وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هشتم/شماره ۱۳۳

رشد برهان ۱ ریاضی

۳

ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
۴۰ صفحه/ آذر ۱۴۰۱
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
ISSN :1735-4943

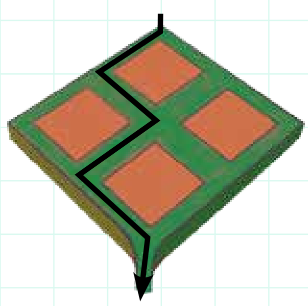
احتمال آب‌نبات سبز!

چند راه؟

برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

مهدی هر روز صبح از ویلای خود که در شمال کشور و نزدیک دریا قرار دارد، به پیاده‌روی می‌رود. در محوطهٔ حیاط و باغ پهلوی خانهٔ آن‌ها یک راه به شکل لوزی با چهار قسمت چمن‌کاری شده قرار دارد. مهدی تصمیم می‌گیرد هر روز یک راه را برای خارج‌شدن انتخاب کند. او فقط به سمت جلو حرکت می‌کند، و به عقب برنمی‌گردد و هیچ مسیری را هم دوباره طی نمی‌کند. چند راه متفاوت برای مهدی وجود دارد؟

یکی از راه‌ها برای نمونه رسم شده است.



بســــــم الله الرحمن الرحیم

اللّهم صلّ علی **محمد** و آل **محمد** و عجل فرجهم

رشد برهان ۱ ریاضی

۳

خیر دنیا و آخرت با دانش است و شرّ دنیا و آخرت با نادانی.
رسول اکرم (ص) «بحارالانوار، ج۷۹، ص۱۷۰»

وزارت آمــوزش‌وپــرورش سازمان پــژوهـش و برنامــه‌ریزی آموزشی
دفتــر انــتـشــارات و فــنــاوری آمــوزشـــی www.roshdmag.ir
دوره بیســـت‌وهــشتـم/شمـــــارۀ پی درپی **۱۳۳**/ آذر **۱۴۰۱**
ماهنـامـه آموزشـی و تربیتـی بـرای دانـش‌آمـوزان دورۀ اول متـوسطـه
ISSN:1735-4943 / پیـامک: **۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲** / **۴۰** صفحه

مدیرمسئول: محمدصالح مذنبی/ **سردبیر:** حسین نامی ساعی/ **مدیرداخلی:** پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، رضا حیدری قزلجه، روح‌الله خلیلی بروجنی، خسرو داودی، محمدرضا سیدصالحی، مرتضی مرتضوی، داود معصومی مهوار، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی/ **مدیر هنری:** کوروش پارسانژاد/ **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگران: سام سلماسی/ حسین یوزباشی

در این ماه؛ آذر ۱۴۰۱: **پنجم:** روز بسیج مستضعفان **هفتم:** روز نیروی دریایی **نهم:** روز بزرگداشت شیخ مفید **دوازدهم:** ولادت حضرت زینب سلام الله علیها و روز پرستار و به وَرز **بیست و پنجم:** روز پژوهش **سی ام:** جشن شب یلدا شرح مناسبت های ماه را با پویش رمزینۀ مقابل ببینید.

سخن سردبیر

ریاضی و مدرسه

ریاضی و کاربرد

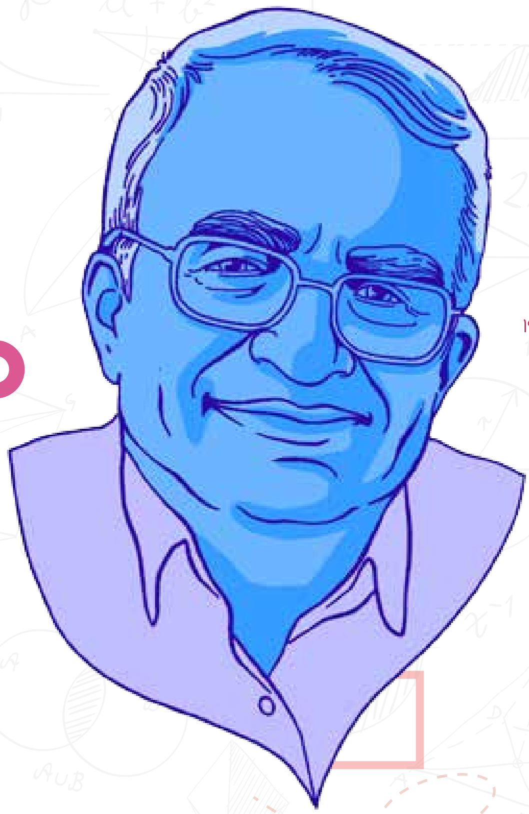
گفت‌وگو

ریاضی و تاریخ

ریاضی و سرگرمی

ریاضی و نرم‌افزار

ریاضی و مسئله



در سال ۱۳۶۹ که در کارگاه آماده‌سازی برای شرکت در المپیاد ریاضی به اهواز رفته بودیم، او یکی از استادان ما بود. آن دوره به پیشنهاد او و تنها در سال ۱۳۶۹ برگزار شد ...

صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

قیمت ۷۵۰۰۰ ریال

خانوادۀ مجلات رشد همـۀ تلاش خود را کرده است تا این مجله در **دسترس عموم** دانش‌آموزان قـرار گرفته و همـۀ کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی‌مـان **امکـان تهیـۀ** آن را داشتـه باشند.

برای مشاهدۀ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامـۀ رشد ریاضی برهان متوسطـۀ اول، رمزینه را پویش کنید.

حسین نامی‌ساعی

احتمال آب‌نبات سبز!

چند روز آینده هوا چطور است؟ سرد است؟ گرم است؟ بارانی است؟ برفی است؟ احتمال وقوع باران‌های سیل‌آسا چقدر است؟ و ...
جاده چطور است؟ پرترافیک است؟ روان است؟ احتمال کولاک، بهمن یا ریزش سنگ چقدر است؟ و ...

بله دوستان. پیش‌بینی ترافیک جاده‌ای و شرایط آب و هوا، قبل از برنامه‌ریزی برای سفر و گردش برای همه مهم است. همه دوست داریم در شرایطی سفر کنیم که احتمال ترافیک روان و آب و هوای خوبی در ایام سفر داشته باشیم. پیش‌بینی و احتمال در زندگی ما نقش بسیار مهمی دارد. برای همین در این یادداشت قصد داریم شما را با مفهوم احتمال بیشتر آشنا کنیم. شاید رایج‌ترین مثال واقعی در استفاده از احتمال، پیش‌بینی آب و هوا باشد. پیش‌بینی‌کنندگان هواشناسی از احتمال استفاده می‌کنند تا میزان احتمال وجود باران، برف، ابر و غیره را در یک روز معین در یک منطقهٔ خاص پیش‌بینی کنند. در حال حاضر، احتمال، به غیر از آب و هوا و ترافیک، به‌طور گسترده‌ای در تمام بخش‌های زندگی روزمره کاربرد وسیع و نقش حیاتی دارد؛ از جمله در مسابقه‌های ورزشی و بازی‌ها، تعیین گروه‌های خونی، پیش‌بینی جنسیت نوزاد، خرید و فروش‌ها، و تحلیل‌های اقتصادی و سیاسی.

احتمال چیست؟

احتمال در واقع شانسی است که اتفاق می‌افتد. تعریف ساده‌تر این است که چقدر احتمال دارد اتفاقی بیفتد. هر زمان که در مورد نتیجهٔ یک رویداد مطمئن نیستیم، می‌توانیم در مورد احتمالات برخی از نتایج نظر بدهیم، پیش‌بینی کنیم که احتمال آن‌ها چقدر است و شرایط رویدادها را با استفاده از احتمال تجزیه و تحلیل کنیم. یک مثال برای فهم احتمال که همهٔ شما با آن آشنا هستید، مثال انداختن یک سکه است. وقتی یک سکه را می‌اندازیم، تنها دو نتیجهٔ ممکن وجود دارد: روی سکه و پشت سکه که احتمال رخداد رو و پشت سکه در این دو حالت ۵۰ درصد است. یا مثالی دیگر، احتمال انتخاب یک کارت شماره‌دار خاص و مورد نظر از میان تعدادی کارت‌های شماره‌دار است. یا احتمال بیرون‌آوردن یک آب نبات سبز از یک کیسه آب نبات‌های رنگی و یا احتمال آمدن هرکدام از عددهای ۱ تا ۶ پس از انداختن یک تاس. برای مثال، احتمال آمدن عدد ۵ پس از انداختن یک تاس $\frac{1}{6}$ است.

فرمول محاسبهٔ احتمال

احتمال وقوع یک رویداد از نظر محاسبه‌های ریاضی، با تقسیم تعداد نتایج مورد نظر و مطلوب بر تعداد کل نتایج ممکن به‌دست می‌آید. فرمول احتمال به این صورت تعریف می‌شود:

$$\text{احتمال رخداد یک پیشامد} = \frac{\text{(تعداد یک نتیجهٔ مطلوب)}}{\text{(تعداد کل نتایج)}}$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

S فضای نمونه، E رویداد و P احتمال است.

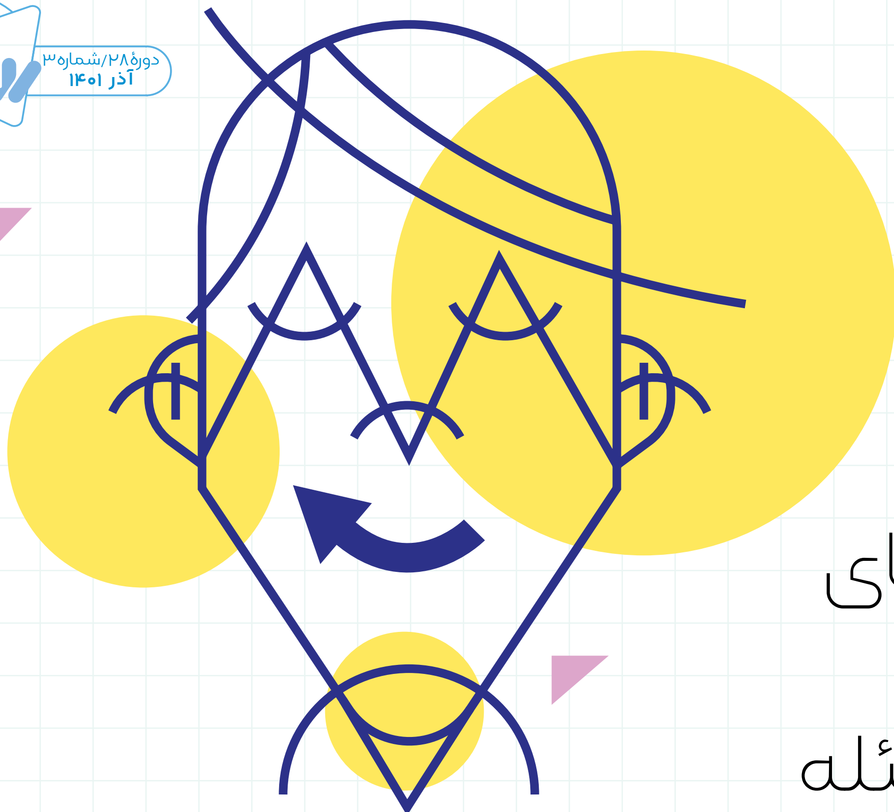
احتمال در ریاضی

احتمال در ریاضیات یکی از مفاهیم مهم است و ابزاری برای اندازه‌گیری است که شانس یا احتمال وقوع یک رویداد و اتفاق را محاسبه و پیش‌بینی می‌کند. احتمال رخداد این شانس بین ۰ و ۱ بیان می‌شود. با ۰ بودن شانس، احتمال وقوع یک رویداد صفر است. با ۱ بودن شانس، امکان وقوع یک رویداد حتمی است. در حال حاضر احتمال شاخه‌ای از ریاضیات است که به توصیف‌های عددی مربوط به میزان احتمال وقوع یک رویداد تصادفی و یا اینکه چقدر احتمال دارد که یک گزاره درست باشد می‌پردازد.

چرا احتمال مهم است

احتمال حوزهٔ مهمی در دنیای علم است که کاربردهای زیادی در زمینه‌های مهندسی، قابلیت اطمینان، پزشکی، زیست‌شناسی، اقتصاد و فیزیک دارد. احتمال به ما کمک می‌کند تا جهان را بهتر درک کنیم. احتمال به دانشمندان کمک می‌کند قطعیت نتایج یک مطالعه یا آزمایش خاص را ارزیابی کنند؛ منظور از آزمایش یک مطالعهٔ برنامه‌ریزی شده است که در شرایطی خاص و کنترل شده اجرا می‌شود و زمانی که یک نتیجه از قبل تعیین نشده باشد. در این شرایط آزمایش به عنوان آزمایشی شانسی و احتمالی درنظر گرفته می‌شود. بچه‌ها فراموش نکنید که مفهوم احتمال به همان اندازه مهم است که درک‌نکردن یا اشتباه درک‌کردن آن. در این باره همین را به خاطر داشته باشید که:

برای اینکه دانش‌آموزی آگاه و کارآمد باشیم، دانستن دربارهٔ احتمال، تسلط بر آن و فهم دقیق آن الزامی است.



محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله
هم‌نهشت‌ها یا منطبق‌ها

تبدیل‌ها و هم‌نهشتی در هندسه

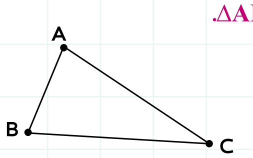
در شماره‌های قبلی با تعریف چندضلعی و ویژگی‌هایی از آن، مانند تعداد قطرها و مجموع اندازه‌های زاویه‌ها آشنا شدیم. در این قسمت با یکی از مهم‌ترین و اساسی‌ترین مفهوم‌های هندسی آشنا می‌شویم که «هم‌نهشتی» یا «قابل انطباق بودن» شکل‌های هندسی است. پس در هندسه، هم‌نهشتی به طور شهودی به معنی بر هم نشستن یا بر هم منطبق‌شدن دو شکل است و شکل مجموعه‌ای از نقطه‌هاست. وقتی با هم‌نهشتی مثلث‌ها آشنا شوید، به دنیایی از حل مسئله‌ها دست می‌یابید. در واقع هم‌نهشتی حرکت روبه‌جلوی هندسه را انجام می‌دهد. وقتی می‌گوییم دو شکل قابل‌انطباق یا هم‌نهشت هستند، شاید برداشت چنین باشد که همواره بتوان یکی از شکل‌ها را طوری حرکت داد که روی دیگری چنان قرار گیرد که همهٔ جزءهای نظیربه‌نظیر روی هم واقع شوند و در واقع دو شکل کاملاً بر هم منطبق شوند؛ بدون آنکه اندازه و ریخت آن‌ها تغییر کند. این همان روشی است که **اقلیدس** برای هم‌نهشتی دو مثلث، هرگاه دو ضلع و زاویهٔ شامل آن دو ضلع با قسمت‌های نظیرش از دیگری هم‌نهشت باشند، به کار برد. اما اقلیدس درک خود را از حرکت بیان نکرده است.

امروزه با توجه به سطحی که هندسه نوشته می‌شود، روش‌های متفاوتی برای هم‌نهشتی بیان می‌شوند. معمولاً در هندسه‌های مقدماتی و دبیرستانی روشی به نام «تبدیل‌های هندسی» توصیه می‌شود. این روش در کتاب‌های درسی بیشتر کشورها مشاهده می‌شود. زیرا تعریفی کلی است و فقط به مثلث‌ها و چندضلعی‌ها محدود نمی‌شود و شامل همهٔ شکل‌های هندسی می‌شود؛ مثلاً هم‌نهشتی هر دو چندضلعی دلخواه، یا هم‌نهشتی دو دایره و غیره.

قبلاً هم‌نهشتی دو پاره‌خط و همچنین دو زاویه را به وسیلهٔ اندازه‌های آن‌ها تعریف کردیم. اما خواهیم دید که با مفهوم تبدیل‌های هندسی، درک این هم‌نهشتی ساده‌تر خواهد بود. مهم‌ترین بخش هم‌نهشتی‌ها مربوط به هم‌نهشتی دو مثلث است.

تعریفی که در مورد چندضلعی‌ها بیان کردیم، شامل مثلث هم می‌شود، اما چون مثلث یکی از مهم‌ترین شکل‌های هندسه است، آن را به‌طور مستقل هم تعریف می‌کنیم.

تعریف: هر گاه سه نقطهٔ متمایز A و B و C روی یک خط نباشند، مجموعهٔ نقطه‌های سه‌پاره‌خط $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ و $\overline{CA}$ را یک مثلث می‌نامیم (شکل ۱) و به این صورت نشان می‌دهیم: ΔABC.



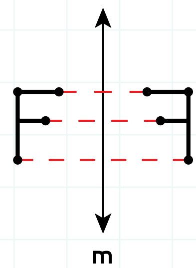
شکل ۱

پس هر مثلث شامل سه پاره‌خط است که روی یک خط نیستند و هر پاره‌خط با پاره‌خط دیگری در نقطه‌های انتهایی خود مشترک است. هر یک از این پاره‌خط‌ها ضلع مثلث هستند و مطابق شکل، زاویه‌های A، B و C سه زاویهٔ مثلث محسوب می‌شوند. هر ضلع شامل دو رأس مثلث و ضلع مقابل به رأس با زاویهٔ سوم مثلث است. مثلاً ضلع $\overline{BC}$ مقابل رأس A یا مقابل $\angle A$ از مثلث است. همچنین، هر زاویهٔ مثلث که شامل دو ضلع آن باشد، به‌طور غیررسمی زاویهٔ بین آن دو ضلع یا به‌طور دقیق‌تر زاویهٔ شامل دو ضلع نامیده می‌شود. بعد از مقدمه‌های بالا به بحث اصلی که هم‌نهشتی است برمی‌گردیم. در اساس مفهوم هم‌نهشتی به یکی از مفهوم‌های اساسی‌تر هندسه گره خورده است که آن را «تبدیل‌های هندسی» می‌نامیم.

تبدیل در هندسه یعنی چه؟

این پرسش در هندسه به قدری اهمیت دارد که وقتی به سطح‌های بالاتر هندسه می‌رسیم، ریاضی‌دان‌ها به کمک آن خود هندسه را توجیه می‌کنند.

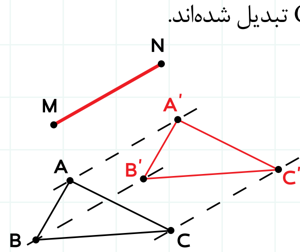
اجازه بدهید با مثال‌های شهودی شروع کنیم. خط m را در صفحهٔ P در نظر می‌گیریم (شکل ۲). حرف F را در صفحهٔ P با یک قلم جوهری رسم می‌کنیم. سپس کاغذ را روی خط m تا می‌کنیم و دوباره باز می‌کنیم. اثر کاغذ در سمت راست خط m تصویر قرینهٔ F را نشان می‌دهد. این را «عمل بازتاب» می‌نامند که همان ویژگی آینه است.



شکل ۲

به‌طور شهودی یک عمل برگرداندن انجام شده است، زیرا صفحهٔ کاغذ را گرد خط m برگرداندیم. در واقع متناظر هر نقطهٔ شکل F، در سمت چپ خط m، نقطه‌ای در سمت راست خط m داریم. مانند آن است که از هر نقطه روی F بر خط m عمودی رسم کنیم و آن را به اندازهٔ خودش امتداد دهیم.

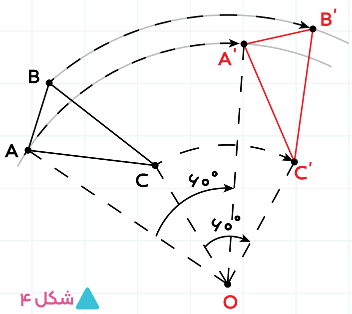
این عمل را می‌توانیم با قانون دیگری نیز انجام دهیم. پاره‌خط $\overline{MN}$ به‌طول ۳ سانتی‌متر در صفحهٔ P مفروض است. ΔABC را نیز در صفحهٔ P در نظر می‌گیریم. از سه رأس ΔABC خط‌هایی را موازی خط $\overline{MN}$ رسم می‌کنیم. سه نقطهٔ 'B، 'A و 'C را روی این سه خط چنان پیدا می‌کنیم که: AA'=BB'=CC'=۳ و 'A، 'B و 'C چنان باشند که مطابق شکل همهٔ سمت‌های راست سه نقطهٔ A، B و C قرار گیرند (شکل ۳). این شرایط مانند آن است که سه نقطهٔ A، B و C به اندازهٔ ۳ واحد روی خط‌های موازی لغزانده شده‌اند تا به نقطه‌های 'A، 'B و 'C تبدیل شده‌اند.



شکل ۳

مشاهده می‌کنید که ΔABC را به موازات خط MN و به اندازهٔ ۳ سانتی‌متر در جهت از M به N لغزانده‌ایم تا بر $\Delta A'B'C'$ منطبق شود. هر نقطهٔ $\Delta A'B'C'$ نظیر یک نقطه و فقط یک نقطه از ΔABC است. این عمل لغزاندن را در ریاضی «انتقال» می‌نامند.

می‌توانیم مشابه دو عمل قبل، عمل چرخاندن را روی نقطه‌ها انجام دهیم که به زبان ریاضی آن را «دوران» می‌نامیم. نقطهٔ O و ΔABC در صفحه مفروض‌اند (شکل ۴). از O به A وصل می‌کنیم و به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم می‌کنیم. سپس از O خطی چنان رسم می‌کنیم که با خط OA زاویه‌ای 60° بسازد. فرض کنیم این خط این دایره را در 'A ببرد. اکنون 'A دوران یافتهٔ A گرد مرکز دوران O و به اندازهٔ زاویهٔ 60° در جهت ساعت‌گرد است.



شکل ۴

همین عمل را برای نقطه‌های B و C انجام می‌دهیم تا نقطه‌های 'B و 'C به دست آیند. در این صورت $\Delta A'B'C'$ دوران یافتهٔ ΔABC گرد نقطهٔ O و به اندازهٔ زاویهٔ 60° است که این جهت دوران یا چرخاندن در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است و آن را «ساعت‌گرد» می‌نامیم. در این حالت نیز نقطه‌های ΔABC طبق قانونی که آن را چرخاندن یا دوران نامیدیم، به نقطه‌های $\Delta A'B'C'$ نظیر شده‌اند.

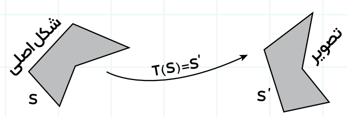
اگر سه مثال بالا را دوباره مرور کنیم، مشاهده می‌کنیم که هرکدام با عملی یا قانونی که تعریف کرده‌ایم، نقطه‌هایی از صفحه را به نقطه‌هایی از همان صفحه نظیر کرده‌اند؛ اولی با برگرداندن یا به زبان ریاضی بازتاب و قرینه پیدا کردن، دومی با لغزاندن نقطه‌ها که همان «انتقال» نامیدیم و سومی با چرخاندن نقطه‌ها که «دوران» نام‌گذاری کردیم. هر کدام از این عمل‌ها، یک «تبدیل» نامیده می‌شوند. پس چنین به نظر می‌رسد که یک تبدیل روندی در صفحه است که نقطه‌هایی از صفحه را به نقطه‌های دیگر آن صفحه، طبق قانون خودش نظیر می‌کند. در واقع، هر یک از این عمل‌ها یک حرکت در هندسه هستند که به‌طور دقیق‌تر آن را «حرکت صلب» نیز می‌نامند؛ یعنی حرکتی که در اثر آن اندازهٔ بین نقطه‌های شکل و ریخت شکل تغییر نمی‌کنند.

بنابراین، با حرکت همهٔ نقطه‌های یک شکل هندسی طبق قانون‌های معین، شکل دیگری پدید می‌آید که آن را تصویر شکل اصلی می‌نامند. این روند «تبدیل» نامیده می‌شود.

تعریف: تبدیل T در صفحهٔ P عملی یا قانونی است که هر نقطهٔ A از صفحهٔ P را دقیقاً به یک نقطهٔ 'A از صفحهٔ P نظیر می‌کند که آن را تصویر A می‌نامیم. برعکس، هر نقطهٔ 'A از صفحهٔ P، تصویر فقط یک نقطهٔ A از صفحهٔ P است.

وقتی تبدیل T نقطهٔ A را به نقطهٔ 'A نظیر می‌کند، آن را به صورت T(A)=A' می‌نویسیم و خوانده می‌شود: تبدیل‌یافتهٔ نقطهٔ A تحت تبدیل T نقطهٔ 'A است. یا 'A تصویر A تحت تبدیل T است. به‌طور کلی اگر شکل 'S تبدیل‌یافتهٔ شکل S تحت تبدیل T باشد (شکل ۵)، می‌نویسیم:

T(S)=S'



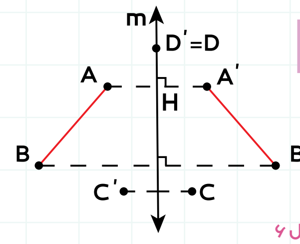
شکل ۵

بنابراین، چهار تبدیل مهم را در صفحه بررسی می‌کنیم که عبارت‌اند از ۱. بازتاب ۲. انتقال ۳. دوران ۴. لغزه.

چون هر سه تبدیل انتقال، دوران و لغزش را می‌توان به کمک بازتاب نیز تعریف کرد، بنابراین ابتدا تبدیل بازتاب را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم.

طرح یک مسئله

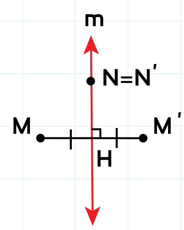
نقطهٔ A و خط m را در یک صفحه در نظر می‌گیریم. از A خطی را بر خط m عمود رسم می‌کنیم تا خط m را در نقطهٔ H ببرد (شکل ۶). بنابراین H پای عمود است.



شکل ۶

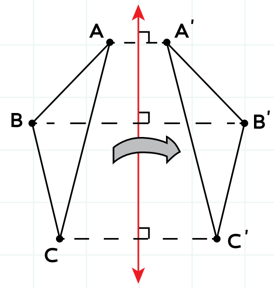
روی خط AH و در طرفی که شامل A نیست، نقطهٔ A' را چنان در نظر می‌گیریم که: AH=HA'. بنابراین طبق یک قانون به ازای نقطهٔ A در صفحهٔ شامل A و خط m، نقطه‌ای مانند A' را نظیر کرده‌ایم. این قانون چیست؟ آن را برای نقطه‌های B و C نیز انجام دهید. اگر نقطهٔ D روی خط m باشد، این قانون چگونه نقطهٔ D' را به آن نظیر می‌کند؟ اگر A'، B' یا C' را داشته باشیم باز هم براساس این قانون می‌توانید A، B یا C را مشخص کنید؟

در واقع این قانون که آن را می‌توانیم یک عمل نیز بنامیم، این‌گونه است که هر نقطهٔ M از صفحهٔ خط m را به نقطه‌ای مانند M' از آن صفحه چنان نظیر می‌کند که $\overline{MM'}$ عمود بر M و همچنین وسط $\overline{MM'}$ روی m واقع است (شکل ۷).



شکل ۷

قبلاً با مفهوم عمودمنصف آشنا شده‌ایم. بنابراین می‌توان گفت، خط m عمودمنصف پاره‌خط $\overline{MM'}$ است. اگر N روی خط m واقع شده، N' نیز همان N است. چرا؟ می‌توانیم این عمل را برای هر شکلی در صفحهٔ خط m نیز انجام دهیم. در شکل ۸ آن را در مورد $\triangle ABC$ مشاهده می‌کنید. این عمل که به هر نقطهٔ صفحه نقطهٔ دیگری از آن صفحه را طبق قانونی نظیر می‌کند، یک تبدیل نام دارد. در مسئلهٔ حاضر این تبدیل بازتاب نیز نامیده می‌شود.



شکل ۸

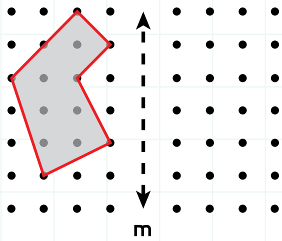
بنابراین تعریف زیر را داریم:

بازتاب: خط m در صفحهٔ P مفروض است. بازتاب نسبت به خط m قانونی است که هر نقطهٔ صفحهٔ P را به نقطه‌ای از آن مانند A' نظیر می‌کند، به‌طوری که خط m عمودمنصف پاره‌خط AA' باشد، و اگر A روی خود m باشد، A' همان A است.

در این صورت خط m را محور بازتاب می‌نامند و نقطهٔ A' را قرینه یا بازتاب A نسبت به خط m می‌نامند. بنابر این تعریف، بازتاب یک تبدیل است.

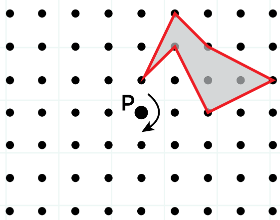
بازتاب را به‌طور شهودی برگرداندن نیز می‌نامند. در شکل ۸ می‌توانید چنان تصور کنید که $\triangle ABC$ گرد خط m برگردانده شده تا بر $\triangle A'B'C'$ منطبق شود. یا به عبارت دیگر، اگر صفحهٔ کاغذ را از روی خط m تا کنیم، $\triangle ABC$ روی $\triangle A'B'C'$ قرار می‌گیرید؛ به‌طوری که A روی A'، B روی B' و C روی C' واقع می‌شوند.

فعالیت: در شکل‌های ۹ تا ۱۱، خط بازتاب m و نقطهٔ P به‌عنوان مرکز دوران و زاویه به اندازهٔ °۱۸۰ به‌عنوان مقدار دوران و پاره‌خطی به اندازهٔ ۳ واحد به‌عنوان مقدار انتقال و جهت انتقال از چپ به راست داده شده است. تصویرهای هر یک از شکل‌ها را پیدا کنید.



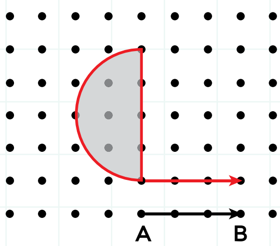
شکل ۹

بازتاب نسبت به خط m



شکل ۱۰

دوران به مرکز P در جهت ساعت‌گرد و با زاویه به اندازهٔ °۱۸۰



شکل ۱۱

انتقال از چپ به راست به اندازهٔ ۳ سانتی‌متر به موازات خط AB

اگر دوران شکل داده‌شده گرد نقطهٔ P را به اندازهٔ °۳۶۰ انجام دهید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
چگونه ممکن است در انتقالی، انتقال‌یافتهٔ یک شکل روی خود شکل واقع شود؟
در بازتاب اگر نقطه‌هایی روی خود محور بازتاب باشند، تصویر آن‌ها چگونه است؟
اگر شکلی محور بازتاب را در یک یا چند نقطه قطع کند، آیا می‌توانید نتیجه بگیرید تصویر یا بازتاب شکل نیز از همان نقطه یا نقطه‌ها می‌گذرد.

بازتاب یکی از مهم‌ترین تبدیل‌های هندسی است، زیرا تبدیل‌های انتقال و دوران و لغزه را می‌توانیم بر حسب آن تعریف کنیم. بنابراین اگر ویژگی‌هایی از تبدیل‌ها را به‌عنوان اصل بپذیریم، می‌توانیم هم‌نهشتی مثلث‌ها را به کمک آن ثابت کنیم.
هندسه‌ای را که به این صورت ساخته می‌شود، «هندسهٔ تبدیل‌ها» می‌نامند.

داود معصومی‌مهوار

استدلال‌هایی برای احتمال

مهره‌ها در کیسهٔ تاریک

● **سایه:** سلام خانم. لطفاً با تمرین ۳ کار را شروع کنیم. گویا این تمرین از محدودهٔ درسی ما بیرون است! برادرم دانشجوست و راه‌حلی برای آن نوشت که مربوط به احتمال شرطی است. من تقریباً فهمیدم راه‌حل چه بود.

● **اعظم:** من هم نتوانستم این مسئله را حل کنم، ولی وقتی راه‌حل‌های پیشرفته و پاسخ نهایی آن‌ها را دیدم، چیزی به ذهنم رسید که اصلاً شبیه استدلال نیست، ولی به نظر درست می‌آید.

● **من:** خب بهتر است شروع کنیم. یک نفر خود مسئله را بازگو کند تا گفت‌وگوهای بعدی روشن‌تر پیش بروند.

تمرین ۳. در کیسه‌ای ۵ مهرهٔ قرمز و ۷ مهرهٔ آبی هست. یک مهره از کیسه بیرون می‌کشیم و بدون آنکه رنگش را ببینیم، آن را در کشوی میز می‌گذاریم. سپس مهرهٔ دیگری را از کیسه بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه مهرهٔ دوم قرمز باشد، چقدر است؟

● **زهرا:** اگر می‌دانستیم مهرهٔ اول چه رنگی بوده است، کار خیلی ساده پیش می‌رفت. همه دراین‌باره نظری یکسان داریم. اگر مهرهٔ اول قرمز باشد، الان باید در کیسه ۴ مهرهٔ قرمز و ۷ مهرهٔ آبی مانده باشد. پس احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم $\frac{۴}{۱۱}$ است. اما اگر مهرهٔ اول آبی باشد، الان باید در کیسه ۵ مهرهٔ قرمز و ۶ مهرهٔ آبی مانده باشد و در این صورت احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم $\frac{۵}{۱۱}$ است. اما همه می‌دانیم که مسئله هیچ یک از این دو حالت نیست. در واقع ما از رنگ مهرهٔ اول خبر نداریم.

توضیحات زهرا:

اگر مهرهٔ اول قرمز باشد، آن‌گاه احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم $\frac{۴}{۱۱}$ است.

اگر مهرهٔ اول آبی باشد، آن‌گاه احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم $\frac{۵}{۱۱}$ است.

● **سایه:** برادرم به کمک همین دو مطلب راه‌حلش را توضیح داد. او گفت احتمال اینکه حالت اول پیش بیاید، $\frac{۵}{۱۲}$ است و احتمال اینکه حالت دوم پیش بیاید، $\frac{۷}{۱۲}$ است. او گفت احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم به شرط قرمز بودن مهرهٔ اول $\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۵}{۱۲}$ است و احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم به شرط آبی‌بودن مهرهٔ اول، $\frac{۵}{۱۱}\times\frac{۷}{۱۲}$ است. در نهایت هم گفت که احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم، مجموع این دو عدد است؛ یعنی:

$$\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۱}+\frac{۷}{۱۲}\times\frac{۵}{۱۱}=\frac{۵\times۴+۵\times۷}{۱۲\times۱۱}=\frac{۵\times۱۱}{۱۲\times۱۱}=\frac{۵}{۱۲}$$

توضیحات برادر سایه

احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم به شرط قرمزبودن مهرهٔ اول، $\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۵}{۱۲}$ است.

احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم به شرط آبی‌بودن مهرهٔ اول، $\frac{۵}{۱۱}\times\frac{۷}{۱۲}$ است.

احتمال قرمزبودن مهرهٔ دوم می‌شود:

$$\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۱}+\frac{۷}{۱۲}\times\frac{۵}{۱۱}=\frac{۵\times۴+۵\times۷}{۱۲\times۱۱}=\frac{۵\times۱۱}{۱۲\times۱۱}=\frac{۵}{۱۲}$$

● **من:** خب، برادر سایه از یکی دو تا قضیه کمک گرفته و عددها را در هم ضرب و گاهی جمع کرده و بالاخره به نتیجه رسیده

است، اما ما هیچ یک از آن قضیه‌ها را بلد نیستیم. پس راه او برای ما پذیرفته نیست.

● **اعظم:** من هم نفهمیدم که چرا باید آن عددها را آن جور در هم ضرب و سپس با هم جمع کرد! ولی یک چیز برایم جالب بود که آن هم نتیجهٔ نهایی محاسبه‌هاست. ببینید، نتیجه $\frac{5}{12}$ است! انگار از همان اول می‌خواهیم از کیسه یک مهره بیرون بکشیم و احتمال قرمزبودن آن را حساب کنیم! به نظر من بی‌ربط نیست. اگر رنگ مهرهٔ اول را می‌دانستیم، احتمال $\frac{4}{11}$ یا $\frac{5}{11}$ می‌شد، ولی رنگ مهرهٔ اول را نمی‌دانیم و مطمئناً هیچ یک از این دو عدد درست نیستند و $\frac{5}{12}$ به نظر درست می‌رسد.

● **مریم:** اعظم به خوبی آن دو عدد را رد می‌کند، ولی برای درستی $\frac{5}{12}$ استدلالی نمی‌آورد.

● **اعظم:** ببین مریم، فکر کن که کیسه‌ای با ۵ مهرهٔ قرمز و ۷ مهرهٔ آبی داری و یک مهره از آن بیرون می‌آوری. روشن است که احتمال قرمزبودن آن $\frac{5}{12}$ است. حالا فکر کن که وقتی می‌خواستی مهره را بیرون بیاوری، اول یکی از مهره‌های درون کیسه را در گوشه‌ای از کیسه جدا نگه می‌داشتی و سپس از بقیهٔ مهره‌ها یکی بیرون می‌کشیدی. معلوم است که هنوز احتمال قرمزبودن مهرهٔ بیرون آمده $\frac{5}{12}$ است.

● **مریم** (و عده‌ای دیگر): این چه حرفی است؟! حالا که دو تا عدد یکی هستند، نباید چنین حرفی بزنی. در این حالتی که گفتی فضای نمونه و پیشامدهای ممکن تغییری نمی‌کنند، ولی در تمرین ۳ چنین وضعی نداریم! در تمرین ۳، مهرهٔ اول واقعاً از انتخاب‌ها کنار گذاشته شده است. آن مهره در کشو است و دیگر امکان بیرون‌آمدن از کیسه را ندارد، ولی اینجا آن مهره‌ای که در کیسه گوشه‌نشین کردی، هنوز می‌توانست از کیسه بیرون بیاید. این دو حالت فرق دارند!

● **لیلا:** خب وقتی اعظم آن مهره را به گوشه‌ای می‌راند و تصمیم می‌گیرد آن را از کیسه بیرون نیاورد، هنوز فکر می‌کنید امکان بیرون آمدن آن از کیسه هست؟

● **زهرا:** مثل اینکه این مسئله اعظم و لیلا را از ما گرفته است! آخر این چه جور استدلالی است؟

● **لیلا:** خب جور دیگری تصور کنید. فکر کنید این کیسه با همین تعداد مهره‌ها را در اتاق تاریکی داشته باشید. مهره‌ها را بیرون بکشید و دو تا را روی یخچال بگذارید، دو تا کف اتاق رها کنید، سه تا را داخل کشوی میز بگذارید، چهار تا را لب پنجره بگذارید و آخری را هم مثلاً روی طاقچه بگذارید. حالا اگر موقع راه رفتن پایتان روی یک مهرهٔ کف اتاق برود، احتمال قرمزبودن آن چقدر است؟ با $\frac{5}{12}$ فرق می‌کند؟ چه فرقی؟

● **الهام:** می‌دانم می‌خواهی بگویی تنها فرق این است که کیسه بزرگ‌تر شده است و اتاق مثل خود کیسه است. من هم چنین حسی دارم، ولی این استدلال نیست. نمی‌دانم چه جوری باید درست یا نادرست‌بودن حس خودم را بررسی کنم. راستی خانم چرا شما چیزی نمی‌گویید؟

● **من:** برای اینکه خوب دارید پیش می‌روید. انحرافی ندارید.

● **زهرا:** آخر این حرف‌ها و حس‌های بی‌دلیل انحراف نیست؟

● **اعظم:** پیش از کلاس و حتی اول بحث من از خودم خیلی از گفته‌هایم مطمئن نبودم، ولی الان با دفاع لیلا و مهم‌تر از آن، اعتراض الهام، منظم‌تر و روشن‌تر فکر می‌کنم. امیدوارم بتوانم استدلالم را روشن بیان کنم. ولی پیش از بیان استدلال اصلی یک مورد دیگر را هم از من بشنوید.

فرض کنید پس از مهرهٔ اول مهرهٔ دوم را هم بی‌آنکه ببینیم بیرون بکشیم و در کشو بگذاریم. مهرهٔ سوم را هم همین جور و ادامه بدهیم و تک‌تک مهره‌ها را بیرون بکشیم و بدون نگاه‌کردن در کشو جای بدهیم تا تنها یک مهره در کیسه بماند. خب حالا این مهرهٔ آخری را بیرون می‌آوریم. احتمال قرمزبودن آن چقدر است؟

حتی زهرا هم ساکت شده بود و فکر می‌کرد. این مثال‌ها نظر بعضی‌ها را برگردانده بود. اما نفیسه همان نظر را تکرار کرد.

● **نفیسه:** نمی‌دانم احتمال قرمزبودن مهرهٔ آخر چقدر است. یک مهره را بدون نگاه‌کردن در کشو گذاشته بودیم و آن همه اختلاف نظر و علامت سؤال داشتیم. حالا که این همه مهره بیرون کشیده‌ایم و بدون دانستن رنگ آن‌ها، در کشو جایشان داده‌ایم، چطور انتظار دارید که مسئله روشن‌تر شده باشد؟

● **من:** از آخرین حرف‌های اعظم و لیلا به نظر می‌رسد که آن‌ها استدلالی کاملاً ریاضی، روشن و ساده نیز دارند که برای مرحلهٔ آخر نگه داشته‌اند. من هم مثل شما قبول دارم آنچه تاکنون گفته‌اند استدلال نبوده است و تنها ممکن است راهنمایی‌هایی برای استدلالشان باشد.

● **سالومه:** خانم، یعنی به نظر شما حرف درستی می‌زنند و باید به راهنمایی‌هایشان توجه کنیم؟

● **من:** بله. بالاخره وقتش رسیده است که استدلال خود را دقیق‌تر بگویند.

● **اعظم:** نخستین جلسه‌ای که خانم احتمال را یاد دادند، به یاد بیاورید. خانم دو تکّه گچ، یکی سفید و یکی رنگی را برداشتند و یکی را در دستشان نگه داشتند و از ما خواستند احتمال سفید بودن آن را محاسبه کنیم. اما به عمد جوری دستشان را نگه داشتند که دو نفر با چشم خود سفیدبودن گچ را دیدند. معلوم شد که آن دو نفر باید احتمال سفیدبودن گچ را صددرصد بدانند و دیگرانی که گچ را ندیده بودیم، باید همین احتمال را پنجاه درصد می‌دانستیم. گفته شد که دانسته‌های ما در محاسبه‌های احتمال مهم هستند.

حالا نگاه کنید. موضوع کیسه کمی گمراهمان کرده است. در ریاضیات تا به حال کیسه را تعریف نکرده‌ایم. اهمیتی هم ندارد. مهم این است که مهره‌ها را می‌پوشاند تا رنگ آن‌ها را نبینیم. مهم دانستن یا ندانستن رنگ مهره است، نه جنس و ابعاد کیسه! وقتی مهره‌ها را کف اتاق تاریک، روی طاقچه و ... پخش می‌کنیم، اتفاق جدیدی نیفتاده است. چیزی از رنگ مهره‌ها به دانش ما اضافه نشده است. پس مسئله تغییری نکرده است. یا مثلاً وقتی مهره‌ها را یک‌یک بیرون می‌کشیم و بدون نگاه‌کردن به رنگشان در کشو می‌گذاریم تا تنها یک مهره در کیسه باقی می‌ماند، گویی مهره‌ها را از کیسه بیرون نکشیده‌ایم.

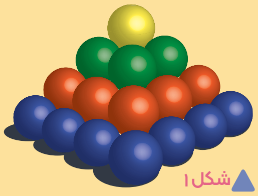
اینکه خیلی‌ها اینجا احساس کردند که احتمال قرمزبودن مهرهٔ آخر همان $\frac{5}{12}$ است، به همین دلیل است. خلاصه اینکه وقتی یک مهره را بدون دیدنش در کشو جای داده‌ایم، واقعاً به این معنا نیست که این مهره از کیسه خارج شده است. خارج‌شدن از کیسه اگر بخواهد تأثیری در محاسبه‌ها داشته باشد، باید به معنای دیده‌شدن رنگش باشد. اگر رنگش دیده نشده، هنوز می‌توانیم فکر کنیم که درون کیسه مانده و واقعاً ۵ مهرهٔ قرمز و ۷ مهرهٔ آبی درون کیسه است. بنابراین احتمال قرمزبودن مهره‌ای که از کیسه بیرون می‌آید برابر $\frac{5}{12}$ است.

● **من:** حرفی ندارم. دفاعی کاملاً فنی، دقیق و مبتنی بر تعریف‌ها و مطالب ریاضی انجام شد. خوب به حرف‌های اعظم فکر کنید. لازم نیست چیزی به آن اضافه شود.

یک مسئله و چند راه‌حل

توپ‌های هرمی

● محسن کیخائی و حسین‌کریمی

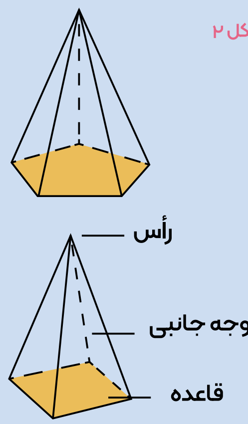

شکل ۱

حتماً تا به حال از این نوع معماها دیده‌اید:
تعداد توپ‌های موجود در شکل ۱ چندتاست؟
در ادامه، با بررسی یک مسئلهٔ زیبا، به راهکاری مناسب و البته آسان برای پاسخ به این‌گونه معماها دست می‌یابیم.

مسئله: مجموع مربعات n عدد طبیعی متوالی، با شروع از ۱ را بیابید. به زبان ریاضی: حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$۱^۲+۲^۲+۳^۲+...+(n-۱)^۲+n^۲=?$$

هر عدد به فرم بالا را «عدد هرمی مربعی»[۱] می‌نامند. هرم را با توجه به تعداد ضلع‌های قاعدهٔ آن مشخص می‌سازند؛ مانند هرم با قاعدهٔ مثلث، هرم با قاعدهٔ مربع و ... . بنابراین بسته به اینکه قاعدهٔ هرم کدام چندضلعی باشد، هرم‌های متفاوتی وجود دارد. همچنین، عددهای هرمی متفاوتی، متناظر با اینکه قاعدهٔ هرم را مثلث، مربع یا چندضلعی‌های دیگر در نظر بگیریم، وجود دارند.



شکل ۲

شکل ۲ هرم‌هایی با قاعده‌های پنج‌ضلعی و مربع را نشان می‌دهد.
در نظر داشته باشید، هرم مرتبط با مسئلهٔ مطرح‌شده، هرمی با قاعدهٔ مربع است. مثال زیر علت این نام‌گذاری و همچنین نوع هرم متناظر با مسئلهٔ موردنظر ما را تا حدودی روشن می‌کند.

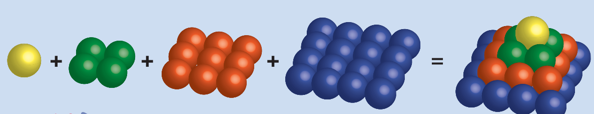
مثال ۱. حاصل عبارت زیر را بیابید:

$$۱^۲+۲^۲+۳^۲+۴^۲=?$$

پاسخ: به آسانی می‌بینید که:

$$۱+۴+۹+۱۶=۳۰$$

متناظر با هر عدد، همان تعداد گوی را در نظر می‌گیریم (شکل ۳) و از چیدن مناسب گوی‌ها روی هم، هرمی با قاعدهٔ مربع می‌سازیم. (این دقیقاً همان چیدمان توپ‌های رنگی در شکل ۱ است.)


شکل ۳

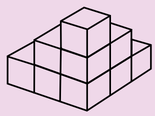
عدد هرمی مربعی nام به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$۱^۲+۲^۲+۳^۲+...+n^۲=\frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶} \quad *$$

درستی رابطهٔ * را برای حالات خاص n=۳ و n=۵ با دو روش متفاوت اثبات می‌کنیم:

حالت n=۳:

تعداد N مکعب به ابعاد ۱ را مانند شکل ۴ چیده‌ایم.


شکل ۴

به‌وضوح داریم:

$$N=۱^۲+۲^۲+۳^۲$$

حال نشان می‌دهیم:

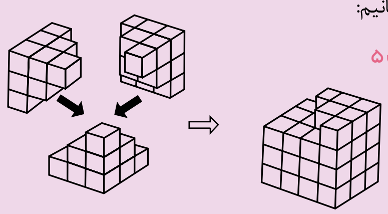
$$N=\frac{۳(۳+۱)(۲\times۳+۱)}{۶}$$

و این یعنی:

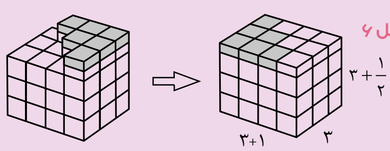
$$۱^۲+۲^۲+۳^۲=\frac{۳(۳+۱)(۲\times۳+۱)}{۶}$$

(با فرمول * مقایسه کنید)

سه شکل یکسان از نوع شکل ۴ را به‌صورت شکل ۵ به هم می‌چسبانیم:


شکل ۵

حالا مکعب‌های طبقهٔ آخر را نصف می‌کنیم و سپس نصفه‌ها را در جای خالی قرار می‌دهیم تا طبقهٔ آخر مسطح شود (شکل ۶):



شکل ۶

تعداد مکعب‌های شکل نهایی برابر است با:

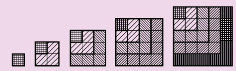
$$۳\times(۳+۱)\times(۳+\frac{۱}{۲})$$

از آنجا که تعداد مکعب‌های اولیهٔ در اختیار ما (N)، یک‌سوم این تعداد است، می‌توان نوشت:

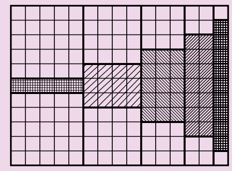
$$N=\frac{3\times(3+1)\times(3+\frac{1}{2})}{3}=\frac{3\times(3+1)\times(2\times3+1)}{6}$$

حالت n=5:

شکل‌های ۷ و ۸ را با هم مقایسه کنید.



شکل ۷



شکل ۸

بی‌درنگ به تساوی زیر می‌رسید:

$$3(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2)=(1+2+3+4+5)(2\times5+1)$$

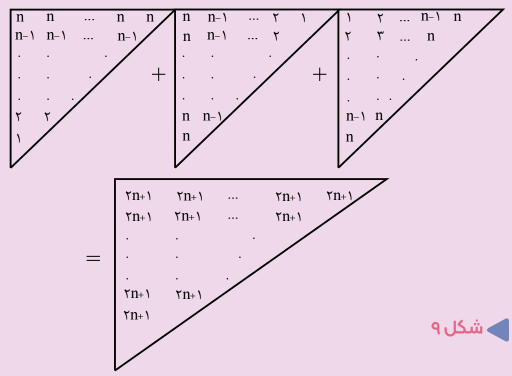
با به‌کار بردن رابطهٔ مقابل: $1+2+3+4+5=\frac{5\times(5+1)}{2}$

به همراه کمی عملیات سادهٔ ریاضی داریم:

$$1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=\frac{5\times(5+1)\times(2\times5+1)}{6}$$

و این همان رابطهٔ * است برای n=5 که مطلوب ماست.

حال با روشی دیگر در حالت کلی رابطهٔ * را ثابت می‌کنیم:



شکل ۹

همان‌طور که در شکل ۹ می‌بینید، داخل هر کدام از سه مثلث ردیف بالایی یک عدد ۱، دو تا عدد ۲، سه تا عدد ۳، و ...، (n-1) تا عدد (n-1) و n تا عدد n، قرار داده‌ایم و تنها چیدمان آن‌ها در داخل مثلث‌ها متفاوت است. پس مجموع عددهای داخل هر یک از سه مثلث ردیف بالایی یکسان و برابر است با:

$$1^2+2^2+3^2+\dots+(n-1)^2+n^2$$

و در کل مجموع عددهای داخل این سه مثلث برابر است با:

$$3\left[1^2+2^2+3^2+\dots+(n-1)^2+n^2\right]$$

در این شکل می‌بینید که اگر عددهای هر سطر سه مثلث ردیف بالا را نظیر به نظیر با هم جمع کنیم، مثلث ردیف پایین به‌دست می‌آید که مجموع عددهای داخل آن برابر است با:

$$1(2n+1)+2(2n+1)+\dots+(n-1)(2n+1)$$

$$=(2n+1)(1+2+\dots+n)=(2n+1)\frac{n(n+1)}{2}$$

$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

برای رسیدن به تساوی سطر دوم از رابطهٔ آشنای زیر که از قبل می‌دانید، استفاده کرده‌ایم: $(1+2+\dots+n)=\frac{n(n+1)}{2}$

با استفاده از رابطه‌های بالا نتیجه می‌گیریم:

$$3(1^2+2^2+\dots+n^2)=\frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

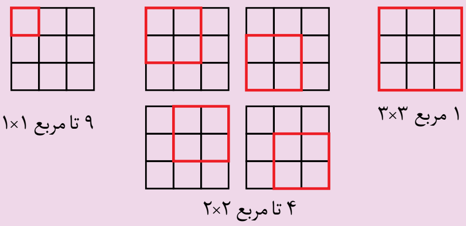
$$\Rightarrow 1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

و اثبات کامل می‌شود.

در ادامه معمای شمردن مربع‌های موجود در یک صفحهٔ شطرنجی n×n را بررسی می‌کنیم.

مثال ۲. تعداد مربع‌های موجود در یک صفحهٔ شطرنجی ۳×۳، برابر ۱۴تاست (شکل ۱۰).

شکل ۱۰



بدیهی است که با بزرگ شدن مقدار n، شمارش تک‌تک مربع‌ها مانند مثال ۲، کاری است زمان‌بر و احتمالاً همراه با اشتباه! به کمک عددهای هرمی مربعی به‌راهکار مناسبی برای شمارش تعداد مربع‌های موجود در یک صفحهٔ شطرنجی n×n می‌رسیم.

مثال ۳. تعداد همهٔ مربع‌های موجود در یک صفحهٔ شطرنجی n×n را بیابید.

می‌توان بررسی کرد که در یک صفحهٔ شطرنجی n×n:

تعداد مربع‌های n×n برابر است با: $1=1^2$

تعداد مربع‌های $(n-1)\times(n-1)$ برابر است با: 2^2

تعداد مربع‌های $(n-2)\times(n-2)$ برابر است با: 3^2

$\vdots$

تعداد مربع‌های ۳×۳ برابر است با: $(n-2)^2$

تعداد مربع‌های ۲×۲ برابر است با: $(n-1)^2$

تعداد مربع‌های ۱×۱ برابر است با: n^2

بنابراین:

تعداد کل مربع‌ها $=1^2+2^2+3^2+\dots+(n-1)^2+n^2$

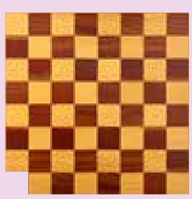
و این دقیقاً همان عدد هرمی مربعی nام است!

نتیجه: تعداد کلیهٔ مربع‌های موجود در یک صفحهٔ شطرنجی n×n برابر است با: $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

مثال ۴. تعداد همهٔ مربع‌های موجود در تختهٔ بازی شطرنج برابر با عدد هرمی مربعی هشتم، یعنی ۲۰۴ است. (چرا؟)

مثال ۵. در شکل ۱۱ چند مربع وجود دارد؟

شکل ۱۱



پاسخ: در صورتی که خانهٔ گوشهٔ پایین حذف نشده باشد، تعداد مربع‌ها با توجه به اینکه صفحهٔ شطرنجی ۸×۸ است، برابر با عدد هرمی مربعی هشتم می‌شود. پس با جای‌گذاری n=8 در رابطهٔ قبل (مثال ۳) این تعداد برابر است با:

$$\frac{8\times(8+1)\times(2\times8+1)}{6}=204$$

از آنجا که در کل ۸ مربع شامل خانهٔ گوشهٔ پایین، نیستند (چرا؟)، بنابراین تعداد مربع‌ها در این شکل برابر است با: ۲۰۴-۸=۱۹۶

پی‌نوشت

1. square pyramidal number

منابع

۱. نلسون، راجر ب. (۱۳۷۵). اثبات بدون کلام. ترجمهٔ سپیده چمن‌آرا، مؤسسهٔ انتشارات فاطمی. تهران. چاپ اول.

۲. علی‌رضا علیپور. (۱۴۰۰). ترکیبیات. انتشارات فاطمی. تهران. چاپ شانزدهم.

کلاغ‌های رفتگر!

بیایید کمی فکر کنیم!

خسرو داودی

کمی فکر کنیم

محل زندگی شما کجاست؟ روستا؟ شهرستانی کوچک؟ یا کلان شهری مثل تهران، مشهد، اصفهان یا...؟ آیا هنگامی که در مسیری مثل پیاده‌روی خیابان یا جاده‌های بین‌شهری و روستایی قدم می‌زنید، به نظافت مسیرها توجه کرده‌اید؟ چقدر محل زندگی شما تمیز است؟ چقدر آشغال از انواع متفاوت روی زمین ریخته است؟ چقدر شهرداری یا سایر نهادهای مسئول در محل زندگی شما به این موضوع به خوبی رسیدگی می‌کنند؟

چقدر پاکبان‌ها و محیط‌بان‌ها برای تمیزکردن مسیرها و راه‌ها تلاش می‌کنند؟ آیا تا به حال به این موضوع‌ها فکر کرده‌اید؟

من که هر وقت در پیاده‌روهای شهر تهران قدم می‌زنم، از دیدن این همه آشغال و زباله روی زمین و در باغچه‌ها و لابه‌لای گیاهان و شمشادها حالم بد می‌شود. همیشه به فکر فرو می‌روم که چرا ما این قدر نسبت به موضوع تمیزی مسیرها بی‌تفاوت هستیم؟! چرا این قدر آشغال تولید می‌کنیم و بی‌توجه و بی‌محابا روی زمین

می‌ریزیم؟ نمی‌خواهم شهرداری را مقصر بدانم. آن‌ها زحمت می‌کشند و رفتگران عزیز مرتب در حال نظافت و جمع‌آوری هستند. فرهنگ عمومی ما مردم مشکل دارد.
وقتی در خیابان در حال رانندگی هستم، مکرر راننده‌ها و سرنشین‌های خودروها را می‌بینم که ته سیگار یا کاغذ پاره، پاکت سیگار، پوست تخمه، ته‌مانده‌های میوه‌ها و ... را از پنجرهٔ خودرو خود به بیرون پرتاب می‌کنند. واقعاً جای تأسف است. در جاده‌های بین‌شهری، کنار درخت‌ها و کنار رودخانه‌ها که معمولاً برای استراحت توقف می‌کنیم، با منظره‌های بسیار بدتری مواجه می‌شویم. ظاهراً هیچ‌کس به این موضوع توجه نمی‌کند! هر کس هر چه آشغال و پسماند دارد همان جا رها می‌کند. طبیعت زیبای خودمان را با دستان خودمان تخریب می‌کنیم.
غیر از فرهنگ‌سازی در این مورد که نباید آشغال بریزیم، پسماندها را رها نکنیم و آن‌ها را جداسازی کنیم تا بازیافتشان ساده‌تر شود، چه راه‌های دیگری برای بهبود این وضعیت وجود دارند؟ به این خبر جالب توجه کنید:
یک شرکت سوئدی با آموزش کلاغ‌ها قصد دارد از آن‌ها برای جمع‌آوری ته‌سیگار در محیط‌های شهری استفاده کند. کلاغ‌ها هر بار که ته سیگارهای جمع‌آوری شده را درون دستگاه مخصوصی بیندازند، چند دانه بادام‌زمینی جایزه می‌گیرند. این دستگاه‌ها را یک شرکت سوئدی در شهر «سودرتلیه»، نزدیک «استکهلم» (پایتخت سوئد) ساخته است. مؤسس شرکت می‌گوید: «شرکت کلاغ‌ها در این طرح کاملاً داوطلبانه است. آموزش کلاغ‌ها آسان است و آن‌ها این کار را از هم یادمی‌گیرند.»
بنیاد «سوئد را تمیز نگه داریم» می‌گوید، هر ساله یک میلیارد ته‌سیگار در خیابان‌های سوئد رها می‌شوند که ۶۲ درصد کل آشغال‌های خیابانی را تشکیل می‌دهند.

محاسبه کنیم

درانتهای خبر دو عدد ذکر شده که توجه به آن‌ها جالب است. اول آنکه در سال یک میلیارد ته‌سیگار در خیابان‌ها رها می‌شود. جمعیت سوئد در سال ۲۰۲۲ حدود ۱۰ میلیون نفر است. طبق آمار جهانی[1] ۸ درصد مردم در سوئد سیگار می‌کشند؛ یعنی:

تعداد افراد سیگاری در سوئد $۸۰۰۰۰۰ = \frac{۸}{۱۰۰} \times ۱۰۰۰۰۰۰۰$

اگر فرض کنیم که همهٔ این افراد رعایت نمی‌کنند و ته سیگار خود را روی زمین می‌اندازند، خواهیم داشت:

سهم هر نفر از ته‌سیگارها در سال $۱۲۵۰ = ۸۰۰۰۰۰ \div ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰$

سهم هر نفر از ته‌سیگارها در روز $۱۲۵۰ \div ۳۶۵ \simeq ۳/۵$

یعنی هر فرد سیگاری به‌طور متوسط در روز بین ۳ تا ۴ ته‌سیگار روی زمین می‌اندازد. حالا اگر فرض کنیم نیمی از این افراد سیگاری رعایت نکنند و ته‌سیگار خود را در خیابان بیندازند، به‌طور متوسط هر روز ۷ ته‌سیگار در خیابان رها می‌شود.
حالا همین روش محاسبه و همین کار را برای کشور خودمان انجام دهید. کافی است جمعیت ایران و درصد افراد سیگاری را داشته باشید. و با همان فرض ۳/۵ سیگار در روز محاسبه کنید و ببینید فقط در مورد ته‌سیگارها ما چه مقدار آشغال تولید می‌کنیم.
حالا به عدد دوم آن خبر توجه کنید. در سال، یک میلیارد ته‌سیگار ۶۲ درصد آشغال خیابان‌ها را تشکیل می‌دهند. یعنی ۳۸ درصد آشغال غیر از ته‌سیگار است. به نظرم این عدد خیلی کوچک است. به‌عبارت دیگر، می‌توان تشخیص داد که مقدار آشغال روی زمین غیر از ته‌سیگارها بسیار ناچیز است. حالا دوباره به همین معیار در مورد وضعیت خیابان‌های خودمان فکر کنیم. آیا در خیابان‌های ما هم به همین نسبت ته‌سیگار و آشغال وجود دارد؟
بیایید ۶۲ درصد را معنی کنیم. وقتی می‌گوییم ۶۲ درصد آشغال‌ها ته‌سیگار است، یعنی اگر شروع به شمردن آشغال‌های خیابان‌ها کنیم، از هر ۱۰۰ تا آشغال که می‌شمریم، ۶۲ تا از آن‌ها ته‌سیگار است. حالا اگر در شهر خودمان شروع به شمردن آشغال‌های روی زمین و اطراف خود کنیم، به نظر شما از هر ۱۰۰ آشغال چند تا ته‌سیگار است؟
خوب است این آزمایش و این جمع‌آوری اطلاعات را در روزهای متفاوت انجام دهید. می‌توانید میانگین این چند روز را به‌عنوان یک آمار نسبتاً قابل‌قبول در نظر بگیرید.
هدف من این است که با این کار توجه شما به اصل موضوع جلب شود.

بیشتر فکر کنیم

به ادامهٔ خبر توجه کنید. در همان شهر کوچک سودرتلیه سالانه ۱۶۰۰۰۰۰ یورو برای نظافت خیابان‌ها خرج می‌شود. حالا اگر کلاغ‌ها شروع به جمع‌آوری ته‌سیگارها کنند، تخمین می‌زنند که ۷۵ درصد در هزینه‌های نظافت صرفه‌جویی خواهد شد. یعنی در همین شهر کوچک کلاغ‌های رفتگر می‌توانند ۱۲۰۰۰۰۰ یورو صرفه‌جویی کنند. با قیمت فعلی هر یورو (به‌طور تقریبی) ۳۰۰۰۰ تومان، صرفه‌جویی کلاغ‌ها می‌شود:

$۱۲۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰۰ = ۳۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰$

یعنی فقط با آموزش کلاغ‌ها در یک شهر کوچک می‌توان ۳۶ میلیارد تومان صرفه‌جویی کرد. از این ابتکار جذاب بگذریم. آیا راه‌حل دیگری برای جمع‌آوری و بازیافت زباله‌ها و پسماندها وجود ندارد؟ آیا نمی‌شود هزینه‌های جمع‌آوری را با روش‌های دیگر کاهش داد؟ کمی بیشتر فکر کنید.

پی‌نوشت

۱. آمار از سایت worldpopulationreview.com استخراج شده است.

گفت‌وگو با مهندس محمد قدوسی، پژوهشگر قرآنی و مخاطب دیروز رشد ریاضی برهان ● محمدحسین دیزجی

جذابیت ریاضی در آموزش قرآن

در خانواده‌ای رشد کرد و تعلیم یافت که تحقیق، مطالعه و پژوهش یکی از ستون‌های تربیتی آن بود. مادر در عرصهٔ تعلیمات کلام وحی و پدر در حوزهٔ فرهنگ و اندیشه بسیار فعال بودند. بیش از هر چیز در این خانه کتاب وجود داشت و پسر در کنار همین کتاب‌ها پرورش پیدا کرد. مطالعه اصل جدایی‌ناپذیر از ذات این خانواده بوده و هست. دیپلم ریاضی فیزیک گرفت و سپس مدرک مهندسی رایانه را از دانشگاه دریافت کرد. از سوی دیگر در علوم قرآنی نیز گام‌به‌گام پیش رفت و قبل از ورود به دانشگاه و تحصیل همزمان در این حوزه، به حفظ کل قرآن کریم نائل شد. **محمد قدوسی** متولد ۱۳۵۶ در تهران است و امروز به‌عنوان مدیرعامل «مؤسسهٔ فرهنگی قرآنی مشتاق حکمت» در حوزهٔ نشر علوم و معارف قرآنی فعالیت می‌کند. جالب این است که از دانش ریاضی در این آموزش‌ها بهره می‌گیرد. با او به‌عنوان یکی از مخاطبان دیروز مجلهٔ رشد ریاضی برهان به گفت‌وگو نشستیم.

● کار و حرفهٔ فعلی شما چقدر با ریاضی در ارتباط است؟ یعنی آشنایی با دانش ریاضی تا چه اندازه در کار شما اثرگذار است؟ مثالی بزنید.

○ کم‌وبیش از کارهایی که در حل مسئله در ریاضی انجام داده‌ام، ایده می‌گیرم و کارم را بهتر و جذاب‌تر ارائه می‌کنم. مثلاً در ریاضی برای ساده‌کردن کسرها، عددها را به عوامل اول آن‌ها یا به عددهای ساده‌تر تبدیل می‌کنیم و بعد آن‌ها را ساده می‌کنیم. ما به این نتیجه رسیدیم که در آموزش قرآن هم باید جمله‌های بلند و آیات طولانی را به کوتاه‌ترین واحد تشکیل‌دهندهٔ آن‌ها، یعنی عبارت‌های ساده و کوتاه معنی‌دار، تقسیم کنیم. البته در بیان مفاهیم قرآن هم از ریاضی بسیار می‌توان کمک گرفت.

● اصولاً در دوران مدرسه چقدر به مطالعهٔ مباحث درسی اما غیر از کتاب درسی توجه داشتید و دنبال یادگیری از این طریق بودید؛ مثل کتاب یا مجله؟

○ به دلیل اینکه پدرم خودشان فرهنگی بودند و تعداد زیادی کتاب در کتابخانهٔ منزل داشتند، یکی از تفریحاتم این بود که این کتاب‌ها را که در زمینه‌های متنوعی هم بودند، مطالعه می‌کردم و این کار کمک زیادی به من کرد تا در زمینه‌هایی مثل زبان عربی و آشنایی با تفسیرهای گوناگون و ادبیات و تاریخ و غیره تقویت شوم، همچنین من از شاگردان آقای خسرو داودی بودم که در آن زمان سردبیر مجلهٔ رشد برهان بودند. از همان زمان با این مجله آشنا شدم و تا الان هم این مجله را دنبال می‌کنم و از مخاطبان آن هستم.

● وقتی مجلهٔ رشد ریاضی برهان را ورق می‌زنیم، می‌بینیم مطالب متنوعی دارد؛ از سرمقاله تا مقالات علمی آموزشی، سرگرمی، گفت‌وگو و غیره. اصولاً هنگام مطالعهٔ مجله، در وهلهٔ اول سراغ چه مطالبی می‌روید و چرا؟

○ برای من موضوع نوآوری و مقالات علمی آن جذاب‌تر است و دوست دارم بدانم ریاضی در عرصهٔ کاربردی چه تأثیراتی داشته است.

● به نظر شما یادگیری از طریق مطالب مجله یا کتاب غیردرسی و منابع گوناگون، چه تفاوتی با یادگیری از طریق کتاب درسی دارد؟

○ معمولاً جذابیت مطالب در کتاب‌های غیردرسی بیشتر است، شاید به این خاطر که دانش‌آموز به‌نوعی کتاب‌های درسی را مجبور است بخواند. ولی کتاب‌های غیردرسی را داوطلبانه انتخاب و با علاقهٔ بیشتری مطالعه می‌کند. مثلاً من به شعر هم علاقه دارم و کتاب‌های شعر زیادی خوانده‌ام. این سبب شده است که از دبیرستان تاکنون گاهی شعر هم سروده‌ام.

● در دوران مدرسه وضعیت درس ریاضی شما چطور بود و معمولاً چه‌نمره‌هایی می‌گرفتید؟

○ من تقریباً همیشه نمره‌هایم ۲۰ بود. البته زیاد درس نمی‌خواندم،

ولی سعی می‌کردم در همان کلاس و زمان تدریس معلم، مطالب را فرابگیرم.

● اگر دوست دارید، از یکی از معلمان درس ریاضی خودتان که در ایجاد علاقهٔ شما به این درس نقش داشته است، یاد کنید.

○ البته همهٔ معلمان بنده انسان‌های شریفی بودند که از همهٔ آن‌ها تشکر می‌کنم، ولی جناب آقای **خسرو داودی** انگیزه و علاقهٔ مرا به درس ریاضی بیشتر کرد. شاید علتش هم تشویق‌هایی بود که بجا و مناسب، بعد از حل تمرین‌ها یا سؤال‌هایی که از ایشان می‌کردم، انجام می‌داد.

● برخی این تصور را دارند که ریاضی درسی فرمولی و خشک است و خیلی در زندگی کاربرد ندارد. نظر شما چیست؟

○ بله، این تصور خیلی از دانش‌آموزان است. به نظرم شاید علتش این باشد که معلمان ریاضی مصداق‌های عملی کاربرد ریاضی را به دانش‌آموزان یاد نمی‌دهند. در حالی که ریاضی کاربردهای فراوانی دارد. من در طراحی یا مشاوره برای تولید نرم‌افزارهای قرآنی و بیان مطالب و مفاهیم قرآن از ریاضی کمک می‌گیرم و این موضوع خیلی در رساندن منظور و پیامی که می‌خواهم به مخاطب منتقل کنم، تأثیر دارد.

● چطور شد شما برای ادامهٔ تحصیل در دانشگاه رشتهٔ مهندسی را انتخاب کردید و در ادامه علوم قرآنی را برگزیدید؟

○ خب چون رشتهٔ من ریاضی‌ـ‌فیزیک بود، به‌طور طبیعی در یکی از رشته‌های مهندسی در دانشگاه مشغول تحصیل شدم. بعدها به دلیل اینکه حافظ کل قرآن بودم و به رشتهٔ علوم قرآن و حدیث علاقه داشتم، در این رشته تحصیلاتم را ادامه دادم. به نظرم هر دو رشته بسیار به من کمک کردند تا بتوانم در زمینهٔ کاری موفق باشم.

● نظرتان دربارهٔ مطالعه چیست؟ چه در دورانی که تحصیل می‌کنیم و چه در زمانی که دیگر کاری با درس و دانشگاه نداریم؟

○ به نظر من مطالعه برای انسان مثل غذای روح است. همان‌طور که جسم ما به غذا احتیاج دارد، روحمان هم به غذا نیاز دارد. یا به قول دیگر، مطالعه مثل بنزین است برای خودرو. همان‌گونه که خودرو بدون بنزین نمی‌تواند راه برود، انسان هم بدون مطالعه نمی‌تواند پیشرفتی داشته باشد.

● آیا در طول دوران تحصیل هیچ‌وقت به کسی درس هم داده‌اید؟ منظورم بیشتر در حوزهٔ ریاضی است. مثلاً به دوستانتان در یادگیری ریاضی کمک کنید یا در دانشگاه مباحثی را به دانشجویان و به دوستان یاد و آموزش بدهید.

○ قطعاً همین‌طور است. من در دوران تحصیل، چون درسم خوب بود، گاهی در درس‌ها به هم‌کلاسی‌ها یا دوستان یا فامیل کمک می‌کردم و به‌خصوص در ایام امتحانات به آن‌ها تدریس می‌کردم. در دورانی که دانشجو بودم و بعد از آن نیز در بعضی مدرسه‌های تهران تدریس داشتم و خاطرات خوبی از آن دوران دارم. یکی از کارهای من در کلاس این بود که به نظرات دانش‌آموزان اهمیت می‌دادم و حتی گاهی اوقات آن‌ها را روی تخته می‌نوشتم تا به کمک خودشان جمع‌بندی کنیم. بچه‌ها این کار را خیلی دوست داشتند.

● ریاضی علاوه بر کاربرد در زندگی می‌تواند جنبهٔ تفریحی هم داشته باشد؟ مثل حل معما. شما چقدر در زندگی از جنبه‌های تفریحی آن استفاده می‌کنید و لذت می‌برید؟

○ بله همین‌طور است. من بعضی وقت‌ها با فرزندانم بازی‌های ریاضی را انجام می‌دهم. با این کار هم ذهن آن‌ها را فعال می‌کنم و هم مدتی مشغول بازی و تفریح می‌شوند.

● شنیده‌ام یکی از ویژگی‌های شما این است که مفاهیم قرآن را با زبان ریاضی برای شاگردان خود بیان می‌کنید. لطفاً در این زمینه توضیح بدهید.

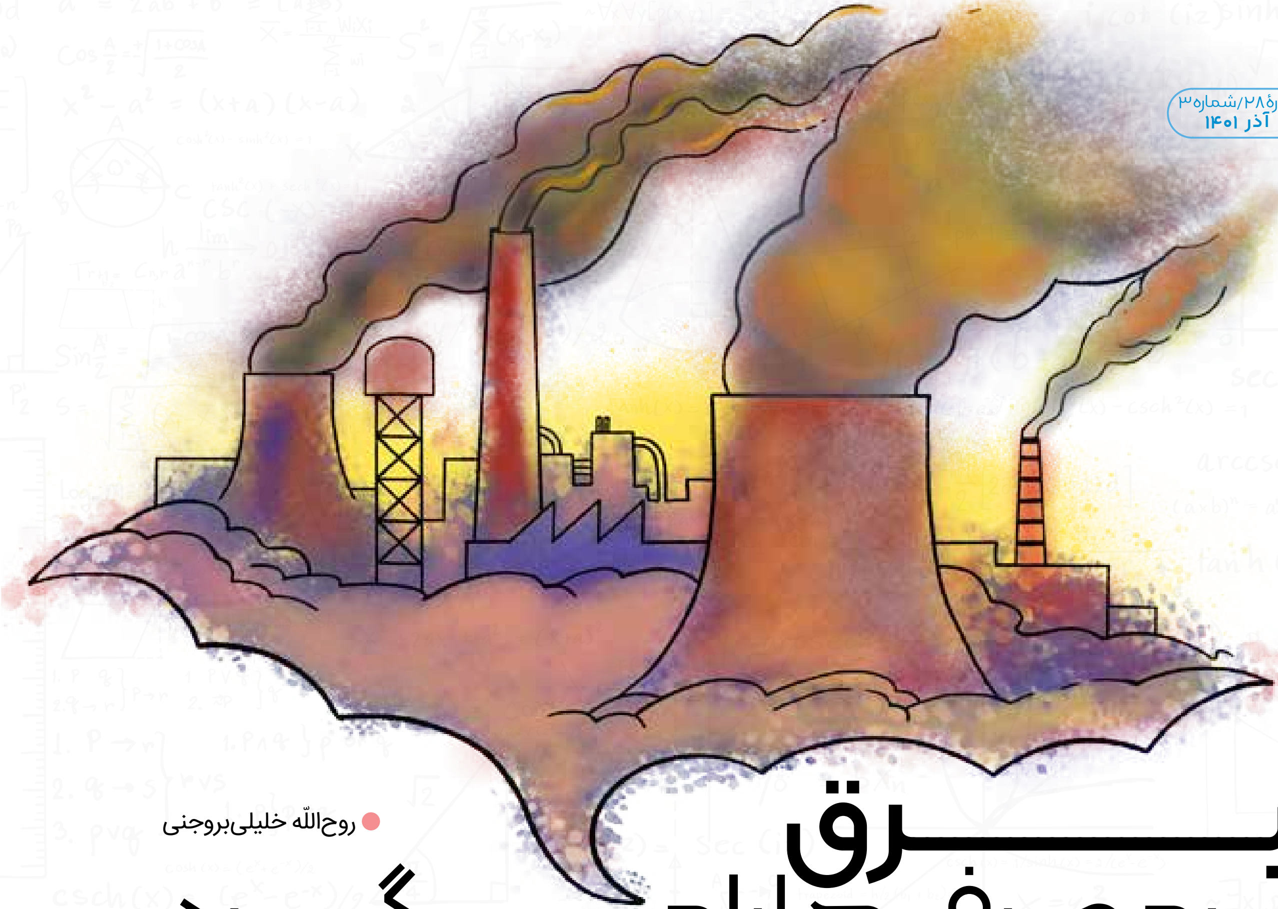
○ مثلاً مفهوم آیهٔ «انا لله و انا الیه راجعون» را می‌توان مثلاً به حرکت یک مورچه در سطح یک کره تشبیه کرد که از بالای کره حرکت می‌کند و دور کره دور می‌زند و دوباره به همان جای خودش می‌رسد؛ البته با تجربه و آزمودگی بیشتری که ضمن این مسیر به دست آورده است. یا مفهوم «توبه» را می‌توان با استفاده از دوربرگردان‌های بزرگراه‌ها توضیح داد. یا می‌توان تعالیم دینی را به نرم‌افزار مسیریاب تشبیه کرد که بهترین راه رسیدن به مقصد را به انسان نشان می‌دهند.

همچنین می‌توان مفهوم امام را به کسی تشبیه کرد که کنار راننده نشسته‌است و از روی نرم‌افزار مسیریاب برای او توضیح می‌دهد که در شرایط موجود باید از کدام راه برود. این موارد براساس آن فرض است که راننده باید حواسش به رانندگی باشد و در یک مسیر پیچیده نیاز دارد که شخص کناردستی، مسیر را برای او توضیح دهد. البته لازم است چنین شخصی که کنار راننده می‌نشیند، هم به نقشه‌خوانی وارد باشد و هم شرایط فضای اطراف را به‌خوبی بشناسد و تشخیص دهد. این است که می‌گوییم قرآن کتاب درسی است و بدون کمک‌گرفتن از معلمان معصوم نمی‌توان بهرهٔ زیادی از آن برد. در واقع براساس آیهٔ ۶۴ سورهٔ نحل و آیهٔ ۵۵ سورهٔ مائده، این معلمان منحصربه‌فرد عبارت‌اند از پیامبر (ص) و جانشینان راستین ایشان و مثال‌های دیگر.

● از نکته‌های جالب قرآن که به ریاضی ارتباط دارد برایمان بفرمایید.

○ نکته‌های جالب در قرآن که به ریاضی ارتباط دارد زیادند و کتاب‌هایی هم در این زمینه نوشته شده‌اند. مثلاً خود تعداد آیات قرآن نکتهٔ ریاضی دارد. بنا بر قول مشهور، تعداد آیات قرآن ۶۲۳۶ آیه است و می‌توانیم برای اینکه بچه‌ها این عدد یادشان نرود، بگوییم ۲ ضرب در ۳ می‌شود ۶ و همین‌طور ۳ ضرب در ۲ هم می‌شود ۶ و یک ۲ و ۳ را در وسط بنویسیم و در هر دو طرفش عدد ۶ را بگذاریم. یا مثلاً تعداد کلمهٔ دنیا در قرآن با تعداد کلمهٔ آخرت برابر و ۱۱۵ بار است. البته مهم‌تر از این‌ها، همان‌طور که اشاره شد، بیان مفاهیم والا و زیبای قرآن به زبان ریاضی است که این مفاهیم را شیرین و جذاب و امروزی می‌کند.

● از صاحب برترین کتاب، یعنی قرآن، برایتان موفقیت‌های روزافزون آرزومندیم.



برق پرمصرف‌ها را می‌گیرد

روح‌الله خلیلی‌بروجنی

«بـرق» واژه‌ای عامیانه برای انرژی الکتریکی اسـت. تولید برق در مقیـاس بزرگ، در نیروگاه‌ها انجام می‌شـود. بیشـتر نیروگاه‌های تولید برق در ایران انرژی اولیهٔ خود را از سوخت‌های فسیلی تأمین می‌کنند. به عبارت دیگر، نزدیک به ۹۰ درصد برق تولیدی در ایران، از منابع سـوخت فسیلی تأمین می‌شـود. در جدول مقابل، انرژی شـیمیایی ذخیره‌شده در هر گرم از سوخت‌های فسیلی رایج که در نیروگاه‌های تولید برق استفاده می‌شوند، بر حسب «کیلوژول» (kJ) داده شـده است. هر چند سـوخت اصلی یا اول نیروگاه‌های تولید برق، گاز طبیعی است، ولی هر گاه گاز در دسترس نباشد، به‌ناچار از سوخت‌های جایگزینی مانند گازوئیل، مازوت یا زغال سنگ استفاده می‌شـود. در میان سوخت‌های فسـیلی، آلایندگی مازوت و زغال سـنگ از همه بیشتر است و این دو سـوخت برای محیط زیست مخرب‌تر و زیان‌آورتر است (شکل ۱).

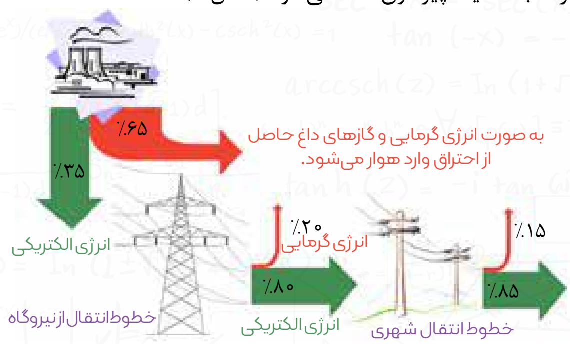
شکل ۱. طرحی از نمای بیرونی یک نیروگاه تولید برق و آلایندگی ناشی از آن. در فصل پاییز و زمستان که مصرف گاز شهری افزایش می‌یابد، سوخت دوم و جایگزین بیشـتر نیروگاه‌های تولید برق در ایران مازوت است که آلایندگی بسیار زیادی به همراه دارد.

انرژی شیمیایی موجود در بعضی از سوخت‌ها برحسب کیلوژول بر گرم (kJ/g)	
زغال‌سنگ	۳۳/۶
گازوئیل	۴۵
گاز طبیعی	۵۴/۶
مازوت	۴۲

ظرفیت ۱۱۱۴ مگاوات | راندمان ۳۳٪ | بهره‌برداری در سال ۱۳۹۰

تصویر ۱. نمای بیرونی نیروگاه تولید برق ارومیه. بازدهی این نیروگاه حدود ۳۳ درصد است. یعنی حدود ۶۷ درصد انرژی حاصل از احتراق سوخت فسیلی در محل نیروگاه تلف می‌شود.

بازدهی بیشتر نیروگاه‌های تولید برق در ایران که با سوخت فسیلی کارمی‌کنند، بین ۳۰ تا ۳۵ درصد است (تصویر ۱). به عبارت دیگر، بین ۶۵ تا ۷۰ درصد انرژی دریافتی از سوخت‌های فسیلی در محل نیروگاه به صـورت دود و گازهای داغ حاصل از احتراق و همچنین گرما، به محیط پیرامون داده می‌شود (شکل ۲).



شـکل ۲. طرحی از یک نیروگاه سـوخت فسـیلی و درصد تقریبی اتلاف انرژی الکتریکی در موقعیت‌های متفاوت. همان طور که دیده می‌شـود، حدود ۶۵ درصد انرژی در محل نیروگاه، ۲۰ درصد در خطوط انتقال در مسـیر و ۱۵ درصد هنگام توزیع برق در شهر تلف می‌شود.

خوب است بدانید، جدیدترین و مدرن‌ترین نیروگاه تولید برق در ایران، «نیروگاه سـیکل ترکیبی کاسپین[1]» است (تصویر ۲) که بازدهی آن حدود ۵۷ درصد است. در نیروگاه‌های سیکل ترکیبی، افزون بر توربین گازی، از توربین بخار هم استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، از گازهای داغ خروجی از توربین‌هـای گازی، برای تولید بخار آب مورد نیاز در توربین‌های بخار بهره می‌گیرند. نیروگاه‌های سیکل ترکیبی راه‌حلی کارآمـد، انعطاف‌پذیر، قابل اعتمـاد و مقرون‌به‌صرفه برای تولید برق هستند که سازگاری بیشتری نیز با محیط زیست دارند. نیروگاه‌های سیکل ترکیبی در واقع ترکیبی از توربین بخار و توربین گازی‌اند[2].

۴۵۰ مگاوات
ظرفیت

٪۵۷
راندمان

بهره‌برداری
در سال ۱۴۰۰

تصویر ۲. نمای بیرونی نیروگاه تولید برق کاسپین واقع در نوشهر مازندران. بازدهی این نیروگاه حدود ۶۰ درصد اسـت. یعنی تنها حـدود ۴۰ درصد انرژی حاصل از احتراق سوخت فسیلی، در محل نیروگاه تلف می‌شود.

بهای برق مصرفی

برای محاسبهٔ (انرژی الکتریکی) مصرفی از کنتور (شمارنده) استفاده می‌شـود (تصویر ۳) که به کمک آن می‌توان مقدار برق مصرفی را تعیین کرد. اگر توان مصرفی درج شده روی یک وسیلهٔ برقی برابر P باشد، در این صورت پس از مدت زمان t که از این دستگاه استفاده می‌شود، انرژی الکتریکی (برق) مصرفی آن برابر E=Pt خواهد بود. اگر زمان t برحسب ثانیه و توان P برحسب وات باشد، در این صورت انرژی مصرفی برحسـب ژول (J) به دست می‌آید. به دلیل کوچک بودن یکای ژول، از یکای کیلووات ساعت (kWh) استفاده می‌شود. به این منظور باید توان برحسـب کیلووات (kW) و زمان برحسـب ساعت (h) بیان شود. در این صورت داریم:

۱kWh=(۱۰۰۰W)(۳۶۰۰s)=۳۶۰۰۰۰۰ J=۳۶۰۰ kJ

با ضرب مقدار برق مصرفی در قیمت هر کیلووات ساعت، بهای برق مصرفی به دست می‌آید.

تصویر ۳. کنتور (شمارنده)

مثال ۱. با سوختن یک کیلوگرم گاز طبیعی در نیروگاه ارومیه (تصویر ۱)، چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی (برق) تولید می‌شود؟

پاسـخ: با توجه به جدول صفحهٔ قبل، با سـوختن هر کیلوگرم گاز طبیعی حدود ۵۴۶۰۰ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود. از آنجا که بازدهی نیروگاه ارومیه حدود ۳۳ درصد اسـت، به این ترتیب انرژی حاصل از سوختن یک کیلوگرم گاز طبیعی در این نیروگاه برابر است با:

$$E = (۵۴۶۰۰kJ)\left(\frac{۳۳}{۱۰۰}\right) \approx ۱۸۰۰۰kJ$$

همان طور که پیش از این دیدیم، هرکیلووات ساعت معادل ۳۶۰۰ کیلوژول است. در نتیجه انرژی حاصل از سوختن یک کیلوگرم گاز طبیعی در نیروگاه ارومیه برابر ۵ کیلووات ساعت است؛ یعنی:

E=۵ kWh

مثال ۲. اگر قیمت هر کیلوگرم گاز طبیعی حدود ۶۰۰ تومان باشد، با توجه به شکل ۲ و نتیجهٔ مثال بالا، هزینهٔ تولید هرکیلووات ساعت برق در نیروگاه ارومیه پس از انتقال به محل مصرف چقدر است؟

پاسخ: همان‌طور که در تصویر ۱ دیده می‌شود، حدود ۲۰ درصد برق تولیدشـده در نیروگاه‌ها در خطوط انتقال تلف می‌شود. یعنی از هر ۵ کیلووات ساعت، ۴ کیلووات ساعت به محل توزیع برق در نزدیکی شهر می‌رسد. همچنین، در توزیع شهری حدود ۱۵ درصد اتلاف برق داریم. به این ترتیب حدود ۳/۴ کیلووات سـاعت به محل مصرف می‌رسد. به این ترتیب هزینهٔ تولید هرکیلووات ساعت برق در نیروگاه ارومیه پس از انتقال به محل مصرف حدود ۱۷۵ تومان خواهد بود.

خوب اسـت بدانید، اگر مصرف برق یک خانه در طول یک ماه کمتر از ۱۰۰ کیلووات ساعت باشد، برق مصرفی به صورت رایگان خواهد بود و هزینه‌ای بابت آن دریافت نمی‌شود.

پی‌نوشت‌ها

1. Combined cycle power plant

۲. منظـور از توربین گازی نوعی توربین اسـت که بر اثـر برخورد گازهای داغ و پرسـرعت حاصل از احتراق سوخت فسـیلی به چرخش در می‌آید. در حالی که توربین بخار بر اثر برخورد ذرات بخار آب پرانرژی به حرکت در می‌آید.

قسمت سوم

شراره تقی‌دستجردی، صبا قاسمی

استدلال‌های غلطِ درست‌نما

زنگ تفریح

رها و معلم ریاضی‌اش گرم گفت‌وگو بودند که صدای زنگ مدرسه آن‌ها را به خودشان آورد. تعدادی از سؤال‌های رها بی‌پاسخ مانده بودند، اما معلم برای تدریس ریاضی باید به کلاس دیگری می‌رفت. سؤال‌های رها بیشتر پیرامون لزوم استدلال‌های هندسی بود. او هنوز هم قانع نشده بود چرا باید این‌قدر وقت صرف اثبات‌های هندسی کند؛ آن هم وقتی که از روی شکل درستی آنچه را می‌خواهد ثابت کند درست است، به‌راحتی می‌بیند.

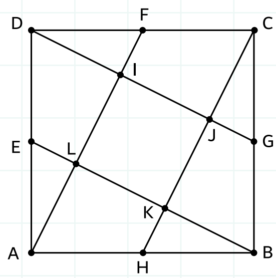
معلم در حالی که خودکار و کاغذش را در کیفش می‌گذاشت گفت: «رها جان، فردا دوباره با کلاس شما ریاضی دارم. ان‌شاءالله فردا در کلاس بیشتر صحبت می‌کنیم.»

در کلاس ریاضی

معلم وارد کلاس شد و شروع کرد به کشیدن شکلی روی تخته. او از دیروز که با رها صحبت کرده بود، به چندین مسئلهٔ اثباتی در هندسه فکر کرده بود تا یکی از آن‌ها را در کلاس مطرح کند. مسئله‌ای که هم برای دانش‌آموزانش چالش‌برانگیز باشد و هم با آن رها را متوجه این امر کند که: «شکل‌ها، اگرچه غالباً ایده‌های اثبات‌های هندسی را به ما نشان می‌دهند، اما نمی‌توانند جای اثبات را برای ما بگیرند.»

دیشب موقعی که داشت قفسهٔ کتاب‌های ریاضی کتابخانه‌اش را مرتب می‌کرد، چشمش به یک کتاب هندسهٔ نسبتاً قدیمی از **مویز** و **دانز** افتاد. کتاب را برداشت و آرام‌آرام آن را ورق زد. از همین کتاب مسئلهٔ مورد نظرش را انتخاب کرد.

معلم: خُب بچه‌ها، قبل از اینکه به سراغ درس جدید برویم، لطفاً به این مسئله فکر کنید: وسط ضلع‌های مربع ABCD را با E،F،G و H نام‌گذاری کرده‌ام. با توجه به شکل ۱، نسبت مساحت مربع IJKL به مساحت مربع ABCD چیست؟

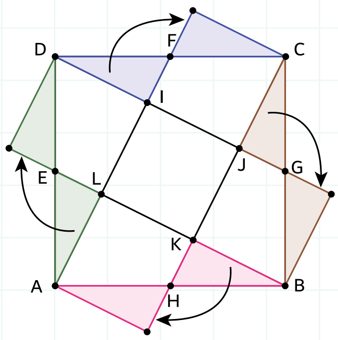


شکل ۱

مسئله به‌قدری جالب بود که همهٔ دانش‌آموزان را درگیر کرد. بچه‌ها داشتند روی شکل علامت‌گذاری می‌کردند تا ارتباط بین پاره‌خط‌های ایجاد شده در شکل را با هم ببینند که ناگهان رها با خوش‌حالی گفت: «اجازه من حلش کردم!»

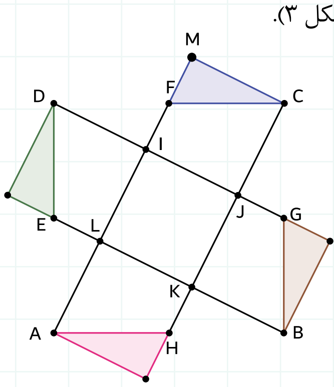
همهٔ بچه‌ها با تعجب به رها نگاه کردند. آخر هنوز دو دقیقه هم نشده بود که معلم مسئله را مطرح کرده بود. برخلاف همیشه که اگر کسی تمرینی را سریع حل می‌کرد، معلم از او می‌خواست کمی صبر کند تا بقیهٔ دانش‌آموزان هم فرصت فکرکردن داشته باشند، این بار همان موقع از رها خواست تا راه‌حلش را بگوید.

رها: اجازه این مسئله ساده‌تر از آنی بود که فکر می‌کردم. ما اینجا چهار مثلث کوچک داریم. من جای این مثلث‌ها را تغییر می‌دهم تا شکل جدیدی پیدا کنم (شکل ۲).



شکل ۲

خُب الان من به‌جای این چهار تا مثلث کوچک، چهار تا مثلث دیگر کشیده‌ام که دقیقاً هم‌اندازه با آن قبلی‌ها هستند. پس با اجازه‌تان دیگر آن قبلی‌ها را پاک می‌کنم تا شکل جدید را بهتر ببینید (شکل ۳).



شکل ۳

مساحت مربع بزرگ ABCD برابر است با مساحت این ۵ مربع. پس نسبت مساحت مربع IJKL به مساحت مربع ABCD، یک‌به‌پنج است.

دهان بچه‌ها از راه‌حل خلاقانهٔ رها بازمانده بود: چقدر ساده و چقدر زیبا!

معلم: بسیار خُب. بچه‌ها راه‌حل رها را دیدید. آیا شما هم تأیید می‌کنید که استدلالش درست است؟

همهٔ بچه‌ها استدلال او را درست دانستند.

معلم: خُب، به نظر می‌رسد که راه‌حلت مورد قبول بقیه هم هست. اما ... رها، من دارم به این فکر می‌کنم که به نظر می‌رسد تو از اینکه نقطه‌های E، F، G و H وسط ضلع‌های مربع بزرگ هستند، هیچ استفاده‌ای نکرده‌ای؟

رها: نه.

معلم: پس به نظر تو چرا در مسئله گفته شده است که این نقطه‌ها وسط ضلع‌ها هستند؟

رها: شاید می‌خواسته‌اند ما را منحرف کنند.

معلم: پس با این حساب فکر می‌کنی اگر این نقطه‌ها دقیقاً وسط نباشند، باز هم می‌توان مثلث‌های جدید را کشید و ...

رها: بله، چرا نتوانیم.

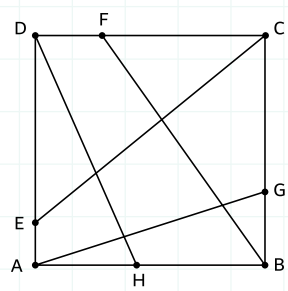
معلم: اگر این‌طور باشد، ما می‌توانیم فرض دیگری برای مسئله جایگزین کنیم.

رها: بله.

معلم: خُب، پس در مورد نقطه‌های E، F، G و H چه می‌گویی؟

رها: جای این نقطه‌ها مهم نیست. روی هر ضلع یک نقطه قرار می‌دهم و به روشی که شکل مسئله نشان می‌دهد، نقطه‌ها را به رأس‌ها وصل می‌کنم.

معلم روی تخته شکل جدیدی کشید (شکل ۴).



شکل ۴

رها: اوه اوه. چی شد! اصلاً دیگر آن وسط مربعی نداریم.

رها داشت فکر می‌کرد چطور حرفش را اصلاح کند که از ته کلاس کسی با صدای بلند گفت: «اجازه، شاید باید بگوییم که فاصلهٔ نقطه‌ها تا رأس‌ها یکسان باشد. مثلاً اگر اندازهٔ DF یک‌چهارم اندازهٔ ضلع مربع است، اندازه‌های CG، BH و AE هم باید یک‌چهارم از اندازهٔ ضلع مربع باشد.

معلم: پیشنهاد خوبی است. اجازه بدهید آن را بررسی کنیم. اما به‌جای آنکه شکل را روی تخته بکشم، آن را در محیط «جئوجبرا» رسم می‌کنم.

برای آنکه ببینید آن روز در کلاس چه گذشت، رمزینهٔ پاسخ‌سریع (کیوآر کد) مقابل را پویش کنید.

به نظر شما آیا استدلال رها «درست» است؟ آیا هر مرحله از استدلال او دلیلی «منطقی» دارد؟

در دنیای ریاضی باید برای هر آنچه ادعا می‌کنیم، دلیلی درست و منطقی داشته باشیم؛ دلیلی که مستقل از شکل، شهود و دریافت‌های ما از حس‌های پنج‌گانه باشد. همان‌طور که در دو قسمت قبل هم اشاره شد، شکل‌ها صرفاً ابزاری هستند که به ما کمک می‌کنند راه‌حل را راحت‌تر «ببینیم»، اما به‌هیچ‌عنوان تضمین نمی‌کنند که آن راه‌حل تماماً درست باشد؛ به‌خصوص که ممکن است در «دیدن» دچار خطا شده باشیم.

به استدلال رها بازگردیم. اگر ادامهٔ آنچه را که در کلاس گذشت، با پویش رمزینهٔ مقابل ببینید، متوجه می‌شوید ایدهٔ رها تنها هنگامی درست است که نقطه‌های E، F، G و H وسط ضلع‌های مربع ABCD باشند.

با این حال، «ایدهٔ رها» هنوز هم تا رسیدن به «اثبات» آنچه که ادعا می‌کند، فاصله دارد؛ چرا که ایدهٔ او بر این اساس است که چهار مثلث کوچک داخل مربع ABCD، با چهار مثلثی که بیرون مربع کشیده است، هم‌نهشت هستند و دقیقاً آنچه که در استدلال او گم شده است، اثبات همین هم‌نهشتی‌هاست. **در واقع، ادعای رها درست است، اما دلیلی که برای آن می‌آورد، ناقص است.** دقت کنید که در این مسئله، رها بدون استفاده از اطلاعاتی که مسئله داده است، نمی‌تواند استدلالش را کامل کند؛ زیرا برای اثبات هم‌نهشتی مثلث‌ها باید از اینکه نقطه‌های E، F، G و H وسط اضلاع مربع ABCD هستند، استفاده کنیم.

اما اجازه دهید از این مسئله فراتر برویم و در حالت کلی این پرسش‌ها را مطرح کنیم: «هدف از اطلاعاتی که مسئله به ما می‌دهد، چیست؟ آیا آن‌ها ناکارآمدند و یا قصدشان گمراه‌کردن ماست؟ آیا می‌توانیم آن‌ها را تغییر دهیم؟»

در دنیای ریاضیات به اطلاعاتی که مسئله به ما می‌دهد، «فرض» می‌گوییم. در اغلب مسئله‌های ریاضی، از این فرض‌ها باید استفاده شود تا بتوانیم استدلالی درست و کامل ارائه دهیم. اگر اصلاً به آن‌ها احتیاج پیدا نکنیم، احتمالاً یک جای کار می‌لنگد! در واقع، اگر مسئله فرضی بیهوده به ما داده باشد، می‌توانیم آن را تغییر دهیم یا حذف کنیم؛ بدون آنکه راه‌حل ما دستخوش تغییری شود. یا می‌توانیم بدون درنظرگرفتن آن فرض، راه‌حل درست دیگری ارائه کنیم. برای مثال، دیدید که در مسئلهٔ معلم رها، این فرض که نقطه‌های E، F، G و H وسط ضلع‌ها هستند، اضافی نبود.

البته گاهی ممکن است طراح مسئله متوجه این نکته نشده باشد که مسئله با فرضیه‌هایی کمتر یا فرضیه‌هایی دیگر حل می‌شود، به همین دلیل اگر در راه‌حلتان از همهٔ فرضیه‌ها استفاده نکردید، از درستی کارتان ناامید نشوید.

ادامه دارد...

برای دیدن داستان‌های قبـل رمزینــه را پویش کنید.

داستان‌های مریم

داستان سوم: کبوترخانه

محرم ایردموسی

حتماً با جناب «دستگاه» آشنا شـدید و خواندید که چطور محبوب دل‌های ناآرام اســت! به‌خصوص اگر صبح دیر از خواب بلند شــوی، صبحانهٔ دلنشین خانه را نخوری و دیر هم به مدرسه برسی.

خوش‌بختانه به مدد هم‌گروهــی خوش‌فکرم، **رویا**، زنگ تفریح قبل، دل‌هــا آرام گرفتند. اما جریمهٔ تأخیر من ســرجایش بود و اگر آن را نمی‌پرداختم، با جریمهٔ سنگین‌تری که محرومیت از خرید از دستگاه بود، روبه‌رو می‌شدم.

بــا رویا قرار گذاشــته بودیم که زنگ تفریح دوم، روبه‌روی دســتگاه یکدیگر را ببینیم. وقتی رسیدیم رویا داشت طبق معمول یک لیموناد سفارش می‌داد. دستگاه بعد از دندان‌قروچه کردن و سر خاراندن (این اصطلاحی بود که ما روی سروصداهای داخلی دستگاه گذاشته بودیم) برگهٔ (فاکتور) جریمه را داد بیرون. روی برگه حل این مسئله به‌عنوان مبلغ آن درج شده بود:

«شــش عدد از میان عددهای طبیعی ۱ تا ۱۰ به تصادف برداشته‌ایم. نشان دهید دو عدد در میان این شش عدد وجود دارد که مجموعشان عددی اول است.»

بعضی وقت‌ها دســتگاه پشت برگهٔ صورت‌حساب (فاکتور) شکل‌هایی می‌کشــید که حکم راهنمایی را داشت. پشت برگهٔ رویا عکسی بود از شش کبوتر که داخل پنج تا لانه نشسته بودند.

رویا گفت: «این جناب دســتگاه هم مثل اینکه سرگرم کبوترهاست. ببین عوض راهنمایی چی کشیده!»

خندیدم و گفتم: «شاید، شاید هم می‌خواهد ما را راهنمایی کند!»

رویا دوباره نگاهی به کبوترها کرد. دو کبوتر در یک لانه بودند. گفتم: «ببین ما دنبال دو عدد هستیم که جمعشان عددی اول باشد؛ مثل ۳ و ۴ که جمعشــان می‌شود ۷. توی این شکل هم دوتا از این ۶ کبوتر هم‌خانه هستند.»

رویا گفت: «عجب شباهتی پیدا کردی‌ها. لابد می‌خواهی بگویی این ۶ عدد همان کبوترها هستند و لانه‌ها هم ...!»

کم‌کم راهنمایی دســتگاه داشت واضح و واضح‌تر می‌شد. گفتم: «اگر در مســئله به جای ۶ می‌گفت ۵، مسئله دیگر درست نبود، چون بین ۵ عدد ۲، ۴، ۶، ۸، و ۱۰ هیچ دو عددی مجموعشان اول نمی‌شود. پس عدد ۶ مهم است.»

رویا گفت: «۱ و ۲ جمعشان می‌شود ۳ که اول است. ۳ و ۴ هم جمعشان می‌شود ۷ که اول است. ۵ و ۶ هم جمعشان اول است. پس از هر کدام از این سه دستهٔ دوتایی حداکثر یک عدد باید جزو شش عدد باشد.»

توضیحات رویا درست بود و من هم توانستم آن را کامل کنم: «درسته رویا، ۷ و ۱۰ جمعشان می‌شــود ۱۷، ۸ و ۹ هم جمعشان می‌شود ۱۷ که اول است. پس ۱ تا ۱۰ را به پنج دستهٔ دوتایی تقسیم کردیم. حالا اگر بخواهیم از این پنج دسته، شش عدد برداریم، ناچاریم از یک دسته‌ای هر دو عدد را برداریم که در این صورت مجموعشان اول خواهد بود.»

رویا برگهٔ پاســخ‌نامه را پر کرد و روبه‌روی دوربین دستگاه گرفت. دستگاه خط همهٔ بچه‌ها را تشخیص می‌داد. با پویش (اسکن) راه‌حل مشترک رویا و من، چراغ سبز دستگاه روشــن و یک لیموناد خنک در قسمت تحویل خوراکی نمایان شــد. رویا لیموناد را برداشــت و به من گفت: «حالا نوبت توست **مریم**.»

کد ۴ را زدم. یک بطری آب خنک می‌خواستم تا خودم را آماده کنم برای پرداخت جریمه. دستگاه سروصدایی کرد و برگهٔ ناقابل را دودستی تقدیم مــن کرد: «بین هر هفت عدد طبیعــی، دو عدد وجود دارد که مجموع یا تفاضلشان مضرب ۱۰ است.»

راهنمایی پشت برگه را هم دیدم. دستگاه حسابی یاد کفترهایش افتاده بود و ول‌کن نبود. به رویا گفتم: «گمونم باز باید از فن لانه و کبوتر اســتفاده کنیم.»

رویا گفت: «تفاضل دو عدد زمانی مضرب ۱۰ می‌شود که رقم یکان آن‌ها مساوی باشد. پس اگر بین هفت عدد، دوتاشان رقم یکان یکسانی داشتند، مسئله حل شده است.»

رویا با این توضیحش گام اول را برداشــت. حالا ما هفت عدد داشتیم که رقم یکان متفاوتی داشــتند. گفتم: «بیا دوباره دسته‌بندی کنیم. اگر رقم یکان دو عدد ۱ و ۹ باشــد، جمعشــان مضرب ۱۰ می‌شود. پس ۱ و ۹ را

بگذاریم در یک دسته.»

رویا ادامه داد: «۲ و ۸ را هم توی یک دسته بگذاریم. ۳ و ۷ و همین‌طور ۴ و ۶ را هم با هم بگیریم. ۰ و ۵ می‌ماند.»

گفتم: «۵ را هم در یک دسته و صفر را هم در یک دسته قرار می‌دهیم:

$A_1=\{1,9\}$, $A_2=\{2,8\}$, $A_3=\{3,7\}$, $A_4=\{4,6\}$, $A_5=\{5\}$, $A_6=\{0\}$

این‌طوری شش دسته داریم و ۷ کبوتر!»

دیگر کبوتر و عدد داشت قاطی می‌شد. همین‌طور که من داشتیم توضیح می‌دادم، رویا هم می‌نوشـت. بعد راه‌حل را جلوی دوربین دستگاه گرفت و چند لحظه بعد بطری آب خنک در دستان من بود. حسابی خودمان را گرم کرده بودیم تا برویم سـراغ جریمهٔ من که کد ۱ بود. یعنی مسئلهٔ ساده‌ای نبود که بشـود با فن‌هایی مثل لانه و کبوتر آن را حل کرد! کد روی برگهٔ جریمه را وارد دستگاه کردم و دستگاه چرتکه‌ای انداخت و برگهٔ جریمه را در بشـقاب تقدیم کرد؛ انگار که در رستوران گران‌قیمتی یک شام حسابی خورده باشی و پیش‌خدمت در نهایت احترام صورت‌حساب را تقدیم کند! بالاخـره جریمه‌ای بود که باید پرداخت می‌شـد و من هم دلم گرم بود به گروه دونفره‌ای که هم‌قسم شده بودیم تا ته خط برویم! مبلغ برگه این بود: «از میان عددهای طبیعی یک تا صد، ۵۱ عدد به تصادف انتخاب شده‌اند. نشـان دهید در میان این ۵۱ عدد، دو عدد a و b هسـتند به‌طوری که a مضرب b است.»

پشت برگه را نگاهی انداختم. خبری از راهنمایی‌های تصویری دستگاه نبود. رویا برگه را خواند و گفت: «شبیه همین مسئله‌هایی است که حل کردیم. شاید با همان روش کبوتر و لانه حل شود!»

من هم داشتم به همین فکر می‌کردم. حدسی دربارهٔ این دستگاه از گذشته ذهنم را مشغول کرده بود. تنظیمات این دستگاه چگونه انجام می‌شد؟ شاید مسئله‌ها و برگه‌های هر روز این دستگاه به نحوی با هم مرتبط هستند.

رویا به شوخی گفت: «اینجا کبوترها زیاد هستند. به یک کبوترخانه مانند کبوترخانه‌های میبد احتیاج داریم.»

هر دو می‌دانسـتیم a مضرب b اسـت یعنی چه. یعنی a بر b بخش‌پذیر اسـت. یا دقیق‌تر اینکه a برابر است با چندبرابر b؛ یعنی $a=kb$ که در آن k خود عددی صحیح است (خارج‌قسمت تقسیم a بر b). اما عجیب بودن مسـئله در این بود که می‌گفت این ۵۱ عدد هرچه باشند، همیشه این دو عدد خاص بین آن‌ها وجود دارند! رویا گفت: «مریم به نظرت اگر در صورت مسئله به جای ۵۱ می‌گفت ۵۰، مسئله باز هم درست بود؟»

کمی فکر کردم و گفتم: «حدس می‌زنم دیگر درسـت نباشد. ۵۱ از نصف ۱۰۰، یکی بیشتر است. شاید به این ربط دارد.»

رویا دوباره بدون حرکت شد و معلوم بود که به دنبال مثال می‌گردد. گفت: «اگر ۵۰ عدد پیدا کنیم که بین آن‌ها هیچ‌کدام مضرب دیگری نباشد معلوم می‌شود که عدد ۵۱ مهم است.»

درسـت می‌گفت: باید کمی روی این سـؤال فرعی فکـر می‌کردیم. لابد می‌پرسید چرا باید مسئلهٔ اصلی را رها کنیم و به یک سؤال دیگر که مربوط به مسـئلهٔ اصلی است، فکر کنیم. من و رویا همیشه این کار را می‌کنیم و اغلب اوقات هم از دل این سؤال‌های کوچک‌تر، ایدهٔ حل مسئله را می‌یابیم.

رویـا گفت: «فهمیدم. پنجاه عدد را بگیریم ۵۱ تا ۱۰۰. بین این ۵۰ عدد، هیچ‌کدام مضرب دیگری نیست.»

گفتـم: «آفرین رویا. پس ۵۱ مهم اسـت. اما حالا یک سـؤال دیگر پیش می‌آید.»

رویا گفت: «جانم، بپرس.»

گفتم: «به نظـرت اگر به جای ۱۰۰ عدد می‌گفت ۱۰ عدد و به جای ۵۱ می‌گفت ۶ عدد، باز هم مسئله درست بود؟»

سـؤال من مهم بود، چون اگر مسئله با عددهای کوچک‌تر هم درست بود، ما می‌توانستیم ابتدا روی مسـئله‌های ساده‌تر فکر کنیم. رویا گفت: «فکر کنم عدد ۱۰۰ مهم نیست و اگر به جای ۱۰۰ و ۵۱ دو عدد ۱۰ و ۶ را هم بگذاریم، باز مسئله درست است. ببین! اینجا هم اگر پنج عدد ۶ تا ۱۰ را برداریم، باز هم هیچ‌کدام مضرب آن‌یکی نیست.»

قدم بعدی مشخص شد. باید روی این مسئله فکر می‌کردیم.

«از میـان عددهای طبیعی یک تا ده، شـش عدد به تصادف انتخاب شده‌اند. نشـان دهید در میان این شش عدد، دو عدد a و b هستند به‌طوری که a مضرب b است.»

معلوم بود که اگر ۱ جزو شش عدد انتخابی باشد، مسئله حل می‌شود؛ چـون همهٔ عددهای طبیعی مضرب ۱ هسـتند. رویا گفت: «بیا مثل دو تـا معمای قبلی عددها را دسـته‌بندی کنیم؛ جوری که عددهای مشـکل‌دار در یک دسـته باشـند. مثلاً ۱، ۲، ۴ و ۸ را در یک دسته بگذاریم. این‌طوری معلوم می‌شود که حداکثر یکی از این‌ها باید جزو شش عدد باشد.»

دسته‌بندی پیشنهادی رویا را به این صورت نوشتیم:

$A_1=\{1,2,4,8\}$, $A_2=\{3,6\}$, $A_3=\{5,10\}$, $A_4=\{7\}$, $A_5=\{9\}$

با این دسـته‌بندی مسئله حل می‌شد. رویا گفت: «درست است، پنج دسـته داریم، اما ۶ تا عدد می‌خواهیم. پس به اجبار از یک دسته دو عـدد مجبوریم برداریم. از بین این دو عدد حتماً یکی مضرب آن‌یکی است و این دو همان دو عددی هستند که مسئله گفته است.»

مسـئله را حل کرده بودیم، اما آیا می‌توانستیم برای مسئلهٔ اصلی هم همین‌کار را تکرار کنیم؟ رویا داشـت به دسـته‌های A_1 تا A_5 نگاه می‌کـرد. انگار که خاصیتی در این پنج مجموعه می‌دید. گفت: «چیز جالبـی در این پنج مجموعه وجـود دارد. عددهای ۶ تا ۱۰ هرکدام داخل یکی از این مجموعه‌هاست.»

درست می‌گفت. شاید همین نکته ما را به جواب می‌رساند. گفتم: «بیا روی ۱ تا ۲۰ همین نکته را بررسی کنیم. یعنی می‌خواهیم مسئله را برای ۱۱ عدد که از مجموعهٔ ۱ تا ۲۰ تصادفی انتخاب شـده‌اند، ثابت کنیم.»

رویا گفت: «پس ۱۰ دسته در نظر می‌گیریم که هر کدام شامل یکی از عددهای ۱۱ تا ۲۰ است و ۱ تا ۱۰ را هم در همین دسته‌ها پخش می‌کنیم، به‌طوری که هر دو عدد را از یک دسته برداریم، عدد بزرگ‌تر مضرب عدد کوچک‌تر باشد.»

$A_1=\{11,...\}$, $A_2=\{12,...\}$, ... , $A_{10}=\{20,...\}$

گفتم: «می‌توانیـم ۱۰ و ۵ را بگذاریم در A_{10}، چون ۲۰ مضرب ۱۰ است و ۱۰ مضرب ۵».

رویا گفت: «۹ را هم در A_8 می‌گذاریم که شامل ۱۸ است. ۱، ۲، ۴ و ۸ را هم در A_6 می‌گذاریم که شامل ۱۶ است.

بقیهٔ دسته‌ها را هم تکمیل کردیم:

$A_1=\{11\}$, $A_2=\{12,6,3\}$, $A_3=\{13\}$, $A_4=\{14,7\}$, $A_5=\{15\}$, $A_6=\{16,8,4,2,1\}$, $A_7=\{17\}$, $A_8=\{18,9\}$, $A_9=\{19\}$, $A_{10}=\{20,10,5\}$

با این دسته‌بندی راه‌حل مسئله برای حالت ۱ تا ۲۰ مشخص می‌شد. یازده عدد از ده دسـته. پس حداقل از یک دسته دو عدد برداشته‌ایم. از میان دو عددی که از یک دسـته برداشـته‌ایم، حتماً عدد بزرگ‌تر مضرب عدد دیگر است.

زنـگ به صدا درآمد. تا زنگ تفریح سـوم فرصت داشـتیم مسـئلهٔ اصلی را هم با روش مشـابه حل کنیم. از رویا خداحافظی کردم و به سـمت کلاس به راه افتادم. امروز روزی‌مان یک فن بود که اسمش را گذاشتیم: «لانه و کبوتر». اما این فن و راهنمایی تصویری دستگاه، آن سؤال قدیمی را در من زنده کرده بود: چه کسی دستگاه مدرسه را به اصطلاح با این مسئله‌ها پُر می‌کند؟ آیا مسئله‌های هر روز همه به یک موضوع مربوط هستند؟ خدا عالم است، اما جوینده هم یابنده است.

همگام با ستارگان
آیا او را می‌شناسید؟

● آرش رستگار ● تصویرگر: سام سلماسی

در سال ۱۳۶۹ که در کارگاه آماده‌سازی برای شرکت در المپیاد ریاضی به اهواز رفته بودیم، او یکی از استادان ما بود. آن دوره به پیشنهاد او و تنها در سال ۱۳۶۹ برگزار شد. سال ۱۳۷۱، برای من و دوستانم که به «آراکلو تئوری[1]» علاقه‌مند شده بودیم، یک فراهمایی (کنفرانس) در دانشگاه صنعتی اصفهان برگزار شد. میزبانی او و در اختیارگرفتن همهٔ امکانات دانشگاه صنعتی اصفهان، خاطراتی به یادماندنی را از آن مراسم علمی در خاطرم به جای گذاشته است.

اهالی مراسم را برای بازدید به خانهٔ ریاضیات اصفهان بردند. او از بنیان‌گذاران خانهٔ ریاضیات اصفهان و به تبع آن، چند خانهٔ ریاضیات در مراکز استان‌های دیگر بود. امکاناتی که در اختیار دانش‌آموزان اصفهانی قرار داشت، بی‌نظیر بود. آن زمان که دانشجو بودم، با دوستانم که فارغ‌التحصیل مدرسهٔ علامه حلی بودند، کارسوق‌هایی برای دانش‌آموزان برجستهٔ سمپاد برگزار می‌کردیم. ولی تلاش‌های ما در برابر خدماتی که خانهٔ ریاضیات اصفهان ارائه می‌کرد، بسیار ناچیز می‌نمود.

او در شهر اصفهان با همکاری معلمان ریاضی اصفهان «مرکز تحقیقات معلمان» را تأسیس کرد که در نوع خودش نخستین بود. مسابقه‌های ریاضی کشوری اولین بار توسط او پایه‌گذاری شد. در همان سال‌ها «کمیتهٔ افت ریاضیات» در انجمن ریاضی را راه‌اندازی کرد. او به‌درستی باور داشت، برگزاری مسابقه‌های ریاضی یکی از راه‌های نجات از این افت است. او دکتر **غلامعلی حداد عادل** را قانع کرد که مسابقه‌های ریاضی اصفهان را در سطح کشوری برگزار کند. به پیشنهاد او این مسابقه‌ها هم‌زمان با فراهمایی ریاضی برگزار شدند که در سال ۱۳۶۳ در شهر شیراز اتفاق افتاد. سال ۱۳۶۴ در تهران و سال‌های ۱۳۶۵ و ۱۳۶۶ باز هم با همکاری انجمن ریاضی مسابقه‌های ریاضی برگزار شدند.

پس از چند ماه که از دانشگاه شیراز به دانشگاه صنعتی اصفهان انتقال پیدا کرد، با درخواست اعضای هیئت علمی دانشکدهٔ علوم این دانشگاه، ریاست دانشکدهٔ علوم را به عهده گرفت؛ با این شرط که سه دانشکدهٔ ریاضی، فیزیک و شیمی را با تأمین نیرو و دعوت از فارغ‌التحصیلان این سه رشته از خارج از کشور، راه‌اندازی کند. تا آن زمان وظیفهٔ دانشکدهٔ علوم فقط ارائهٔ درس‌های سرویس بود.

سال‌ها بعد وقتی دکترایم را گرفتم و به ایران بازگشتم، برای سخنرانی در خانهٔ ریاضیات اصفهان دعوت شدم. وقتی به اصفهان رسیدم، متوجه شدم سخنرانی من در کنار سخنرانی استاد بزرگ و برجستهٔ ریاضیات، **پرویز شهریاری**، تنظیم شده است. متعجب بودم که چقدر در خانهٔ ریاضیات به جوان‌ها احترام می‌گذارند.

او هم درگیر مسائل آموزش‌وپرورش بود و هم در آموزش معلمان در رشتهٔ آمار نقش مهمی ایفا کرد. از مؤلفان کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال و کتاب ریاضیات گسسته در دفتر تألیف کتب درسی هم بود. او در مرکز محاسبات دانشگاه صنعتی اصفهان نیز نقش مهمی ایفا کرد. او اولین کسی بود که در ایران جایزهٔ **پاول اردوش** را دریافت کرد.

او در سطح بین‌المللی نیز چهره‌ای برجسته در آموزش ریاضی محسوب می‌شـد. در همایش‌های بین‌المللی آموزش ریاضی مدیریت چند گروه کاری را به عهده داشت. در نشـریات «انجمن ریاضی ایران» نیز سهم داشــت. او در جهت اصلاح قوانین نظام آموزشی در آموزش‌وپرورش و همین‌طور در آموزش عالی، قدم‌های مهمی برداشت. آخرین بار که او را دیدم، وقتی بود که برای فراهمایی ریاضیات به دانشگاه صنعتی اصفهان رفتم و او مثل همیشه میزبان گرم بازدیدکنندگان از خانهٔ ریاضیات بود.
او با برگزارکردن نخسـتین فراهمایی آمار در ایران در سـال ۱۳۷۱، «انجمن آمار ایران» را شکل داد. نخستین فراهمایی آموزش ریاضی را هم با همکاری معلمان در دانشـگاه صنعتی اصفهان برگزار کرد. فراهمایی‌هـای آموزش ریاضـی در ایران، اتحادیـهٔ انجمن‌های معلم‌های ریاضی و ستاد سال جهانی ریاضیات در ایران به همین شکل برگزار شـدند. برگزاری دوازدهمین و سیزدهمین و حتی چهاردهمین فراهمایی ریاضی کشـور، انجمن ریاضی را به تنها انجمنی تبدیل کرد که هیچ‌وقت تعطیل نشد.

او دکترایش را در ۲۷ سـالگی در رشتهٔ آمار «دانشگاه استنفورد» گرفت. گروه (دپارتمان) آمار استنفورد قوی‌ترین گروه آمار در جهان است. گرایش او در آمار، «نظریهٔ تحلیلی عددها» بود.
یـک سـال در «دانشـگاه هـاروارد» فرصت مطالعاتی‌اش را گذراند و مدتی هم در «دانشگاه ملی استرالیا» بود. او در دوران تحصیلات کارشناسی و کارشناسـی ارشـد نیز در دانشگاه شـیراز که آن زمان از بهترین دانشگاه‌های ایران محسوب می‌شـد، همیشه شاگرد اول بود. در حین تحصیل، چه در دانشـگاه شیراز و چه در دانشگاه استنفورد، به تدریس هم مشغول بود. در کنار تحقیقاتش در زمینه‌های آمار و نظریهٔ تحلیل عددها، به تحقیق در زمینه‌های آموزشی نیز اشتغال داشت. کارگاه‌های متفاوتی نیز برای آموزش معلمان در دوره‌های تحصیلی متفاوت برگزار کرد. درس‌های بسـیار متنوعی در زمینه‌های آمار و نظریهٔ عددها ارائه کرد.
او بسیار سـاکت و بی‌ادعا بود و این بسیاری از کمالاتش را از دیده پنهان می‌کرد. آنچه گفتم کسری از خدمات اوست؛ به قدری از کوه یخ که از آب بیرون مانده باشد. همیشه سـعی می‌کرد خیلی در چشم نباشد. در بسـیاری از کارهای مهمی که در آن‌ها نقش داشت، خیلی روی صحنه حضور پیدا نمی‌کرد. با اینکه ستون محکمی برای ریاضیات ایران بود، همیشـه برای دیگران جا باز می‌کرد و اجـازه می‌داد دیگران خود را مفید و مؤثر بدانند. حتی احساس کنند نقشی تعیین‌کننده را به عهده دارند. احساس می‌کنم که نسـل‌های بعد باید وظایف بسیاری را در ادامهٔ خدمات این بزرگوار و در زنده نگه‌داشتن کمالات ایشان بر دوش خود تحمل کنند.

پررنگ‌ترین خاطره‌ای که از ایشـان دارم، سـاعاتی صمیمی بود که در کنار «سی‌وسـه پـل» که آن موقع مملو از آب‌های خروشـان «زاینده‌رود» بود، برایم از تجربیاتش می‌گفت. ای زاینده‌رودا! همیشه خروشان بمان.

مسئله: در یک همایش مدرسه‌ای دانش‌آموزان ابتدایی، تعدادی دانش‌آموز شامل ۲۵ درصد پسر و ۷۵ درصد دختر شرکت کرده‌اند. اگر نصف پسران و ۲۰ درصد دختران هم ۹۹ نفر باشـند و چشمانی سیاه داشته باشـند، چند دانش‌آموز در این همایش شرکت کرده‌اند؟

بـرای آشـنایی بـا شخصیت شمارهٔ قبل رمزینه را پویش کنید.

بـرای مشـاهدهٔ پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

پی‌نوشت

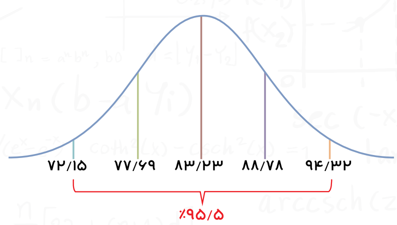
۱. به زبان ساده یک جعبهٔ سیاه است که می‌تواند برای هر مسئلهٔ ریاضی راه‌حل مشخصی تولید کند.

مریم جعفرآبادی

احتمالِ اعتماد چند؟

یک پیشامد با شانس بالا می‌تواند اتفاق نیفتد و پیشـــامدی دیگر حتی با شانس کم، ممکن است روی دهد. این موضوع واقعاً گیج‌کننده است. شاید ما را به «احتمال» بی‌اعتماد کند و ترجیح دهیم به عددها و رقم‌ها اعتنایی نکنیم! اما آیا واقعاً در زندگی روزمره باید احتمالات و مبانی ریاضی را اساس تصمیم‌گیری‌های خود قرار دهیم یا اینکه به حرف دل و ندای درونمان گوش کنیم و پیش برویم؟

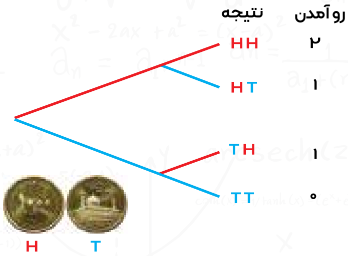
«احتمال» مطالعهٔ پیشامدها و نتایجی است که همواره با عدم قطعیت همراه هستند. در اتفاق‌های ساده‌ای مثل انداختن تاس، یا در تصمیم‌های پیچیده‌تری مثل سرمایه‌گذاری در بازار بهابازار (بورس) یا احتمال پیروزی در انتخابات ممکن اســـت پیش‌بینی‌های ما غلط از آب در بیایند. گاهـــی تصمیم‌های درســـت و عاقلانه، نتیجهٔ خوبی نمی‌دهنـــد و گاهی بر خلاف انتظارتان، شـــانس با شماست و تصمیم‌های غلط، نتیجهٔ چندان بدی هم به دنبـــال ندارند. در احتمال، «درست» یا «نادرست» قطعی وجود ندارد و ما در یک بازه از عددها با هم صحبت می‌کنیم که گاهی تفاوت‌های کمی در عددها می‌تواند نتیجه را تغییر دهد. بیایید یک مثال خوبِ کرونایی را با هم ببینیم! در عنوان خبرهای روزنامه‌ها آمده بود: «تا پایان ماه جولای ۷۰۰۰۰۰ نفر از کرونا فوت خواهند کرد.» در صورتی که درســـت‌تر ایـــن بود که می‌گفتند: «به احتمال ۹۵ درصد، تعـــداد فوتی‌های کرونا تا پایان ماه جولای بین ۵۵۰۰۰۰ نفر تا ۸۵۰۰۰۰ نفر خواهد بود.»



نمودار توزیع احتمال تعداد فوتی‌ها بر اثر ابتلا به کرونا

گرچه این جمله شـــاید مناســـب عنوان‌های کوتاه روزنامه نباشد، اما پیش‌بینی درست‌تری از اوضـــاع بود. اگر تعـــداد فوتی‌های کرونا از ۷۰۰۰۰۰ نفـــر کمتر یا از این عدد بیشـــتر می‌بود، مردم می‌گفتند متخصصان اشـــتباه کرده‌اند و حرف‌هایشـــان قابـــل اعتماد نیســـت. در صورتی که نمودارها نشـــان می‌دهنـــد، پیش‌آمدن هر کـــدام از این عددها شانس قابل توجهی داشت و دور از پیش‌بینی‌ها نبود. همین دست اشتباهات که وقتی دقیق می‌شویم می‌بینیم خیلی هـــم اشـــتباه نیســـتند(!) در بازارهای سرمایه‌گذاری هم اتفاق می‌افتند. نظریهٔ احتمال در قرن هفدهم در فرانســـه آغاز شـــد. وقتی کـــه دو ریاضـــی‌دان بزرگ فرانســـوی، **پاســـکال** و **فِرما**، دربارهٔ بعضی بازی‌های شانســـی با هم مکاتبه می‌کردند. صحبت‌ها و نوشته‌های آن‌ها روی دانشـــمندان ریاضی آن زمان تأثیر گذاشـــت و باعث پیدایـــش نظریه‌های ریاضی احتمال شـــد. امروزه این علم در هر زمینه‌ای جایی برای خودش دارد؛ از فیزیک تا پیش‌بینی وضع هوا؛ از محاسبهٔ خطرپذیری (ریســـک) مصرف یک دارو برای بیماران تـــا به‌کارگیری روش‌های جدیـــد درمـــان. وقوع چند پیشـــامد و بررســـی احتمال آن‌ها، گاهی مستقل از هم و گاهی به هم وابسته است. مثلاً اگر یک سکه را دو یا چند بار پرتاب کنیم، رو یا پشت آمدن سکه در هر بار مستقل از نتیجهٔ دفعهٔ قبل است. اما در پیش‌بینی اینکه امروز باران می‌بـــارد یا نه، عوامل بســـیاری می‌توانند تأثیر داشته باشند و شـــرایط جوی روزهای قبـــل روی باران آمدن یا نیامدن امروز اثرگذار است.

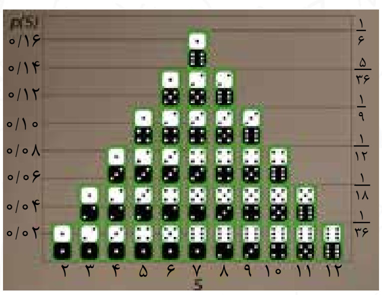
حـــالا که در زندگی واقعی ممکن اســـت اتفاقات خلاف تصور ما یا گاهی متفاوت از احتمال هر پیشامد رخ بدهند، آیا منطقی است که کاری به این عددها و احتمالات نداشته باشیم؟



خیر. قانون عددهای بـــزرگ می‌گوید: وقتی یـــک آزمایش به تعـــداد دفعات زیـــاد تکرار می‌شـــود، میانگین نتایج به دســـت آمده هر بار به مقدار مـــورد انتظار نزدیک و نزدیک‌تر می‌شـــود. یعنی ممکن اســـت گاهی اتفاقات مطابق پیش‌بینی‌ مـــا پیش نروند، اما در بازهٔ زمانی وســـیع‌تر که نگاه کنیـــم، توجه‌کردن به احتمال و تصمیم‌گیری بر اســـاس آن کار منطقی‌تری اســـت. با این حال چرا مردم این کار را نمی‌کنند؟ مثلاً چرا در سرمایه‌گذاری یا خرید ســـهام یا ... به محض مشاهدهٔ اولین شکســـت، ســـریع تصمیم می‌گیرند دیگر به قوانیـــن احتمال توجهی نکنند و بر اســـاس حس و حال خودشان تصمیم بگیرند؟[1]

چون کســـی که یک بار شکســـت می‌خورد دوست دارد زود خودش را از درد آن شکست نجـــات بدهد و نمی‌تواند صبـــر کند تا تعداد دفعه‌های آزمایش بیشـــتر و در نتیجه تعداد دفعه‌های رشد سهام او به پیش‌بینی‌ها نزدیک شود. از طرف دیگر، همین که آدم‌ها نمی‌دانند قرار است چه اتفاقی بیفتد، دچار بی‌اطمینانی نســـبت به آیندهٔ پیش رو و نسبت به عددها و احتمالات می‌شوند و ترجیح می‌دهند که در لحظه، کاری را انجام دهند که به آن‌ها آرامش بیشـــتری می‌دهد، تا اینکـــه بخواهند به علم اعتماد کنند.

در پرتاب دو تاس به طور هم‌زمان، مجموع عددهای رو شده می‌تواند بین ۲ تا ۱۲ متغیر باشد. این پیشامدها و احتمال وقوع هر کدام، در نمودار مشخص شده است.



پی‌نوشت

۱. این مطلب از صحبت‌های اســـتاد **پاتریک بویلس**، اســـتاد دانشـــکدهٔ کینگز لندن، با موضوع «احتمال در اقتصاد و امور مالی- روش‌های کمی آمار برای معاملات» برگرفته شده است.

منبع

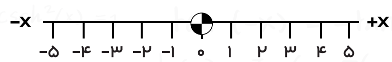
https://en.wikipedia.org/wiki/Patrick_Boyle_(financier)

ژما جواهری‌پور

ریاضیِ سلامت

حتماً شما هم این تجربه را دارید که پزشک در مطبش با ابزارهای پزشکی، مثل دماسنج، ترازو، فشارسنج و گوشی پزشکی وضعیت بدن و سلامت بیمارش را بررسی می‌کند. عددهایی که از دمای بدن، وزن، فشار خون و یا تعداد ضربان قلب بیمار به دست می‌آیند، داده‌هایی هستند که مثل عددها در ریاضی معرف یک کمیت قابل اندازه‌گیری‌اند.

ابزارهایی که نام بردیم، ساده‌ترین ابزارهای پزشکی محسوب می‌شوند. حتماً با نگاهی به نحوهٔ درجه‌بندی آن‌ها به یاد محور مختصات و تقسیم‌بندی آن می‌افتید. درست است، برای تعیین عددها توسط این ابزار از یک مفهوم پایه در ریاضی استفاده شده است.



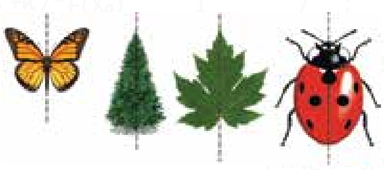
تجهیزات پزشکی روز به روز پیشرفته‌تر می‌شوند و این ابزار می‌توانند با دقت بالاتری شرایط اندام‌ها و نوع بیماری را تشخیص دهند. دستگاه‌های عکس‌برداری و انواع صورت‌نگاری (سونوگرافی)ها، ابزارهای جراحی و سایر تجهیزات به کمک پزشکان و بیماران آمده‌اند. در تمام این موارد رد پای دانش ریاضی را می‌توانید مشاهده کنید.

وقتی دستگاه صورت‌نگاری با ارسال و بازتاب امواج از روی بافت‌های بدن تصویری تشکیل می‌دهد، این تصویر با داده‌ها در یک دستگاه مختصات سنجیده می‌شود و اطلاعاتی را از ابعاد و ضخامت جسم مورد بررسی ارائه می‌دهد. تصویر می‌تواند یک نوزاد در شکم مادر و یا یک سنگ در کلیهٔ بیمار باشد .

علاوه بر موارد قبل در تجهیزات پزشکی، می‌توان به اندام‌های مصنوعی نیز اشاره کرد که زندگی را برای انسان‌ها و حتی جانورانی که به هر دلیل بخشی از بدن خود را از دست داده‌اند، آسان‌تر کرده‌اند.

برای ساخت اندام‌های مصنوعی نیز دانش ریاضی علاوه بر فیزیک و شیمی به میدان آمده است. برای ساخت این اندام‌ها (پروتز)، علاوه بر اهمیت آلیاژ و مواد به کار رفته در آن‌ها، باید محاسبه‌های دقیقی روی ابعاد و اندازهٔ آن‌ها صورت بگیرد تا بیمار به‌راحتی بتواند از آن‌ها استفاده کند.

ساخت این اندام‌های مصنوعی، به‌خصوص در مواردی که عضو باید عیناً شبیه اعضای بدن ساخته شود، ما را به یاد درس تقارن در ریاضی می‌اندازد.



مهندسی پزشکی هر روز شاهد نوآوری‌های بسیاری در ساخت تجهیزات دانش بنیان پزشکی است که زندگی را برای بیماران آسان‌تر می‌کنند و همچنین به پزشکان در تشخیص بیماری‌ها یاری می‌رسانند. در این بین دانش ریاضی در ساخت این ابزارها نقشی مهم و اساسی دارد. اگر شما هم مایل هستید در دنیای حرفه‌ای مهندسی پزشکی وارد شوید، باید به درک و توانمندی خود در علم ریاضی اهمیت دهید.

درمانگاه ریاضی

افشین خاصّه‌خان

دارویی برای شمارش

سـلام بچه‌ها! به درمانگاه ریاضی خـوش آمدید. امیدوارم تا حد امکان شـیوه‌نامه‌های بهداشـتی را رعایت کنید و خود و خانواده‌تان را از شـر این بیماری ویروسی در امان نگه دارید. مراجعه‌کنندهٔ این هفته دانش‌آمـوزی نهمی به نام **امیررضا حسن‌زاده** اسـت. امیررضا با پدرش به درمانگاه آمده است. پدر امیررضا به کار صافکاری خودرو مشغول است و در کارش بسیار مهارت دارد. بعد از سلام و احوال‌پرسی با آن‌ها، امیررضا را به اتاق درمانی دعوت می‌کنم.

بعد از یک ربع تا بیست دقیقه «گفت‌وگوی سقراطی» معمول در ارتباط با موضوع‌هایی که او مطرح کرد، دو مشـکل موجود در تفکـر ریاضی‌اش را در ارتباط بـا آن موضوع‌ها حدس زدم. امیررضا قصد داشـت معدل خود را برای ورود به رشتهٔ انسانی ترمیم کند.

تشخیص

یکی از مشـکلات امیررضا در مفهوم عددهای مربع کامل بود و مشکل دیگر نداشتن نظم منطقی در شمارش زیرمجموعه‌های یک مجموعه. یکی از سـؤال‌هایی را کـه در مورد آن صحبت کردیم و از اشـکال‌های عمدهٔ او بود، در اینجا با شـما در میان می‌گذارم:

مجموعهٔ $A=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$ چند زیر مجموعهٔ غیرتهی دارد که حاصل‌ضرب اعضایشان مربع کامل باشد؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

سؤال از آزمون ورودی «دبیرسـتان انرژی اتمی» بود و طبیعی اسـت برایش به نسبت سخت باشـد. او عددهای مربع کامل را می‌شـناخت، اما درک عمیقی از عددهای مربع کامل لازم بود. همچنین رسـیدن به تعداد زیرمجموعه‌های مطلوب و شمارش

آن‌ها نظمی منطقی نیاز داشت که به نظر می‌رسید امیررضا در شمارش آن‌ها از آن استفاده نمی‌کند.

درمان

برای اینکه امیررضا متوجه مشکلش شود، گفت‌وگوی دوطرفه را آغاز کردم. او پس از سؤال و جواب‌های متوالی متوجه شد یکی از روش‌ها برای حل این سؤال آن است که ابتدا عددهای مربع کامل را بنویسد و سپس حاصل‌ضرب اعضایی از مجموعهٔ A را که برابر یک عدد مربع کامل است، مشخص کند:

عددهای مربع کامل :

$\{۱,۴,۹,۱۶,۲۵,۳۶,۴۹,۶۴,۸۱,۱۰۰, ...\}$

اشتباه اول این بود که زیرمجموعه‌های یک عضوی را شمارش نمی‌کرد. البته تقصیر زیادی هم نداشت، چون در سؤال نوشته شده بود، حاصل‌ضرب اعضای آن‌ها و سپس قانع شد که زیرمجموعه‌های تک عضوی که خودشان مربع کامل باشند، جواب مسئله محسوب می‌شوند: $A_{۱}=\{۱\}$ $A_{۲}=\{۴\}$

حال نوبت زیرمجموعه‌های دوعضوی بود. امیررضا برای عدد مربع کامل ۴ دو زیر مجموعه نوشت: $A_{۳}=\{۱,۴\}$ $A_{۴}=\{۲,۲\}$

و با این سؤال من که: آیا مجموعهٔ $A_{۴}$ دو عضوی است، به خود آمد و آن را پاک کرد. او برای عدد مربع کامل ۹ با کمی مکث گفت: زیرمجموعه‌ای از A وجود ندارد که با تأیید من انرژی گرفت. عدد مربع بعدی ۱۶ بود که امیررضا زیرمجموعهٔ $A_{۴}=\{۲,۸\}$ را نوشت. سپس عدد مربع ۲۵ را نیز رد کرد. برای عدد ۳۶ پس از چند آزمون و خطا زیرمجموعهٔ دوعضوی نیافت. این تکرارها تسلط او را افزایش می‌دادند و به همین خاطر عددهای مربع ۴۹، ۶۴ و ... را برای زیرمجموعه‌های دو عضوی رد کرد.

زیرمجموعه‌های سه عضوی که امیررضا برای دو عدد مربع ۳۶ و ۶۴ نوشته بود، عبارت بودند از:

$A_{۵}=\{۲,۳,۶\}$ $A_{۶}=\{۲,۴,۸\}$

با یادآوری اینکه یک عضو خنثا در عمل ضرب وجود دارد، پنجرهٔ جدیدی در ذهنش باز شد و متوجه شد که از زیرمجموعه‌های دو عضوی می‌تواند برای نوشتن زیرمجموعهٔ سه عضوی استفاده کند و نوشت: $A_{۷}=\{۱,۲,۸\}$

جالب بود که هرقدر پیش می‌رفت، تسلطش بر موضوع بیشتر می‌شد. او از عددهای مربع ۲۵، ۴۹، ۱۲۱ و ۱۶۹ بدون آزمون و خطا گذشت و مطمئن بود که برای این عددها زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ A با شرایط خواسته‌شده نمی‌توان یافت. می‌خواست زیرمجموعه‌های چهار عضوی را شروع کند.

بعد از چند پرسش و پاسخ امیررضا متوجه شد که می‌تواند طور دیگری نیز به موضوع نگاه کند؛ یعنی عددهایی را انتخاب کند که پس از تجزیهٔ آن‌ها، تعداد عددهای اول تشکیل‌دهندهٔ آن‌ها زوج باشد. مثلا در ۸ سه تا ۲ وجود دارد: ۸=۲×۲×۲. با انتخاب ۶=۳×۲، حالا او چهار تا ۲ و یک ۳ دارد که با انتخاب ۳، تعداد عددهای اول تشکیل‌دهنده زوج می‌شود: $A_{۸}=\{۳,۶,۸\}$

حال خود او متوجه شده بود که چرا برای عددهای ۲۵، ۴۹، ۱۲۱، ۱۶۹ و ... آزمون و خطا نمی‌کند؛ چون در تجزیهٔ اعضای مجموعهٔ A، تعداد زوج ۵ یا ۷ یا ... وجود ندارد.

حال نوبت زیرمجموعه‌های چهار عضوی بود. امیررضا دوباره از زیرمجموعه‌های سه عضوی استفاده کرد:

$A_{۹}=\{۱,۳,۶,۸\}$ $A_{۱۰}=\{۱,۲,۳,۶\}$ $A_{۱۱}=\{۱,۲,۴,۸\}$

بعد از کش و قوس فراوان و کمی راهنمایی، امیررضا با روش تجزیهٔ دو مجموعهٔ چهار عضوی فاقد عضو ۱ نوشت:

$A_{۱۲}=\{۲,۳,۴,۶\}$ $A_{۱۳}=\{۳,۴,۶,۸\}$

و گفت در $A_{۱۲}$ چهار تا ۲ و دو تا ۳ وجود دارد، بنابراین حاصل‌ضرب آن‌ها یک عدد مربع کامل است.

سپس بلافاصله عدد ۱ را به هر دو مجموعهٔ آخر اضافه کرد و دو مجموعهٔ پنج عضوی نوشت:

$A_{۱۴}=\{۱,۲,۳,۴,۶\}$ $A_{۱۵}=\{۱,۳,۴,۶,۸\}$

امیررضا کمی تلاش کرد زیرمجموعهٔ پنج عضوی بدون عضو ۱ بنویسد، اما نتوانست. در واقع امکان نداشت، چون اعضای ۵ و ۷ به دلیل تعداد فردشان در هیچ زیرمجموعه‌ای نمی‌توانستند باشند. لذا اگر به زیرمجموعهٔ $A_{۱۲}$ عضو ۸ یا به زیرمجموعهٔ $A_{۱۳}$ عضو ۲ را اضافه کنیم، به تعداد فرد عدد ۲ خواهیم داشت که حاصل‌ضرب آن‌ها مربع کامل نخواهد شد. با توضیحاتم او متوجه شد که جواب سؤال برابر با ۱۵ است. حس رضایت در چهرهٔ امیررضا مشهود بود.

تجویز

بعد از تشخیص بیماری تفکر ریاضیِ امیررضا، حال نوبت تجویز دستورالعمل‌های درمانیِ لازم بود:

۱. به او توصیه کردم فصل مجموعه‌ها و تجزیهٔ عددها را از کتاب‌های درسی دورهٔ اول متوسطه به دقت بخواند و تمریناتش را حل کند.

۲. بعضی از تمرین‌های مهم مجموعه‌ها و ب.م.م و ک.م.م را از کتاب درسی خود یاد بگیرد و تا حد امکان بکوشد خودش آن‌ها را حل کند و اگر نشد، حداقل روند حل آن‌ها را تحلیل و تعقیب کند.

۳. تمرین‌های مشابهی را برایش تعیین و سفارش کردم که برای حلشان آزمون و خطا انجام دهد و تا حد امکان پاسخ مسئله را از کسی نپرسد.

۴. برای سؤال‌هایی که نتوانسته جواب دهد، در طول هفته دوباره چالشی انجام دهد. حل یک مسئله بعد از چندین بار تلاش بسیار لذت‌بخش خواهد بود.

۵. اگر امکان داشته باشد، مسئله‌هایی را با روش‌های متفاوت حل کند و از این کار لذت ببرد.

۶. اگر علاقه‌مند باشد، چند سؤال در همین زمینه طراحی کند و با دوستانش به حل و بحث بگذارد تا نقاط قوت و ضعف سؤال‌هایش آشکار شوند.

با پویش رمزینهٔ مقابل می‌توانید مطلب شمارهٔ قبل را بیابید.

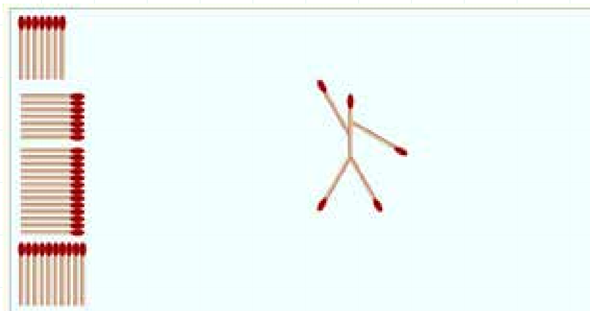
چوب کبریت‌های نقش آفرین

زهره پندی/مسئول وبگاه ریاضی فکر کن

«وبگاه ریاضی فکر کن!» (mathink.ir) برای استفادۀ معلمان طراحی شده، اما خیلی از مطالب آن ممکن است برای شما هم جالب باشند و به یادگیری مطالب جدید یا یادآوری مطالبی که قبلاً یاد گرفته‌اید، کمک کنند.

در این شماره یکی از ابزارهای این وبگاه به نام «چوب‌کبریت‌ها» را معرفی می‌کنیم. برای دیدن این صفحه به نشانی زیر مراجعه کنید:
https://mathink.ir/چوب-کبریت‌ها/

وقتی روی پیوند (لینک)، تلیک (کلیک) کنید، وارد صفحه‌ای می‌شوید که در آن می‌توانید با کشیدن چوب‌کبریت‌ها به داخل صفحه و چرخاندن آن‌ها، شکل‌ها و الگوهای متنوعی بسازید.



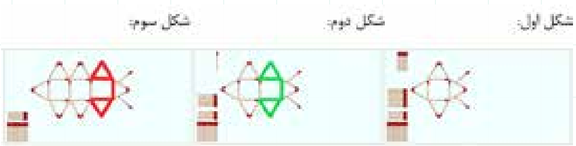
اما قسمت جالب این ابزار آن است که می‌توانید از قسمت «Basic shape» یکی از شکل‌های پایه برای ساختن یک الگوی چوب‌کبریتی را انتخاب کنید. سپس با تلیک روی «Draw»، سه جملۀ اول از الگوی چوب‌کبریتی انتخاب شده را ببینید و با تلیک روی «Reset» دوباره صفحه را خالی کنید.

مثلاً اگر «Caterpillar»، یعنی کرم ابریشم را انتخاب کنید، به ترتیب این سه شکل را می‌بینید:

حالا باید به این سؤال‌ها فکر کنید: «هر شکل با چند چوب کبریت ساخته شده است؟ شکل اول؟ شکل دوم؟ شکل سوم؟ شکل چهارم؟ شکل پنجم؟»

اگر تا حالا تعداد چوب‌کبریت‌های هر شکل را با تصور آن شکل و شمردن چوب‌کبریت‌ها پیدا کرده‌اید، وقتش رسیده است که راهبرد دیگری پیدا کنید، چون باید به این سؤال‌ها پاسخ دهید و لازم است به ارتباط میان شمارۀ شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها فکر کنید: «شکل دهم با چند چوب‌کبریت ساخته شده است؟ شکل صدم چطور؟ شکل nاُم چطور؟»

یک بار دیگر روی «Draw» تلیک کنید و ببینید برای تبدیل هر شکل به شکل بعدی چند تا چوب‌کبریت اضافه می‌شود. همان‌طور که در شکل‌های زیر هم دیده می‌شود، برای تبدیل هر شکل به شکل بعدی، هفت چوب کبریت به شکل قبلی اضافه شده است.



وقتی هر بار هفت چوب‌کبریت به چوب‌کبریت‌های قبلی اضافه می‌شود، یعنی می‌توانیم شکل‌ها را به‌صورت هفت‌تایی‌هایی تصور کنیم که کنار هم قرار گرفته‌اند و در هر شکل، یک هفت‌تایی به هفت‌تایی‌های قبلی اضافه شده است:

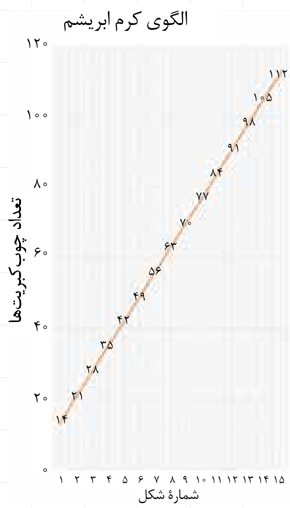
هر کرم ابریشم این الگو، به جز چوب‌کبریت‌های هفت‌تایی، هفت چوب‌کبریت هم در شاخک و دمش دارد. بدین ترتیب تعداد چوب‌کبریت‌ها در هر شکل برابر شمارۀ شکل ضرب در هفت، به‌علاوۀ هفت چوب‌کبریت است. یعنی شکل nاُم از ۷n+۷ چوب‌کبریت ساخته شده است.

می‌توانید پاسخ این سؤال‌ها را در جدول پایین صفحه که مانند تصویر صفحۀ بعد است، وارد کنید و با تلیک روی «Check your answers» درستی آن را بررسی کنید.

Copies of basic shape	Number of matches used	Copies of basic shape	Number of matches used
1		5	
2		10	
3		100	
4		n	

Check your answers   Save your answers

در این لحظه اگر فکر می‌کنید همیشه همین‌طور است و می‌توانیم به همین ترتیب تعداد چوب‌کبریت‌های هر الگوی چوب‌کبریتی دیگری را هم پیدا کنیم، خوب است ادامهٔ متن را ببینید.

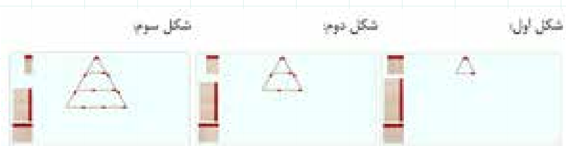


دوباره به الگوی کرم ابریشم با دقت نگاه کنید. در نمودار مقابل تعداد چوب‌کبریت‌های لازم برای ساختن هر شکل با توجه به شمارهٔ آن دیده می‌شود. برای ساختن هر شکل با استفاده از شکل قبلی، هفت چوب‌کبریت به چوب‌کبریت‌های قبلی اضافه می‌شود. یعنی همیشه وقتی روی نمودار یک واحد جلو می‌رویم، هفت واحد هم بالا می‌رویم. برای همین است که وقتی نقطه‌های مرتبط با شکل‌ها را به ترتیب به هم وصل می‌کنیم، یک خط می‌بینیم.

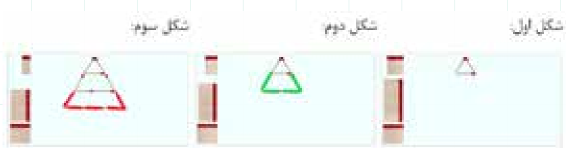
به الگوهایی مانند الگوی کرم ابریشم چوب‌کبریتی که نمودار تعداد چوب‌کبریت‌ها برحسب شمارهٔ شکلشان، یک خط را تشکیل می‌دهد، «الگوهای خطی» می‌گوییم.

بعضی الگوهای چوب‌کبریتی دیگر هم خطی هستند، اما بعضی از الگوهای چوب‌کبریتی خطی نیستند.

مثلاً الگوی «Pyramid» به معنی «هرم» را انتخاب کنید و سه تا شکل اول آن را مشاهده کنید و ببینید که چگونه در حال رشدکردن است و هر بار برای ساختن شکل جدید، چند تا چوب کبریت باید به چوب‌کبریت‌های شکل قبل اضافه شود:

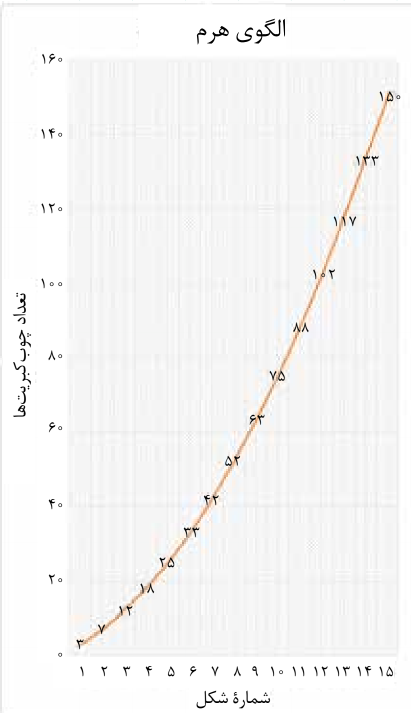


در این الگو، برای ساختن شکل دوم باید چهار چوب‌کبریت به شکل اول اضافه شود و برای ساختن شکل سوم باید پنج چوب‌کبریت به شکل دوم اضافه شود:



به همین ترتیب تعداد چوب کبریت‌هایی که باید به شکل سوم اضافه شود تا شکل چهارم ساخته شود، شش‌تاست.

در نمودار زیر تعداد چوب‌کبریت‌های لازم برای ساختن هر شکل با توجه به شمارهٔ آن در الگوی هرم دیده می‌شود. در این نمودار وقتی از شکل اول به شکل دوم می‌رویم، یک واحد جلو و چهار واحد بالا می‌رویم، اما برای رفتن از شکل دوم به سوم، با یک واحد جلو رفتن، پنج واحد بالا می‌رویم. یعنی تعداد چوب‌کبریت‌های اضافه شده برای ساختن هر شکل، مقدار ثابتی نیست. برای همین است که وقتی نقاط را به هم وصل می‌کنیم، پاره‌خط‌هایی با شیب‌های متفاوت می‌بینیم.

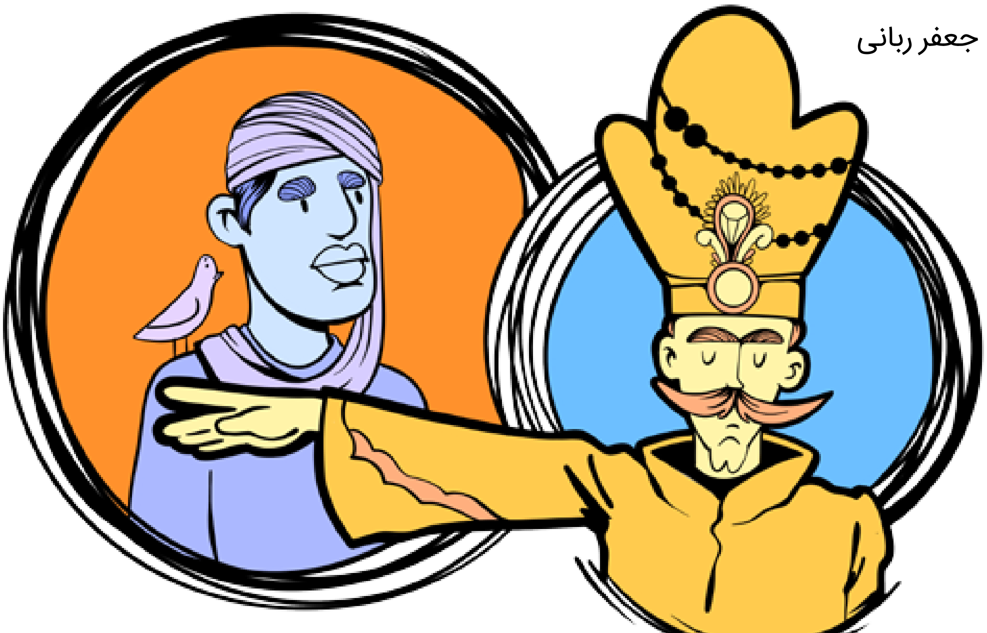


به الگوهایی مانند الگوی هرم چوب‌کبریتی، از آن نظر که نمودار تعداد چوب‌کبریت‌ها برحسب شمارهٔ شکلشان، یک خط را تشکیل نمی‌دهد، «الگوهای غیرخطی» می‌گوییم.

یافتن تعداد چوب‌کبریت‌های شکل nاُم در الگوهای غیرخطی، هدف نگارش این نوشته نیست. هدف این نوشته، کمک به تشخیص الگوهای خطی از غیرخطی است. پیشنهاد این است که الگوهای دیگر همین ابزار را ببینید و خطی‌بودن یا نبودن هر کدام را بررسی کنید. اگر درست تشخیص دهید، یک الگوی غیرخطی دیگر در میان الگوهای چوب‌کبریتی این ابزار پیدا خواهید کرد.

پادشاه جبّار و حیلهٔ ناخدا

جعفر ربانی



پادشاهی جبّار به ناخدای خود دستور داد ۱۵ نفر از اسیران دشمن را که ۱۵ سرباز نیز مراقب آن‌ها بودند، به جزیره‌ای منتقل کند تا در آنجا زندانی شوند. ناخدا پذیرفت و پس از سوارکردن اسیران و سربازان، بادبان‌های کشتی را برافراشت و راهی جزیره شد. اتفاقاً در راه دریا توفانی شد و نزدیک بود کشتی و سرنشینان آن غرق شوند. ناخدا چاره‌ای ندید جز اینکه کشتی را سبک کند. از این رو به دستیارش گفت: «چاره‌ای نداریم که نیمی از مسافران را به دریا بیندازیم، وگرنه با کشتی به قعر دریا خواهیم رفت.» دستیارش گفت: «حالا کدام مسافران را به دریا بیندازیم؟!»

ناخدا حیله‌ای به کار بست. گفت: «چاره‌ای نداریم جز اینکه قرعه بکشیم و هر کس قرعه به نام او افتاد، طعمهٔ دریا خواهد شد.»

اما برای اینکه قرعه به نام سربازان پادشاه نیفتد، گفت: «همگی دایره‌وار بنشینید و من از یک نقطه نه نفر نه نفر می‌شمارم. نفر نهم هر کس بود، از کشتی به بیرون پرتاب خواهد شد و این کار را ادامه می‌دهم تا فقط ۱۵ نفر بمانند.»

البته ناخدا سربازان و اسیران را به ترتیبی کنار هم نشاند که قرعه فقط به نام اسیران اصابت کند. ترتیب نشستنشان این‌گونه بود:

۱ ۲ ۲ ۱ ۳ ۲ ۲ ۱ ۱ ۳ ۱ ۲ ۵ ۴ ⇐

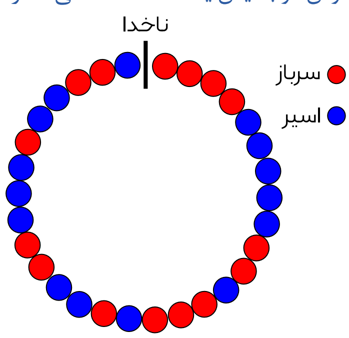
(قرمز: سربازان، آبی: اسیران)

این راه حل را به صورت شعر نیز درآورده‌اند:

ز ترکان چهار و ز هندوست پنج
دو رومی تو با یک عراقی بسنج
سه روز و شبی یک نهار و دو لیل
دو باز و سه زاغ و یکی چون سهیل
دو میغ و دو ماغ و یکی همچو دود
ز نه نه شمردن برافتد عنود

و یا:

چهار خرما پنج خار و دو سفید و یک سیاه
سه نشاط و یک غم و یک مأمن و دو بی‌پناه
دو سوار و سه پیاده یک گل و دو خارزار
نوش دو با نیش یک؛ آنگاه نه نه می‌شمار



فوری جواب دهید!

۱. سه گربه در سه دقیقه سه موش می‌گیرند. صد گربه در چه مدتی صد موش می‌گیرند؟

۲. ده لنگه جوراب سیاه و ده لنگه جوراب سفید در اتاق تاریکی است. می‌خواهیم یک جفت جوراب سفید یا سیاه برداریم و بپوشیم. چند لنگه برداریم کافی است؟

۳. خیاطی با سه متر پارچه برای یک نفر کت و شلوار و جلیقه می‌دوزد. سه نفر مشتری آمده‌اند:

اولی می‌گوید: من کت نمی‌خواهم!
دومی می‌گوید: من جلیقه نمی‌خواهم!
سومی می‌گوید: من شلوار نمی‌خواهم!

خیاط به چند متر پارچه برای دوختن لباس این سه نفر نیاز خواهد داشت؟

ابوریحان و قصهٔ گندم‌های شطرنج!

در سال گذشته در همین مجله قصهٔ پدیدآمدن بازی شطرنج و ماجرای جایزه‌ای را خواندید که مخترع شطرنج از پادشاه هند درخواست کرد. در آنجا گفتیم پادشاه باید به تعداد ۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۵ دانه گندم به مخترع شطرنج می‌داد و این مقدار گندم از گندم‌های موجود در سراسر جهان هم بیشتر بود. بگذریم. حالا برایتان می گویم که ابوریحان بیرونی برای اینکه بتواند بزرگی این عدد را به مردم زمان خودش نشان دهد، طوری که تصور روشنی از آن به دست آورند، چنین گفته است:

«اگر روی سطح زمین ۲۳۰۵ کوه وجود داشته باشد که از هر کوه ۱۰۰۰۰ رود جاری شود و در طول هر رود ۱۰۰۰۰ قطار شتر در حرکت باشند و هر قطار شامل ۱۰۰۰ شتر باشد و هر شتر ۸ کیسه بار داشته باشد که در هر کیسه ۱۰۰۰۰ دانه گندم باشد، باز هم تعداد همهٔ این گندم‌ها کوچک‌تر از عدد بیست رقمی یاد شده خواهد بود.»

آیا شگفت‌زده نمی‌شوید؟!

برای دیدن پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

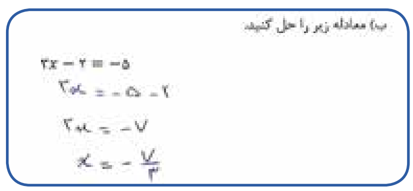
مرتضی مرتضوی

عددها این طرف، مجهول‌ها آن طرف!

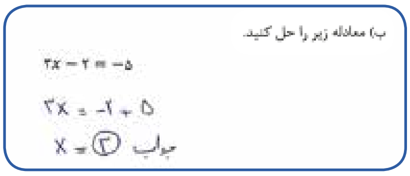
معادلهٔ درجهٔ اول از جمله مباحث پرکاربرد در ریاضیات مدرسه است. مسئله‌های فراوانی در زندگی روزمره وجود دارند که با تبدیل به معادلهٔ درجه اول قابل حل هستند. از طرف دیگر، یادگیری مفهوم‌ها و انجام بسیاری از محاسبه‌های ریاضی، چه در دورهٔ اول و چه در دورهٔ دوم متوسطه به درک صحیح از مفهوم معادله درجهٔ اول و تسلط در حل آن وابسته است.

اشتباه‌های زیادی هنگام حل معادلهٔ درجهٔ اول توسط برخی از دانش‌آموزان رخ می‌دهند که دلیل‌هایی دارند و بررسی ریشه‌ای آن‌ها در این نوشتار نمی‌گنجد. اولین گام برای جلوگیری از ایجاد چنین اشتباهاتی شناخت آن‌هاست. لذا در این شماره نمونه‌ای از اشتباه‌های دانش‌آموزان ارائه می‌شود که ممکن است برای درک مفهومی آنان مفید باشد.

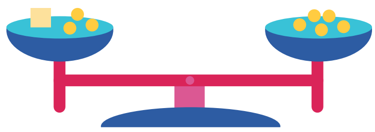
عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف. بله این جمله را بسیاری از بچه‌ها موقع حل معادلهٔ درجهٔ اول بیان می‌کنند. در واقع این روش حل معادلهٔ درجهٔ اول است که آن‌ها از معلم خود یاد گرفته‌اند و اکثرشان هم نه تنها مفهوم آن را درک نکرده‌اند، بلکه به عنوان رویه و دستورالعملی برای حل معادلهٔ درجهٔ اول به درستی آن را به کار نمی‌گیرند. مثلاً نمی‌دانند چرا باید «عددها را یک طرف ببریم و مجهول‌ها را هم یک طرف دیگر» و اینکه وقتی یک عدد از سمت چپ به راست منتقل می‌شود، چرا باید علامت آن تغییر کند. حتی اگر همهٔ مرحله‌ها را به درستی انجام دهند، درک درستی از محاسبه‌های خود ندارند. تمرکز ما در این شماره صرفاً بر یکی از اشتباه‌های (تغییر مکان عددها یا جمله‌ها بدون تغییر علامت آن‌ها) است. در شمارهٔ بعدی به سایر اشتباه‌ها در حل معادلهٔ درجه اول می‌پردازیم. برای مثال همان طور که می‌دانید در حل معادلهٔ ۳x-۲=-۵، طبق روش باید ۲- را به سمت راست منتقل کنیم و علامت آن را تغییر دهیم. اما برخی از بچه‌ها زمانی که جمله‌ها را به طرف دیگر منتقل می‌کنند، علامت آن‌ها را تغییر نمی‌دهند و با انجام عملیات اشتباه روی جمله‌ها، جواب درست معادله را به دست نمی‌آورند. یعنی دچار خطای تغییر مکان عددها یا جمله‌ها بدون تغییر علامت آن‌ها می‌شوند. در اولین نمونه که از پاسخ‌های واقعی دانش‌آموزان یک کلاس هفتم انتخاب شده است، با وجود درستی راه حل، به علت تغییرندادن علامت عدد ۲، هنگام انتقال آن به سمت راست، جواب معادله اشتباه به دست آمده است.


ب) معادله زیر را حل کنید.
۳x − ۲ = −۵
۳x = −۵ − ۲
۳x = −۷
x = −۷/۳

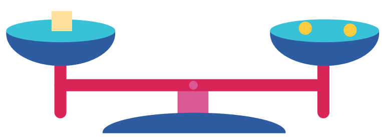
در نمونهٔ دوم نیز حل‌کننده، هم با انتقال ۲- به سمت راست، علامت آن را تغییر نداد و هم علامت ۵- را که جابه‌جا نشده بود، تغییر داد و جواب اشتباه به دست آورد.


ب) معادله زیر را حل کنید.
۳x − ۲ = −۵
۳x = −۲ + ۵
جواب x = ۳

در ادامه به مفهوم «عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف» می‌پردازیم. در واقع می‌خواهیم با یک مثال و تصویر مناسب، روش درست و علمی حل معادلهٔ درجه اول را بیان کنیم. البته توضیحات ما فعلاً به معادلهٔ درجهٔ اولی مربوط است که ضریب مجهول آن یک است. شکل ۱ یک ترازوی دو کفه‌ای را نشان می‌دهد که در دو طرف آن چند وزنهٔ یک کیلوگرمی و یک جسم با وزن نامعلوم قرار می‌دهیم تا ترازو به حالت تعادل درآید.


شکل ۱

به تعادل درآمدن ترازو به معنای آن است که وزن اجسام قرار گرفته در دو کفهٔ ترازو مساوی است. پس اگر وزن نامعلوم جسم را x بنامیم، عبارت ریاضی بیان‌کنندهٔ این وضعیت ۵=۳+x است. مقدار x چقدر است که این تساوی برقرار شده است؟ برای پاسخ به این سؤال، می‌توانیم از هر دو کفهٔ ترازو سه وزنهٔ یک کیلوگرمی برداریم؛ که در این صورت باز هم ترازو در حالت تعادل باقی می‌ماند.


شکل ۲

این عمل به معنای آن است که اگر از طرفین تساوی ۵=۳+x عدد ۳ را کم کنیم، باز هم تساوی برقرار می‌ماند؛ یعنی:

x+۳=۵⟶ x+۳-۳=۵-۳ ⟶x=۵-۳

پس ۲=x که اگر از مرحلهٔ دوم صرف نظر کنیم، به همان رویه و قاعدهٔ مرسوم عمل کرده‌ایم. ترازو نیز نشان می‌دهد که جسم ۲ کیلوگرم وزن دارد. از این مشاهدات می‌توان نتیجه گرفت که اگر از طرفین یک تساوی، عدد یکسانی را کم کنیم یا به آن اضافه کنیم، باز هم تساوی برقرار می‌ماند. با این توضیح‌ها روشن شد که در فرایند حل معادله، عملی به نام «انتقال» یا «جابه‌جایی» در ریاضیات مبنای علمی ندارد. اما چون در نتیجهٔ عمل اضافه‌کردن یا کم‌کردن مقداری به طرفین معادله اضافه یا از طرفین کم می‌شود، این طور به نظر می‌رسد که عدد یا متغیر جابه‌جا شده است. از همین روست که جملهٔ **«عددها را یک طرف ببریم، مجهول‌ها را هم یک طرف»** در میان دانش‌آموزان و برخی معلمان رایج شده است. **ادامهٔ این بحث در شمارهٔ بعدی خواهد آمد.**

گزارشی از مخاطبان امروز آموزشگاه ریاضیات خیام بندرعباس

مهدیه مسیبی

شیرین‌تر از **حساب و هندسه** چیست؟

یکی می‌گفت: «باشگاه ریاضی»، دیگری می‌گفت: «خانهٔ ریاضی» و بعضی بچه‌ها صدا می‌کردند: «آموزشگاه تخصصی ریاضیات خیام». اسم و عنوان خیلی مهم نبود، آنچه اهمیت داشت روش آموزشی این مجموعه بود که بچه‌ها را برای فراگیری ریاضیات سر ذوق می‌آورد و ما به دنبال آشنایی با آن‌ها بودیم که وارد بندرعباس شدیم. معما، مسابقه، المپیاد، آزمایشگاه ریاضی، نشریه و پژوهش یک سلسله اسم‌هایی بودند که در این مجموعه پررنگ بودند. اما مهم‌تر از همه، روش و شیوهٔ کار آن‌ها بود. شیوه‌ای که دانش‌آموز را مشتاق می‌کرد برای فهم بهتر ریاضی، کتاب‌های دو سال تحصیلی بعد را تابستان‌ها بخواند و به دیگر دوستانش در مدرسه آموزش بدهد. حالا ما اینجا کنار خانم دکتر **ثمین ذاکری**، مدیر مدرسهٔ خیام، **فهیمه جاشونیا**، دانش‌آموز پایهٔ هشتم و **سارا شیخ‌اسدی**، دانش‌آموز پایهٔ نهم هستیم. با ما همراه باشید تا از این خانهٔ ریاضیات بیشتر بدانید.

بچه‌ها از دورهٔ ابتدایی تا پایان دورهٔ متوسطهٔ دوم اینجا هستند. هر کدام بر اساس تقسیم‌بندی انجام‌شده و آزمون‌هایی که داده‌اند، در یکی از کلاس‌ها یا آزمایشگاه‌ها مشغول فعالیت‌اند. ما به اقتضای مجلهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول به سراغ دو تا از بچه‌ها می‌رویم که در پایهٔ هشتم و نهم تحصیل می‌کنند. مدیر مجموعه هم با ما همراه است. او دکترای ریاضی محض دارد و ضمن مدیریت کار، گهگاه در یکی از کلاس‌ها یا آزمایشگاه ریاضی به تدریس هم می‌پردازد. قدم به هر کلاس که می‌گذاریم، شور و هیجان برای دانستن بیشتر در چشمان بچه‌ها موج می‌زند.

تا فهیمه و سارا برای گفت‌وگو آماده شوند، گپ و صحبت را با دکتر ذاکری آغاز می‌کنیم:

● لطفاً برایمان از مجموعهٔ ریاضیات خیام بگویید.

○ دانش‌آموزان با هر سطح علمی و تحصیلی می‌توانند وارد این مجموعه شوند و پس از شرکت در آزمون حضوری، وضعیت خود را شناسایی کنند و در یکی از سطح‌های A، B یا C جا بگیرند. بچه‌هایی که از یک سطح علمی قابل‌قبول برخوردار و با فهم مفاهیم درس‌های کتاب ریاضی خود مشکلی نداشته باشند، امکان حضور در دوره‌های آمادگی المپیادها را هم دارند.

● نظر شما دربارهٔ درس ریاضی به‌طور کلی چیست؟ در دبستان آن را چطور نگاه می‌کردید و حالا که در دورهٔ اول متوسطه هستید چطور؟

○ **سارا:** در دبستان به‌صورت خیلی پایه‌ای درس ریاضی را یاد می‌گرفتیم و اطلاعات زیادی دربارهٔ علم ریاضی و کاربردهای آن نداشتم. اما از وقتی‌که وارد دورهٔ اول متوسطه شده‌ام، دیدم نسبت به علم ریاضی تغییر کرده و بیشتر به آن علاقه‌مند شده‌ام. چون به نظرم ریاضی واقعاً در جای‌جای زندگی ما وجود دارد. ساختن بناهای زیبا و منحصربه‌فرد بر اساس قوانین ریاضی و هندسه است و انسان از دیدن آن‌ها لذت می‌برد. برخی ساختمان‌ها را به‌گونه‌ای می‌سازند که بیشترین نور محیط را دریافت کنند و کمترین میزان مصرف برق را داشته باشند. این یکی از جذابیت‌های هندسه و قوانین ریاضیات است.

○ **فهیمه:** من در دبستان مثل تعدادی از بچه‌ها از درس ریاضی بدم می‌آمد و از وضعیت خودم در این درس چندان راضی نبودم. تا اینکه به پایهٔ ششم رسیدم و در کلاس‌های ریاضی مجموعهٔ خیام شرکت کردم. اینجا بود که دید من نسبت به ریاضی تغییر کرد. به آن علاقه پیدا کردم و برای تکلیف‌های ریاضی مدرسه خودم وقت بیشتری می‌گذاشتم.

● خانم جاشونیا، شنیده‌ام که شما در مطالعهٔ مباحث ریاضی در اوقات فراغت و تابستان‌ها هم کتاب‌های یکی دو سال بعد خودتان را می‌خوانید. چطور شد از آن بی‌علاقگی به این ذوق و شوق رسیدید؟

○ **فهیمه:** اوایل سال گذشته که در کلاس‌های المپیاد مجموعهٔ خیام شرکت کردم، مباحث کمی برایم پیچیده بودند و احساس می‌کردم که نمی‌توانم از پس آن‌ها بر بیایم. ولی صبر کردم و در تابستان آن سال، یک مجموعه کتاب‌های المپیادی را سفارش دادم که بخوانم و بتوانم پیشرفت کنم. از آنجا که درک مطالب این کتاب‌ها کمی سخت بود و باید حداقل دانش پایه را بلد می‌بودم، تصمیم گرفتم علاوه بر کلاس ریاضی هشتم، کلاس ریاضی نهم را هم شرکت کنم تا بتوانم به درک و حل مسائل بپردازم. خوش‌بختانه این موضوع خیلی به من کمک کرد.

یکی از روش‌های جالب مجموعهٔ خیام و خانم دکتر ذاکری تشویق و ترغیب بچه‌ها به حل مسئله‌ها و یادگیری مباحث ریاضی بود. برای مثال ما همیشه در کلاس با تعداد زیادی سؤال روبه‌رو بودیم. اسامی همهٔ بچه‌ها روی تخته نوشته می‌شد و هر کسی بابت پاسخ به هر سؤال یک امتیاز می‌گرفت. رقابت خوب و سالمی است. در نهایت به کسانی که امتیازهای بیشتری داشتند، جایزه و هدیه می‌دادند؛ حتی بن

خرید محصولات. برای همین همیشه ما شوق و ذوق داشتیم که مسئله‌ها را حل کنیم.

● به نظر شما ریاضی در کجای زندگی ما کاربرد دارد؟ مثال بزنید.

○ **سارا:** ریاضی علم و دانشی است که صد درصد در همه‌جا از زندگی کاربرد دارد. سرچشمهٔ تمام علوم ریاضی است. تولید محصولات در کارخانه‌ها، ساختمان‌ها و همهٔ مشاغل ریشه در ریاضیات دارد.

○ **فهیمه:** در همین کار عکاسی، شما برای انتخاب زاویه به دانش ریاضی نیاز دارید. تمام تجهیزات کار پزشکی هم با ریاضی سر و کار دارند. بهتر است بگوییم کجاست که ریاضی کاربرد ندارد.

● چه مدت است که در این آموزشگاه فعالیت دارید و چه کارهایی را در اینجا انجام می‌دهید؟

○ **فهیمه:** حدود سه سال است که در این مجموعه فعالیت دارم و امسال در مدرسهٔ خیام ثبت‌نام کردم و در کلاس‌های نیم‌سال (ترم) تابستانه، پاییزه و زمستانهٔ سه پایهٔ ششم، هفتم و هشتم و یک نیم‌سال پایهٔ نهم هم شرکت کردم. علاوه بر آن در کلاس المپیاد و سال ششم در کلاس‌های هوش این مجموعه هم شرکت داشته‌ام.

○ **سارا:** من از سال چهارم دبستان وارد شدم. بعد مدتی وقفه افتاد و دوباره از سال هفتم به این مجموعه آمدم. اینجا ریاضیات و هندسه را خیلی جذاب تدریس می‌کنند. ما همیشه هندسه را به‌صورت عملی با ساختن اجرام هندسی و در آزمایشگاه یاد می‌گیریم. آموزش ریاضی در این مجموعه از طریق بازی و سرگرمی است و به همین خاطر برای بچه‌ها جذابیت دارد.

● فرض کنیم شما اصلاً با این روش آموزشی، یعنی بازی و سرگرمی، آشنایی پیدا نمی‌کردید. آن وقت ...؟

○ **فهیمه:** قطعاً از نمره‌هایی که در درس ریاضی می‌گرفتم راضی نبودم و همچنان مثل گذشته از این درس بدم می‌آمد. من به واسطهٔ پیشرفتی که در ریاضی پیدا کردم، اعتمادبه‌نفسم بالا رفت. از طرف دیگر در سایر درس‌ها هم امروز پیشرفت کرده‌ام.

○ **سارا:** من از آشنایی با المپیادها و شرکت در کلاس‌های آن را مدیون این مجموعه هستم. همچنین علاقه به ریاضیات را از همین کلاس‌ها و روش‌ها دارم.

در این مجموعه از چه تدبیرهایی استفاده می‌کنند تا بچه‌ها بتوانند مباحث درسی ریاضی را بهتر یاد بگیرند؟

○ **سارا:** اینجا بازی و سرگرمی در امر آموزش یک اصل است. ما مرتب در حال مسابقه و رقابت هستیم و بچه‌ها دانسته‌های خود را با هم به اشتراک می‌گذارند و هم‌فکری می‌کنند. بچه‌ها و خانواده‌های ما از این تدابیر بسیار استقبال می‌کنند.

○ **فهیمه:** روش آموزش معلمان در این مجموعه خلاقانه است. اجازه دهید مثالی بزنم. برای ضرب علائم مثبت و منفی معلم ما این مثال را برای ما زد که تصور کنید شخصی می‌خواهد به دوستش خون اهدا کند. اگر RH یکی مثبت و RH دیگری منفی باشد، این دو نفر نمی‌توانند از یکدیگر خون بگیرند چون RH آن‌ها متفاوت است، پس نتیجه منفی می‌شود. ولی اگر RH هر دو مثبت یا هر دو منفی باشد، چون مثل هم هستند، پس نتیجه مثبت می‌شود و می‌توانند به یکدیگر خون اهدا کنند.

● کدام قسمت از فعالیت‌های این مجموعه برای شما جالب‌تر و جذاب‌تر است و چرا؟

○ **سارا:** برای من برگزاری مسابقهٔ شهر ریاضی بین بچه‌ها جالب‌ترین فعالیت است. به نظرم حل‌کردن سؤال‌های ریاضی همراه با برگزاری یک بازی با قوانین و مقررات جالب، خیلی سرگرم‌کننده و مفید است.

○ **فهیمه:** من به یادگیری مطالب المپیاد بسیار علاقه‌مندم و کسب مقام در المپیاد ریاضی برایم به یک هدف تبدیل شده است. همچنین بسیار خوش‌حالم که درس‌های ریاضی دبیرستان را زودتر یاد می‌گیرم.

● اصولاً یادگیری مباحث علمی درس ریاضی در آموزشگاه خیام به نظر شما چه تفاوتی با کلاس درس دارد؟

○ **سارا:** تحلیل فرمول‌های ریاضی و هندسه، یادگرفتن حل سریع آزمونه‌ها (تست‌ها)، تدریس نکته‌های مهم فراتر از کتاب‌های درسی برای حل راحت‌تر سؤال‌ها، به نظرم نقاط قوت هستند.

فهیمه: از آنجا که دانش‌آموزان برای شرکت در کلاس‌های ریاضی مجموعهٔ خیام سطح‌بندی می‌شوند، ما به نسبت سطح‌هایی که در کلاس‌ها داریم، مطالب را پیشرفته‌تر یاد می‌گیریم و سطح سؤال‌ها هم بالاتر و سخت‌تر است. این موضوع به یادگیری بهتر ریاضی کمک می‌کند و باعث می‌شود کلاس‌ها برای دانش‌آموزان خسته‌کننده نباشند.

● شنیده‌ام شما بچه‌ها در بحث آموزش مباحث ریاضی به دیگر دوستانتان هم کمک می‌کنید و مثل معلم‌یار هستید. از مزیت این کار برای ما بگویید.

○ **سارا:** من هم مانند کارکنان آموزشی اینجا، معتقدم وقتی بچه‌ها مطالب را به هم یاد می‌دهند، خودشان هم بهتر یاد می‌گیرند. به همین خاطر ما هم سعی می‌کنیم درس‌ها را برای هم توضیح بدهیم تا به این ترتیب اشکالات خودمان را پیدا و برطرف کنیم. از طرف دیگر، وقتی ما برای هم توضیح می‌دهیم، پذیرش مطلب از سوی بچه‌های هم‌سن و سال راحت‌تر است.

● وقتی در حل یک مسئلهٔ ریاضی به مشکلی برخورد می‌کنید که امکان حل ندارید چه‌کار می‌کنید؟

○ **سارا:** در مرحلهٔ اول سعی و تلاش بیشتری می‌کنم و به دنبال روش‌های متفاوت در کتاب می‌گردم. اگر نتیجه ندهد، در کلاس با بقیه در میان می‌گذارم. اگر بچه‌ها به نتیجه نرسند، دبیر خودش توضیح می‌دهد.

○ **فهیمه:** البته گاهی هم دبیران نمونه‌های مشابه را در کلاس مطرح می‌کنند و اگر موفق به حل آن نباشیم، خودشان جواب را ارائه می‌کنند.

● با مجلهٔ رشد ریاضی برهان چقدر آشنایی دارید و به‌طور معمول چه بخش‌هایی از آن را مطالعه می‌کنید؟

○ **سارا:** راستش من گفت‌وگوها و مطالب کاربردی این مجله را خیلی دوست دارم، البته مطالب دیگرش هم بسیار خواندنی است.

○ **فهیمه:** من چند بار رشد ریاضی برهان را در اینترنت جست‌وجو کرده‌ام و بیشتر مصاحبه‌های مرتبط با ریاضی و افراد متخصص در این دانش را مطالعه می‌کنم.

صحبت ما که با بچه‌ها تمام شد دوباره سراغ دکتر ذاکری رفتیم تا باز هم بیشتر از این مجموعه برایمان بگوید. او همان‌طور که کلاس‌ها و بخش‌های متفاوت را معرفی می‌کرد گفت: «هدف ما این است که بچه‌ها با لذت ریاضی را یاد بگیرند. به همین دلیل از بازی و رقابت در امر آموزش زیاد بهره می‌گیریم. همان‌طور که بچه‌ها هم گفتند، ما معمولاً از مسابقه زیاد استفاده می‌کنیم تا بچه‌ها اعتمادبه‌نفس بیشتری پیدا کنند. برای تشویق به آن‌ها جایزه هم می‌دهیم. برای من خیلی لذت‌بخش است که بچه‌ها به کاربردی‌بودن ریاضی در جای‌جای زندگی از طریق این آموزش‌ها پی می‌برند. ما از هر وسیله و امکانی استفاده می‌کنیم تا یادگیری ریاضی برای بچه‌ها راحت باشد.»

گزارش ما از این خانهٔ ریاضیات به پایان رسید. امیدواریم این بچه‌ها و همهٔ دانش‌آموزان پرتلاش کشورمان، به آرزوهای خوب خود برسند و بهترین‌ها را پیش رو داشته باشند.

cymath

فاطمه درویشی

معرفی کارافزار ریاضی سای‌مث

تاکنون نرم‌افزارهای متفاوتی برای حل مسائل و معادلات ریاضی منتشر شده‌اند که برخی مشکل داشته‌اند و برخی دیگر نیز تنها جواب نهایی را در اختیار کاربران قرار می‌دهند؛ به این علت که نرم‌افزارهای مزبور به صورت رباط عمل می‌کنند. در این شماره قصد داریم برنامه‌ای را به شما معرفی کنیم که به صورت رباط عمل نمی‌کند و تنها پاسخ مسئله را ارائه نمی‌دهد، بلکه سؤال‌های شما را با ارائهٔ راه حل گام‌به‌گام پاسخ می‌دهد.

این برنامه سؤال را به صورت حرفه‌ای تجزیه و تحلیل می‌کند و پاسخ نهایی را با راه‌حل آن نشان می‌دهد. به این ترتیب، راه‌حل کلی یک سؤال در چندین مرحله و به همراه جزئیات و توضیحات کامل آموزش داده می‌شود. همین موضوع کمک می‌کند دانش‌آموزان عزیز، ریاضی را با عمق بیشتری آموزش ببینند و مباحث ریاضی را به‌طور سطحی یاد نگیرند.

تنها کافی است سؤال مورد نظر خود را از طریق صفحهٔ کلید (کی‌بورد) اختصاصی و مهندسی این برنامه، یا حتی به صورت دستی و از طریق دوربین گوشی خود، در قسمت طرح پرسش وارد کنید و پس از چند ثانیه، جواب تشریحی آن را بگیرید. بنابراین با خیال راحت می‌توانید از این برنامه برای حل تکلیف‌های ریاضیات خود بهره بگیرید و معلم خصوصی خود را در منزل داشته باشید.

این نرم افزار جالب «سای‌مث»[1] نام دارد.

سای‌مث تمام مباحث ریاضی در سطح دبیرستان و حتی دانشگاه را که شامل موارد زیر است، پوشش می‌دهد و شما با خیال راحت می‌توانید از آن به عنوان یک استاد ریاضی برای آموزش بهتر و اصولی ریاضی استفاده کنید:

- حل معادله‌ها، فاکتورگیری، لگاریتم، نمادها، عددهای مختلط، معادله‌های درجهٔ دوم، مثلثات، کسر جزئی، تقسیمات چند جمله‌ای و مانند آن.
- مباحث درس حساب دیفرانسیل: قاعدهٔ ضرب، قاعدهٔ خارج قسمت، قاعدهٔ زنجیره‌ای، انتگرال‌گیری جزء به جزء، جانشینی مثلثاتی و موارد مشابه.

ویژگی‌های برنامه

- رابط کاربری ساده و آسان؛
- پوشش‌دهی اکثر مباحث عمومی و تخصصی درس ریاضی؛
- صفحه‌کلید اختصاصی و مهندسی برای واردکردن سؤال‌ها؛
- امکان قراردادن عکس از سؤال و دریافت سریع پاسخ؛
- ارائهٔ پاسخ به همراه جزئیات و توضیحات تشریحی (به زبان انگلیسی)؛
- کاملاً رایگان.

بنابراین اگر در درس ریاضی مشکل دارید و نمی‌توانید مسئله‌ها را تحلیل کنید، تمامی سؤال‌های ساده یا تخصصی خود را در برنامهٔ سای‌مث وارد کنید و جواب آن‌ها را به همراه جزئیات و روش‌های پاسخ‌دهی دریافت کنید.

کاربران «اندروید» برای دریافت این برنامهٔ جذاب ریاضی می‌توانند آن را در «کافه بازار» جست‌وجو و نصب کنند یا از نشانی زیر برای نصب آن بهره بگیرند:

http://cafebazaar.ir/app/?id=com.cymath.cymath&ref=share

کاربران «آی‌اواس»[2] هم برای دریافت این برنامه می‌توانند آن را در «اپ‌استور»[3] جست‌وجو و نصب کنند یا از نشانی زیر برای نصب آن بهره بگیرند:

https://apps.apple.com/us/app/cymath-math-problem-solver/id1083328891?platform=iphone

پس از نصب این برنامه، شمایل در صفحهٔ گوشی ایجاد خواهد شد که دروازهٔ ورود به این نرم‌افزار است. پس از اجرای آن وارد محیط عملیاتی برنامه خواهید شد و شکل زیر را که بسیار ساده است، مشاهده خواهید کرد:

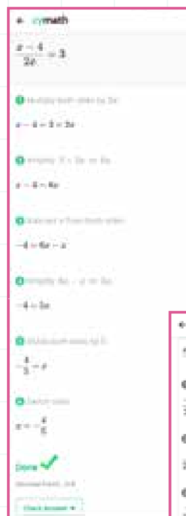
در بخش Keyboard که به صورت پیش فرض انتخاب شده است، می‌توانید سؤال خود را با استفاده از صفحه‌کلید مجازی پایین پنجره وارد کنید (سؤال شما در خط فرمان نمایش داده می‌شود).

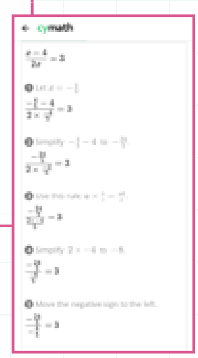
به علت محدودیت فضا، صفحه‌کلید به دو قسمت تقسیم شده است که با کشیدن صفحه‌کلید می‌توانید بین دو بخش آن جابه‌جا شوید؛ مانند شکل‌هایی که در ادامه می‌بینید:

برای آشنایی بیشتر با نحوهٔ عملکرد صفحه‌کلید برنامه به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال ۱. حل معادلهٔ درجهٔ یک: $۳ = \frac{۲x - ۴}{۲x}$

برای وارد کردن این معادله در خط فرمان، ابتدا دکمهٔ $\frac{\square}{\square}$ را برای نوشتن یک کسر انتخاب کنید. سپس از سایر دکمه‌های صفحه‌کلید برای وارد کردن صورت و مخرج و تکمیل معادله استفاده کنید. پس از تکمیل معادله، با دکمهٔ ▶ فرمان حل مسئله را صادر کنید. آنچه روی صفحهٔ تلفن همراه شما ظاهر می‌شود، همانند شکل سمت چپ است که تمام مراحل حل این معادله را همراه با توضیحات انگلیسی نمایش داده است. حتی می‌توانید با لمس دکمهٔ «Check Answer»، در انتهای صفحه، جواب به‌دست آمده در معادله را امتحان کنید.



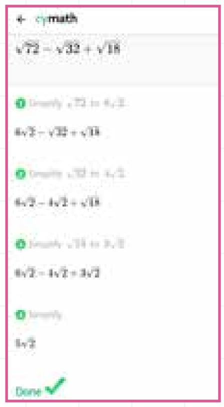


مثال ۲. سادهٔ شدهٔ عبارت $\sqrt{۷۲} - \sqrt{۳۲} + \sqrt{۱۸}$ چیست؟

ابتدا با استفاده از $\sqrt{}$ صورت مسئله را در خط فرمان وارد و سپس اجرا کنید:

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$$

پس از اجرای سؤال پنجرهٔ شکل زیر ظاهر می‌شود که سادهٔ شدهٔ هر رادیکال را در سه مرحله نمایش داده و در نهایت جواب کلی سؤال را مشخص کرده است.



نکته: در انتهای جواب هر مسئله، سؤال شکل زیر مطرح می‌شود که: «چگونه می‌توانیم این راه حل را مفیدتر کنیم؟ بازخورد شما کمک بزرگی برای ما خواهد بود.»

اما یکی از بخش‌های مهم این نرم‌افزار دکمه‌ای است که توسط آن می‌توان مبحث درسی سؤال خود را از طریق آن انتخاب کرد که شامل بخش‌های زیر است (بعضی از آن‌ها مربوط به مباحث درسی سال‌های بالاتر دبیرستان و دانشگاه است):

Differentiate: مشتق گرفتن

Expand: بسط‌دادن (ضرب و جمع کردن عبارت‌های)

Factor: فاکتورگیری

Graph: رسم نمودار

Integrate: انتگرال‌گیری

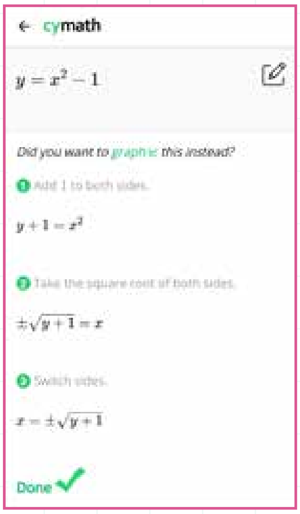
Simplify: ساده‌کردن

Solve Equation: حل معادله

در بخش Camera می‌توانید صورت سؤال را به صورت دستی و توسط دوربین گوشی خود وارد کنید (دقت کنید تمام عددها و علامت‌ها باید به انگلیسی وارد شوند).

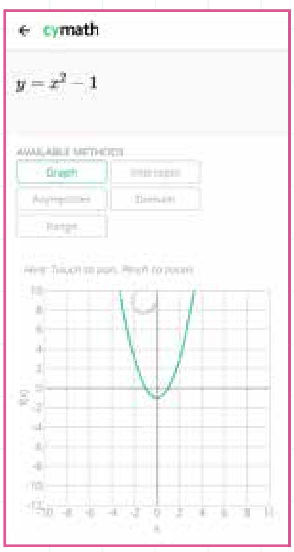
مثال ۳. می‌خواهیم نمودار $y=x^۲-۱$ را رسم کنیم.

صورت سؤال را روی یک کاغذ بنویسید و با انتخاب دکمهٔ Camera دوربین گوشی خود را فعال کنید. آن را روبه‌روی صورت سؤال نگه دارید و نشان ▶ را لمس کنید تا عمل پیمایش تصویر انجام شود. بعد از انجام پیمایش، پنجرهٔ زیر ظاهر خواهد شد:



در این بخش برای رسم نمودار می‌توانید گزینهٔ ✎ را لمس و سپس از گزینهٔ Choose Topic بخش Graph را برای رسم نمودار انتخاب کنید.

یا می‌توانید به صورت مستقیم در همین صفحه، گزینهٔ Graph را از بخش Did you want to graph this instead? برای رسم نمودار انتخاب کنید. به این ترتیب شکل زیر را خواهیم داشت:



پی‌نوشت‌ها

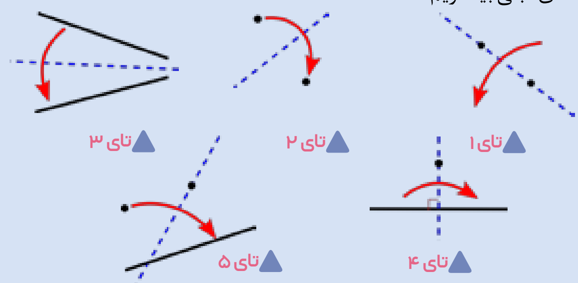
1. Cymath
2. Ios
3. App store

کاردستی‌های کاغذی

قورباغه

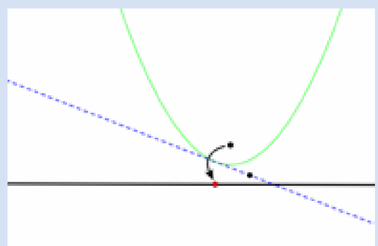
علیرضا محمدصالحی

داستان ما با کاغذ به اینجا رسید که توانستیم هفت روش برای تازدن یک خط روی صفحه پیدا کنیم. درمورد پنج تای اول (شکل ۱) مفصل حرف زدیم و در راهمان یک شکل جدید هم کشف کردیم. پیش از اینکه سراغ تاهای ۶ و ۷ برویم، نگاهی به تاهای قبلی بیندازیم:



شکل ۱. پنج اصل اول

گفتیم که با یک نقطه و یک خط می‌توانیم به یک سهمی برسیم. وقتی یک نقطه به آن‌ها اضافه کردیم، توانستیم به خط تای پنج برسیم که در واقع یک خط مماس به سهمی بود که از یک نقطه خارج از آن می‌گذشت (شکل ۲).



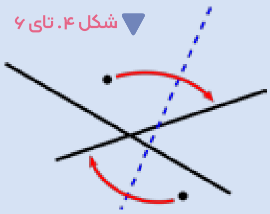
شکل ۲

اگر یادتان باشد، معمولاً می‌توانستیم دو خط با این ویژگی تا بزنیم. آیا در شکل ۲ می‌توانید خط تای دیگری پیدا کنید؟

دیدیم که با تا زدن می‌توانیم یک سهمی بسازیم، یا حداقل به آن نزدیک شویم. اما پیش از این هم بارها سهمی‌ها را دیده‌اید. در واقع آن‌ها تقریباً همه جا هستند! هر وقت توپی به هوا پرتاب می‌شود، مسیری به شکل سهمی را طی می‌کند (شکل ۳)، یا هر پدیدهٔ دیگری که در آن جسمی در هوا معلق شود و برگردد، مثل پرش دلفین‌ها، مسیر حرکت یک سهمی خواهد بود. بهترین مثال برای دیدن مسیر سهمی شکل، فواره‌های آب است.

شکل ۳

همین قدر آشنایی با سهمی‌ها کافی است تا سراغ تای اسرارآمیزِ ۶ برویم: دو نقطه و دو خط داریم (شکل ۴). می‌توانیم طوری تا بزنیم که یک نقطه روی یک خط، و نقطهٔ دیگر روی خط دیگر بیفتد.

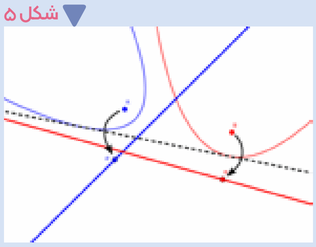


شکل ۴. تای ۶

دیدیم که با قراردادن یک نقطه روی یک خط، اگر همهٔ حالت‌ها را تا بزنیم، یک سهمی (با مماس‌هایش) به دست می‌آید. حالا دو نقطه و دو خط داریم و قرار است هر کدام را روی یکی از خط‌ها بگذاریم. طبیعی است که این بار با دو سهمی سر و کار داشته باشیم.

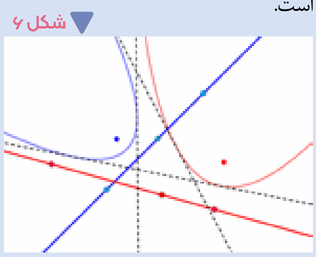
اما اگر با دقت به اصل ششم نگاه کنیم، این بار قرار است یک خط تا، دو نقطه را هم‌زمان روی دو خط بیندازد.

به نظر شما در اینجا هم‌زمان یعنی چه؟ با توجه به چیزهایی که قبل از این گفتیم، خط تایی که نقطه را روی خط می‌اندازد، بر سهمیِ متناظرِ آن نقطه و خط مماسَ است. پِس اینجا وقتی می‌گوییم هم‌زمان، منظور ما این است که **خط تای ما باید هم‌زمان بر سهمی‌های متناظرِ هر دو نقطه و دو خط مماسَ باشد.**



شکل ۵

مثلاً در شکل ۵ می‌خواهیم نقطه‌های قرمز و آبی روی خط‌های هم‌رنگ خودشان قرار بگیرند (سهمی‌های متناظر هم با آن‌ها هم‌رنگ هستند). بنابراین خط تا (خط‌چین) هم بر سهمی قرمز و هم بر سهمی آبی مماس است.



شکل ۶

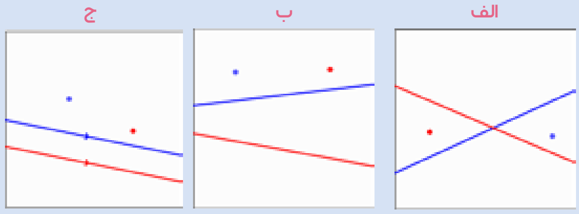
در شکل ۵، تصویر نقطه‌های A و B روی خط‌ها نشان داده شده است؛ یعنی وقتی خط‌چین مشکی را تا بزنیم نقطهٔ A روی A' می‌افتد و B روی B'. به این خط که هم‌زمان بر هر دو سهمی مماس است مماس مشترک دو سهمی می‌گوییم.

آیا فقط همین یک خط برای تا زدن وجود دارد که نقطه‌ها را روی خط‌های هم‌رنگ خود بیندازد؟ به عبارت دیگر، آیا همین یک مماس مشترک برای این دو سهمی وجود دارد؟

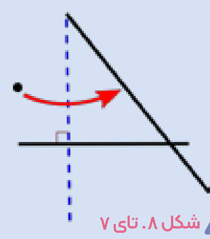
در شکل ۶ همهٔ خط‌های مماسی که بین این دو سهمی مشترک هستند رسم شده‌اند. روی خط‌های آبی و قرمز، نقطه‌های کم‌رنگی می‌بینید. این نقطه‌ها همان جاهایی هستند که نقطه‌های اصلی ما با تازدن این سه خط مشکی آنجا می‌افتند. می‌توانید بگویید کدام نقطه با کدام خط تا به وجود آمده است؟

برای اینکه اصل ششم (تای ششم) را بهتر بشناسید، در شکل‌های ۷ (الف، ب و ج) خط تایی را پیدا کنید که نقطهٔ قرمز را روی خط قرمز و نقطهٔ آبی را روی خط آبی بیندازد.

شکل ۷



این کار را می‌توانید برای هـــر ترکیبی از نقطه‌ها و خط‌ها امتحان کنید. آیا همیشه می‌شود چنین خطی برای تازدن پیدا کرد؟
بالاخره وقت آن رسید که سراغ آخرین اصل برویم و داستان تاهای اصلی را کامل کنیم.

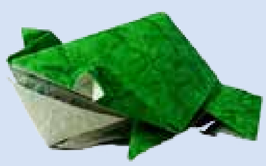


شکل ۸. تای ۷

اگر یک نقطه و دو خط داشته باشیم، می‌توانیم طوری تا بزنیم که خط تا عمود بر یکی از خط‌ها باشد و نقطه روی خط دیگر قرار بگیرد (شکل ۸). (امتحان کنید!)
آیا تای ۷ همیشه قابل اجراست؟ اگر خط‌ها یکدیگر را قطع کنند، چطور خـــط تا را پیدا کنیم؟ اگر دو خط با هم موازی باشند چه؟

باز هم چون یک نقطه را روی یک خط می‌اندازیم، تای ما به سهمی مربوط می‌شود. این بار شما بگویید این خط را چطور می‌شود با استفاده از سهمی و یا هر شکل و مفهوم هندسی دیگری که می‌شناسید توصیف کرد؟
باورتان بشود یا نشود، تمام خط‌هایی که با تا زدن کاغذ می‌توانیم بکشیم، فقط همین هفت تا هستند. این تاها اصول کاغذتایی (اوریگامی) محسوب می‌شوند. جالب است بدانید که این هفت تا کمتر از ۴۰ سال است که رسماً به‌عنوان اصول کاغذتایی شناخته شـــده‌اند؛ با اینکه صدها سال (شاید هم هزاران سال) است کسانی که کاغذ تا می‌زنند و با کاغذتا چیزهای گوناگون می‌سازند، از این تاها استفاده می‌کنند. این اصول به افتخار کسانی که آن‌ها را کشف کرده‌اند، نام‌گذاری شـــده‌اند. **هوزیتا**[1] و **هاتوری**[2] دو ریاضی‌دان اهل ژاپن، و همچنین **جاستین**[3]، ریاضی‌دان فرانسوی، معروف‌ترین کسانی هستند که این اصول به نام آن‌ها شناخته می‌شوند.
قبلاً کمی دربارهٔ اتفاق‌هـــای علمی در کاغذتا (اوریگامی) صحبت کردیم و مثالی از کاربرد آن را در صنایع فضایی با هم دیدیم (صفحه‌های خورشیدی میورا). حالا بـــرای اینکه تأثیر اصول را بر کاغذتـــا ببینیم، بیایید نگاهی به این هنر بیندازیم. تا حالا قورباغه‌های کاغذی ســـاخته‌اید؟ بله، از همان قورباغه‌هایی که می‌پرند. تا حالا به این فکر کرده‌اید که دست و پای قورباغه کمی معلوم‌تر باشد؟

یا به این فکر افتاده‌اید که قورباغهٔ شما چشم هم داشته‌باشد؟

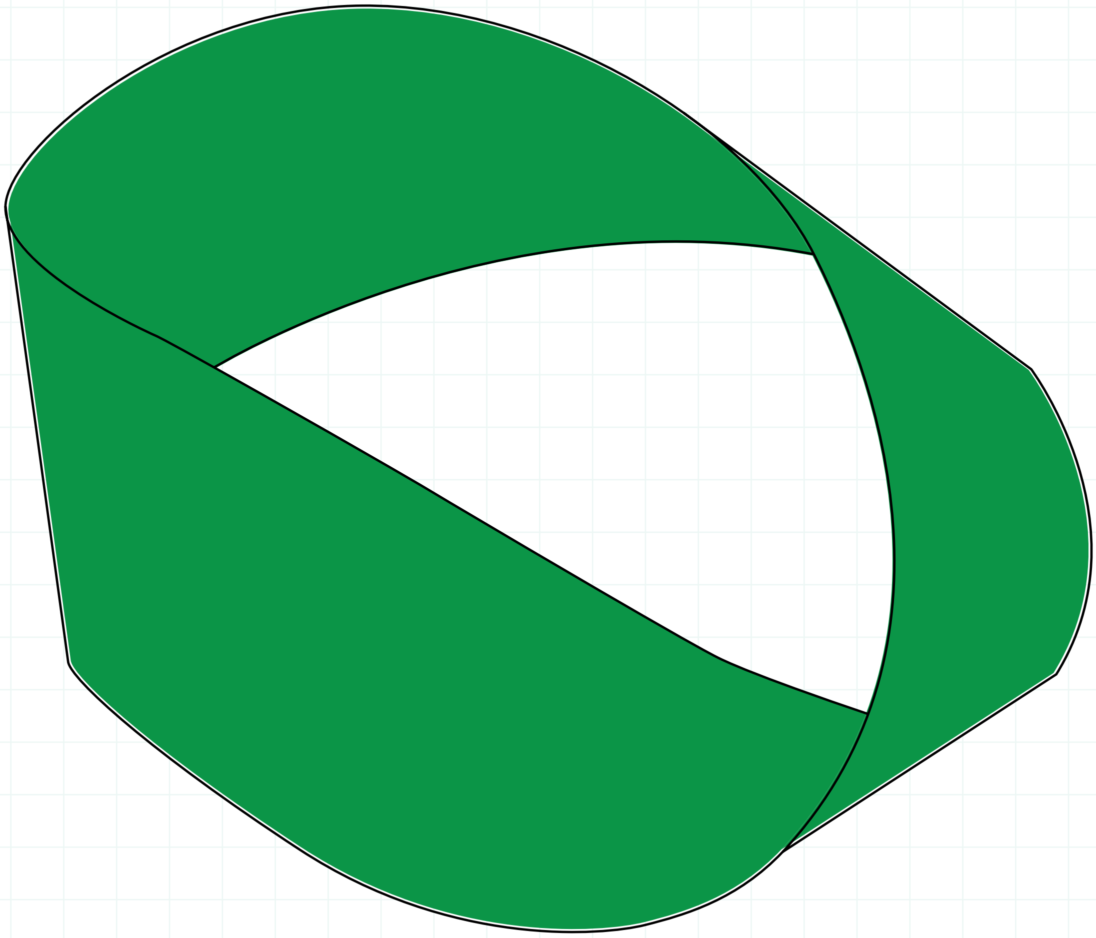


همهٔ قورباغه‌هایی که می‌بینید فقط با یک تکه کاغذ مربعی، بدون چسب و قیچی ساخته شده‌اند؛ فقط و فقط با تازدن. حتی می‌شود فقط با همین تازدن‌ها قورباغه‌ای ساخت که هم چشم داشته باشد و هم دست و پا و هم انگشت!

چنین طرح‌های زیبا و دقیقی در کاغذتا، بعد از کشف روش‌های اصولیِ تازدن و ابداعِ نمادگذاری‌های دقیق برای آموزش کاغذتا، به وجود آمدند. فعلاً بیشتَر از این فرصَت نیست که دربارهٔ هنر کاغذتا صحبت کنیم. با ما همراه باشید تا شگفتی‌های هنری و علمی دیگری را در این‌باره با هم دنبال کنیم.
در پایان، با اســـتفاده از رمزینهٔ سریع‌پاسخ مقابل روشی برای ساختن مثلث متساوی‌الاضلاع بر اساس اصول کاغذتا معرفی می‌کنیم. می‌توانید بگویید در هر مرحله از کدام اصل استفاده شده است؟
شش تا از این مثلث‌ها بسازید و از آن‌ها برای ساختن کاغذتا داخل جلد استفاده کنید.
راستی از کجا مطمئن باشیم این مثلث متساوی‌الاضلاع است؟ برای دانستن دلیل در شمارهٔ بعد، با ما همراه باشید.

پی‌نوشت‌ها

1. Huzita
2. Hatori
3. Justin



قسمت اول

محرم ایردموسی

پیامی از سیارهٔ موبیوس

زنـــگ تلفنم به صدا درآمد و بیدارم کرد. نگاه کردم ببینم کدام وقت‌نشناســـی اســـت که از خواب ناز مرا محروم کرده. اما شـــماره‌ای نیفتـــاده بود و بـــه جای رقم‌هـــا، حرف‌های عجیـــب و غریب بر صفحه ظاهر می‌شـــدند. نمی‌خواســـتم جواب بدهم، اما کنجکاو شدم که ببینم داســـتان از چه قرار اســـت. گفتم: «فردیناند هستم، بفرمایید.»

صدایی با تأخیر چندثانیه‌ای در جوابم پرسید: «آگوســـت فردیناند موبیوس، شما خودتون هستید؟»

اســـم من فقط فردیناند موبیوس بود. گفتم: «مطمئن هســـتید که شـــماره را درســـت گرفته‌اید؟ اسم من آگوست فردیناند نیست. فقط فردیناند موبیوس است.»

صدای پشت خط دوباره با تأخیر گفت: «آها! شـــما فردیناند دوم هستید. پس درست گرفتم. فردیناند اول شرف حضور دارند؟»

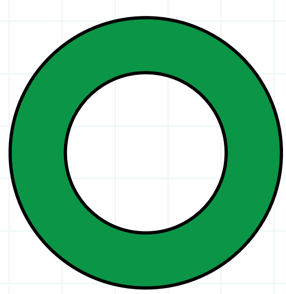
تعجبم بیشتر شـــد. اما صبر کنید. یکی از اجـــداد من با من هم نـــام بوده. گفتم: «گوشی لطفاً چند دقیقه خدمتتان باشد.»

بعد بدون اینکه منتظر پاســـخ باشـــم، دویدم سمت کتابخانه. روی دیوار عکسی از شـــجره‌نامهٔ خانوادگـــی بـــود و وقتی ۳۰۰ ســـال رفتم عقب‌تر، رسیدم به این عکس. تقریباً مطمئن شدم که منظور از فردیناند اول همین جد من است. گفتم: «الو. درســـت حدس زدید، من فردیناند دوم هســـتم و متأســـفانه جد من خیلی وقت است که از دنیا رفته‌اند.»

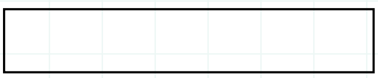
بعد بلافاصله ادامه دادم: «ببخشید، شما خودتان را معرفی نکردید.»

آگوست فردیناند موبیوس
۱۷۹۰-۱۸۶۸

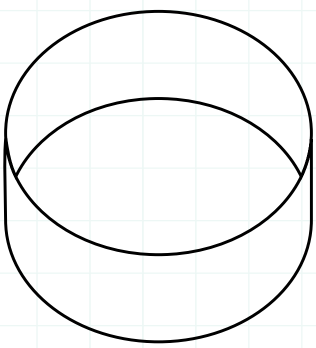
صدای پشت خط گفت: «من شهردار سیارهٔ **موبیوس** هستم؛ نزدیک ستارهٔ **پروکسیما** و اسمم **گاوس** است.»
با تعجب پرسیدم «گاوس!؟»
صدای پشت خط گفت: «بله، گاوس. داستانش طولانی است. این اسمی است که جد تو روی من گذاشت.»
با کمی ترس پرسیدم: «الان ۳۰۰ سال است که فردیناند اول یا همان خالق اسم شما از دنیا رفته. آن‌وقت شما هنوز زنده‌اید؟»
گاوس یا همان صدای پشت خط خندید و گفت: «ببخشید، فراموش کرده بودم که عمر ساکنان زمین کمتر است.»
اما یک‌دفعه انگار که یاد چیزی افتاده باشد، لحنش عوض شد و گفت: «پس فردیناند موبیوس خیلی وقت است که روی زمین نیست. خیلی بد شد.»
پرسیدم: «حالا چه‌کارش داشتید؟ من هم مانند جدم که ستاره‌شناس و ریاضی‌دان بوده، تخصصم ریاضیات است.»
گاوس گفت: «چه خوانده‌ای؟ ریاضیات؟»
بعد ادامه داد: «این کلمه به گوشم آشناست. به گمانم از زبان جدت شنیده بودم. شاید هم مشکل سیارهٔ ما به همین ریاضیات مربوط باشد.»
کم‌کم این مکالمه داشت عجیب و عجیب‌تر می‌شد. برای لحظه‌ای فکر کردم که هنوز در خواب هستم. اما خواب نبودم. پرسیدم: «حالا این مشکل سیارهٔ شما که هم‌نام خانوادگی من است، چیست؟»
گاوس گفت: «من حدود ۳۰۰ سال قبل با جد تو آشنا شدم. سیارهٔ ما در آن زمان به شکل یک نوار مستطیلی دایره‌ای شکل بود (شکل زیر) که یک سمت آن با نور ستارهٔ پروکسیما همیشه گرم و سرسبز بود و روی دیگر آن که نور نمی‌دید، سرد و لم‌یزرع بود.

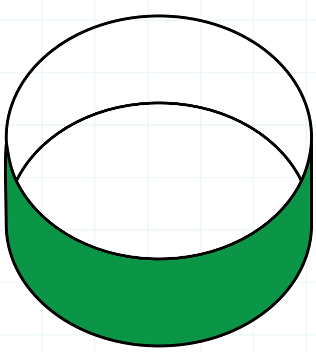


از طرف دیگر، جمعیت ما زیاد شده بود و ساکنان سیاره کم‌کم داشتند به جان هم می‌افتادند. من جوانی بودم که به تازگی به عنوان شهردار سیاره انتخاب شده بودم و نمی‌دانستم چه‌کار باید بکنم. این را هم بگویم که ضخامت سیارهٔ ما زیاد نیست و با واحدهای اندازه‌گیری شما ضخامتی حدود ۱۰۰۰ متر دارد. همچنین برای ساکنان سیاره، راه رفتن روی دو سمت سیاره به دلیل وجود جاذبه امکان‌پذیر است.
یک شب که داشتم به این مشکل سیاره فکر می‌کردم و به دوردست‌ها خیره شده بودم، در گوشه‌ای از منظومهٔ شمسی در نقطه‌ای از سیارهٔ زمین، نور درخشانی دیدم. به خودم گفتم شاید این نشانه‌ای باشد که باید دنبال کنم. منظومه‌پیمایم را آماده کردم و راه افتادم. می‌دانستم که در این سیاره موجوداتی به نام انسان زندگی می‌کنند. البته ما را از روبه‌رو شدن با انسان‌ها نهی کرده بودند، اما برای حل مشکل سیاره، هر خطری را حاضر بودم بپذیرم.»
صحبت‌های گاوس به اینجا که رسید گفتم: «پس به این فکر افتادید که به زمین حمله کنید.»
گاوس گفت: «شما زمینی‌ها چرا این قدر پیش‌گویی می‌کنید؟! صبر داشته باش بچه‌جان!»
و ادامه داد: «آن شب جد تو را در حالی ملاقات کردم که در حال رصدکردن سیارات بود و خیلی هم از دیدن من متعجب نشد. انگار از وجود سیارهٔ ما اطلاع داشت.
جد تو حتی شکل سیارهٔ ما را هم روی برگه‌هایش کشیده بود. با دیدن برگه‌ها فهمیدم که با یک انسان عالم طرف هستم و او احتمالاً بتواند مشکل سیارهٔ ما را حل کند.»
آن شب فردیناند به من گفت که دمای دو روی سیارهٔ شما با هم خیلی متفاوت است و من مشکل را برای آگوست فردیناند اول تعریف کردم. جد تو از من فرصت خواست. در حالی که او مشغول فکر کردن بود، من در حیاط خانه قدم می‌زدم و شیفتهٔ گیاهان زمینی شده بودم. به آگوست گفتم که بذر این گیاهان زمینی را به من هم بدهد. فردیناند به من گفت: ما در روی زمین هم روز داریم و هم شب. در روز از نور خورشید استفاده می‌کنیم و در شب و در نبود نور استراحت می‌کنیم. سیارهٔ شما این‌گونه نیست و یک روی آن همیشه روشن است و یک سمت آن همیشه تاریک. و پرسید: چگونه از مزرعه‌ها در برابر نور همیشگی ستارهٔ پروکسیما محافظت می‌کنید؟ من به او گفتم که مجبور هستیم سایبان‌های متحرکی بسازیم تا جلوی سوختن محصولاتمان را بگیریم.
اینجا بود که جد تو رفت و یک تکه کاغذ نواری‌شکل آورد.

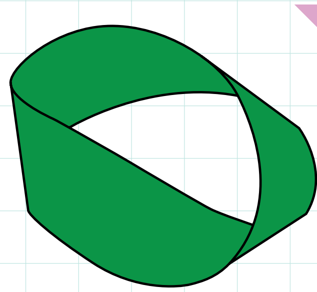


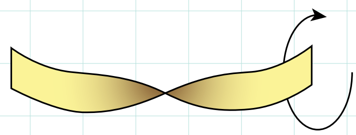
و دو سر آن را به هم وصل کرد تا نمونک (ماکت) سیارهٔ ما را بسازد. فردیناند دو سر نوار کاغذی را با چسب به هم وصل کرد.



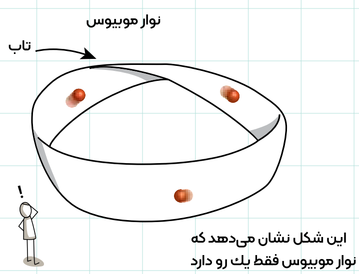


بعد روی بیرونی آن را با رنگ سبز رنگ کرد.





اما به یک‌باره فکری به ذهنش رسید. نوار کاغذی مستطیلی دیگری برداشت و دو سر آن را به هم نزدیک کرد. اما قبل از اینکه با چسب آن‌ها را به هم وصل کند، یکی از دو سر نوار را 180° تاب داد و سپس دو سر نوار را به هم وصل کرد.

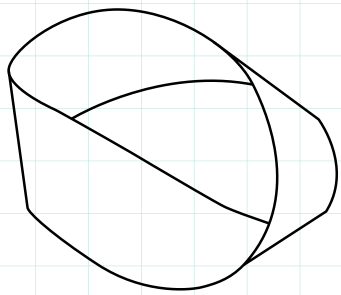


این شکل نشان می‌دهد که نوار موبیوس فقط یک رو دارد

بعد رو کرد به من و گفت: طبق محاسباتی که من انجام داده‌ام، ضخامت سیارهٔ شما دقیقاً ۱۰۲۴ متر است.

در حالی که از تعجب داشتم شاخ اضافی درمی‌آوردم، به آگوست فردیناند گفتم: درست است. فردیناند اول ادامه داد: شما باید سیاره‌تان را یک جراحی فضایی بکنید و آن‌را به این شکل دربیاورید. منظورش را فهمیده بودم، اما برای اطمینان پرسیدم: یعنی می‌گویی سیاره‌مان را مثل این نوار کاغذی از جایی ببریم و یک سر آن را تاب بدهیم و بعد دوباره به‌هم بچسبانیم. درست است؟

آگوست فردیناند گفت: دقیقاً! پرسیدم: فایدهٔ این کار چیست؟ آگوست گفت: این‌طوری سیارهٔ شما دیگر پشت و رو ندارد و فقط یک رو دارد و چون مثل یک تسمه در حال چرخش هم هست، همه جای آن مقابل نور ستارهٔ پروکسیما قرار می‌گیرد. ضخامتش آن‌قدر است که بتوانید همه‌جای آن کشاورزی کنید. این‌طوری زمین‌هایتان دوبرابر می‌شوند. به علاوه به سایبان‌های متحرک هم دیگر احتیاجی ندارید.



صحبت‌های جد تو آگوست فردیناند موبیوس که به اینجا رسید، هم خوش‌حال بودم و هم ترسیده بودم. ما منظومه‌پیما داشتیم، اما انسان‌های روی زمین فکر داشتند و می‌توانستند با این توانایی فکری‌شان ابداع کنند. ما با واحد زمانی شما میلیون‌ها سال زندگی کرده بودیم تا به اینجا رسیده بودیم، اما انسان که موجودی چند ده هزار ساله است، توانسته بود چنین پیشرفتی داشته باشد.»

صحبت‌های گاوس به اینجا که رسید، پرسیدم: «نگفتی چرا ترسیده بودی.»

گاوس ادامه داد: «خب این توانایی دو رو دارد. روی سبز آن را گفتم، اما سمت تاریکش که مرا آن موقع نگران کرد، این بود که نکند انسان از این ابداعاتش در مسیر درست استفاده نکند. ترسی که الان می‌بینم بی‌مورد هم نبوده.»

لابد گاوس در تمام این سال‌ها شاهد خرابکاری‌های انسان روی زمین بوده و از ترس انسان‌ها به زمین نزدیک هم نمی‌شده است.

ارتباط گاوس داشت ضعیف می‌شد. پرسیدم: «خب، بعد از شنیدن طرح فردیناند اول، تو چه‌کار کردی گاوس؟»

گاوس گفت: «دیگر خودت باید از نام سیاره که الان به افتخار جد تو سیارهٔ موبیوس است فهمیده باشی. از آگوست بذر گیاهان زمینی را گرفتم و به سیاره‌ام بازگشتم. یک سال پروکسیمایی هم طول کشید تا جراحی فضایی پیشنهادی جد تو را انجام دهیم و چهارسال پروکسیمایی طول کشید تا همه جای سیاره سبز شد. ما هم مثل شما شب و روزدار شدیم. و به افتخار جد تو، آگوست فردیناند موبیوس، نام سیاره را به سیارهٔ موبیوس تغییر دادیم.»

صدای گاوس داشت ضعیف‌تر می‌شد.

پرسیدم: «ماجرای اسم سیاره را گفتی، ماجرای اسم خودت را نگفتی.»

صدای پشت خط به قدری ضعیف شده بود که دیگر چیزی نمی‌شنیدیم. روی صفحهٔ تلفن این جمله نقش بست: «فردا دوباره تماس می‌گیرم. این بار نوبت توست فردیناند دوم تا مشکل ما را حل کنی.»

ارتباط قطع شد. تلفن حسابی داغ شده بود. من چیز زیادی دربارهٔ آگوست فردیناند موبیوس نمی‌دانستم؛ جز اینکه خالق نوار موبیوس و یک ستاره‌شناس بوده است. به اینترنت مراجعه کردم تا شاید اطلاعات بیشتری دستگیرم شود. تنها چیزی که فهمیدم این بود که جد من شاگرد ریاضی‌دان معروف آلمانی، **کارل فردریش گاوس** در دانشگاه گوتینگن بوده است. لابد به همین خاطر این نام زمینی را روی شهردار سیارهٔ موبیوس گذاشته بودند. شاید گاوس تأثیر زیادی روی جدم داشته که چنین کاری کرده بود.

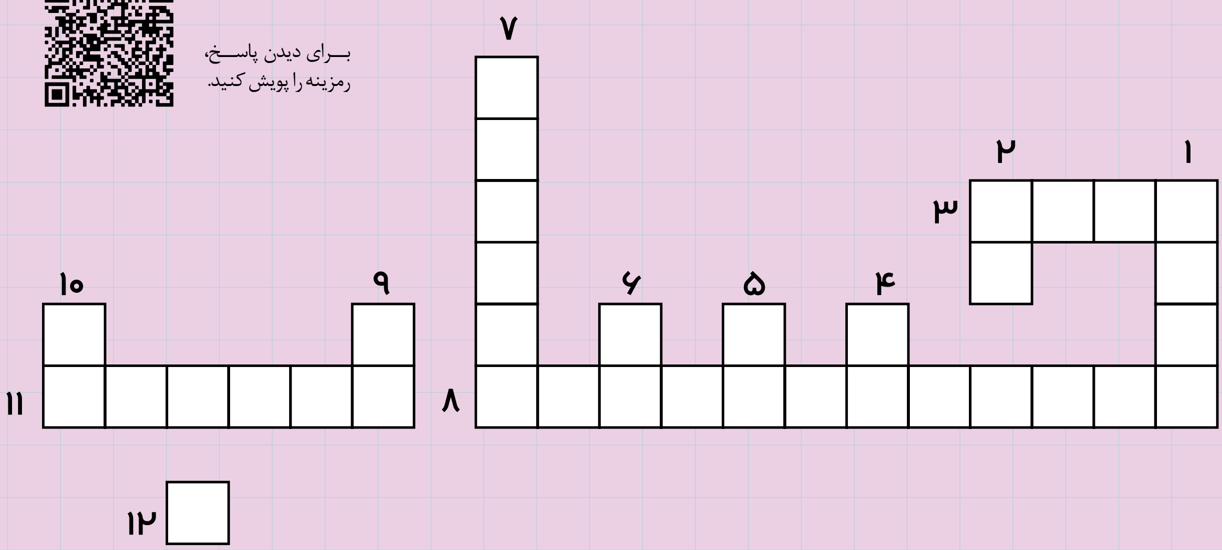
انگار که از یک ماجراجویی فضایی برگشته باشم، حسابی گرسنه شده بودم. اما گاوس برای چه مشکلی تماس گرفته بود؟ مجبور بودم تا فردا صبر کنم.

جدول معماها

محمدتقی طاهری‌تنجانی

تذکر: پاسخ هر قسمت یکی از عددهای داخل جدول است که از بالا به پایین یا از چپ به راست نوشته می‌شود.

برای دیدن پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

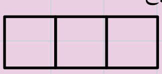


۱. هنگام تولد **محسن**، پدرش ۳۷ سال داشت. در سال ۱۴۰۰ مجموع سن آن دو ۶۱ سال بود. محسن در این سال متولد شده است.

۲. برای تهیهٔ رنگ سبز رنگ‌های زرد و آبی به نسبت ۳ و ۵ مخلوط می‌شوند. در ۳۲ کیلوگرم رنگ سبز چند کیلوگرم رنگ زرد وجود دارد؟

۳. عدد ۱۲۳۱۲۳ بر این عدد بخش‌پذیر است.

۴. سه مربع یکسان کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر محیط شکل ۱۶ سانتی‌متر باشد، مساحت شکل چند سانتی‌مترمربع است؟



۵. با وزنه‌های ۱، ۷ و ۴۹ کیلوگرمی وزنه‌ای ۲۰۱ کیلوگرمی ساخته‌ایم. اگر از هر سه نوع وزنه استفاده کرده باشیم، حداقل تعداد وزنه‌ها چندتاست؟

۶. چند ظرف مکعبی شکل به ضلع ۲ را پر از مایع کنیم و درون ظرف مکعبی شکل به ضلع ۸ بریزیم تا ظرف پر شود؟

۷. جمعیت یک شهر ۶۰۰ هزار نفر است که از این تعداد ۶۰ درصد شرایط شرکت در انتخابات را دارند اگر از این تعداد ۵۰ درصد در انتخابات شرکت کنند و ۸۷۷ رأی باطله باشد، تعداد آرای غیرباطله در این انتخابات چند نفر است؟

۸. دوازده رقم اولیهٔ عدد π.

۹. اگر $\frac{۴}{۵}$ حجم هوا گاز نیتروژن و $\frac{۱}{۹}$ بقیه گاز دی‌اکسیدکربن باشد، در ۹۴۵ مترمکعب هوا چند مترمکعب گاز دی‌اکسیدکربن وجود دارد؟

۱۰. حمید گفت: سن هر یک از افراد خانوادهٔ من مربع عددی صحیح است. سن پدرم برابر مجموع سن مادرم، خواهرم و من است. سن پدربزرگم عددی اول است. و برابر مجموع سن پدرم، مادرم و خواهرم است. اختلاف سن پدر و خواهرم چند سال است؟

۱۱. مجموع عددهای طبیعی ۱ تا ۱۰۰۱.

۱۲. مقدار عددی عبارت $(x-۱)(x-۲)(x-۳)...(x-۱۰)$ به ازای x=۶.

عباس قلعه‌پور اقدم

پیرترین معماها

برای دیدن پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

در این قسمت می‌خواهم سه مسئله از یک کتاب ریاضی، که قدمت آن به حدود هزار سال پیش برمی‌گردد، معرفی و آن‌ها را حل کنم. نام این کتاب ارزشمند «مفتاح‌المعاملات» و نویسندهٔ آن دانشمند ایرانی **محمدبن ایوب طبری** است که در حدود قرن پنجم هجری قمری زندگی می‌کرد. این کتاب برخلاف نام عربی آن، به زبان فارسی نوشته شده است و مسئله‌های جالبی دارد. اگر پایه هفتمی هستید، پشت جلد کتاب ریاضی خود را نگاه کنید، چون یک مسئله از این کتاب در آنجا آورده شده است. این مسئله در متن اصلی به‌صورت زیر است:

مسئلهٔ اول

بازرگان و خرید خربزه: «اگر پرسند ما را که: بازرگانی مردی را درمی سیم داد و گفت رو به‌سوی من خربزه بخر و حمال گیر تا بیارد. و بیاع خربزه بیست به درمی می‌دهد و حمال شصت به درمی می‌آورد. مرد رفت و خربزه خرید و حمال گرفت و خربزه آورد. اکنون بازگوی که چند خربزه آورده باشد و بهایش چند داده بود و چند کری داده باشد حمال را؟»

شرح مسئله: همان‌طور که می‌بینید صورت‌مسئله به زبان فارسی رایج آن زمان است که شاید فهمیدن کامل آن کمی سخت باشد. البته اگر شما عادت به مطالعهٔ متن‌های ادبی، مانند کتاب «گلستان» **سعدی** داشته باشید، در فهم آن موفق‌تر خواهید بود. اجازه دهید معنای برخی واژه‌های به کار رفته را برایتان بیاورم.

دِرَم: مخفف دِرهَم است. درهم واحد پول رایج آن زمان بوده است. درمی یعنی یک درم.

حمال: یعنی حمل‌کننده، باربر. باربران در آن زمان غالباً برای حمل بار از جایی به‌جای دیگر از حیواناتی مانند الاغ یا قاطر استفاده می‌کردند.

بیاع: یعنی فروشنده.

حال صورت‌مسئله را به زبان امروزی می‌نویسم تا به‌طور کامل متوجه شوید: «بازرگانی به مردی یک درهم پول داد و گفت که به بازار برود و با آن خربزه بخرد و باربری بگیرد تا خربزه‌ها را بیاورد. اگر فروشنده ۲۰ عدد خربزه را به یک درهم بفروشد و باربر ۶۰ عدد خربزه را به یک درهم حمل کند، حساب کنید با یک درهم چند خربزه خریداری و به نزد بازرگان آورده می‌شود؟

حل مسئله در رمزینه آمده است. ولی از شما می‌خواهم که قبل از رفتن به سراغ آن خودتان آستین‌ها را بالا بزنید و آن را حل کنید. اگر توانستید که خیلی خوب است، اگر هم موفق نشدید، باز هم می‌گویم خیلی خوب است! چون شما سعی کرده‌اید، راه‌ها و روش‌های متفاوت را آزمایش کرده‌اید که هر کدام از آن‌ها زمانی دیگر و در مسئله‌ای دیگر به دردتان خواهند خورد.

مسئلهٔ دوم

دو حوض با گنجایش یکسان: «گر پرسند ما را از حوضی بزرگ که درازایش چهل گز است و پهنای بیست گز و ژرفای سه گز و پر آب است و در پهلوش حوضی دیگر بخواهند کندن که درازایش سه گز باشد و پهنیش دو گز، پس ژرفیش چند باید کندن تا آب آن حوض بزرگ اندرو گنجد؟»

شرح مسئله: همان‌طور که می‌دانید، گنجایش یک مکعب برابر حاصل‌ضرب طول، عرض و ارتفاع آن است. مثلاً گنجایش ظرف مکعب شکلی که طول آن ۲۰ سانتی‌متر، عرضش ۱۰ سانتی‌متر و ارتفاع یا عمقش ۵ سانتی‌متر است، برابر ۵×۱۰×۲۰، یعنی ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب یا یک لیتراست. در صورت مسئله واژهٔ «گز» آمده است که یکی از واحدهای مورد استفاده برای اندازه‌گیری طول در آن زمان بوده است.

صورت‌مسئله به زبان امروزی این‌طور می‌شود: «حوض بزرگی داریم به شکل مکعب پر از آب که طول، عرض و ارتفاع آن به ترتیب عبارت‌اند از: ۴۰، ۲۰ و ۳ گز. می‌خواهند کنار این حوض، حوض دیگری درست کنند که طولش ۳ گز و عرضش ۲ گز باشد. حساب کنید عمق آن باید چند گز باشد تا درست آب حوض اول در آنجا بشود؟

حل این مسئله را هم در رمزینه می‌توانید ببینید، ولی شانس خود را از دست ندهید و به حل آن مشغول شوید. به سراغ مسئلهٔ سوم می‌رویم.

مسئلهٔ سوم

خرید یک گاو، یک گوسفند و یک مرغ: «گر بپرسند ما را که مردی گاوی و گوسفندی و مرغی خریده است به صد درم، گاو را به دوچند بهای گوسفند و گوسفند را به دوچند بهای مرغ، چند باشد بهای گاو و گوسفند و مرغ؟»

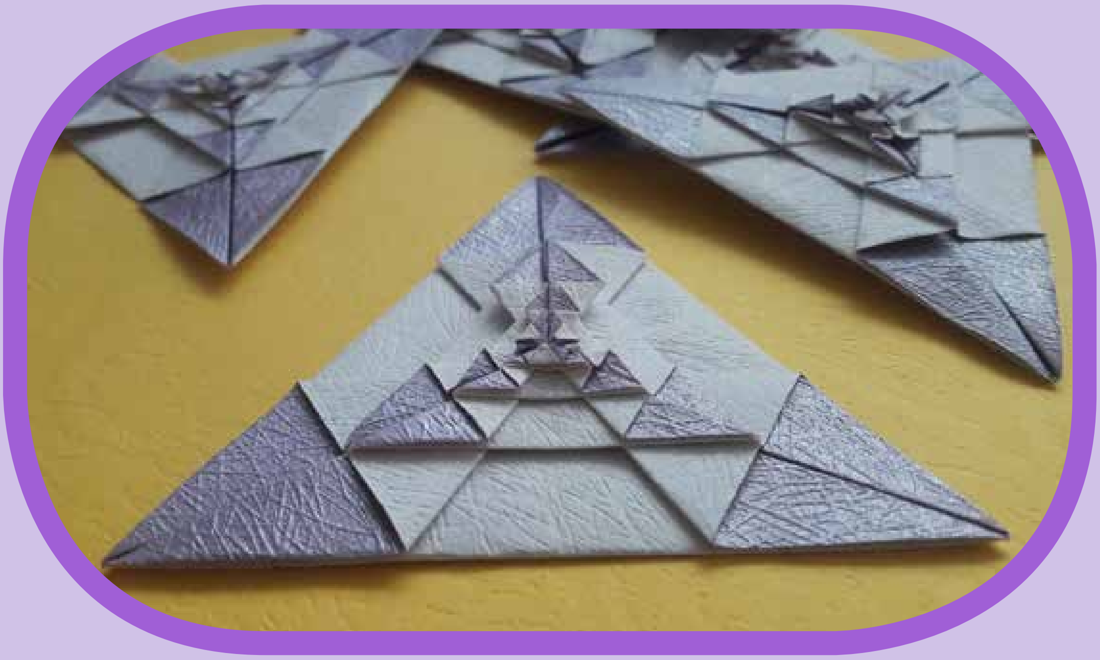
شرح مسئله: مردی یک گاو، یک گوسفند و یک مرغ خریده است به صد درهم. اگر قیمت گاو دو برابر قیمت گوسفند و قیمت گوسفند دو برابر قیمت مرغ باشد، حساب کنید قیمت‌های گاو، گوسفند و مرغ را؟

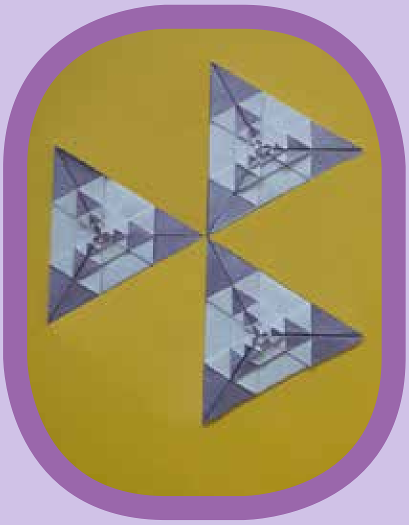
کاغذوتا

اوریگامی

آلپاین

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را پویش کنید.





نام این طرح آلپاین(alpine) است و طراح آن آقای ادوارد میسترتتا (Edward Mistretta) است.

شمارهٔ دونده‌ها

برای دیدن پاسخ رمزینه را پویش کنید.