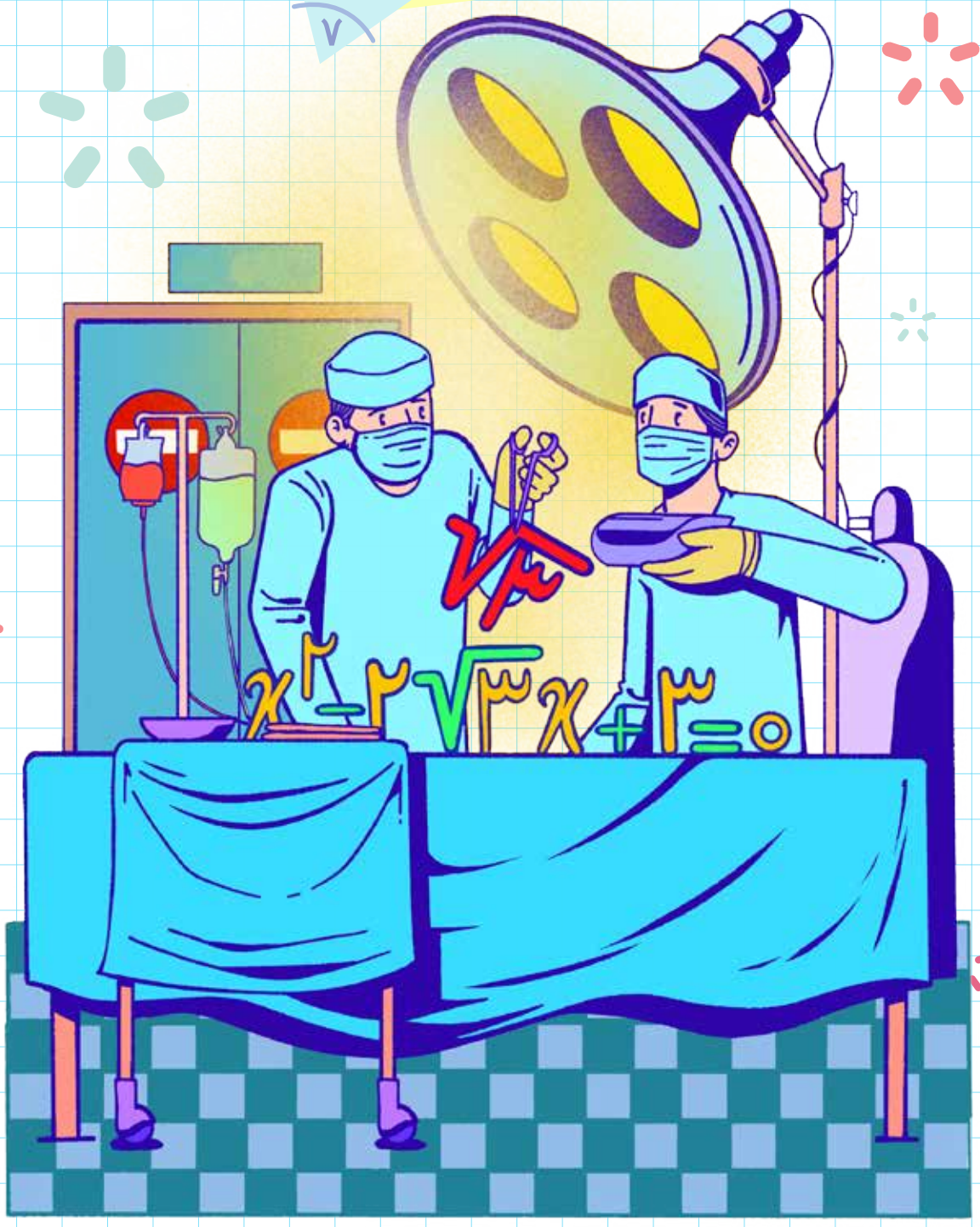
رشد برهان ۱
ریاضی ۷
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول
شاپا: ISSN: ۱۷۳۵-۴۹۴۳ / شناسه: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
۴۰ صفحه / فروردین ۱۴۰۱
۵۳۰۰۰ ریال / شماره هفت

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هفتم / شماره ۱۲۹

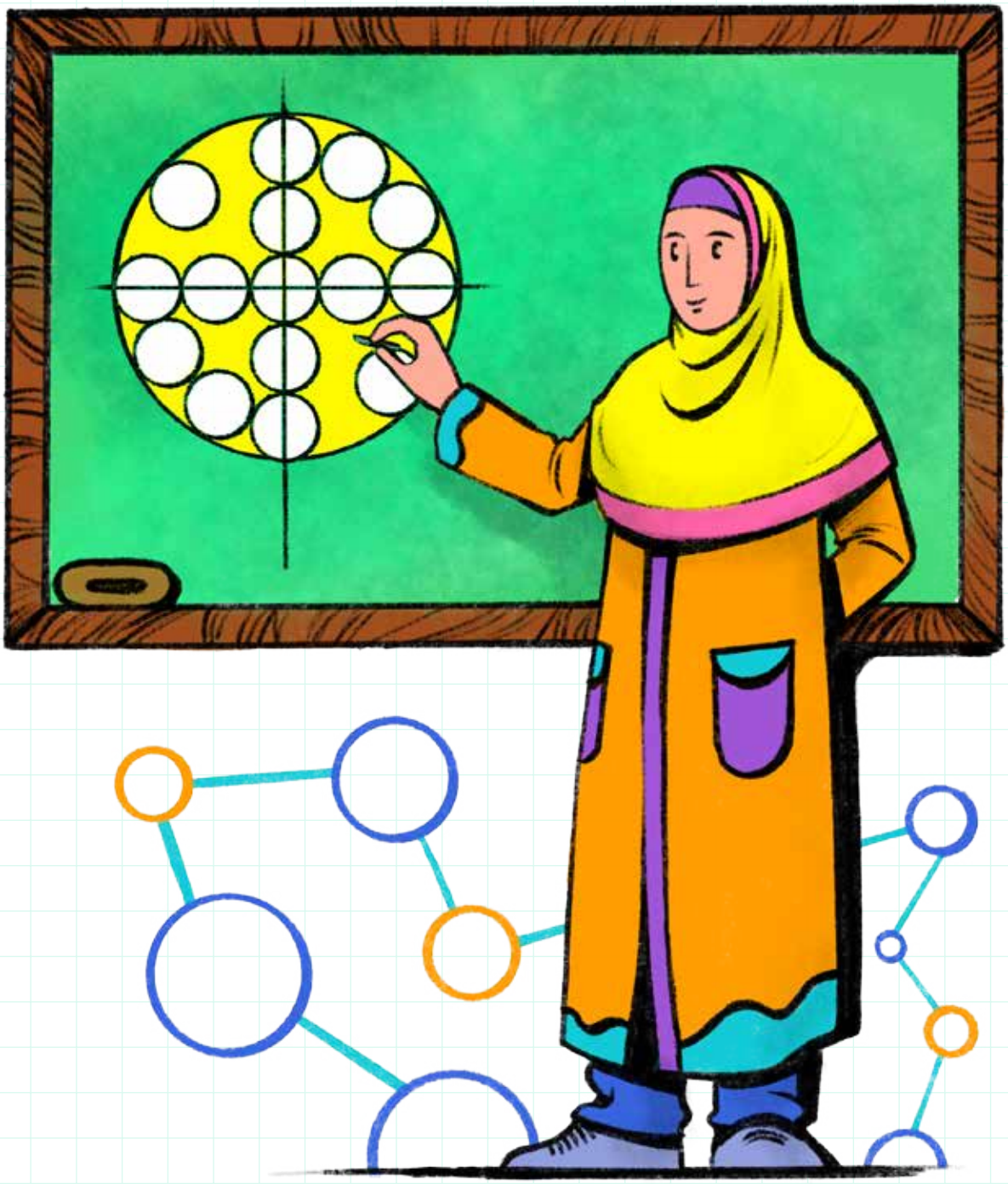


مساحت قسمت رنگی

حسین نامی ساعی

معلم روی تخته دایرهٔ بزرگی به قطر ۱ متر و داخل آن تعدادی دایرهٔ کوچک هم‌اندازه مطابق شـــکل کشـــید و از دانش‌آموزان خواست تا مساحت قسمت رنگی داخل دایرهٔ بزرگ را پیدا کنند. آیا می‌توانید مساحت قسمت رنگی را به دست آورید؟

برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را اسکن کنید.



بسم الله الرحمن الرحیم

اللّهم صل علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

رشد ۱۲۹ ریاضی ۷

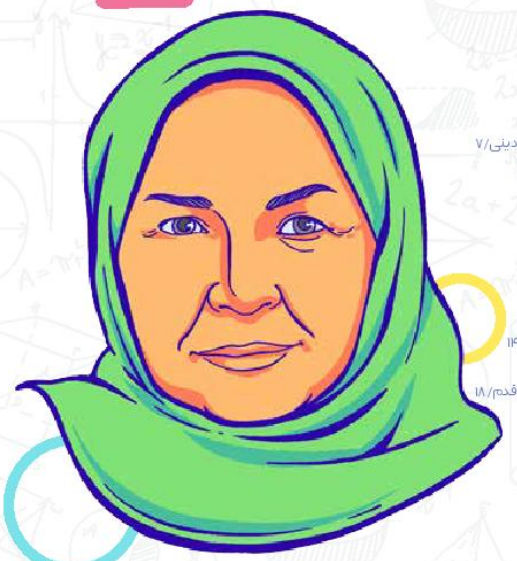
رهصل ماهی است که اندایش رحمت است و میانه‌اش همفرت و بایانش آزادی از آتش جهنم

پیامبر خدا حضرت محمد (ص) / بحار الانوار، ج ۹۳، ص ۳۴۲

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی WWW.ROSHDMAG.IR
دوره بیست و هفتم / شمارهٔ پی در پی ۱۲۹ / فروردین ۱۴۰۱
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
شاپا: ۴۹۴۳-۱۷۳۵ ISSN / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ۴۰ صفحه / ۵۳۰۰۰ ریال

مدیر مسئول: محمد صاحب‌ذبیی **سردبیر:** حسین نامی ساعی / **مدیر داخلی:** پری خاکی خانی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، بهنام آیتی پور، خسرو داودی، رضا حیدری فرلجه، محمد مرتضا سید صالحی، عباس قلعه‌پور اقدم، داود معصومی مهوار، محمود نصیری / **ویراستار:** مهرو راستانی
مدیر هنری: نگین رمضانی پاسارگاد / **طراح گرافیک:** حسین پورنادری
تصویرگران: سلام سلمانی، حسین پورنادری

مناسبت‌های فروردین ۱۴۰۱: **اول:** آغاز نوروز **دوازدهم:** روز جمهوری اسلامی ایران **سیزدهم:** روز طبیعت **چهاردهم:** شروع ماه مبارک رمضان **بیستم:** روز ملی فناوری هسته‌ای **بیست‌وسوم:** وفات حضرت خدیجه (س) **بیست‌وپنجم:** روز بزرگداشت عطار نیشابوری **بیست‌وهشتم:** ولادت امام حسن مجتبی (ع) **بیست‌ونهم:** روز آزمایش جمهوری اسلامی ایران و نیروی هسته‌ای **سی‌ویکم:** اولین شب قدر



سخن سردبیر
ریاضی کلید مهندسی مکانیک / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه
تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی / محمود نصیری / ۳
چطور رسم کنیم؟ ترفندی برای رسیدن به متوازی الاضلاع / فاطمه معین الدینی / ۷
ماجراهای کلاس ریاضی؛ هندسه یعنی همین استدلال‌های منطقی / داود معصومی مهوار / ۱۰

گفت‌وگو
پزشکی که عاشق ریاضیات است / گفت‌وگو با دکتر مرتضی اشرفی / محمدحسین دیزجی / ۱۲
مخاطبان دیروز و امروز برهان / امیر باقری اقدم / ۲۲

ریاضی و کاربرد
بیایید کمی فکر کنیم؛ کرهٔ زمین چند برابر توپ بسکتبال؟ / خسرو داودی / ۱۴
انرژی هسته‌ای برای تولید انرژی الکتریکی / روح‌الله خلیلی بروجنی / ۱۶
به یک شرط یک ریال بده یک میلیون بگیر (قسمت اول) / عباس قلعه‌پور اقدم / ۱۸
یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است! (قسمت هفتم) / شراره تقی دستجردی، محسن رحیمی پیرانفر / ۲۰
اشیای سخنگو / زهرا جواهری‌پور / ۲۳
شاخه‌های ریاضیات، تصاعد / جعفر رکنی / ۲۶
ارسلان اسیر قضیه‌ها / افشین خاصه‌خان / ۲۸
غلط‌های درست‌نما / حسین نامی ساعی / ۳۰

ریاضی و تاریخ
فائزه تو تونیان مشهد؛ جواهری زرّین در ریاضیات ایران / رضا حیدری فرلجه / ۲۴

ریاضی و سرگرمی
سرگرمی‌های عددی؛ پیرمرد و درخت اسرارآمیز / عباس قلعه‌پور اقدم / ۲۴
فرشتهٔ مهربان در سرزمین غول‌ها / خسرو داودی / ۳۶

ریاضی و نرم‌افزار
معرفی اپلیکیشن رسم نمودار / فاطمه درویشی / ۳۸

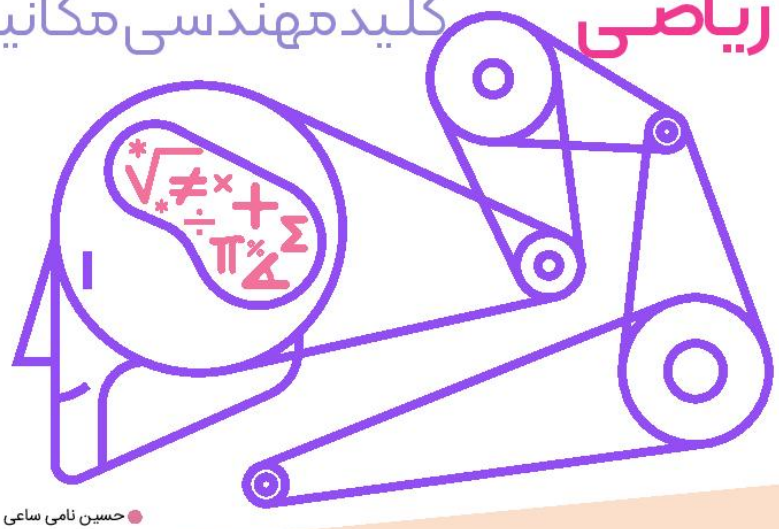
ریاضی و مسئله
لذت ریاضی / لیلا جلیلی / ۴۰

فائزه تو تونیان، دکترای ریاضی (گرایش آنالیز عددی) استاد تمام دانشگاه فردوسی مشهد. ۲۴ آبان ۱۳۲۶ در مشهد متولد شد. پدرش محمدرضا، کارمند بانک ملی و مادرش ایراندخت عالی‌زاده خانه‌دار بود. وی تمام موفقیت خود را مدیون آرامشی می‌داند که پدر و مادر در خانه به وجود آورده بودند...

صفحهٔ ۲۴ و ۲۵ را بخوانید.

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده را تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مقاله‌ها ضرورتاً مبین نظر دفتر انتشارات و فناوری آموزشی نیست و مسئولیت پاسخگویی به پرسش‌های خوانندگان با مترجم است. **اهداف:** گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی / توسعهٔ تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. **ارتباط با مرکز بررسی آثار:** خوانندگان رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: **تهران:** صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ / **نشانی:** تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / **تلفن:** ۸۸۸۳۱۶۱۰-۰۲۱، داخلی ۵۰۱ / **نمابر:** ۸۸۴۹۰۳۱۶-۰۲۱ / **صندوق پستی:** ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶ / **تلفن پیامگیر نشریات رشد:** ۸۸۳۰۱۴۸۲-۰۲۱ / **صندوق پستی امور مشترکین:** ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / **تلفن امور مشترکین:** ۸۸۸۶۷۳۰۸-۰۲۱ / **وبگاه:** www.roshdmag.ir / **رایانامه:** borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir / **وبلاگ اختصاصی مجله:** weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee / **چاپ و توزیع:** شرکت افست

ریاضی کلید مهندسی مکانیک



حسین نامی ساعی

قبل از هر کلام حلول ماه مبارک رمضان، بهار قرآن و بهار طبیعت را تبریک می‌گویم.

کسی که شناخت چندانی از دانشگاه و رشته‌های دانشگاهی ندارد، «مهندسی مکانیک» را با «مکانیک خودرو» اشتباه می‌گیرد. زمانی که من هم دانش‌آموز بودم، فکر می‌کردم مهندسان مکانیک کارشان تعمیر خودرو است. البته بی‌دلیل هم نبود که این‌طور فکر می‌کردم، چرا که در تابلوی بالای همهٔ تعمیرگاه‌های خودرو نوشته شده بود: مکانیکی ماشین یا مکانیکی خودرو! تعداد کمی از آن‌ها می‌نوشتند: تعمیرگاه خودرو، چرا؟ نمی‌دانم.

شاید باور نکنید که روی تابلوی یکی از این مکانیکی‌ها نوشته شده بود: «به مکانیکی مهندس علی خوش آمدید!» دورهٔ اول متوسطه (راهنمایی سابق) که بودم، در درس ریاضی و علوم تجربی با تعریف‌های جدیدی همچون بردار، گشتاور، تیرو، طول، انرژی، سرعت، شتاب و دما و غیره آشنا شدم که این مفهوم‌های علمی باعث شدند کم‌کم درک درستی از رشته‌های مهندسی و از جمله مهندسی مکانیک پیدا کنم. دانستن این مفهوم‌ها برای ما که احتمال داشت در آینده به یکی از رشته‌های مهندسی راه پیدا کنیم، خیلی مهم بود. به این ترتیب من شناخت خوبی از خیلی رشته‌های مهندسی پیدا کردم و متوجه شدم که مهندس مکانیک کارش غیر از تعمیر خودرو است و دیگر اینکه فهمیدم رشتهٔ مهندسی مکانیک چقدر رشتهٔ پراهمیتی است. در دورهٔ دوم متوسطه در رشتهٔ ریاضی-فیزیک با خواندن درس‌های فیزیک، هندسه، جبر و آنالیز، ریاضیات گسسته، حساب دیفرانسیل و انتگرال، حساب و روش‌های حدگیری و مشتق‌گیری، دیدگاه جدیدی نسبت به مفاهیم پایه برای درک رشته‌های مهندسی پیدا کردم. این دیدگاهم به‌خصوص در سال آخر رشتهٔ ریاضی-فیزیک بیشتر و عمیق‌تر شد. سال چهارم ریاضی-فیزیک تقریباً درک و شناختم از تمام رشته‌های مهندسی و مهندسی مکانیک کامل شده بود و اهمیت رشتهٔ مهندسی مکانیک را دیگر خیلی خوب می‌دانستم. یقین داشتم که یکی از مهم‌ترین درهای اصلی ورود به دنیای صنعتی و کلید تحول اقتصادی و صنعتی و خودکفایی و پیشرفت هر کشوری، مهندسی مکانیک و به‌ویژه مهندسان مکانیک توانمند آن کشور است. کار اصلی مهندسان مکانیک، طراحی، مدل‌سازی، تولید و راه‌اندازی ماشین‌آلات یا استفاده از اصول فیزیک، مهندسی، ریاضیات و علم مواد است و اثرات این کار مهم و پراهمیت آن‌ها در همه جا دیده می‌شود؛ از جمله در پالایشگاه‌ها، صنایع خودروسازی، تولید قطعات موتور خودرو و موتور هواپیما، کارخانه‌های شیمیایی، سامانه‌های حمل و نقل، ساخت ربات‌ها و ماشین‌آلات سنگین و غیرسنگین، و حتی در زمین‌شناسی، متالوژی، صنایع پزشکی، هوافضا، «فناوری زیستی» (بیوتکنولوژی)، رایانه، الکترونیک، تأسیسات حرارتی و برودتی ساختمان‌ها، صنایع لوازم خانگی، تجهیزات مکانیکی انواع تیروگاه‌ها، تجهیزات سیستم‌های انتقال و تصفیهٔ آب، آسانبرها (آسانسورها)، ماشین‌آلات تجهیزات دقایقی مانند تلک، موشک، پهپاد، زیردریایی، اژدر و پل‌های متحرک و غیره. هر مهندسی و به‌خصوص یک مهندس مکانیک ما هر بیشتر از هر علمی به ریاضیات نیاز دارد. هر چه در ریاضیات و محاسبه‌ها قوی‌تر باشد، در کارش موفق‌تر است. بی‌شک کسی که می‌خواهد در رشتهٔ مکانیک تحصیل کند، باید از دورهٔ اول متوسطه شروع کند و از همین‌جا بر مفاهیم ریاضی مسلط شود و در دورهٔ دوم متوسطه با انتخاب رشتهٔ ریاضی-فیزیک، عمق معلومات خود را بیشتر کند تا در دانشگاه بتواند به راحتی این رشته را طی کند. به نظر من مهم‌ترین ابزار هر مهندس مکانیک، ریاضیات است.

پیروز و سربلند باشید.

محمود نصیری

تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی

ویژگی‌های خط‌های موازی

در بخش قبلی در مورد موازی‌ها مطالبی را بررسی کردیم و تا حدودی از نظر تاریخی با اصل پنجم اقلیدس و جایگزین‌های آن آشنا شدیم. از اینجا به بعد ساختن هندسه را به‌طور رسمی‌تری شروع می‌کنیم. می‌کوشیم قضیه‌هایی را در مورد خط‌های موازی ثابت کنیم و سپس کاربردهایی از آن‌ها را بیان خواهیم کرد. ابتدا اصلی را که در بخش قبلی به‌عنوان اصل زاویه‌های متقابل پذیرفتیم، بیان می‌کنیم و بعد قضیه‌هایی را در کاربرد آن ثابت می‌کنیم. در تمام این قضیه‌ها و بعد از آن، همهٔ خط‌ها در صفحه درنظر گرفته می‌شوند.

اصل زاویه‌های متقابل:

خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر این دو خط موازی باشند آنگاه دو زاویهٔ متقابل مکمل‌اند (شکل ۱).

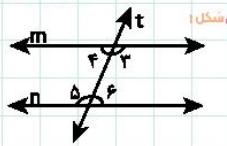
اگر $m \parallel n$ و t هر دو را قطع کند، آنگاه داریم:

$$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$$

یا

$$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$$

شکل ۱



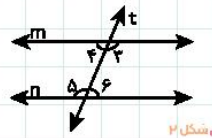
اولین قضیه را ثابت می‌کنیم و اثبات قضیه‌های بعدی را به عهدهٔ شما می‌گذاریم.

قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی:

خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر این دو خط موازی باشند، آنگاه زاویه‌های متبادل داخلی هم‌نهشت هستند.

در شکل ۲، $m \parallel n$ و خط t این دو خط موازی را قطع کرده است. در این صورت داریم:

$$\angle 6 \cong \angle 4 \text{ و } \angle 5 \cong \angle 3$$



شکل ۲

فکر می‌کنید چگونه از اصل زاویه‌های متقابل استفاده می‌کنیم؟

$m\angle ۳+m\angle ۶=۱۸۰^\circ$، چه رابطه‌ای بین $\angle ۳$ و $\angle ۴$ وجود دارد؟

قبلاً با «زاویه‌های مجانب» آشنا شده‌ایم. $\angle ۳$ و $\angle ۴$ دو زاویهٔ مجانب هستند. در نتیجه داریم:

$m\angle ۳+m\angle ۴=۱۸۰^\circ$

از این رابطه و رابطهٔ قبلی یا توجه به ویژگی تساوی‌ها داریم:

$m\angle ۳+m\angle ۶=m\angle ۳+m\angle ۴$

اکنون به وسیلهٔ ویژگی کم کردن از تساوی‌ها داریم:

$m\angle ۶=m\angle ۴$

پس بنا بر تعریف هم‌نهشتی دو زاویه:

$\angle ۶\cong\angle ۴$

به همین ترتیب: $\angle ۵\cong\angle ۳$.

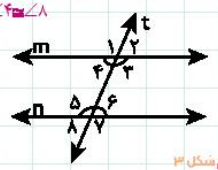
آنچه که در بالا نشان دادیم، در واقع یک اثبات دقیق ریاضی است. مشاهده می‌کنید که چگونه از یک اصل و ویژگی زاویه‌های مجانب و ویژگی تساوی‌ها توانستیم این اثبات را کامل کنیم.

با توجه به اثبات بالا سعی کنید دو قضیهٔ زاویه‌های متناظر و زاویه‌های متبادل خارجی را که بسیار مشابه قضیهٔ قبلی هستند، ثابت کنید.

قضیهٔ زاویه‌های متناظر: خطی دو خط را قطع کرده است. اگر این دو خط موازی باشند، آنگاه زاویه‌های متناظر هم‌نهشت‌اند.

یعنی اگر: $m\|n$ و t این دو خط را قطع کند، آنگاه داریم:

$\angle ۱\cong\angle ۵$، $\angle ۲\cong\angle ۶$، $\angle ۳\cong\angle ۷$، $\angle ۴\cong\angle ۸$



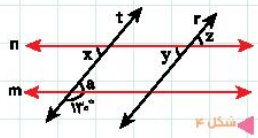
شکل ۳

قضیهٔ زاویه‌های متبادل خارجی: خط t دو خط m و n را قطع کرده است. اگر: $m\|n$، آنگاه: $\angle ۱\cong\angle ۷$ و $\angle ۲\cong\angle ۸$.

یا توجه به قضیه‌هایی که بیان کردیم، می‌توانیم مسئله‌های متفاوتی را حل کنیم.

مثال: در شکل ۴ داریم: $m\|n$ و $r\|t$.

یا توجه به اندازهٔ زاویه‌ای که داده شده و برابر ۱۳۰° است، z را پیدا کنید.



شکل ۴

پاسخ: با استفاده از ویژگی زاویه‌های مجانب:

$a-۱۸۰^\circ\ ۱۳۰^\circ=۵۰^\circ$

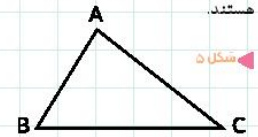
یا توجه به قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی: $x-a=۵۰^\circ$.

به همین ترتیب، با توجه به قضیهٔ زاویه‌های متناظر: $y-۵۰^\circ$. و بالاخره، از زاویه‌های متقابل به رأس نتیجه می‌گیریم که: $z-۵۰^\circ$.

یکی از کاربردهای قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی، اثبات مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی مثلث است. در سال‌های قبل با مثلث آشنا شده‌اید. لیتدا تعریف رسمی مثلث را بیان می‌کنیم.

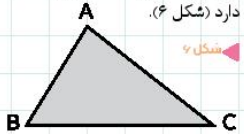
تعریف: اگر A، B و C سه نقطهٔ غیرواقع بر یک خط باشند، آنگاه مجموعه نقطه‌های سه پاره‌خط AB، AC و BC را یک مثلث می‌نامیم و آن را به‌صورت ΔABC نشان می‌دهیم.

سه نقطهٔ A، B و C را سه رأس مثلث و هر یک از پاره‌خط‌های AB، AC و BC را ضلع‌های مثلث می‌نامیم (شکل ۵). هر یک از زاویه‌های ABC، ACB و BAC را زاویه‌های مثلث می‌نامند. در واقع، هر یک از این زاویه‌ها شامل دو ضلع از مثلث هستند.



شکل ۵

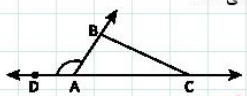
قبلاً «درون زاویه» را تعریف کردیم. به کمک آن می‌توانیم «درون مثلث» را نیز تعریف کنیم. در واقع قسمت مشترک درون زاویه‌های مثلث، درون مثلث نام دارد (شکل ۶).



شکل ۶

توجه داشته باشیم که درون مثلث با خود مثلث متفاوت است. وقتی می‌گوییم نقطهٔ M روی یک مثلث است، به این معنی است که نقطهٔ M روی یکی از سه ضلع مثلث واقع است.

معمولاً زاویه‌های هر مثلث را با حرف‌های سه رأس نیز نشان می‌دهند. مثلاً در شکل ۷ منظور از $\angle A$ همان $\angle BAC$ است که آن را «زاویهٔ درونی مثلث» نیز می‌نامند.



شکل ۷

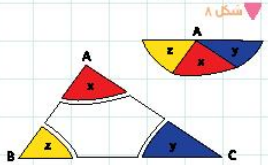
همچنین، $\angle BAD$ را یک زاویهٔ بیرونی یا خارجی تظیر رأس A از مثلث می‌نامند. هر زاویهٔ خارجی و داخلی تظیر یک رأس، دو زاویهٔ مجانب هستند.

قضیهٔ زیر در مورد مجموع اندازه‌های زاویه‌های داخلی هر مثلث برقرار است:

قضیه: در هر مثلث، مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی برابر ۱۸۰° است.

در دورهٔ ابتدایی به‌طور غیررسمی مشاهده کردید که اگر مطابق شکل ۸، یک مثلث را روی یک صفحه کاغذ بکشید و سه تکهٔ آن را ببرید و کنار هم بگذارید، یک زاویهٔ «نیم‌صفحه» پدید می‌آید. یعنی مجموع اندازهٔ زاویه‌ها برابر ۱۸۰° است.

شکل ۸



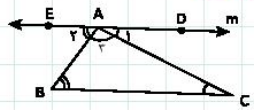
اما قرار ما این است که تا حد امکان گام‌به‌گام وارد اثبات‌های رسمی شویم. بنابراین، در اینجا به کمک قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی آن را ثابت می‌کنیم.

مهم‌ترین موضوع در ریاضی این است که هر چه را ادعا می‌کنیم، باید ثابت کنیم. یعنی باید توضیح‌های متقاعدکننده‌ای برای درستی گزاره‌ها بیان کنیم. بحث در مورد اثبات مفصل است و در حال حاضر نمی‌توانیم به‌طور کامل وارد آن شویم. فقط تا این اندازه می‌توانیم توضیح دهیم که به کاربردن فرض‌ها، قضیه‌های قبلی، تعریف‌ها و اصل‌ها، گام‌های اساسی اثبات هستند. در واقع هر چه را که بیان می‌کنیم، باید بر پایهٔ یکی از این گام‌ها باشد. قبلاً چند اثبات را بیان کرده‌ایم.

در اینجا می‌خواهیم اثباتی برای مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث بیان کنیم. در هر گام هر چه را که به کار می‌بریم، توضیح خواهیم داد. اثبات در هندسه یا جبر کمی متفاوت است، زیرا در هندسهٔ مقدماتی به‌خوبی می‌توانیم از شکل‌ها استفاده کنیم. البته در اساس اثبات نباید به شکل متکی باشد، اما چون ما در گام‌های اولیهٔ اثبات هستیم، سعی می‌کنیم اثبات‌ها را با شکل‌ها نیز توضیح دهیم. یکی از ویژگی‌های اثبات در هندسه، رسم شکل‌های اضافی است. شاید این یکی از دشواری‌های اثبات‌های هندسی است که چرا و چگونه باید شکل‌های اضافی را رسم کنیم. معمولاً این شکل‌های اضافی شامل رسم خط‌ها، پاره‌خط‌ها، ساختن زاویه‌ها و به‌طور کلی هر شکل هندسی می‌تواند باشد. رسم شکل اضافی در ذات حل مسئله‌های هندسه است و به تسلط، تمرین و حتی شاید دلیل‌های منطقی نیاز داشته باشد.

وقتی شما یک ناحیهٔ مثلثی را مانند آنچه در شکل ۸ نشان دادیم، می‌برید، کنار هم قرار می‌دهید و یک زاویهٔ نیم‌صفحه می‌سازید، یا کمی تفکر به این نتیجه می‌رسید که چگونه زاویه‌هایی هم‌نهشت با زاویه‌های مثلث در یک رأس مثلث بسازیم. اینجاست که اولین گام در اثبات این قضیه به ذهن می‌رسد. از یک رأس مثلث، مثلاً رأس A، خط m را موازی ضلع $\overline{BC}$ رسم می‌کنیم، یعنی فرض می‌کنیم خط m که از A گذشته است، موازی خط BC باشد (شکل ۹). خط m همان شکل اضافی است که آن را «خط کمکی» نیز می‌گویند و راه اثبات قضیه را برای ما هموار می‌کند.

شکل ۹



اکنون در ادامه، هر یک از بیان‌ها یا گزاره‌ها را با دلیل یا استدلال آن مشاهده می‌کنید:

۱. از رأس A خط $m = \overleftrightarrow{ED}$ را موازی $\overline{BC}$ رسم می‌کنیم.
دلیل: اصل توازی (اصل پلی فر)

۲. $\angle 1 \cong \angle C$ و $\angle 2 \cong \angle B$.
دلیل: قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی

۳. $m\angle 1 = m\angle C$ و $m\angle 2 = m\angle B$.
دلیل: تعریف هم‌نهشتی، دو زاویه هم‌اندازه‌اند.

۴. $m\angle EAC + m\angle 1 = 180^\circ$.
دلیل: ویژگی زاویه‌های مجانب و مکمل.

۵. $m\angle EAC = m\angle 2 + m\angle 3$.
دلیل: ویژگی جمع زاویه‌ها.

۶. از (۴) و (۵) نتیجه می‌گیریم:
$m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 1 = 180^\circ$
دلیل: ویژگی جایگذاری.

۷. از (۳) و (۶) نتیجه می‌گیریم:
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$
دلیل: ویژگی جایگذاری.

در اینجا یک نمونه استدلال کامل را مشاهده می‌کنید. هر چند که وقتی شما با استدلال‌ها بیشتر آشنا شدید، ممکن است از بعضی گام‌ها صرف‌نظر و اثبات را کوتاه‌تر بیان کنید.

اولین نتیجه‌ای که از این اثبات گرفته می‌شود، قضیهٔ اندازهٔ زاویهٔ خارجی در مثلث است.

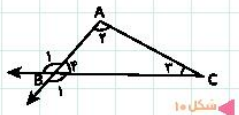
یا «زاویهٔ بیرونی» در مثلث آشنا شدیم:

هر زاویه را که با یک زاویهٔ مثلث تشکیل دو زاویهٔ مجاور دهد، زاویهٔ بیرونی نظیر آن زاویهٔ مثلث می‌نامیم.

به عبارت دیگر، هر زاویه را که رأس آن رأس مثلث و یک ضلع آن شامل یک ضلع مثلث و ضلع دیگر آن امتداد ضلع مجاور آن از طرفی باشد که شامل خود آن ضلع نباشد، زاویهٔ بیرونی آن مثلث می‌گویند. برای هر زاویهٔ بیرونی، دو زاویهٔ درونی دیگر مثلث را که مجاور آن نباشند، دو زاویهٔ درونی غیرمجاور می‌نامند. نتیجهٔ زیر رابطهٔ بین اندازهٔ هر زاویه خارجی و دو زاویهٔ غیرمجاور آن را بیان می‌کند:

نتیجه: در هر مثلث، اندازهٔ هر زاویهٔ بیرونی برابر مجموع اندازه‌های دو زاویهٔ درونی غیرمجاور آن است.

در شکل ۱۰ داریم: $m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$
یا توجه به مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی مثلث اثبات آن ساده است:



شکل ۱۰

$m\angle 1 = 180^\circ - m\angle 4$
$= 180^\circ - (180^\circ - m\angle 2 - m\angle 3)$
$= m\angle 2 + m\angle 3$

توجه داشته باشیم که در هر رأس مثلث، دو زاویهٔ بیرونی نظیر هر رأس وجود دارند که متقابل به رأس هستند، اما ما همواره یکی از آن‌ها را در نظر می‌گیریم. مثلاً وقتی در مورد مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی مثلث بحث می‌کنیم، در هر رأس فقط یک زاویه مورد نظر است.

تذکر مهم: هر چه را که در نتیجهٔ قبلی ثابت کردیم، واضح است که یکی از نتیجه‌های «اصل توازی» است. زیرا از مجموع اندازه‌های درونی هر مثلث که برابر 180° است، استفاده کرده‌ایم. از این نتیجه یک نتیجهٔ مهم دیگر گرفته می‌شود که از خود آن مهم‌تر است و در حل قضیه‌ها و مسئله‌ها کاربرد بیشتری دارد. این قضیه به «قضیهٔ زاویهٔ بیرونی» معروف است.

در شکل ۱۰، در ΔABC داریم:
$m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$

لما بنابر ویژگی تلساوی‌ها:
$m\angle ۱=m\angle ۲+m\angle ۳>m\angle ۲$
و $m\angle ۱=m\angle ۲+m\angle ۳>m\angle ۳$
یعنی: $m\angle ۱> m\angle ۲$ و $m\angle ۱> m\angle ۳$.
بنابراین قضیهٔ زیر را داریم:

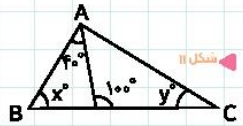
قضیهٔ زاویهٔ بیرونی:
در هر مثلث، هر زاویهٔ بیرونی از هر زاویهٔ درونی غیرمجاور آن بزرگ‌تر است.

تذکر مهم: در ساختن هندسه به روش دقیق‌تر یا به‌عبارت دیگر اصولی‌تر، قضیهٔ زاویهٔ بیرونی مستقل از اصل توازی است. یعنی بدون استفاده از مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی مثلث که ۱۸۰° است، می‌توانیم آن را ثابت کنیم. البته به مقدمه‌های بیشتری نیاز دارد و باید از قضیه‌های تلساوی‌ها در مثلث استفاده کرد. در دوره‌های تحصیلی پایین‌تر، معمولاً به همین روش بالا این قضیه‌ها بررسی می‌شوند. کاربرد قضیهٔ زاویهٔ بیرونی را در اثبات عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی در شمارهٔ بعدی مشاهده خواهید کرد.

فعالیت: با استفاده از مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی و نتیجه‌ای که از آن در مورد اندازهٔ زاویهٔ بیرونی ثابت کردیم، نشان دهید:
در هر مثلث، مجموع اندازه‌های زاویه‌های بیرونی برابر ۳۶۰° است.

تمرین: در شکل ۱۲، ΔABC در رأس A قائمه است. $\angle x$ و $\angle y$ را محاسبه کنید.

شکل ۱۱



مجموع اندازه‌های زاویه‌های مثلث و هندسه‌های اقلیدسی و غیر اقلیدسی

در داستان موازی‌ها، مشاهده کردید که سه نوع اصل توازی به سه نوع هندسه منجر شد.

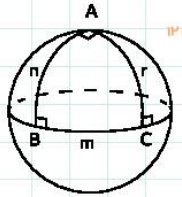
هر گاه از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، فقط یک خط به موازات آن رسم شود، آن را «هندسهٔ اقلیدسی» نامیدیم. تمام قضیه‌هایی که در مورد خط‌های موازی ثابت کردیم، یا استفاده از این اصل به اثبات رسیدند. به بیان بهتر، اگر این اصل را بپذیریم، می‌توانیم ثابت کنیم: مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث برابر ۱۸۰° است.

اما اگر این اصل را نپذیریم، خواهیم دید که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث ممکن است کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از ۱۸۰° باشد.

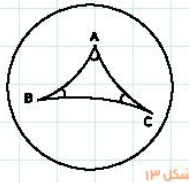
در قسمت‌های قبلی در مورد هندسه روی کره بحث‌های مختصری داشتیم. در این هندسه، خط‌ها را دایره‌های روی کره که مرکز آن‌ها مرکز کره باشد، در نظر گرفتیم. مشاهده کردیم که در این هندسه هیچ دو خط موازی وجود ندارد. بنابراین از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، هیچ خطی به موازات آن نمی‌توان رسم کرد.

فرض کنید خط m روی کره همان خط استوا باشد. می‌توانیم دو خط n و r را از قطب شمال چنان رسم کنیم که زاویه‌های بین آن‌ها برابر ۹۰° و هر کدام بر خط استوا نیز عمود باشند. در واقع می‌توانیم مثلثی رسم کنیم که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی آن برابر ۲۷۰° باشد. در اینجا قضیهٔ زاویهٔ خارجی نیز دیگر برقرار نیست. ممکن است اندازهٔ یک زاویهٔ خارجی حتی کوچک‌تر یا برابر اندازهٔ هر زاویهٔ بیرونی غیرمجاور آن باشد. در شکل ۱۲ داریم: $m\angle A+m\angle B+m\angle C=۳\times ۹۰=۲۷۰^\circ$ و در دنیای واقعی چنین مثلثی وجود دارد.

شکل ۱۲



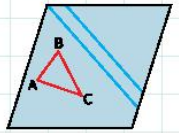
بنابراین، در هندسه‌ای که از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، هیچ خطی به موازات آن رسم نمی‌شود، مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی مثلث‌ها نیز از ۱۸۰° بیشتر است. در نقطهٔ مقابل آن، بعداً با هندسهٔ دیگری آشنا خواهید شد که در آن، مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث کوچک‌تر یا مساوی ۱۸۰° است. این همان هندسه‌ای است که در آن، از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط می‌توانیم بیش از یک خط به موازات آن رسم کنیم. در این مثلث به‌طور شهودی زاویه‌ها به درون کاستی دارند (شکل ۱۳).



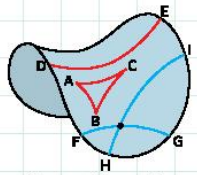
شکل ۱۳

روی یک زین اسب می‌توانیم چنین مثلثی را تمایش دهیم.
به‌طور مختصر مشاهده می‌کنید که داستان موازی‌ها چگونه در مثلث‌ها و در نتیجه سایر شکل‌های هندسه‌ها تأثیر دارند (شکل ۱۴) و این داستان هندسه‌ها، داستانی مفصل و شیرین است.

شکل ۱۴



$m\angle A+m\angle B+m\angle C=۱۸۰^\circ$



$۰<m\angle A+m\angle B+m\angle C<۱۸۰^\circ$

$۱۸۰^\circ<m\angle A+m\angle B+m\angle C<۵۴۰^\circ$

چطور رسم کنیم؟

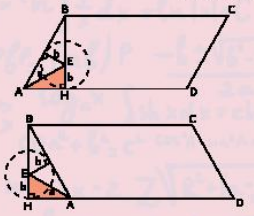
ترفندی برای رسیدن به متوازی‌الاضلاع

فاطمه معین‌الدینی

با عرض تبریک سال ۱۴۰۱ به شما دانش‌آموزان و اینکه برایتان بهترین‌ها را آرزو داریم، هفتمین قسمت «چطور رسم کنیم؟» را به طرز رسم «متوازی‌الاضلاع» در چند حالت خاص پیگیری می‌کنیم. امیدواریم که این مجموعهٔ هشت قسمتی مورد توجه شما عزیزان قرار گرفته باشد.

۱ در متوازی‌الاضلاع ABCD (شکل ۱)، ارتفاع BH شامل نقطهٔ E است. با فرض آنکه: AE=a و AH=AD و فاصلهٔ E از دو ضلع AB و AD برابر با b باشد $(a > b\sqrt{2})$، متوازی‌الاضلاع ABCD را رسم کنید.

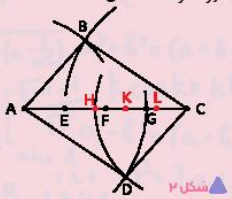
حل: مثلث قائم‌الزاویه EAH را با داشتن این اطلاعات $(a > b\sqrt{2}, EA = a, EH = b)$ رسم می‌کنیم. از A مماسی بر دایره به مرکز E و به شعاع b رسم می‌کنیم تا امتداد HE را در B قطع کند. D را روی امتداد AH (یا HA) چنان اختیار می‌کنیم که AD = 4AH باشد. از D به موازات AB و از B به موازات AD خط‌هایی رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در C قطع کنند (شکل ۱). متوازی‌الاضلاع ABCD جواب مسئله است.



شکل ۱

۲ متوازی‌الاضلاع ABCD را رسم کنید، به‌طوری که نسبت قطر AC به ضلع BC، ۴ به ۳ و نسبت ضلع BC به ضلع CD نیز ۴ به ۳ باشد.

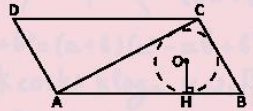
حل: ابتدا یک پاره‌خط دلخواه به تمام AC رسم می‌کنیم. به کمک خط‌کش و پرگار آن پاره‌خط را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (AE=EF=FG=GC). سپس پاره‌خط EC را نیز به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (EH=HK=KL=LC). دایره‌ای به مرکز A به شعاع AG ($AG=\frac{۳}{۴}AC$)، دایره‌ای به مرکز C و به شعاع CH، ($CH=\frac{۳}{۴}CE=\frac{۳}{۴}BC$) را در نقطهٔ D قطع می‌کند. دایره به مرکز C و به شعاع AG، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع CH را در نقطهٔ B قطع می‌کند. چهار ضلعی ABCD همان متوازی‌الاضلاع موردنظر است (شکل ۲).



شکل ۲

۳ از متوازی‌الاضلاع ABCD، دو رأس A و B و مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC معلوم است. طرز رسم متوازی‌الاضلاع را بنویسید.

حل: پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم. از O (مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC) عمودی بر AB رسم و پای عمود را H می‌نامیم. دایره‌ای به مرکز O به شعاع OH را در نظر می‌گیریم. نقطهٔ تلاقی مماس‌های رسم شده از A و B نسبت به دایره را، C می‌نامیم. از A به موازات BC و از C به موازات AB خط‌هایی رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در D قطع کنند. ABCD متوازی‌الاضلاع مطلوب است (شکل ۳).

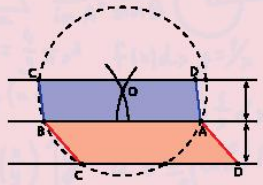


شکل ۳

۴ از متوازی‌الاضلاع ABCD، دو رأس A و B و اندازهٔ شعاع دایرهٔ محیطی مثلث ABC، یعنی R را داریم. اگر بدانیم ارتفاع وارد بر ضلع AB، نصف شعاع است ($h=\frac{R}{۲}$)، متوازی‌الاضلاع را رسم کنید.

حل: دو دایره به مرکز A و به مرکز B یا شعاع R یکدیگر را در O (مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC) قطع می‌کنند. دایره به مرکز O و به شعاع R را رسم می‌کنیم. دو خط به موازات AB و به فاصلهٔ h از آن رسم می‌کنیم. نقطهٔ تلاقی با دایره همان رأس C از متوازی‌الاضلاع است. با رسم خط‌های موازی از A به موازات BC و از C به موازات AB، رأس D نیز به دست می‌آید (شکل ۴).

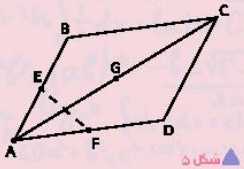
مسئله حداکثر چهار جواب متمایز خواهد داشت.



شکل ۴

۵ متوازی‌الاضلاع ABCD را رسم کنید، طوری که نقطهٔ میانی دو ضلع مجاور و محل تلاقی قطرها معلوم باشند.

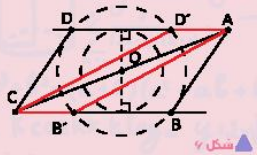
حل: فرض کنیم G از سه نقطهٔ داده شدهٔ F، E و G، محل تلاقی دو قطر باشد. از G به وسط پاره‌خط EF وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به A برسیم. از A به E وصل می‌کنیم و به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا به B برسیم، همچنین از A به F وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به D برسیم. AG را از سمت G به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا رأس C پدید آید. (شکل ۵). ABCD یکی از سه جواب مسئله است. (اگر E و بار دیگر F را محل تلاقی دو قطر فرض کنیم، دو جواب دیگر نیز پدید می‌آیند.)



شکل ۵

۶ یک متوازی‌الاضلاع رسم کنید که اندازهٔ دو قطر و یکی از ارتفاع‌های آن معلوم باشد.

حل: پاره‌خط AC (قطر بزرگ) را رسم می‌کنیم و وسط آن را O می‌نامیم. دو دایره به مرکز O و به شعاع‌های $\frac{BD}{۲}$ (نصف قطر کوچک) و $\frac{h}{۲}$ نصف ارتفاع داده شده) رسم می‌کنیم. از A و C بر دایرهٔ کوچک مماس رسم می‌کنیم تا دایرهٔ بزرگ را در نقطه‌های D، D′، B′ و B قطع کنند. دو متوازی‌الاضلاع ABCD و AB′CD′ جواب‌های مسئله هستند. (شکل ۶).



شکل ۶

۷ یک متوازی‌الاضلاع رسم کنید که رأس A و دو نقطهٔ میانی به نام‌های M و N از آن معلوم باشند.

حل:

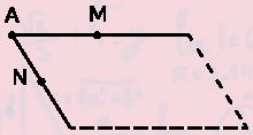
الف) از A به M و N وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم و ... (شکل ۷. الف)

ب) از A به K (وسط MN) وصل می‌کنیم و به اندازهٔ $\frac{AK}{3}$ امتداد می‌دهیم تا به نقطهٔ C برسیم و ... (شکل ۷. ب)

ج) از A به M وصل می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به B برسیم. از A و B به موازات MN رسم می‌کنیم و ... (شکل ۷. ج)

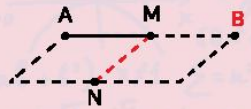
د) از A به M وصل می‌کنیم و همان اندازه امتداد می‌دهیم تا به B برسیم. از B نیز به N وصل می‌کنیم و به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا ... (شکل ۷. د)

شکل ۷. الف



شکل ۷. ب

شکل ۷. ج

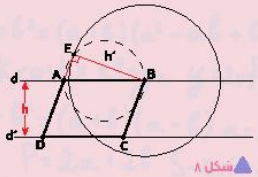


شکل ۷. د

۸ متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که اندازهٔ دو ارتفاع و اندازهٔ یک ضلع آن معلوم باشد.

حل: ابتدا دو خط موازی d و d′ را به فاصلهٔ h (اندازهٔ یکی از ارتفاع‌ها) رسم می‌کنیم و روی خط d، پاره‌خط AB را (ضلع معلوم) مشخص می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز B و به شعاع h′ (ارتفاع دیگر متوازی‌الاضلاع) رسم می‌کنیم تا دایره به قطر AB را در E قطع کند.

امتداد EA خط d′ را در D قطع می‌کند. از B به موازات AD خطی رسم می‌کنیم تا d′ را در C قطع کند. متوازی‌الاضلاع ABCD جواب مسئله است. (شکل ۸)

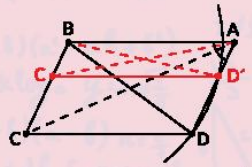


شکل ۸

۹ متوازی‌الاضلاع ABCD را در حالتی که اندازهٔ ضلع AB و زاویهٔ A و قطر BD معلوم باشد، رسم کنید.

حل: ابتدا زاویهٔ معلوم A را رسم می‌کنیم و روی ضلعی از آن، به اندازهٔ ضلع AB جدا می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز B و به شعاع BD (قطر معلوم) رسم می‌کنیم تا ضلع دیگر زاویهٔ A را در D قطع کند از A به وسط BD وصل می‌کنیم و همان اندازه امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ C به دست آید. متوازی‌الاضلاع ABCD (حداکثر دو تا) جواب مسئله است (شکل ۹).

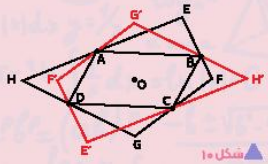
سؤال: در چه صورت مسئله جواب یکتا دارد؟



شکل ۹

۱۰ روی ضلع‌های چهار ضلعی نامشخص EFGH، رأس‌های متوازی‌الاضلاع ABCD قرار داشتند، اما ضلع‌ها و رأس‌های متوازی‌الاضلاع پاک شدند و فقط مرکز تقاطع دو قطر آن (مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع) باقی مانده است. طرز رسم مجدد متوازی الاضلاع را بنویسید؟

حل: قرینهٔ چهار ضلعی دلخواه EFGH را نسبت به نقطهٔ معلوم O (محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع) E′F′G′H′ می‌نامیم. نقطه‌های تلاقی چهارضلعی EFGH با E′F′G′H′ را A، B، C و D می‌نامیم. چون A و C و همچنین B و D نسبت به O قرینهٔ یکدیگرند، پس ABCD همان متوازی‌الاضلاع موردنظر است (شکل ۱۰)

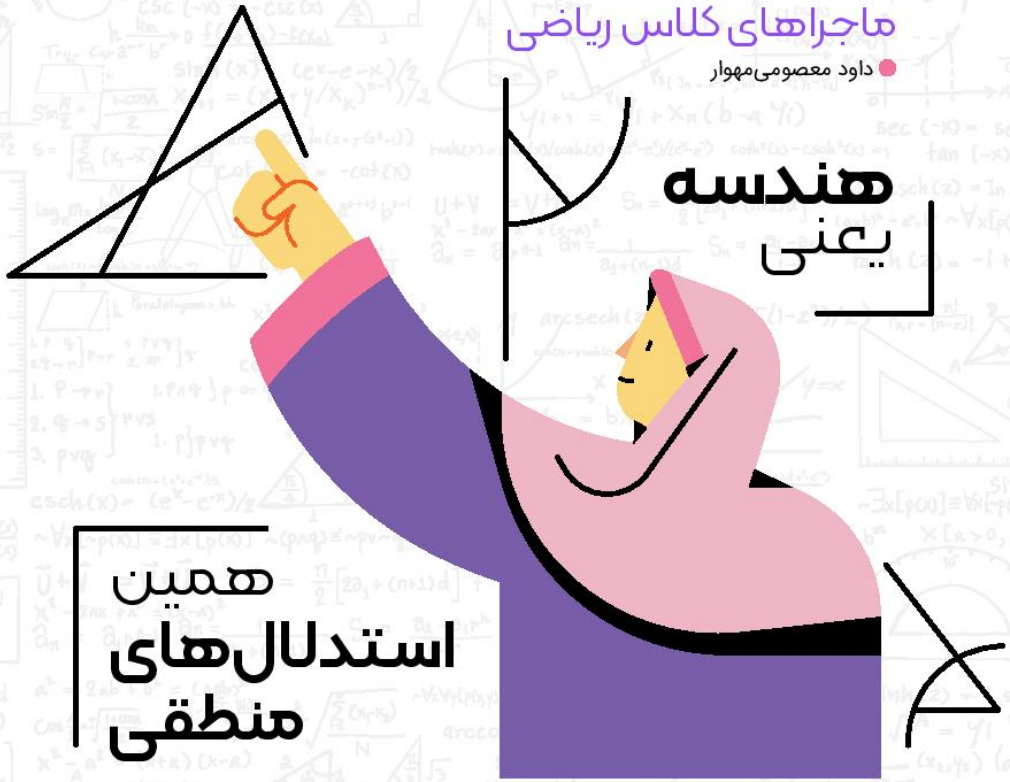


شکل ۱۰

برای دیدن مراحل حل مسئله‌ها رمزینه را اسکن کنید.

ماجراهای کلاس ریاضی

داود معصومی‌مهوار



هندسه یعنی همین استدلال‌های منطقی

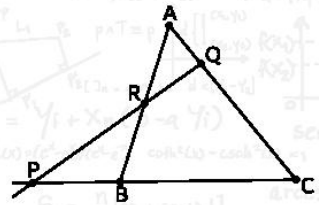
شکوفه: در شکل ۱ نقطهٔ Q ضلع AC از مثلث ABC را از سوی A به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است. یعنی QC سه برابر QA طول دارد. نقطهٔ R نیز وسط ضلع AB است و بالاخره خط QR یا خط BC در نقطهٔ P برخورد کرده است. ما باید چند جفت مثلث تمام پیریم که نسبت مساحت‌هایشان را پیدا کنیم...

سراغ دو مثلث AQR و CQR می‌روم. مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب طول یک ضلع در طول ارتفاع وارد بر همان ضلع. برای محاسبهٔ مساحت دو مثلث، به دو ضلع در یک امتداد، یعنی QA و QC توجه می‌کنیم. پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle QRA}}{S_{\triangle QRC}} = \frac{\overline{QA}\times\overline{RQ}\times\frac{1}{2}}{\overline{QC}\times\overline{RQ}\times\frac{1}{2}} = \frac{\overline{QA}}{\overline{QC}} = \frac{1}{3}$$

و به دلایلی مشابه، نسبت مساحت‌های دو مثلث PQA و PQC و نیز دو مثلث BQA و BQC هم ۱ به ۳ است.

بروانه: فکر می‌کنم استدلال شکوفه کمی ایراد دارد. او برای



$$\frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = 1$$

$$\frac{\overline{QA}}{\overline{QC}} = \frac{1}{3}$$

شکل ۱. مسئله شکوفه‌پای تخته

من: شکوفه، شکلی که پای تخته کشیدی بد نیست، ولی می‌خواهم پشت به تخته و رو به بچه‌ها و از روی شکلی که در ذهنت داری، راه‌حلت را بگویی و البته پیش از هر کاری صورت مسئله را برایمان بگویی.

محاسبهٔ مساحت باید ارتفاع وارد بر AC را می‌کشید، ولی بی‌هیچ دلیلی ادعا کرد که خود خط PQR بر خط AC عمود است. شاید در بعضی شکل‌ها چنین باشد، ولی تباید فرض کنیم که همیشه چنین چیزی رخ می‌دهد.

من: خب همه کمی فکر کنند تا پس از یک دقیقه دیدگاه‌هایتان را بشنویم.

زهرا: خب اینکه فکر نمی‌خواهد. شکوفه به روشنی اشتباه کرده و نقد پروانه کاملاً درست است.

با اشارهٔ من زهرا قبول کرد که سکوت کند.

زهرا (پس از یک دقیقه): من هنوز همان نظر را دارم. بعید می‌دانم خبر دیگری باشد.

من (در حالی که دستم را بالا برده بودم): خب کسانی که نقد پروانه را درست نمی‌دانند، دستشان را بالا ببرند.

شکوفه (تنها کسی که دستش بالا بود): فکر می‌کنم این شکل واقعاً یک شکل خاص است. تقصیر من نیست که خط PQR بر AC عمود شده است. چون خط PQR یک خط دلخواه نیست. ویژگی‌هایی دارد که باعث شده است بر AC عمود شود. همین که بنا بر فرضیه‌های مسئله این خط باید AB و AC را به نسبت‌های معینی تقسیم کند، باعث شده است تا این خط بر AC عمود شود.

لیلا: خب اگر هم این ادعای جدید شکوفه درست باشد، نیاز به دلیل دارد. چرا باید بی‌دلیل از او بپذیریم که PQR بر AC عمود است؟

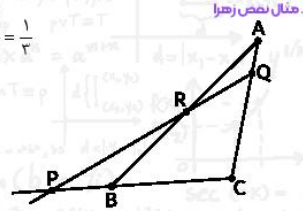
من: اعتراف می‌کنم که تو راست می‌گویی و او دلیلی نیاورده است، ولی آیا شما مخلفان هم می‌پذیرید که بی‌هیچ دلیلی با او مخلفت می‌کنید؟

زهرا: من یک شکل دیگر می‌کشم که در آن PQR بر AC عمود نباشد (شکل ۲).

$$\frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = ۱$$

$$\frac{\overline{QA}}{\overline{QC}} = \frac{۱}{۳}$$

شکل ۲. مثال نقض زهرا



خب با این مثال نقض الان باید بپذیرید که بی‌دلیل نمی‌گوییم.

من: شکوفه کوتاه آمد، ولی من هنوز طرف‌دار او هستم. مثال نقض یک دلیل قوی و درست است، ولی به نظرم زهرا اصلاً مثال نقضی نیاورده است. این جور که من می‌بینم، او هم مثل شکوفه کار کرده است. یک شکل کشیده است و ادعا دارد که این شکل آن طور است که خودش ادعا می‌کند. هیچ دلیلی هم ندارد!

نفیسه (با حمایت خیلی‌ها): واقعاً حرف ما را با حرف شکوفه یکسان می‌بینید؟ ما ۱۰هزار تا شکل دیگر در تأیید حرف خودمان می‌توانیم بکشیم، در حالی که او به سختی می‌تواند شکلی شبیه به همین شکلش پیدا کند.

من: خب دقت کن. تو هم هیچ دلیلی نداری. داری با چشم خودت قضاوت می‌کنی و از من می‌خواهی که من هم چنین کنم. نه او برای عمود بودن دلیل دارد و نه تو برای عمود نبودن. یا چشم قضاوت می‌کنید. اصلاً ممکن است کسی بگوید که در همهٔ شکل‌هایی که کشیده‌اید، PQR را عمود بر AC می‌بیند و اگر شما نمی‌بینید، خطای دید دارید! این کار شما در ریاضی و هندسه پذیرفته نیست. با این طرز استدلال، اصلاً جایی برای مباحثه یا ریاضی‌دانی تایینا می‌گذارید؟ کوتاه بیایید. فکر کنید و واقعاً استدلال کنید. منتظرم.

اعظم: از همان اول زاویهٔ A را زاویه‌ای باز می‌کشم. در این صورت در مثلث AQR دیگر نمی‌تواند زاویهٔ قائمه‌ای وجود داشته باشد.

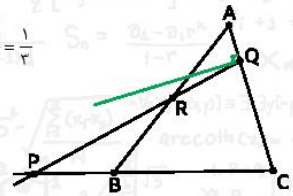
نرگس: شبیه اعظم کار کنیم. اگر خود زاویهٔ A را قائمه بگیریم، دیگر کسی نمی‌تواند ادعا کند که زاویهٔ RQA قائمه است. زیرا از یک نقطه نمی‌توان دو عمود متمایز بر یک خط کشید.

الهام: می‌توانیم ابتدا ضلع AC را بکشیم و Q را مشخص کنیم و خودمان خطی را در Q بر AC عمود کنیم. سپس نقطهٔ R را جوری بگیریم که روی این خط عمود نباشد و AR را به اندازهٔ خودش تا نقطهٔ B ادامه دهیم و شکل را کامل کنیم (شکل ۳).

الان روشن است که زاویهٔ RQA قائمه نیست و داریم:

$$\frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = ۱$$

$$\frac{\overline{QA}}{\overline{QC}} = \frac{۱}{۳}$$



شکل ۳. مثال نقض الهام

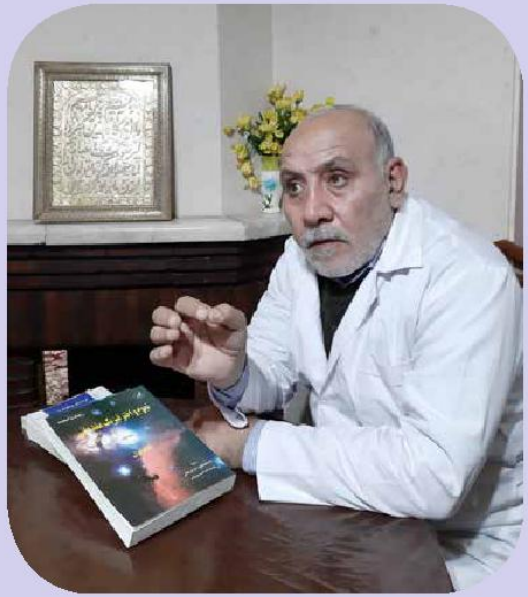
من: این شد استدلال و مثال نقض. هر سه درست می‌گویید. اگر کسی حرف هر کدامتان را بشنود، باید قبول کند. نیازی به دیدن و قضاوت با چشم هم ندارد. هندسه یعنی همین. از طرف دیگر توجه کنید که استدلال الهام از همه بهتر بود. او خیلی ساده و مقدماتی کار را راه انداخت. در صورتی که برای تأیید حرف‌های نرگس باید به این قضیه تکیه کنیم که: «از یک نقطه بیرون خط نمی‌توان دو عمود بر آن خط کشید.» و برای تأیید حرف اعظم هم مثلاً باید به این قضیه تکیه کنیم که: «مجموع زاویه‌های درونی هر مثلث برابر با ۱۸۰ درجه است.»

ولی می‌بینید که مثال نقض الهام به قضیه‌ای نیاز ندارد. از همین رو مقدماتی‌تر و بهتر است. امروز هم چیز خوبی یاد گرفتید. حرف‌ها باید مستند و مستدل باشند. هیچ شکلی که با ابزار کشیده شود، دقیق و مستند نیست. الان متوجه شدید برای چه از شکوفه خواستم که شکلش را نگاه نکند و رو به شما استدلالش را بیان کند. شما هم باید به استدلال توجه و قضاوت کنید نه به شکل.

پزشکی که عاشق ریاضیات است

گفت‌وگو با دکتر مرتضی اشرفی

محمدحسین دیزجی



در شهریور ۱۳۴۰ در شهر ری به دنیا آمد. دورهٔ تحصیلات ابتدایی و راهنمایی و دو سال اول دبیرستان را در مدرسه‌های نزدیک محل زندگی گذراند. سپس به استناد بخشنامه‌ای دولتی که طبق آن، دولت فرزندان کارگران دارای معدل بالا را بورسیه می‌کرد، وارد تنها دبیرستان ملی شهر (دبیرستان گهربخش) شد.

بعد از گرفتن دیپلم وارد «دانش‌سرای تربیت معلم» در رشتهٔ ریاضی شد. به استخدام آموزش‌وپرورش درآمد، و به تدریس ریاضی مشغول شد.

بلافاصله بعد از گشایش دانشگاه‌ها وارد «دانشگاه شریف» شد و در رشتهٔ فیزیک به تحصیل ادامه داد. اما به دلیل برخی از مشکلات، از دانشگاه انصراف داد. هم‌زمان با معلمی، کار هم می‌کرد. در سال ۱۳۶۶ وارد رشتهٔ پزشکی شد و بعد از فارغ‌التحصیلی، در مراکز درمانی آموزش‌وپرورش و گاه در مراکز پیش‌دانشگاهی در رشتهٔ زیست‌شناسی و حتی در مراکز دانشگاهی مشغول به تدریس شد. در حال حاضر بعد از بازنشسته شدن، در مراکز درمانی مشغول طبابت است. آنچه که باعث شد این گفت‌وگو شکل بگیرد، عشق و علاقهٔ بسیار زیاد دکتر مرتضی اشرفی به ریاضیات است. او در کنار حرفهٔ پزشکی، هنوز هم به‌طور مستمر کتاب‌ها و منابع ریاضی را مطالعه می‌کند. این گفت‌وگو را با هم می‌خوانیم.

شما پزشک هستید، اما دلباخته و علاقه دانش ریاضی؛ به‌عنوان اولین سؤال بفرمایید که در دوران دبیرستان در چه رشته‌ای درس خواندید و مسیر تحصیلات عالی شما چگونه شروع شد و سپس تغییر کرد؟

در سال‌هایی که ما درس می‌خواندیم، بعد از دورهٔ راهنمایی رشته‌های نظری و رشتهٔ صنعت با گرایش‌های متفاوت را داشتیم. یک رشتهٔ جامع هم بود که در مدرسهٔ ما فقط پنج نفر شرایط ورود به آن را داشتند. رشتهٔ جامع ترکیبی از رشتهٔ صنعت و ریاضی- فیزیک بود که من هم به آن وارد شدم، ولی برخلاف نظر مشاور، رشتهٔ ریاضی- فیزیک را انتخاب کردم.

در دانشگاه هم مدتی فیزیک خواندم و بعد در رشتهٔ پزشکی تحصیل کردم.

بخشی از دوران زندگی شما با معلمی و تدریس سپری شده است، در چه رشته‌ای تدریس کردید؟

من تدریس را با آموزش ریاضی در دورهٔ راهنمایی شروع کردم، ولی به تدریس فیزیک و ریاضی در دبیرستان هم پرداختم. بعد از پزشکی، در پیش‌دانشگاهی زیست‌شناسی تکاملی و زیست‌شناسی سلولی تدریس کردم.

چطور شد تدریس را رها کردید؟

من تدریس را ترک نکردم، تدریس مرا ترک کرد. هر وقت از کنار دانشگاه شریف می‌گذرم یاد این شعر می‌افتم:

از تو بگذشتم و بگذاشتمت با دگران
رفتم از کوی تو اما عقب سر نگران
ما گذشتیم و گذشت آنچه تو با ما کردی
تو بمان و دگران وای به حال دگران

○ شما امروز در جامعه به‌عنوان یک پزشک شناخته شده‌اید، اما در عین حال عاشق ریاضیات. این علاقهٔ شما به ریاضیات از کجا ناشی می‌شود. معلم خاصی داشتید، کتاب خاصی خوانده‌اید، یا دلیل دیگری دارد؟

● بله من عاشق ریاضی‌ام؛ برای مثال از همان نوجوانی شیفتهٔ عدد جادویی «پی» بودم. عاشق این نسبتی بودم که بین محیط دایره و قطر دایره وجود دارد. این نسبت را در بیرون از خودم حس نمی‌کردم. حسم این بود که این نسبت در درون خودم است. از وجودم نشئت می‌گیرد. چگونه می‌توانستم دوستش نداشته باشم؟ دایره در وجود من بود. قطرش نیز و از همه مهم‌تر و زیباتر، نسبت محیط دایره به قطر نیز در وجودم شکل می‌گرفت و لحظه‌به‌لحظه دقیق‌تر و روشن‌تر می‌شد. چگونه می‌توانستم دوستش نداشته باشم؟ و یا چگونه می‌توانستم مثلث قائم‌الزاویه را که در وجودم بود و سایهٔ بزرگ و کوچکش را در صفحه‌های متفاوت می‌دیدم و روابط سحرآمیز اضلاعش را که آن هم در وجودم بود، حس می‌کردم، دوست نداشته باشم؟ زیباست، با شکوه است، جادویی، دقیق، و ... این‌ها همه در وجود من بودند و هیچ غریبگی با آن‌ها حس نمی‌کردم. در واقع من عاشق خود ریاضیات بودم و بالطبع معلمان ریاضی‌ام را نیز دوست داشتم.

○ این علاقه باید یک دلیل ملموس‌تر داشته باشد. به آن اشاره کنید.

● نسبت‌های ریاضیات را از خودم می‌دانستم و خود را با این مفاهیم و نسبت‌ها کاملا عجین می‌دیدم. به نظرم هر کسی وارد این فضای حقیقی شود، نمی‌تواند شور و شعف نیابد. متأسفانه برخورد بیگانه‌وار با ریاضی، گویی که این‌ها مفاهیمی و نسبت‌هایی خارج از ما هستند که ما باید به اجبار به خاطر بسپاریم، ریاضیات را عذاب‌آور جلوه می‌دهد. اگر کسی فاقد چشمه‌ای درونی باشد که از آن به جای آب، ریاضی می‌جوشد، نباید با مفاهیم ریاضی سروکار داشته باشد. اما مگر چنین کسی وجود دارد؟ فقط ممکن است این چشمه نیاز دارد لایروبی شود. و یا به تحریک این چشمه برای جوشش نیاز باشد. من کار افرادی را که دانش‌آموزان را به حفظ مفاهیم و روابط ریاضی ترغیب می‌کنند، خیانتی نابخشودنی می‌دانم. چون این‌ها چشمهٔ جوشان ریاضی را کور می‌کنند.

○ به کدام مباحث علم ریاضیات بیشتر علاقه دارید و چرا؟

● به هندسه مخصوصاً هندسهٔ ناقلیدسی. علاقهٔ من به فهم هندسهٔ ناقلیدسی این است که اینشتین وقتی در مطلعات خود به انحنای مسیر نور (وقتی از کنار اجرام می‌گذرد) پی می‌برد (عینیت)، در انتظار ریاضیاتی بوده است که بتواند با این پدیده مطابقت ذهنی داشته باشد. وقتی می‌شنود به تازگی چنین هندسه‌ای شناخته شده است که از اصول هندسی اقلیدسی پا را فراتر گذاشته و برای نقطهٔ خارج خط، نه فقط یک خط موازی، بلکه بی‌نهایت خط موازی را متصور است، به درستی حدسش پی می‌برد. این تطابق عینیت (فیزیک) و ذهنیت (ریاضی) شعفناک است.

○ چه‌کار کنیم که ریاضیات را به‌عنوان یک علم کاربردی و عینی در زندگی ببینیم و از آن استفاده کنیم و لذت ببریم؟

● به نظرم در ریاضیات چیزی غیرکاربردی وجود ندارد. ما باید در سطح مدارس با ارائهٔ مسائل (نه با ارائهٔ پاسخ!) چشمهٔ ذهن دانش‌آموزان را تحریک کنیم و به جوشش بیاوریم. یک ساعت صرف وقت برای فکرکردن دربارهٔ یک مسئله بهتر و مفیدتر از ده‌ها ساعت آموزش راه‌حل‌هاست. دانش‌آموز باید چشمهٔ درونی ذهنش را تحریک به جوشیدن کند. این مقصود از طریق مواجهه با مسائل حاصل می‌شود، نه با ارائهٔ راه‌حل مسائل.

○ چه سؤال، نکته یا معمایی در ریاضیات هنوز برای شما وجود دارد که دوست دارید پاسخ آن را پیدا کنید؟ منظورم سؤال ریاضی خاصی نیست. گاهی ممکن است زندگی یک فرد برای شما معما باشد.

● چهار پنج ساله بودم که از مادرم مصرانه می‌پرسیدم: انتهای این دنیا چیست؟ هنوز هم دلم می‌خواهد با تقویت ساختار صوری ذهن یا همین ریاضی، روزبه‌روز حوزهٔ همین سؤال ابتدایی را گسترش دهم.

○ ما معمولاً دوست داریم به سرعت به جواب معادله‌ها، معماها و سؤال‌ها برسیم. شما وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شدید که پاسخش را پیدا نمی‌کردید یا نمی‌دانستید، چه‌کار می‌کردید؟

● به خاطر دارم یک بار بعد از سحری پای یک مسئله تا نزدیکی‌های قطار نشستم و بعد از حل آن از پای قلم و کاغذ بلند شدم.

○ به‌عنوان آخرین سؤال بفرمایید، دانش‌آموز از کجا می‌تواند تشخیص بدهد که در حوزهٔ ریاضیات استعداد دارد یا ندارد تا بتواند در آن زمینه استعداد خود را پرورش دهد و آن را به درستی دنبال کند. زیرا گاهی ما آدم‌ها وارد رشته یا کاری می‌شویم که از روی ناچاری است و عشق و علاقه‌ای یا استعدادی در آن نداریم. بعدها هم به خودمان می‌گوییم: کاش به کار دیگری رفته بودیم.

● دانش‌آموزی که در مواجهه با ریاضیات شور و شعف نیابد، استعدادش هنوز برای ریاضی شکوفا نشده است. اما معلم خوب می‌تواند در مسیر شکوفایی این استعداد به ایشان یاری برساند. این استعداد اگرچه در همه برابر نیست، اما نمی‌توان گفت که اشخاص تهی از این استعداد هم یافت می‌شوند. بدون شکوفا کردن این استعداد ورود به هر حوزه‌ای از علم کاری زیانبار است.

○ سپاس از شما.

بیایید کمی فکر کنیم!

خسرو داودی

کرهٔ زمین **چند برابر** توپ بسکتبال؟

کمی فکر کنیم

به‌طور حتم تا بـه حال از عظمت خلقت، بزرگـی دنیا، تعداد کهکشان‌ها، ستاره‌ها، سیاره‌ها یا حتی دنیای بی‌نهایت کوچک‌ها، مثل اتم، نانوفناوری و... زیاد شـنیده‌اید. ممکن است فیلم‌ها و شبیه‌سـازی‌هایی دیده باشـید، اما آیا تاکنون به این عددها و رقم‌هـا توجه کرده‌اید؟ کمی در مورد آن‌هـا فکر کرده‌اید؟ آیا روشی برای خودتان دارید که این عددها و رقم‌ها را بهتر درک کنید و تصـور بهتری از آن‌ها برای خود بسـازید؟ ریاضیات و محاسـبه‌های عددی به ما کمک می‌کنند از این عددها درک بهتری برای خودمان ایجاد کنیم و یا بتوانیم با موارد مشابه که پیش از این درک و تصور خوبی از آن‌ها داشتیم، مقایسه کنیم. در ایـن مطلب می‌خواهیم کمی به موضـوع بزرگی و عظمت جهان آفرینش بپردازیم و کمی عددهایی را که شـنیده‌اید، یا عینک ریاضیات یازنگری و بازبینی کنیم. شـاید به این ترتیب بیشـتر به خدای قادر و یکتا ایمان بیاوریم و بزرگی او که قابل وصف و درک نیست، برایمان آشکار شود.

محاسبه کنیم

می‌دانیم قطر کرهٔ ماه در حدود ۳۵۰۰ کیلومتر است. می‌خواهیم از این اطلاع ساده شروع کنیم. نمی‌خواهیم به سادگی از شنیدن آن بگذریم. می‌خواهیم در مورد این عدد تأمل کنیم. فاصلهٔ تهران تا مشهد مقدس در حدود ۱۰۰۰ کیلومتر است. پس اگر از تهران تا مشهد برویم و برگردیم، به طور تقریبی به اندازهٔ شعاع این کره حرکت کرده‌ایم. عجب کرهٔ بزرگی! اکنون حجم این کره را پیدا می‌کنیم. می‌دانیم حجم کره از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

برای سهولت کار عدد π را ۳ در نظر می‌گیریم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳ \times (\frac{۳۵۰۰}{۲})^۳$$

$$= ۴\times(۱۷۵۰)^۳ = ۲۱,۴۳۷,۵۰۰,۰۰۰ \quad \text{(کیلومترمکعب)}$$

یعنی به‌طور تقریبی ۲۱/۵ میلیارد کیلومترمکعب.

یک کیلومترمکعب، یعنی مکعبی که طول، عرض و ارتفاع آن یک کیلومتر است؛ و هر کیلومتر یعنی ۱۰۰۰ متر:

۱ کیلومتر×۱ کیلومتر×۱ کیلومتر=۱ کیلومترمکعب

۱۰۰۰ متر×۱۰۰۰ متر×۱۰۰۰ متر=

۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ مترمکعب=

پس هر کیلومترمکعب برابر با ۱ میلیاردمترمکعب است و حجم کرهٔ ماه به‌طور تقریبی ۲۱/۵ میلیارد میلیارد مترمکعب است. برای اینکه درک بهتری پیدا کنید، یادآور می‌شوم که حجم یک کولر آبی که روی پشت‌بام بسیاری از خانه‌ها می‌بینید، به‌طور تقریبی یک مترمکعب است.

عددهایی به این بزرگی را نمی‌توانیم با کلمات بیان کنیم، برای همین از نماد علمی و عددهای توان‌دار کمک می‌گیریم:

۲۱/۵×۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰=۲۱/۵ میلیاردمیلیارد

(مترمکعب) $۲۱/۵\times ۱۰^۹\times ۱۰^۹ = ۲۱/۵\times ۱۰^{۱۸} =$

یعنی معادل این تعداد کولر آبی برابر با حجم کرهٔ ماه می‌شود. بیایید یک مقایسهٔ دیگر انجام دهیم. محیط یک توپ بسکتبال در ردهٔ بزرگ‌سال ۷۵ سانتی‌متر است؛ یعنی ۰/۷۵ متر. به این ترتیب شعاع یک توپ بسکتبال برابر است با (منظور از محیط توپ بسکتبال محیط دایرهٔ عظیم یا بزرگ‌ترین دایرهٔ کره است):

متر $P = ۲\pi r \rightarrow ۰/۷۵ = ۲\times ۳\times r \rightarrow \frac{۰/۷۵}{۶} = r \simeq ۰/۱۲$

به این ترتیب حجم یک توپ بسکتبال برابر است با:

(مترمکعب) $V = \frac{۴}{۳}\times \pi \times r^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳ \times (۰/۱۲)^۳ = ۰/۰۰۷$

اکنون برای اینکه بفهمیم حجم کرهٔ ماه چندبرابر حجم یک توپ بسکتبال است، کافی است این دو حجم را بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{V \text{ کرهٔ ماه}}{V \text{ توپ بسکتبال}} = \frac{۲/۱۵\times ۱۰^{۱۸}}{۰/۰۰۷} = ۳/۰۷\times ۱۰^{۲۱}$$

این عدد برابر است با: ۳,۰۷۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰. یعنی حجم این تعداد توپ بسکتبال برابر است با حجم کرهٔ ماه؛ عددی که حتی ما برای آن نامی نداریم و نمی‌توانیم آن را بخوانیم!

بیایید این بار همین کرهٔ ماه را با کرهٔ زمین مقایسه کنیم. قطر کرهٔ زمین ۱۳,۰۰۰ کیلومتر است! توجه دارید که نمی‌توانیم با تقسیم کردن قطرها بر هم متوجه شویم که حجم کرهٔ زمین چند برابر حجم کرهٔ ماه است؛ چون این عددها باید به توان ۳ برسند. به محاسبهٔ زیر توجه کنید که چگونه می‌توانیم تشخیص دهیم که حجم کرهٔ زمین چند برابر حجم کرهٔ ماه است:

$$\frac{V_{\text{زمین}}}{V_{\text{ماه}}} = \frac{\frac{۴}{۳}\times \pi \times R^۳}{\frac{۴}{۳}\times \pi \times r^۳} = \frac{R^۳}{r^۳} = (\frac{R}{r})^۳ = (\frac{۱۳۰۰۰}{۳۵۰۰})^۳ = ۵۱$$

یعنی حجم کرهٔ زمین به‌طور تقریبی ۵۱ برابر حجم کرهٔ ماه است. شما حساب کنید که چند برابر حجم یک توپ بسکتبال می‌شود!

بیشتر فکر کنیم

کار خاصی انجام ندادیم، فقط توجه شما را به این نکته جلب کردیم که از بزرگی کرهٔ زمین و کرهٔ ماه تصوری داشته باشید. حالا بیایید چندتا عدد دیگر را ببینیم. این بار نمی‌خواهیم محاسبه کنیم. فقط می‌خواهیم شما خودتان این چند عدد را با عددهای قبلی که شنیده‌اید، مقایسه کنید.

قطر سیارهٔ «تیتون» که در منظومهٔ شمسی قرار دارد، ۵۰,۰۰۰ کیلومتر است. قطر سیارهٔ مشتری ۱۵۰,۰۰۰ کیلومتر است. اما قطر ستارهٔ منظومهٔ شمسی، یعنی همان خورشید که تمام سیاره‌ها دور آن می‌گردند و تمام هستی و زندگی ما به واسطهٔ وجود خورشید است، ۱,۴۰۰,۰۰۰ کیلومتر است. می‌دانید یعنی چند برابر کرهٔ زمین است؟ یعنی قطر خورشید در حدود ۱۰۸ برابر قطر کرهٔ زمین است. یعنی حجم آن به‌طور تقریبی یک میلیون برابر حجم کرهٔ زمین است. نمی‌خواهم بیشتر از این ادامه دهم. در لنتهای این مطلب یک رمزینه وجود دارد. می‌توانید با استفاده از آن یک فیلم کوتاه در مورد همین موضوع ببینید. فیلم را تا انتها ببینید تا بیشتر به عظمت آفرینش خدای بزرگ قادر پی ببرید. فقط وقتی که این فیلم را می‌بینید، از عددهایی که بیان می‌شوند ساده نگذرید. کمی در مورد آن فکر کنید. از محاسبه‌های ریاضی کمک بگیرید تا درک و تصورتان از این عددها بیشتر شود.

برای دیدن فیلم
رمزینه را اسکن کنید

انرژی هسته‌ای

برای تولید انرژی الکتریکی

روح‌الله خلیلی‌بروجنی

وقتی به انرژی هسته‌ای فکر می‌کنیم، نخستین چیزی که به ذهن متبادر می‌شود داستان سوخت آن، یعنی اورانیم و فرایند غنی‌سازی آن است. تصویر ۱ تصویری از ورودی مجتمع معدنی اورانیم ساغند (واقع در حوالی شهر اردکان یزد) را نشان می‌دهد که از آن می‌توان سنگ‌های اورانیم طبیعی را استخراج کرد. سنگ معدن اورانیم، ترکیبی از دو ایزوتوپ ۲۳۵ و ۲۳۸ است، به طوری که درصد فراوانی ایزوتوپ ۲۳۵ حدود هفت دهم درصد است. به عبارت دیگر، از هر ۱۴۰ اتم اورانیم موجود در سنگ معدن اورانیم، تنها یکی از آن‌ها ایزوتوپ ۲۳۵ و بقیه (یعنی ۱۳۹ اتم اورانیم دیگر) ایزوتوپ ۲۳۸ است (تصویر ۲). اگرچه اورانیم ۲۳۸ فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی این عنصر در طبیعت است، ولی به دلایل فیزیکی، به عنوان منبعی برای سوخت هسته‌ای نامناسب است.

تصویر ۱. ورودی مجتمع معدنی اورانیم ساغند

تصویر ۲. از هر ۱۴۰ اتم اورانیم موجود در سنگ معدن اورانیم، تنها یکی از آن‌ها ایزوتوپ ۲۳۵ و بقیه ایزوتوپ ۲۳۸ است.

فرایند غنی‌سازی اورانیم ۲۳۵

برای استفاده از اورانیم به عنوان سوخت در نیروگاه‌های هسته‌ای، باید درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ۲۳۵ را در یک نمونهٔ اورانیم افزایش دهیم. به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ‌های ۲۳۵ در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود. بیشتر راکتورهای تجاری تولید برق، مانند راکتور نیروگاه هسته‌ای بوشهر، از اورانیمی استفاده می‌کنند که در آن‌ها سوخت هسته‌ای بین ۳ تا ۵ درصد غنی‌سازی شده است (تصویر ۳).

تصویر ۳. نیروگاه ۱۰۰۰ مگاواتی شکافت هسته‌ای بوشهر. راکتور این نیروگاه، زیر قسمت گنبدی شکل قرار دارد.

تمرین:

الف) وقتی سوخت هسته‌ای تا پنج درصد غنی‌سازی می‌شود، به ازای هر ۱۴۰ اتم اورانیم چه تعدادی از اتم‌های آن ایزوتوپ اورانیم ۲۳۵ است؟

ب) وقتی سوخت هسته‌ای تا سه درصد غنی‌سازی می‌شود، در هر هزار گرم آن، چند گرم ایزوتوپ اورانیم ۲۳۵ داریم؟

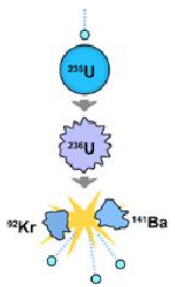
خوب است بدانید

جدا ساختن ایزوتوپ کمیاب اورانیم ۲۳۵ از ایزوتوپ فراوان

اورانیم ۲۳۸ بسیار دشوار است؛ زیرا هر دو ایزوتوپ به لحاظ شیمیایی یکسان‌اند و نمی‌توان از واکنش‌های شیمیایی استفاده کرد. جداسازی این دو ایزوتوپ بر اساس اختلاف جرم آن‌ها صورت می‌گیرد. یکی از روش‌های رایج و قدیمی انجام این کار، غنی‌سازی اورانیم با استفاده از روش سانتریفوژ گازی است. در این روش گاز هگزافلورید اورانیم در یک استوانهٔ چرخان فوق سریع (معمولاً ۵۰ هزار دور در دقیقه) به حرکت در می‌آید. مولکول‌های گاز حاوی اورانیم ۲۳۸ که سنگین‌ترند، مانند شیر در جداکننده‌های لبنیات، به خارج رانده می‌شوند و مولکول‌های گاز حاوی اورانیم ۲۳۵ که سبک‌ترند، از مرکز استخراج می‌شوند.

فرایند آزادشدن انرژی از سوخت هسته‌ای

بیش از ۸۰ سال قبل، یعنی در سال ۱۹۳۹، گروهی از دانشمندان آلمانی کشف بسیار مهمی کردند که راهگشای عصر اتمی بود. آن‌ها دریافتند که هستهٔ اورانیم ۲۳۵ پس از جذب نوترون، به دو اتم سبک‌تر تبدیل می‌شود و مقدار زیادی انرژی آزاد می‌کند. فرایند تقسیم‌شدن یک هستهٔ سنگین به دو هسته یا جرم کمتر، **شکافت هسته‌ای** نامیده می‌شود (تصویر ۴).



تصویر ۴
فرایند شکافت هسته‌ای در اورانیم ۲۳۵ و آزادشدن انرژی

در فرایند شکافت هر گرم اورانیوم ۲۳۵ حدود ۸۲ میلیون کیلوژول انرژی گرمایی آزاد می‌شود. در جدول ۱ انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در هر گرم از سوخت‌های معمول برحسب کیلوژول داده شده است.

جدول ۱

انرژی شیمیایی موجود در بعضی از سوخت‌ها برحسب کیلو ژول بر گرم (kJ/g)	
زغال	۳۳/۶
نفت	۴۷/۹
گاز طبیعی	۵۴/۶
چوب	۱۶/۸
پروپان (شامل LPG)	۴۶/۴

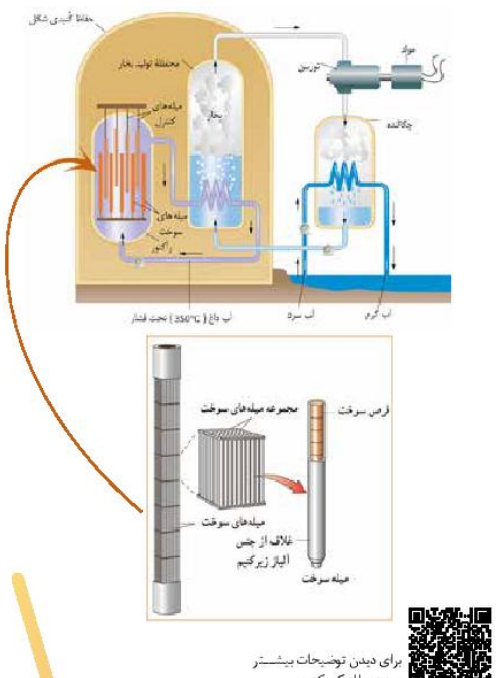
مهم‌ترین کار لیزه مایتنر (۱۹۶۸-۱۸۷۸م)، دانشمند آلمانی، توصیف نتایج بمباران اورانیم توسط نوترون‌ها بود. وی نخستین دانشمندی بود که تمام شکافت را برای فرایند شکافت هسته‌ای پیشنهاد کرد.

نمرین: چه مقدار زغال‌سنگ باید سوخته شود تا انرژی حاصل از آن، معادل انرژی حاصل از شکافت یک گرم اورانیم ۲۳۵ باشد؟ پاسخ خود را بر حسب کیلوگرم و تُن بیان کنید.

خوب است بدانید

ممکن است در خصوص میله‌های سوخت هسته‌ای در رسانه‌ها زیاد شنیده باشید. در واقع میلهٔ سوخت از تعدادی قرص سوخت که درون هر میلهٔ سوخت قرار داده شده‌اند، تشکیل شده است. از کنار هم قراردادن میله‌های سوخت، مجتمع‌های سوخت تشکیل می‌شوند که سرانجام درون قلب راکتور جای‌گذاری می‌شوند. تصویر ۵ طرح‌واره‌ای از این موضوع را نشان می‌دهد.

تصویر ۵. تشکیل مجتمع‌های سوخت



برای دیدن توضیحات بیشتر رمزینه را اسکن کنید.

به یک شرط یک ریال بده یک میلیون بگیر

(قسمت اول)

عباس قلعه‌پوراقدم

کســی نمی‌داند، این داستان کجا و کی اتفاق افتاده است. حتی احتمال زیادی دارد که هرگز اتفاق نیفتاده باشد، ولی خواه داستان واقعی باشد یا ساختگی، ارزش شنیدن را دارد.

ثروتمند میلیونری با خوش‌حالی فوق‌العاده‌ای از مسافرت برگشت. در راه اتفاق بسیار جالبی افتاده بود که می‌توانست سود زیادی برای او داشـــته باشد. وقتی به خانه رســـید، آن را برای افراد خانواده‌اش تعریف کرد:

شانس بزرگی به ما رو کرده است. در راه مرد ناشناسی به من برخورد کرد که یا او معاملهٔ سودآوری انجام دادم؛ معامله‌ای که هوش از سر آدم به در می‌برد.

مرد به من این طور پیشنهاد کرد: «ما باهم قراری می‌گذاریم. تا یک ماه من هر روز یک میلیون تومان پول به شـــما می‌دهم. در عوض، چیزی که از شـــما می‌خواهم خیلی ناچیز است. روز اول در مقابل یک میلیون تومان (به‌واقع بلور کردنی نیست) تنها یک ریال باید به من بپردازید.»

مـــن به گوش‌های خودم اعتماد نمی کـــردم و خیال می‌کردم که اشتباهی می‌شنوم، پرسیدم: «فقط یک ریال؟»

گفت: «بله فقط یک ریال. روز دوم در مقابل یک میلیون تومان دو ریال می‌خواهم.»

من که به هیجان آمده بودم، پرسیدم: «خب بعد؟»

او گفت: «بعد در مقابل یک میلیون تومان سوم ۴ ریال، روز چهارم ۸ ریـــال، روز پنجم ۱۶ ریال و به همین ترتیب هر روز دو برابر روز قبل، به من خواهی پرداخت.»

من پرسیدم: «بعد چی؟»

گفت: «هیچ! بعد معاملهٔ ما تمام خواهد شد. فقط باید به قول خودت وفا کنی. من هر صبح یک میلیون تومان برای شما می‌آورم و شما همان مبلغی که با هم قرار گذاشته‌ایم به من خواهی پرداخت و قبل از آنکه ماه تمام شود، هیچ کدام حق به هم زدن معامله را نداریم.»

ببینید یک میلیون تومان در مقابل یک ریال! اگر به‌راستی پول‌ها تقلبی نباشند، باید نسبت به عقل این مرد شک کرد. ولی وقتی که کار سودآوری به انسان رو می‌کند، تردید نباید کرد. به او گفتم: «من به شما مرتباً خواهم پرداخت، شما هم نباید کلکی در کارتان باشد. پول‌ها را درست و صحیح بپردازید.»
او گفت: «از جانب من نگران نباشید، فردا صبح خدمت خواهم رسید.»
من فقط از یک چیز می‌ترسم؛ اینکه پول‌ها را ندهد. تکند سر عقل بیاید و از معامله پشیمان شود. تا فردا معلوم می‌شود.
یک روز گذشت. صبح زود صدای در آمد. این همان مرد ناشناسی بود که در راه با صاحب‌خانه دیدار کرده بود.
مرد گفت: «پول‌ها حاضر است، من سهم خودم را آورده‌ام» و وارد اتاق شد و دسته‌دسته پول‌ها را زمین گذاشت؛ کامل و بدون هیچ تقلبی. درست یک میلیون تومان. او گفت: «من به قول خودم عمل کردم. شما هم سهم خودتان را بپردازید.»
صاحب‌خانه یک سکهٔ یک ریالی روی میز گذاشت و با نگرانی به مرد نظر انداخت. مرد تردیدی به خود راه نداد، سکه را برداشت، برانداز کرد، با دست امتحان نمود و سپس آن را در خورجین خود انداخت و گفت: «فردا همین موقع می‌آیم، منتظرم باش. فراموش نکنی که برای فردا دو ریال ذخیره کنی.»
مرد پول‌دار بلورش نمی‌شد. یک میلیون تومان از آسمان افتاده بود! دوباره پول‌ها را شمرد و اطمینان پیدا کرد که هیچ کدام تقلبی نیست.
فردا صبح، دوباره در زده شد. مرد عجیب داستان، پول‌ها را آورده بود. یک میلیون تومان شمرد و به جای آن دو ریال دریافت کرد و از در خارج شد. فقط گفت: «مواظب باشید که برای فردا باید ۴ ریال تهیه کنید.»
مرد میلیونر قصهٔ ما در پوست خود نمی‌گنجید. یک میلیون تومان پول مجانی دوم هم به دست او رسیده بود. روز سوم هم مرد ناشناس آمد و سومین قسط یک میلیونی خود را به ازای ۴ ریال پرداخت کرد. روز پنجم فرا رسید و یک میلیون تومان با ۱۶ ریال مبادله شد و روز ششم با ۳۲ ریال.
بعد از گذشت هفت روز، مرد هفت میلیون تومان پول گرفته بود، در حالی که در برابر آن، چیز یا ارزشی نپرداخته بود:

ریال ۱۲۷ = ۶۴+۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱

او ذوق‌زده شده بود و چون مرد حریص و طمع‌کاری بود، فقط از این ناراحت بود که چرا قرارداد را تنها برای یک ماه بسته است. البته از این ترس داشت، مبادا طرف معامله متوجه شود و قرارداد را به‌هم بزند. ولی مرد ناشناس هر روز صبح می‌آمد و یک میلیون تومان را تحویل می‌داد و به جای آن سهم خودش را می‌گرفت.

روز هشتم	۱۲۸ ریال
روز نهم	۲۵۶ ریال
روز دهم	۵۱۲ ریال
روز یازدهم	۱۰۲۴ ریال
روز دوازدهم	۲۰۴۸ ریال
روز سیزدهم	۴۰۹۶ ریال
روز چهاردهم	۸۱۹۲ ریال
روز پانزدهم	۱۶۳۸۴ ریال
روز شانزدهم	۳۲۷۶۸ ریال
روز هفدهم	۶۵۵۳۶ ریال
روز هیجدهم	۱۳۱۰۷۲ ریال
روز نوزدهم	۲۶۲۱۴۴ ریال

مرد پول‌دار یا علاقه این پول‌ها را می‌پرداخت. آخر او تا حالا ۱۴ میلیون تومان پول گرفته بود و به جای آن کمی بیشتر از ۱۵۰۰ تومان پرداخته بود. ولی خوش‌حالی او خیلی طول نکشید. او متوجه شد، این مهمان عجیب، خیلی هم نادان نیست و این معامله آن طورها که در اول کار به نظر می‌رسید، پرفایده نیست.
وقتی که ۱۵ روز گذشت، در پرداخت مرد پول‌دار، دیگر رقم چند ریالی نبود، بلکه رقم یک هزار و ششصد تومان شده بود. علاوه بر آن، این پرداخت‌ها به‌سرعت بالا می‌رفت. در حقیقت مرد پول‌دار در چند روز بعدی این پول‌ها را پرداخت:

روز بیستم	۵۲۴۲۸۸ ریال
روز بیست ویکم	۱۰۴۸۵۷۶ ریال
روز بیست و دوم	۲۰۹۷۱۵۲ ریال

یعنی پرداختی او در روز بیست و دوم در حدود ۲۰۹ هزار تومان شده بود. حالا از شما عزیزان می‌خواهم جاهای خالی زیر را کامل کنید تا متوجه عمق فاجعه و بلایی که بر سر مرد پول‌دار داستان آمده است، بشوید.

روز بیست و سوم .....
روز بیست و چهارم .....
روز بیست و پنجم .....
روز بیست و ششم .....
روز بیست و هفتم .....

عزیزان قسمت دوم این داستان یا بهتر است بگویم قسمت دوم این مسئلهٔ ریاضی را در شمارهٔ بعدی مجله خواهم آورد. در آنجا به نتیجهٔ عجیبی خواهیم رسید، ولی شما منتظر آن زمان نباشید که حاضر و آماده از موضوع مطلع شوید. چون شیرینی کار در این است که در این فرصت خودتان کارهای زیر را انجام دهید:

- مقدار پول پرداختی مرد پول‌دار را تا روز سی‌ام حساب کنید.
- مجموع پول‌هایی که او در یک ماه به مرد تلاشناس پرداخته است، حساب کنید و آن را با ۳۰ میلیون تومانی که از او گرفته است، مقایسه کنید.

منبع:
پرلمان، یاکوو ایسیدوروویچ (۱۳۷۳). ریاضیات زنده. ترجمهٔ پرویز شهریاری. نشر میترا. تهران.

قسمت هفتم ● شراره تقی‌دستجردی ● محسن رحیمی پیرانفر

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است!

در قسمت‌های قبل خواندیم که خبری در مورد انقراض خرس‌های قطبی چطور هیوا را درگیر تحقیقی دربارهٔ این موضوع و دلیل‌های آن، از جمله گرم‌شدن زمین کرد. هیوا پس از صحبت با معلم علومش در این زمینه، به پیشنهاد او تصمیم گرفت نتیجهٔ تحقیقاتش را در کلاس ارائه دهد. در روز ارائه، هیوا با شوق فراوان، همهٔ آنچه را که در مورد انقراض خرس‌های قطبی، گرم‌شدن زمین، مصرف برق و گازهای گلخانه‌ای جمع‌آوری کرده بود، برای هم‌کلاسی‌هایش شرح داد. اما بی‌تفاوتی آن‌ها، در حین ارائه و پس از آن، هیوا را سخت دلسرد و غمگین کرد.

اکنون ادامه داستان ...

در راه بازگشت از مدرسه، هیوا باز هم به تیرهای چراغ برق نگاه می‌کرد، به خودروهایی که در حال تولید دی‌اکسیدکربن در ترافیک ایستاده بودند، به لامپ‌هایی که در مغازه‌ها بی‌دلیل روشن بودند و چراغ‌های راهنمایی که با دلیل رنگ عوض می‌کردند؛ ولی این بار خبری از آن روحیهٔ کنجکاو و جست‌وجوگر نبود. آن همه انگیزه برای نجات خرس‌های سفید، دنیای هیوا را ترک کرده بود و او به طور غم‌انگیزی در میان وسایلی که بی‌رحمانه مشغول گرم‌کردن زمین بودند، تنها مانده بود.

از روی ناامیدی سرش را به شیشهٔ سرد اتوبوس تکیه داد، چشمانش را بست و یک قطرهٔ بزرگ اشک روی گونه‌اش جاری شد.

وقتی هیوا به خانه رسید، مادر هیجان‌زده و با لبخند بزرگی به استقبالش آمد.

مادر: سلاااااام هیوا جان. ارائه‌ات چطور بود؟

هیوا به سردی سلام مادر را پاسخ داد و با صورت در هم گفت: «خیلی بد.»

هیوا بدون حرف دیگری به اتاقش رفت و در را بست. لبخند روی لب‌های مادر خشک شد و او در موقعیت بدی گیر افتاده بود. از یک طرف باید برای رفتن به محل کارش آماده می‌شد و از طرف دیگر

نمی‌توانست هیوا را در آن حال تنها بگذارد. به‌آرامی به در اتاق هیوا ضربه‌ای زد و چون پاسخی نشنید در را باز کرد.

هیوا روی لبهٔ تختش نشسته بود. مادر کنار هیوا نشست و دست‌های کوچک فرزندش را در دست گرفت. دست‌های هیوا سرد بود و گرمی دست‌های مادر آن را تسکین می‌داد. هیوا خودش را به نوازش‌های مادر سپرد و کم‌کم داستان ارائه‌اش را برای مادر تعریف کرد. مادر از آنچه برای هیوا اتفاق افتاده بود عمیقاً متأسف بود و دلش می‌خواست بقیهٔ روز را کنار فرزندش بگذراند ولی نمی‌توانست، چون در بیمارستان انسان‌های دیگری چشم‌به‌راه حضور او بودند. پس پیشانی هیوا را بوسید و از او قول گرفت نهاری را که برایش آماده کرده بود، بخورد و خانه را ترک کرد.

پس از رفتن مادر، هیوا لباس‌هایش را عوض کرد، نهارش را خورد و بعد بی‌حوصله روی تختش دراز کشید و مشغول فضای مجازی شد. برخلاف دنیای واقعی، هیوا در دنیای مجازی با افراد زیادی در ارتباط بود. برای هیوا عجیب بود که چطور در زمانه‌ای که موجودات روی زمین در خطر نابودی‌اند، مردم هنوز عکس غذا، خودرو و خودشان را به اشتراک می‌گذارند. گالری گوشی هیوا پر بود از عکس‌های خرس‌های قطبی. هیوا عکس زیر را انتخاب کرد و همراه جملهٔ اول سخنرانی‌اش در فضای مجازی به اشتراک گذاشت:

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است.

زیادی کسل‌کننده می‌دید. پس گوشی را کنار گذاشت و به خواب رفت.

وقتی از خواب بیدار شد، همچنان تنها بود. طبق عادت سراغ گوشی‌اش رفت. تعداد اعلان‌های گوشی‌اش شگفت‌انگیز بود. تعدادی زیادی لایک، تعداد زیادی نظر و حتی تعدادی بازنشر. با اینکه زمان کوتاهی از انتشار آن عکس نمی‌گذشت، تعداد لایک‌های آن داشت به تعداد لایک‌های آخرین پستش می‌رسید. این همه توجه باعث شد که هیوا بی‌اعتنایی هم‌کلاسی‌هایش را فراموش کند. او با حوصله و اشتیاق یکی‌یکی نظرات زیر عکس خرس قطبی را پاسخ داد. بعد هم چند تابرچسب مناسب زیر جمله‌اش اضافه کرد تا پستش بیشتر دیده شود: #خرس #خرس_قطبی #قطب #محیط_زیست #آلودگی_هوا

از این کار که فارغ شد، تازه متوجه شد که از ظهر تا حالا تعداد دنبال‌کننده‌هایش هم به طور قابل توجهی بیشتر شده است. پس از انتشار این عکس، هشت نفر به دنبال‌کننده‌هایش اضافه شده بود و حالا ۸۳۳ نفر دنبال‌کننده داشت.

هیوا غرق در این عددها و رقم‌ها بود که با صدای سلام پدر که تازه از کار برگشته بود به خودش آمد. پدر و هیوا با هم چای درست کردند و موقع صرف چای دربارهٔ ارائهٔ هیوا و اتفاق‌های بعدازظهر گفت‌وگو کردند.

هیوا تا شب چند بار دیگر حساب کاربریش را در فضای مجازی نگاه کرد. گذشت زمان و البته اضافه کردن برچسب‌ها، تعداد لایک‌ها، نظرات و بازنشرهای پستش را بیشتر کرده بود. تعداد دنبال‌کننده‌هایش هم به ۸۴۲ رسیده بود. هر لایک جدید هیوا را دلگرم‌تر می‌کرد؛ چون می‌دید خرس‌های قطبی برای کسان دیگری هم اهمیت دارند. این باعث شد تا ایده‌ای در ذهن هیوا شکل بگیرد که امید ازدست‌رفته‌اش را به او برمی‌گرداند. هیوا تصمیم گرفت که بعد از شام در مورد این ایده با پدرش صحبت کند.

پس از جمع‌کردن میز شام، هیوا دفترچهٔ یادداشت و مدادش را آورد.

هیوا: با توجه به اتفاق‌های امروز، به نظرم اگر نتیجه‌های تحقیقاتم را به مرور در شبکه‌های اجتماعی به اشتراک بگذارم، تعداد بیشتری به فکر نجات خرس‌های قطبی می‌افتند.

پدر: چه فکر خوبی!

هیوا: امروز بعد از گذشت ۹ ساعت، ۱۷ نفر به دنبال‌کننده‌هایم اضافه شدند. از عصر تا حالا دارم فکر می‌کنم که اگر فردا دوباره مطلبی را منتشر کنم، تعداد دنبال‌کننده‌هایم چقدر می‌شود؟

پدر: جالبه! حالا به نتیجه‌ای هم رسیدی؟

هیوا: فرض کنیم تعداد دنبال‌کننده‌هایم تا فردا تغییری نکند و من فردا هم یک پست دیگر در مورد خرس‌های قطبی بگذارم. ایدهٔ من این است که می‌توانیم از نسبت بین تعداد دنبال‌کننده‌های دیشب به امشب استفاده کنیم تا تعداد دنبال‌کننده‌های فرداشب را پیدا کنیم.

هیوا در دفترچه‌اش جدولی کشید و سپس تعداد دنبال‌کننده‌های فرداشب را تخمین زد:

تعداد دنبال‌کننده‌های امشب: ۸۴۲	تعداد دنبال‌کننده‌های دیشب: ۸۲۵
تعداد دنبال‌کننده‌های فرداشب: ؟	تعداد دنبال‌کننده‌های امشب: ۸۴۲

هیوا: پس تا فرداشب تعداد دنبال‌کننده‌هایم حدود ۸۵۹ تا می‌شود.

پدر: در واقع تو داری $\frac{۸۴۲}{۸۲۵}$ که تقریباً

برابر است با ۱/۰۲۰۶۱ را در ۸۴۲ ضرب می‌کنی و حالا اگر یک پست دیگر هم بگذاری چه می‌شود؟

هیوا: خب این بار $\frac{۸۵۹}{۸۴۲}$ را در ۸۵۹ ضرب می‌کنم که تقریباً می‌شود ۸۷۶.

پدر: بله، اما حواست باشد، همان طور که خودت در جدول نوشته‌ای $\frac{۸۴۲}{۸۲۵}$ تقریباً با $\frac{۸۵۹}{۸۴۲}$ برابر است. یعنی تو می‌توانستی با همان $\frac{۸۴۲}{۸۲۵}$ کار کنی.

هیوا: بله، حق با شماست. یعنی برای پست دوم تعداد دنبال‌کننده‌هایم از رابطهٔ ۱/۰۲۰۶۱ × ۸۴۲ و برای پست سوم از رابطهٔ ۱/۰۲۰۶۱×۱/۰۲۰۶۱×۸۴۲ به دست می‌آید که می‌توانم تعداد دنبال‌کننده‌هایم برای پست سوم را به صورت $۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۲}$ بنویسم.

پدر: آفرین. خوبی این کار این است که می‌توانی خیلی سریع حساب کنی، بعد از ۲۰ پست تعداد دنبال‌کننده‌هایت چندتا می‌شود.

هیوا: خیلی دوست دارم ببینم بعد از یک سال چه می‌شود. البته به خاطر درس‌هایم نمی‌توانم هر روز یک مطلب تازه آماده کنم. اما حدس می‌زنم بتوانم هفته‌ای یک پست بگذارم. در یک سال ۵۴ هفته داریم. پس یعنی تعداد دنبال‌کننده‌هایم می‌شود $۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۳}$.

هیوا این را نوشت و هیجان‌زده آن را در ماشین‌حسابش وارد کرد.

هیوا: تقریباً ۲۴۸۲. یعنی بعد از حدود یک سال تعداد دنبال‌کننده‌هایم سه برابر می‌شود؛ چقدر خوب!

پدر: اما به نظرم یک جای کار اشکال دارد.

هیوا: کجای کار؟

پدر: وقتی که با عدد ۵۳ کار می‌کنیم، این تعداد دنبال‌کننده دور از ذهن نیست. اما وقتی توان خیلی بزرگ شود، حاصل عبارت زیادی بزرگ می‌شود. مثلاً بیا به جای ۵۳ برای ۵۳۰ حساب کنیم.

هیوا با ماشین‌حساب حاصل عبارت را برای توان ۵۳۰ به دست آورد. عدد به طرز باورنکردنی بزرگ بود.

هیوا: بیشتر از چهل‌ویک میلیون دنبال‌کننده!

بعد از آن هیوا حاصل عبارت را برای توان‌های ۵۴۰، ۵۵۰، ۵۶۰، ۵۷۰، ۵۸۰، ۵۹۰ و ۶۰۰ نیز به دست آورد.

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۴۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۵۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۶۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۷۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۸۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۵۹۰}$

$۸۴۲ \times ۱/۰۲۰۶۱^{۶۰۰}$

هیوا: باورکردنی نیست. عدد ۱/۰۲۰۶۱ به عدد ۱ خیلی نزدیک است. از طرف دیگر، عدد ۱ به توان هر عددی برسد باز همان ۱ می‌شود. عجیب است که به خاطر این اختلاف کوچک چنین نتیجه‌ای به دست می‌آید.

پدر: به نظرم این روش حتی برای عددهای کوچک هم تخمین خوبی از تعداد دنبال‌کننده‌هایت نمی‌دهد.

هیوا: چرا؟

پدر: کافی است تعداد دنبال‌کننده‌های یکی از شخصیت‌های معروف و فعال در شبکه‌های اجتماعی رانگاه کنی. به نظرت در چند ماه اخیر تعداد دنبال‌کننده‌هایش تغییر چشم‌گیری داشته است؟

هیوا: نه. تعداد دنبال‌کننده‌های شخصیت‌های پرطرفدار غالباً در یک حد ثابتی است.

پدر: به نظرت دلیلش چیست؟ مگر هر بار پست جدیدی نمی‌گذارند؟

هیوا: آهان! فکر کنم منظورتان را فهمیدم. هر کسی، هر قدر هم معروف باشد، تا یک جایی می‌تواند دنبال‌کننده جذب کند. اگرچه تا یک جایی هر روز تعداد دنبال‌کننده‌هایش بیشتر می‌شود، اما همه که او را دنبال نمی‌کنند!

پدر: دقیقاً.

هیوا: همهٔ افراد جامعه که نگران خرس‌های قطبی نیستند. ممکن است اصلاً برایشان خواندن مطلب من اهمیتی نداشته باشد. پس احتمالاً تعداد دنبال‌کننده‌های من هم از یک زمانی به بعد تقریباً ثابت می‌شود. همان‌طور که پیش از این هم برای ماه‌ها تغییر چندانی نکرده بود.

پدر: قبول دارم. پس بهتر است به روش دیگری فکر کنیم.

ادامه دارد ...

فعالیت:

۱. حاصل عبارت‌های زیر را بیابید و سپس برای آن یک نمودار بکشید.

$۱/۰۲۰۶۱^{۵۰}$ $۱/۰۲۰۶۱^{۱۰۰}$ $۱/۰۲۰۶۱^{۱۵۰}$ $۱/۰۲۰۶۱^{۲۰۰}$ $۱/۰۲۰۶۱^{۲۵۰}$

۲. روش شما برای تخمین تعداد دنبال‌کننده‌های پست‌های بعدی هیوا چیست؟

۳. با روش خودتان تخمینی برای تعداد دنبال‌کننده‌های پست پنجاه‌وچهارم و پست پانصدوچهلم پیدا کنید؟

اشیای سخنگو

ژما جواهری‌پور

کلاس درس به پایان رسیده و شما در حال بازگشت به خانه هستید. گوشی تلفن همراه خود را برمی‌دارید و اول سیستم گرمایشی خانه و سپس پلوپز را روشن می کنید تا هم خانه و هم غذا گرم شود. باید لباس‌ها هم شسته شوند. بنابراین از طریق گوشی، ماشین لباس‌شویی را فعال می کنید تا وقتی به خانه می‌رسید همهٔ کارها انجام شده باشند. راستی گل داخل کلاس را هم باید آب می‌دادید. این کار را هم با استفاده از گوشی همراهتان انجام می‌دهید.

این بخشی از یک فیلم تخیلی نیست، بلکه آیندهٔ مدل زندگی است. آینده‌ای خیلی نزدیک که در آن، اشیا، خانه‌ها و شهرها هوشمندند و میلیاردها دستگاه و سیستم به اینترنت متصل شده‌اند. در این آینده، نحوهٔ عملکرد دستگاه‌ها را می‌توان با اینترنت کنترل کرد و برای کار با ابزار متفاوت نیازی به حضور در محل وجود ندارد.

«اینترنت اشیا» یا «Internet of Things (IOT)» اصطلاح جدیدی در فناوری است که به‌طور کلی به اشیا و تجهیزات محیط پیرامونمان که به شبکهٔ اینترنت متصل شده‌اند و توسط برنامه‌های کاربردی موجود در تلفن‌های هوشمند و «رایانک» (تبلت) قابل کنترل و مدیریت هستند، اشاره دارد.

اما اینترنت اشیا چیزی فراتر از گرم‌کردن غذا و یا خاموش کردن چراغ‌ها یا گوشی هوشمند است. هدف اصلی اینترنت اشیا این است که با نصب حسگر روی هر چیزی در دنیا و ترجمهٔ آن به زبان دیجیتال، رایانه‌ها را در تماس مستقیم با محیط فیزیکی اطراف ما قرار بدهد. به عبارت دیگر، اگر در واقعیت مجازی این ما انسان‌ها هستیم که به دنیای دیجیتال رایانه‌ها قدم می‌گذاریم، در اینترنت اشیا این دنیای دیجیتال است که وارد جهان فیزیکی ما می‌شود.

این دنیای شگفت‌انگیز هم پایه و اساس ریاضی دارد. دانش ریاضی برای ساخت چنین امکاناتی به کمک ما آمده است. در مقالات قبلی در مورد شبکه، عددها و داده‌های ریاضی و فضای اطلاعات ابری با هم صحبت کردیم. اینترنت اشیا نیز بر همین اساس کار می‌کند. همان طور که می‌دانید، شبکه یک مجموعه اتصالات است که با گره و یال در ریاضی شناخته می‌شود. در نظریهٔ شبکه (گراف) گره‌ها یا مسیری به یکدیگر متصل هستند که «یال» نام دارند و ممکن است یک‌طرفه و یا دوطرفه باشند.

مثلاً اگر هر هم‌کلاسی در کلاس شما یک گره باشد، ارتباط دوستی هر دو نفر یک یال در شبکهٔ دوستی در کلاس است و هر قدر تعداد ارتباط‌های یک نفر بیشتر باشد، یا تعداد یال‌های بیشتری به گره‌های بیشتر متصل است. حال به جای گره اشیا و به جای ارتباط دوستی، ارتباط اینترنتی را جایگزین کنید. چنین فضایی مدلی از اینترنت اشیاست.

گرافی با ۸ گره که از صفر تا ۷ شماره‌گذاری شده‌اند.

اینترنت اشیا در حال تغییرات شگرفی در زندگی ماست و هوشمندشدن زندگی باعث می‌شود ما وقت بیشتری داشته باشیم. راستی شما برای این وقت فراغت خود چه برنامه‌ای دارید؟

فائزه توتونیان مشهد؛
جواهری زرّین در ریاضیات ایران

رضا حیدری‌قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران ● تصویرگر: سام سلماسی

۱ فائزه توتونیان روز ۲۴ آبان ۱۳۲۶ در مشهد متولد شد. پدرش **محمدرضا**، کارمند بانک ملی و مادرش **ابراندخت عالی‌زاده** خانه‌دار بود. وی موفقیت خود را مدیون آرامشی می‌داند که پدر و مادر در خانه به‌وجود آورده بودند. او دومین فرزند خانواده بود؛ فرزند اول و خواهر بزرگترش **فریده**، فوق‌لیسانس مامایی است و فرزند سوم و برادر کوچک‌ترش **محمدحسن**، فوق‌لیسانس مکانیک دارد.

۲ در سال ۱۳۳۹ تحصیلات ابتدایی و در سال ۱۳۴۵ تحصیلات متوسطهٔ نظری را به پایان رساند و با معدل ۱۸ در رشتهٔ ریاضی از دبیرستان «ارض اقدس» مشهد فارغ‌التحصیل شد.

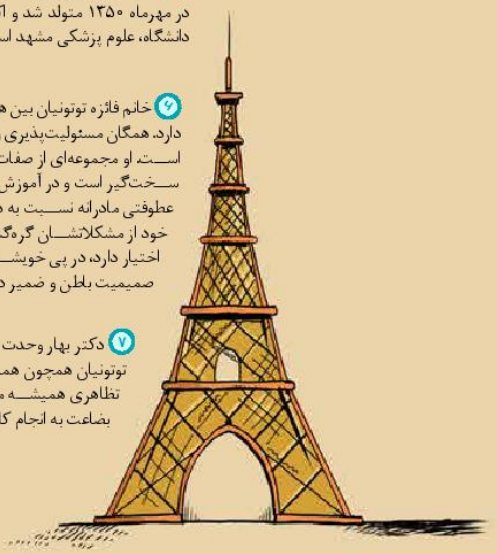
۳ او اولین بانویی بود که در رشتهٔ **ریاضی** و **آمار** تحصیل کرد. این رشته نه تنها آن روز که امروز هم تا حدی مردانه تلقی می‌شود. با این انتخاب، خانم توتونیان خلاف‌آمد روزگارش گام برداشت و علاقه و اشتیاق خود را فدای راه و رسم زمانه و خوشایند و بدایند دیگران نکرد. در کمتر از چهار سال لیسانس خود را با درجهٔ بسیار خوب از دانشکدهٔ علوم دانشگاه مشهد (فردوسی مشهد) دریافت کرد.

۴ در همان اولین سال‌های دانشجویی با **غلامرضا بهاروحدت** که از دبیران خوش‌نام علوم در مشهد و مردی مهربان و کوشا بود، ازدواج کرد. وی به همراه همسرش برای ادامه تحصیل به فرانسه رفت، و در آنجا رشتهٔ ریاضی، گرایش «آنالیز عددی» را برگزید و با سختی‌ها و مشکلات فراوان و البته با موفقیت و سرافرازی آن را به پایان برد. در همین ایام آقای بهاروحدت در رشتهٔ معماری ادامهٔ تحصیل داد و از دانشکدهٔ هنرهای زیبای پاریس با درجهٔ دکترا فارغ‌التحصیل شد. بعد از فارغ‌التحصیلی، هر دو فائزه و غلامرضا برای خدمت به وطن بازگشتند. فائزه در همان دانشکده‌ای که سال‌ها پیش پشت میز و صندلی آن ریاضی آموخته بود، این بار در کسوت استادی مشغول به کار شد.

۵ خانم توتونیان زمانی که در پاریس بود صاحب دو فرزند، یک پسر و یک دختر شد: **هومن** که در مهرماه ۱۳۵۰ متولد شد و اکنون فوق تخصص جراحی مغز و اعصاب از فرانسه دارد و دانشیار دانشگاه، علوم پزشکی مشهد است و **هیلدا** که سال ۱۳۵۴ متولد شد.

۶ خانم فائزه توتونیان بین همکاران و دانشجویان خود شخصیتی قابل احترام و دوست‌داشتنی دارد. همگان مسئولیت‌پذیری و وجدان کاری‌اش را می‌ستایند. صداقت و صمیمت ایشان کم‌نظیر است. او مجموعه‌ای از صفات والا و ارزشمند را در خود گرد آورده است. از یک سو جدی و سخت‌گیر است و در آموزش‌وپرورش هیچ‌گونه سستی و کوتاهی را برنمی‌تابد. از سوی دیگر، عطوفتی مادرانه نسبت به دانشجویان دارد. درد دل‌های دانشجویان را می‌شنود و در حد توان خود از مشکلاتشان گره‌گشایی می‌کند. ساده‌زیستی را دوست دارد و به رغم امکاناتی که در اختیار دارد، در پی خویشتن‌آرایی و خودنمایی نیست. نمونه‌ای عینی است از یکرنگی، صفا، صمیمیت باطن و ضمیر درخشان.

۷ دکتر بهاروحدت بیشتر عمر خود را صرف امور خیر آموزش و مدرسه‌سازی کرد. خانم توتونیان همچون همسر نیکوکارش در زندگی اجتماعی زنی خیر و نیکوکار است و بدون هیچ تظاهری همیشه مراقب وضع زندگی اطرافیان خود بوده‌است. او همواره با کمک به افراد کم بضاعت به انجام کارهای بشر دوستانه پرداخته‌است، بی‌آنکه کسی متوجه شود.



۸ ذاتی بخشنده و یاریگر دارد و می‌کوشد هر آنچه از دستش برمی‌آید، برای دیگران انجام دهد. در این راه هیچ توقعی هم ندارد. آرام و باوقار همه‌چیز و همه کس را می‌نگرد. از نیکی‌ها و نیک‌اندیشی‌ها خرسند و شادمان می‌شود و بدی‌ها و قدرناشناسی‌ها را با بزرگواری پسایشت می‌نهد و با کرامت تمام از آنان درمی‌گذرد. او «ادب درس» و «ادب نفس» را هم‌زمان در وجود خویش متبلور ساخته و هر دو را توأمان در ضمیر خود تجلی بخشیده است؛ چیزی که امروزه گوهری ناب و دیریاب است.

۹ گوشه‌ای از افتخارات زندگی دکتر توتونیان:

- سال ۱۳۵۶، کسب کرسی استادیاری؛
- سال ۱۳۷۰، تقدیر از سوی وزارت فرهنگ و آموزش عالی برای کتاب «برنامه‌ریزی خطی» (روش‌ها و کاربردها) به عنوان کتاب برگزیدهٔ دانشگاه‌های کشور؛
- سال ۱۳۷۱، بهترین مؤلف و مترجم و نویسندهٔ زن کشور؛
- سال ۱۳۷۲، کسب کرسی دانشیاری؛
- سال ۱۳۷۷، کسب کرسی استادی؛
- سال ۱۳۸۲، رتبهٔ اول، چهارمین جشنوارهٔ فردوسی برای کتاب آنالیز عددی؛
- سال ۱۳۹۰، استاد نمونهٔ ریاضی کاربردی ایران؛
- سال ۱۴۰۰، نکوداشت دکتر فائزه توتونیان به‌عنوان استادی شایسته و برجسته از سوی «مرکز آثار مفاخر و اسناد دانشگاه فردوسی مشهد» به‌واسطهٔ خدمات و آثار علمی وی.

۱۰ یادداشت‌هایی از سوی دانشجوهای ایشان:

دکتر کلوه رضایی‌نژاد: من بسیار بدخط بودم و پاسخ امتحاناتم را نامرتب می‌نوشتم. یکی از همین امتحانات بود که همکارانی بودند و داشتم زیرلب به شوخی بدخط نوشته بودم؛ نگران بودم نکند سرسری از پاسخ‌های من عبور کنند؛ نکند اصلاً حوصلهٔ نگاه نکنند که به‌زحمت به پاسخ‌هایم نگاه کنند. وقتی نمره‌ها ثبت شد، تعجب کردم، خط بدخط پاسخ‌ها را خوانده بودند. حتی جواب‌های عددی را بررسی کرده بودند و من آن زمان بود که فهمیدم چقدر دانشجو برای ایشان مهم است و چقدر مسئولیت‌پذیر هستند.

دکتر نیلا محمدی: خانم دکتر هنگام برگشت از دانشگاه هرگاه یکی از دانشجویان خویش را می‌دیدند که بدون وسیله است، تعارف می‌کردند که سوارماشین ایشان بشود و تا یک جایی دانشجو را می‌رساندند. ایشان از همه‌نظر به‌فکر دانشجویان بودند.

دکتر علیرضا سهیلی: از ویژگی‌های ایشان، انجام فعالیت‌های داوطلبانه و کمک و امداد به مجامع نیازمند است. ایشان همواره یکی از ستون‌های تداوم فعالیت صندوق قرض‌الحسنه‌دانشگده می‌باشند که با حوصله و دقت، همواره پشتیبان انجام کار صندوق بوده‌اند. و دیگر اینکه در سال‌های اخیر مدام گرانه از مادر و همسر خود مراقبت می‌کردند که به‌طور مسلم از دست دادن آن عزیزان برای ایشان مصیبت بزرگ بود.

مسئله: زهرا به مادربزرگش گفت: «اگر من عدد دو رقمی سن خودم را برعکس بنویسم، عدد حاصل برابر سن شما می‌شود. مادربزرگ هم گفت: «فردا سالروز تولد من است و سن من فردا از دو برابر سن تو یک سال بیشتر می‌شود» مجموع رقم‌های سن زهرا چند می‌شود.

برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

شاخه‌های ریاضیات

تصاعد

جعفر ربّانی

کلمهٔ «تصاعد» به معنی زیادشدن و بالارفتن است. یکی از شاخه‌های علم ریاضی در بخش عدد هم تصاعد نام دارد. مثلاً اگر از عدد ۱ تا ۱۰ را دنبال هم بنویسیم، یک رشته عدد تشکیل می‌شود که به صورت تصاعدی افزایش می‌یابد:

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰

اما اول بیایید با یک قصه آشنا شویم. این قصهٔ زیبایی است که همیشه برای نشان دادن مفهوم تصاعد نقل می‌کنند. ببینیم قصه چیست؟

گفته‌اند در هند باستان وقتی که مخترع شطرنج، بازی خود را به حاکم هند تقدیم کرد، حاکم شگفت‌زده شد و خواست جایزه‌ای به او بدهد. به مخترع گفت: «چه خواسته‌ای داری تا بگویم برآورده سازند؟» مخترع زیرک که می‌خواست حاکم را بیشتر شگفت‌زده کند گفت: «حاکما دستور فرمایید مقداری گندم به من بدهند، اما به این ترتیب که به ازای خانهٔ اول شطرنج یک دانه، به ازای خانهٔ دوم ۲ دانه، به ازای خانهٔ سوم ۴ دانه، به ازای خانهٔ چهارم ۸ دانه، به ازای خانهٔ پنجم ۱۶ دانه و ... همین طور ۶۴ خانهٔ شطرنج را پر کنند؛ یعنی در هر خانه، دو برابر خانهٔ قبل.»

حاکم که از این درخواست تعجب کرده و شاید خنده‌اش گرفته بود گفت: «بروید یک کیسه گندم به او بدهید» مأموران کار را همان‌طور که مخترع خواسته بود شروع کردند. تا ۱۰ خانهٔ اول کار آسان بود و فوری انجام شد (تا اینجا ۱۰۲۴ دانه گندم شمردند). ولی قدری که پیش رفتند از سرعت کار کاسته شد و

شمارش گندم‌ها وقت زیادی گرفت. هر چه گندم داشتند آوردند و شمردند، ولی هنوز به تیمهٔ جدول هم نرسیده بودند. بالاخره کار را متوقف کردند و به حاکم خبر دادند که اگر همهٔ گندم‌های انبار قصر را هم بیاورند و بشمرند خواستهٔ مخترع برآورده نخواهد شد! در آخر به شما خواهیم گفت که مقدار کل گندم مورد نیاز چقدر بود. به هر حال این قصهٔ یک تصاعد هندسی بود.

حالا که با مفهوم تصاعد آشنا شدید می‌گوییم در ریاضیات به هر نوع اضافه شدنی تصاعد نمی‌گویند. مثلاً عددهای

۳, ۴, ۱۰, ۲۸, ۹۱

عددهای یک تصاعد نیستند؛ اگرچه رویه افزایش دارند. زیرا نمی‌دانیم بعد از ۹۱ چه عددی بنویسیم. تصاعد ریاضی قاعده و قانون دارد و همهٔ عددهایش قابل پیش‌بینی و محاسبه‌اند.

انواع تصاعد

در ریاضیات دو نوع تصاعد وجود دارد: تصاعد «عددی» یا «حسابی» و تصاعد «هندسی».

تصاعد عددی

اگر در یک رشته عددهای متوالی، هر عدد -که به آن جمله می‌گوییم- مقدار ثابتی بیش از عدد قبل از خود داشته باشد، این رشته یک تصاعد عددی (حسابی) است. به مثال زیر توجه کنید:

۳ (+۲) ۵ (+۲) ۷ (+۲) ۹ (+۲) ۱۱ (+۲) ۱۳ ...

تصاعد هندسی

اگر رشتهٔ عددهای متوالی به گونه‌ای باشد که آن مقدار ثابت در عدد قبلی ضرب شود، در این صورت تصاعد هندسی داریم. قصهٔ شطرنج که خواندید یک تصاعد هندسی بود و این هم مثال دیگر:

۳ (×۲) ۶ (×۲) ۱۲ (×۲) ۲۴ (×۲) ۴۸ ...

نکته:

۱. در تصاعد هر عدد را «جمله» و عدد ثابت را «قدر نسبت» می‌گویند. در هر دو تصاعد بالا جملهٔ اول ۳ و قدر نسبت ۲ است.

۲. تصاعد ممکن است افزایشی نباشد، بلکه کاهشی باشد که به آن «تصاعد نزولی» می‌گوییم، و آن وقتی است که قدر نسبت در تصاعد عددی منفی و در تصاعد هندسی کسری باشد؛ مانند مثال‌های زیر:

تصاعد عددی نزولی:

۱۲ (-۴) ۸ (-۴) ۴ (-۴) ۰ (-۴) -۴ (-۴) -۸ ...

تصاعد هندسی نزولی:

$$۱۲ \ (\times\frac{۱}{۴}) \ ۳ \ (\times\frac{۱}{۴}) \ \frac{۳}{۴} \ (\times\frac{۱}{۴}) \ \frac{۳}{۱۶} \ (\times\frac{۱}{۴}) \ \frac{۳}{۶۴} \ ...$$

تمرین: برای اینکه به تفاوت دو نوع تصاعد عددی و هندسی بهتر پی ببرید، دو تصاعد عددی و هندسی تشکیل دهید که جملهٔ اول هر یک ۱۰ و قدر نسبت هر یک نیز ۱۰ باشد و پس از ۵ جمله آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

اکنون دربارهٔ دو موضوع مهم تصاعدها، یکی پیش‌بینی جملهٔ a_nام و دیگری مجموع n جمله از جمله‌های یک تصاعد توضیح می‌دهیم.

الف) در تصاعد عددی

۱. جملهٔ a_nام: اگر می‌خواهیم بدانیم که جملهٔ a_nام -یعنی یک جملهٔ دلخواه در سلسله عددهای یک تصاعد عددی- چه عددی خواهد بود، از فرمول $a_n = a + d(n-۱)$ استفاده می‌کنیم. در این فرمول a جملهٔ اول، d قدر نسبت و n تعداد جمله‌های دلخواه است. برای مثال تصاعد زیر را داریم که هفت جمله‌اش را می‌بینیم:

۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, ۱۹, ۲۲, ...

آیا می‌دانید هشتاد و چهارمین جملهٔ آن چه عددی خواهد بود؟

طبق فرمول بالا داریم: $a_{۸۴} = ۴ + ۳(۸۴-۱) = ۲۵۳$

۲. جمع n جمله: مجموع n جمله از یک تصاعد عددی نیز از رابطهٔ $S = \frac{n}{۲}[۲a + (n-۱)d]$ محاسبه می‌شود.

مثلاً در تصاعد بالا، مجموع همان ۸۴ جمله چنین است:

$$S = \frac{۸۴}{۲}[۸ + (۸۴-۱)۳] = ۱۰۷۹۴$$

ب) در تصاعد هندسی

۱. جملهٔ a_nام: جملهٔ a_nام تصاعد هندسی از این رابطه به دست می‌آید: $a_n = ar^{n-۱}$ در اینجا a جملهٔ اول، r قدر نسبت و n تعداد جمله‌هاست.

مثال: در تصاعد هندسی زیر جملهٔ هشتم را به دست آورید:

۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ۲۴۳, ...

داریم: $a_۸ = ۳ \times ۳^{۸-۱} = ۳ \times ۳^۷ = ۶۵۶۱$

۲. جمع n جمله: جمع n جملهٔ تصاعد هندسی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{a(۱-r^{n+۱})}{۱-r}$$

اگر بخواهیم مجموع شش جملهٔ تصاعد بالا را حساب کنیم خواهیم داشت:

$$S = \frac{۳(۱-۳^{۶+۱})}{۱-۳} = \frac{۳-۳\times۳^۷}{۱-۳} = ۳۲۷۹$$

در پایان، آیا علاقه دارید بدانید مقدار تقریبی گندمی که باید به مخترع شطرنج می‌دادند چقدر بود؟

در تصاعد هندسی مذکور قدر نسبت ۲ و تعداد جمله‌ها ۶۴ بود که اگر با فرمول محاسبه کنیم تقریباً می‌شود $۱۰^{۱۷}$ عدد گندم. حال اگر هر ۱۰ دانه گندم را یک گرم فرض کنیم یک تن گندم شامل ۱۰ میلیون دانه خواهد بود. اکنون باید دید $۱۰^{۱۷}$ عدد گندم چند تن خواهد شد که برابر خواهد بود با ۱۰ میلیارد تن. در حالی که کل تولید گندم دنیا در یک سال کمتر از یک میلیارد تن است. آیا عجیب نیست؟

ارسلان اسیر قضیه‌ها

درمانگاه ریاضی

افشین خاصه‌خان

بچه‌ها، وقت به‌خیر، به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. آرزو می‌کنم تلاش‌های پرثمری در مطالعهٔ درسی داشته باشید. مراجعه‌کنندهٔ این هفته، دانش‌آموز پایهٔ هفتم، **ارسلان محبوبان** است. ارسلان همراه با پدر و مادرش که یکی از آشنایان قدیمی‌اند، به درمانگاه مراجعه کرده و طبق گفتهٔ پدرش، به حل مسئله‌های هندسی چالشی بسیار علاقه‌مند است و از حل کردن آن‌ها لذت می‌برد.

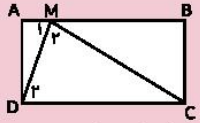
ویزیت: بعد از احوال‌پرسی با آن‌ها، ارسلان را به اتاق درمان دعوت کردم. پدر و مادر ارسلان در سالن منتظر ماندند. علت مراجعهٔ او را پرسیدم. ارسلان جواب داد: «من به درس هندسه علاقه دارم و سعی می‌کنم سؤال‌های چالشی هندسی را حل کنم. همچنین سؤال‌های آزمون‌های مدرسه‌های برتر را تعقیب می‌کنم.»

سپس با کمی مکث گفت: «چند مسئله آورده‌ام تا در حل آن‌ها مرا راهنمایی کنید.»

گفتم: «چقدر عالی! من منتظرم تا مسئله‌هایت را مطرح کنی.»

ارسلان گفت: «یکی از مسئله‌هایی که ذهنم را درگیر کرده، مسئله‌ای از آزمون مدرسه‌های برتر به این شرح است:

در شکل روبه‌رو، نقطهٔ M روی ضلع AB از مستطیل ABCD طوری قرار دارد که دو زاویهٔ M_1 و M_2 با هم برابرند. اگر AB=۱۲ و BC=۶، زاویهٔ M_1 چند درجه است؟ (آزمون انرژی اتمی، ۱۳۹۱)»



گفتم: «ایده و راه‌حلی برایش داشتی؟»

ارسلان گفت: «تلاش‌هایی کردم، اما به نتیجه نرسیدند.»

گفتم: «ممکن است در مورد آن تلاش‌ها صحبت کنیم؟»

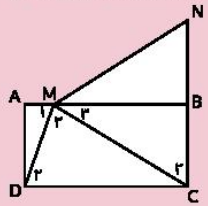
گفت حتماً و شروع کرد به توضیح‌دادن:

- چون AB و BC را داریم، می‌توانیم قطر مستطیل را با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس محاسبه کنیم؛ اما فایده‌ای ندارد.
- دیگر چه می‌توان کرد؟
- از قضیهٔ خط‌های موازی هم استفاده کردم.
- چه نتیجه‌ای گرفتی؟
- نتیجه گرفتم: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$.
- این نتیجه می‌تواند کمک‌کننده باشد.
- اما نتوانستم از آن استفاده کنم.

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی: ارسلان با آنکه دانش‌آموز پایهٔ هفتمی بود، اما واقعاً با این استدلال تعجب مرا برانگیخته بود. او در

تعریف‌های اولیه و فهم قضیه‌ها و حتی به‌کار بردن آن‌ها به صورت مجزا مشکلی نداشت. ناتوانی او در ترکیب قضیه‌ها و سازمان‌دهی آن‌ها به منظور ایجاد یک راهبرد برای حل مسئله بود.

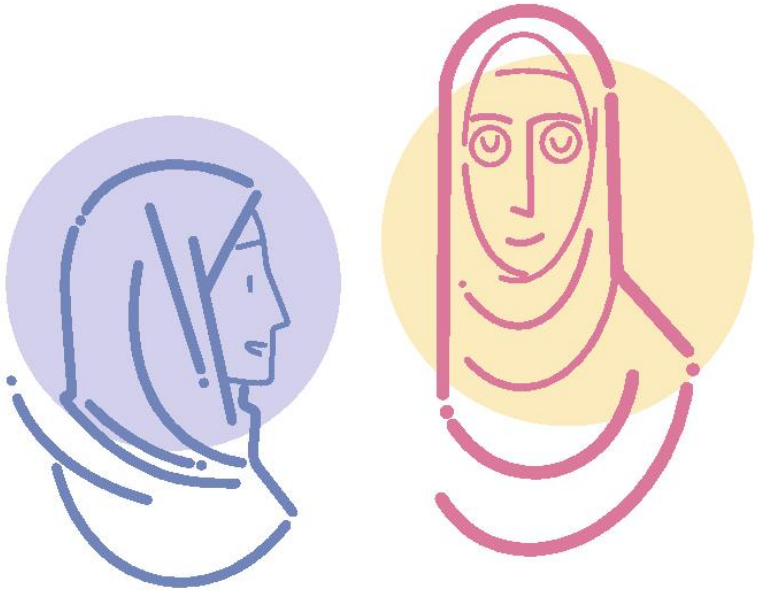
درمان: به ارسلان گفتم: «بسیار خوب تحلیل کردی و این نشان می‌دهد که تعریف‌ها و قضیه‌ها را فهمیده‌ای و از هر قضیه نتیجهٔ مناسب را استخراج می‌کنی.»
پرسید: «پس چرا نمی‌توانم مسئله را حل کنم؟»
گفتم: «مشکلی که من می‌بینم این است که در ترکیب چند قضیه با هم و ساختن راهبردی برای حل مسئله سردرگم می‌شوی.»
گفت: «چگونه این کار را انجام دهم؟»
گفتم: «باید به دقت روی داده‌های مسئله تمرکز کنی و قضیه‌ها و نتیجه‌های آن‌ها را طوری مرتب کنی که قدم به قدم به مجهول مسئله برسی.»
ارسلان گفت: «راستش را بخواهید، خوب متوجه نشدم.»
گفتم: «قبول می‌کنم، این جمله‌ها کلی هستند. سعی می‌کنیم با انجام فعالیت این مسئله را حل کنیم، حاضری؟»
ارسلان گفت من آماده‌ام. گفتم: «از همان قضیهٔ خط‌های موازی شروع کنیم که اشاره کردی و من گفتم می‌تواند کمک‌کننده باشد.»
ارسلان پرسید: «همان که گفتم: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$؟»
گفتم: «درست است. لطفاً در شکل هم بنویس. می‌تواند قضیهٔ بعدی را تداعی کند.»
ارسلان نوشت و به دقت به شکل خیره شد. بعد گفت: «دو زاویهٔ M_1 و M_2 با هم برابرند، پس: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$.»
گفتم: «عالی است. الان انتظار دارم که یک قضیهٔ مهم و معروف را به کار ببری.»
جواب داد: «مثلث MCD متساوی‌الساقین است.»
تشویقش کردم و گفتم: «ارسلان اگر دقت کنی، قضیه‌هایی را که خوانده‌ای با ترتیب مناسب به کار می‌بری.»
او در ادامه نوشت: MC=DC=۱۲
و بعد از مکثی طولانی گفت: «الان طول ساق‌های مثلث قائم‌الزاویه MCD را دارم، اما چگونه زاویهٔ M_1 را محاسبه کنم؟»
به او پیشنهاد دادم توجهش را به مثلث قائم‌الزاویه MBC معطوف کند چون در این مثلث وتر و یکی از اضلاع قائم معلوم بود و می‌شد از اندازهٔ آن‌ها به زاویهٔ M_2 رسید. ارسلان گفت: «در این مثلث هم داریم: (وتر) MC=DC=۱۲ و BC=۶. چگونه با این اطلاعات به اندازهٔ زاویه برسم؟»
به یاد آوردم که ارسلان در پایهٔ هفتم درس می‌خواند و طبیعی است که نتواند از نسبت ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه به اندازهٔ زاویه‌ها پی ببرد. گفتم: «ارسلان لازم است در ادامهٔ راهبرد به شما کمک کنم. BC را از طرف B به اندازهٔ خودش امتداد بده تا نقطهٔ N حاصل شود. سپس N را به M وصل کن. حالا باید تمرکزمان را روی مثلث MCN بگذاریم.»



و پرسیدم: «ارسلان طول ضلع CN چقدر است؟»
ارسلان گفت: «چون به اندازهٔ BC از طرف B امتداد داده‌ایم، طول BC برابر ۶ است.
پس طول CN هم ۱۲ خواهد بود.»
بعد از کمی مکث گفت: «مثلث متساوی‌الساقین می‌شود، درست است؟»
پرسیدم: «چرا؟»
گفت: «چون داریم: MC=CN=۱۲.»
جواب دادم: «بسیار عالی.»
ارسلان گفت: «حالا چطور این نتیجه‌ها را به اندازهٔ زاویه‌ها ربط بدهیم؟»
پرسیدم: «ارسلان! در مثلث MCN باره‌خط MB چه نقشی دارد؟»
مکثی طولانی کرد. دوباره گفتم: «ضلع CN را ببین.»
گفت: «آهان، MB آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده است.»
– زاویهٔ B چطور؟
– هر دو برابر ۹۰ درجه هستند.
– الان می‌توانی نقش MB را بگویی؟
– هم میانه و هم ارتفاع وارد بر CN است.
– در چه مثلثی این اتفاق می‌افتد؟
– متساوی‌الساقین، فکر می‌کنم قبلاً گفتم.
– درست است، اما این بار ساق‌ها فرق می‌کنند. لطفاً بنویس.
ارسلان نوشت: MN=CN=۱۲ گفتم: «حالا می‌توانی نتیجهٔ نهایی را بگیری.»
ارسلان نوشت: MC=CN=MN=۱۲. یعنی مثلث MCN متساوی‌الاضلاع است. گفتم: «ارسلان، حالا می‌توانی اندازهٔ زاویه‌ها را نتیجه بگیری. در مثلث متساوی‌الاضلاع اندازهٔ هر زاویه چند درجه است؟»
بلافاصله جواب داد ۶۰ درجه. بعد نوشت: $\hat{C}_2 = 60^\circ$ و با خوش‌حالی گفت: «حل شد: $\hat{M}_1 = 30^\circ$، چون متمم زاویهٔ C_2 است.» و نوشت:
$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ - \hat{M}_1 = 150^\circ \rightarrow 2\hat{M}_1 = 150^\circ \rightarrow \hat{M}_1 = 75^\circ$
ارسلان که حس رضایت در چهره‌اش کاملاً نمایان بود، گفت: «دستتان درد نکند، خیلی خوب بود.»
گفتم: «تو هم خوب بودی. بسیاری از مرحله‌ها را خودت انجام دادی. یک تجربهٔ مشترک از یادگیری فعال بود و من هم خوش‌حالم که حس رضایت داری.»
بعد از این تجربه، چند مسئلهٔ دیگر را هم به روش یادگیری فعال با هم بحث کردیم تا اینکه زمان درمان به پایان رسید.

تجویز داروهای هفتگی: حال نوبت تجویز داروهای درمانی برای ارسلان بود. برای او چند مسئلهٔ چالشی هندسی انتخاب کردم و از او خواستم تا آن‌ها را حل کند. ارسلان گفت سعی می‌کنم به همین صورت آن‌ها را حل کنم و اگر لازم شد دوباره به درمانگاه مراجعه می‌کنم. تجویز هفتگی هم برای ارسلان داشتم؛ اینکه حتماً برای حل سؤال‌های چالشی حوصلهٔ زیادی به خرج دهد و تا حد ممکن در مراجعه کردن به پاسخ سؤال، مقاومت به خرج دهد. بعید نیست که روش حل او با روش حل ارائه شده، متفاوت و حتی بهتر باشد. این تجربه هم لذت‌بخش و هم ماندنی است.

بدفهمی‌ها



حسین نامی‌ساعی

سلام بچه‌ها

در شـــماره‌های گذشـــته خواندید من، معلم ریاضی، با **فاطمه، سیمین، حنانه** و **ریحانه** کـــه از بهترین دانش‌آموزان ریاضی مدرســـه هستند، قرار گذاشتیم به یک کاری پژوهشی با موضوع «ریاضی و بدفهمی‌ها و اشـــتباه‌های رایج دانش‌آموزان در محاسبه‌ها» دست بزنیم. در این شـــماره هم مانند روال قبل، پیشنهاد بچه‌ها این اســـت که هر کدام یـــک نمونه از بدفهمی‌هایـــی را که معمـــولاً از دانش‌آموزان دیده‌اند مطرح کنند و دربارهٔ علت آن توضیح دهند که با هم این نمونه‌ها را می‌خوانیم:

نمونه‌هایی از بدفهمی‌های ریاضی

نمونهٔ حنانه

نوع بدفهمی: ناتوانی در تبدیل اطلاعات مسئله به صورت معادله و درک نادرست از واقعیت‌های بیرونی مسئله.

مسئله: سن پدر حسین ۳ برابر سن حسین است. اختلاف سن حسین و پدرش ۳۰ سال است. سن حسین و پدرش را محاسبه کنید.

راه حل نادرست: دانش‌آموزی که این مسئله را حل کرده، سن حســـین را x فرض کرده و معادله‌ای را به صورت زیر تشکیل داده است:

$$x - 3x = 30$$

$$-2x = 30$$

$$x = -15 \qquad \text{سن حسین}$$

$$3x = 3 \times -15 = -45 \qquad \text{سن پدر حسین}$$

می‌بینیم که سن حسین را ۱۵- و سن پدرش را ۴۵- به دست آورده است؛ سن منفی!

دانش‌آموز به این دقت نداشته است که سن هیچ‌گاه منفی نمی‌شود.

پاسخ صحیح: نحوهٔ محاسبهٔ صحیح سن حسین و پدرش را در صفحهٔ بعد می‌بینیم:

سن حسین را x فرض می‌کنیم. بنابراین با تبدیل اطلاعات مسئله به مدل معادلهٔ درجه اول معادله‌ای به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$3x - x = 30$$

$$2x = 30$$

$$x = 15 \qquad \text{سن حسین}$$

$$3x = 3 \times 15 = 45 \qquad \text{سن پدر حسین}$$

بنابراین سن حسین ۱۵ و سن پدرش ۴۵ سال به دست می‌آید که صحیح است.

استدلال حنانه برای علت این بدفهمی: تشخیص ندادن شکل صحیح معادله و بی‌توجهی به اینکه هیچ‌گاه سن منفی نمی‌شود.

نمونهٔ ریحانه

نوع بدفهمی: تشکیل معادلهٔ نادرست از اطلاعات مسئله و نشناختن خواص تقسیم کسر و عبارت‌های جبری و مسلط نبودن بر عمل تقسیم کسرها و قواعد مربوط به آن.

مسئله: در یک مرکز تزریق واکسن «کووید ۱۹»، در سالن انتظار ۵۵ زن و مرد در دو صف جداگانه برای تزریق واکسن ایستاده بودند. تعداد مردها $\frac{9}{2}$ تعداد زن‌ها است. تعداد زن‌ها و مردها چند نفر است؟

محاسبهٔ نادرست:

$$\frac{9}{2}x + 1 = 55$$

$$\frac{9x + 2}{2} = 55$$

$$9x + 2 = 110$$

$$9x = 108$$

$$x = \frac{108}{9} = 12 \qquad \text{تعداد زن‌ها}$$

$$\frac{9}{2}x = \frac{9}{2} \times 12 = 54 \qquad \text{تعداد مردها}$$

استدلال ریحانه برای علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که محاسبهٔ نادرست بالا را انجام داده‌اند، در تشکیل معادلهٔ درجهٔ اول و مدل‌سازی ناتوان بوده‌اند و ضمناً توجه نداشته‌اند که مجموع نفرات ۵۵ نفر بوده است، در صورتی که مجموع ۱۲ و ۵۴ در کل ۷۸ نفر شده است.

محاسبهٔ صحیح:

$$\frac{9}{2}x + x = 55$$

$$\frac{9x + 2x}{2} = 55$$

$$11x = 110$$

$$x = 10 \qquad \text{تعداد زن‌ها}$$

$$\frac{9}{2}x = \frac{90}{2} = 45 \qquad \text{تعداد مردها}$$

نمونهٔ سیمین

نوع بدفهمی: ندانستن خواص و قواعد مربوط به ساده‌کردن کسرها و عددهای توان‌دار.

مسئله: حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$\frac{b}{6a^2b^2c^{-2}}$$

محاسبهٔ نادرست:

$$\frac{b}{6a^2b^2c^{-2}} = 6a^2b^2c^{-2}$$

پاسخ صحیح:

$$\frac{b}{6a^2b^2c^{-2}} = 6^{-1}a^{-2}b^{-2}c^{-2}$$

استدلال سیمین برای علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که محاسبهٔ غلط بالا را انجام داده‌اند، در قاعده‌های ساده‌کردن چندجمله‌ای‌ها و کسرها و عددهای توان‌دار مسلط نبوده‌اند.

نمونهٔ فاطمه

نوع بدفهمی: ناتوانی در تشکیل معادله و مدل‌سازی صحیح.

مسئله: مجموع سه عدد زوج طبیعی متوالی ۹۰ است. این سه عدد زوج را مشخص کنید.

محاسبهٔ نادرست:

$$x + 2x + 4x = 90$$

$$7x = 90$$

$$x = \frac{90}{7}$$

دانش‌آموز نمی‌داند که اختلاف هر دو عدد زوج طبیعی متوالی ۲ واحد است و به جای اینکه x را ۲ واحد، ۲ واحد افزایش بدهد با ضریب x، ۲ را افزایش داده است. در نتیجهٔ این عمل اشتباه به یک عدد کسری غیرزوج رسیده است.

پاسخ صحیح:

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 90$$

$$3x + 6 = 90$$

$$3x = 84$$

$$x = 28$$

بنابراین آن سه عدد زوج ۲۸، ۳۰ و ۳۲ بوده‌اند.

استدلال فاطمه برای علت این بدفهمی: دانش‌آموزانی که به این طریق عمل کرده‌اند، در مدل‌سازی و تشکیل معادله ضعیف هستند.

ریاضیات و مخاطبان ● امیر باقری اقدم

مخاطبان دیروز و امروز برهان

امیر باقری اقدم

سلامی بارانی و بهاری به شما همراهان عزیز و دوست‌داشتنی مجلهٔ رشد ریاضی برهان. امیدوارم که در کنار خانواده سرزنده و شاد باشید. من، یعنی امیر باقری، قصد دارم در هر شماره شما را با مخاطبان امروز مجله و خوانندگان دیروز برهان که از نخبگان امروز هستند، آشنا کنم و پای صحبت‌هایشان بنشینیم و ببینیم نظرشان در مورد ریاضیات چیست.

عرفان یونسی

گفت‌وگو با عرفان یونسی

دانشجوی رشتهٔ پزشکی دانشگاه تهران

● سلام عرفان جان، ممنون از اینکه امروز وقتت را در اختیار ما قرار دادی. بگذار از اینجا شروع کنیم. تو که در کنکور تجربی به نازگی شرکت کرده‌ای و رتبهٔ خوبی کسب کرده‌ای، چطور توانستی با ریاضی و هندسه کنار بیایی و با این درس خیلی خوب ارتباط برقرار کنی؟

◀ سلام خدمت شما و همهٔ مخاطبان مجلهٔ رشد ریاضی برهان. ممنونم از اینکه مرا به مصاحبه دعوت کردید. در اینکه بچه‌های تجربی برای قبول شدن در کنکور باید ریاضی بخوانند، شکی نیست. اما از نظر من به این درس باید از وجه دیگری نگاه کنیم و آن افزایش قدرت تحلیل و آنالیز یا به عبارت دیگر، افزایش قدرت حل مسئله است. برای مثال، پزشک در شرایط بحرانی باید این قدرت را داشته باشد که در مدت‌زمان کمی بهترین تصمیم را بگیرد تا جان افراد را به بهترین شکل ممکن نجات بدهد. شاید بچه‌های تجربی به این درس علاقه‌مند نباشند، اما اگر طرز تفکرشان را عوض کنند، شاید به این درس علاقه‌مند هم شدند.

● چه دیدگاه خوبی! همراهان مجله باید یادشان باشد که در شماره‌های قبلی مجله به کتاب مهمی به نام «زندگی سراسر حل مسئله است» اشاره کردم. نظر شما هم این است که حتی در حوزهٔ پزشکی، قدرت حل مسئله به‌خصوص در شرایط اضطراری، بسیار اهمیت دارد. یعنی پزشک ماهر باید بتواند در زودترین زمان ممکن، بهترین تصمیم را با توجه به دانش علمی بگیرد.

◀ بله، کاملاً درست است. پزشک خوب، علاوه بر قدرت تحلیل بالا، باید تفکر تجسمی خوبی هم داشته باشد. شاید بپرسید چرا؟ الان برایتان توضیح می‌دهم. از نظر من، مهم‌ترین کاربردی که برای رشتهٔ ریاضی در پزشکی می‌توان یافت، درس هندسه است. هندسه به فهمیدن و درک درسی مثل آناتومی، فوق‌العاده کمک می‌کند. البته ما روابطی هم در رشتهٔ پزشکی داریم که با ریاضی ارتباط دارند. برای مثال، در رابطهٔ $CO=HR\times SV$، CO «برون ده قلبی» یا همان حجمی از خون است که در یک دقیقه از قلب خارج می‌شود. HR «ضربان قلب در دقیقه» و SV همان «حجم ضربه‌ای» است که بیان می‌کند، در هر ضربان چه‌مقدار خون از قلب خارج می‌شود که برابر با ۷۰ سی‌سی است. پزشکان با گرفتن نبض افراد می‌توانند برون ده قلبی را به دست بیاورند و در واقع این نمونه‌ای از کاربرد ریاضی در پزشکی است. اما از نظر من مهم‌ترین کاربرد همان تجسم فضایی است که پرورش آن به وسیلهٔ درس هندسه امکان‌پذیر است و به فهم چگونگی قرارگیری اندام‌ها، عضلات و... بسیار کمک می‌کند.

● چقدر جالبا ممنونم از عرفان یونسی عزیز. در شمارهٔ قبل مجله، معادلهٔ ریاضی قلب را دیدید، می‌توانید با یک جست‌وجوی ساده «نمودار ضربان قلب» (ECG) را هم ببابید. امیدوارم همیشه قلبتان سالم و درست بزند و نمودار متناوبی داشته باشد.

گفت‌وگو با سما و ستایش معماریان

این دو خواهر خوش‌اخلاق و خوش‌رفتار جزو شاگردان زرنگ مدرسه‌شان هستند و در مدرسهٔ ریحانهٔ شهر رودهن درس می‌خوانند.

● سلام به خواهران معماریان. سما کلاس نهم و ستایش کلاس هفتم است، درست می‌گویم؟ اول بگویید که خواهر داشتن، آن هم با اختلاف سنی کم، چه حسی دارد؟ به‌خصوص اینکه امسال هر دوی شما در یک مدرسه هستید.

سما و ستایش معماریان

◀ سلام به شما آقای باقری و سلام به همهٔ دوستانی که این مجله را می‌خوانند از شما و تمام همکارانتان به خاطر این مجلهٔ خوب که در زمینهٔ ریاضیات منتشر می‌کنید و اینکه می‌کوشید تا هم ما دانش‌آموزان و هم مردم عادی، به ریاضی و هندسه علاقه‌مند شوند، تشکر می‌کنیم. خواهر داشتن یعنی همراه داشتن، یعنی همیشه یک نفر هست که در غم و شادی، و سختی و آسانی کنارت و همراهت باشد. این نعمت بسیار بزرگی است و از این بابت خدا را شکر می‌کنیم. من و ستایش در درس‌ها، به‌خصوص درس ریاضی خیلی به هم کمک می‌کنیم. یعنی غالباً من به ستایش کمک می‌کنم. بعد از اینکه یک مبحث ریاضی را با ستایش کار می‌کنم، احساس می‌کنم آن مبحث را خودم خیلی بهتر یاد گرفته‌ام و تسلطم روی آن موضوع بیشتر شده است. همچنین باعث می‌شود که از ریاضی بیشتر لذت ببرم.

● آفرین به شما. پس در نقش معلم هم به خواهرت کمک می‌کنی و این خیلی خوب است. من همیشه به دانش‌آموزان و دانشجویان می‌گویم وقتی یک مبحث

درسی را خوب متوجه می‌شوید که بتوانید آن مبحث را به یک نفر درس بدهید. جقدر عالی که شما به خواهرت درس می‌دهی. خب ستایش خانم، شما بگو که از تدریس خواهرت راضی هستی یا نه؟

بله، خیلی. حتی در بعضی بحث‌ها که من سر کلاس تمرکز کافی نداشته‌ام و مبحث را از معلم خوب یاد نگرفته‌ام، سما خیلی بهتر به من توضیح می‌دهد و من هم خیلی خوب یاد می‌گیرم.

ستایش همداریان

به هر حال خواهر هستید و حرف یکدیگر را خوب متوجه می‌شوید. چطور از ریاضی خواندن لذت می‌برید؟ پیشنهادتان به دانش‌آموزها برای خواندن این درس و به معلم‌ها برای تدریس این درس چیست؟

هم من و هم ستایش از حل کردن مسئله و به جواب درست رسیدن، به‌خصوص از حل معادله‌های ریاضی لذت می‌بریم. وقتی حل یک معادله را شروع می‌کنم و آخرش به جواب درست می‌رسم، خیلی کیف می‌کنم. این انگیزه‌ای برایم می‌شود که بروم و مسئله‌های بعدی را حل کنم. به این ترتیب بعضی وقت‌ها حتی گذر زمان را حس نمی‌کنم. اما برعکس، وقتی مبحثی را نمی‌فهمم و برایم پیچیده می‌شود، دیگر برایم لذتی ندارد و زمان هم خیلی کند و دیر می‌گذرد. به خاطر همین به معلمان پیشنهاد می‌کنم، تا جایی که می‌توانند، ریاضی را خیلی واضح و به ساده‌ترین زبان برای ما دانش‌آموزان بگویند تا ما بتوانیم مسئله‌های آن موضوع را حل کنیم و به جواب برسیم تا برایمان لذت‌بخش باشد. یکی دیگر از پیشنهادهای ما به معلمان این است که به راه حل‌ها و روش‌های جدید و تازهٔ ما دانش‌آموزان هم اهمیت بدهند و فقط به روش‌های خودشان نمره ندهند. نمی‌گویم همیشه، اما شاید بعضی وقت‌ها روشی خلاقانه از ذهن یک دانش‌آموز تراوش کند و همان خلاقیت باعث موفقیتش در آینده بشود.

هم سما خانم و هم ستایش خانم، به دو نکتهٔ مهم اشاره کردند که لازم می‌دانم کمی آن را توضیح بدهم. حل کردن یک مسئله در زندگی، هر قدر کوچک یا بزرگ باشد، ذاتاً برای هر انسانی لذت بخش است. یعنی وقتی یک نفر یکی از مسائل زندگی‌اش را حل می‌کند، از این کارش لذت می‌برد؛ حالا می‌خواهد بچه باشد، نوجوان باشد، یا بزرگ‌سال؛ فرقی نمی‌کند. ریاضی هم تماما حل کردن مسئله است و این حل ذاتاً شیرینی می‌آورد

به نظرم ما معلم‌ها بهتر است که یک موضوع جدید ریاضی را از ساده‌ترین حالتش شروع کنیم به درس‌دادن و در ابتدای آن دانش‌آموزان را با مسئله‌های ساده روبه‌رو کنیم تا با حلشان، از آن موضوع لذت ببرند و بعد رفته‌رفته سؤال‌ها را سخت‌تر و چالشی‌تر کنیم. به نظرم این روش بسیار مؤثر است و می‌تواند به جذب بیشتر دانش‌آموزان به درس ریاضی و هندسه کمک کند. قبل از اینکه به نکتهٔ دوم اشاره کنم، خاطرهٔ کوچکی از خودم بگویم. سال سوم دبیرستان بودم و آن زمان در آخر سال امتحانات نهایی داشتیم و رسید به امتحان هندسه. یکی از فصل‌های هندسه، هندسهٔ فضایی بود که در امتحان مسئله‌ای خوب و مفهومی از آن داده بودند. کتاب درسی برای این مسئله راه حلی ارائه داده بود که من سر جلسهٔ امتحان، آن راه‌حل به ذهنم نرسید. به خاطر همین آن مسئله را گذاشتم برای آخر امتحان تا چند دقیقه بیشتر روی حلش فکر کنم. در نهایت راه‌حلی برای آن مسئله به ذهنم رسید که در کتاب درسی نبود، اما راه‌حل کاملاً درست و منطقی بود و همین راه حل را برای آن مسئله نوشتم.

بعد از اینکه پاسخ‌نامه را روی ویگاه آموزش‌وپرورش نگاه کردم، دیدم که برای حل آن مسئله فقط یک راه حل نوشته و آن هم راه حل کتاب درسی است. تا لحظه‌ای که جواب امتحان هندسه بیاید، همه‌اش دعا می‌کردم که تصحیح‌کنندهٔ برگهٔ من، راه‌حل جدید و غیر کتاب درسی مرا بپذیرد و به آن نمره بدهد تا از این درس ۲۰ بگیرم. خدا را شکر این اتفاق افتاد و من توانستم یکی از چهار تا ۲۰ امتحان نهایی‌ام را بگیرم. از همین جا از آن معلمی که واقعاً نمی‌دانم چه کسی بود، تشکر می‌کنم که وقت گذاشت و راه‌حل مرا دید و خواند.

می‌خواهم بگویم، بعضی وقت‌ها بعضی از دانش‌آموزان راه‌حل‌های درستی را ارائه می‌دهند که شاید ما انتظارش را نداشته باشیم. تشویق آن دانش‌آموز و ارزش قائل‌شدن برای ایدهٔ خلاقانه‌اش، می‌تواند انگیزهٔ دوچندانی در او ایجاد کند.

تا حالا چه کاربردهایی از ریاضی را در زندگی‌تان دیده‌اید و با آن برخورد داشته‌اید؟

می‌شود گفت که خیلی از جنبه‌های زندگی ما با عدد و رقم و محاسبه آمیخته است. می‌توانم خرید کردن را مثال بزنم. ما فقط با پدر و مادرمان به خرید می‌رویم. از همان لحظه که سوار خودرو می‌شویم، عقربهٔ کیلومترشمار خودرو رقم‌هایی را به پدرم نشان می‌دهد که با توجه به آن‌ها می‌شود فهمید که با چه سرعتی حرکت کنیم که مطمئن باشد و جریمه هم نشویم. وقتی به چراغ راهنمایی می‌رسیم، باز هم این عددها هستند که به ما می‌گویند چند ثانیه باید پشت چراغ قرمز بمانیم. وقتی هم وارد مغازه می‌شویم، باز هم این عددها هستند که قیمت هر کالا را تعیین می‌کنند. در کل در خیلی از اتفاق‌ها و موضوع‌های زندگی با عدد و رقم سروکار داریم، پس باید محاسبه‌گر خوبی باشیم تا بتوانیم این عددها را در جای خودشان تجزیه‌وتحلیل کنیم.

خیلی تشکر می‌کنم از خواهران معماریان. این دو خواهر به نکات خوبی اشاره می‌کنند که حیفم می‌آید در مورد آن‌ها صحبت نکنم:

اولاً در شماره‌های قبلی مجله به این موضوع اشاره کردیم که سعی کنیم محاسبه‌گرهای خوبی باشیم و خودمان، به حساب خودمان برسیم؛ همان‌طور که در فرمایشات ائمهٔ معصومین(علیهم‌السلام) نیز به آن اشاره شده است.

ثانیاً تحلیل عددها و رقم‌ها و تبدیل هر اتفاق و معیار به یک عدد، کار بسیار مهمی است که در بحث «یادگیری ماشین» پرکاربرد است. در مورد یادگیری ماشین هم خیلی صحبت کردیم و خدمتتان عرض کردم، فهماندن یک دستور و یک عملکرد به یک رایانه را یادگیری ماشین می‌گویند یعنی رایانه بتواند با توجه به دستوراتی که ما به آن می‌دهیم، رفتاری شبیه انسان از خودش نشان بدهد. خب ما یک اتفاق و یک معیار را چطور می‌توانیم به رایانه بفهمانیم؟! با عدد و رقم و به زبان ریاضی. پس تبدیل کردن یک متغیر کیفی (یعنی چیزی که قابل اندازه‌گیری نیست) به یک متغیر کمی (یعنی چیزی که قابل اندازه‌گیری هست)، یکی از کارهای مهم ما مهندسان است. این ایده اولین بار توسط آلمانی‌ها به ثمر نشست.

به خدا می‌سپارمتان.

عباس قلعه‌پوراقدم

پیرمرد و درخت اسرارآمیز
که پولت را دوبرابر می‌کند

سلام دانش‌آموزان عزیز. تبریک سال نو خدمت شما که اصلی‌ترین و گران‌قدرترین همراهان مجلهٔ رشد ریاضی برهان هستید. اولین مطلب امسال را به داستانی یا بهتر است بگویم چیستانی با عنوان «درخت اسرارآمیز» که آن را در کتاب جالبی به نام «ریاضیات زنده» دیده و مطالعه کرده‌ام، اختصاص می‌دهم. مشخصات کامل این کتاب ارزشمند را در پایان خواهم آورد، چون می‌دانم برای شما که به سرگرمی‌های ریاضی علاقه دارید، بسیار مفید خواهد بود. حالا از شما می‌خواهم که این داستان را با دقت بخوانید و قبل از آنکه به سراغ حل چیستان بروید، خودتان برای یافتن جواب آن تلاش کنید. این یک داستان جالب و بامزه است. دهقانی در جنگل به پیرمردی ناآشنا برخورد و با هم گفت‌وگو کردند. پیرمرد با دقت دهقان را برانداز کرد و گفت: «در جنگل درختی دیده‌ام که بی‌اندازه عجیب است. این درخت می‌تواند به آدم‌های فقیر یاری برساند.»

– چه کمکی می‌کند؟ آیا بیماران را شفا می‌دهد؟

– نه، کاری به بیماران ندارد، بلکه پول هر کس را دو برابر می‌کند. کیف پول خود را پهلوی آن می‌گذاری و بعد تا صد می‌شماری. آن وقت پولی که در کیف تو بود، دو برابر می‌شود. ویژگی درخت همین است.

دهقان با اشتیاق پرسید: «آیا من هم می‌توانم امتحان کنم؟»

– البته که می‌توانی! تنها باید دستمزدی بپردازی.

– به چه کسی باید بپردازم؟ آیا دستمزد زیادی باید بدهم؟

– باید به کسی بپردازی که راه را به تو نشان می‌دهد؛ یعنی به من. اما دربارهٔ مبلغ آن می‌توانیم باهم کنار بیاییم.

چانه زدن شروع شد. وقتی پیرمرد متوجه شد، دهقان پول زیادی ندارد، موافقت کرد پس از هر بار که پول او دو برابر می‌شود، ۱۲۰ تومان بپردازد.

پیرمرد دهقان را به وسط‌های جنگل برد. مدتی این طرف و آن طرف رفتند و سرانجام پهلوی کندهٔ بزرگی که باقی‌ماندهٔ یک درخت سرو کهن‌سال بود، ایستادند. پیرمرد کیف دهقان را از دست او گرفت و آن را زیر خزه‌هایی که دور و بر کنده را پوشانده بودند، پنهان کرد. تا ۱۰۰ شمرد و سپس دوباره به سوی کندهٔ درخت رفت. دست خود را زیر خزه‌ها کرد، کیف را بیرون آورد و به دست دهقان داد.

دهقان کیف را باز کرد و دید که واقعاً پولش دو برابر شده است. ۱۲۰ تومان از پول‌ها را به پیرمرد داد و از او خواهش کرد بقیه را دوباره پهلوی کندهٔ اسرارآمیز پنهان کند.

دوباره تا ۱۰۰ شمردند. باز هم پیرمرد مدتی خود را کنار کندهٔ درخت معطل کرد و سپس کیف را بیرون آورد. باز هم پول‌های کیف دو برابر شده بودند. در نتیجه پیرمرد برای مرتبهٔ دوم ۱۲۰ تومان از دهقان گرفت.

کیف را برای بار سوم پهلوی کندهٔ درخت گذاشتند. پول‌ها این مرتبه هم دو برابر شدند. ولی وقتی دهقان دستمزد قراردادی، یعنی ۱۲۰ تومان را به پیرمرد داد، چیزی در کیف باقی نمانده بود. بیچاره در این ماجرا تمام پول خود را از دست داده بود. دیگر پولی نمانده بود که آن را دو برابر کند و دهقان، اندوهگین و ناراحت، جنگل را ترک کرد.

پرسش اول: راز دو برابرشدن پول‌ها چه بود؟ البته می‌دانم که متوجه شده‌اید. بله! وقتی پیرمرد کنار کندهٔ درخت معطل می‌کرد، به همان مقدار پول از جیب خودش در کیف دهقان می‌گذاشت.

پرسش دوم: وقتی هنوز از کندهٔ درخت کمک نگرفته بودند، یعنی قبل از گذاشتن کیف دهقان کنار کنده، دهقان چقدر پول داشت؟

پاسخ چیستان

این چیستان را بهتر است از آخر حل کنیم. می‌دانیم پس از آنکه پول کیف برای مرتبهٔ سوم دو برابر شد، ۱۲۰ تومان در کیف وجود داشت (این همان پولی است که آخرین بار به پیرمرد داده شد). روشن است، پیش از دو برابرشدن، پول داخل کیف برابر ۶۰ تومان بوده است. این ۶۰ تومان بعد از پرداخت ۱۲۰ تومان دستمزد به پیرمرد (که برای بار دوم پول‌ها را دو برابر کرده بود) در کیف وجود داشته. یعنی پیش از پرداخت، ۱۸۰ تومان در کیف بوده است.

بنابراین موجودی کیف، بعد از آنکه برای بار دوم دو برابر شود، ۱۸۰ تومان بود. یعنی پیش از آن ۹۰ تومان در کیف بوده است که اگر ۱۲۰ تومان دستمزد بار اول پیرمرد را به آن اضافه کنیم، روشن می‌شود که بعد از دو برابرشدن اول، پول درون کیف ۲۱۰ تومان و پیش از آن ۱۰۵ تومان بوده است.

پاسخ را آزمایش می‌کنیم:

بعد از نخستین دو برابرشدن	۱۰۵×۲=۲۱۰
بعد از پرداخت اولین دستمزد	۲۱۰-۱۲۰=۹۰
بعد از دومین دو برابرشدن	۲×۹۰=۱۸۰
بعد از پرداخت دومین دستمزد	۱۸۰-۱۲۰=۶۰
بعد از سومین دو برابرشدن	۶۰×۲=۱۲۰
بعد از پرداخت سومین دستمزد	۱۲۰-۱۲۰=۰

روش محاسبه‌های عقب‌رو

این چیستان در واقع یک مسئلهٔ ریاضی جالب است که هم می‌شود از روش تشکیل معادلهٔ درجهٔ اول آن را حل کرد و هم روش جالب‌تری که می‌خواهم شما عزیزان را با آن آشنا کنم. این روش به نام «روش محاسبه‌های عقب‌رو» معروف است؛ همان روشی که نویسندهٔ کتاب «ریاضیات زنده» از آن برای حل مسئلهٔ درخت اسرارآمیز بهره گرفته است. در این روش از آخر مسئله به اول آن می‌آییم تا به جواب برسیم. البته شاید شما نام این روش

را تا به حال نشـــنیده باشید (به‌جز آن‌هایی که شمارهٔ فروردین ســـال ۱۳۹۹ مجله را مطالعه کرده‌اند، چون در آن شماره من در این مورد مطلبی نوشته‌ام)، ولی بارها از آن استفاده کرده‌اید. برای مثال، وقتی شما عدد ۲۱۴۵ را از عدد ۴۳۵۶ کم می‌کنید و عدد ۲۲۱۱ را به دست می‌آورید، برای اینکه بدانید عمل تفریق را درست انجام داده‌اید یا نه، می‌توانید به جای بازبینی عملیات تفریق، جواب را، یعنی ۲۲۱۱ را با ۲۱۴۵ جمع کنید. اگر ۴۳۵۶ به دست آمد، می‌فهمید که کارتان درست بوده است. با این کار شـــما از آخر به اول آمده‌اید و در حقیقت از روش محاسبه‌های عقب‌رو استفاده کرده‌اید. به نمودار ۱ توجه کنید:

نمودار ۱

حالا به نمـــودار ۲ نگاه کنید که در آن جهت پیکان‌ها را عوض کرده‌ام و به جای منها، جمع گذاشته‌ام:

نمودار ۲

فرض کنید از شـــما بپرسند: آن کدام عدد است که وقتی از آن ۲۱۴۵ واحد کم می‌شـــود، عدد ۲۲۱۱ به دست می‌آید؟ خب، شما از آخر مسئله، یعنی عدد ۲۲۱۱ شروع می‌کنید و به جای کم‌کردن، ۲۱۴۵ را جمع می‌کنیـــد (۴۳۵۶=۲۱۴۵+۲۲۱۱) و جواب مسئله به دست می‌آید.

حالا به مسئلهٔ سادهٔ زیر توجه کنید:

از عـــددی ۴ واحد کم می‌کنیم و ســـپس حاصل را در ۵ ضرب می‌کنیم و عدد ۳۰ به دست می‌آید. عدد آغازین را پیدا کنید.

برای حل این مسئله تشکیل و حل یک معادلهٔ درجهٔ اول اولین راهی است که به ذهن می‌رسد. عدد آغازین را x فرض می‌کنیم و معادله‌ای به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$(x-4)\times 5=30$

با حل این معادله جواب ۱۰ برای x به دست می‌آید. راه ساده‌تر و جالب‌تری هم برای حل این مسئله وجود دارد و آن محاسبه‌های عقب‌رو است. نمودار ۳ را ببینید:

نمودار ۳

حالا نمودار ۴ به صورت زیر رسم می‌کنیم و در آن جهت پیکان‌ها را برعکس می‌کنیم. عمل منها را هم به جمع و عمل ضرب را هم به تقسیم تبدیل می‌کنیم:

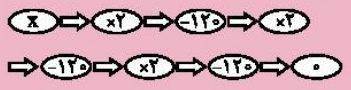
نمودار ۴

حالا از آخر یعنی عدد ۳۰ شروع می‌کنیم و می‌نویسیم:

$(30\div 5)+4=10$

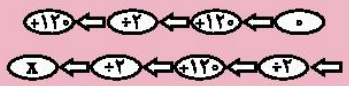
به این ترتیب مقدار x برابر ۱۰ می‌شود. به این نوع حل مسئله که از آخر به اول می‌آییم، روش عقب‌رو می‌گویند.

حال چیســـتان درخت اسرارآمیز را با رســـم نمودار ۵ به روش عقب‌رو حل می‌کنـــم و پولی را که دهقان در ابتدا داشـــت، x می‌گیرم:



نمودار ۵

جهت پیکان‌ها را عوض می‌کنم و ضرب‌ها را به تقسیم و منفی‌ها را به جمع تبدیل می‌کنم (نمودار ۶):



نمودار ۶

حالا از آخر شروع می‌کنم. صفر با ۱۲۰ می‌شود ۱۲۰، بعد ۱۲۰ تقســـیم بر ۲ می‌شـــود ۶۰، در ادامه ۶۰ با ۱۲۰ می‌شود ۱۸۰، سپس ۱۸۰ تقسیم بر ۲ می‌شود ۹۰، و ۹۰ با ۱۲۰ می‌شود ۲۱۰ و بالاخره ۲۱۰ تقسیم بر ۲ می‌شود ۱۰۵. عدد ۱۰۵ مقدار پولی را نشان می‌دهد که دهقان در آغاز داشت.

حل چیستان به روش تشکیل معادله

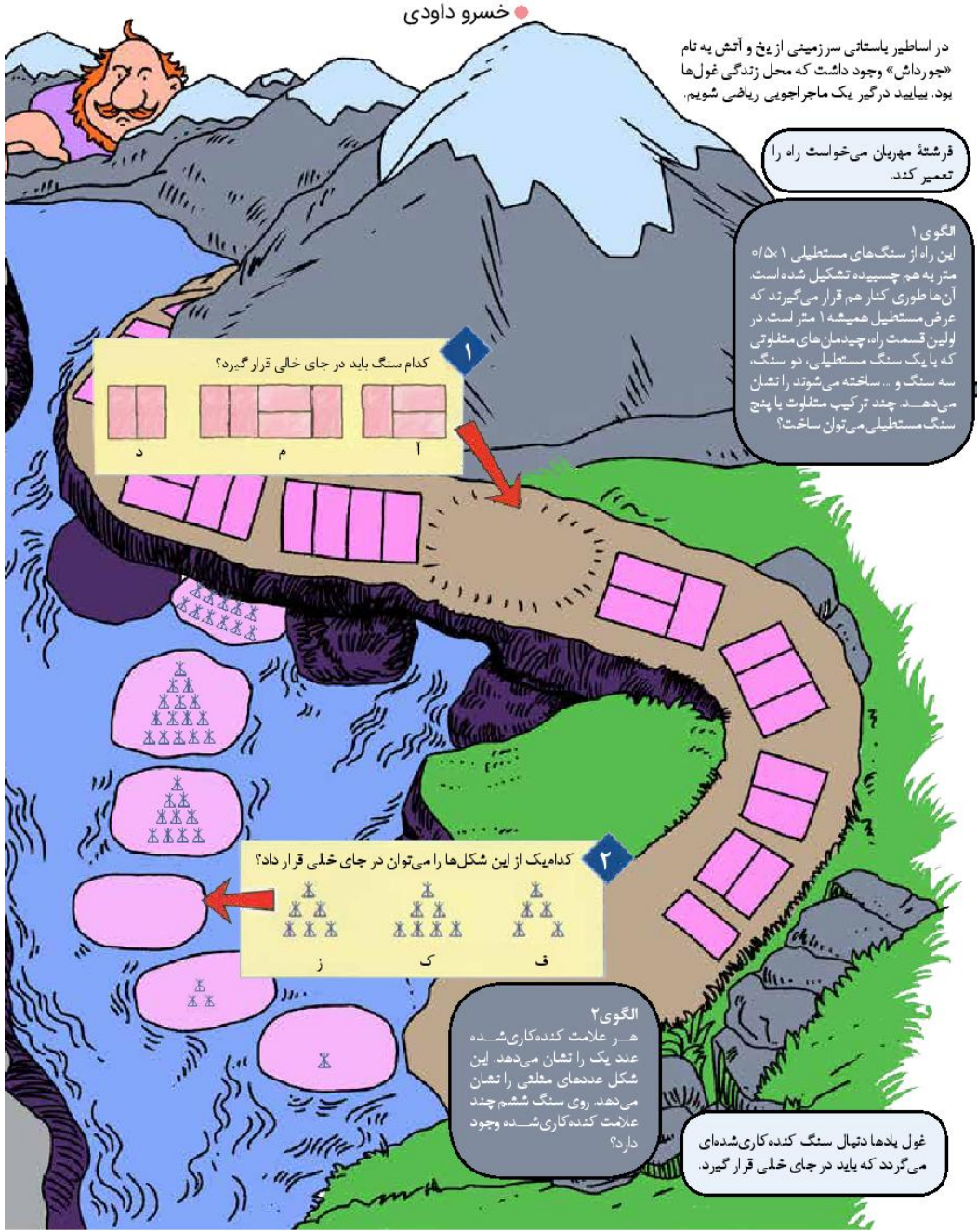
مقدار پـــول اولیهٔ آقای دهقان را x می‌گیریم. بـــار اول دو برابر می‌شـــود؛ یعنی 2x. بعد ۱۲۰ به پیرمرد می‌دهد و می‌شـــود: 2x-۱۲۰. دوباره دو برابر می‌شـــود؛ یعنـــی 4x-۲۴۰. باز ۱۲۰ سهم پیرمرد است که می‌شود: 4x-۲۴۰-۱۲۰؛ یعنی: 4x-۳۶۰. برای بار سوم پول دو برابر می‌شود؛ یعنی: 8x-۷۲۰. باز هم ۱۲۰ سهم پیرمرد است؛ پس می‌شود: 8x-۸۴۰ و دیگر پولی در کیف نمی‌ماند یعنی باید 8x-۸۴۰ را برابر صفر قرار دهیم و x را پیدا کنیم که x می‌شود ۸۴۰ تقسیم بر ۸، یعنی ۱۰۵.

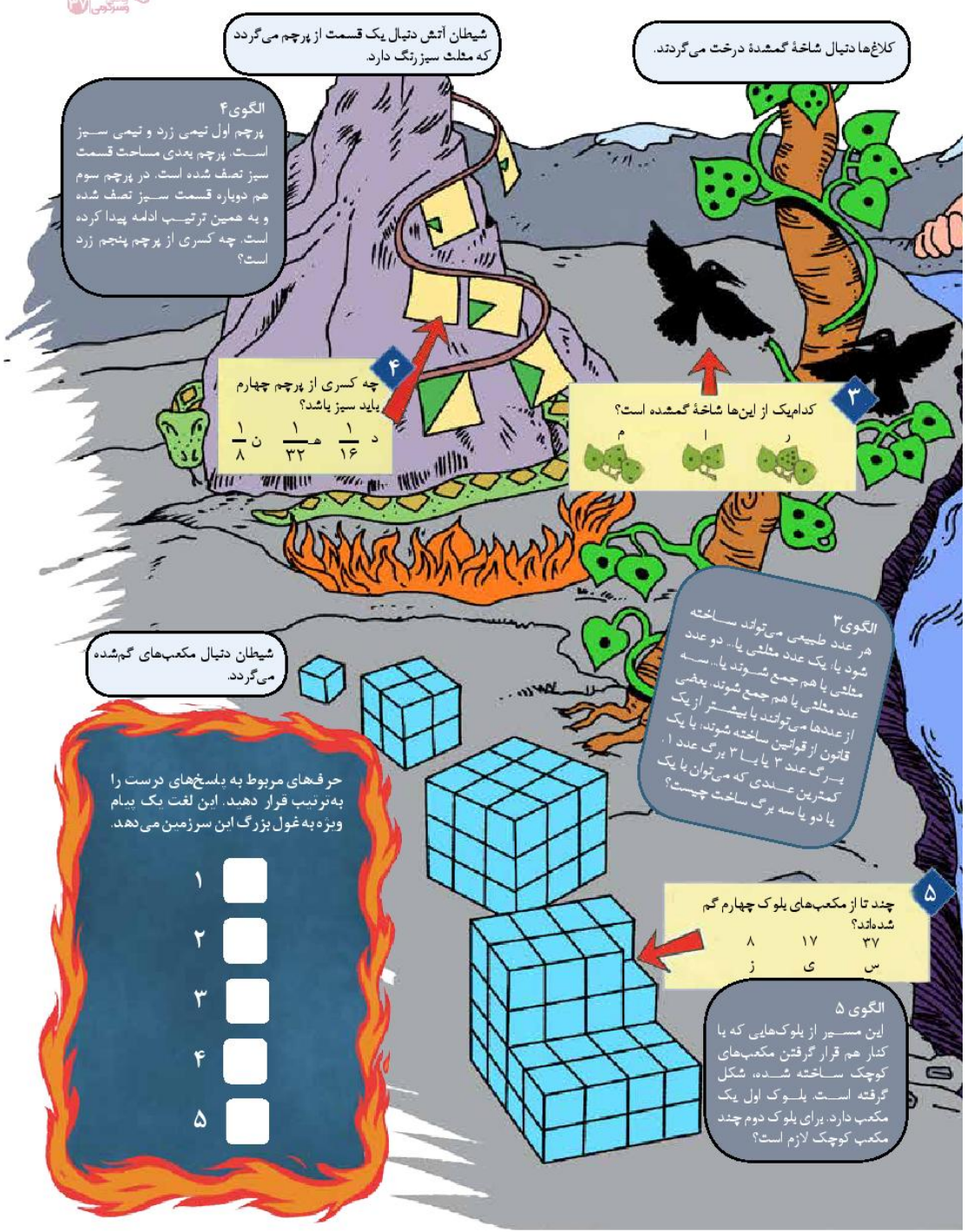
بلـــه! این یکی از معماهای جالب کتاب ریاضیات زنده بود که با آن آشنا شـــدید. این کتاب اثر نویسنده‌ای روسی به نام **یاکوو ایسیدوروویچ پرلمان** اســـت که مرحوم **پرویز شهریاری** زحمت ترجمهٔ آن را به فارســـی در سال ۱۳۷۴ کشیده است. این ترجمه از روی چاپ یازدهم کتاب اصلی که در سال ۱۹۷۸ میلادی به زبان روســـی منتشر شده، انجام گرفته است. از شما عزیزان می‌خواهم که این کتاب ارزشمند را بیابید و مطالعه کنید. در ضمن در مورد پرویز شهریاری، ریاضی‌دان و نویسندهٔ معاصر کشورمان هم تحقیق کنید. با امید اینکه از کتاب مزبور چیزهای زیادی یاد بگیرید، مطلب را به پایان می‌برم.

فرشتهٔ مهربان در سرزمین غول‌ها

برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را لمس کنید

خسرو داودی




کلاغ‌ها دنبال شاخهٔ گمشدهٔ درخت می‌گردند.
شیطان آتش دنبال یک قسمت از پرچم می‌گردد که مثلث سبز رنگ دارد.
الگوی ۴
پرچم اول نیمی زرد و نیمی سبز است. پرچم بعدی مساحت قسمت سبز نصف شده است. در پرچم سوم هم دوباره قسمت سبز نصف شده و به همین ترتیب ادامه پیدا کرده است. چه کسری از پرچم پنجم زرد است؟
۴
چه کسری از پرچم چهارم باید سبز باشد؟
د ۱/۱۶ هـ ۱/۳۲ ن ۱/۸
۳
کدام‌یک از این‌ها شاخهٔ گمشده است؟
ر ا م
الگوی ۳
هر عدد طبیعی می‌تواند ساخته شود یا یک عدد مثلثی یا... دو عدد مثلثی یا هم جمع شوند یا... سه عدد مثلثی یا هم جمع شوند. بعضی از عددها می‌توانند با بیشتر از یک قانون از قوانین ساخته شوند. با یک برگ عدد ۳ یا با ۳ برگ عدد ۱. کمترین عددی که می‌توان با یک یا دو یا سه برگ ساخت چیست؟
شیطان دنبال مکعب‌های گم‌شده می‌گردد.
حرف‌های مربوط به پاسخ‌های درست را به‌ترتیب قرار دهید. این لغت یک پیام ویژه به غول بزرگ این سرزمین می‌دهد.
۱
۲
۳
۴
۵
۵
چند تا از مکعب‌های پلوک چهارم گم شده‌اند؟
۳۷ ۱۷ ۸
س ی ز
الگوی ۵
این مسیر از پلوک‌هایی که با کنار هم قرار گرفتن مکعب‌های کوچک ساخته شده، شکل گرفته است. پلوک اول یک مکعب دارد. برای پلوک دوم چند مکعب کوچک لازم است؟

معرفی اپلیکیشن رسم نمودار

چارت میکر پرو

فاطمه درویشی

شما عزیزان حتماً می‌دانید که برای مقایسه و بررسی بهتر داده‌های آماری از نمودارها استفاده می‌کنند. نمودارها تصویرهایی هستند که اطلاعات موجود را به‌سرعت در معرض دید قرار می‌دهند. شنیده‌اید که می‌گویند: یک تصویر خوب ارزش هزار کلمه را دارد. بادیدن یک نمودار در یک نگاه می‌توان به بسیاری از ویژگی‌های مجموعه‌ای از اطلاعات پی برد. امروزه استفاده از نمودارها بسیار رایج است. نمودار یا منحنی، اطلاعات عددی و آماری را به صورت منظم نشان می‌دهد و ارتباط دو یا چند عامل را ترسیم می‌کند. در اینجا قصد داریم یک برنامهٔ تلفن همراه آسان و کارآمد را به شما معرفی کنیم تا بتوانید به‌سرعت داده‌های آماری خود را به نمودار مناسب تبدیل کنید. نام این برنامه «چارت میکر پرو» است. برای استفاده از این برنامه می‌توانید آن را از طریق رمزینهٔ مقابل دریافت کنید.

پس از نصب برنامه، شمایل روی گوشی شما ایجاد می‌شود که دروازهٔ ورود به این برنامه محسوب می‌شود. پس از ورود به برنامه، اولین صفحه‌ای که با آن روبه‌رو خواهیم شد، به صورت تصویر ۱ است:

تصویر ۱

• با (تلیک) کلیک روی یا می‌توانید وارد مرحلهٔ ساخت یک نمودار شوید.

• در این مرحله قلبی (کلاری) که در تصویر ۲ می‌بینید، ظاهر می‌شود که توسط آن می‌توانید نوع نمودار خود را انتخاب کنید.

تصویر ۲

• در تصویر ۲، در محلی که با «chart Title» مشخص شده است، می‌توانید یک عنوان برای نمودار خود انتخاب کنید.

Bar Chart (نمودار ستونی) این نمودار بهترین ابزار برای مقایسهٔ چند کمیت است. در این نمودار محور افقی نام داده‌ها و محور عمودی نشان‌دهندهٔ فراوانی داده‌هاست. پس از انتخاب این نمودار، تصویر ۳ ظاهر می‌شود.

ما عنوان نمودار را کلاس ریاضی انتخاب کردیم و سپس اطلاعات را در سطر و ستون جدول به منظور مقایسهٔ نمره‌های پنج دانش‌آموز در نیم‌سال اول و دوم وارد کردیم (مانند تصویر ۴).

تصویر ۳

تصویر ۴

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نمودار ستونی جدول را در انتهای صفحه به زیبایی رسم می‌کند.

• به منظور ملاحظهٔ بهتر می‌توانید روی گزینهٔ «Preview» در بالای صفحه تلیک کنید، مانند تصویر ۵:

با انتخاب می‌توانید نمودار را در جهت‌های متفاوت بچرخانید.

تصویر ۵

CHARTMAKER PRO

با انتخاب نمودار فوق را دانلود کنید.

• به منظور ایجاد تغییر در نمودار، مانند تغییر رنگ‌ها و نمایش یا عدم نمایش قسمت‌های متفاوت نمودار، می‌توانید از گزینهٔ «Style» در بالای صفحه استفاده کنید.

نکته: در اکثر نمودارها با انتخاب گزینهٔ Label Not Set از سربرگ «Style» می‌توانید عنوان دلخواه خود را برای محور yها (ستون مقادیر) مشخص کنید.

• برمی‌گردیم به بخش ساخت نمودار جدید و این بار با تلیک روی « » نمودار خطی را انتخاب می‌کنیم.

Line chart (نمودار خطی): اگر عددهایی دارید که طی زمان تغییر می‌کنند و می‌خواهید روند تغییرات آن‌ها را رسم کنید، بهترین گزینه نمودارهای خطی هستند. ما در این مثال نام نمودار را «تغییرات دما» گذاشته‌ایم و هدف مقایسهٔ دما در ماه‌های چهارفصل در دو سال ۱۳۹۹ و ۱۴۰۰ است؛ مانند آنچه در تصویر ۶ می‌بینید.

تصویر ۶

دقت کنید، در صورتی که بخواهید بیشترین و کمترین میزان را روی محور yها یا همان «محور مقادیر» مشخص کنید، می‌توانید وارد سربرگ style شوید و گزینه‌های Max Value و Min Value را انتخاب و مقادیر آن را مشخص کنید.

در صورتی که بخواهید روی نقاط مندرج در نمودار، مقدارهای عددی مربوط به آن‌ها مشخص شود، گزینهٔ Show DataLabels را از سربرگ Style زیر انتخاب کنید.

• برمی‌گردیم به بخش ساخت نمودار جدید و این بار نمودار دایره‌ای « » را انتخاب می‌کنیم.

Bar chart (نمودار دایره‌ای): از این نمودار برای مقایسهٔ سهم قسمتی از یک مقدار کلی (نشان دادن درصد از کل) استفاده می‌شود. نمودار دایره‌ای در یک نگاه امکان مقایسهٔ درصدهای متفاوت را برای مخاطب به وجود می‌آورد. ما در این مثال عنوان نمودار را «میزان محصول استان» گذاشتیم و هدف مقایسهٔ میزان انواع محصول‌هاست؛ مانند آنچه در تصویر ۷ می‌بینید.

تصویر ۷

دقت کنید، در صورتی که بخواهید درصدهای هر کدام از قسمت‌ها نمایش داده شوند، می‌توانید وارد سربرگ Style شوید و گزینهٔ شکل Show Data Labels را فعال کنید.

• پس از رسم نمودار، در هر مرحله با تلیک روی می‌توانید یک مرحله به عقب برگردید تا در نهایت به مرحلهٔ نمایش نمودارهایی که توسط شما رسم شده‌اند، وارد شوید؛ مانند تصویر ۸.

تصویر ۸

همان‌طور که در زیر نمودارها در بخش Hold the rose to remove, copy or export the chart ملاحظه می‌کنید، برای حذف یا رونوشت‌برداری از روی یک نمودار می‌توانید دست خود را روی نمودار مورد نظر نگه دارید تا کادر تصویر ۹ باز شود.

تصویر ۹

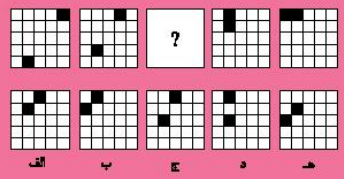
در صورتی که در تصویر ۹ گزینهٔ «Copy» را انتخاب کنید، یک رونوشت از نمودار تهیه می‌شود که می‌توانید وارد رونوشت نمودار شوید و تغییرات لازم را وارد کنید. با این کار لازم نیست در موارد مشابه رسم نمودار را از ابتدا انجام دهید.

لذت ریاضی

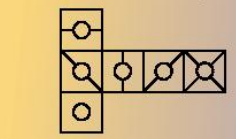
لیلا جلیلی

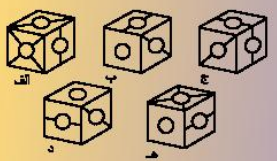
۱ مجموع سن افراد یک خانواده ۱۰۷ سال است.
مینا و علی در مجموع ۲۹ سال دارند؛
علی و بهرام در مجموع ۴۴ سال دارند؛
بهرام و محسن در مجموع ۵۷ سال دارند؛
محسن و جعفر در مجموع ۴۶ سال دارند.
هر کدام از اعضای این خانواده چند سال دارند؟

۲ به جای علامت سؤال کدام یک از شکل‌های زیر مناسب است؟



۳ اگر شکل را تا کنیم، کدام مکعب ساخته خواهد شد؟





۴ میوه فروشی متوجه شد در یک جعبهٔ گوجه‌فرنگی ۶۸ تا از آن‌ها خراب شده‌اند. اگر این تعداد ۱۶ درصد کل گوجه‌فرنگی‌ها باشد، در این جعبه چند گوجه‌فرنگی وجود دارد؟

برای مشاهدهٔ پاسخ رمزنامه را اسکن کنید.

کاغذوتا

پری‌حاجی‌خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

هرم‌های دوقلو

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را اسکن کنید.

در این دوره از مجله با استفاده از (کاغذ و تا) اریگامی می‌خواهیم طرح‌های کاشی‌کاری را بسازیم. در این شماره از هرم‌های مثلث‌القاعده برای کاشی‌کاری استفاده کردیم و این طرح برجستهٔ زیبا را به دست آوردیم. شما می‌توانید با سلیقهٔ خودتان این هرم‌ها را کنار یکدیگر بچینید. این طرح برای آینه‌کاری هم استفاده می‌شود. نمونه‌ای از آن را می‌توانید در آینه‌کاری‌های حرم امام رضا (ع) مشاهده کنید.

تفکر مربعی

برای دیدن پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

۱. امروز جمعه است.
علی در را برای دوستش **مهرداد** باز کرد.

۲. نگاه کن من از گردش دیروز موزه چی خریدم.

۳. وای!
این یک بستهٔ شطرنج است.

۴. این‌ها یک نمونه از هخامنشیان است که در شیراز کشف شده.

۵. خیلی دوست‌داشتنی است. بیا با هم بازی کنیم.

۶. علی و مهرداد شروع به چیدن مهره‌ها کردند.

۷. در این نمونه مهرهٔ قلعه شکل یک برج نیست، مثل یکی از سرستون‌های تخت‌جمشیداست.

۸. بازی شروع شد. علی به سرعت تصمیم گرفت، اما مهرداد برای حرکتش فکری کرد.

۹. زود باش مهرداد.
یک سال طولش دادی

۱۰. ساکت علی!
من باید تمرکز کنم.

۱۱. علی همان‌طور که منتظر بود، داشت به یک صفحهٔ شطرنج ۳×۳ فکر می‌کرد.

۱۲. چند تا مربع داره؟
۹ تا مربع کوچک،
۴ تا بزرگ‌تر که روی هم می‌افتند و یک مربع بزرگ دور تا دور

۱۳. علی نوبت توست.

۱۴. نیم‌ساعت بعد

۱۵. کیش و مات.
علی تو حواست نیست.

۱۶. درست می‌گی،
آفرین!

۱۷. کمی بعد...

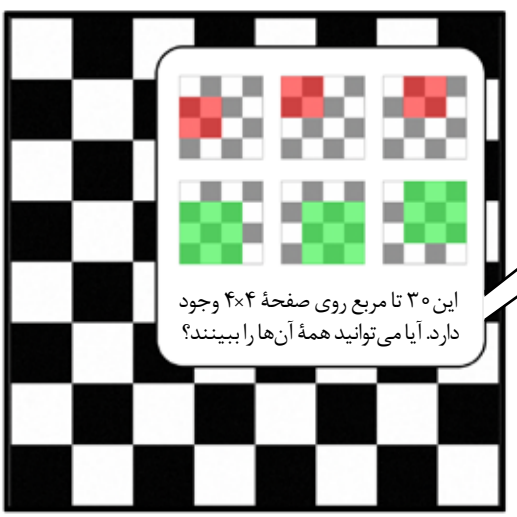
۱۸. مهرداد، چند تا مربع در صفحهٔ شطرنج وجود داره؟

۱۹. ۶۴ تا

۲۰. در مورد مربع‌هایی که روی هم می‌افتند چی؟

۲۱. علی فکرش را توضیح داد.

۲۲. روی یک صفحهٔ ۴×۴، دو اندازه مربع (۲×۲ و ۳×۳)که روی هم می‌افتند، دیده می‌شود که در چندین موقعیت قرار می‌گیرند و یک مربع بزرگ دور تا دور وجود دارد.



این ۳۰ تا مربع روی صفحهٔ ۴×۴ وجود دارد. آیا می‌توانید همهٔ آن‌ها را ببینند؟

۲۳. در صفحهٔ شطرنج ۸×۸ چند مربع وجود دارد؟