌پور

کشاورزی منبع مهمی برای امرار معاش است، زیرا فرایند تولید غذا، خوراک و بسیاری دیگر از محصولات مورد نیاز از طریق کشت گیاهان و پرورش حیوانات اهلی (دام) صورت می‌گیرد. کشاورزی هزاران سال است که به انسان‌ها امکان بقا و زندگی داده است. حالا بیایید مطالعه کنیم که پیشرفت در فنون (تکنیک‌های) کشاورزی و استفاده از فناوری‌های جدید چگونه بر روش کارهایی که اجدادمان در آن‌ها مهارت داشته‌اند تأثیر گذاشته است. کشاورزی نوین نوآوری‌ها، ابزارها و شیوه‌هایی را به کار می‌برد که به کشاورزان کمک کند کارایی را افزایش دهند و محصولات با کیفیت‌تر و بیشتری برداشت کنند. همهٔ این‌ها با روش‌های علمی و کاربرد ریاضی در مدیریت مزرعه‌ها امکان‌پذیر شده است. در ادامه به سه کاربرد از فناوری‌های دانش‌بنیان در کشاورزی و ارتباط آن با علم ریاضی می‌پردازیم.

مدیریت مزرعه

اغلب شما از نزدیک مزرعهٔ کشاورزی را دیده‌اید. اولین گام در ایجاد یک مزرعهٔ کشاورزی تقسیم‌بندی آن برای کاشت و آبیاری مناسب است. به این کار به اصطلاح «کرت‌بندی» گفته می‌شود. اساس کار کرت‌بندی مشابه این است که زمین را در یک دستگاه مختصات دو بعدی به قسمت‌های مشخص بخش‌بندی کنیم.
با دستگاه مختصات در ریاضیات آشنا شده‌اید. در یک دستگاه مختصات می‌توان موقعیت هر نقطه را با استفاده از دو عدد مشخص کرد. حال اگر بتوان در هر لحظه تمام بخش‌های مزرعه را از نظر تعداد گیاهان و فاصلهٔ آن‌ها و سایر عوامل تأثیرگذار، مثل آب و نور خورشید، بررسی کرد، به اطلاعات بسیار ارزشمندی برای مدیریت مزرعه می‌رسیم. امکانات موقعیت جغرافیایی ماهواره‌ای (GPS) و اطلاعاتی از طریق گوشی‌های همراه قابل دریافت هستند که به کشاورزان در مدیریت مزرعه‌های پیشرفته کمک خواهند کرد. به این ترتیب کشاورز قادر خواهد بود، از منزل خود زمینش را زیر نظر بگیرد. اساس کار دستگاه‌های موقعیت جغرافیایی دستگاه مختصات است.

آبیاری بهره‌ورانه

یکی از بزرگ‌ترین دغدغه‌های کشاورزان تأمین منابع آب برای مزرعه‌هاست. از آنجا که کشور ما در کمربند بیابانی و نیمه‌بیابانی کرهٔ زمین قرار دارد، مدیریت بهینهٔ منابع آبی موضوعی بسیار مهم در کشاورزی است.
با مفهوم «حجم» در ریاضی آشنا شده‌اید و می‌توانید حجم یک استوانه را محاسبه کنید. اگر این استوانه یک مخزن آب باشد و حجم یک قطره آب را هم بدانید، آیا می‌توانید محاسبه کنید با توجه به حجم آب داخل مخزن چند قطره آب در روز در مزرعه مصرف می‌شود؟
محاسبهٔ مداوم این فرایند زمان‌بر است، اما فناوری‌های نوین کشاورزان را برای مدیریت مصرف آب مورد نیاز مزرعه‌هایشان یاری می‌کنند. حتی به کمک حسگرهای داخل خاک مزرعه‌ها و اطلاعات ارسالی روی تلفن همراه می‌توان از میزان رطوبت زمین مطلع شد و به کمک نرم‌افزارهای نصب‌شده روی تلفن‌ها محاسبه‌های آبی را انجام داد و با دقیق‌ترین روش‌های ریاضی حجم آب مصرفی را واپایش (کنترل) کرد.

ربات‌ها، کارگران مزرعه‌ها

حضور انواع ربات‌ها، اعم از ربات‌های کارگر و خدماتی در زندگی انسان هر روز بیشتر می‌شود. کسانی که می‌خواهند رباتیک مطالعه کنند، باید تمام تلاش خود را برای درک ریاضیات انجام دهند زیرا این یک ضرورت در علم رباتیک است. برای ساخت قطعه‌های ربات‌ها با اندازهٔ صحیح، اندازه‌گیری‌ها برای چگونگی حرکت ربات‌ها، آزمایش عملکرد، یا تشخیص الگوها و روابط بین سرعت و قدرت، یا قطر چرخ و مسافت طی شده، باید برخی از مفهوم‌های اساسی ریاضی را درک کنید. مفهوم‌هایی مثل هندسهٔ شکل‌ها، اندازه‌گیری طول و زمان، کاربرد دستگاه مختصات و تابع‌ها در ریاضیات از پایه‌ای‌ترین مفهوم‌ها برای ورود به دانش ساخت ربات‌هاست. برای اینکه ربات بتواند مثل یک انسان میوه‌ها را بچیند، بدون اینکه به آن‌ها آسیب برساند، محاسبه‌های بسیار پیچیده‌ای ضروری است، ولی ربات‌های کارگر می‌توانند بدون خستگی و در ساعت‌های طولانی به کشاورزان کمک کنند. هر قدر داده‌های بیشتری روی این ربات‌ها بارگذاری شوند، کارایی بیشتری از آن‌ها می‌توان انتظار داشت. در کشاورزی نوین ابزارها و نرم‌افزارها همگی براساس دانش ریاضی ساخته شده‌اند و این فناوری‌ها می‌روند که دنیای جدیدی در کشاورزی ایجاد کنند.

درمانگاه ریاضی

افشین خاصّه‌خان

سلام و وقت بخیر خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. در سال تحصیلی پیش رو برای شما آرزوی تندرستی و انگیزهٔ بیشتر برای یادگیری دارم. امیدوارم که کار با ریاضیات هر قدر که ممکن باشد جزو عادت‌های روزمرهٔ شما قرار بگیرد تا تفکر ریاضی شما روزبه‌روز تقویت شود.

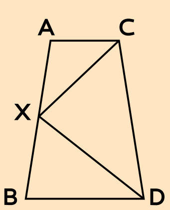
مراجعه‌کنندهٔ این هفته دانش‌آموزی نهمی به نام **مبین محرمی** است. پدر مبین که از آشناهای این‌جانب است، همکار فرهنگی است. مبین با پدرش به درمانگاه آمده است. بعد از سلام و احوال‌پرسی با آن‌ها، مبین را به اتاق درمان دعوت می‌کنم. بعد از ۲۰ دقیقه «گفت‌وگوی سقراطیِ» معمول در ارتباط با مسائل مرتبط با عددهای حقیقی، مشکلِ موجود در تفکر ریاضی مبین را حدس زدم.

تشخیص بیماری

مشکل مبین در هندسه بود. یکی از سؤال‌هایی که در مورد آن بحث کردیم، توجهم را جلب کرد که در اینجا با شما در میان می‌گذارم:

در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین ABCD نقطهٔ X وسط AB است و مثلث CXD قائم‌الزاویه است.

اگر BX=۱ باشد، محیط ذوزنقه چقدراست؟



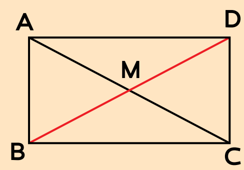
۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

او برای حل این مســـئله آزمایش‌ها و تلاش‌هایی کرده بود، اما به نتیجه‌ای نرسیده نبود. برای حل این سؤال دانستن قضایایی لازم بود که مبین اصلاً در توضیح مسئله به آن‌ها اشاره‌ای نکرد. البتــه مقدماتی برای حل آن انجام داده بود که قابل توجه بود. مثلاً از X پاره‌خطی موازی دو قاعدهٔ ذوزنقه رسم کرده و متوجه شده بود که از قضیهٔ تالس باید استفاده کند.

سؤال که از آزمون «مسابقه‌های کانگورو ۲۰۱۰» انتخاب شده بـــود، با ترکیب چند قضیه قابل حل بود که یکی از آن‌ها قضیهٔ تالس بود.

درمان

بـــرای اینکه مشـــکل مبیـــن را به او یـــادآوری کنـــم، دوبـــاره گفت‌وگوی دوطرفه را آغاز کـــردم و پس از ســـؤال و جواب‌های متوالی متوجه شـــد که برای حـــل این مســـئله، عـــلاوه بر قضیهٔ تالـــس، دو قضیهٔ معروف دیگر نیز لازم است: «در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر برابر با نصف وتر اســـت.» لازم بود فضایی ایجاد کنم تا خود او بتواند این قضیه را ثابت کند. دســـت به کار شدم و از او خواستم تا مثلث قائم‌الزاویه‌ای همراه با میانهٔ وارد بر وتر آن رسم کند و آن را به اندازهٔ خودش امتداد دهد و انتهای پاره‌خط را به دو سر وتر وصل کند. او متوجه شد که در چهارضلعی ایجاد شـــده، قطرها منصف یکدیگرند و لذا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. چون یک زاویهٔ آن قائمه است، پس مستطیل است و چون در مستطیل قطرها با هم برابرند، در نتیجـــه: AM=BM=MC. حال وقت آن بود که این قضیه را در حل مسئلهٔ مبین به کار ببریم:



پاره خط XY را خود مبین رســـم کرده بود. از او خواستم رأس B را به C وصل کند و در دو مثلث BAC و CBD دو بار قضیهٔ تالس را به کار ببرد. حال او متوجه شده بود که:

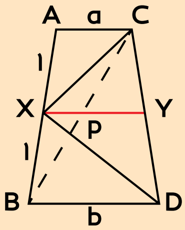
XY=CY=YD=۱

فقـــط گام آخر مانده بود و آن اســـتفادهٔ دوباره از نتیجهٔ قضیهٔ تالس که خود آن اثبات یک قضیهٔ معروف دیگر در ذوزنقه بود. با پرسش و پاسخ‌های متوالی و به کار بردن نتیجهٔ قضیهٔ تالس در دو مثلث BAC و CBD مبین توانست ثابت کند:

$$PY=\frac{b}{2} \quad و \quad XP=\frac{a}{2}$$

و از آنجا به این نتیجه برسد که:

$$1=XP+PY=\frac{a+b}{2}$$



یعنی a+b=۲ و از آنجا محیط ذوزنقه را محاسبه کند:

۲(۱+۱)+a+b=۴+۲=۶

تجویز

بعد از تشـــخیص بیماری تفکر ریاضیِ مبین، حال نوبت تجویز دستورالعمل‌های درمانی لازم بود. به او توصیه کردم:

۱. قضیه‌های پایه در هندســـه را از کتاب‌های درســـی دورهٔ اول متوسطه به دقت بخواند و تمرین‌هایش را حل کند.

۲. بعضـــی از قضیه‌های مهمی را که در حل مســـئله‌های هندســـی کاربرد فراوانی دارند، از کتاب‌های خود یاد بگیرد و تا حد امکان بکوشد خودش آن‌ها را اثبات کند و اگر نشـــد حداقل روند اثبات آن‌ها را تحلیل و تعقیب کند.

۳. تمرین‌هـــای مشـــابهی که حل آن‌هـــا ترکیب قضیه‌های هندسی معروف را می‌طلبید، برایش تعیین کردم و سفارش کردم که برای حلشان آزمون و خطا انجام دهد.

۴. برای ســـؤال‌هایی که نتوانسته بود جواب دهد، در طول هفته دوباره چالشـــی انجام دهد. حل مسئله بعد از چندین بار تلاش بسیار لذت‌بخش خواهد بود.

۵. اگر امکان داشـــته باشد، مســـئله‌ها را با روش‌های متفاوت و ترکیب قضیه‌های متنوع حل کند و از این کار لذت ببرد.

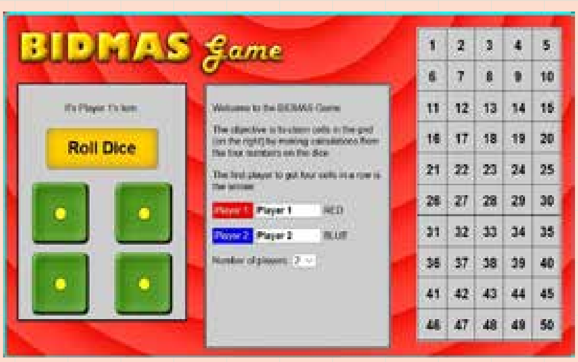
۶. اگر علاقه‌مند باشـــد، چند ســـؤال در همیـــن زمینه طراحی کند و با دوســـتانش به حل و بحث بگذارد تا نقاط قوت و ضعف سؤال‌هایش آشکار شوند.

با پویـــش رمزینهٔ مقابـــل می‌توانید مطلب شمارهٔ قبل راببینید.

بازی دوز شانسی

اطهر فیروزیان
عضو گروه سردبیری
وبگاه ریاضی فکر کن

وبگاه «**ریاضی فکر کـــن!**» (mathink.ir) برای اســـتفادۀ معلم‌ها طراحی شده است، اما خیلی از مطالب آن ممکن است برای شما هم جالب باشـــد و به یادگیری مطالب جدید یا یادآوری مطالبی که قبلاً یادگرفته‌اید کمک کند. در این شماره به معرفی یکی از بازی‌های این وبگاه به نام «دوز شانسی» می‌پردازیم. برای دیدن این صفحه به آدرس مقابل مراجعه کنید: https://mathink.ir/دوز-شانسی/. وقتی روی پیوند (لینک)، دوز شانسی تلیک (کلیک) کنید، وارد صفحۀ بازی می‌شوید. احتمالاً با بازی دوز که یکی از بازی‌های پرطرفدار قدیمی است، آشنا هستید. در بازی «دوز چهارتایی» که یک بازی دو نفره اســـت، هر بازیکن در نوبت خود یکی از خانه‌های صفحۀ بازی را تصاحب می‌کند و بازیکنی برنده است که بتواند زودتر از دیگری چهار تا از خانه‌های پشـــت سر هم را به‌صورت افقی، عمودی یا مُورب مال خود کند. «دوز شانسی» هم یک جور بازی «دوز چهارتایی» است، با

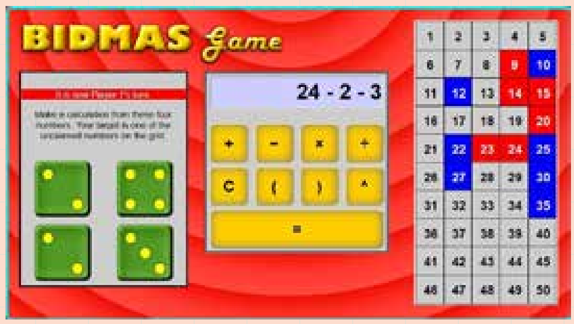


این تفاوت که فقط خودتان نیستید تصمیم می‌گیرید کدام خانه از آن شماست، بلکه شانس هم باید با شما یار باشد!

ابتدا از قسمت «Number of players» تعداد بازیکن‌ها را مشخص کنید. می‌توانید بازی یک، دو، سه یا چهارنفره را انتخاب کنید و به‌تنهایی یا همراه با دوستانتان بازی کنید.
اگر بازی دو یا چند نفره را انتخاب کنید، هر بازیکن رنگی به‌خصوص دارد و بازی به‌نوبت انجام می‌شود. اگر هم بازی یک‌نفره را انتخاب کنید، هر بار نوبت خودتان است.

در هر نوبت با تلیک روی «Roll Dice» چهار تا تاس سبزرنگ که سمت چپ صفحهٔ بازی مشاهده می‌کنید، همزمان با هم به‌صورت مجازی می‌چرخند و هر کدام روی یک عدد می‌ایستند. چهار عددی که روی تاس‌ها ظاهر می‌شوند، عددهای شانس شما هستند. این عددها به همراه چند دکمهٔ دیگر، یعنی دکمه‌های جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، پرانتز، توان (^) و پاک‌کردن صفحهٔ ماشین‌حساب (c) روی ماشین‌حساب وسط صفحه نمایش داده می‌شوند. حالا نوبت شماست که با استفاده از دکمه‌های این ماشین‌حساب عدد خانهٔ مورد نظر خود را بسازید. برای مثال، اگر عددهای روی تاس ۲، ۲، ۳ و ۴ باشند و شما بخواهید خانهٔ ۱۹ را تصاحب کنید، چگونه این کار را می‌کنید؟

راه‌های متفاوتی برای این کار هست. مثلاً یک راه‌حل پیشنهادی چنین است: ۲۴-(۲+۳).



البته این برای وقتی است که می‌دانید کدام خانه را می‌خواهید، اما در بیشتر حرکت‌ها باید فکر کنید که با چهار عدد شانستان و بقیهٔ دکمه‌های ماشین‌حساب، چه عددهای دیگری می‌توانید بسازید و بهتر است کدام خانه را از آن خود کنید.
مثلاً با همین عددهای ۲، ۲، ۳ و ۴ می‌توانید عدد ۲۶ را هم بسازید:
$۲×(۴+۳^۲)$
بازی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که یکی از بازیکنان چهار تا خانهٔ پشت سر هم را (به‌صورت افقی، عمودی یا مُورب) تصاحب کند.
برای ساختن عدد مورد نظر خود به اولویت و ترتیب انجام عملیات در عبارت‌های ریاضی توجه کنید و اگر لازم بود، از پرانتز استفاده کنید؛ چون این ابزار اولویت‌ها را به‌درستی رعایت می‌کنند. مثلاً در پیشنهاد ارائه شده برای ساختن عدد ۲۶، اگر پرانتزها را نگذارید، حاصل دیگری به دست می‌آید و خانهٔ مورد نظرتان رنگ نمی‌شود:
آیا می‌دانید با وارد کردن این عبارت، چه عددی حاصل و کدام خانه رنگی می‌شود؟ $۲×۳^۲+۴$
قاعده این است که عملیات از داخلی‌ترین پرانتزها بدین ترتیب انجام شود: «توان، سپس ضرب و تقسیم از چپ به راست و پس از آن‌ها جمع و تفریق از چپ به راست.»

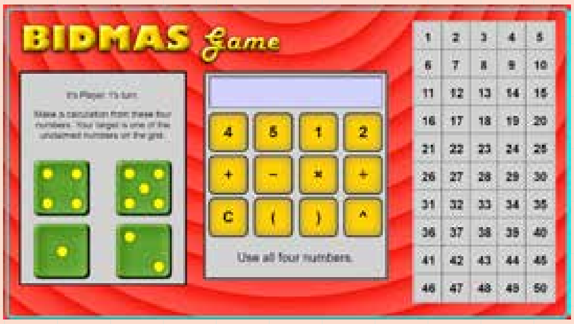
در این عبارت، اولویت با توان است. ابتدا حاصل ۳ به توان ۲ محاسبه می‌شود: ۲×۹+۴
حالا عملیات ضرب انجام می‌شود: ۱۸+۴
و حالا نوبت جمع است: ۲۲
پس حواستان باشد که عبارت مورد نظرتان را درست وارد کنید تا همان خانه‌ای که مد نظرتان است رنگ شود.

فرصتی برای بازی با دوستان

همین بازی را می‌توانید با کاغذ و مداد و تاس واقعی هم انجام دهید. در این شرایط می‌توانید بعد از هر نوبت، حاصل عبارت ارائه شده را با رعایت اولویت و ترتیب انجام عملیات، همراه با دوستانتان محاسبه کنید.

فرصتی برای تمرین

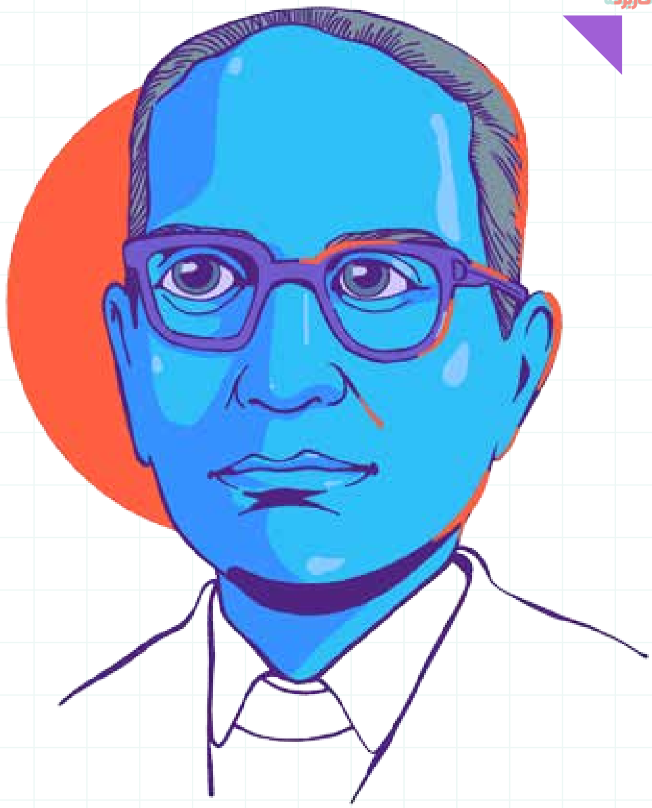
فرض کنید که اول بازی است و تاس‌ها عددهای ۱، ۲، ۴ و ۵ را نشان داده‌اند. کدام عددها از میان عددهای ۱ تا ۵۰ را می‌توانید با دکمه‌های ماشین‌حساب بسازید؟



من چند تا از آن‌ها را ساخته‌ام. درستی آن‌ها را بررسی کنید:

$۱^{۲۴۵}=۱$	۵-۴-۱+۲=۲	(۵-۴)×(۱+۲)=۳	$۴^۲÷(۵-۱)=۴$	۵×(۴-(۲+۱))=۵
=۶	=۷	=۸	=۹	=۱۰
=۱۱	=۱۲	=۱۳	=۱۴	=۱۵
=۱۶	=۱۷	=۱۸	=۱۹	=۲۰
=۲۱	=۲۲	=۲۳	=۲۴	=۲۵
=۲۶	=۲۷	=۲۸	=۲۹	=۳۰
=۳۱	=۳۲	=۳۳	=۳۴	=۳۵
=۳۶	=۳۷	=۳۸	=۳۹	=۴۰
=۴۱	=۴۲	=۴۳	=۴۴	=۴۵
=۴۶	=۴۷	=۴۸	=۴۹	=۵۰

حالا دست به کار شوید و سعی کنید بقیهٔ عددها را هم بسازید. در پایان، درستی همهٔ عبارت‌ها را در گروه بررسی کنید و عبارت‌های خودتان را با عبارت‌هایی که دوستانتان نوشته‌اند، مقایسه کنید. آیا از عبارت‌های متفاوتی برای ساختن هر عدد استفاده کرده‌اید؟



چیستان‌های ادبی

جعفر ربانی

حسین امید از معلمان خوش‌نام و خوش‌ذوق و خلاق تبریز در دهه‌های پیشین بود. او در همان حال که در دبیرستان‌های تبریز تدریس می‌کرد به روزنامه‌نگاری نیز می‌پرداخت. مردی پرکار بود و چندی ریاست کتابخانۀ تربیت تبریز را هم بر عهده داشت. نخستین آزمایشگاه علوم تبریز را او بنا نهاد و بیش از صد کتاب تألیف کرد که از آن جمله چهار جلد کتاب به نام «تفریحات علمی» بود که برای دانش‌آموزان تألیف کرده و از علوم مختلف به‌ویژه سرگرمی‌های ریاضی در نوشتن آن‌ها بهره برده بود. پس از درگذشت حسین امید بازماندگانش کتاب‌های او را به کتابخانۀ تربیت اهدا کردند و استاد شهریار چکامه‌ای در فقدان او سرود. در این مجموعه که شما می‌خوانید، ما از تفریحات علمی امید هم استفاده می‌کنیم.

۱. چار حرف است نام مطلوبی
که تمنای اهل عالم گشت
هست جاری چنان عجب که از او
دو اگر بفکنی بماند هشت!

۲. آن کدام حرف است که یک حرف است ولی سه حرف است؛
در حساب یکی است و در نام هزار است؛ در شکل راست است، ولی اگر خم شود چهار است؛ با شکر مخلوط شود شکار است.

۳. چند تا بودند؟
از قضا روزی کلنگی گفت با خیل کلنگ
السلام ای صد کلنگ، گفتند ما از صد کمیم
ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما
گر بیاید با تو اینجا، آن زمان صد می‌شویم

این چیستان مشهور است و امکان دارد در همین مجله نیز آن را خوانده باشید.
اما این روایت بیان تاجیکستانی چیستان است.

در کدام مصرع؟

به دوســـت خود بگویید حرفی از حرف‌هـــای الفبای عربی (هر حرفی از الفبای فارســـی به جز پ، چ، ژ، گ) را در ذهن خود نگه‌دارد. آن‌گاه شعر زیر را برایش بخوانید و بپرســـید آن حرفی که در ذهن دارد، با توجه به بیت راهنما در کـــدام یک از مصرع‌ها وجـــود دارد. در ضمن هر مصرع شماره‌ای دارد که در آخر آن نوشته شده است:

ـ خوشا ترصیع تاج از نام ابن عمّ پیغمبر (۱)
ـ تمیز ختم هر حجت، مغیث حفظ حق حیدر (۲)
ـ طمع در فصل وجودش کرد شغل نظم و نثر من (۴)
ـ که ذوق خاطرش اکثر به سرّ غیب رهبر شد (۸)
ـ نظر یا ساقی کوثر سوی رمز کلامم کن (۱۳)

بیت راهنما

صحت ضعف جذبۀ خط شد
غزل نظم ساقی کوثر
این بیت ۲۸ حرف دارد که باید از ۱ تا ۲۸ شماره‌گذاری شود
ص‌ـ ح‌ـ ت‌ـ ض‌ـ ......
۱ ۲ ۳ ۴

مثال: اگر حرف مورد نظر دوست شما در سه مصرع آخر باشد، شمارۀ آن ۲۵=۱۳+۸+۴ و خودش «ک» است.

لطیفه

بـــازرس ادارۀ آموزش‌وپرورش به دبســـتانی رفت. آمـــوزگار به او گفت خوش‌بختانه این بچه‌ها در حساب پیشرفت بسیار خوبی دارند. خواهش می‌کنم از آن‌ها ســـؤال کنید. بازرس گفت: «خب، حتماً جدول ضرب را هم می‌دانند.»
ســـپس رو کرد به یکی از بچه‌ها و گفت: «آقا پسر! شما بگو ببینم هفت هشت تا چند تا؟»
ـ آقا ۵۸ تا!
از یک نفر دیگر پرسید: «تو بگو آقا پسرا! ۸ نه تا چند تا؟»
ـ آقا ۷۴ تا!
آموزگار گفت: «جناب بازرس می‌بینید که چقدر جواب‌هایشان به حقیقت نزدیک است؟!»

یک مسئلۀ ریاضی‌ـ تاریخی!

یک نفر ســـکه‌ای داشـــت و مدعی بود که آن سکه متعلق به عصر **ژول سزار**، قیصر روم است. روی آن هم ضرب شده بود: ۵۵ ق. م (یعنی ۵۵ سال قبل از میلاد ضرب شده است).
اما وقتی سکه را برای فروش نزد یک عتیقه‌چی برد، عتیقه‌چی آن را دید و پشت و رو کرد و گفت: «این سکه تقلبی است!»
از کجا دانست؟

مرتضی مرتضوی

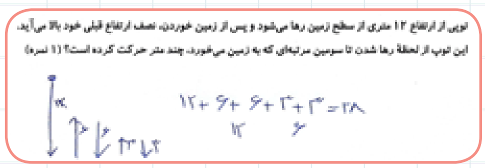
درست نوشتم، چرا نمره کامل نگرفتم؟!

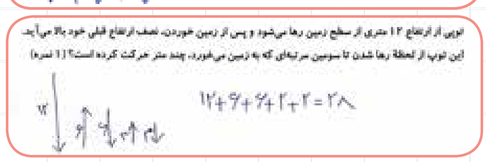
یکی از دلایل به نتیجه نرسیدن برخی از دانش‌آموزان در حل مسئله، نداشتن تسلط بر فرایند حل مسئله است. خب در این نوشتار می‌خواهیم به این موضوع بپردازیم. ممکن است برای شما پیش آمده باشد که از نظر خودتان پاسخ سؤال یا مسئله‌ای را درست نوشته‌اید و انتظار گرفتن نمرهٔ کامل آن را داشته‌اید، اما با دیدن برگهٔ تصحیح‌شده و نمره‌ای که گرفته‌اید، متعجب شده‌اید. شاید هم در لحظهٔ اول به قضاوت معلم اعتراض کرده باشید. اما وقتی راه‌حل درست را که معلم در برگه نوشته ملاحظه کرده‌اید، متوجه اشتباه خود شده‌اید. تا حدودی حق با شماست؛ چراکه نقشه و طرحی که برای حل آن مسئله کشیده‌اید و راه‌حلی که در ذهن در نظر گرفته‌اید، درست بوده است، ولی در واقع آنچه را به‌عنوان پاسخ از ذهنتان گذرانده‌اید، خوب پیاده نکرده‌اید. در واقع نقشهٔ خوبی کشیده‌اید، اما آن را با دقت و به درستی اجرا نکرده‌اید. می‌دانید دلیل شکست شما در حل مسئله چه چیزی بوده است؟ شما دانش و اطلاعات لازم برای حل آن مسئله را داشته‌اید، روش خوبی هم برای حل آن در نظر گرفته‌اید و خیالتان هم بابت پاسخی که در ذهن داشته‌اید راحت بوده، اما جواب نهایی اشتباه درآمده است! می‌دانید اشکال کار کجا بوده است؟ بله! نداشتن **تسلط** و **نظارت دقیق** بر راه‌حل خودتان.

برای درک بهتر موضوع به چند نمونه از جواب‌های دانش‌آموزان به مسئله‌های داده‌شده می‌پردازیم که در آن‌ها عامل نداشتن تسلط بر پاسخ توسط حل‌کننده، دلیل نادرست‌بودن جواب‌های دانش‌آموزان بوده است.

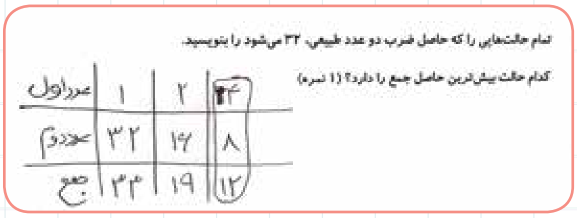
نمونهٔ ۱. در این نمونه هر دو دانش‌آموز مسئله را فهمیده و روش درستی برای جواب انتخاب کرده‌اند، اما اولی در محاسبهٔ نهایی اشتباه کرده و به جای ۳۰ عدد ۲۸ را به‌عنوان جواب نهایی نوشته است. در واقع اگر دانش‌آموز تسلط و دقت بیشتری داشت و یک‌بار دیگر پاسخ خودش را مرور می‌کرد، متوجه اشتباه در محاسبه می‌شد و آن را اصلاح می‌کرد.

عامل خطای دانش‌آموز دوم هم بی‌دقتی در نوشتن عدد ۲ به جای ۳ بوده است. اگر او هنگام نوشتن پاسخ بر نوشتار خود تسلط داشت و یا به عقب باز می‌گشت و پاسخش را دوباره نگاه می‌کرد، به خطای خود پی می‌برد.



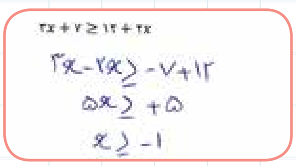


نمونهٔ ۲. همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این مورد هم بی‌توجهی به خواستهٔ مسئله باعث شده است که دانش‌آموز با وجود ارائهٔ راه‌حل درست، کمترین حاصل جمع را به جای بیشترین حاصل جمع انتخاب کند.



نمونهٔ ۳. در این موارد دانش‌آموزان راه‌حل و مسیر درست را برای پاسخ‌گویی انتخاب کرده‌اند، اما یک اشتباه محاسباتی و به‌کاربردن عمل جمع به جای ضرب، به پاسخ نادرست به سؤال‌ها منجر شده است. در واقع نداشتن تسلط و دقت بر فرایند به‌دست‌آوردن جواب، دلیل شکست در ارائهٔ پاسخ درست بوده است. برای اجتناب از چنین اشتباه‌هایی لازم است که هنگام نوشتن پاسخ سؤال بر آنچه انجام می‌دهیم نظارت داشته باشیم و پس از پایان‌یافتن مرحله‌های پاسخ‌دهی، بار دیگر از اول راه‌حل خود را بازبینی کنیم تا اگر خطایی در نوشتن راه‌حل وجود داشت، آن را اصلاح کنیم.

نمونهٔ ۴. در تصویر زیر راه‌حل دانش‌آموزی را می‌بینید که گام اول را درست برداشته، ولی در گام دوم در اثر بی‌دقتی، به جای عمل تفریق، دو جمله را با هم جمع کرده است. در آخر هم با اینکه دو طرف را بر عدد پنج تقسیم کرده، اما در طرف راست نامعادله به اشتباه حاصل ۵ تقسیم بر ۵ را ۱- نوشته است. در نهایت هم جواب را نادرست نوشته است. مشهود است که نداشتن تسلط بر هر گام از راه‌حل، به پاسخ نادرست وی منجر شده است.



توصیه‌هایی برای تسلط بر فرایند حل مسئله

۱. صورت سؤال را دقیق بخوانید و خواستهٔ اصلی آن را مشخص کنید.

۲. قبل از پرداختن به پاسخ‌دهی، دربارهٔ اینکه چه کاری باید انجام دهید چرا و چگونه، بیندیشید.

۳. از روش مناسبی برای حل مسئله استفاده کنید.

۴. پیشرفت در حل مسئله را پیگیری کنید و در صورت لزوم روش و فنون را تغییر دهید.

۵. هم در جریان اجرای راه‌حل و هم در پایان، کار خود را بازبینی و تصحیح کنید.

گفت‌وگو با **نگار پیمانی و فاطمه جمالی**؛ مخاطبان امروز مجله، از خرم‌آباد لرستان

برهان ریاضی اعتماد به نفس می‌دهد

مهدیه مسیبی

بعضی از بچه‌ها عادت دارند که با هم درس بخوانند. یعنی مطالب را در کنار هم بیاموزند، نادانسته‌های خود را با هم در میان بگذارند و به پرسش‌های هم پاسخ بدهند تا بتوانند به‌خوبی یک مبحث درسی را یاد بگیرند. اما شاید کمتر با بچه‌هایی برخورد کرده باشید که یک مجله را با هم مطالعه کنند. یعنی مطالب مورد علاقهٔ خود را مرور کنند و دانستنی‌های جدید را با هم به اشتراک بگذارند. **نگار پیمانی** و **فاطمه جمالی** از این جنس دوستان هستند. دو هم‌کلاسی پایهٔ نهم «دبیرستان شکوه خرم‌آباد» که رشد ریاضی برهان دورهٔ اول متوسطه را گاهی در کنار هم و گاه جداگانه مطالعه می‌کنند. با ما به خرم‌آباد بیایید تا با این مخاطبان امروز مجله بیشتر آشنا بشویم.

● با مجلهٔ رشد ریاضی برهان چطور آشنا شده‌اید؟

نگار: خانم **پولادوند**، دبیر ریاضی ما، این مجله را به ما معرفی کردند.

● اصولاً مجلهٔ رشد ریاضی برهان در مدرسهٔ شما هست؟ یعنی بچه‌ها با این مجله و مجلات رشد آشنایی دارند؟

نگار: فکر نمی‌کنم همه آشنایی داشته باشند.

فاطمه: من هم مجله را خیلی ندیده‌ام. این معلم ریاضی ما بود که مجلهٔ رشد برهان را به بچه‌ها معرفی کرد و ما علاقه پیدا کردیم آن را دنبال کنیم.

● غیر از رشد ریاضی برهان با سایر مجله‌های رشد هم آشنایی داشتید؟

نگار: بله ما در دوران ابتدایی با این مجله‌ها آشنایی داشتیم.

فاطمه: من هم تا حدودی آشنا بودم، اما خیلی جدی دنبال نمی‌کردم.

● درس ریاضی به نظر شما چطور درسی است: سخت، پیچیده، آسان یا لذت‌بخش؟

نگار: ریاضی برای من شیرین است و آن را دوست دارم. خیلی‌وقت‌ها درس متفاوتی به نظر می‌رسد که در زندگی هم کاربرد دارد.

فاطمه: ریاضی به نظرم شیرین‌ترین درس است و ارتباط خیلی مستقیمی با زندگی ما دارد. ما همیشه در زندگی با ریاضی سروکار داریم، اما شاید خیلی مستقیم متوجه این موضوع نباشیم.

● لطفاً یک مثال از کاربردی‌بودن ریاضی بر اساس شناخت خودتان بزنید.

فاطمه: در خرید کردن.

نگار: مثلاً ما به کمک ریاضی می‌توانیم مبلغ مشخصی را که هر روز هزینه می‌کنیم، تعیین کنیم. اگر ریاضی نبود، ما نمی‌توانستیم برآورد کنیم که چقدر برای حمل‌ونقل، غذا و موارد دیگر هزینه می‌کنیم.

فاطمه: یک چیز مهم دیگر این است که از ریاضیات می‌توان برای مدیریت زمان استفاده کرد.

● در مورد مدیریت زمان توضیح بیشتری می‌دهید؟ یعنی با ریاضی چطور می‌شود این کار را انجام داد؟

نگار: برای اینکه بتوانیم از زندگی روزمرهٔ خود به‌طور مؤثر استفاده کنیم، از ریاضی کمک می‌گیریم. مثلاً از طریق مدیریت زمان می‌توانیم

پربازده باشیم و بسیاری از کارهـا را در ظرف ۲۴ ساعت به پایان برسانیم. حتـی وقتـی اسـتراحت می‌کنیم هم از ریاضی استفاده می‌کنیم؛ چه متوجه آن باشیم و چه نباشـیم. فعالیت‌هایی مانند رفتن به اسـتخر، کتاب خواندن یا گذراندن یک روز تعطیل در خواب نیز به محاسبات نیاز دارند. ما همیشه بیشتر از آنچه که متوجه آن هستیم، در ذهن خود به کمیت‌ها و عددها فکر می‌کنیم.

فاطمه: ما برای اینکه بتوانیم از زندگی بهترین اسـتفاده را بکنیم باید مدیریت زمان داشـته باشیم. برای مثال، وقتی می‌گوییم باید این کار را ظرف این مدت‌زمان معین به پایان برسانیم، یعنی زمان مهم اسـت و این به معنای حضور ریاضیات در زندگی ماست.

● شما کدام قسمت از مطالب مجلهٔ رشد ریاضی برهان را بیشـتر تمایل دارید که مطالعه کنید؟

نگار: بخش ریاضیـات و بازی و یا ریاضیات و تاریخ.

فاطمه: من فکر می‌کنم هر چیزی که مربوط به ریاضی باشـد برایم شـیرین است. البته هر مطلبی که جنبهٔ کاربردی آن بیشتر باشد برای من جذاب‌تر است.

● آیا یادگیـری مطالب از طریق مجله یا کتاب غیردرسـی می‌تواند کمک کند تا مفاهیم را بهتر و ماندگارتر فرا بگیرید؟

نگار: به نظرم مجلاتی مانند رشد ریاضی برهان می‌توانند در کنار کتاب درسـی خیلی مفید و کمک‌کننده باشند. چون بعد از خواندن کتاب تا حدودی باعث تثبیت مطلب در ذهن می‌شوند.

فاطمه: گاهـی مجله‌ها و کتاب‌های درسـی می‌توانند نگـرش ما را تغییر دهند و یا ذهن و دید ما را نسـبت به برخی موضوع‌ها گسترش دهند. از طرف دیگـر اعتمادبه‌نفس حاصل از دانایی را در مخاطب می‌افزاید.

● تصویرها و طرح‌های مجلهٔ رشد ریاضی برهـان چقدر در فهم بهتـر مطالب آن می‌تواند به شما کمک کند؟

نگار: بـه نظرم طراحی‌های درسـت و خوبی ایـن مجله دارد و با مطالب آن منطبق اسـت. وقتی عکس با متن هماهنگ باشد، فهم مطلب آسان‌تر است.

فاطمه: به نظر من هـم طراحی‌های مجله با موضوع‌های آن مطابقت دارد.

● آیا گفت‌وگوها و گزارش‌های مجله را هم دنبال می‌کنید؟

نگار: گفت‌وگو با دانش‌آمـوزان موفق و هم‌سن و سال بسیار کار جالبی است. زیرا باعث می‌شـود دانش‌آموزان به خودشان توجه بیشتری داشته باشند. از طرف دیگر حرف‌های بچه‌های هم‌سـن و سال برای هم پذیرش بیشتری دارد. این گفت‌وگوها باعث می‌شوند ما به سمت کارهای خلاقانه و یادگیری بیشتر، تمایل پیدا کنیم.

فاطمه: ضمن تأیید صحبت‌های دوستم، من هـم معتقـدم حرف‌هـای بچه‌های هم‌سن و سال به ما اعتمادبه‌نفس بیشتری می‌دهد. بنابراین گزارش‌ها و گفت‌وگوهای مجلـه بسـیار مفیدند. با ایـن گزارش‌ها و گفت‌وگوها نشـاط دانش‌آمـوزان برای یادگیری مطالب درسـی ریاضی بیشـتر می‌شود.

● برخـی از مطالب مجلـه به‌طور غیرمسـتقیم یک مبحث علمی را به بچه‌ها ارائه می‌کنند. به نظر شـما چه تفاوتی بین آموزش مسـتقیم با غیرمستقیم وجود دارد؛ مثلاً آموزش از طریق بازی و معما و سرگرمی.

نگار: قطعاً بسیار مفید است. درصورتی‌که مطالب در راسـتای هدف‌های کتاب‌های درسی باشـند، به یقین مفیدند و مطمئناً موجـب انگیزهٔ بیشـتر می‌شـوند. انجام کارهای خلاقانه و کاربردی تمایل ما را به یادگیری افزایش می‌دهد.

فاطمه: بعضی از ایـن مطالب که با بازی و سرگرمی و معما آموزش داده می‌شوند، بیشتر در ذهن بچه‌ها می‌مانند. مثلاً معلم ما خانم پولادوند بعضی از مباحث ریاضی را با شعر و بازی به ما آموزش می‌دهد.

● روش معلم شما در آموزش مباحث ریاضی چگونه است؟ لطفاً مثال بزنید.

نگار: خانم پولادوند روش خیلی مناسبی در تدریس دارد. ایشان از دانش‌آموزان هم در تدریس اسـتفاده می‌کند. گاهی بچه‌ها دست‌سـازه‌های ریاضی دارند و گاهی در قالب بازی ریاضی، بچه‌هـا مباحث را به‌صورت عملی یاد می‌گیرند که این کار باعث می‌شود نکته‌های درسـی در ذهن ما بیشتر ماندگار شود.

فاطمه: با اسـتفاده از کاردستی‌ها، شعر، کارهای عملی و بازی و سـرگرمی و معما درس ریاضی را یـاد می‌گیریم. هر جایی لازم به انجام کارهای عملی باشـد، معلم ما ایـن کار را در کلاس برای بچه‌ها انجام می‌دهد. مثـلاً در درس مربوط به حجم و هندسه ایشـان از ما خواستند یک دایره روی کاغذ بکشـیم و بعد آن را به مخروط تبدیل کنیم.

● تا به حال پیش آمده است مطالعهٔ یک مبحث در مجله یا کتاب غیر از کتاب درسی به شما در فهم بهتر یک مطلب و موضوع ریاضی کمک کند؟

نگار: بلـه. من در یک کتاب علمی دربارهٔ حجم و مساحت نکته‌هایی را یاد گرفتم که باعث شـد این موضوع از کتاب درسی را بهتر بفهمم. زیرا در برخی از کتاب‌ها تمام مباحـث و نکته‌های مربوط به آن موضوع یکجا جمع‌آوری و ارائه شده‌اند.

فاطمه: من هم همین‌طور.

● شـما از مخاطبان خـوب مجله هستید و مطالب متنوع آن را مطالعه می‌کنید. اگر مشـاور سردبیر مجله بودید چه کاری بـرای مجله انجام می‌دادید؟

نگار: من متوجه هستم که مجله با هدف ریاضی طراحی شده است، اما تنوع در ارائهٔ مطالب باعث جذابیت آن می‌شود. پیشنهاد می‌کنم یک سـری مطالـب در خصوص چگونه درسـت مطالعه‌کردن، آموختن و یاد گرفتـن درس ریاضیات در مجله ارائه کنید. یعنی ریاضـی را چگونه بخوانیم تا بهتر نتیجه بگیریم.

فاطمه: بازی‌های فکری و مسابقه که البته با جایزه همراه باشد هم برای ما بچه‌ها که عاشق جایزه هسـتیم، جالب خواهد بود. همچنین مطالب انگیزشـی و یک سلسله سـؤال‌های تسـتی در هر مبحث که به یادگیری ریاضی ما کمک کند.

● برایتان موفقیت‌های روزافزون آرزو داریم.

فاطمه درویشی

معرفی برنامهٔ کاربردی ریاضی اینمث INMATH

یکی از مشکلات آموزش ریاضی در مدرسه‌ها نبود ارتباط بین کلاس درس و اوقات غیردرسی دانش‌آموزان است. معلم تمام فعالیت آموزشی خود را در کلاس انجام می‌دهد و دانش‌آموز هیچ‌گونه دسترسی به معلم در خارج از کلاس برای یادگیری بهتر ندارد. اما همان‌طور که وسایل ارتباطی نظیر تلفن و قوی‌تر از آن اینترنت در حال حذف فاصله‌های فیزیکی در جهان پیرامون ما هستند، شما دانش‌آموزان عزیز نیز می‌توانید با استفاده از روش‌های نوین نظیر برنامه‌های آموزش ریاضی تلفن همراه، از روشی پویا و کامل به‌عنوان یک معلم همیشگی برای استفادهٔ بهینه از اوقات فراغت خود استفاده کنید و یادگیری این درس را برای خود جذاب سازید.

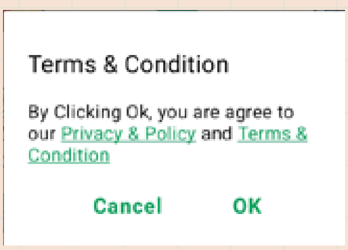
با همین هدف ما قصد داریم یک برنامهٔ تلفن همراه را به شما معرفی کنیم که مانند یک معلم ریاضی است و شما می‌توانید همیشه آن را همراه خود داشته باشید. «اینمث»[1] برنامهٔ اندرویدی برای یادگیری ریاضیات است. این برنامه دارای ویژگی‌های زیر است:

- تقریباً تمام فرمول‌های ریاضی برای پایه‌های ۶ تا ۱۲ را ارائه می‌دهد. این برنامه برای دوستداران ریاضی بسیار مفید خواهد بود.
- به شما کمک می‌کند مشکل ریاضی خود را حل کنید و گام‌به‌گام با توضیحات پاسخ دهید.
- دارای بازی‌هایی به شکل مسابقه، برای آزمایش خودتان است تا دریابید چقدر در مورد ریاضی دانش دارید.
- دارای گزینهٔ آموزشی برای افزایش سرعت محاسبهٔ شماست (انواع محاسبه‌های جمع، تفریق، ضرب و غیره).
- حاوی مقالهٔ نمونه، کتاب‌های «انسرت»[2]، راه‌حل‌های انسرت و یادداشت‌های انسرت. شما به‌سادگی می‌توانید آن‌ها را دریافت و مطالعه کنید.
- دارای بازی «ری‌دل»[3] است که به افزایش قدرت تفکر تحلیلی و توانایی‌های استدلال شما کمک می‌کند.

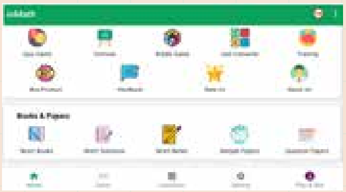
برای دریافت این برنامهٔ جذاب ریاضی می‌توانید آن را در «کافه بازار» جست‌وجو و نصب کنید.

نکته: تمام ابزارها و گزینه‌های این نرم‌افزار به زبان انگلیسی هستند و به این دلیل ممکن است همان ابتدا برای شما سخت به نظر برسد. اما روابط ریاضی معمولاً در زبان‌های متفاوت به یک شکل بیان می‌شوند و شما باید بدانید برای داشتن آیندهٔ تحصیلی مناسب، بهتر است از همین ابتدا با این زبان بین‌المللی ارتباط برقرار کنید و با مطالعهٔ منابع انگلیسی، به تقویت زبان انگلیسی خود، به‌خصوص در حوزهٔ تخصصی، کمک کنید.

پس از نصب این برنامه، شمایل M روی صفحهٔ تلفن همراه شما ایجاد می‌شود که دروازهٔ ورود به این نرم‌افزار است. پس از اولین اجرا پیام زیر مبنی بر اینکه برنامه حریم خصوصی شما را رعایت می‌کند ظاهر می‌شود که شما با انتخاب گزینهٔ Ok وارد برنامه خواهید شد.



صفحهٔ اولیهٔ این برنامه مانند شکل بعدی است که هر کدام را به‌صورت مختصر برای شما توضیح خواهیم داد.



ابزار بخش Contents (محتوا):

از این ابزار همان‌طور که از نام آن مشخص است، برای ورود به یک بازی استفاده می‌شود که شبیه یک آزمون چهارگزینه‌ای طراحی شده است و تمام سؤال‌های آن به اطلاعات شما در مورد ریاضی مربوط است که باید در یک فرصت ۳۰ ثانیه‌ای به آن پاسخ دهید. (برای مثال، در شکل سمت راست سؤال این است که هر کیلوگرم معادل چند گرم است؟)

از این ابزار برای آموزش ریاضی به‌صورت سطح‌بندی استفاده می‌شود. با اجرای این گزینه صفحه‌ای به شما نشان داده می‌شود که شامل بخش‌های متفاوت آموزش است که سطح‌های اول، دوم و سوم آن مناسب دورهٔ اول است که اشاره‌ای به آن‌ها خواهیم داشت. با پویش رمزینه ادامهٔ مطلب را مطالعه کنید.

پی‌نوشت‌ها
1. InMath
2. NCERT
3. Riddle

کاردستی کاغذی

علیرضا محمدصالحی

قبلاً گفتیم که تمام روش‌های تازدن کاغذ بر اساس دو نوع تای «دره‌ای» و «قله‌ای» است. اما جدا از دره‌ای یا قله‌ای بودنِ تا، یک برگهٔ کاغذی را به چند روش می‌توان تا کرد؟ اگر هیچ ابزاری به‌جز خود کاغذ و تا نداشته باشیم، چه نوع خط‌های تایی می‌توانیم ایجاد کنیم؟

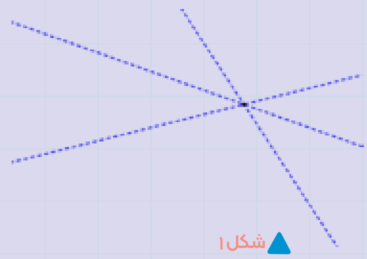
هر وقت تا می‌زنیم، در واقع داریم یک طرف صفحه را روی طرف دیگر قرار می‌دهیم، انگار که همه چیز را از یک طرف خط تا به طرف دیگر آن منتقل کرده‌ایم. بنابراین هر خط تا مثلِ یک خط تقارن عمل می‌کند و ما برای کشف اتفاقات هندسی و ریاضیاتی در «کاغذوتا» باید این خطوط تقارن را بشناسیم.

مواد لازم ما مثل همیشه (؟) خط و نقطه خواهند بود.

فرض کنید یک تکه کاغذ داریم (ترجیح دارد مربعی باشد!). البته بهتر است به جای اینکه فقط فرض کنید، چند برگه بردارید و کمی آزمایش انجام دهید.

مواد لازم: صفحه (ترجیحاً کاغذی و مربعی)، خط، نقطه

با داشتن فقط یک نقطه چه تاهایی می‌توان ایجاد کرد؟ آهان! می‌توانیم طوری تا بزنیم که از نقطه بگذرد (انگار که نقطه را با تقارن روی خودش قرار داده‌ایم، چون خط تقارن از خود آن می‌گذرد!). ولی چندتا از این خطها وجود دارد؟ یکی؟ دوتا؟ ... بیشتر از آن هستند که بشود آن‌ها را شمرد. پس فعلاً **هیچ خط مشخصی** ایجاد نکرده‌ایم!



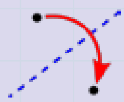
شکل ۱

حال که با نقطهٔ تنها کاری از دستمان برنمی‌آید، بیایید یک نقطهٔ دیگر به آن اضافه کنیم. اگر دو نقطه روی صفحه داشته باشیم (که داریم؛ مثلاً گوشه‌های کاغذ)، اولین خط تایی که به ذهنتان می‌رسد چیست؟

درست حدس زدید! **از دو نقطه یک خط تا می‌گذرد.** (شکل ۲)

شکل ۲. تای ۱

شاید هم حدس اول شما این یکی بوده باشد (شکل ۳):

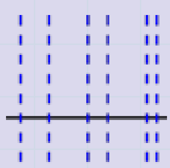


شکل ۳. تای ۲

یعنی با تا زدن، یک نقطه را روی نقطهٔ دیگر بگذاریم.

آیا کار دیگری هست که فقط با دو نقطه انجام دهیم؟ کارهایی که در بالا انجام دادیم شما را به یاد چه چیزهایی در هندسه می‌اندازند؟

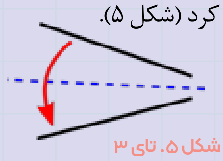
حالا بیایید برویم سراغ خط. با یک خط چه تایی می‌توانیم ایجاد کنیم؟ بله می‌شود خودِ خط را تا زد که در این صورت چیز جدیدی به دست نخواهیم آورد. اما اگر خط را با تازدن روی خودش بیندازیم چه؟ چندتا از این تاها می‌شود ایجاد کرد؟ (شکل ۴)



شکل ۴

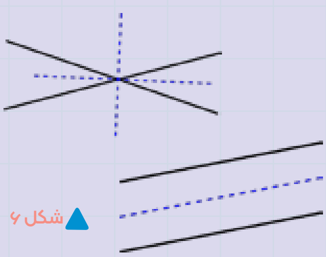
همانطور که دیدیم، این خطها بر خط ما عمود هستند (که البته این کشف مهمی است!). ولی این خطها هم بی‌شمار هستند و باز هم خط مشخصی پیدا نکرده‌ایم! بهتر است ناامید نشوید، چون خیلی به کشف‌های مهم‌تر نزدیک شده‌ایم.

با یک خط هم کاری به پیش نبردیم، پس این بار دو خط روی صفحه در نظر بگیریم (مثلاً ضلع‌های کاغذ یا هر خط دیگری در صفحه). سخت نیست که ببینیم این دو خط را می‌توان با یک تا روی یکدیگر تصویر کرد (شکل ۵).



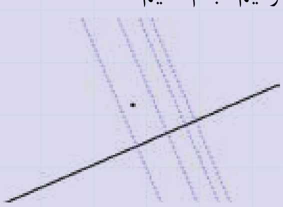
شکل ۵. تای ۳

در هندسه به این خط تای ایجاد شده چه می‌گوییم؟ آیا حالتِ قرارگرفتن دو خط نسبت به هم، تأثیری در تای به دست‌آمده دارد؟ (شکل ۶)



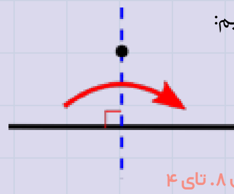
شکل ۶

این بار بیایید از یک نقطه و یک خط استفاده کنیم (شکل ۷). چه کارهایی می‌توانیم انجام دهیم؟



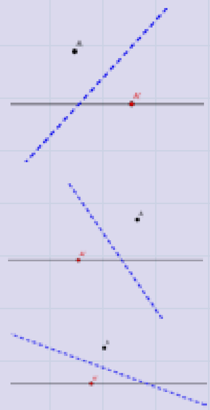
شکل ۷

قبل از هر چیز بد نیســت ســراغ کار ناتمام خود در شــکل ۴ برویم. با یک خط توانستیم خط‌های زیادی عمود بر آن رسم کنیم. حال برای به‌دســت‌آوردن یک خط تای مشخص می‌توانیــم از ترکیب آن خط‌هــای عمود با نقطه‌ای که داریم استفاده کنیم. حتماً یادتان هست که از یک نقطه فقط یک عمود بر یک خط می‌توان رســم کرد. پس اگر خط را روی خودش تا بزنیم (یعنی تا بر خط عمود باشد) و آن خط تا از نقطهٔ مورد نظر ما بگذرد به چنین تایی می‌رسیم:



شکل ۸. تای ۴

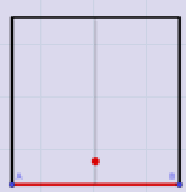
تا اینجا ۴ نوع خط تای کاملاً مشخص ساختیم. با ترکیب یک نقطه و یک خط چه تای دیگری قابل انجام است؟
این بار به جای اینکه خط را روی خودش قرار دهیم، بیایید نقطه را روی خط قرار دهیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟



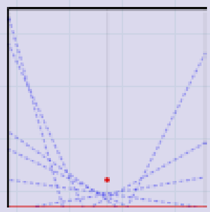
شکل ۹ نقطه‌های قرمز تصویر نقطه‌های مشکی روی خط هستند.

برای اینکه دقیق‌تر آزمایش کنیم، بیایید خط و نقطهٔ مورد نظر خود را مشخص کنیم: خط پایین صفحه (ضلع پایین برگه) و نقطه‌ای روی خط تقارن عمودی صفحه کمی بالاتر از ضلع پایینی (مانند شکل ۱۰).

شکل ۱۰

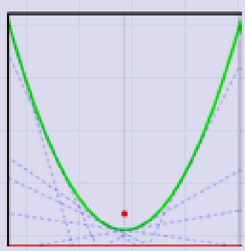


حال سعی کنید خط قرمز(ضلع AB) را روی نقطهٔ قرمز قــرار دهید و تای ایجاد شده را محکم کنید. حداقل ۶ بار چنین تاهایی از چپ و راست بزنید.



شکل ۱۱. خط‌هــای آبــی تعــدادی از تاهای ایجاد شده هستند.

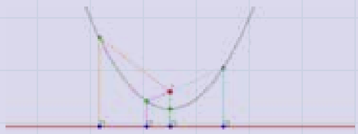
شــما هم با چند بار تازدن به خط‌هایی شبیه شکل ۱۱ می‌رسید. آیا شکلی را که داخل خط‌های آبی به وجود آمده اســت، می‌شناسید؟ اگر بی‌نهایت از این خط‌ها را تا بزنیم به یک منحنی مانند شــکل ۱۲ می‌رسیم.



شکل ۱۲. منحنی سبز، یک سهمی است.

به این منحنی **سهمی** می‌گوییم. اگر تا ابد هم به همیــن روش به تا زدن ادامه دهیم (یعنی نقطــه و خط قرمز را روی هم بگذاریــم)، هیچ‌گاه تاهــای ما وارد سهمی نخواهند شــد! چه چیزی باعث این ویژگی می‌شــود؟ اصلاً این سهمی چیست؟ به بیان دیگر، چه خاصیتی این شکل را پدید می‌آورد؟ بگذارید منظوم را با یک مثال روشــن‌تر کنــم. همهٔ ما می‌دانیم **دایره** چیست: همهٔ نقطه‌هایی که از یک نقطه (مرکــز) فاصله‌ای برابر دارند. این یک توصیف برای دایره است. **سهمی** را می‌شــود با داشتن یک نقطه و یک خط رســم کــرد و آن را این‌گونه توصیف می‌کنیم:
همهٔ نقطه‌هایی که فاصلــهٔ آن‌ها از یک نقطه و یک خط مشخص برابر است.

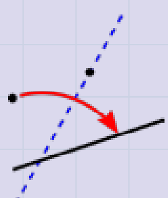
در شــکل ۱۳ این تعریف را بهتر متوجه می‌شوید:



شکل ۱۳

همان‌طــور کــه در تصویــر پیداســت، پاره‌خط‌های همرنگ با هم برابرند. یعنی نقطه‌های سبزرنگ روی سهمی هرچقدر با نقطــهٔ قرمز (A) فاصلــه دارند، همان قــدر هم با خط قرمز فاصله دارند. در این حالت به اصطلاح می‌گوییم که این سهمی توســط نقطه و خط قرمز ما **تولید** شده است. (همهٔ این‌ها به تاهای ما چه ربطی داشت؟)
حالا کاملاً آماده‌ایم که ســراغ تای بعدی برویم. اگر یادتان باشد، داشتیم یک نقطه را روی یــک خط تا می‌زدیم (یا برعکس، فرقی ندارد). امــا دیدیم که به خط‌های بسیار زیادی رسیدیم. (و در راهمان یک منحنی جدید کشــف کردیم.) وقت آن است که کارمان را دقیق به پایان برسانیم و یک خط تای مشــخص معرفی کنیم. برای این کار کافی اســت که یک نقطهٔ دیگر با شرایط زیر اضافه کنیم:

تای ۵:
اگر یک خط و دو نقطه داشــته باشــیم، می‌توانیــم طوری تا بزنیــم که خط تا از یک نقطه بگذرد و نقطهٔ دیگر را روی خط تصویر کند.

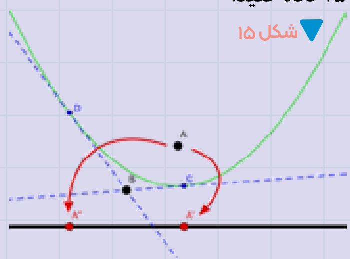


شکل ۱۴. تای ۵

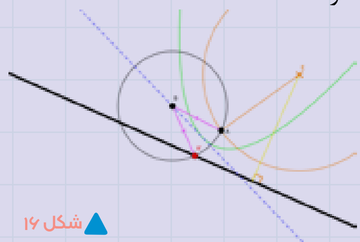
با توجه به آنچه در بالا گفتیم، این کار در چه شرایطی امکان‌پذیر است؟
فرض کنید اســم نقطه‌ای که قرار است روی خــط بیفتد A و نقطــه‌ای که تا از آن می‌گذرد B باشد. در این صورت باید فاصلهٔ B با A بیشــتر از فاصلهٔ B با خط باشد. چرا؟ (امتحان کنید!) اگر اسم تصویر A را 'A بگذاریم، دقت کنید که قرار است 'A روی خط بیفتد. چون قرار است تا (که خط تقارن است) از B بگذرد، پس AB با

A'B برابر است. بنابراین اگر فاصلهٔ B با A کم‌تر از فاصلهٔ B با خط باشد، تصویر A روی خط وجود نخواهد داشت! به شکل ۱۵ نگاه کنید.

شکل ۱۵



آیا همیشه دو خط تا با این خاصیت وجود دارد؟



شکل ۱۶

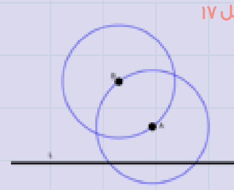
این یعنی باید B بیرون از سهمی تولیدشده توسط نقطهٔ A و خط باشد. (چرا؟) مثلاً در شکل ۱۶، نقطهٔ E (درون سهمی) فاصله‌اش با خط مشکی زیادتر از EA است، پس هیچ‌گاه نمی‌توان خطی روی آن تا کرد که نقطهٔ A را روی خط مشکی بیندازد.

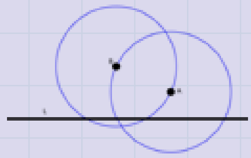
بهترین راه برای فهمیدن موضوع این است که کاغذی را که در دست دارید تا بزنید و تای مورد نظر را برای نقاط درون و بیرون سهمی امتحان کنید. در واقع هر تایی شبیه تای ۵، سهمی را فقط در یک نقطه قطع می‌کند (یا با آن تماس دارد) و به همین دلیل به آن «خط مماس» می‌گویند.

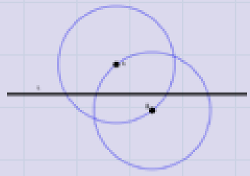
حالا خودتان را امتحان کنید!

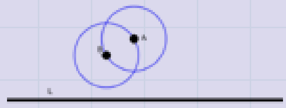
در تصویرهای زیر، دو نقطه و یک خط داده شده‌اند و شعاع دایره‌ها با هم برابرند. در هر تصویر چطور می‌توان تای ۵ را انجام داد؟ یعنی خط تا را از کدام نقطه بگذرانیم تا نقطهٔ دیگر روی خط L بیفتد؟ در هر حالت، چندتا از این تاها وجود دارد؟

شکل ۱۷





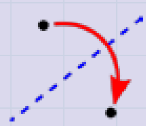




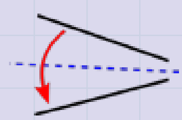
تا اینجا ۵ نوع تای اصلی را معرفی کرده‌ایم که جزو اصول اوریگامی حساب می‌شوند. در ادامه، هفت تای اصلی اوریگامی نشان داده شده‌اند. هر کاری که با تازدن خط صاف روی کاغذ قابل انجام باشد، ترکیبی از همین اصول است!

۱. از دو نقطه یک خط تا می‌گذرد.

۲. دو نقطه را می‌توان با یک خط تا روی هم قرار داد.

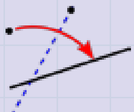


۳. دو خط را می‌توان با یک خط تا روی هم قرار داد.

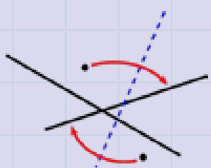


۴. از یک نقطه می‌توان یک خط تا بر یک خط عمود کرد.

۵. اگر دو نقطه و یک خط داشته باشیم، می‌توان طوری تا زد که از یک نقطه بگذرد و نقطهٔ دیگر را روی خط بیندازد. (البته با شرایطی که دیدیم.)

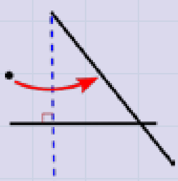


۶. اگر دو نقطه و دو خط داشته باشیم، می‌توان صفحه را طوری تا زد که یکی از نقطه‌ها روی یکی از خط‌ها و نقطهٔ دیگر روی خط دیگر قرار بگیرد.



اگر فکر می‌کنید تای ۶ (اصل ۶) کمی پیچیده به نظر می‌رسد حق با شماست! بهترین راه درکِ آن، این است که کاغذ را بردارید و امتحان کنید. در آینده با این تا زیاد سر و کار خواهیم داشت و شرایط آن را بررسی خواهیم کرد.

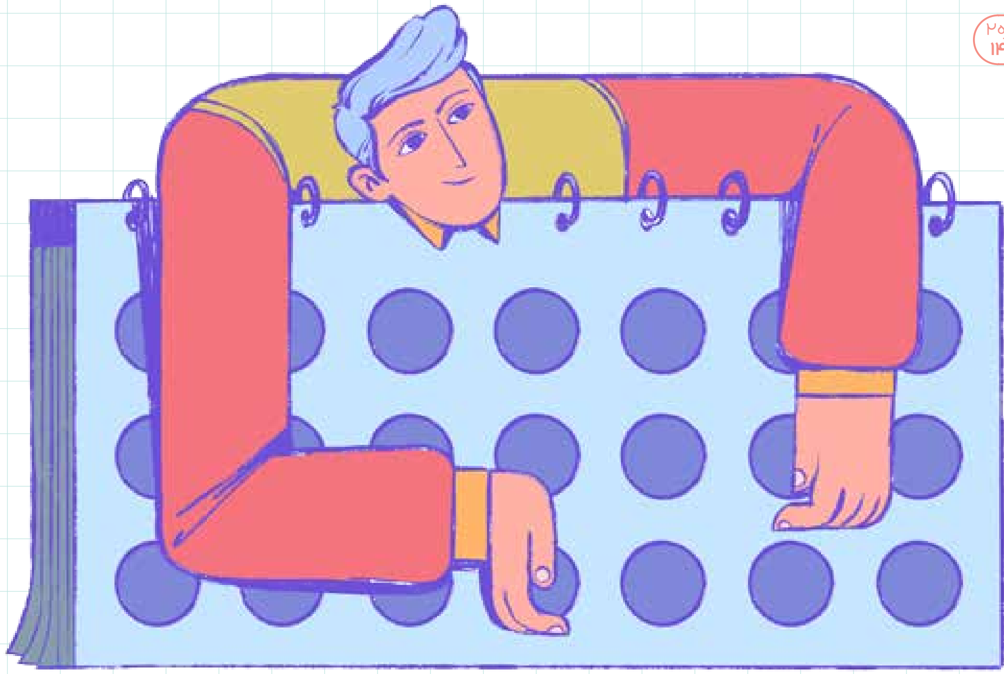
آخرین اصل:



۷. اگر دو خط و یک نقطه داشته باشیم، می‌توان طوری تا زد که خط تا بر یکی از خط‌ها عمود باشد و نقطه را روی دیگری بیندازد.

آیا می‌توانید بگویید تای۷ چه زمانی قابل انجام است؟

در آینده، اصول ۶ و ۷ را بررسی خواهیم‌کرد. سپس با استفاده از تاهای معرفی شده، مسئله‌های متفاوتی را در ریاضی و هندسه حل می‌کنیم.



بازی با تقویم

محرم ایردموسی

یک

از یـــک تقویم، جدول روزهای یک ماه را انتخاب کنید؛ مانند تقویم آبان‌ماه ۱۴۰۱.

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۸	۲۹	۳۰				

حـــالا بیایید یک بازی دونفره به کمک دوســـتتان انجام دهید. از او بخواهیـــد یک جدول ۴×۴ از آن جـــدا کند (مانند جدول قرمزرنگ شکل ۱).

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۸	۲۹	۳۰				

شکل ۱

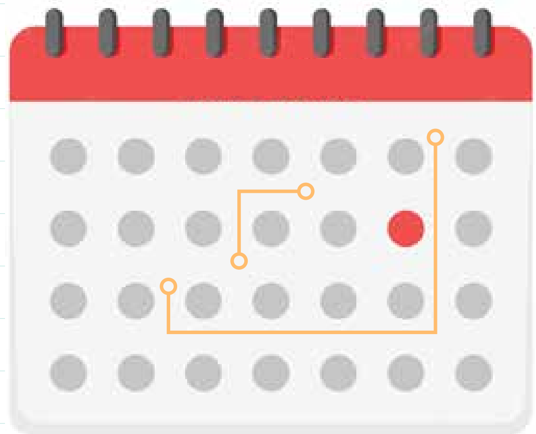
ســـپس از او بخواهید مجموع کوچک‌تریـــن عدد و بزرگ‌ترین عدد جـــدول را بگوید. حالا شـــما می‌توانید بدون آنکـــه جدول انتخابی دوستتان را دیده باشید، مجموع همهٔ عددهای جدول را به دوستتان بگویید. کافی اســـت عددی را که دوستتان گفته است، در ۸ ضرب کنید تـــا مجموع کل عددهای جدول به‌دســـت آید. بـــرای مثال، کوچک‌ترین عدد جدول انتخابی شکل ۱، ۲ و بزرگ‌ترین عدد جدول ۲۶ اســـت. پس عددی که دوستتان می‌گوید ۲۸ است. شما حاصل ۲۸×۸ را باید حساب کنید که می‌شود ۲۲۴. مجموع ۱۶ عدد جدول همین است. امتحان کنید!

دو

اگر کمی در محاسبه سریع باشـــید، حتی می‌توانید همهٔ عددهای جدول انتخابی را هم به دوســـتتان بگوییـــد. برای این کار عددی را که دوســـتتان می‌گوید نصف کنید و حاصـــل را با ۱۲ جمع کنید تا بزرگ‌ترین عدد جدول مشـــخص شـــود. بار دیگر از آن ۱۲ را کم کنید تا کوچک‌ترین عدد جدول هم مشـــخص شود. برای مثال، در جدول شـــکل ۱ اگر ۲۸ را نصف کنیم، عدد ۱۴ حاصل می‌شود. اگر به آن ۱۲ را اضافه کنیم، عدد ۲۶ به‌دست می‌آید که بزرگ‌ترین عدد جدول است و اگر از ۱۴، ۱۲ را کم کنیم عدد ۲ به‌دست می‌آید که کوچک‌ترین عدد جدول است. حالا کافی است که سطر اول را از ۲ شروع کنیم و یکی‌یکی اضافه کنیم تا تکمیل شود و سطر آخر را از ۲۶، یکی‌یکی کم کنیم تا عددهای سطر آخر معلوم شوند. برای سطر دوم کافی است ابتدا ســـتون اول را ۷تا ۷تا اضافه کنید تا مشخص شود. بعد هر سطر را مثل سطر اول کامل کنید.

۲	۳	۴	۵
۲۳	۲۴	۲۵	۲۶

۲			
			۲۶



۵	۴	۳	۲
			۹
			۱۶
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

۷+
۷+

۵	۴	۳	۲
۱۲	۱۱	۱۰	۹
۱۹	۱۸	۱۷	۱۶
۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

بـــا تمرین‌کردن می‌توانید همهٔ این مراحـــل را ذهنی انجام دهید تا دوســـتتان غافلگیر شود. اما خوب است به علت درستی این روش یا الگوریتم هم فکر کنید. دقت کنید که عددهای جدول همگی متعلق به یک ماه از سال باشند.

جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
۴	۳	۲	۱			
۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵
۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹
		۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶

سه

فکر می‌کنید اگر دوســـتتان تنها کوچک‌ترین عدد جدول را به شما می‌داد، می‌توانســـتید همـــهٔ عددهای جدول را بـــه او بگویید؟ اگر بزرگ‌ترین عدد جدول را به شما می‌گفت چطور؟

چهار

آیا همین بـــازی را می‌توانید روی جدول‌هـــای انتخابی ۳×۳ پیاده کنید؟ برای مثال، از دوســـتتان بخواهید یک جدول ۳×۳ از تقویم یک ماه انتخاب کند و عدد وســـط جدول را به شـــما بگوید. شـــما برای به‌دســـت آوردن سریع مجموع ۹ عدد جدول، کافی است عدد دوستتان را در ۹ ضرب کنید! چرا؟

پنج

آیا برای جدول‌های ۴×۳ هم می‌توان این بازی را انجام داد؟ امتحان کنید.

شش

اگر تعداد روزهای هر ماه ۴۰ روز باشـــد و به جای هفت روز هفته، هشت روز هفته داشته باشیم، فکر می‌کنید این بازی باز هم عملی باشد؟ امتحان کنید.

هفت

از دوســـتتان بخواهیـــد جدولـــی ۴×۳ از یک ماه انتخـــاب کند و کوچک‌ترین عدد جدول را به شـــما بگوید. آیا می‌توانید راهی پیدا کنیـــد که بزرگ‌ترین عدد جدول را بـــه او بگویید؟ برای پیدا کردن روش سریع، ببینید چه ارتباطی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد جدول ۴×۳ وجود دارد.

هشت

برای انتخاب جدول ۴×۴ از تقویم یکی از ماه‌های ســـال ۱۴۰۱، در کدام ماه انتخاب‌های کمتری وجود دارد؟

نه

دوست شما برحسب شواهد ادعا می‌کند که کوچک‌ترین عدد جدول ۴×۴ از ۷ بیشتر نیست. به نظر شما این ادعای او درست است؟

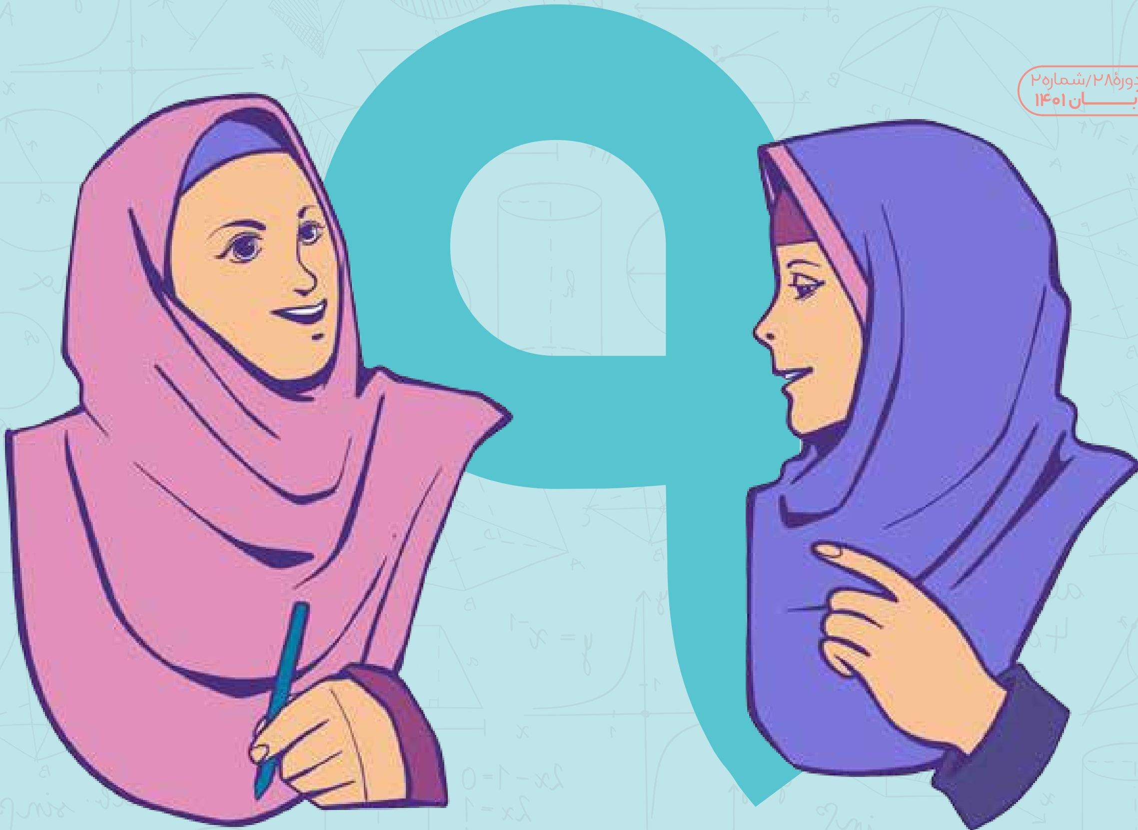
ده

از دوستتان بخواهید یک جدول ۴×۴ از یک ماه انتخاب کند. سپس ۴ عدد از جدول را که هیچ دوتایی از آن‌ها در یک ســـطر یا در یک ستون نباشند، با هم جمع کند و عدد حاصل را به شما بگوید. شما می‌توانید با روش زیر کوچک‌ترین عدد جدول را مشخص کنید: عدد اعلام شده را بر ۴ تقسیم کنید و از حاصل ۱۲ واحد کم کنید تا به کوچک‌ترین عدد جدول انتخابی بپرسید. امتحان کنید. دربارهٔ علت درستی آن نیز فکر کنید.

جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴
۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
				۳۰	۲۹	۲۸

کوچک‌ترین عدد جدول

مجموع ۴ عدد $= ۵+۱۰+۱۸+۲۷=۶۰ \Rightarrow \frac{۶۰}{۴}-۱۲=۳$



محاسباتی که مقصد آن‌ها عـــــدد ۹ است

عباس قلعه‌پوراقدم

در شـــمارۀ ۱۲۶ مجله (دی ماه ۱۴۰۰) چند ویژگی جالب عدد ۹ را برایتان نوشته بودم که یکی از آن‌ها به این صورت است:

۱ یک عدد به دلخواه انتخاب کنید.
من عدد ۲۴۵۹ را انتخاب می‌کنم. شما هم عددی را در نظر بگیرید.

۲ رقم‌هـــای عدد انتخابی را از آخر به اول بنویســـید. این کار را مقلوب‌کردن می‌گویند. مثلاً مقلوب عدد ۳۷۸ می‌شود ۸۷۳. من عدد ۲۴۵۹ را انتخاب کرده بودم. آن را مقلوب می‌کنم، می‌شـــود ۹۵۴۲. شما هم عدد خودتان را مقلوب کنید.

۳ اختلاف عدد انتخابی و مقلوبش را به دست آورید.
من عدد ۲۴۵۹ را از ۹۵۴۲ کم می‌کنم: ۹۵۴۲ - ۲۴۵۹ = ۷۰۸۳
شما هم این مرحله را اجرا کنید.

نتیجۀ نهایی این ســـه مرحله همیشه مضربی از ۹ خواهد بود. یعنی بر ۹ بخش‌پذیر خواهد بود. برای اینکه بدانید عددی بر ۹ بخش‌پذیر اســـت یا نه، می‌توانید به جای تقســـیم‌کردن، مجموع رقم‌های آن را به دســـت آورید. اگر مجموع بر ۹ بخش‌پذیـــر بود، عدد اولیه هم بخش‌پذیر است. نتیجۀ نهایی محاسبه‌های من عدد ۷۰۸۳ بود که بر ۹ بخش‌پذیر اســـت. چون مجموع رقم‌های آن (۳ + ۸ + ۰ + ۷) برابر ۱۸ است و می‌دانیم که ۱۸ مضرب ۹ است.

حال می‌خواهم ویژگی دیگری از ۹ را برایتان نقل کنم که مشـــابه یا بهتر است بگویم صورت دیگری از موردی است که در بالا اشاره شد. شما می‌توانید با اســـتفاده از این خاصیت ۹ یک بازی ترتیب دهید مانند بازی زیر که بین **نگار** و **نسترن** انجام شده است:

نگار: نســـترن! یک عدد با دو شـــرط در نظر بگیر: اول اینکه یک‌رقمی نباشـــد، دوم اینکه تمام رقم‌های آن مثل هم نباشند. مثلاً اگر عدد سه رقمی در نظر گرفتی، عددهایی مانند ۱۱۱، ۲۲۲، ۳۳۳ و ... که تعدادشان ۹ تا است، نباشد. ولی مثلاً انتخاب ۲۲۷ یا ۳۴۳ مانعی ندارد. عدد را روی کاغذ بنویس، ولی به من نشان نده.

نسترن عدد ۳۸۲ را در نظر می‌گیرد و یادداشت می‌کند.

نگار: حالا با جابه‌جاکردن رقم‌های آن عدد، عدد دیگری بساز.

نســـترن از میان عددهایی که با رقم‌های ۳، ۸ و ۲ می‌توان ساخت، عدد ۸۲۳ را انتخاب می‌کند.

نگار: این دو عدد را از هم کم کن.

نسترن: ۸۲۳ – ۳۸۲ = ۴۴۱

نگار: حالا رقم‌های حاصل تفریق را با هم جمع کن. اگر حاصل جمع دو رقمی شد، باز رقم‌هایش را جمع کن تا به عدد یک رقمی برسی.

نسترن عددهای ۴، ۴ و ۱ را جمع می‌کند و به ۹ می‌رسد.

نگار: آیا کار تمام است؟

نسترن: بله.

نگار: تو به عدد ۹ رســـیده‌ای. همیشه همین طور است. مقصد تمام این محاسبه‌ها عدد ۹ است.

نسترن: اجازه بده یک عدد چهار رقمی در نظر بگیرم. انتخاب من ۵۲۳۹ است. با رقم‌های آن عددهای زیادی ساخته می‌شوند که من عدد ۳۹۲۵ را انتخاب می‌کنم. این دو را از هم کم می‌کنم:

۵۲۳۹ – ۳۹۲۵ = ۱۳۱۴

رقم‌های ۱۳۱۴ را جمع کنیم باز ۹ می‌شود. جالب است.

نگار: من عدد پنج رقمی ۲۹۹۸۶ را در نظر می‌گیرم که دو رقم تکـــراری دارد. بـــا رقم‌های آن عدد ۹۸۹۶۲ را می‌ســـازم. از هم کم می‌کنم: ۹۸۹۶۲ - ۲۹۹۸۶ = ۶۸۹۷۶. حالا رقم‌های ۶۸۹۷۶ را جمع می‌کنم که می‌شود ۳۶ و رقم‌های ۳۶ را جمع می‌کنم که می‌شود ۹. امیـــدوارم این ســـرگرمی را انجام دهید. یادتان باشـــد در دورۀ دوم متوسطه خواهید توانست این ویژگی ۹ را ثابت کنید.

کاغذوتا

اریگامی

ماندالای پنج‌ضلعی

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را پویش کنید.

نام این طرح ماندالای پنج‌ضلعی است و طراح آن آقای مهیار حسین‌خانی است.

چه کسی یاقوت را برد؟

برای‌دیدن‌پاسخ رمزینه‌را پویش کنید.