وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هفتم/شماره ۱۳۰

رشد برهان ۱ ریاضی

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول
ISSN: ۱۷۳۵-۴۹۴۳/پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
۴۰ صفحه/اردیبهشت ۱۴۰۱
۵۳۰۰۰ ریال/شمارهٔ هشت

۸

زنبورهای ردیاب

حسین نامی ساعی

شماری از زنبورهای عسل برای خوردن شیره‌های گل‌های داوودی، لاله و سوسن از کندوهایشان خارج و به سمت گل‌ها حرکت کردند.
یک پنجم زنبورها روی شاخهٔ گل داوودی نشستند، یک سوم بقیهٔ زنبورها روی شاخهٔ گل لاله نشستند و سه برابر تفاوت زنبورهای نشسته روی شاخهٔ گل لاله و گل‌های داوودی روی گل‌های سوسن نشستند و یک زنبور هم روی هیچ شاخه گلی ننشست و به کندو برگشت. تعداد کل زنبورها چقدر بوده است؟

برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را اسکن کنید.

بسم الله الرحمن الرحیم

اللّهم صل علی **محمد** و آل محمد و عجل فرجهم

رشد ریاضی ۱۳۹

۸

خداوند روزه را واجب کرد تا به وسیلهٔ آن اخلاص خلق را بیازماید.
امام علی علیه‌السلام «نهج البلاغه، حکمت ۲۵۲»

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی WWW.ROSHDMAG.IR
دوره بیست و هفتم/ شمارهٔ پی در پی ۱۳۰ / اردیبهشت ۱۴۰۱
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
شاپا: ۱۷۳۵-۰۹۶۳ / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN:1735-0963
۴۰ صفحه / ۵۳۰۰۰ ریال

مدیرمسئول: محمدصالح مدنی/ **سردبیر:** حسین نامی ساعی/ **مدیرداخلی:** یزی حاجی‌خانی
هیئت‌محرریه: حمیدرضا امیری، بهنام آبنی پور، خسرو داودی، رضا حیدری فزلجه، محمدرضا سیدصالحی، عباس قلعه‌پورافدم، داود معصومی مهوار، محمود نصیری/ **ویراستار:** بهروز رستمانی
مدیرهنری: کوروش پارسانژاد/ **طراح گرافیک:** حسین یورتاشی
تصویرگران: سیامک سلطانی، حسین یورتاشی

مناسبت‌های اردیبهشت ۱۴۰۱: ◀ **اول:** ضربت خوردن حضرت علی(ع)، روز بزرگداشت سعدی ◀ **دوم:** دومین شب قدر، سالروز تأسیس سپاه پاسداران انقلاب اسلامی ◀ **سوم:** شهادت حضرت امیرالمؤمنین علی (ع) ◀ **چهارم:** سومین شب قدر ◀ **پنجم:** روز جهانی قدس ◀ **دهم:** روز ملی خلیج فارس ◀ **یازدهم:** روز جهانی کارو کارگر ◀ **دوازدهم:** عید سعید فطر، شهادت استاد مرتضی مطهری، روز معلم ◀ **بیست‌وپنجم:** روز بزرگداشت فردوسی و پاسداشت زبان فارسی ◀ **بیست‌وهشتم:** بزرگداشت حکیم عمر خیام، روز ریاضیات

سخن سردبیر

ریاضی‌دان شک نمی‌کند؛ یقین دارد!/ حسین نامی ساعی/ ۲

ریاضی و مدرسه

تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی/ محمود نصیری/ ۳
چطور رسم کنیم؟ راه‌های رسیدن به ذوزنقه/ جلال سرحدی، فاطمه معین‌الدینی، حسین کریمی/ ۶
ماجراهای کلاس ریاضی؛ حرف درست را از فرض درست بشنوید/ داود معصومی مهوار/ ۸

گزارش

بازی‌های هدفمند، تفریح‌های راهگشا/ گزارشی از کارسوق ریاضی دبیرستان شیخ انصاری دزفول/ محمدحسین دیزجی/ ۱۰

ریاضی و کاربرد

بیایید کمی فکر کنیم؛ سال نوری واحد زمان نیست!/ خسرو داودی/ ۱۲
بی‌وزنی یا احساس بی‌وزنی/ روح‌الله خلیلی بروجنی/ ۱۴
به یک شرط یک ریال بده یک میلیون بگیر (قسمت دوم)/ عباس قلعه‌پورافدم/ ۱۶
یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است! (قسمت هشتم)/ شراره نقی دستجردی، محسن رحیمی پیرانفر/ ۱۸
لطفاً با ریاضیات وارد اینترنت شوید!/ زهرا جواهری پور/ ۲۲
رسوب در کانال گشاورزی/ قاسم حسین قنبری/ ۲۳
شاخه‌های ریاضیات، مبناهای اعداد/ جعفر ربّانی/ ۲۴
منطق ستودنی/ افشین خاصه‌خان/ ۲۸
غلط‌های درست‌نما/ حسین نامی ساعی/ ۳۰

گفت‌وگو

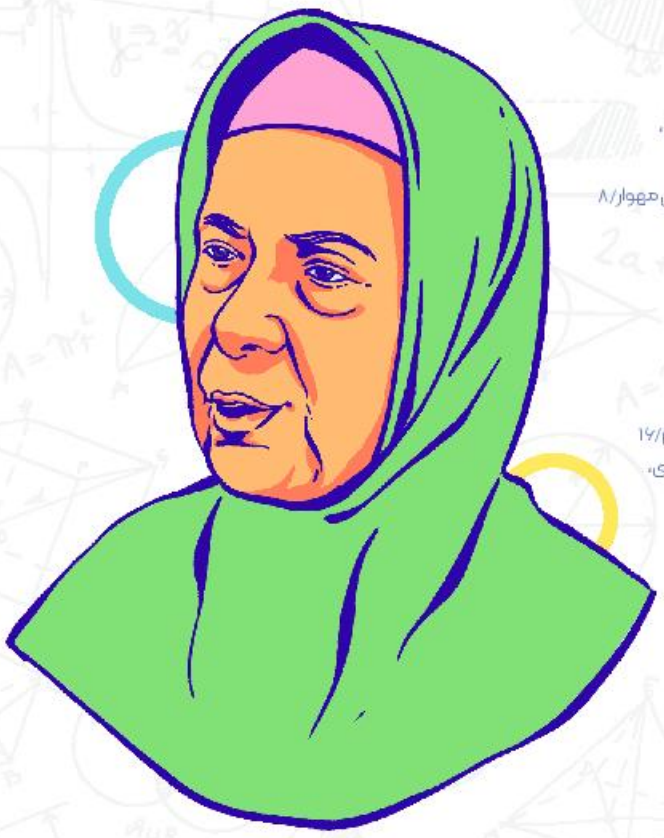
اوج لذت از باور توانایی/ مهدیه مسیبی/ ۲۶
مخاطبان دیروز و امروز برهان/ امیر باقری‌افدم/ ۳۱

ریاضی و تاریخ

ماه‌بانو تاتا، مادر آمار ایران/ رضا حیدری فزلجه/ ۲۰

ریاضی و سرگرمی

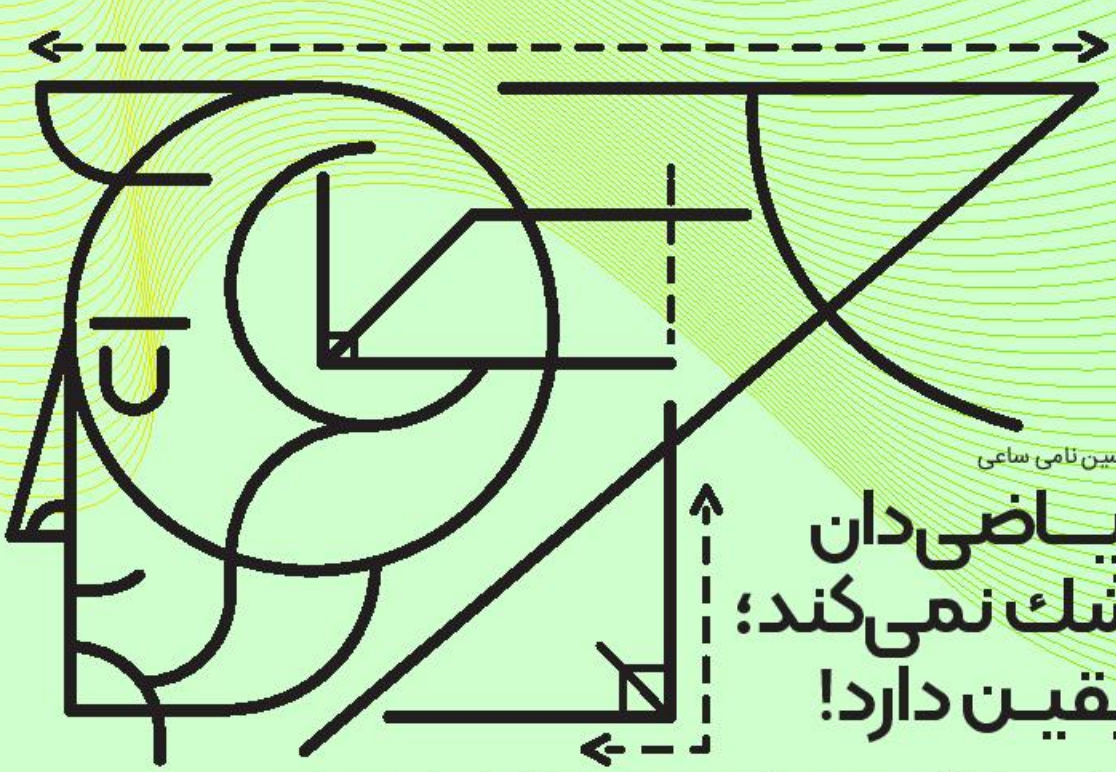
جای اشیا را پیدا کن!/ عباس قلعه‌پورافدم/ ۳۴
هر کس چه‌کاره است؟/ خسرو داودی/ ۳۶
ریاضی و نرم‌افزار ماشین‌حساب سه‌بعدی جئوجبرا/ فاطمه درویشی/ ۳۸
ریاضی و مسئله لذت ریاضی/ لیلا جلیلی/ ۴۰



ماه‌بانو تاتا در ۶ اردیبهشت ۱۳۲۱ خورشیدی، در مومبایی هندوستان، در یک خانوادهٔ سنتی و فرهنگی زاده شد و دوران کودکی تا جوانی خود را در شهر مومبایی سپری کرد...

صفحهٔ ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مقاله‌ها ضرورتاً مبین نظر دفتر انتشارات و فناوری آموزشی نیست و مسئولیت پاسخگویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. **اهداف:** گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی/ توسعهٔ تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها/ توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری/ تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. **ارتباط با مرکز بررسی آثار:** خوانندگان رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: تهران، صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۴۵۶۷ تلفن: ۸۸۳۰۵۷۷۲-۰۲۱ / **نشانی:** تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ **تلفن:** ۸۸۳۱۱۶۱-۹-۰۲۱ **داخلی** ۵۰۱ / **نمابر:** ۸۸۴۹۰۳۱۶-۰۲۱ / **صندوق پستی:** ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶ / **تلفن پیامگیر نشریات رشد:** ۸۸۳۰۱۴۸۲-۰۲۱ / **صندوق پستی امور مشترکین:** ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / **تلفن امور مشترکین:** ۰۲۱-۷۷۶۳۳۲۰۸/ **وب‌گاه:** www.roshdmag.ir/ **رایانامه:** borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir / **وبلاگ اختصاصی مجله:** weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee/ **چاپ و توزیع:** شرکت افست



حسین نامی ساعی

ریاضی‌دان شک نمی‌کند؛ یقین دارد!

بهار طبیعت، بهار قرآن و عید سعید فطر و روز معلم مبارک.

در هفت شماره قبلی به نقش ریاضی در علوم، به‌خصوص علوم مهندسی پرداختیم و حالا امروز می‌خواهیم کمی دربارهٔ علم و توسعهٔ علم و ریاضیات و نقش و ارتباط آن با دانش بشری صحبت کنیم. اکنون، در ماه اردیبهشت، به دنیای اطرافم نگاه می‌کنم. علم و فناوری همهٔ دنیا را فراگرفته و انسان‌ها غرق در آن هستند. انسان‌ها در این عصر انسان‌های پیشرفته‌ای هستند؛ اکثراً به علوم و فنون و استفاده از فناوری‌های جدید واقف‌اند در حد عالی می‌نویسند و مطالعات پیچیده می‌کنند. به علم و اطلاعات دسترسی سریع و آسان دارند و به راحتی می‌توانند اطلاعات و معلومات را به دیگران انتقال دهند. در عصری زندگی می‌کنیم که تحولات بزرگی در علوم، صنعت، پزشکی، تجارت، اقتصاد، کشاورزی و ریاضی اتفاق افتاده، هر علم به شاخه‌های متفاوتی تقسیم شده و همه چیز در دست تحول است؛ و البته که تعقل و تفکر مبدأ همهٔ این تحولات است. انسان تنها موجودی است که به تکلم، تفکر، استدلال و آوردن منطق قادر است و حس جست‌وجوگری دارد. این سرآغاز همه چیز است. تکامل علم و توسعهٔ بشری نیز همه از مشاهده، کنجکاوی، پرسشگری، فرضیه‌سازی و رد و قبول فرضیه‌ها توسط دانشمندان به‌دست آمده است. کشفیات جدید با به‌کارگیری روش‌های منسجم، و قانونمند و منطقی برای یافتن کارکرد جهان هستی و شناخت قوانین و دانش حاکم بر آن کشفیات حاصل شده‌اند و در نتیجهٔ آن، جهان در مسیر توسعه، شتاب بیشتری گرفته است.

آموختن، تجربه‌کردن، آگاهی‌یافتن از پدیده‌ها، همه و همه با هم جمع شده‌اند تا اینکه اکنون دنیایی از علوم ما را در محاصرهٔ خود گرفته است. حتی خود علوم هم توسعه یافته‌اند و به شاخه‌های گوناگونی تقسیم شده‌اند. علوم ریاضی یکی از آن‌هاست. علم ریاضی با شمردن، محاسبه و اندازه‌گیری، مطالعهٔ شکل‌ها و حرکت‌های فیزیکی اشیا و اعداد، حساب، جبر و هندسه شروع شد و با پذیرفتن اصول منطقی و بدیهی و استفاده از استقراء، استنتاج، منطق و نتیجه‌گیری از قضایای دیگر توسط ریاضی‌دانان گسترش یافت. ریاضی‌دانان با حدس‌های جدید و تشخیص درستی و نادرستی آن‌ها با اثبات‌های ریاضی، الگوها و فرمول‌های جدیدی ساختند. آن‌ها با ساختارهای ریاضی، مدل‌های خوبی از پدیده‌های جهان واقعی تشکیل دادند و با استدلال‌های ریاضی، پیش‌بینی‌هایی برای طبیعت ارائه کردند و به این شکل ریاضیات را تا کاربرد توسعه دادند. البته ریاضیات کاربردی از زمانی که انسان نوشتن را آموخت، به‌عنوان فعالیتی بشری وجود داشته است. در عصر حاضر ریاضیات به شاخه‌های متفاوتی تقسیم شده که مهم‌ترین آن‌ها «ریاضیات محض و کاربردی» است. کار ریاضیات محض مطالعه و بررسی اصول حاکم بر ریاضیات، با توجه به ارزش ذاتی آن‌هاست؛ بدون اندیشیدن دربارهٔ کاربرد و فایدهٔ آن‌ها. و کار ریاضیات کاربردی مطالعهٔ کاربردهای ریاضیات در حوزه‌های متفاوت است. سؤال این است که چرا بعضی از علوم، مانند ریاضی، نقش مهمی در پیشرفت علم دارند؟ پاسخ این سؤال را به نظرات دانشمندان بزرگ معاصر و گذشتهٔ ریاضی می‌سپاریم که می‌خوانیم:

در سال ۱۹۶۳، ۷۵ ریاضی‌دان بزرگ در بیانیه‌ای مشترک اعلام کردند که:

«دانستن ریاضیات برای همه لازم است و هدف آن آمادگی شهروندان برای زندگی بهتر در دنیای صنعت و فناوری است؛ مسلم است، کسی که ریاضیات می‌داند طبیعت و علوم کاربردی را بهتر می‌شناسد، بر اقتصاد مسلط است، اهل استدلال و منطق است، توانایی الگوسازی و حل مسئله دارد و حتی با اخلاق و مهارت‌های اجتماعی بیگانه نیست و ...» و اعتقاد دانشمندان و ریاضی‌دانان پیشین چنین است:

گاوس: ریاضیات مادر علوم و حساب مادر ریاضیات است.

خیام: جبرها حقایق هندسی هستند که اثبات می‌شوند.

اینشتین: ما در فیزیک، تا زمانی که اثبات‌های ریاضی هستند، چیزی را آزمایش نخواهیم کرد.

گالیله: قوانین طبیعت به زبان ریاضیات نوشته شده‌اند.

لئوناردو داوینچی: هیچ دانشی را نمی‌توان واقعی دانست، مگر اینکه به صورت ریاضی نوشته شود.

لاپلاس: تمام آثار طبیعت نتایج ریاضی چندقانون تفسیرناپذیرند.

گالیله: در ریاضیات آنچه اهمیت دارد، فکر کردن است! ریاضیات الفبایی است که خداوند، جهان را بر مبنای آن خلق کرد.

افلاطون: ریاضیات روح را صفا می‌بخشد و ذهن را برای درک حقیقت آماده می‌کند. غفلت از ریاضیات به تمام علوم و دانش‌ها لطمه می‌زند.

پیروز و موفق باشید.

محمود نصیری

تفکر هندسی و مفهوم‌های هندسی

عکس قضیه‌ها، اثبات به روش تناقض
اثبات خط‌های موازی و عمود بر هم

در زندگی روزمره و بیشتر در ریاضی، با جمله‌هایی سروکار داریم که با «اگر» و «آنگاه» همراه هستند: «اگر امروز زنگ ورزش داشته باشم، آنگاه فوتبال بازی می‌کنیم» در واقع زنگ ورزش داشتن، شرطی برای فوتبال‌بازی کردن است. ریاضی پر از چنین جمله‌هایی است: اگر دو عدد ۳ و ۵ را با هم جمع کنیم، آنگاه حاصل آن‌ها برابر ۸ می‌شود. در قسمت‌های قبلی بدون آنکه نامی برده شود، چنین جمله‌هایی را مرتباً به کار برده‌ایم:

● خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر این دو خط موازی باشند، آن‌گاه زاویه‌های متقابل هم‌نهشت‌اند.

تمام این جمله‌ها از دو قسمت اصلی تشکیل شده‌اند: قسمت اول با **اگر** شروع می‌شود و شرط‌هایی را بیان می‌کند و قسمت دوم با **آنگاه** شروع می‌شود و یک نتیجه‌گیری را بیان می‌کند. در موردهایی که این نتیجه‌گیری را بدون اثبات می‌پذیریم، آن را «اصل» می‌نامیم و در موردهایی که این نتیجه‌گیری را باید ثابت کنیم، آن را قضیه می‌نامیم. این‌گونه جمله‌ها یا گزاره‌ها را جمله‌ها یا **گزاره‌های شرطی** می‌نامند؛ مانند «اصل زاویه‌های متقابل» و «قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی».

در قضیه‌ها، قسمت اول را که با اگر شروع می‌شود، **فرض** می‌نامیم و قسمت دوم را که باید ثابت کنیم، **حکم** یا **نتیجه** می‌نامیم. در قضیه‌های زاویه‌های متبادل داخلی یا زاویه‌های متناظر، جملهٔ «اگر دو خط موازی باشند» فرض و جملهٔ آنگاه «دو زاویه متبادل داخلی هم‌نهشت‌اند» یا «دو زاویهٔ متناظر هم‌نهشت‌اند» حکم یا نتیجه نام دارد.

البته در موردهایی ممکن است جمله‌های اضافی نیز مطرح کنیم که در واقع مکمل اطلاعات این جمله‌ها هستند.

مثلاً در شماره‌های آینده نشان خواهیم داد «در هر مثلث، اگر سه ارتفاع را رسم کنید، آنگاه خط‌های شامل آن‌ها در یک نقطه متقاطع‌اند.» در اینجا، عبارت «در هر مثلث» این اطلاع را به ما می‌دهد که ما کلاً یک ویژگی شکلی به نام مثلث را داریم بیان می‌کنیم. همچنین، «اگر سه ارتفاع را رسم کنید»، فرض و آن‌گاه «خط‌های شامل آن‌ها در یک نقطه متقاطع هستند»، حکم یا نتیجه نامیده می‌شود.

تمام این نوع گزاره‌ها که شامل «اگر» و «آنگاه» هستند، گزاره‌های شرطی نامیده می‌شوند. حال اگر جای این فرض و حکم را عوض کنیم، اگر را برای حکم و آن‌گاه را برای فرض به کار ببریم، گزارهٔ حاصل را عکس گزاره یا قضیهٔ قبلی می‌نامیم. مثلاً: «اگر حاصل‌جمع دو عدد برابر ۸ باشد، آنگاه آن دو عدد ۳ و ۵ هستند.» یا «خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متبادل داخلی هم‌نهشت باشند، آنگاه این دو خط موازی‌اند.»

این عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی است. وقتی عکس یک گزاره یا قضیه را می‌نویسیم، با گزاره‌ای روبه‌رو می‌شویم که ممکن است درست باشد یا درست نباشد. گزارهٔ «اگر حاصل‌جمع دو عدد برابر ۸ باشد، آن‌گاه آن دو عدد فقط ۳ و ۵ هستند»، نادرست است. زیرا ممکن است آن دو عدد ۱ و ۷ یا هر دو عدد دیگری باشند که جمع آن‌ها ۸ شود. اما قضیه‌های زیادی داریم که عکس آن‌ها نیز درست هستند. عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی بسیار مهم است، زیرا کاربرد زیادی در اثبات قضیه‌های دیگر دارد. حتی عکس اصل زاویه‌های متقابل را می‌توانیم بیان و ثابت کنیم. یعنی می‌توانیم عکس اصل زاویه‌های متقابل را به‌صورت یک قضیه بیان و ثابت کنیم. ابتدا این عکس‌ها را بیان و سپس اثبات‌های آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

۱. عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی: خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متبادل داخلی هم‌نهشت باشند، آن‌گاه دو خط موازی‌اند. یعنی در شکل ۱، اگر: $\angle 6 \cong \angle 4$، آن‌گاه $m \parallel n$.

۲. عکس اصل زاویه‌های متقابل: خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متقابل مکمل باشند، آن‌گاه این دو خط موازی‌اند. یعنی در شکل ۱، اگر $m\angle 6 + m\angle 3 = 180^\circ$، آن‌گاه $m \parallel n$.

شکل ۱

۳. عکس قضیهٔ زاویه‌های متناظر: خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متناظر هم‌نهشت باشند، آنگاه دو خط موازی‌اند. یعنی در شکل ۱، اگر: $\angle 6 \cong \angle 2$، آن‌گاه $m \parallel n$.

۴. عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل خارجی: خطی دو خط متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متبادل خارجی هم‌نهشت باشند، آن‌گاه دو خط موازی‌اند. یعنی در شکل ۱، اگر: $\angle 7 \cong \angle 1$، آنگاه $m \parallel n$.

در تمام این قضیه‌ها در مورد زاویه‌های هم‌نهشت فقط دو مورد را بیان کرده‌ایم. واضح است که اگر هر دو مورد نظیر دیگر را نیز بنویسیم، اثبات تفاوتی ندارد. مثلاً می‌توانیم در قضیه به جای $\angle 6 \cong \angle 4$ بنویسیم: $\angle 5 \cong \angle 3$ و تفاوتی ندارد. بقیه نیز به همین ترتیب هستند.

و اما اثبات‌ها!

در ریاضی گاهی مسئله‌ها یا قضیه‌هایی وجود دارند که اثبات آن‌ها چالش اصلی است. یعنی گروهی از قضیه‌ها یا مسئله‌های دیگری هستند که اگر این قضیهٔ چالش‌دار ثابت شود، اثبات آن‌ها به‌سادگی انجام می‌شود. در واقع این قضیهٔ اصلی‌تر کلید اثبات‌های دیگر می‌شود. در سال‌های بعد با چنین قضیه‌هایی آشنا خواهید شد. مثلاً یکی از معروف‌ترین این قضیه‌ها در هندسه، «قضیهٔ فیثاغورس» است. تعداد قضیه‌ها یا مسئله‌هایی که به کمک قضیه فیثاغورس ثابت می‌شوند، از شمار خارج است.

همچنین، در چهار قضیهٔ قبل هر کدام که ثابت شود، سه تای دیگر به‌سادگی ثابت خواهند شد. مثلاً فرض کنیم قضیهٔ ۱، یعنی عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی را ثابت کرده‌ایم به‌سادگی سه قضیهٔ دیگر را به آن تبدیل می‌کنیم و در نتیجه ثابت می‌شوند. در ادامه آن‌ها را مشاهده می‌کنید.

اثبات ۲. $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$ و $m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$ چرا؟

در نتیجه: $m\angle 6 = m\angle 4$. اکنون بنا بر قضیهٔ ۱ داریم: $m \parallel n$.

اثبات ۳. $\angle 6 \cong \angle 2$، اما $\angle 4 \cong \angle 2$ چرا؟

در نتیجه: $\angle 6 \cong \angle 4$، پس بنابر قضیهٔ ۱ داریم: $m \parallel n$.

شکل ۲

اثبات ۴. $\angle 7 \cong \angle 1$ اما $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 5 \cong \angle 7$ در نتیجه $\angle 5 \cong \angle 3$، پس بنا بر قضیهٔ (۱) $m \parallel n$.

مشاهده می‌کنیم که اگر هر کدام از قضیه‌های بالا قبلاً ثابت شده باشند، اثبات سه تای دیگر کاری ساده است. اما آن یکی را چگونه ثابت کنیم؟

در بعضی از کتاب‌های درسی در پایه‌های پایین‌تر، یکی از این چهار قضیه را به عنوان اصل می‌پذیرند و بقیه را ثابت می‌کنند.

اما ما نمی‌خواهیم این کار را انجام دهیم و بنا داریم یکی از این چهار قضیه، مثلاً قضیهٔ ۱ را ثابت کنیم. برای این کار هم دو دلیل داریم: اول اینکه وقتی می‌توانیم چنین اثباتی را در این مقطع بیان کنیم، پس بهتر است که این کار انجام شود. اما دلیل دوم مهم‌تر است، زیرا با یک روش اثبات جدید آشنا می‌شویم. این روش را در عنوان مقاله هم بیان کرده‌ایم؛ بله «روش تناقض» که به آن روش «برهان خلف» نیز گفته می‌شود. روش تولمندی که نه‌تنها در ریاضی، بلکه حتی در استدلال‌های روزمرهٔ ما نیز می‌تواند مطرح باشد. پس به آن خوب توجه کنید.

در قسمت‌های قبلی توضیح دادیم:

گزاره جمله‌ای است که یا درست است یا نادرست و نمی‌تواند هر دو باشد.

بنابراین اگر جمله‌ای داشته باشیم که در یک دستگاه معین، هم درست باشد و هم نادرست، گوییم این یک تناقض است. مثلاً در ساعت ۹ صبح شما نمی‌توانید هم در خانه باشید و هم در مدرسه. اگر کسی چنین ادعایی بکند، می‌گوییم این یک تناقض است. از تناقض گاهی در رد یا اثبات جرمی استفاده می‌شود. ممکن است فردی را متهم کنند که در ساعت معینی شما در چنین محلی این خلاف را انجام داده‌اید. اگر شما بتوانید ثابت کنید که در همین ساعت در محل دیگری بوده‌اید، آنگاه از این خلاف مبرا هستید. زیرا در این ساعت معین شما نمی‌توانید در هر دو مکان باشید و این یک تناقض است.

اثبات به کمک تناقض را اثبات غیرمستقیم یا اثبات به برهان خلف نیز می‌نامند. برای روشن‌شدن اثبات غیرمستقیم فعالیت زیر را انجام می‌دهیم:

فعالیت: یک مربع ۴×۴ مطابق شکل ۳ داریم که ۱۶ مربع یا خانه دارد. تعدادی از این مربع‌ها را با عددهایی پر کرده‌ایم. مربع‌ها یا خانه‌های خالی را با عددهای ۴،۳،۲،۱ چنان پر کنید که در هر سطر و هر ستون هیچ دو عدد تکراری نداشته باشیم.

z	x	y	۳
	۱		
۲		۱	
	۴		

شکل ۳

یک خانه را X می‌نامیم. فکر می‌کنید X باید چه عددی باشد؟

X نمی‌تواند ۳ باشد، زیرا اگر ۳ باشد، در یک سطر دو عدد مثل هم داریم و یک تناقض رخ می‌دهد. X برابر ۱ و ۴ نیز نمی‌تواند باشد، زیرا در یک ستون دو عدد مساوی داریم و متناقض فرض مسئله است که در هر سطر و هر ستون یک عدد دو بار تکرار نشود. بنابراین X فقط می‌تواند ۲ باشد. به همین روش می‌توانیم تمام خانه‌های جدول را با عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ پر کنیم. در واقع، این یک اثبات غیرمستقیم و یا اثبات به وسیلهٔ تناقض است. $x = ۱,۳,۴$ به یک تناقض با فرض مسئله منجر می‌شود. پس فقط حالت $x = ۲$ می‌تواند پاسخ صحیح مسئله باشد. y هم باید ۴ باشد. چرا؟ و بالاخره داریم: $z = ۱$. بقیه را به همین ترتیب پر کنید.

در حل این مسئله شما باید بتوانید سه عدد از چهار عدد مفروض را حذف کنید و این حذف در صورت متناقض بودن با فرض مسئله انجام می‌گیرد. در نتیجه عدد چهارم عددی است که در خانهٔ مفروض قرار می‌گیرد. در واقع به طور غیرمستقیم عدد خانهٔ موردنظر را پیدا می‌کنید. این نوع استدلال «استدلال غیرمستقیم» نام دارد. در اثبات غیرمستقیم همهٔ امکان‌های مسئله در نظر گرفته می‌شوند و سپس همهٔ آن‌هایی را که تناقض ایجاد می‌کنند، حذف می‌کنیم. در نتیجه بقیهٔ امکان‌ها می‌توانند درست باشند.

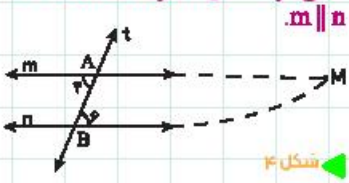
اثبات دارای استدلال غیرمستقیم، «اثبات غیرمستقیم» نام دارد. علاوه بر آنچه در بالا در مورد اثبات غیرمستقیم انجام دادیم، معمولاً اثبات غیرمستقیم به‌صورت زیر به کار برده می‌شود: فرض کنیم R گزاره‌ای باشد که می‌خواهیم درستی آن را ثابت کنیم.

فرض می‌کنیم R نادرست باشد. سپس با به کار بردن یک سلسله استدلال‌ها نشان می‌دهیم، نادرستی نتیجه‌ای که به دست آمده، برای ما کاملاً مشخص است. مثلاً نتیجه $۱ = ۰$ شده است، و یا به‌طور کلی با اصل‌ها و قضیه‌هایی که درستی آن‌ها را می‌دانیم در تضاد و با آن‌ها متناقض است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که نادرست در نظر گرفتن R درست نبوده است. پس خود R باید درست باشد؛ یعنی خود فرض ما درست بوده است.

در واقع از این حقیقت استفاده کرده‌ایم که گزارهٔ R دو حالت بیشتر ندارد: یا درست است یا نادرست است. اگر نادرست در نظر گرفتن R ما را به یک نتیجهٔ نادرست یا یک تناقض برساند، پس خود R درست بوده است. به همین دلیل اثبات غیرمستقیم را اثبات به وسیلهٔ تناقض یا برهان خلف نیز می‌نامند.

اکنون نشان خواهیم داد که چگونه می‌توانیم عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی را به کمک اثبات غیرمستقیم ثابت کنیم.

عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی: خطی دو خط موازی متمایز را قطع کرده است. اگر دو زاویهٔ متبادل داخلی هم‌نهشت باشند، آنگاه دو خط موازی‌اند. یعنی در شکل ۴ اگر: $\angle ۶ \cong \angle ۴$ آنگاه: $m \parallel n$.



شکل ۴

اثبات: اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف را به کار می‌بریم.

فرض کنیم m موازی n نباشد، یعنی: $m \not\parallel n$ و t دو خط m و n را قطع کرده باشد. در نتیجه دو خط m و n یکدیگر را در یک طرف خط t قطع می‌کنند. نقطهٔ تقاطع را M می‌نامیم. اکنون در مثلث ABM، زاویهٔ ۴ یک زاویهٔ بیرونی نظیر رأس A است و زاویهٔ ۶ یک زاویهٔ داخلی غیرمجاور آن است. بنا بر قضیهٔ زاویهٔ بیرونی که اندازهٔ هر زاویهٔ بیرونی از اندازهٔ هر زاویهٔ درونی غیرمجاور آن بزرگ‌تر است، نتیجه می‌گیریم که: $\angle ۶ > \angle ۴$.

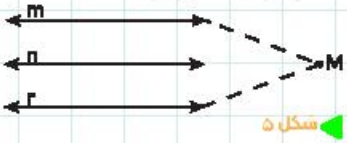
اما این متناقض با فرض قضیه است که: $\angle ۶ \cong \angle ۴$. یعنی به یک تناقض می‌رسیم. بنابراین نتیجه می‌گیریم که فرض موازی نبودن m و n نادرست بوده است. در نتیجه باید m موازی n باشد. یعنی ثابت کردیم که: $m \parallel n$.

برای آنکه قدرت اثبات غیرمستقیم را بهتر بشناسیم، قضیهٔ مهم دیگری را در خط‌های دو به دو موازی بیان و ثابت می‌کنیم.

قضیه: در یک صفحه، دو خط موازی با یک خط، خودشان موازی‌اند.

یعنی اگر: $n \parallel m$ و $r \parallel n$، آن‌گاه: $m \parallel r$.

اثبات آن ساده است. در شکل ۵ اگر m و r موازی نباشند (فرض خلف)، پس یکدیگر را در نقطه‌ای مانند m قطع می‌کنند. در این صورت از نقطهٔ M دو خط به موازات خط n رسم شده است که خلاف اصل توازی است. پس m با n نمی‌تواند متقاطع باشد و در نتیجه موازی‌اند.

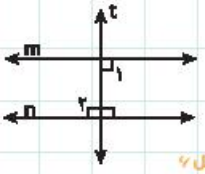


شکل ۵

موازی‌ها و عمودها

در مورد موازی‌ها چندین قضیه و عکس‌های آن‌ها را مشاهده کردید. همچنین در بخش‌های قبلی دو خط عمود بر هم را تعریف کردیم و نشان دادیم که از یک نقطه روی یک خط، یک و فقط یک خط می‌توانیم بر آن خط عمود رسم کنیم. اکنون در این قسمت ارتباط بین خط‌های موازی و عمود را نشان خواهیم داد و قضیهٔ مهمی را که حالت کلی‌تر رسم عمود بر یک خط است، ثابت می‌کنیم.

قضیه: در یک صفحه، دو خط عمود بر یک خط موازی‌اند. یعنی اگر: $t \perp m$ و $t \perp n$، آن‌گاه: $m \parallel n$.



شکل ۶

در شکل ۶، بنابر عکس قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی واضح است که: $t \perp m$ و $t \perp n$. در نتیجه: $m\angle ۲ = m\angle ۱ = ۹۰^\circ$. پس $m \parallel n$. از عکس قضیه‌های زاویه‌های متناظر و متقابل نیز می‌توانید استفاده کنید. این قضیه در اثبات موازی بودن خط‌ها کاربرد دارد. قضیهٔ بعدی شرطی را برای عمود بودن دو خط بیان می‌کند:

قضیه: در یک صفحه، اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است. یعنی اگر: $n \parallel m$ و $t \perp m$، آن‌گاه: $t \perp n$.

شکل ۷

اثبات به کمک قضیهٔ زاویه‌های متبادل داخلی ساده است: $m \parallel n$، در نتیجه: $m\angle ۲ = m\angle ۱$. اما $m\angle ۱ = ۹۰^\circ$، پس: $m\angle ۲ = ۹۰^\circ$. یعنی: $t \perp n$.

چطور رسم کنیم؟

جلال سرحدی، فاطمه معین‌الدینی، حسین کریمی

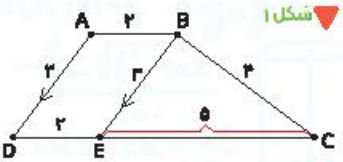
راه‌های رسیدن به ذوزنقه

بالاخره رسیدیم به هشتمین قسمت «چطور رسم کنیم؟». آنچه که در هفت شمارهٔ قبل تقدیمتان شد، سلسله‌مسائلی بودند در باب چگونگی رسم مثلث، مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع. در این شماره هم به رسم ذوزنقه با در دست داشتن اطلاعاتی در مورد هر یک از شکل‌های آن می‌پردازیم. یکی از مهم‌ترین مطالبی که جایشان در کتاب‌های درسی خالی است، چگونگی رسم شکل‌هاست. در اینجا سعی کرده‌ایم در حد توان خودمان و در حد امکانات مجله، در راستای مطالب مندرج در کتاب‌های درسی، به این نیاز پاسخ دهیم. امیدواریم که توانسته باشیم در این راستا کمکی کرده باشیم.

۱ ذوزنقه‌ای رسم کنید که اندازهٔ دو قاعدهٔ آن ۲ و ۷ و اندازهٔ دو ساق آن ۳ و ۴ باشد.

حل: با توجه به شکل ۱، ابتدا مثلث BCE به اضلاع ۳، ۴ و ۵ را رسم می‌کنیم. سپس CE را به اندازهٔ ۲cm امتداد می‌دهیم تا به نقطهٔ D برسیم. از B به موازات CD خطی می‌کشیم و ۲cm روی آن جدا می‌کنیم تا به نقطهٔ A برسیم. ذوزنقهٔ ABCD همان خواستهٔ مسئله است.

شکل ۱

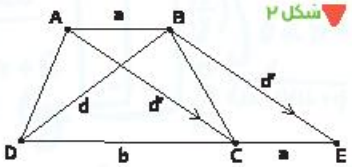


۲ ذوزنقه‌ای رسم کنید که اندازهٔ دو قاعدهٔ آن a و b و اندازهٔ دو قطر آن d و d' باشد. شرط وجود جواب را مشخص کنید.

حل: با توجه به شکل ۲، ابتدا مثلث BED را با در دست داشتن اندازهٔ سه ضلع آن (BD-d , DE-a+b , BE-d') رسم می‌کنیم. نقطهٔ C را روی DE چنان اختیار می‌کنیم که داشته باشیم: DC-b. از C به موازات BE و از B به موازات CD، خط‌هایی رسم می‌کنیم و نقطهٔ تلاقی را A می‌نامیم. ABCD ذوزنقهٔ مطلوب است.

شرط وجود جواب امکان رسم مثلث BED است. یعنی باید طبق نامساوی مثلثی داشته باشیم: $|d-d'|<(a+b)<(d+d')$.

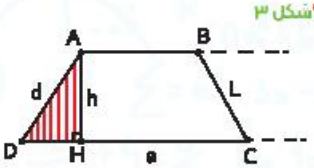
شکل ۲



۳ از ذوزنقه‌ای طول‌های یک قاعده، ساق‌ها و ارتفاع آن داده شده است. آن را رسم کنید.

حل: با توجه به شکل ۳، با در دست داشتن اندازهٔ h-AH و d-AD، مثلث قائم‌الزاویهٔ ADH را رسم می‌کنیم. DH را به اندازهٔ قاعدهٔ داده‌شده (DC-a) امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ C پدید آید. از A به موازات DC خطی رسم می‌کنیم تا دایره به مرکز C و به شعاع L (دیگر ساق داده شده) را در B قطع کند. ABCD ذوزنقهٔ مطلوب است و مسئله حداکثر دو جواب دارد.

شکل ۳



۴ مطلوب است رسم ذوزنقه‌ای به قاعده‌های AB-۶cm و CD-۸cm، ساق BC-۴cm و زاویهٔ $\widehat{BCD}=60^\circ$. سپس مساحت ذوزنقه را حساب کنید.

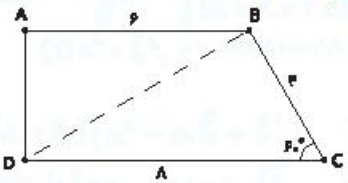
حل: با توجه به شکل ۴، ابتدا مثلث BCD را با در دست داشتن BC-۴، $\widehat{BCD}=60^\circ$ و CD-۸ رسم می‌کنیم.

از B به موازات CD خطی می‌کشیم و روی آن BA=۶cm را جدا می‌کنیم. ذوزنقهٔ ABCD خواستهٔ مسئله است.

$$\text{ارتفاع مثلث}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{2\sqrt{3}}{2}\times(6+8)=14\sqrt{3}$$

شکل ۴



تمرین: نشان دهید ذوزنقهٔ ABCD قائم‌الزاویه است.

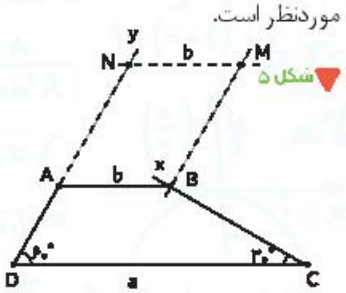
۵ از ذوزنقه‌ای دو قاعده به اندازه‌های a و b و زاویه‌های مجاور به یک قاعده به اندازه‌های ۳۰° و ۶۰° معلوم است. آن را رسم کنید.

حل: با توجه به شکل ۵، ابتدا پاره‌خط CD را به اندازهٔ معلوم a رسم می‌کنیم. CX و DY را چنان می‌کشیم که $\hat{C}=30^\circ$ و $\hat{D}=60^\circ$ باشد.

از نقطهٔ دلخواه N واقع بر DY، به موازات DC خطی رسم و روی آن M را چنان اختیار می‌کنیم که: NM-b. از M به موازات DY خطی رسم می‌کنیم تا CX را در B قطع کند. از B هم به

موازات CD خطی می‌کشیم تا DY را در A قطع کند. ABCD ذوزنقهٔ موردنظر است.

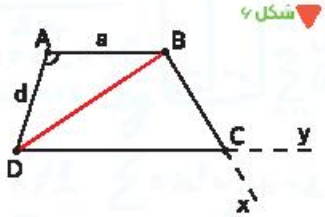
شکل ۵



۶ از ذوزنقهٔ ABCD، اندازه‌های زاویه‌ها و قاعدهٔ AB=a و ساق AD=d داده شده است. آن را رسم کنید.

حل: با توجه به شکل ۶، ابتدا مثلث ABD را با در دست داشتن AB=a، $\hat{A}$ و AD=d رسم می‌کنیم. Bx را چنان رسم می‌کنیم که: $\widehat{ABx} = \hat{B}$ و Dy را نیز چنان می‌کشیم که: $\widehat{ADy} = \hat{D}$. نقطهٔ تلاقی Bx و Dy را C می‌نامیم. ABCD ذوزنقهٔ موردنظر است.

شکل ۶



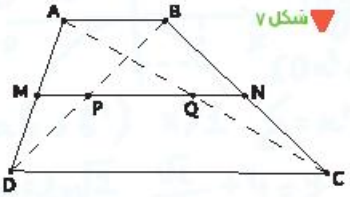
۷ ذوزنقه‌ای با داده‌های زیر رسم کنید:
اندازه‌های دو قطر، طول پاره‌خطی که وسط‌های دو قطر را به هم وصل می‌کند و طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل می‌کند.

حل: با توجه به شکل ۷:

$$\text{MN معلوم} \Rightarrow \frac{CD+AB}{2} = MN$$

$$\text{PQ معلوم} \Rightarrow \frac{CD-AB}{2} = PQ$$

شکل ۷

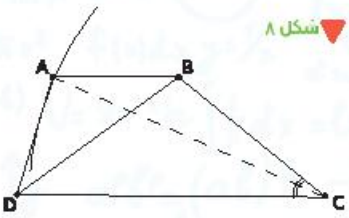


از دو رابطهٔ قبل می‌توانیم اندازه‌های AB و CD را به‌دست آوریم حالا با در دست داشتن اندازهٔ دو قاعده و اندازهٔ دو قطر مانند مسئلهٔ ۲ عمل می‌کنیم.

۸ از ذوزنقه‌ای طول دو قطر، یک قاعده و یک زاویهٔ مجاور به همان قاعده معلوم است. آن را رسم کنید.

حل: با توجه به شکل ۸، ابتدا مثلث BCD را با در دست داشتن اندازه زاویهٔ C و طول قاعدهٔ CD و قطر BD رسم می‌کنیم. از B به موازات CD خطی رسم می‌کنیم که دایره به مرکز C و به شعاع CA (قطر دیگر که معلوم است) را در A قطع کند. ذوزنقهٔ ABCD همان خواستهٔ مسئله است.

شکل ۸



۹ ثابت کنید با ضلع‌های یک چهارضلعی دلخواه می‌توان یک ذوزنقه رسم کرد.

حل: فرض کنیم اندازهٔ ضلع‌های چهارضلعی دلخواه برابر با a، b، c و d باشد که در آن: $a \geq b \geq c \geq d$. بدیهی است که:

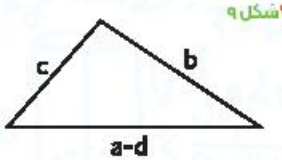
۱. $b+c+d>a$

۲. $b\ d \geq 0\ ,\ a \geq c \Rightarrow a+b\ d>c$

۳. $c\ d \geq 0\ ,\ a \geq b \Rightarrow a+c\ d>b$

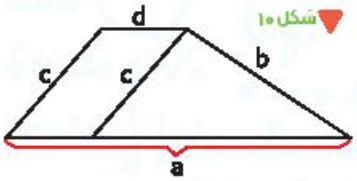
(۱)، (۲) و (۳) نشان می‌دهد که می‌توانیم با سه اندازهٔ a-d، b و c یک مثلث بسازیم (شکل ۹).

شکل ۹



اکنون روی ضلع c، متوازی‌الاضلاعی به ضلع‌های c و d می‌سازیم، تا بدین‌وسیله ذوزنقه‌ای به اضلاع a، b، c و d ساخته شود (شکل ۱۰).

شکل ۱۰



تذکر: اگر هر چهار ضلع هم‌اندازه باشند، یعنی a-b-c-d، یک لوزی خواهیم داشت و تنها در این حالت امکان رسم ذوزنقه وجود ندارد.

۱۰ ذوزنقه‌ای را با داشتن دو قطر و زاویهٔ بین دو قطر و یک ضلع بسازید.

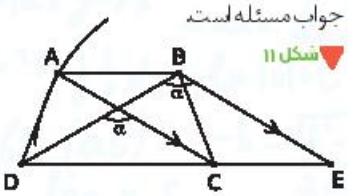
حل: با توجه به شکل ۱۱، مثلث BDE با در دست داشتن اندازهٔ دو ضلع BD و BE (قطرهای ذوزنقه) و اندازهٔ زاویهٔ α قابل رسم است. مثلث را رسم می‌کنیم.

الف. اگر اندازهٔ ضلع BC یا DC را داده باشند، مکان نقطهٔ C را روی DE مشخص می‌کنیم. از B به موازات DE خطی می‌کشیم تا دایره به مرکز C و به شعاع دیگر قطر داده شده را در A قطع کند. ABCD ذوزنقهٔ مطلوب است.

ب. اگر اندازهٔ ضلع AB را داده باشند، از B به موازات DE خطی رسم و A را مشخص می‌کنیم. دایره‌ای به مرکز A و به شعاع AC (دیگر قطر داده شده) رسم می‌کنیم تا DE را در C قطع کند. ABCD جواب مسئله است.

ج. اگر اندازهٔ ضلع AD را داده باشند، از B به موازات DE خطی رسم می‌کنیم تا دایره به مرکز D و به شعاع AD را در A قطع کند. دایره به مرکز A و به شعاع قطر دیگر، DE را در C قطع می‌کند. ABCD جواب مسئله است.

شکل ۱۱



منبع

رستمی، محمدهاشم (۱۳۸۶). دایرةالمعارف هندسه (جلد ۱۳). انتشارات مدرسه. تهران

برای دیدن مراحل رسم مسئله‌ها رمزینه را اسکن کنید.

ماجراهای کلاس ریاضی

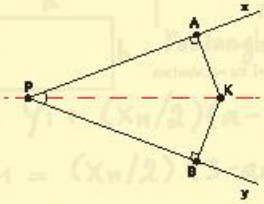
حرف درست را از فرض درست بشنوید

چالش‌های نیم‌سازی

داود معصومی‌مهوار

من: در آزمون هفتهٔ پیش یک سؤال جالب وجود داشت. بعضی از شما خواسته بودید که در کلاس مطرح شود. قضیه این بود: «ثابت کنید هر نقطه روی نیم ساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.» خب داوطلبی می‌خواهیم که همان راهی را که در کلاس رفتیم، بیان کند.

سارا: نقطهٔ داخواه K را بر نیم‌ساز زاویهٔ xPy در نظر می‌گیریم و تصویرهای K بر ضلع‌های xP و yP را به ترتیب نقطه‌های A و B می‌نامیم.



بنابر تعریف نیم‌ساز، دو زاویهٔ APK و BPK اندازه‌های برابر دارند و ضلع KP نیز در دو مثلث AKP و BKP مشترک است. از طرف دیگر، چنان که گفتیم A و B تصویرهای K بر xP و yP هستند، پس زاویه‌های KAP و KBP قائمه‌اند. یعنی روشن شد که دو مثلث KAP و KBP قائم‌الزاویه‌اند، دارای وتر مشترک هستند و یک زاویهٔ تند برابر نیز دارند. پس به حالت برابری اندازهٔ وتر و یک زاویهٔ تند هم‌نهشت هستند. می‌دانیم که اجزای نظیر دو مثلث هم‌نهشت هم اندازه‌اند، پس به خاطر برابری دو زاویهٔ KPA و KPB، ضلع‌های روبه‌رو به این دو زاویه نظیر هم هستند و باید هم‌اندازه باشند. بنابراین دو پاره‌خط KA و KB هم‌طول هستند. یعنی ثابت شد نقطهٔ P که روی نیم‌ساز زاویهٔ xPy جای دارد، از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است.

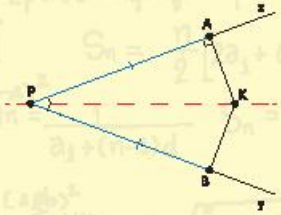
من: سارا خیلی خوب و دقیق راه‌حل قبلی‌مان را شرح داد. کسی هم اعتراضی ندارد. پس می‌رویم سراغ راه‌های دیگری که در آزمون نوشته بودید. نرگس اول تو راه خودت را بگو.

نرگس: راه من تقریباً همین راه سارا بود، ولی کوتاه‌تر. من از همان اول سراغ اجزای نظیر رفتم و از اینکه دو زاویهٔ KPA و KPB برابر هستند، نتیجه گرفتم که طول ضلع‌های روبه‌رو به آن‌ها، یعنی KA و KB باید برابر باشد. پس حکم ثابت شده است.

مریم: راه نرگس درست نیست. اجزای نظیر فقط در دو مثلث هم‌نهشت معنا دارند. اگر ندانیم دو مثلث هم‌نهشت هستند، حق نداریم اجزای نظیر آن‌ها را هم اندازه بدانیم. نرگس نخست باید هم‌نهشتی دو مثلث KPA و KPB را ثابت کند تا بعد بتواند از اجزای نظیر آن‌ها کمک بگیرد.

من: کاملاً درست می‌گویی و اگر نرگس این نقص راه خود را برطرف کند، دقیقاً راهش راه سارا خواهد بود؛ بدون هیچ تغییری. خب نفر بعدی ساناز است. راه‌حلت را بگو.

ساناز: من از آغاز جور دیگری فکر کردم. نقطهٔ داخواه K را بر نیم‌ساز گرفتم و از آن عمودی بر ضلع xP کشیدم و پای عمود را A نامیدم. سپس پاره‌خط PB را روی ضلع yP از زاویهٔ xPy هم اندازه با پاره‌خط PA جدا کردم.



پس دو ضلع PA و PB در دو مثلث KPA و KPB هم‌اندازه هستند. از طرف دیگر، ضلع KP در این دو مثلث مشترک است و اندازهٔ دو زاویهٔ KPA و KPB نیز بنا بر تعریف نیم‌ساز باید برابر باشد. در نتیجه دو مثلث KPA و KPB به حالت برابری اندازهٔ دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها هم‌نهشت هستند. از آنجا که در این دو مثلث هم‌نهشت دو ضلع KA و KB روبه‌رو به زاویه‌های هم‌اندازهٔ KPA و KPB قرار دارند، اجزای نظیر محسوب می‌شوند و باید هم‌اندازه باشند. پس حکم ثابت شده است. یعنی KA و KB هم‌طول هستند.

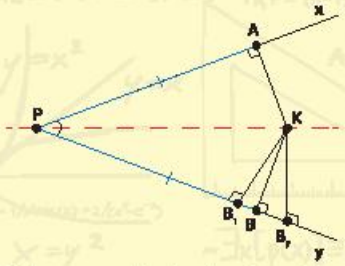
اعظم: من مخالفم. فکر می‌کنم راه ساناز ناقص است. قرار بود ثابت کنیم که هر نقطهٔ داخواه مانند K که روی نیم‌ساز زاویهٔ xPy باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. آنچه ساناز ثابت کرد برابری طول KA و KB بود. قبول دارم که طبق گفته‌های ساناز طول KA همان فاصلهٔ K از xP است، ولی ساناز حتی اشاره هم نکرد که فاصلهٔ K از yP چیست و چه ربطی به KB دارد.

ساناز: اعظم درست می‌گوید. من راهم را کامل می‌کنم. وقتی پی بردیم که دو مثلث KPA و KPB هم‌نهشت هستند، توجه می‌کنیم که ضلع KP در دو مثلث مشترک است. پس دو زاویهٔ KAP و KBP که هر دو روبه‌روی KP هستند، باید اجزای نظیر باشند و هم‌اندازه. پس زاویهٔ KBP نیز مانند زاویهٔ KAP قائمه است و به همین خاطر طول KB همان فاصلهٔ K از ضلع yP است. حالا برابری طول KA و KB که قبلاً ثابت کردم، کار را تمام می‌کند.

لیلا: من هنوز مخالفم. وقتی گفته شده است ثابت کنید «فاصله‌های K از دو ضلع xP و yP یکسان است» ما باید در همان آغاز عمودهای KA و KB را بکشیم و برابری طول آن‌ها را اثبات کنیم. نه اینکه یکی از عمودها را بکشیم و ثابت کنیم که این عمود طولی برابر با یک پاره‌خط دیگر دارد و در آخر ثابت کنیم که آن پاره‌خط نیز عمود است.

ساناز: واقعاً چه فرقی دارد؟ هر دو برابری پاره‌خط‌های یکسانی را ثابت کرده‌ایم!

من: مطمئن نباش! تنها در صورتی می‌توانی بگویی که هر دو برابری پاره‌خط‌های یکسانی را ثابت کرده‌اید که بدانی «از یک نقطه بیرون یک خط تنها یک عمود بر آن خط می‌توان کشید.» وگرنه شاید چند عمود وجود داشته باشد و تو برابری طول یکی از آن‌ها را با طول عمود وارد از K بر xP ثابت کرده باشی. شکل زیر را ببین.



ساناز: خب من فکر می‌کنم راه‌حل سارا هم همین اشکال را دارد! مگر او ثابت کرد که تنها یک عمود می‌توان کشید؟

من: نه، او ثابت نکرد، ولی دقیقاً کاری را کرد که مسئله خواسته بود. او از K دو عمود بر xP و yP کشید و برابری طول آن‌ها را به کمک قضیه‌ای ثابت کرد. از این نظر راه او از راه تو کامل‌تر است. ولی اگر بخواهیم خیلی‌خیلی دقیق شویم، باید از سارا هم انتظار داشته باشیم که ربط عمودهای کشیده شده را به فاصله‌های خواسته شده، بیان کند. در حقیقت در هندسه دو قضیه داریم به این شرح:

قضیهٔ الف: «از یک نقطه بیرون یک خط یک و تنها یک عمود می‌توان بر آن خط کشید.»

قضیهٔ ب: «بین پاره‌خط‌هایی که متکی به یک خط (مانند خط e) و یک نقطهٔ بیرون از آن خط (مانند نقطهٔ S) هستند، پاره‌خط عمود کوتاه‌ترین طول را دارد و این طول یکتا فاصلهٔ نقطهٔ S از خط e نامیده می‌شود.»

اصطلاح «پاره‌خط متکی به نقطهٔ S و خط e» را به کار بردم تا اگر در کتابی آن را دیدید وحشت نکنید. یعنی پاره‌خطی که یک سر آن S است و سر دیگر آن روی خط e جای دارد.

پس سارا می‌توانست با اشاره به قضیهٔ ب، یادآوری کند که فاصله‌های خواسته شده در صورت مسئله طول همان عمودهایی هستند که او از K بر Px و Py کشیده است. باز هم یادآوری می‌کنم که در برنامهٔ درسی ما این قدر دقت لازم و مورد انتظار نیست، ولی چون پرسیدید، اشاره کردم. اما ساناز از همان آغاز اصلاً سراغ کشیدن عمود نرفت و پاره‌خط دیگری را بررسی کرد. پس انتظار می‌رود که او حتماً ربط این پاره‌خط به خواستهٔ مسئله را بیان کند. در واقع ایرادی که اعظم گرفت بسیار درست است و باید برطرف شود، ولی ایرادی که لیلا گرفت خیلی دقیق است و در برنامهٔ درسی ما می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد.

زهرا: من مشکل راه ساناز را جور دیگری برطرف می‌کنم. من فکر می‌کنم اگر حتی چند پاره‌خط عمود وجود داشته باشند، باز هم مشکلی نخواهیم داشت. مثلاً در مثلث ABB_1 به سادگی می‌توان دید که مثلث دو زاویهٔ برابر دارد، پس بنا بر قضیه‌ای متساوی‌الساقین است و دو ساق AB و AB_1 باید هم اندازه باشند.

من: راستش تحلیل آنچه گفتی دقت بسیاری می‌طلبد و از حوصلهٔ برنامهٔ درسی ما بیرون است، ولی همین قدر بدانید که برای نتیجه‌گیری یک مطلب درست حتماً باید از یک مطلب درست شروع کرد. با شروع از مطلب نادرست معلوم نیست که به مطلبی درست برسیم و ممکن است از هر جایی سر در بیاوریم. مثلاً توجه کنید که از ۳=۴ به سادگی و با ضرب دو طرف در ۲ می‌توان به ۶=۸ رسید که می‌دانیم مطلب درستی نیست. از طرف دیگر می‌توان دو طرف ۳=۴ را با دو طرف ۴=۳ جمع کرد و به ۷=۷ رسید که قطعاً درست است. یعنی اگر مطمئن نباشید که از مطلبی درست شروع کرده‌اید، نمی‌توانید مطمئن شوید که به مطلبی درست رسیده‌اید. پس تأکید می‌کنم که شما فعلاً چنین کارهایی نکنید و تنها در صورتی که مطمئن هستید مطلب درستی را می‌دانید، آن را پایه قرار دهید و نتیجه‌های بعدی را از آن بگیرید. بگذریم. حالا نسرین راه خود را بگوید.

نسرین: من از قضیهٔ فیثاغورس کمک گرفتم. در همان شکل سارا، برای دو مثلث KPA و KPB قضیهٔ فیثاغورس را نوشتم:

$$\begin{cases} \overline{KP} = \overline{KA} + \overline{AP} \\ \overline{KP} = \overline{KB} + \overline{BP} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \overline{KA} = \overline{KP} - \overline{AP} \\ \overline{KB} = \overline{KP} - \overline{BP} \end{cases} \rightarrow \overline{KA} = \overline{KB}$$

من: دو تا مشکل هست. یکی اینکه هنوز قضیهٔ فیثاغورس را نخوانده‌ایم و بلد نیستیم و مهم‌تر اینکه از کجا می‌دانی که AP و BP هم‌اندازه هستند؟ اگر نباشند استدلال تو اصلاً درست نیست و به درد نمی‌خورد.

نسرین: خب می‌توانیم عمود KB را طوری بکشیم که طول PB برابر با طول PA بشود.

سوده: این کار شدنی نیست. اگر می‌خواهیم عمود بکشیم باید عمود بکشیم، نمی‌توانیم جوری عمود بکشیم که فلان خاصیت را هم داشته باشد. در حقیقت چون تنها یک عمود می‌توان از یک نقطه بر یک خط کشید، ما اگر لازم داشتیم می‌توانیم آن یک عمود را بکشیم. سپس اگر آرزو داشتیم که آن عمود یک ویژگی دیگر نیز داشته باشد، باید داشتن آن ویژگی را ثابت کنیم؛ نه اینکه بگوییم «عمود را جوری می‌کشیم که آن ویژگی را هم داشته باشد.»

من: سوده درست می‌گوید. مثلاً می‌دانیم که از دو نقطهٔ متمایز یک و تنها یک خط راست می‌گذرد. پس اگر در مسئله‌ای لازم داشتیم که خط گذرنده از دو نقطهٔ S و T را بررسی کنیم، کافی است که این خط گذرنده را نام‌گذاری کنیم و سپس بررسی کنیم و مثلاً ثابت کنیم که این خط بر خط f عمود است. اما حق نداریم بگوییم «از S و T خطی می‌گذرانیم که بر f نیز عمود باشد!»

نسرین: کلک می‌زنید! به سارا و ساناز می‌گویید «شاید چند تا خط عمود وجود داشته باشد»، ولی به من می‌گویید «چون تنها یک خط عمود وجود دارد، حق نداری فلان کار را بکنی!»

من: بار دیگر تأکید می‌کنم ایرادی که از ساناز گرفتیم بسیار دقیق بود و در حد برنامهٔ درسی ما نیست، ولی مهم است که اشتباه نسرین را تکرار نکنید. چنین اشتباهی هیچ جایی قابل چشم‌پوشی نیست. بار دیگر گفته‌های لیلا را به یاد بیاورید و ببینید که چه ایراد دقیقی گرفته است. همچنین گفته‌های سوده یا مرا را نیز مرور کنید تا ببینید نسرین چه اشتباه بزرگی انجام داده است. وقتمان تمام است. شاید باز هم در این باره گفت‌وگو کنیم.

محمدحسین دیزجی

بازی‌های **هدفمند**، تفریح‌های **راهگشا**

گزارشی از کارسوق ریاضی دبیرستان شیخ انصاری دزفول

اغلب وقتی اسم ریاضی به میان می‌آید بعضی‌ها یک آه از ته دل می‌کشند که باز بحث فرمول و امتحان است، اما اینجا صحبت از بازی و تفریح است به همین خاطر لبخند روی چهرهٔ بچه‌ها نشسته است و هیچ کسی نگران نیست همین لبخند و شادی و نشاط است که ما را ترغیب می‌کند تا پا به درون مجموعهٔ آموزشی تیزهوشان شیخ انصاری شهر دزفول در استان خوزستان بگذاریم و با بچه‌ها همراه باشیم. از همین اول صبح دانش‌آموزان این امکان را دارند تا هر طور که تمایل دارند گروه تشکیل بدهند و سپس با هم‌فکری هم در یک رقابت و مسابقه شرکت کنند. پرسش‌ها روی برگه‌ها نوشته شده و هر گروه برابر میل و سلیقهٔ خود ورقه را انتخاب کرده و فرصت دارد تا پایان زمان مقرر به این سؤال‌ها و معماها پاسخ بدهد. بعضی گروه‌ها همکلاسی و هم‌سطح هستند و برخی از چند پایه تشکیل شده است یعنی یک دانش‌آموز پایه هفتم می‌تواند در گروه کسانی قرار بگیرد که مثلاً در پایهٔ هشتم و نهم باشند. هیچ محدودیتی برای نشستن در یک فضا و پشت یک صندلی مانند آزمون امتحان وجود ندارد و بچه‌ها می‌توانند آزادانه با هم مشورت کنند به کتابخانه بروند، مطالعه کنند و حتی از اینترنت استفاده کنند. مهم این است که بتوانند به پرسش‌های مطرح‌شده و مسئله‌ها به درستی پاسخ بدهند. عنوان این برنامه را کارسوق ریاضی گذاشته‌اند. تنها تفاوت این رقابت در شرایط کرونا این است که بچه‌ها در منزل این فعالیت‌ها را در مدت ۳ ساعت به جای ۶ ساعت دنبال می‌کنند و از طریق برنامه‌های کاربردی (اپلیکیشن‌های) جلسات مجازی فعالیت می‌کنند و معلمان هم بر کار آنان نظارت می‌کنند. همچنین بازی‌هایی برای شکل مجازی کار انتخاب می‌شود که قابلیت اجرا داشته باشد. با ما همراه باشید تا از این برنامه بیشتر بدانیم.

بهروز شیرین‌جانی مدیر دبیرستان در فضای مجموعه در حرکت است و به پرسش‌های احتمالی دانش‌آموزان پاسخ می‌دهد یا اگر امکاناتی نیاز داشته باشند برایشان فراهم کند. همکارانش هم بر کارها نظارت دارند و دانش‌آموزان نیز هر کدام سرگرم برنامه‌های خود هستند. ما نیز از فرصت استفاده می‌کنیم و سراغ مدیر دبیرستان می‌رویم. می‌گوییم بین کارسوق و ریاضی یک ربطی به هم بدهید لبخندی می‌زند و می‌گوید: ما همیشه به دنبال راه و روشی بودیم تا بتوانیم علاوه بر ایجاد انگیزه باعث پیشرفت و علاقه‌مندی بیشتر دانش‌آموزان در زمینه‌های علمی به ویژه ریاضی باشیم. بنابراین طرح را از سال ۹۵ اجرا کردیم که با استقبال همهٔ بچه‌ها روبه‌رو شد.

● می‌پرسم: آیا این مسابقه مانند آزمون‌های درسی است و بچه‌ها باید در آن حضور داشته باشند؟

○ همان‌طور که با او به سمت کتابخانه در حرکت بودیم با دستش به حضور بچه‌ها اشاره کرد و گفت: کدام آزمون است که بچه‌ها این امکان را داشته باشند که بتوانند از هر کتابی که می‌خواهند استفاده کنند و به پرسش‌ها پاسخ بدهند و با همدیگر مشورت کنند تا در نهایت به جواب برسند؟ این فقط یک حرکت اختیاری است که به آنان کمک می‌کند تا در درس ریاضی پیشرفت کنند. بچه‌ها می‌توانند با هم در ارتباط باشند از همدیگر بپرسند و حتی گروهی را تشکیل بدهند که همهٔ دانش‌آموزانش از یک پایه نباشند.

● می‌پرسم سؤالات چگونه طرح می‌شود و شما چطور باید به آن‌ها پاسخ بدهید؟

○ بنیامین می‌گوید: سؤالات به صورت بازی ریاضی است که امکان حضور مجازی و غیر مجازی در آن وجود دارد و ما به این بازی‌های فکری و هوشی باید با تدبیر خودمان و اطلاعاتی که کسب می‌کنیم جواب بدهیم و بعد از هر مرحله امتیازی را به خودمان اختصاص می‌دهیم

داوود دنبالهٔ حرف دوستش را می‌گیرد و می‌گوید: هر کلاس و اتاق مدرسه را به یک بخش جداگانه اختصاص داده‌اند. اتاق‌هایی مانند بازی‌های رایانه‌ای، بازی‌های فکری، مسابقات اتللو و حل سؤالات متنوع دیگر از اوریگامی تا مکعب روبیک را هم در یکی از اتاق‌ها به بچه‌ها آموزش می‌دهند.

برای مثال در منچ یا سودوکو هم تلاش می‌شد تا بچه‌ها از زاویهٔ ریاضی به آن نگاه کنند حتی در مورد رسم شکل‌های هندسی با استفاده از خطوط، یکی دیگر از این سرگرمی‌ها بود به‌طوری که ما نباید قلم خود را از روی کاغذ برداریم و خط را به گونه‌ای دنبال کنیم تا آن شکل ایجاد شود.

مهدی می‌گوید: تعدادی از پرسش‌ها شبیه به مسابقات بزرگ و المپیادها است. انگار از آنجا الگوبرداری شده است. هر سؤال امتیاز خاص خودش را دارد، چون بچه‌ها امکان مشورت با همدیگر را دارند. بنابراین شانس پاسخگویی بالا می‌رود. برای مثال ما سؤالی داشتیم که هدف آن رسیدن به یک مقصد مشخص شده با کمترین تعداد حرکات است. فرض کنید شما دارید منچ بازی می‌کنید این سؤال مطرح می‌شود که با کمترین حرکات چطور می‌توان به هدفی که برای ما مشخص کرده‌اند خود را برسانیم.

بنیامین ادامه می‌دهد: قالب این بازی‌ها به گونه‌ای طراحی شده تا علاوه بر درک بهتر مفاهیم اولیهٔ علوم ریاضی، ذهن ما نیز ورز داده شود و به نوعی به چالش کشیده شود. به‌طور مثال در بازی سودوکو با درک درستی از اعداد و ترتیب قرار گرفتن آن‌ها به درک بهتر رابطه بین اعداد خواهیم رسید یا بازی‌هایی مثل اتللو مفاهیم خط مورب، قطر و نظایر آن در ذهن ما پایدارتر می‌شود و آرام آرام با درک اولیهٔ مباحثی مانند برنامه‌نویسی روبه‌رو می‌شویم و این اتفاق‌ها از طریق بازی و تعداد حرکات مشخص انجام می‌شود.

● می‌پرسم آیا نمی‌شد این برنامه را در قالب یک سلسله سؤال به شما بدهند و از شما بخواهند تا به آن‌ها پاسخ بدهید؟

○ داوود می‌گوید: آن وقت دیگر برای بچه‌ها جذابیتی وجود نداشت، چیزی شبیه امتحانات مدرسه می‌شد اما کارسوق با توجه به ویژگی‌هایی که دارد اشتیاق بچه‌ها را زیاد می‌کند و کار را به صورت تفریحی درمی‌آورد. شاید برایتان جالب باشد که ما اصلاً احساس خستگی نمی‌کنیم. بر اساس تجربه‌ای که از قبل داریم گاهی زمان را حس نمی‌کنیم. بزرگترین نکته در این ماجرا لذت بردن از ریاضیات است.

داوود نصرتی امیرآبادی می‌گوید من و مهدی تاکنون دو دوره و بنیامین تنها یک دوره در این رقابت‌ها شرکت کرده‌ایم.

بچه‌ها خیلی مشغلهٔ فکری دارند و ما برای ادامهٔ این گزارش به سراغ **هادی ثنایی‌مهر** رفتیم. یکی از دبیران ریاضی مدرسه که کارشناسی همین رشته را دارد. برای ما جالب بود که بدانیم در اولین کارسوق ریاضی، شاگردان دورهٔ اول متوسطه چه واکنشی از خود نشان داده‌اند. او نیز در این رابطه گفت: در اولین مرحله چون بچه‌ها اطلاعات کمتری داشتند و شناخت آنان کافی نبود خیلی مشتاق نبودند ولی به تدریج میزان شور و علاقهٔ آنان بیشتر شد به‌طوری‌که در سال‌های بعد خودشان پیگیر بودند که این مسابقه چه زمانی شروع خواهد شد.

من خودم خیلی دنبال این ماجرا نبوده و نیستم که این مسابقات و بازی‌ها دقیقاً منطبق بر مفاهیم ریاضی باشد بلکه هدف ما این است که آنان به دور از بحث تدریس و مفاهیم انتزاعی؛ از بازی، مسابقه و معما لذت ببرند و خودشان به‌طور غیرمستقیم به ارزش و اهمیت ریاضی واقف باشند. بچه‌ها در این کارسوق یاد می‌گیرند که کار گروهی چقدر اهمیت دارد و به اشتراک گذاشتن دانش و توانایی‌ها چقدر می‌تواند به آنان کمک کند. بچه‌ها برای شرکت در کارسوق محدود به سؤالات نیستند و اگر بخواهند می‌توانند پرسش‌های جدیدتری را هم دریافت و به حل آن بپردازند. البته محتوای سؤالات بر اساس میزان دانش آنان طراحی می‌شود. بچه‌ها در این مدت کاملاً آزاد هستند و می‌توانند در فضای مدرسه در رفت و آمد باشند و در پایان زمان مقرر باید پاسخ‌های خود را ارائه کنند. همچنین فعالیت‌های هر بخش به موازات هم پیش می‌رود. امتیازات هر گروه را بررسی می‌کنیم و قطعاً گروه‌های برتر جوایزی دریافت می‌کنند و تشویق می‌شوند. نکتهٔ جالب اینجاست که تمام دبیران به نوعی در این برنامه مشارکت دارند و هرکدام مسئولیت‌هایی را بر عهده می‌گیرند. تمام سعی و هدف این برنامه ایجاد لذت برای بچه‌هاست تا نگاه آنان نسبت به ریاضی نسبت به گذشته به مراتب بهبود پیدا کند و از آن لذت ببرند. کارسوق از بخش‌های مختلفی تشکیل شده است که هر بخش شامل چند کارگاه و تعدادی اتاق است. این کارگاه‌ها شامل بازی‌های فکری و معمایی بازی‌های رایانه‌ای و معمایی، کارگاه حل مسئله و کارگاه آموزشی می‌شود. همچنین اتاق بلک سؤال، اتاق آموزشی، اتاق اجارهٔ بازی‌های فکری و اتاق اجرای بازی‌های فکری هم از جمله قسمت‌های این کارسوق است. حالا کم‌کم باید این کارسوق را ترک کنیم. پیش از ترک این مجموعه، به سراغ مدیر آن رفتیم تا دربارهٔ نظر او در خصوص تأثیر این کارسوق بر روی دانش‌آموزان مدرسه بپرسیم. همان سؤالی که شیرین‌جانی آن را به یکی دو دانش‌آموز ارجاع داده بود. او در هنگام خداحافظی در حالیکه ما را بدرقه می‌کرد گفت: تأثیر این کار سوق علاوه بر ایجاد حس خوب و فعالیت آموزشی بین دبیران و دانش‌آموزان و حتی خانواده‌ها، بسیار لذت‌بخش است به‌خصوص اینکه دانش‌آموزان برای جذب امتیاز بیشتر به دنبال حل مسئله‌های ریاضی بیشتر هستند. نکتهٔ جالب‌تر این است که برنامهٔ اجرایی همان‌طور که شما خودتان شاهد بودید بر عهدهٔ خود دانش‌آموزان است و دبیران و سایر عوامل تنها آنان را هدایت و راهنمایی می‌کنند.

ما در حالی دبیرستان را ترک کردیم و به سوی دفتر مجله آمدیم که تمامی دانش‌آموزان مدرسه حس خوبی نسبت به درس ریاضی داشتند و آزمون‌های پیش رو را با شوق و ذوق دنبال می‌کردند و این نگاه مثبت نسبت به درس ریاضی برگرفته از همین کارسوق بود که با تدبیر مدیر و همکارانش طراحی و اجرا می‌شود. امید آنکه روزی برای گزارش از کارسوق ریاضی به مدرسه شما بیاییم.

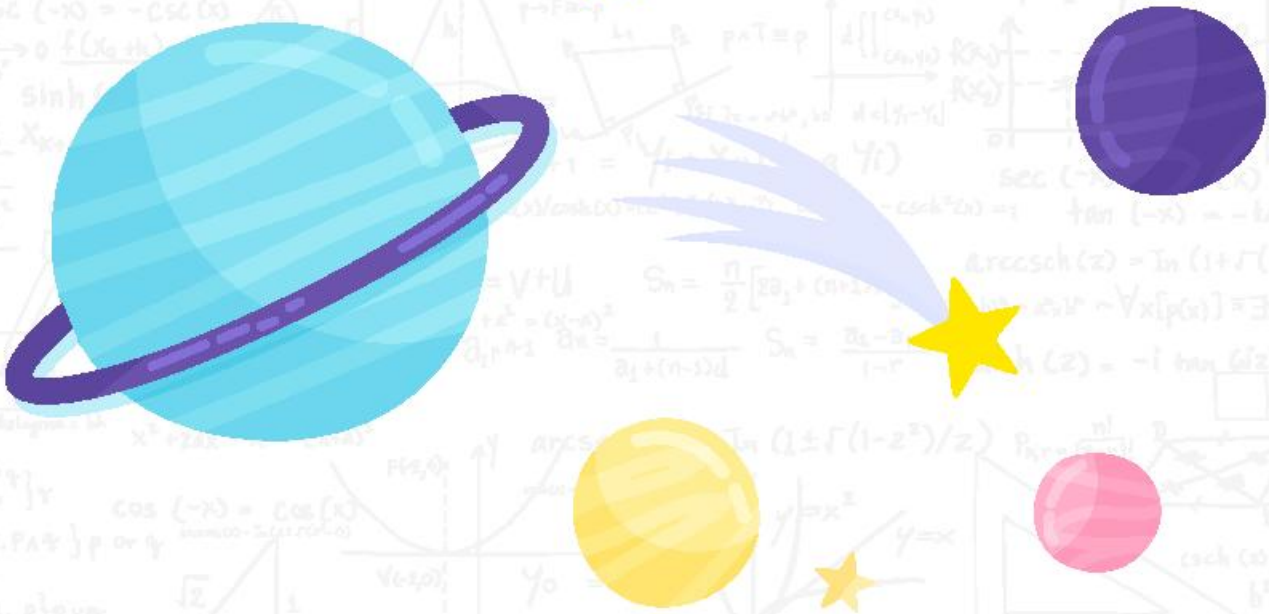
بیایید کمی فکر کنیم!

سال نوری واحد زمان نیست!

خسرو داودی

در شمارهٔ قبل در مورد عظمت آفرینش توضیح دادیم. یاد گرفتیم که با شنیدن عددها از دانش ریاضی خودمان استفاده کنیم تا به درک و تصور بهتری از بزرگی این عددها برسیم. گفتیم که در این راه و برای درک بهتر می‌توانیم عددها را با آنچه که برایمان آشناتر است، مقایسه کنیم. برای مثال، قطر کرهٔ ماه را با قطر یک توپ بسکتبال مقایسه کردیم. یا حجم کرهٔ ماه و توپ را حساب کردیم تا ببینیم که حجم کرهٔ ماه چند برابر حجم یک توپ بسکتبال است. در انتهای مطلب نیز از طریق یک رمزینه، فیلم کوتاهی در این زمینه مشاهده کردید.

استقبال زیادی از این مطلب به عمل آمد و خیلی‌ها از دیدن فیلم به عظمت خلقت و قدرت بی‌انتهای خداوند متعال بیشتر پی بردند. اما برای بعضی‌ها هم سؤال‌هایی پیش آمد. از جمله اینکه: یک سال نوری یعنی چه؟ کلمهٔ سال خیلی‌ها را به اشتباه می‌اندازد و فکر می‌کنند که سال نوری هم یکی از واحدهای زمان است؛ در حالی که این‌طور نیست. سال نوری واحد طول است. برای بیان طول‌های خیلی بزرگ از این واحد استفاده می‌کنیم. اما چقدر از این واحد درک و تصور درستی داریم؟ چقدر می‌توانیم بزرگی این عدد را تصور کنیم و یا آن را با آنچه که تا حدی برایمان آشناست، مقایسه کنیم. در این مطلب کوشیده‌ایم با محاسبهٔ ریاضی، بزرگی این عددها را به شما نشان دهیم.



محاسبه کنیم

بیایید ابتدا واحدهای طول را از کوچک به بزرگ مقایسه کنیم. در اینجا واحدهایی را مرور می‌کنیم که برای ما در زندگی روزمره کاربرد بیشتری دارند. اما این‌ها تمام واحدهای استاندارد طول نیستند. کوچک‌ترین واحدی که با آن سروکار داریم میلی‌متر است. پس از آن یا سانتی‌متر، دسی‌متر و متر بیشتر کار می‌کنیم؛ و البته برای طول‌های بزرگ از واحد کیلومتر بهره می‌بریم:

۱۰۰۰ میلی‌متر=۱ متر و ۱۰ دسی‌متر=۱ متر

۱۰ میلی‌متر=۱ سانتی‌متر و ۱۰۰ سانتی‌متر=۱ متر

۱۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر=۱ کیلومتر و ۱۰۰۰ متر=۱ کیلومتر

از واحد سال نوری برای بیان طول‌های بسیار بزرگ، مثل فاصلهٔ ستاره‌ها و سیاره‌ها از یکدیگر، استفاده می‌شود. یک سال نوری در واقع مسافتی است که نور در یک سال می‌پیماید. سرعت حرکت نور ۳۰۰,۰۰۰ کیلومتر بر ثانیه است به این ترتیب:

کیلومتر در یک دقیقه ۳۰۰,۰۰۰×۶۰=۱۸,۰۰۰,۰۰۰

کیلومتر در ساعت ۱۸,۰۰۰,۰۰۰×۶۰=۱,۰۸۰,۰۰۰,۰۰۰

کیلومتر در روز ۱,۰۸۰,۰۰۰,۰۰۰×۲۴=۲۵,۹۲۰,۰۰۰,۰۰۰

کیلومتر در سال ۲۵,۹۲۰,۰۰۰,۰۰۰×۳۶۵=۹,۴۶۰,۸۰۰,۰۰۰,۰۰۰

یعنی نور در یک سال به‌طور تقریبی ۹۴۰۰ میلیارد کیلومتر طی می‌کند. پس یک سال نوری به‌طور تقریبی معادل است با ۹۴۰۰ میلیارد کیلومتر.

اگر این عدد را بخواهیم به متر تبدیل کنیم، بهتر است از تماد علمی و توان کمک بگیریم.

متر $۹/۴\times۱۰^{۱۵}$=۹,۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰×۱۰۰۰

برای درک بهتر این عدد دوباره یادآور می‌شویم: قطر کرهٔ زمین ۱۳۰۰۰ کیلومتر است. حساب کنیم که یک سال نوری چند برابر قطر کرهٔ زمین است:

۹,۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰÷۱۳۰۰۰=۷۲۳,۰۰۰,۰۰۰

به این ترتیب، اگر ۷۲۳ میلیون کرهٔ زمین را کنار هم بگذاریم، به یک سال نوری خواهیم رسید! پیش از این هم گفته بودیم که فاصلهٔ شهر تهران تا مشهد مقدس به‌طور تقریبی ۱۰۰۰ کیلومتر است.

پس:

۹,۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰÷۱۰۰۰=۹,۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰

۹,۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰÷۲=۴,۷۰۰,۰۰۰,۰۰۰

یعنی اگر چهار میلیارد و هفتصد میلیون دفعه از تهران به مشهد برویم و برگردیم، معادل طول یک سال نوری می‌شود! حالا بهتر به عظمت این عدد، پی می‌برید. به این ترتیب، وقتی می‌شنویم که کهکشان «آندرومدا» ۲/۵ میلیون سال نوری با کهکشان راه شیری که منظومهٔ شمسی بخشی از آن است، فاصله دارد، آیا بزرگی این عدد برای شما قابل‌تصور است؟

بیشتر فکر کنیم

ابرخوشهٔ کهکشانی «لانیاکیا» که کهکشان راه شیری یکی از ۱۰۰ هزار کهکشان موجود در این ابرخوشه است، پهنایی به‌طول یک میلیارد سال نوری دارد؛ یعنی طولی که نور طی یک میلیارد سال طی می‌کند. یا به عبارت دیگر، به اندازهٔ طول $۹/۴\times۱۰^{۲۱}$ کیلومتر؛ عددی که ما حتی قادر به خواندن آن نیستیم. تازه این بخشی از شبکهٔ کیهانی است که خود شامل میلیاردها میلیارد کهکشان و ابرخوشه است. و کیهانی که ما در آن زندگی می‌کنیم، یک کیهان در چندین کیهان یا جهان موازی است.

با این اوصاف، ما در این جهان بی‌نهایت کجای کار قرار گرفته‌ایم؟ مشکلات و گرفتاری‌های ما در این کرهٔ خاکی، در برابر عظمت بی‌انتهای جهان هستی، چقدر بی‌ارزش، خفیف و ناچیز هستند. حالا بهتر می‌توانیم جملهٔ «الله اکبر» را درک کنیم. خداوند قادر متعال بزرگ‌تر از آن است که بتوان توصیف کرد.

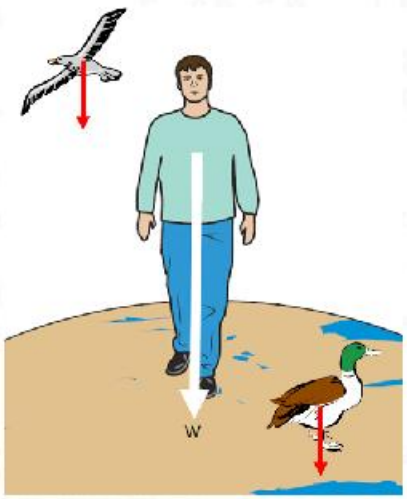
حالا بیایید یک بار دیگر با اسکن کردن رمزینهٔ مقابل به فیلم عظمت کائنات با این درک تازه نگاه کنیم.

برای دیدن توضیحات بیشتر رمزینه را اسکن کنید.

بی‌وزنی یا احساس بی‌وزنی؟!

روح‌الله خلیلی‌بروجنی

یکی از آشناترین نیروها «نیروی وزن» است که هم در دورهٔ ابتدایی و هم در کتاب علوم پایهٔ نهم با آن آشنا می‌شویم. اگر فرض کنیم همهٔ جرم زمین در مرکز آن متمرکز شده باشد، در این صورت نیروی وزن، نیرویی است که از طرف مرکز زمین به هر جسمی که روی زمین یا پیرامون زمین است وارد می‌شود. برای مثال یک پرنده چه در حال پرواز باشد و چه روی شاخهٔ درختی نشسته باشد و یا روی سطح زمین باشد، نیروی وزن از طرف مرکز زمین به آن وارد می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱. نیروی وزن نیرویی غیرتماسی است که از طرف زمین به جسم‌ها وارد می‌شود

برای بررسی دقیق‌تر نیروی وزن، شخصی به جرم ۷۰ کیلوگرم را در نظر بگیرید که روی سطح زمین ایستاده است. برای به‌دست‌آوردن نیروی گرانشی واردشده به این شخص که از طرف زمین، ماه، خورشید و دیگر سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی وارد می‌شود، باید از قانون جهانی «گرانش نیوتون» استفاده کنیم.[۱] نیروی گرانشی واردشده به شخص ۷۰ کیلوگرمی با استفاده از این قانون، در شکل ۲ آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، اندازهٔ نیروی گرانشی واردشده به شخص ۷۰ کیلوگرمی از طرف ماه، خورشید و بزرگ‌ترین سیارهٔ منظومهٔ شمسی، یعنی مشتری، بسیاربسیار کوچک است و می‌توانیم از آن‌ها نسبت به نیروی گرانشی واردشده از طرف زمین چشم‌پوشی کنیم. بنابراین می‌توان گفت: **«نیروی وزن جسمی که روی زمین است، با دقت بسیار خوبی برابر نیروی گرانشی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود.»**

شکل ۲. مقایسهٔ اندازهٔ نیروی گرانشی واردشده به یک شخص ۷۰ کیلوگرمی از طرف زمین، ماه، خورشید و سیارهٔ مشتری

حال فرض کنید این شخص ۷۰ کیلوگرمی درون هواپیمایی در حال پرواز (در ارتفاع ۱۰ کیلومتری) است یا درون ایستگاه فضایی بین‌المللی و در فاصلهٔ ۴۰۰ کیلومتری سطح زمین قرار دارد و به دور زمین می‌گردد. در این صورت نیروی وزن او برای هر دو حالت محاسبه شده و در شکل ۳ آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود، وزن شخص در هر یک از این دو حالت تنها مقدار کمی از وزن وی روی سطح زمین کمتر شده است.

شکل ۳. مقایسهٔ نیروی وزن یک شخص ۷۰ کیلوگرمی در سه موقعیت متفاوت

حساب کنید

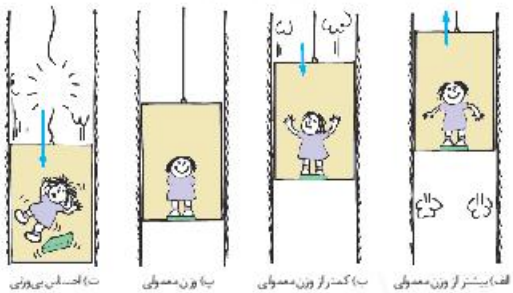
به عنوان یک تمرین ساده حساب کنید نیروی وزن شخص در هواپیما و همچنین ایستگاه فضایی بین‌المللی، چند درصد نسبت به وزن شخص روی سطح زمین کاهش یافته است.

اکنون می‌پرسیم: «با وجود اینکه نیروی وزن یک فضانورد ۷۰ کیلوگرمی در ایستگاه فضایی بین‌المللی حدود ۶۰۰ نیوتون است، چرا بیشتر وقت‌ها گفته می‌شود که فضانوردان دچار بی‌وزنی می‌شوند؟»

پاسخ این است که به کاربردن واژهٔ بی‌وزنی برای فضانوردانی که درون یا بیرون ایستگاه فضایی بین‌المللی در حال فعالیت هستند، نوعی کج‌فهمی رایج و یا به عبارت دیگر، نادرست است. واژهٔ درست این است که بگوییم: فضانوردان دچار **احساس بی‌وزنی** می‌شوند. برای روشن‌ترشدن موضوع به مثال شخص درون آسانسور توجه کنید که روی یک ترازو ایستاده است. وقتی آسانسور ساکن یا با سرعت ثابت رو به بالا یا رو به پایین در حرکت است (شکل ۴ پ)، ترازو وزن معمولی شخص را نشان می‌دهد. در حالی که وقتی آسانبر (آسانسور) می‌خواهد رویه بالا شروع به حرکت کند، برای چند لحظه سرعت آسانبر تغییر می‌کند و آسانسور شتاب رو به بالا پیدا می‌کند (شکل ۴ الف). در نتیجه ترازو وزن شخص را کمی بیشتر از وزن معمولی وی نشان می‌دهد.

همچنین وقتی آسانبر بخواهد متوقف شود، لازم است سرعت خود را به‌تدریج کاهش دهد و در نتیجه برای چند لحظه شتابی رو به پایین پیدا می‌کند و ترازو عدد کمتری را نسبت به وزن معمولی شخص نشان می‌دهد (شکل ۴ ب). اگر کابل آسانبر پاره شود و آسانبر سقوط آزاد کند، ترازو مقدار صفر را نشان می‌دهد. زیرا ترازو نیز با همان شتابی شروع به سقوط آزاد می‌کند که شخص در حال سقوط آزاد است. بنابراین چون در این حالت ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد، به‌اشتباه فکر می‌کنیم که شخص دچار بی‌وزنی شده است که در واقع موضوعی نادرست است.

به عبارت دیگر وزن شخص درون آسانبری که کابل آن پاره شده، برابر وزن شخص روی زمین است. ولی چون شخص در حال سقوط آزاد است، احساس بی‌وزنی به وی دست می‌دهد. این درست همان اتفاقی است که برای فضانوردان ایستگاه فضایی بین‌المللی رخ می‌دهد. یعنی ایستگاه فضایی بین‌المللی در هر لحظه در حال سقوط آزاد روی مداری است که دور زمین می‌گردد و همین امر سبب احساس بی‌وزنی فضانوردان می‌شود.



شکل ۴. مقایسهٔ وضعیت شخص و ترازو در چهار حالت متفاوت یک آسانبر. پیکان آبی‌رنگ جهت شتاب حرکت آسانبر را نشان می‌دهد. در وضعیت پ چون آسانبر با سرعت ثابت در امتداد قائم در حال حرکت است، شتاب آن صفر است.

خوب است بدانید

فضانوردان در مدار بدون نیروی تکیه‌گاه و در حالت احساس بی‌وزنی مداوم‌اند. گاهی فضانوردان پیش از عادت‌کردن به حالت احساس بی‌وزنی مداوم، دچار «فضازدگی» می‌شوند. فضانوردان در مدار پیوسته در حالت سقوط آزادند. ایستگاه فضایی بین‌المللی محیطی با احساس بی‌وزنی را در اختیار می‌گذارد. ایستگاه و فضانوردان همگی، به سبب ارتفاعشان به مقدار یکسانی به طرف زمین شتاب می‌گیرند (اندکی کمتر از g). این شتاب به‌هیچ‌وجه احساس نمی‌شود. همچنین شتاب فضانوردان نسبت به ایستگاه صفر است، به طوری که در درازمدت باعث ازدست‌رفتن توان ماهیچه‌ها و تغییرهای زیان‌بخش دیگری در بدن آن‌ها می‌شود.

پی‌نوشت

۱. دانش‌آموزانی که رشته‌های علوم تجربی یا ریاضی فیزیک را انتخاب کنند در فیزیک ۳ پایه دوازدهم با این رابطه آشنا می‌شوند.

به یک شرط یک ریال بده یک میلیون بگیر

عباس قلعه‌پوراقدم (قسمت دوم)

در قسمت اول خواندید که مرد ناشناسی به مرد ثروتمند قصهٔ ما معامله‌ای را پیشنهاد کرد که در آغاز بسیار پرمنفعت به نظر می‌رسید. طوری که مرد ثروتمند به عقل و هوش مرد ناشناس شک کرد و نگران بود او به عهد خود وفا نکند. معامله از این قرار بود که مرد ناشناس به مدت یک ماه هر روز یک میلیون تومان به او می‌دهد و او در عوض روز اول ۱ ریال، روز دوم ۲ ریال، روز سوم ۴ ریال و به همین صورت هر روز دو برابر روز قبل باید به مرد ناشناس بپردازد.

در قسمت اول، پرداختی‌های مرد ثروتمند را تا روز بیست و دوم برایتان نوشته و از شما خواسته بودم که هشت روز بعدی را خودتان محاسبه کنید. کار سختی هم نبود. شما فقط باید پرداختی هر روز را دو برابر می‌کردید تا پرداختی فردای آن روز به دست بیاید. پرداختی روز بیست و دوم برابر ۲۰۹۷۱۵۲ ریال است، پس پرداخت‌های بعدی به صورت زیر هستند:

روز بیست و سوم	۴۱۹۴۳۰۴ ریال
روز بیست و چهارم	۸۳۸۸۶۰۸ ریال
روز بیست وپنجم	۱۶۷۷۷۲۱۶ ریال
روز بیست و ششم	۳۳۵۵۴۴۳۲ ریال
روز بیست و هفتم	۶۷۱۰۸۸۶۴ ریال
روز بیست و هشتم	۱۳۴۲۱۷۷۲۸ ریال
روز بیست ونهم	۲۶۸۴۳۵۴۵۶ ریال
روز سی‌ام	۵۳۶۸۷۰۹۱۲ ریال

همچنین از شما عزیزان خواسته بودم کل پرداختی‌های مرد ثروتمند را در این سی روز حساب کنید که اگر درست جمع زده باشید، باید به عدد ۱۰۷۳۷۴۱۸۲۳ ریال، یعنی یک میلیارد و هفتاد و سه میلیون و هفتصد و چهل و یک هزارو هشتصد و بیست و سه ریال، و به عبارت دیگر، کمی بیشتر از ۱۰۷ میلیون تومان رسیده باشید. این در حالی است که این مرد نگون‌بخت ظرف سی روز، از قرار روزی یک میلیون تومان، فقط ۳۰ میلیون تومان از مرد ناشناس گرفته است. عجب کلاه گشادی سرش رفته! این همه پول با یک ریال شروع شد.

حتی اگر مرد ناشناس به جای روزی یک میلیون، روزی سه میلیون تومان هم می‌داد، باز ۱۷ میلیونی ضرر متوجه مرد قصهٔ ما می‌شد. اما آنچه که می‌خواهم شما از این معما یاد بگیرید مربوط می‌شود به حساب‌کردن کل پرداختی‌های مرد ثروتمند در ۳۰ روز. همان طور که در چند سطر پیش اشاره کردم، شما با جمع کردن سی عدد که هر کدام پرداختی یک روز بود، به عدد ۱۰۷۳۷۴۱۸۲۳ رسیدید. البته ممکن است برخی از شما روشی را که حالا می‌خواهم برای به‌دست‌آوردن این حاصل‌جمع بگویم، بلد و به کار بسته باشید که اگر تعداد چنین مخاطبانی زیاد باشد، جای بسی خوش‌بختی است؛ هر چند چنین انتظاری ندارم، چون شما هنوز با این موضوع آشنایی ندارید. حال به این موضوع می‌پردازم:

با دنباله‌های عددی آشنا هستید. وقتی چند عدد را پشت سر هم می‌نویسیم، در واقع یک دنبالهٔ عددی ساخته‌ایم. برای مثال، دنبالهٔ زیر نمره‌های درس ریاضی دانش‌آموزی را در امتحان‌های ماهانه از مهر تا اردیبهشت نشان می‌دهد:

۱۴، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۱۸، ۱۹، ۱۲

این یک دنبالهٔ عددی است. حالا به دنباله‌های زیر که شما را به یاد کلاس اول می‌اندازند، توجه کنید:

۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

۴۰، ۳۵، ۳۰، ۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵

۱۰۰، ۹۰، ۸۰، ۷۰، ۶۰، ۵۰، ۴۰، ۳۰، ۲۰، ۱۰

تفاوت این سه دنباله با دنبالهٔ نمره‌های ریاضی بالایی چیست؟ بله! درست است، در این سه دنباله میان هر عدد با عدد پیشین یا پسین خود رابطه‌ای وجود دارد: در اولی هر عدد برابر عدد قبلی به اضافهٔ یک است. در دومی اختلاف دو عدد برابر ۵ است. در سومی نیز هر عدد از قبلی‌اش ۱۰ تا بیشتر است. این نوع دنباله‌ها را که هر عدد از جمع‌کردن عدد قبلی با یک عدد به دست می‌آید، «دنبالهٔ حسابی» می‌نامند. این را هم بگویم که این عدد ثابت که به هر عدد اضافه می‌شود تا عدد بعدی به دست آید، می‌تواند منفی هم باشد که در این صورت عددها رفته‌رفته کوچک‌تر می‌شوند؛ مانند دنبالهٔ زیر که عدد ثابت آن ۳- است:

۳۷، ۴۰، ۴۳، ۴۶، ۴۹، ۵۲، ۵۵، ۵۸، ۶۱، ۶۴، ۶۷، ۷۰

این هم ناگفته نماند که دنباله می‌تواند بی‌پایان باشد؛ مانند مجموعه‌های عددها که با آن‌ها آشنا هستید. مجموعهٔ عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ... یک نمونه از دنباله‌های حسابی بی‌پایان است. حالا به دنباله‌های زیر توجه کنید:

...، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱

...، ۷۲۹، ۲۴۳، ۸۱، ۲۷، ۹، ۳

آیا این دو نیز دنبالهٔ حسابی هستند؟ پاسخ منفی است. در این دو دنباله هر عدد از ضرب‌کردن عدد پیشین در یک عدد ثابت به دست آمده است. در اولی عدد ثابت برابر ۲ است و داریم:

...، ۲۵۶ = ۲×۱۲۸، ۱۲۸=۲×۶۴، ۶۴=۲×۳۲

در دومی هر عدد در ۳ ضرب شده و عدد بعدی به دست آمده است:

...، ۷۲۹=۳×۲۴۳، ۲۴۳=۳×۸۱، ۸۱=۳×۲۷، ۲۷=۳×۹، ۹=۳×۳

این نوع از دنباله‌ها را «دنبالهٔ هندسی» می‌نامند.

دنباله‌های حسابی و هندسی را در دورهٔ دوم متوسطه خواهید خواند و با خاصیت‌های هر یک از آن‌ها آشنا خواهید شد. تنها چیزی که من در اینجا می‌خواهم به آن اشاره کنم که به درد داستان معمای سودآور می‌خورد، خاصیت زیر در مورد دنباله‌های هندسی است:

«در هر دنبالهٔ هندسی، هر عدد برابر است با مجموع همهٔ عددهای پیش از خودش به اضافهٔ عدد اول دنباله.»

با یک مثال موضوع را توضیح می‌دهم. به دنبالهٔ هندسی زیر توجه کنید:

...، ۱۰۲۴، ۵۱۲، ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱

حالا تساوی‌های زیر را ببینید:

۱=۱

۲=۱+۱

۴=(۲+۱)+۱

۸=(۴+۲+۱)+۱

۱۶=(۸+۴+۲+۱)+۱

۳۲=(۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

۶۴=(۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

۱۲۸=(۶۴+۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

۲۵۶=(۱۲۸+۶۴+۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

۵۱۲=(۲۵۶+۱۲۸+۶۴+۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

۱۰۲۴=(۵۱۲+۲۵۶+۱۲۸+۶۴+۳۲+۱۶+۸+۴+۲+۱)+۱

.....

همان طور که می‌بینید، هر عدد از دنباله برابر است با حاصل‌جمع تمام عددهای پیش از آن به اضافهٔ یک.

نوبت شما: در دنبالهٔ هندسی زیر مورد بالا را بررسی کنید:

...، ۴۸۶، ۱۶۲، ۵۴، ۱۸، ۶، ۲

حالا بیایید مقدار پول‌هایی را که مرد ثروتمند قصهٔ معاملهٔ سودآور به مرد ناشناس در مدت سی روز پرداخته است، به صورت یک دنباله بنویسیم:

۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸، ۲۵۶، ۵۱۲، ۱۰۲۴، ۲۰۴۸، ۴۰۹۶، ۸۱۹۲، ۱۶۳۸۴، ۳۲۷۶۸، ۶۵۵۳۶، ۱۳۱۰۷۲، ۲۶۲۱۴۴، ۵۲۴۲۸۸، ۱۰۴۸۵۷۶، ۲۰۹۷۱۵۲، ۴۱۹۴۳۰۴، ۸۳۸۸۶۰۸، ۱۶۷۷۷۲۱۶، ۳۳۵۵۴۴۳۲، ۶۷۱۰۸۸۶۴، ۱۳۴۲۱۷۷۲۸، ۲۶۸۴۳۵۴۵۶، ۵۳۶۸۷۰۹۱۲

این یک دنبالهٔ هندسی با عدد ثابت دو است. برای محاسبهٔ کل پرداختی مرد ثروتمند در سی روز باید این سی عدد را با هم جمع کنیم. ولی با دانستن این ویژگی که هر عدد این دنباله برابر است با مجموع همهٔ عددهای پیشین به علاوهٔ یک، دیگر مجبور به این کار نیستیم. می‌توانیم بگوییم که عدد سی‌ام، یعنی ۵۳۶۸۷۰۹۱۲ برابر است با مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم به اضافهٔ یک؛ یعنی:

۱+ حاصل جمع عددهای یکم تا بیست و نهم=۵۳۶۸۷۰۹۱۲

پس می‌توانیم به راحتی بفهمیم که حاصل جمع عددهای یکم تا بیست و نهم برابر است با عدد ۵۳۶۸۷۰۹۱۲ منهای یک؛ یعنی:

۵۳۶۸۷۰۹۱۱= مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم

حالا که فهمیدیم مجموع عددهای یکم تا بیست و نهم برابر ۵۳۶۸۷۰۹۱۱ است، برای به دست آوردن مجموع سی عدد کافی است مجموع عددهای یکم تا بیست ونهم را با عدد سی‌ام جمع کنیم:

۱۰۷۳۷۴۱۸۲۳ = ۵۳۶۸۷۰۹۱۱ + ۵۳۶۸۷۰۹۱۲

و این همان مجموع سی عدد است که شما با جمع کردن سی عدد به آن رسیده بودید. امیدوارم از این داستان و مطلب جدیدی که یاد گرفتید، خوشتان آمده باشد. همچنین امیدوارم ریاضی را در زندگی خود به کار ببندید تا مثل مرد ثروتمند قصهٔ ما سرتان کلاه نرود.

قسمت هشتم • شراره تقی‌دستجردی • محسن رحیمی پیرانفر

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است!

هیوا در تخت‌خوابش دراز کشیده بود. فصل امتحانات بود و او روزهای شلوغی را پشت سر می‌گذاشت. فردا هم یک روز شلوغ دیگر بود، ولی از یک نظر برای هیوا روز خاصی بود؛ او فردا امتحان ریاضی داشت. از روزی که هیوا خبر مربوط به انقراض خرس‌های قطبی را خوانده بود، سه سالی می‌گذشت و در این مدت او هیچ‌وقت از تلاش برای نجات خرس‌های قطبی غفلت نکرده بود. تقریباً از همان زمان مشکلات او در درس ریاضی هم کم و کمتر شدند و هیوا متوجه نشد که دقیقاً از کی دیگر در ریاضی مشکلی ندارد. اما برای او ریاضی یادآور خرس‌های قطبی، و خرس‌های قطبی یادآور ریاضی شدند.

هیوا به خاطر می‌آورد که آن روزهای اول، ریاضی چطور در محاسبهٔ میزان یرق هدر رفته در شارژرها به کمک او آمده بود. چطور ریاضی و خرس‌های قطبی به او کمک کرده بودند دنیای دور و برش را بهتر بشناسد و سازوکار پدیده‌های مختلف را بهتر درک کند. دیگر حل کردن مسائل ریاضی نه‌تنها برای او سخت و ملال‌آور نبود، بلکه راهی بود که از طریق آن می‌توانست در جهت نجات خرس‌های قطبی و شاید همهٔ موجوداتی که در معرض خطر بودند گام بردارد.

حتی شبکه‌های اجتماعی که قبلاً برای او فقط سرگرم‌کننده بود، اکنون به دری تبدیل شده بود که به دنیایی از مسائل ریاضی باز می‌شد؛ پیش‌بینی اینکه: یک پست در شبکه‌های اجتماعی چند بار پسندیده می‌شود؟ عامل‌های متفاوت چطور در افزایش تعداد دنبال‌کننده‌های یک حساب کاربری تأثیر می‌گذارند؟ آیا مدل خاصی وجود دارد که رفتار کاربران شبکه‌های اجتماعی را توصیف کند؟

هیوا گوشی تلفن همراهش را برداشت. اعلان‌های روی صفحه گوشی نشان می‌دادند که ۳ نفر دیگر هم آخرین پست او را پسندیده‌اند. در مجموع، تاکنون ۲۶۴ نفر آن را پسندیده بودند. در این پست، هیوا نقل کرده بود که دوسوم کربن دی‌اکسید که در محیط منتشر می‌شود از پوشاک تولیدشده بر جای مانده است و ۲۰ درصد آلودگی آب‌های جهان ناشی از فعالیت‌های صنعت مد و پوشاک است.

در شمارهٔ قبل هیوا روشی برای تخمین تعداد دنبال‌کننده‌هایش به دست آورد که خالی از ایراد نبود. شاید شما هم توانسته باشید روش(هایی) را برای تخمین تعداد دنبال‌کننده‌های او به دست آورید. اکنون با توجه به تعداد دفعاتی که آخرین پست و پست قبلی او پسندیده شده است حدس می‌زنید پس از سه سال، تعداد دنبال‌کننده‌های هیوا به چه تعداد رسیده است؟

هنوز چند ساعتی بیشتر از انتشار این پست نگذشته بود و تعداد دفعه‌های پسندیده‌شدن آن از پست قبلی ۱۵۶ تا کمتر بود. در پست قبلی، هیوا در مورد اثرات منفی تولید و مصرف بی‌رویهٔ دستمال کاغذی اطلاع‌رسانی کرده بود؛ بر اساس بررسی‌های انجام شده، صنایع تولید کاغذ و دستمال کاغذی، در میان صنایع جهان، رتبهٔ سوم تولید گازهای گلخانه‌ای را به خود اختصاص داده‌اند و در گرمایش کرهٔ زمین نقش زیادی دارند. روزانه ۲۷ هزار درخت قطع می‌شود تا تنها نیاز جهان به دستمال کاغذی سرویس‌های بهداشتی تأمین شود. یعنی برای تولید دستمال کاغذی مورد نیاز ما، باید سالانه میلیون‌ها درخت قطع شوند. این کار، باعث تخریب جنگل‌هایی می‌شود که علاوه بر جذب کربن دی‌اکسید موجود در هوا، زیستگاه بسیاری از گونه‌های گیاهی و جانوری نیز هستند.

با توجه به این خبر که سالانه هر فرد بیش از ۴/۵ کیلوگرم دستمال کاغذی مصرف می‌کند و خبری که هیوا در مورد تولید دستمال کاغذی به اشتراک گذاشته بود، تخمین بزنید اگر روزانه هر نفر فقط یک دستمال کاغذی کمتر مصرف کند، در این صورت، در هر روز از قطع چه تعداد درخت جلوگیری می‌شود؟

هیوا به خاطر می‌آورد که چطور اطرافیانش بعد از خواندن این پست نسبت به مصرف کاغذ و دستمال کاغذی محتاط‌تر شده بودند. از آن به بعد بود که خانوادهٔ هیوا تصمیم گرفت تا حد ممکن از سفره، کیسه و ظرف یک‌بارمصرف استفاده نکند؛ هیوا لیوانی برای مدرسه و پدر و مادر هر کدام لیوانی برای استفاده در محل کارشان تهیه کردند؛ مادربزرگ کیسهٔ زیبایی دوخت که هیوا هر بار موقع خرید آن را همراه خودش می‌برد و خریدهایش را داخل آن می‌گذاشت؛ در آشپزخانه، دستمال‌های پارچه‌ای قلیل شست‌وشو را جایگزین رل‌های دستمال‌های کاغذی کردند.

برای تولید هر ورق کاغذ حدود ۱۰ لیتر آب مصرف می‌شود. با توجه به تصمیم خانواده هیوا، مبنی بر کاهش مصرف کاغذ، اگر آن‌ها در هر روز در استفاده از یک ورق کاغذ صرفه‌جویی کنند، در یک سال در مصرف چند لیتر آب صرفه‌جویی می‌شود؟
اگر هر کدام از دنبال‌کننده‌های هیوا هم که خبر او را پسندیده بودند، هر روز یک ورق کمتر مصرف کنند، آنگاه در یک سال چقدر در مصرف آب صرفه‌جویی می‌شود؟

اما نگرانی خانوادهٔ هیوا فقط محدود به استفاده از محصولات یک‌بارمصرف کاغذی و پلاستیکی نبود. پیش‌تر، پستی که هیوا دربارهٔ رابطهٔ بین میزان مصرف سوخت و جرم خودرو منتشر کرده بود باعث شد آن‌ها نسبت به نگهداری وسایل غیرضروری

در خودرو حساس شوند.

به ازای هر ۴۵ کیلوگرم افزایش جرم خودرو مصرف سوخت آن حدود ۲ درصد افزایش می‌یابد.

باک بنزین خودروی خانواده هیوا، ۴۵ لیتر گنجایش دارد. آن‌ها هر ماه به طور میانگین حدود ۲۰۰ لیتر بنزین مصرف می‌کنند. حساب کنید اگر پدر هیوا هر بار که به پمپ بنزین می‌رود، به اندازهٔ نیمی از گنجایش باک خودرو بنزین بزند، آنگاه در یک سال چقدر در مصرف سوخت آن‌ها صرفه‌جویی می‌شود؟ همچنین تخمین بزنید با برداشتن صندلی تاشو، زیرانداز و سبد پیک‌نیک از صندوق عقب در یک سال چند لیتر بنزین دیگر صرفه‌جویی می‌شود؟

به پیشنهاد هیوا، پدر که عادت داشت همیشه صندلی تاشو، زیرانداز و سبد پیک‌نیک خانواده را در صندوق عقب ماشین نگهداری کند، آن‌ها را در انباری گذاشت تا تنها هنگام نیاز به صندوق عقب برگردانند. همچنین آن‌ها تصمیم گرفتند تا حد امکان باک بنزینشان را کامل پر نکنند. این کار اگرچه تعداد دفعه‌های مراجعه به پمپ بنزین را افزایش می‌داد، ولی به نظرشان به زحمتش می‌ارزید؛ چون در درازمدت ضمن، صرفه‌جویی در هزینهٔ مصرف سوخت، به کاهش آلودگی هوا هم کمک می‌کرد.

هیوا همین‌طور که در صفحهٔ شبکهٔ مجازی‌اش پایین می‌رفت، به پستی رسید که در مورد تولید برق خانگی با استفاده از پنل‌های خورشیدی گذاشته بود:

خرید تضمینی برق از نیروگاه‌های خورشیدی خانگی: با سرمایه‌گذاری برای راه‌اندازی نیروگاه کوچک تولید برق با پنل‌های خورشیدی می‌توانید روزانه حدود ۴۰ کیلووات ساعت برق تولید کنید و آن را به شرکت برق ایران بفروشید.

هنوز هم یادآوری بازخوردهایی که این پست گرفته بود برای هیوا هیجان‌انگیز و دلگرم‌کننده بود. یکی از کاربران در نظرات نوشته بود که حاضر است برای تأسیس یک نیروگاه کوچک خورشیدی سرمایه‌گذاری کند و کاربران دیگری هم بیان کرده بودند که مایل‌اند بر پشت‌بام خانه‌شان پنل‌های خورشیدی نصب کنند. دیگر خورشید در نظر هیوا فقط یخ‌ها را آب نمی‌کرد، بلکه نمادی برای نجات یخ‌ها بود.

هفت نفر از دنبال‌کننده‌های هیوا در خانهٔ خود پنل خورشیدی نصب کرده‌اند. نیروگاه کوچک تولید برق آن‌ها هر ساعت ۱۰ کیلووات برق تولید می‌کند. همچنین، یک نفر نیز برای یک مزرعهٔ ۲۰۰ کیلووات ساعتی، سرمایه‌گذاری کرده است. این هشت نفر با سرمایه‌گذاری در این صنعت سالانه چند کیلووات برق تولید می‌کنند؟ با توجه به این خبر که برای هر کیلووات برق مصرفی در خانه، به سه برابر انرژی سوخت فسیلی در نیروگاه‌های برق کشور نیاز داریم، سرمایه‌گذاری آن‌ها هر سال چه مقدار در انرژی حاصل از سوخت‌های فسیلی صرفه‌جویی می‌کند؟

هیوا گوشی را کناری گذاشت و چشمانش را بست. فردا روزی طولانی در پیش داشت و باید استراحت می‌کرد.

در قطب شمال یخ‌ها زیر آفتاب ملایمی می‌درخشیدند و خرس‌های قطبی بازیگوشانه روی یخ‌ها این سو و آن سو می‌رفتند. آن‌ها دیگر می‌دانستند که در میان انسان‌ها هیواهای بسیاری هستند که با فکر و قلبشان برای نجات خرس‌های قطبی تلاش می‌کنند.

پایان

ماه‌بانو تاتا؛ مادر آمار ایران

رضا حیدری‌قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران ● تصویرگر: سام سلماسی

۱ **ماه‌بانو تاتا** در ۶ اردیبهشت ۱۳۲۱ خورشیدی، در مومبایی هندوستان، در یک خانوادهٔ سنتی و فرهنگی زاده شد و دوران کودکی تا جوانی خود را در شهر مومبایی سپری کرد. مطابق رسم زمانشان همراه با پدرش **نیروسنگ**، مادرش **شهرناز**، مادربزرگ و خانواده‌های دو عمو زیر یک سقف زندگی می‌کردند. دو عموی دیگر همواره خارج از بمبئی بودند و اگر در بمبئی بودند حتماً با آن‌ها زندگی می‌کردند. سال‌ها بعد یک روانشناس به خانم تاتا می‌گوید که از دید روانشناختی زندگی در چنین خانواده‌ای برای بچه ایده‌آل است. بلو تاتا می‌گوید من همیشه آن سال‌ها را به خوشی یاد می‌کنم.

۲ خانواده‌اش همواره او را تشویق به تحصیل می‌کرد و انگیزهٔ اصلی را هم خانواده در او ایجاد کرد حتی موقعی که می‌خواست به دانشگاه برود مشوق اصلی او بودند تا تحصیلاتش را ادامه بدهد. او می‌گوید: خانوادهٔ من سنتی و فرهنگی بودند. پدرم مهندس بود و مادرم لیسانس ریاضی داشت. تحصیلات برایشان مهم بود. بین دختر و پسر در خانوادهٔ ما فرقی نبود، شانس من تولد و زندگی در همین خانواده بود. زن‌های فامیل ما در آن زمان و حتی قبل از تولد من تحصیلات عالیه داشتند. درس خواندن در خانوادهٔ من غیرعادی نبود علاقه به درس خواندن را هم مدیون همین خانواده هستم. به نظرم دنبال تحصیلات عالیه بودن در چنین خانواده‌ای کار شاقی نبوده که انجام داده‌ام.

۳ در سال ۱۳۳۷، در رشتهٔ ریاضی دانشگاه مومبایی پذیرفته و مشغول به تحصیل شد وی مدرک کارشناسی خود را در سال ۱۳۴۰ دریافت نمود و بلافاصله پس از آن در رشتهٔ آمار و در دورهٔ کارشناسی‌ارشد همان دانشگاه قبول شد و این دوره را در مدت ۲ سال به پایان رساند و در سال ۱۳۴۲ فارغ‌التحصیل شد.

۴ به دلیل پشتکار، تلاش و علاقهٔ بسیاری که به درس خواندن داشت در همان سال ۱۳۴۲ وارد دانشگاه پردو شد و در رشتهٔ دکترای آمار این دانشگاه به تحصیل پرداخت و در سال ۱۳۴۶ به دریافت درجهٔ دکترا نائل آمد. هنگام دریافت درجهٔ دکترای خویش عنوان نمود که به بزرگترین آرزوی زندگیش رسیده است زیرا که از دوران کودکی علاقه داشته است که به نحوی باعث سربلندی خانواده‌اش شود.

ماه بلو می‌گوید: ۲۱ ساله بودم که به آمریکا رفتم. آنجا نه کسی را داشتم و نه کسی را می‌شناختم. تلفن همراه و شبکه‌های اجتماعی هم که قطعاً نبود، حتی همهٔ خانواده‌ها تلفن هم نداشتند. بیشتر از سه‌سال صدای پدر و مادرم را نشنیدم و ۱۰ سال هم ندیدمشان، فقط نامه بود که دو هفته طول می‌کشید به دستم برسد، اما با شرایط کنار آمدم و درسم را خواندم. الان دانشجوهایی را می‌بینم که از شهرهای دیگر می‌آیند و به راحتی با خانواده در ارتباطند، اما باز هم می‌گویند دلتنگیم. بچه‌های امروزی را می‌بینم همیشه تعجب می‌کنم.

۵ پس از دریافت دکترا به مدت پنج سال در دانشگاه ایالتی میشیگان (از سال ۱۳۴۶ تا ۱۳۵۱) مشغول به کار شد.

بعد از اخذ دکترا و کار در دانشگاه میشیگان که چند سالی طول کشید، تصمیم گرفت آنجا را ترک کند و به زادگاهش هند برگردد، درست همان موقع پیشنهاد شد تا برای تدریس دو ساله به ایران بیاید به صورت قراردادی به ایران آمد، ایران آمدنش عملا و ایران ماندنش همان. ایران را دوست دارد و از تصمیمی هم که گرفت راضی هست، ممکن است مشکلاتی برایش بوجود آمده باشد اما مطمئناً خوبی‌هایی هم دارد و این خوبی‌ها آنقدر هست که برای او ایران، دوست داشتنی باشد، به دلیل عشق فراوانی که از کودکی به ایران داشت تصمیم گرفت در ایران بماند.

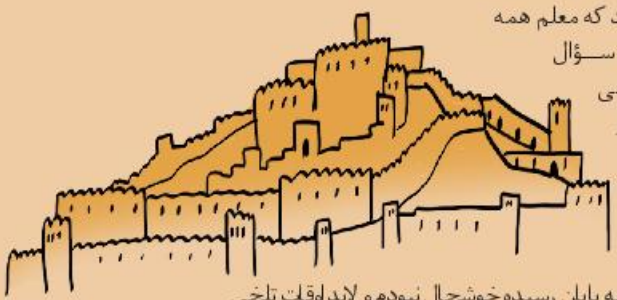
۶ ماه بانو تاتا می‌گوید دیگر ایرانی شده‌ام ... قرار بود دو سال به ایران بیاییم و برگردیم، اما آمدم و ۴۵ سال ماندم سال‌های طولانی تنها زنی بودم که دکترای آمار داشت و تدریس می‌کرد می‌توان ساخت و لبخند زد یا می‌توان نشست و گریه کرد؛ تفاوت ما با نسل جدید این بود.

۷ از سال ۱۳۵۱ در تهران و در دانشگاه صنعتی‌شریف به مدت دو سال به تدریس در رشتهٔ آمار پرداخت و سپس در طی یک دورهٔ ۱۶ ساله به ترتیب در مؤسسهٔ آموزش و آمار و انفورماتیک، مدرسهٔ عالی برنامه‌ریزی و کاربرد کامپیوتر، دانشگاه علامه طباطبایی با درجهٔ دانشیاری به تدریس پرداخت و همچنین عضو موفق مرکز آمار در سال ۱۳۵۹ خورشیدی شد.

۸ در ایران در چند جا تدریس می کرد. یک ترم در دانشگاه کرمان مأموریت داشت، وقتی به کرمان رفت دید این شهر آرامش خاصی دارد و از این آرامش خوشش آمد و شاید همین امر باعث شد تا در کرمان، ماندگار شود. خانم تاتا در سال ۱۳۶۸ خورشیدی به کرمان رفت و در دانشگاه شهید باهنر کرمان به عنوان استاد و رئیس بخش آمار مشغول به فعالیت شد که هم اکنون هم در این مرکز مشغول به آموزش است و دانشجویان دوره‌های کارشناسی‌ارشد و دکترای بسیار زیادی را راهنمایی می‌کند.

استاد تاتا در بخش آمار دانشکدهٔ ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید باهنر کرمان به خدمات علمی پرداخته و با پذیرش بار سنگین مسئولیت بخش آمار در سال‌های پیوسته و با تربیت دانشجویان بی‌شمار در مقاطع مختلف رشتهٔ آمار، خدمات خویش به دانش، فرهنگ و هنر ایران زمین را جاودانه ساخته است. عضویت این بانوی فرهیخته، در مجامع علمی تأثیرگذاری همچون «انستیتو بین‌المللی آمار»، «جامعهٔ ریاضی‌دانان ایران»، و «جامعهٔ آماردانان ایران» از افتخارات اوست. خدمات وی به دانش نوپای آمار در ایران به اندازه‌ای است که به او فرنام (لقب) «مادر آمار ایران» را داده‌اند.

۹ خانم تاتا می‌گوید دانش‌آموزان انتظار دارند که معلم همه چیز را بداند و منتقل کند، و برای همین کمتر سؤال



می‌کنند، هر موضوعی که معلم بگوید تصور می‌کنند همین است و بحثی ندارند، حتی بین دانش‌آموزان برتر و مدارس خوب هم همین‌طور است، درحالی‌که سال‌هایی که در ایران نبودم این شکلی نبود، دانش‌آموزان در بحث‌ها مشارکت می‌کردند و سؤال زیاد می‌پرسیدند. البته الان به نظر کمی این روحیه بین دانش‌آموزان ایرانی بهتر شده، اما باز هم این تفاوت هست.

۱۰ چهار ساله بودم که صاحب یک خواهر شدم. حتماً از این که دوران یکی، یه دونه بودنم به پایان رسیده خوشحال نبودم و لابد اوقات تلخی می‌کردم. آن زمان اگر مادر از بچه خسته می‌شد می‌برد‌ش مدرسه. چون دو دختر عمویم مدرسه می‌رفتند یک روز مادر تصمیم گرفت که من هم همراه آن‌ها بروم. مدرسهٔ ما در سال ۱۲۴۲ تأسیس شده و یکی از قدیم‌ترین مدرسه‌های مومبایی است. به هر حال این باعث شد که من در سن پانزده‌سالگی وارد یک کالج در دانشگاه مومبایی شدم و چهار سال بعد با کارشناسی رشته ریاضی فارغ‌التحصیل شدم.

۱۱ سال‌های پیش از استقلال هند آقای دکتر مهالنوبیس پی بردند که برای پیشرفت هند مستقل به متخصصان آمار نیاز خواهد بود و در این راستا مؤسسهٔ آمار هند را در حومهٔ شهر کولکتا تأسیس کردند. از آن زمان در هند رشتهٔ آمار از رشته‌های برتر شناخته می‌شود. مؤسسهٔ آمار هند آنجا حرف اول را می‌زد و دانشگاه مومبایی دوم حساب می‌شد. خوشبختانه برای کارشناسی ارشد در رشتهٔ آمار در دانشگاه مومبایی پذیرفته شدم و دو سال بعد فارغ‌التحصیل شدم.

۱۲ مدتی است دوستان آماردان از عمومی کردن آمار صحبت می‌کنند اما هنوز به نتیجه نرسیدند و به نظرم دلیل این است که همه باور می‌کنند که آمار یک زیر رشتهٔ ریاضی است و بس. چهل سال پیش یک پسر بچه در امریکا که هشت سال سن داشت با غرور به من گفت قد من در ۹۵امین صدک است اما حتی امروز در ایران واژهٔ صدک متداول نیست. با شاخص‌های آماری هم ناآشنااند. مثلاً نمی‌دانند که کم شدن تورم باعث کم شدن قیمت نمی‌شود.
من باور دارم ملتی که آمار و ارقام را درک می‌کند پیشرفت خواهد کرد و نخست باید خودمان به اهمیت آمار پی بریم. آرزو می‌کنم به زودی به هدفمان برسیم.

مسئله: میزان درآمد چهار میلیاردر، ۱۳۲ میلیارد تومان است؛ نفر دوم دو برابر نفر اول، نفر سوم سه برابر نفر دوم و نفر چهارم، چهار برابر نفر سوم دارایی دارد. دارایی هر کدام چقدر است؟

برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

ژما جواهری‌پور

لطفاً با **ریاضیات** وارد **اینترنت** شوید!

امروزه اینترنت بخش بزرگی از زندگی همهٔ افراد، از جمله دانش‌آموزان را تشکیل می‌دهد و اگر بزرگ‌سالان بالغ، باهوش و حتی گاهی مسلط در زمینهٔ فناوری، مورد کلاه‌برداری برخط قرار بگیرند، می‌توان پیش‌بینی کرد که کودکان و نوجوانان هم در معرض خطرات اینترنت باشند. شما دانش‌آموزان در کلاس‌های فناوری شرکت می‌کنید، برای پروژه‌های مدرسه به گشت‌وگذار در اینترنت می‌پردازید، و بدیهی است که در اوقات فراغت خود از اینترنت برای انواع کارها استفاده می‌کنید. بنابراین بهتر است اطلاعاتی دربارهٔ امنیت سایبری داشته باشید. واقعیت این است که جرم‌های فضای مجازی (سایبری) بیش از انواع جرم‌های سنتی به یک تهدید تبدیل شده‌اند. جرم‌هایی مثل سرقت از کارت‌های بانکی، کلاه‌برداری یا دسترسی به فیلم‌ها و عکس‌های خصوصی در چند سال گذشته در فضای اینترنت گسترش پیدا کرده‌اند. حفاظت از داده‌ها مثل حفاظت از هر چیز ارزشمند دیگری است که در زندگی داریم. ما برای مراقبت از دارایی‌های با ارزشمان روش‌های گوناگونی داریم. مثلاً پولمان را به بانک می‌سپاریم. اگر مالک وسیله‌ای مانند گوشی هوشمند هستیم، مدام درصدد مراقبت از آن و آموختن روش‌های تازه برای نگهداری بهتر آن هستیم. اطلاعات هم جزو دارایی‌های باارزش محسوب می‌شود. اگر شما فایل‌های متنی یا تصویر باارزشی دارید، اگر صاحب یک وب‌گاه هستید، اگر در یک شبکهٔ اجتماعی صفحهٔ شخصی دارید، بی‌تردید در معرض حملات سایبری قرار دارید و باید به امنیت فضای مجازی به طور جدی توجه داشته باشید. روش‌های امنیت فضای مجازی هر روز تغییر می‌کنند و به‌روز می‌شوند. زندگی در دنیای رایانه‌ها و شبکه‌های ارتباطی سروکار ما را با داده‌ها روزبه‌روز بیشتر می‌کند. بنابراین ناگزیر هستیم به راهکارهای امنیت فضای مجازی توجه بیشتری داشته باشیم. اما ابزار یادگیری امنیت فضای مجازی چیست؟ ریاضیات اساس و پایهٔ آن است. سطح اولیهٔ امنیت فضای مجازی معمولاً فقط به مفهوم‌های پایهٔ ریاضی نیاز دارد که در کارهای رمزنگاری یا برنامه‌نویسی استفاده می‌شوند. اگر می‌خواهید در شغل‌های امنیت فضای مجازی کار کنید، به آموزش مفاهیم ریاضی نیاز دارید. تفاوت یک متخصص امنیت فضای مجازی که برای یک شبکهٔ کوچک خدمات امنیتی ارائه می‌کند و یک متخصص امنیت فضای مجازی که روی روش‌های رمزنگاری کار می‌کند، در این است که اولی مجبور نیست با حساب‌های زیادی سروکار داشته باشد، اما دومی باید اصول پیچیدهٔ ریاضی مربوط به شبکهٔ گستردهٔ اطلاعات را درک کند. اکثر روش‌های رمزگذاری مدرن از ایده‌های پیچیدهٔ ریاضی، مانند عددهای اول غول‌پیکر استفاده می‌کنند. این نشان می‌دهد که اگر به سمت فناوری رمزگذاری بروید، یا فرایندهای ریاضی پیچیده‌ای سروکار خواهید داشت. برای امنیت فضای مجازی به چه نوع ریاضی نیاز دارید؟ انواع ریاضیاتی که در زمینه‌های متفاوت این بخش باید با آن‌ها سروکار داشته باشید، نشان‌دهندهٔ وسعت این رشته است. انجام برخی از وظیفه‌ها، مانند باینری و برنامه‌نویسی، ممکن است به درک ریاضیات پایهٔ دبیرستان نیاز داشته باشد. با این حال در یک مرکز مطالعات امنیت فضای مجازی پیشرفته، مفهوم‌های ریاضی سطح بالاتر، مانند حساب دیفرانسیل و انتگرال، مورد استفاده قرار می‌گیرند. برخی از بخش‌های امنیت فضای مجازی، مانند امنیت شبکه، توانایی‌های حل مسائل پیچیده در ریاضیات را می‌طلبد. زیرا شامل کشف راه‌هایی برای حل خلاقانهٔ مشکلاتی است که پیش می‌آیند. ارزش ریاضی در امنیت سایبری این است که به خلاقیت زیادی نیاز دارد و شامل حل مسائل جالب با استفاده از انواع فن‌ها (تکنیک‌ها) است که اگر بخواهید موفق شوید، به درک کامل مفهوم‌های ریاضی احتیاج دارید. تمام آنچه که در سال تحصیلی گذشته یا هم دربارهٔ فناوری‌های دنیای آینده آموختیم نشان داد نیازمند تسلط بر مفاهیم و کاربردهای دانش ریاضی هستیم و زندگی در دنیای پیش رو بدون دانش ریاضی غیرقابل‌تصور است.

منبع:
https://startacybercareer.com/do-i-need-math-for-cyber-security/

رسوب در کانال کشاورزی

قاسم حسین قنبری

«حیله‌رود» رگ حیات شهر گرمسار است. این رود با سرچشمه‌گرفتن از کوه‌های البرز در قیروزکوه، در منطقهٔ «پنه‌کوه» به دشت گرمسار می‌رسد. سپس شبکه‌ای از کانال‌های سیمانی ذوزنقه‌شکل، آب را به زمین‌های کشاورزی در روستاهای منطقه می‌برد. من از دوران کودکی شاهد تکمیل این شبکه بودم.

اما متأسفانه کمی بعد از شروع به کار شبکه، بعضی قسمت‌های آن دچار مشکل شدند و تشکیل رسوب‌های زیاد به پرشدن کانال‌ها و تبدیل آن‌ها به جوی‌های معمولی منجر شد. هدف از ایجاد این شبکه نفوذ نکردن آب در خاک و رسیدن سریع آب به مزرعه‌ها بود که با این اتفاق همهٔ سرمایه‌گذاری‌ها هدر رفته بودند.

اما مشکل چه بود؟ برای اینکه آب در این شبکه جریان داشته باشد، کانال‌ها باید شیب خاصی داشته باشند. اگر شیب از این مقدار بیشتر باشد، سرعت زیاد آب باعث خرابی می‌شود و مهار آن مشکل است. از طرف دیگر، با همین شیب کم هم نباید کانال طول زیادی داشته باشد. به این منظور، در مسیر و هر چند ۱۰ متر، یک آبشار ایجاد می‌کنند تا سرعت آب گرفته شود.

بنابراین چون در بعضی محل‌ها شیب درست اندازه‌گیری و اجرا نشده بود، سرعت آب به حد مجاز نمی‌رسید و این موضوع باعث تشکیل رسوب و کورشدن کانال شده بود.

تعریف سادهٔ شیب به این صورت است:

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، شیب AC برابر است با $\frac{BC}{AB}$ که با افزایش شیب، زاویهٔ A هم افزایش می‌یابد.

برای مثال، در مثلث زیر شیب زاویهٔ A برابر $\frac{۴}{۳}$ است.

به هر حال تعریف ریاضی شیب بسیار ساده است، اما بی‌توجهی به آن می‌تواند خیلی گران تمام شود.

شاخه‌های ریاضیات

جعفر ربّانی

مبناهای اعداد

عزیزان دانش‌آموز یا این شماره، دورهٔ بیست و هفتم مجله به پایان می‌رسد و سلسله نوشتارهای ما با عنوان «شاخه‌های ریاضیات» نیز خاتمه می‌یابد. اکنون در این شماره شما را با مبناهای عددها آشنا می‌کنیم و امیدواریم این مجموعه مقدمه‌ای برای آشنایی بیشتر شما با جهان ریاضیات باشد. مبحث را با یک داستان کوتاه تخیلی شروع می‌کنیم.

مردم عجیب سیارهٔ آلفا

فضانوردی که به سیارهٔ آلفا سفر کرده بود، در گزارش خود به پایگاه فضایی روی زمین گفته بود: «در اینجا با مردی روبه‌رو شدم که ۱۰ فرزند دارد که از آن‌ها ۱۰۱۰ تنوه متولد شده است. او با اینکه یک سر بیشتر ندارد، اما ۱۰ چشم، ۱۰ گوش، ۱۰ سوراخ بینی، ۱۰ دست و ۱۰ پا دارد و هر یک از دست و پاهایش نیز دارای ۱۰۱ انگشت است.»

همکاران فضانورد از این گزارش بسیار شگفت‌زده شدند و گفتند آلفا باید سیاره‌ای با موجودات عجیب باشد؛ اما چیزی نگذشت که به راز این گزارش پی بردند. فکر می‌کنید راز آن چه بود؟ در پایان این نوشته خواهیم دید.

دستگاه ده‌دهی

شما باید بدانید که به دستگاه عددنویسی رایج در همه جا دستگاه ده‌دهی یا عددنویسی در مبنای ۱۰ می‌گویند. برای مثال، عدد ۸۵۴۲ را در نظر بگیرید. این عدد حاصل جمع چهار عدد دیگر است:

$$\begin{array}{r} 8000 \\ 500 \\ 40 \\ +\quad 2 \\ \hline 8542 \end{array}$$

و همین‌طور است عدد ۹۳۸۵:

$$\begin{array}{r} 9000 \\ 300 \\ 80 \\ +\quad 5 \\ \hline 9385 \end{array}$$

چنان که می‌بینید، در این دو عدد به‌جز یکان‌ها (یعنی ۲ و ۵) بقیهٔ عددها مضرب‌های ۱۰ هستند. برای مثال، در عدد دوم، ۹۰۰۰ را به صورت $(10\times10\times10)9$، ۳۰۰ را به صورت $(10\times10)3$ و ۸۰ را هم به صورت 10×8 می‌توان نوشت. حالا شما امتحان کنید و عددهای زیر را به صورت بالا به مضرب‌های ۱۰ تجزیه کنید و عملیات را در همین صفحه در جای خالی انجام دهید.

۵۶ ۲۶۴ ۱۷۵۱ ۱۴۵۵۵

اکنون که با عددهای در مبنای ۱۰ آشنا شدید، می‌پرسیم: آیا می‌توان عددی را به صورتی نوشت که به جای مضرب ۱۰، مضرب عدد کمتری باشد؟ مثلاً مضرب ۹، ۸، ... و ۲؟ پاسخ مثبت است. یادآوری می‌کنیم، همان‌طور که عددی مثل ۳۴ که عبارت است از ۴ به اضافهٔ 3×10، می‌توانند طوری نوشته شود که ۴ به اضافهٔ 3×7 باشد. در این صورت آن را به صورت $(34)_7$ می‌نویسیم و می‌خوانیم ۳۴ در مبنای ۷. حال اگر این عدد را مثل عددهایی که در بالا تجزیه کردیم، تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$(34)_7=4+3\times7=(25)_{10}$$

به همین ترتیب می‌توانیم عددهای دیگری با مبناهای متفاوت داشته باشیم. نخست عددهای در مبنای ۱۰ را می‌نویسیم:

$$(362)_{10}=2+6\times10+3\times10\times10=362$$
$$(30)_7=0+3\times7=(21)_{10}$$
$$(40)_7=0+4\times7=28$$
$$(31)_7=1+3\times7=22$$
$$(40)_5=0+4\times5=20$$
$$(411)_6=1+1\times6+4\times6\times6=151$$
$$(920)_8=0+2\times8+9\times8\times8=592$$

تا اینجا چند نکته یاد گرفتیم:

۱. عددهایی که ما در محاسبه‌های روزمره در همه جا به کار می‌بریم، همه بر مبنای ۱۰ هستند. به همین دلیل هیچ‌گاه عدد ۱۰ را نه می‌نویسیم و نه بر زبان می‌آوریم.

۲. به‌جز عددهای در مبنای ۱۰، در مبناهای دیگر باید عدد را در پرانتز بنویسیم و شمارهٔ مبنا را نیز بیرون آن بنویسیم. برای مثال، $(284)_9$ را می‌خوانیم ۲۸۴ در مبنای ۹ و نیز $(3552)_6$ را می‌خوانیم ۳۵۵۲ در مبنای ۶.

۳. همهٔ عددها را می‌توان به عددهای دیگر یا مبناهای دلخواه تبدیل کرد.

۴. رقم‌های هر عدد همیشـــه کوچک‌تر از رقم مبنا هستند. مثلاً $(۲۵)_۶$، $(۴۰۱)_۵$، $(۳۸۴)_۹$ و $(۲۹۹)_{۱۰}$ صحیح، اما عددهای $(۹۲۵)_۶$، $(۶۴)_۳$، $(۵۱۲)_۴$ و $(۶۳۷)_۷$ غلط هستند و وجود ندارند.

۵. هـــر چه عددی به مبنای کوچک‌تری تبدیل شـــود، ظاهر آن بزرگ‌تر خواهد شد.

۶. همان‌طور که در دســـتگاه ده‌دهی عددهـــا را با رقم‌های ۰ تا ۹ می‌نویسیم، در دســـتگاه‌های با مبنای کمتر تیز رقم کمتری می‌نویسیم. مثلاً همهٔ عددهای مبنای ۴ فقط با چهار رقم ۰، ۱، ۲ و ۳ نوشته می‌شوند.

۷. ضمنـــاً به جای واژهٔ «مبنا» می‌تـــوان از واژهٔ «پایه» هم برای نام‌گذاری این عددها استفاده کرد.

تبدیل مبناها

تبدیل مبناها به یکدیگر به‌سادگی انجام می‌شود. این کار مشابه بازکـــردن یا تجزیهٔ عددهای معمولی که بر مبنای ۱۰ هســـتند صورت می‌گیرد. یعنی همان‌طور که داریم:

$(۴۳۸)_{۱۰}=۸+۳(۱۰)+۴(۱۰\times۱۰)=۴۳۸$

برای عددی با مبنای مثلاً پنج نیز همان‌گونه عمل می‌کنیم:

$(۴۳۸)_۵=۸+۳(۵)+۴(۵\times۵)=۱۲۳$

اکنون می‌تـــوان گفت قاعدهٔ کلی تبدیل عددی چهاررقمی مثل abcd در پایهٔ n به عددی در پایهٔ ۱۰ چنین است:

$(abcd)_n=d+c(n)+b(n^۲)+a(n^۳)$

بـــه همین نحو می‌توان عددهای دارای رقم‌های بیشـــتر را تیز تبدیل کرد.

چند مثال

$(۴۷)_۸=۷+۸(۴)=۳۹$

$(۴۶۱)_۷=۱+۶(۷)+۴(۷^۲)=۱۵۱$

$(۴۵۳۱)_۶=۱+۳(۶)+۵(۶^۲)+۴(۶^۳)=۴۱۵$

$(۴۴۴۴)_۵=۴+۴(۵)+۴(۵^۲)+۴(۵^۳)=۶۲۴$

$(۱۳۳۲۲)_۴=۲+۲(۴)+۳(۴^۲)+۳(۴^۳)+۱(۴^۴)=۵۰۶$

تبدیل معکوس

همان‌طور که می‌توان عددهای با مبناهای متفاوت را به عددهایی در مبنای ۱۰ تبدیل کرد، برعکس هم می‌توان عددهای در مبنای ۱۰ را به عددهای در مبنای دلخواه تبدیل کرد. ابتدا یک مثال را حل می‌کنیم و بعد قاعدهٔ آن را نشان می‌دهیم.

مثال: می‌خواهیم عدد ۲۶۳ را به مبنای ۹ ببریم. برای این کار در یک رشته تقسیم‌های پیاپی چنین عمل می‌کنیم:

۲۶۳	۹
-۱۸	۲۹ ۹
۸۳	-۲۷ ۳
-۸۱	۲
۲	

نتیجه: $(۳۲۲)_۹$

قاعده: برای تبدیل عددی در مبنـــای ۱۰ به عددی در مبنای دلخواه، عدد اول را بر عدد مبنا تقســـیم می‌کنیم و این عمل را تا زمانی که خارج‌قســـمت بر عدد مبنا قابل تقسیم باشد، ادامه می‌دهیم. آنگاه آخرین خارج‌قسمت و سپس باقی‌مانده‌های قبلی را از چپ به راست کنار هم می‌نویسیم. عدد به‌دست‌آمده نتیجهٔ مسئله است.

چند مثال دیگر: عددهـــای ۴۹، ۳۲۰ و ۹۰ را به ترتیب به عددهایی در مبناهای ۸، ۵ و ۲ تبدیل کنید.

۱.

۴۹	۸
-۴۸	۶
۱	

$=(۶۱)_۸$

۲.

۳۲۰	۵		
-۳۰	۶۴	۵	
۲۰	-۶۰	۱۲	۵
-۲۰	۴	-۱۰	۲
۰		۲	

$=(۲۲۴۰)_۵$

۳.

۹۰	۲					
-۸	۴۵	۲				
۱۰	-۴	۲۲	۲			
-۱۰	۵	-۲	۱۱	۲		
۰	۴	۲	-۱۰	۵	۲	
	۱	۰	۱	-۴	۲	۲
				۱	-۲	۱
					۰	

$=(۱۰۱۱۰۱۰)_۲$

تبدیل مبنا به مبنا

تبدیل یک مبنا به مبنای دیگر (به‌جز مبنای ۱۰) بســـیار ساده است. ابتدا عدد اول را به مبنای ۱۰ و سپس عدد به‌دست‌آمده را به مبنای دیگر می‌بریم.

مثال: عدد $(۱۲۵)_۶$ را به عددی در مبنای ۸ تبدیل کنید.

$(۱۲۵)_۶=۵+۲\times۶+۱\times۶\times۶=(۵۳)_{۱۰}$

۵۳	۸
-۴۸	۶
۵	

$=(۶۵)_۸$

اکنون وقت آن است که به ماجرای فضاتورد سیارهٔ آلفا برگردیم و ببینیم واقعیت آن موجودات عجیب چه بوده است.

واقعیت این است که رایانهٔ آن فضاتورد عددها و رقم‌ها را در مبنای ۲ دریافت کرده و بدون تبدیل به مبنای ۱۰، به زمین فرســـتاده بود. در نتیجه موجب شگفتی زمینی‌ها شده بود. حالا ببینیم آن عددهای درشـــت وقتی به عددهای معمولی تبدیل شـــدند، چه رقم‌هایی را نشان دادند:

تعداد فرزندان $(۱۰)_۲$ بود؛ یعنی: $(۱۰)_۲=۰+۲=۲$

پس آن مرد ۲ فرزند بیشـــتر نداشـــته است و به همین ترتیب

تعداد نوه‌هایش: $(۱۰۱۰)_۲=۱۰$

تعداد گوش‌ها، چشم‌ها و سوراخ‌های بینی: $(۱۰)_۲=۲$

و تعداد انگشتان هر دست و پا: $(۱۰۱)_۲=۵$

بنابراین آن موجودات هم مثل خودمان بوده‌اند!

گفت‌وگو با **زهرا خلیلی** دانش‌آموزی نابینا که با پشتکار بر مشکلات غلبه می‌کند

اوج لذت از **باور توانایی**

مهدیه مسیبی

چند نفری پشت میز و نیمکت‌های خود در کلاس بنشینید. چشم‌های خودتان را با یک دستمال ببندید و از یک هم‌کلاسی بخواهید چند سؤال ریاضی را به صورت متنوع، مثل جبر، هندسه، معادله و غیره، برایتان بخواند و سپس بدون نگاه‌کردن شروع به حل آن‌ها کنید. احتمالاً با مشکلاتی روبه‌رو می‌شوید. چرا که ما بیش از هر حسی به بینایی متکی هستیم.

حالا در این شماره می‌خواهیم با دختری هم سن و سال شما گفت‌وگو کنیم که نابیناست. دورهٔ ابتدایی را در مدرسه‌ای گذرانده است که همه نابینا بودند، اما دورهٔ متوسطه را به خواست خودش به مدرسه‌ای آمده است که همه بینا هستند و او تنها دانش‌آموز نابینا در «دبیرستان شاهد نجمه» در شهر ری است. همهٔ دبیران، به‌ویژه دبیر ریاضی‌اش، در امر آموزش خیلی با او همراه هستند. زهرا خلیلی پایهٔ نهم است و آن‌قدر پرتلاش، پیگیر و باحوصله است که در یادگیری شکست برایش بی‌معناست. با او به گفت‌وگو نشستیم تا بدانیم چطور درس‌های ریاضی را یاد می‌گیرد و چگونه از پس امتحان‌ها برمی‌آید. زهرا الگوی خوبی برای همهٔ ماست.

شاید حضور در مدرسهٔ استثنایی که همهٔ بچه‌ها مثل هم هستند، برایت راحت‌تر بود. چرا این انتخاب را داشتی که در مدرسهٔ عادی کنار بچه‌های بینا درس بخوانی؟

بله حق با شماست. ولی راحتی و آسایش هم برای هر کسی باید حدود مشخصی داشته باشد. به نظرم یکی از گام‌های موفقیت برای هر انسان، مقایسهٔ او با هم‌سالانش توسط خود اوست. من بیشتر زندگی‌ام را در کنار افراد عادی بوده‌ام؛ در کلاس‌های قرآن، کلاس‌های زبان و بسیاری از فعالیت‌های دیگر. وقتی خودم را با افراد عادی مقایسه می‌کردم و می‌توانستم توانایی‌هایم را بسنجم، خیلی لذت می‌بردم.

کتاب‌ها و درس‌های مدرسهٔ استثنایی چه تفاوتی با کتاب‌ها و درس‌های بچه‌های معمولی و بینا دارد؟

درس‌ها که تفاوت چندانی با هم ندارند. فقط خواندن و نوشتن افراد نابینا و افراد بینا با هم تفاوت دارد.

فرد نابینا با کتاب‌های بریل راحت‌تر ارتباط برقرار می‌کند. درس‌هایی را که کتاب‌های آن‌ها بریل نیست، چطور مطالعه می‌کنی؟

بیشتر کتاب‌های ما به خط بریل نوشته شده‌اند. فقط کتاب‌های بعضی از درس‌ها به صورت صوتی هستند که من فکر می‌کنم اگر تمام کتاب‌ها به صورت بریل باشند، بهتر است.

اصولاً چطور درس‌ها را مطالعه می‌کنی و تمرین‌ها را انجام می‌دهی؛ از ریاضی گرفته تا سایر درس‌ها.

برای مطالعهٔ درس‌ها بیشتر وقت‌ها برای خودم نقش معلم را بازی می‌کنم. صدای خودم را هنگام توضیح درس‌ها ضبط می‌کنم و با صدای خودم درس می‌خوانم. البته برای مطالعهٔ درس ریاضی تنها این روش را کافی نمی‌دانم و همراه این روش، به کمک معلم مهربانم، سرکار خانم متین‌آرا، دستورزی هم می‌کنم.

در برخی مسئله‌های ریاضی به اندازه‌گیری و استفاده از وسایلی مثل خط‌کش، گونیا و نقاله نیاز است تا بتوان مسئله را حل کرد. در چنین مواردی چه‌کار می‌کنی؟

بله درست است. در میان تجهیزات خط بریل یک مجموعه وسایل داریم که در اندازه‌گیری از آن‌ها استفاده می‌کنیم. مثلاً خط‌کش بریل و گونیا و نقلهٔ بریل که عددها و اندازه‌ها روی آن‌ها نوشته شده‌اند. مهرهای جبری لوح حساب را هم برای رسم‌کردن بعضی شکل‌ها به کار می‌گیرم.

برای امتحان‌های درس ریاضی در طول این چند سال، به‌ویژه در دورهٔ اول متوسطه، چه‌کار کرده‌ای؟ آیا برای پاسخ‌دادن به سؤال‌ها از کسی کمک می‌گیری؟

● در تمام امتحان‌هایم سرکار خانم میرطلایی زحمت خواندن سؤال‌ها را برایم می‌کشند. در امتحان ریاضی، تمام سؤال‌های حسابی را خودم بدون هیچ کمکی حل می‌کنم. در خصوص سؤال‌های هندسه نیز معلم مهربانم، سرکار خانم متین‌آرا تصویر سؤال‌ها را برای من رسم می‌کنند و از من می‌خواهند که داده‌های سؤال را در قسمت‌های معین‌شده، با استفاده از لوح و قلم، بنویسم. بعد از آن با لمس‌کردن شکل، خودم به پاسخ می‌رسم.

○ در دوران ابتدایی کدام درس‌ها را بیشتر دوست داشتی و حدود معدلت چقدر بود؟

● در دورهٔ ابتدایی در هیچ درسی مشکلی نداشتم. علاقه‌ام هم به درس ریاضی خیلی زیاد بود. همیشه معدلم عالی بود.

○ در حال حاضر در دورهٔ متوسطه به کدام درس‌ها بیشتر علاقه داری و درس ریاضی را چطور مطالعه می‌کنی؟

● درس‌های ریاضی، فیزیک، شیمی و قرآن را خیلی دوست دارم. برای مطالعهٔ درس ریاضی سعی می‌کنم بیشتر مباحث را برای خودم توضیح بدهم.

○ ریاضی به تمرین و تکرار نیاز دارد. برخی درس‌ها هم حفظ‌کردنی هستند. با درس‌هایی مثل ریاضی که باید آن را یاد گرفت، چطور برخورد می‌کنی و اگر به مطالعات بیشتر دربارهٔ موضوع‌های ریاضی نیاز باشد چه‌کار می‌کنی؟

● بله، من هم فکر می‌کنم که ریاضی درسی است که در زندگی کاربرد بسیاری دارد و به همین دلیل باید آن را خوب یاد گرفت. سعی می‌کنم ریاضی را طوری که برایم لذت بیشتری دارد یاد بگیرم. گاهی وقت‌ها با کشیدن نقاشی روی کاغذ بریل ریاضی را برای خودم خلاصه می‌کنم. گاهی هم فرمول‌های ریاضی را روی کاغذ بریل می‌نویسم و از روی نوشتهٔ خودم بلندبلند می‌خوانم. برای کسب اطلاعات بیشتر هم معمولاً از کتاب استفاده می‌کنم، یا از معلمانم کمک می‌گیرم.

○ غیر از کتاب‌های درسی آیا مطالعات دیگر هم داری؟ اگر بله، چطور و چگونه؟ مثلاً به کتاب‌های صوتی هم گوش می‌دهی؟

● بله مطالعهٔ غیردرسی هم دارم؛ بیشتر در زمینه‌های علمی و تخیلی. اگر برایم مقدور باشد، مستقیماً از طریق خواندن کتاب‌های بریل مطالعه می‌کنم. در غیر این صورت به کتاب‌های صوتی گوش می‌دهم.

○ شنیدیم حافظ کل قرآن هستی. از چه زمانی حفظ قرآن را شروع کردی و چه زمانی این حفظ کامل شد و تاکنون چه موفقیت‌هایی در این زمینه داشته‌ای؟

● بله، به لطف خدا من حفظ قرآن را از هفت‌سالگی شروع کردم و به مدت سه سال حافظ کل قرآن شدم. پدر و مادر عزیزم همراهان همیشگی من بودند و هستند. خدا را شکر می‌کنم که توانسته‌ام توفیقات زیادی کسب کنم. از جمله اینکه توانستم به ترجمهٔ آیات قرآن هم مسلط شوم. از مهم‌ترین مسابقه‌هایی که در آن‌ها شرکت کرده‌ام، مسابقه‌های بین‌المللی کشور امارات است که من در سال ۱۳۹۷ به نمایندگی از جمهوری اسلامی ایران در آن دوره از مسابقه‌ها شرکت کردم. آن دوره از مسابقه‌ها بین ۶۳ کشور برگزار شد که بنده رتبهٔ چهارم را به دست آوردم. دارای مدرک معادل لیسانس رشتهٔ «علوم قرآن و حدیث» هم هستم. در مسابقه‌های کشوری هم بارها رتبه‌های اول را کسب کرده‌ام.

○ خانم متین‌آرا معلمت هستند. ایشان چقدر در موفقیت‌هایت در دبیرستان مؤثر هستند؟

● در این ۹ سال که به مدرسه رفته‌ام، سرکار خانم متین‌آرا یکی از بهترین معلم‌های من بوده‌اند. قبل از ورودم به دبیرستان شاهدنجمه، من بیشتر نگران بخش هندسه بودم. ولی با زحمات بسیار ایشان مشکلات من در این بخش حل شد. ایشان تنها دبیر ریاضی بنده نیستند، بلکه من در طول این چند سال که در محضرشان بوده‌ام، از اخلاق ایشان بسیار چیزها آموخته‌ام. صبوری، مهربانی و خوش‌سخنی ویژگی‌هایی هستند که به من هم انتقال داده‌اند.

○ شنیده‌ام گلدوزی هم می‌کنی. اوقات فراغت خودت را چطور می‌گذرانی؟ اهل نقاشی و سایر هنرها هم هستی؟

● قبل از کرونا به کلاس‌های شنا می‌رفتم. البته به ورزش گلبال در تیم ملی هم دعوت شدم، ولی به دلایل خطراتی که فکر می‌کنم دارد نرفتم. گل‌سازی، نقاشی و کارهای هنری دوخت و دوز و درست‌کردن جلدادی هم از سرگرمی‌هایم هستند. معمولاً قرآن می‌خوانم، با خواهرم بازی می‌کنم، کتاب داستان می‌خوانم و گاهی هم می‌نویسم.

○ هر کسی ممکن است موفقیت را به‌گونه‌ای تعریف کند. به عنوان آخرین سؤال چه تعریفی از موفقیت داری؟

● از نظر من موفق‌بودن یعنی دنبال‌کردن هدف‌ها با وجود همهٔ مشکلاتی که ممکن است برای انسان دام گسترده باشند. اگر انسان بخواهد به قله‌های موفقیت برسد، نباید چیزهایی مانند شرایط جسمانی او را از رسیدن به هدفش باز دارد.

○ موفقیت‌های روزافزون برایت آرزو داریم.

منطق ستودنی

درمانگاه ریاضی

افشین خاصه‌خان

بچه‌ها، سلام و وقت شما به خیر. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. آرزو می‌کنم از شر ویروس «اُمیکرون» در امان باشید و از حضور در مدرسه لذت ببرید. مراجعه‌کنندهٔ این هفته، دانش‌آموز هفتمی است به نام امیرمحمد محمدی‌نبار. امیرمحمد همراه با پدر و مادر و خواهر بزرگ‌ترش (که از مراجعه‌کنندگانم است) به درمانگاه مراجعه کرده است. خواهر امیرمحمد برای کنکور تجربی آماده می‌شود و مادرش که معلم دخترم در پایهٔ دوم ابتدایی است، در کارش بسیار باتجربه و دلسوز است و با حوصله برای آموزش شاگردانش وقت می‌گذارد. طبق گفتهٔ پدر و مادر، امیرمحمد بسیار به حل مسائل شمارشی و احتمال علاقه‌مند است و برای حل آن‌ها باحوصله وقت می‌گذارد.

وبزیت

با آن‌ها به گرمی احوال‌پرسی می‌کنم و امیرمحمد را به اتاق درمان دعوت می‌کنم. پدر، مادر و خواهرش طبق معمول در سالن منتظر می‌مانند. علت مراجعهٔ او را می‌پرسم. امیرمحمد جواب می‌دهد: «من به سؤال‌های شمارش و احتمال علاقه دارم و سعی می‌کنم سؤال‌های چالشی مربوطه را در کتاب‌های کمک‌درسی و حتی پایه‌های بالاتر حل کنم. همچنین سؤال‌های آزمون‌های مدرسه‌های برتر را تعقیب می‌کنم. امروز به پیشنهاد خواهرم آمده‌ام تا در حل چند سؤال مرا راهنمایی کنید.»

گفتم: «چقدر عالی! من منتظرم تا سؤال‌هایت را مطرح کنی.»

امیرمحمد گفت: «این سؤال از یکی از آزمون‌هایم است.» و آن را خواند:

چند عدد طبیعی وجود دارند که هر کدام از رقم‌هایشان ۱ یا ۳ و حاصل‌جمع رقم‌هایشان ۱۰ باشد؟ (کانگورو، ۲۰۰۸)

۱) ۲۸ ۲) ۳۴ ۳) ۳۵ ۴) ۵۵ ۵) ۵۶

پرسیدم: «ایدهٔ خودت چیست؟»

امیرمحمد گفت: «اولاً با همهٔ فرمول‌هایی که بلد بودم امتحان کردم اما نشد. بعد شروع کردم به شمردن، ولی حس می‌کنم تعدادی از آن‌ها از قلم می‌افتند. نمی‌دانم چگونه مطمئن شوم که همه را شمرده‌ام؟»

دوباره پرسیدم: «می‌توانی توضیح بدهی چگونه می‌شماری؟»

گفت: «رقم‌ها ۱ یا ۳ باید باشند. حال باید طوری بنویسیم که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ شود. مثلاً ۳۳۳۱ و ... اما چه‌کار کنم که همه را بتوانم بشمارم؟ خیلی سردرگم می‌شوم.»

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی

در این مسئله منطق امیرمحمد ستودنی بود. در واقع او مسئله را فهمیده بود. این مسئله با یک فرمول قابل محاسبه نبود. نقطهٔ ضعف او در نظم فکری‌اش بود. می‌توان گفت با اینکه روش حل سؤال را یافته بود، اما نمی‌توانست در اجرای ایدهٔ خود منظم باشد و تعداد دقیق عددها را مشخص کند.

درمان

به امیرمحمد گفتم: «شما صورت مسئله را متوجه شده‌ای و ایده‌ات هم برای حل این مسئله کاملاً درست است.»

پرسید: «پس مشکل کجاست؟»

گفتم: «اتفاقاً مشکل را هم خودت تا حدودی حدس زده‌ای.»

گفت: «واقعاً؟!»

گفتم: «بله، مشکلت در تظم‌دادن به شمارش است.»

امیرمحمد گفت: «ممکن است بیشتر توضیح دهید؟»

گفتم: «یعنی ایجاد نظم و ترتیب در انتخاب تعداد رقم‌های ۱ یا ۳. به این معنی که از عددهای طبیعی چهاررقمی شروع شود و به ترتیب تا پنج‌رقمی و ... ادامه یابد و بعد از آزمون‌وخطا عدد انتخاب یا کنار گذاشته شود.»

امیرمحمد گفت: «فکر می‌کنم متوجه شدم، اما اگر ممکن است در این مسئله آن را اجرا کنیم.»

با لبخندی گفتم: «اتفاقاً پیشنهاد بعدی من هم همین بود. اگر حاضری با هم ایدهٔ تو را اجرا کنیم.»

امیرمحمد بلافاصله جواب داد: «شروع کنیم.»

از او پرسیدم: «امیر محمد، چرا من در توضیحاتم با عددهای طبیعی چهاررقمی شروع کردم؟»

جواب داد: «چون با رقم‌های ۱ و ۳ نمی‌توان عدد سه‌رقمی نوشت که مجموع رقم‌هایش برابر ۱۰ شود.»

او را تحسین کردم و گفتم: «حالا تو عددهای چهاررقمی را بنویس.»

او نوشت:

۳۳۳۱ و ۳۳۱۳ و ۳۱۳۳ و ۱۳۳۳

امیرمحمد گفت: «چهار عدد طبیعی شد.»

گفتم: حالا عددهای پنج‌رقمی و بالاتر.»

امیرمحمد گفت: «اینجا نمی‌دانم چگونه بنویسم که هیچ‌کدام از قلم نیفتند.»

جواب دادم: «شما یا باید با تعداد ۱ها تنظیم کنی و یا با تعداد ۳ها. چون یا سه تا ۳ شروع کردیم، حال یا دو تا ۳ ادامه می‌دهیم.» و نوشتم: ۳۳۱۱۱۱

امیرمحمد بعد از مکثی کوتاه گفت: «پنج‌رقمی یادتان رفت.»

گفتم: «ببین می‌توانی عدد طبیعی پنج‌رقمی با شرایط خواسته‌شده را بنویسی؟»

امیرمحمد بعد از چند آزمون‌وخطا گفت نشد. گفتم: «برگردیم به عدد شش‌رقمی که نوشتم. حالا باید تعداد حالت‌های آن را بشماریم.»

امیرمحمد گفت: «فکر می‌کنم این شمارش یک فرمول دارد؟»

گفتم: «آری، آن را در دورهٔ دوم دبیرستان در رشتهٔ ریاضی سال دوازدهم (در صورت انتخاب این رشته) در کتاب ریاضیات گسسته خواهی خواند، اما می‌توان بدون آن نیز شمرد. کافی است جایگاه‌های متفاوتی را که دو عدد ۳ در آن قرار می‌گیرند، بشماری. من کمکت می‌کنم. پنج حالتی را که رقم اول برابر با ۳ است، می‌نویسم:

۳	۳	۱	۱	۱	۱
۳	۱	۳	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۳	۱	۱
۳	۱	۱	۱	۳	۱
۳	۱	۱	۱	۱	۳

حالا به ترتیب جایگاه ۳ها را جلوتر می‌بریم و حالت‌های تکراری را نمی‌شماریم. این کار را تو انجام می‌دهی؟

۱	۱	۳	۱	۳	۱
۱	۱	۱	۳	۱	۳
۱	۳	۱	۱	۳	۱
۱	۱	۳	۱	۱	۳
۱	۳	۱	۱	۱	۳

۱	۳	۳	۱	۱	۱
۱	۱	۳	۳	۱	۱
۱	۱	۱	۳	۳	۱
۱	۱	۱	۱	۳	۳
۱	۳	۱	۳	۱	۱

تعداد عددهای طبیعی شش‌رقمی با شرایط خواسته‌شده ۱۵ به دست آمد (۱۵=۱+۲+۳+۴+۵). حالا به سراغ تعداد عددهای طبیعی می‌رویم که فقط یک ۳ و هفت ۱ دارند.»

بلافاصله امیر محمد گفت: «یعنی عددهای هشت‌رقمی. پس به دلیل مشابه، عدد هفت‌رقمی با شرایط خواسته‌شده نداریم.»

گفتم: «آفرین حالا تعداد عددهای هشت‌رقمی را محاسبه کن.»

۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

امیرمحمد بعد از رسم جدول گفت: «تعداد عددهای هشت‌رقمی بسیار آسان‌تر شمرده می‌شود. کافی است جایگاه ۳ را تغییر بدهیم و بشماریم که می‌شود هشت عدد طبیعی.»

پرسیدم: «امیرمحمد حالتی ماند یا نه؟»

با مکثی طولانی گفت: «همهٔ رقم‌ها ۱ باشند که می‌شود یک حالت.»

گفتم: «احسنت! حالا همهٔ عددهای طبیعی با شرایط مطلوب چقدر می‌شود؟» و امیرمحمد نوشت:

۲۸=۱+۸+۱۵+۴

امیرمحمد که کاملاً حس رضایت در چهره‌اش موج می‌زد گفت: «حالا فهمیدم منظور شما از نظم و ترتیب در شمردن یعنی چه!»

بعد از حل سایر سؤال‌های امیرمحمد، نوبت به تجویز داروهای هفتگی برای او رسید.

تجویز داروهای هفتگی

چند مسئلهٔ چالشی شمارشی که نظم و ترتیب در شمارش، ایدهٔ اصلی حل آن‌ها بود، انتخاب کردم و از او خواستم تا آن‌ها را حل کند.

امیرمحمد گفت: «سعی می‌کنم با همین نظم و ترتیب در شمارش، آن‌ها را محاسبه کنم و اگر لازم شد دوباره به درمانگاه بیایم.»

تجویز دیگری هم داشتم. از او خواستم حتماً برای حل سؤال‌های چالشی حوصلهٔ زیادی به خرج دهد و تا حد ممکن در مراجعه‌کردن به پاسخ سؤال مقاومت کند. چه‌بسا روش حل او با روش حل پاسخ‌نامه متفاوت و حتی بهتر باشد. این تجربه هم لذت‌بخش و هم ماندنی است و خلاقیت او را پرورش می‌دهد.

بدفهمی‌ها

حسین نامی‌ساعی

سلام بچه‌ها.

در شمارهای گذشته گفتیم که: من؛ معلم ریاضی یا فاطمه، سیمین، حنانه و ریحانه که از بهترین دانش‌آموزان ریاضی مدرسه هستند قرار گذاشتیم که یک بررسی و کار پژوهشی با موضوع ریاضی و بدفهمی و اشتباهات رایج دانش‌آموزان در محاسباتی که به غلط انجام می‌دهند انجام دهیم. در این شماره هم مانند روال قبل، هر کدام از بچه‌ها نمونه‌هایی از بدفهمی‌هایی که معمولاً از دانش‌آموزان دیده‌اند را مطرح کردند و دربارهٔ علت آن توضیح دادند که با هم این نمونه‌ها را می‌بینیم.

نمونه‌هایی از بدفهمی‌های ریاضی:

نمونه‌هایی از بدفهمی‌هایی را که حنانه دیده است.

نوع بدفهمی: جمع اعداد توان‌دار

نمونه‌هایی از بدفهمی‌های جمع اعداد توان‌دار

$۲^۳+۲^۳+۲^۳=۲^۹$

$۲^۳+۲^۳+۲^۳=۶^۳$

$۲^۳+۲^۳+۲^۳=۸^{۲۷}$

استدلال حنانه از علت این بدفهمی

اشتباه گرفتن قوانین ضرب یا جمع؛ در ضرب اعداد توان‌دار، اگر پایه‌ها برابر باشد توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$۴^۶\times ۴^۸=۴^{۲}$

به اشتباه، با دیدن علامت جمع بین عبارت‌های توان‌دار پایه‌ها را با هم جمع کرده و فکر می‌کنند در این حالت جمع روی قسمت توان تأثیر ندارد.

یا برداشت نادرست از خواص اعداد توان‌دار پایه‌ها را در هم و توان‌ها را هم در هم ضرب کرده‌اند.

نمونه‌هایی از بدفهمی‌هایی را که ریحانه دیده است:

نوع بدفهمی: ضرب اعداد توان‌دار

$۳^۳\times ۳^۵=۳^{۱۰}$ یا $۴^{۲}\times ۴^۶=۴^{۱۲}$ یا $۴^{۲}\times ۴^۶=۱۶^۶$

$۲^۸\times ۶^۸=۱۲^{۱۶}$ یا $۳^۴\times ۵^۲=۱۲^{۶۴}$ یا $۳^۴\times ۵^۲=۸^۶$

$۳^۴\times ۵^۲=۱۵^۶$ یا $۳^۴\times ۵^۲=۱۵^۸$

استدلال ریحانه از علت این بدفهمی

(اشکال اصلی در عدم تسلط به قوانین ضرب اعداد توان‌داراست) در این خاصیت اگر پایه‌ها برابر باشد توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$۵^۶\times ۵^{۳}=۵^۳$

چون پایه‌ها برابرند به اشتباه پایه را می‌نویسند ولی توان‌ها به جای اینکه با هم جمع کنند در هم ضرب می‌کنند و یا پایه‌ها را در هم ضرب و توان‌ها را جمع می‌کنند؛ و به این خاصیت بی‌توجه هستند که اگر توان‌ها برابر باشند و پایه‌ها متفاوت، پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و یکی از توان‌ها را می‌نویسیم.

$a^m\times b^m=(a\times b)^m$

$۴^۳\times ۶^۳=(۴\times ۶)^۳$

نمونه‌هایی از بدفهمی‌هایی را که سیمین دیده است.

نوع بدفهمی: بدفهمی در تقسیم اعداد توان‌دار

چند نمونه:

$\frac{۸^۷}{۸^{-۳}}=۱^۷$ یا $\frac{۸^۷}{۸^{-۳}}=۱^۴$

$\frac{۸^۷}{۸^{-۳}}=۱^{۱۰}$ یا $\frac{۸^۷}{۸^{-۳}}=۸^{-۲۱}$

$\frac{۸^۵}{۴^۳}=۳۲^۳$ و $\frac{۸^۵}{۴^۳}=۲^۲$

استدلال سیمین از این نوع بدفهمی

عدم تسلط و شفافیت صحیح قاعده‌های تقسیم اعداد توان‌دار

$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ و $(\frac{a}{b})^m=\frac{a^m}{b^m}$ و $\frac{a^m}{b^n}=\frac{a^m}{b^n}$

$\frac{۸^۷}{۸^{-۳}}=۸^{۷+۳}=۸^{۱۰}$ و $\frac{۸^۷}{۴^۷}=(\frac{۸}{۴})^۷=۲^۷$ و $\frac{۲^۴}{۳^۵}=\frac{۲^۴}{۳^۵}$

نمونه‌هایی از بدفهمی‌هایی را که فاطمه دیده است.

نوع بدفهمی: بدفهمی در توان صفر، و توان منفی

نمونه‌هایی از این نوع بدفهمی:

$۶^۰=۰$ و $۶^۰=۶$

$۳^{-۵}=-۳^۵$ ، $۳^{-۵}=\frac{۱}{۳^۵}$ ، $۳^{-۵}=-\frac{۱}{۳^۵}$

استدلال فاطمه از علت این بدفهمی:

علت این نوع بدفهمی به درک صحیح از قوانین توان صفر و توان منفی است.

$a^۰=۱$ و $a^{-b}=\frac{۱}{a^b}$

$۶^۰=۱$ و $۳^{-۵}=\frac{۱}{۳^۵}$

ریاضیات و مخاطبان ● امیر باقری اقدم

مخاطبان دیروز و امروز برهان

امیر باقری اقدم

«السَّلامُ عَلَى الْمَهْدِيِّ الَّذِي وَعَدَ اللهُ عَزَّ وَ جَلَّ بِهِ الأُمَمَ أَنْ يَجْمَعَ بِهِ الْكَلِمَ.»
«سلام بر امام مهدی (عج)! همان کسی که خدای عز و جل به امت‌ها وعده داده است که عقاید مختلف مردم را به وجود او جمع کند» (عبارتی از زیارت امام زمان (عج) به نقل از سید بن طاووس/ مفاتیح الجنان).

صدها سلام و درود به شما همراهان عزیز مجلهٔ برهان. امیدوارم که حال دلتان و همین‌طور اوضاع درس‌هایتان خوب و روبه‌راه باشد. من، یعنی امیر باقری، قصد دارم در هر شماره شما را با مخاطبان امروز مجله و خوانندگان دیروز «برهان» که از نخبگان امروز هستند، آشنا کنم و پای صحبت‌هایشان بنشینیم و ببینیم نظرشان در مورد ریاضیات چیست.

گفت‌وگو با محمدرضا ناجی

یکی از دبیران برتر، پرانرژی و خوش‌فکر درس ریاضی

سلام آقای ناجی. ممنون از اینکه امروز وقتتان را در اختیار ما قرار دادید. شما که معلم ریاضی هستید و با دانش‌آموزان ارتباط زیادی دارید، نظرتان را دربارهٔ نحوهٔ یادگیری دانش‌آموزان در این درس بفرمایید.

سلام خدمت شما باقری جان (آقای ناجی معمولاً مرا با این لفظ صدا می‌کنند) و همهٔ خوانندگان این مجلهٔ خوب. سال‌ها قبل ماهنامه‌های رشد برهان را که مربوط به ریاضی بود، مطالعه می‌کردم و از مطالب آموزندهٔ آن‌ها خیلی بهره می‌بردم. الان هم خوشحالم که از طریق این مجلهٔ خوب، می‌توانم با مخاطبان صحبت کنم. شمارهٔ ۴ این ماهنامه را خواندم و دیدم که آقای دکتر هژبر به کاربرد علم آمار در مباحث رمزنگاری اشاره کرده بود و خیلی لذت بردم.

(جا دارد که یادآوری کنم، من یعنی امیر باقری، عاشق مباحث رمزنگاری هستم و در این ماهنامه هم با شما مخاطبان دربارهٔ این علم صحبت خواهم کرد).

من به خیلی از دانش‌آموزان رشته‌های انسانی و تجربی ریاضی درس داده‌ام. متأسفانه برخورد برخی از دانش‌آموزان با درس ریاضی باید اصلاح شود، چون فکر می‌کنند ریاضی درسی خواندنی و حفظی است و سعی می‌کنند مباحث و روابط این درس را حفظ کنند. با توجه به مجازی‌شدن آموزش در دو سال اخیر، متأسفانه تعداد این دانش‌آموزان بیشتر شده است. من معتقدم همین طور که ما معلم‌ها باید مباحث را به صورت کاربردی با دانش‌آموزان مطرح کنیم، دانش‌آموز هم باید کاربرد هر مبحثی را متوجه شود و با توجه به کاربردش آن مبحث را یاد بگیرد.

دانش‌آموزانی که وارد دبیرستان می‌شوند و رشته‌های علوم انسانی و علوم تجربی را انتخاب می‌کنند، فکر می‌کنند که دیگر کاملاً از ریاضیات فاصله گرفته‌اند و یا اینکه می‌توانند درس ریاضی را با حفظ کردن پیش ببرند. اما باید بگویم که مگر می‌شود ما انسان‌ها در زندگی از فکرکردن و منطق و استدلال آوردن فاصله بگیریم؟! واقعاً می‌شود؟! اگر بشود، پس ما عملاً هیچ کاری را نمی‌توانیم به درستی انجام دهیم. هرکاری مستلزم فکر و اندیشه است و ریاضیات این نحوهٔ فکر و اندیشه را به ما یاد می‌دهد و قدرت استدلال‌هایمان را پرورش می‌دهد.

کاملاً درست می‌فرمایید. مرا به یاد یک جمله از هنری فورد انداختید. او می‌گوید: «سخت‌ترین کار دنیا فکرکردن است. به همین خاطر اکثر آدم‌ها حاضر به انجام این کار نیستند.» چقدر خوب است که ما با این دید به ریاضی نگاه کنیم که این درس قرار است استدلال‌های ما را قوی‌تر کند و گونه‌ای ورزش ذهن است. با توجه به فرمایش شما، خوب است امروز دربارهٔ رابطهٔ افرادی با ریاضیات صحبت کنیم که تحصیلشان را در رشته‌های انسانی و تجربی ادامه می‌دهند.

کاری که همیشه سعی کرده‌ام در زمینهٔ تدریس ریاضی، به خصوص در رشتهٔ انسانی انجام بدهم این است که بچه‌ها را با لذت حل مسئله آشنا کنم. کلاً آدمیزاد وقتی جواب سؤالی را پیدا می‌کند، به خصوص در زمینهٔ ریاضی، حلاوت خاصی به او دست می‌دهد و دوست دارد این حس را بیشتر تجربه کند. به نظرم ما معلمانِ درس ریاضی باید در این زمینه فعالیت بیشتری داشته باشیم. همیشه از اینکه لبخند بچه‌ها را بعد از حل یک مسئلهٔ سخت ریاضی می‌بینم، لذت می‌برم. یکی از دلایل اصلی که سال‌هاست در خدمت بچه‌های رشتهٔ انسانی هستم هم همین موضوع بوده است. دوست دارم این بچه‌ها با درس ریاضی آشتی کنند و خدا را شکر، فکر می‌کنم تا حدی موفق بوده‌ام. البته این نکته را خود دانش‌آموزان عزیزم باید بگویند.

همان طور که گفتم، بعضی از دانش‌آموزان رشته‌های غیرریاضی، با این درس سخت ارتباط برقرار می‌کنند، چون با دیدگاه نادرستی وارد مثلاً رشتهٔ علوم انسانی شده‌اند با توجه به اینکه دانش‌آموزان کلاس هفتم تا نهم هم خوانندهٔ این مجله هستند، دوست دارم به آن‌ها بگویم که برای آیندهٔ تحصیلی‌تان، به منظور فرار از ریاضی، مثلاً رشتهٔ علوم انسانی را انتخاب نکنید. رشتهٔ علوم انسانی می‌تواند انتخاب بسیار خوبی باشد. رشته‌های جذاب و مهمی در دانشگاه‌ها دارد و افراد می‌توانند در این رشته‌ها به مراحل و مدارج بالایی برسند و جزو موفق‌ترین و کارآمدترین افراد جامعه باشند؛ البته به شرطی که با دید درست و هدفی مشخص وارد این رشته بشوند. اینکه ما چون می‌خواهیم از ریاضی فرار کنیم، رشتهٔ علوم انسانی را انتخاب کنیم، کار درستی نیست. همین بچه‌های علوم انسانی در ریاضی کلاس یازدهمشان فصلی دارند به نام «منطق گزاره‌ها» که در این فصل با روابط منطقی موجود در ریاضیات کاملاً آشنا می‌شوند.

می‌توانید کاربردی از همین فصل ریاضی برای خوانندگان مجلهٔ ما بفرمایید؟

بله، حتماً. اتفاقاً الان به ذهنم رسید که کاربردی از این فصل را دربارهٔ علم و مهارتی بگویم که شما خیلی به آن علاقه داری و اهمیتش را خیلی خوب می‌فهمی: علم برنامه‌نویسی و کدزنی. همان هوش مصنوعی یا «یادگیری ماشین» (Machine learning) که حوزهٔ فعالیت شماست باقری جان و تا آنجا که من می‌دانم، پایه‌اش برنامه‌نویسی است. یکی از زبان‌هایی هم که جدیداً خیلی از برنامه‌نویس‌ها حتی از دوران نوجوانی به آن علاقه‌مند هستند و با آن کار می‌کنند، «پایتون» (Python) است.

در پایان ضمن تشکر از شما بابت این مصاحبه دوست دارم مطلبی را خطاب به حضرت مهدی (عج) با زبان ریاضی بیان کنم.

در کلاس درسم بارها گفته‌ام، دانش‌آموزان در فضای نمونهٔ زندگی انسان‌ها، پیشامدی بنویسند که تعداد منتظران شما را رقم بزند. به امید آنکه در بررسی احتمال ظهورتان عددی نزدیک به یک ببینیم. بارها گفته‌ام، همنهشتی انسان و ایمان وقتی برقرار است که ایمان بین تمام انسان‌ها برقرار باشد و باقی‌ماندهٔ ریا و کذب نیاورد.

تو روزی خواهی آمد که تصاعد خوبی‌ها برقرار باشد،
که ارتفاع عدالت بر قاعدهٔ دنیا قبل ترسیم باشد،
که مساحت دنیا فضای پیوستهٔ خوبی‌ها باشد،
که از جمکران تا وادی سهله خط مستقیم عشق باشد،
که انتظار و اشتیاق تنها مجهول مسئلهٔ انسان‌ها باشد.
به امید طلوع آقا در بیکران دنیا

چقدر جذاب. واقعاً از مصاحبه با شما سیر نمی‌شویم و دوست داریم ادامه بدهیم و در این موارد بیشتر صحبت کنیم. اما حیف که فرصت نداریم. به نظر من در آینده‌ای نزدیک، در کشورهای پیشرفته، چند شغل بیشتر باقی نخواهند ماند و یکی از آن شغل‌ها به طور پررنگ و چشمگیر، برنامه‌نویسی است. ممنونم از جناب آقای تاجی.

گفت‌وگو با طاها آقابابایی

دانش‌آموز پایهٔ نهم مدرسهٔ تلاش که البته در حال حاضر پایهٔ نهم را تمام کرده و وارد کلاس دهم شده است.

سلام طاها جان. می‌بینم که پای رایانه نشسته‌ای و کلاس برخط (آنلاین) داشتی.

سلام آقای باقری و سلام به همهٔ کسانی که این مجله را می‌خوانند. بله، در کلاس برخط هندسه بودم و داشتم از این درس لذت می‌بردم.

پس شما جزو افرادی هستی که از هندسه و ریاضیات لذت می‌بری؛ چقدر عالی! به نظرت چرا ریاضی و هندسه شیرین‌اند؟ یا چه اتفاقی برای تو افتاده است که نسبت به این درس حس خوبی داری و از آن لذت می‌بری؟ (البته این را هم بگویم که طاها جزو شاگردان زرنگ مدرسه و منطقه‌شان است و واقعاً در ریاضیات ذهن خوب و فعالی دارد.)

نیکلا تسلا می‌گوید: «هرکسی به راز و ارتباط عددهای ۳، ۶ و ۹ پی ببرد، می‌تواند اسرار کل دنیا را بفهمد.» باتوجه به این جملهٔ آقای تسلا، به نظر

من پایهٔ این دنیا بر اساس ریاضیات و هندسه‌ای دقیق بنا شده است و بشر با پیشرفت علم، کم‌کم به اهمیت این علم پی می‌برد. یعنی این هندسه و ریاضیات را خدا در دنیا قرار داده است تا بشر به آن پی ببرد. من معتقدم که ما انسان‌ها از ابتدای تولدمان درگیر این محاسبه‌ها و هندسه هستیم.

من از این درس لذت می‌برم، چون ریاضی و هندسه را جزئی از زندگی‌ام می‌دانم. چه درس بخوانم چه درس نخوانم، من برای زندگی کردن به این محاسبه‌ها و شمارش نیاز دارم. خب طبعاً هرچه بتوانم این گونه ریاضیاتم را قوی کنم، بهتر می‌توانم زندگی کنم. درس هندسه هم همین طور است. در درس هندسه ما غالباً با تجسم شکل‌ها و رسم آن‌ها روبه‌رو هستیم که این به پرورش ذهن و فکر من کمک می‌کند.

آفرین! چه دیدگاه جالب و خوبی. می‌توانی کمی کاربردی‌تر از درس‌های ریاضی و هندسه برایمان بگویی؟

بله. مثلاً پشت ماجرای هر رایانه، برنامه و اپلیکیشنی که ما استفاده می‌کنیم، یک سلسله قوانین ریاضی نهفته است. رایانه‌ها و نرم‌افزارها زندگی ما را راحت‌تر کرده‌اند و به جریان آن سرعت بخشیده‌اند. پشت همهٔ این‌ها یک مجموعه رابطه‌های ریاضی وجود دارد. ریاضی واقعاً به زندگی انسان کمک می‌کند و در بهبود، رشد و پیشرفت زندگی بشر بسیار مؤثر است. افرادی هم که این اپلیکیشن‌ها و نرم‌افزارها را می‌نویسند، مثل ما انسان‌هایی هستند با عنوان برنامه‌نویس. آن‌ها از همین روابط موجود در ریاضی کمک می‌گیرند. به نظر من این شغل، یعنی برنامه‌نویسی از درآمد خوبی هم برخوردار است و آیندهٔ کاری خوبی می‌تواند داشته باشد.

چقدر امروز حرف از برنامه‌نویسی شد. خیلی ممنونم از طاها جان عزیز، امیدوارم که در آینده برنامه‌نویس خوبی بشوی.

گفت‌وگو با کیارش یوسفی دانش‌آموز پایهٔ نهم مدرسهٔ شیخ فضل‌الله نوری شهر تهران

سلام آقا کیارش! امیدوارم حالت خوب باشد.

سلام به شما دبیر گرامی. از شما ممنونم که مرا به این مصاحبه دعوت کردید. درس ریاضی برای من وقت‌هایی جذاب بوده است که توانسته‌ام خودم یک مطلب خاص را یاد بگیرم و خوب متوجه شوم. بعضی از دوستانم را می‌دیدم که از ریاضی خوششان نمی‌آمد، چون به نظرم آن‌ها مطلب ریاضی را خوب متوجه نشده بودند. اینکه ما دانش‌آموزان مطلبی از ریاضی را خودمان بفهمیم و حفظ نکنیم، به نظرم در شیرین‌بودن درس ریاضی تأثیر زیادی دارد.

من شمارهٔ ۲ مجلهٔ رشد برهان را که می‌خواندم، دیدم شما چقدر خوب و مفهومی یک قضیه از ریاضی را برای محاسبهٔ مساحت ایران به زبان ساده توضیح داده بودید و من خیلی خوب آن مطلب را یاد گرفتم و برایم جذاب شد که از الان می‌توانم مساحت هر شکل عجیب و غریب را با استفاده از چند ضلعی‌های شبکه‌ای به دست بیاورم. به نظرم اگر همهٔ معلم‌های ریاضی، منطق و مفهوم هر درس را به زبان ساده برای ما دانش‌آموزان توضیح بدهند، قطعاً در یادگیری ما هم مؤثرتر و بهتر خواهد بود.

ممنونم کیارش جان، نظر لطف شماست. همراهان مجلهٔ رشد برهان، مطلبی که کیارش به آن اشاره کرد، بسیار اهمیت دارد: «یادگیری درست و مفهومی». واقعاً اگر هر دانش‌آموز هر مطلبی از ریاضی را خودش بفهمد و مفهومی (نه به صورت حفظی) یاد بگیرد، آن‌وقت ریاضی برایش جذاب و شیرین می‌شود. امروز ما خیلی دربارهٔ محاسبه‌ها صحبت کردیم. نظری یا کاربردی در مورد محاسبه‌های ریاضی داری که مطرح کنی؟

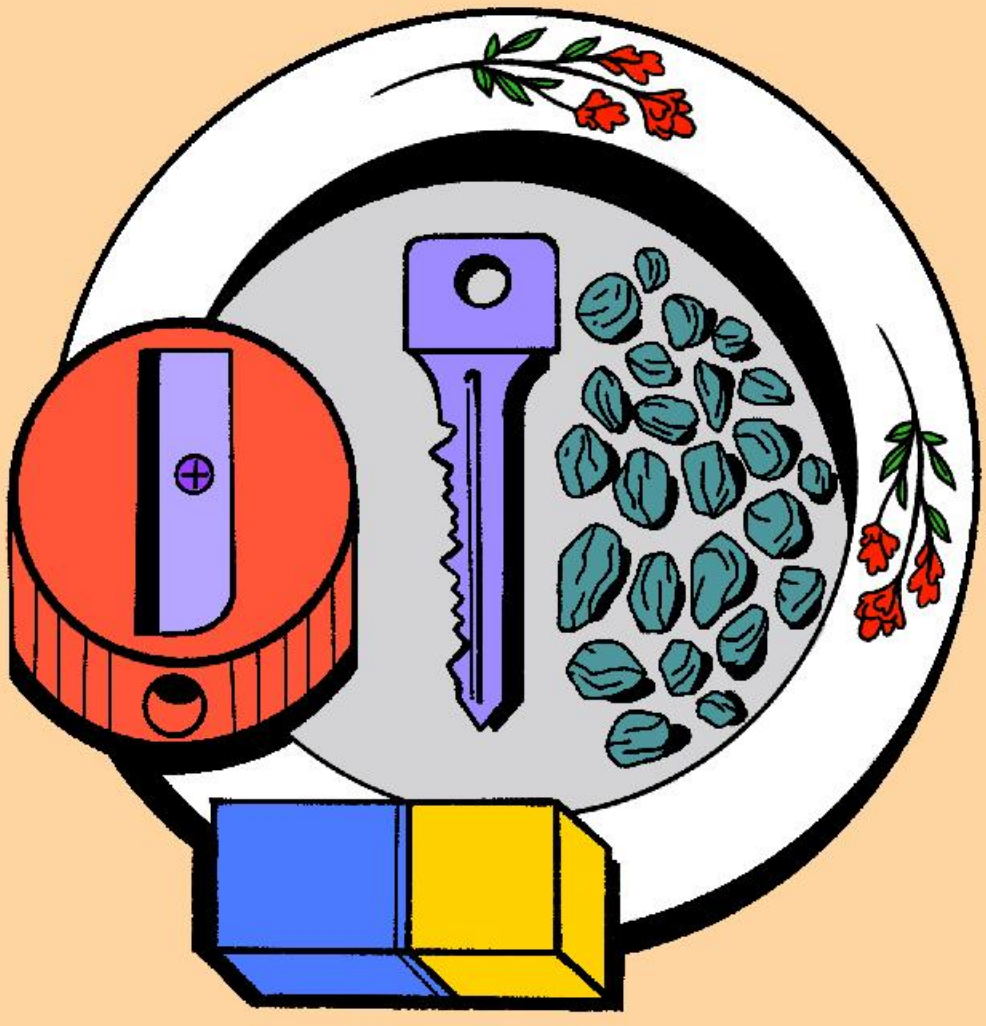
بله، چند روز پیش مطلبی در مورد محاسبهٔ بخش‌پذیری عددها بر ۱۱ یاد گرفتم که دوست دارم آن را با مخاطبان مجلهٔ برهان درمیان بگذارم. برای اینکه بفهمیم عددی بر ۱۱ بخش‌پذیر است یا نه، ابتدا باید رقم‌های آن عدد را یکی در میان با هم جمع و تفریق کنیم. بعد اگر عدد به‌دست‌آمده بر ۱۱ بخش‌پذیر بود، آن عدد اولیه هم بر ۱۱ بخش‌پذیر است. مثلاً دو عدد ۳۱۳ و ۱۶۱۰۵۱ را درنظر بگیریم:

بر ۱۱ بخش‌پذیر نیست $\Rightarrow +5=+3-1+3 \Rightarrow 313$

$\Rightarrow 0=1-5+0+6-1+0 \Rightarrow 161051$

چون عدد ۰ بر ۱۱ بخش‌پذیر است، پس عدد ۱۶۱۰۵۱ بر ۱۱ بخش‌پذیر است.

ممنونم از کیارش عزیز، امیدوارم موفق باشی.



جای اشیا را پیدا کن!

عباس قلعه‌پوراقدم

در این بخش می‌خواهم شما عزیزان را با یک بازی جذاب و سرگرم‌کنندهٔ ریاضی آشنا کنم که بارها آن را در کلاس درس خودم انجام داده‌ام و دانش آموزان از آن لذت برده‌اند. برای انجام این سرگرمی، به سه شیء کوچک نیاز داریم، به طوری که بتوان آن‌ها را در جیب پنهان کرد؛ مثل پاک‌کن، مدادتراش و کلید. به‌جز این، بشقابی لازم دارید که آن را روی میز قرار می‌دهید و در آن ۲۴ عدد گردو یا سنگ‌ریزه یا هر چیز مشابه دیگری می‌گذارید.

نحوهٔ انجام بازی

با سه نفر از دوستانتان دور میزی که بشقاب گردو و سه شیء پاک‌کن، مدادتراش و کلید را روی آن گذاشته‌اید، بنشینید. شما از اتاق بیرون بروید و از آن‌ها بخواهید در غیاب شما، هر کدام یکی از سه چیز (پاک‌کن، مدادتراش یا کلید) را در جیب خودشان بگذارند، به طوری که شما متوجه نشوید، کدام چیز در جیب چه کسی است! شما کشف خواهید کرد که هر یک از این اشیا در جیب کدام دوست شماست! با این

کار آن‌ها هیجان‌زده خواهند شد و از شما راز این کشف را خواهند پرسید. شما با مطالعهٔ دقیق ادامهٔ این مطلب به‌راحتی خواهید توانست راز و رمز و دلیل ریاضی این موضوع را به آن‌ها یاد بدهید.

بعد از آنکه اشیا را در جیب خود پنهان کردند، شما به اتاق برگردید و به این صورت از گردوهایی که در بشقاب گذاشته‌اید، بین آن‌ها تقسیم کنید: ابتدا سه دوست را در ذهن خودتان ۱، ۲ و ۳ بنامید. به نفر شمارهٔ یک ۱ عدد، به دومی ۲ عدد و به سومی ۳ عدد گردو بدهید (فقط شمارهٔ هر دوست را باید تا پایان در ذهن داشته باشید که کار سختی هم نیست).

اکنون دوباره از اتاق بیرون بروید و به دوستان خود بگویید، هر کدام باز هم تعدادی گردو از بشقاب بردارند؛ به این صورت: آنکه پاک‌کن را در جیب خود پنهان کرده به همان اندازه گردو که شما به او داده‌اید، آنکه مدادتراش دارد دو برابر آنچه به او داده‌اید و سرانجام آنکه کلید را برداشته است چهار برابر تعداد گردوهایی را که دارد و بقیهٔ گردوها در بشقاب بمانند.

وقتی دوستان شما کار خود را به پایان رساندند، اشاره می‌کنند و شما به اتاق برمی‌گردید. با دیدن تعداد گردوهایی که در بشقاب مانده است، خواهید گفت، چه کسی چه چیزی را در جیب دارد. شما می‌توانید جای هر یک از اشیا را پیدا کنید، بدون اینکه فریبی در کار باشد. در واقع شما این کار را با محاسبهٔ ساده‌ای انجام خواهید داد. ولی چگونه از روی تعداد گردوهای مانده در بشقاب، می‌توان صاحب هر شیء را پیدا کرد؟

خیلی ساده است: دوستان شما را سحر، مریم و زهرا فرض می‌کنیم. برای راحتی کار آن‌ها را با حرف اول نامشان یعنی س، م و ز می‌نامیم. شما ابتدا در ذهن خودتان آن‌ها را شماره‌گذاری می‌کنید. مثلاً بر حسب حرف‌های الفبا، زهرا را ۱، سحر را ۲ و مریم را ۳ در نظر بگیرید. اشیا را هم با حرف اولشان ولی به انگلیسی نشان می‌دهیم. پاک‌کن را با p، مدادتراش را با m و کلید را با k نشان می‌دهیم. این سه شیء به چند نوع می‌توانند بین دوستان شما تقسیم شده باشند؟

تنها شش حالت وجود دارد: زهرا پاک‌کن، سحر مدادتراش و مریم کلید را برداشته است، یا مثلاً زهرا کلید، سحر پاک‌کن و مریم مدادتراش را و ... . بهتر است در جدولی شش حالت را داشته باشیم:

م	س	ز
k	m	p
m	k	p
k	p	m
p	k	m
m	p	k
p	m	k

حالت دیگری وجود ندارد. حالا ببینیم در هر یک از این شش حالت، چند گردو در بشقاب باقی می‌ماند. حالت اول از جدول را در نظر می‌گیریم: زهرا p یعنی پاک‌کن، سحر m یعنی مدادتراش، و مریم k یعنی کلید را برداشته است. زهرا که شما به او یک عدد گردو داده بودید (چون او را در ذهن خود نفر شمارهٔ ۱ در نظر گرفته بودید)، پس از خروج شما از اتاق به همان تعداد یعنی یک گردو از بشقاب برمی‌دارد؛ چون او پاک‌کن را برداشته است. سحر که شما به او دو گردو داده بودید (چون نفر شمارهٔ ۲ بود)، چون مدادتراش را پنهان کرده است، دو برابر تعدادی که شما داده‌اید، یعنی چهار گردو برمی‌دارد. بالاخره مریم که شما به او سه گردو داده بودید، چون k یعنی کلید را برداشته است، چهار برابر، یعنی ۱۲ تا گردو برمی‌دارد. با این حساب زهرا در کل ۲ تا، سحر در کل ۶ تا و مریم در کل ۱۵ تا گردو دارند که در مجموع می‌شود ۲۳ (۱۵ + ۶ + ۲) گردو. در نتیجه یک گردو در بشقاب می‌ماند. همهٔ حالت‌ها را در جدول زیر آورده‌ام:

باقی‌مانده	جمع آن‌ها	تعداد گردوهایی که به هر نفر رسیده	م. س. ز
۱	۲۳	۱۵=۳×۵، ۶=۲×۳، ۱=۱×۱	p m k
۳	۲۱	۹=۳×۳، ۱۰=۲×۵، ۲=۱×۲	p k m
۲	۲۲	۱۵=۳×۵، ۴=۲×۲، ۳=۱×۳	m p k
۵	۱۹	۶=۳×۲، ۱۰=۲×۵، ۳=۱×۳	m k p
۶	۱۸	۹=۳×۳، ۴=۲×۲، ۵=۱×۵	k p m
۷	۱۷	۶=۳×۲، ۶=۲×۳، ۵=۱×۵	k m p

می‌بینید که تعداد گردوهای باقی‌مانده در بشقاب در حالت‌های متفاوت با هم فرق می‌کند. بنابراین وقتی تعداد گردوهای باقی‌مانده در بشقاب را می‌بینید، می‌توانید بفهمید که هر یک از اشیا نزد کدام دوست شماست!

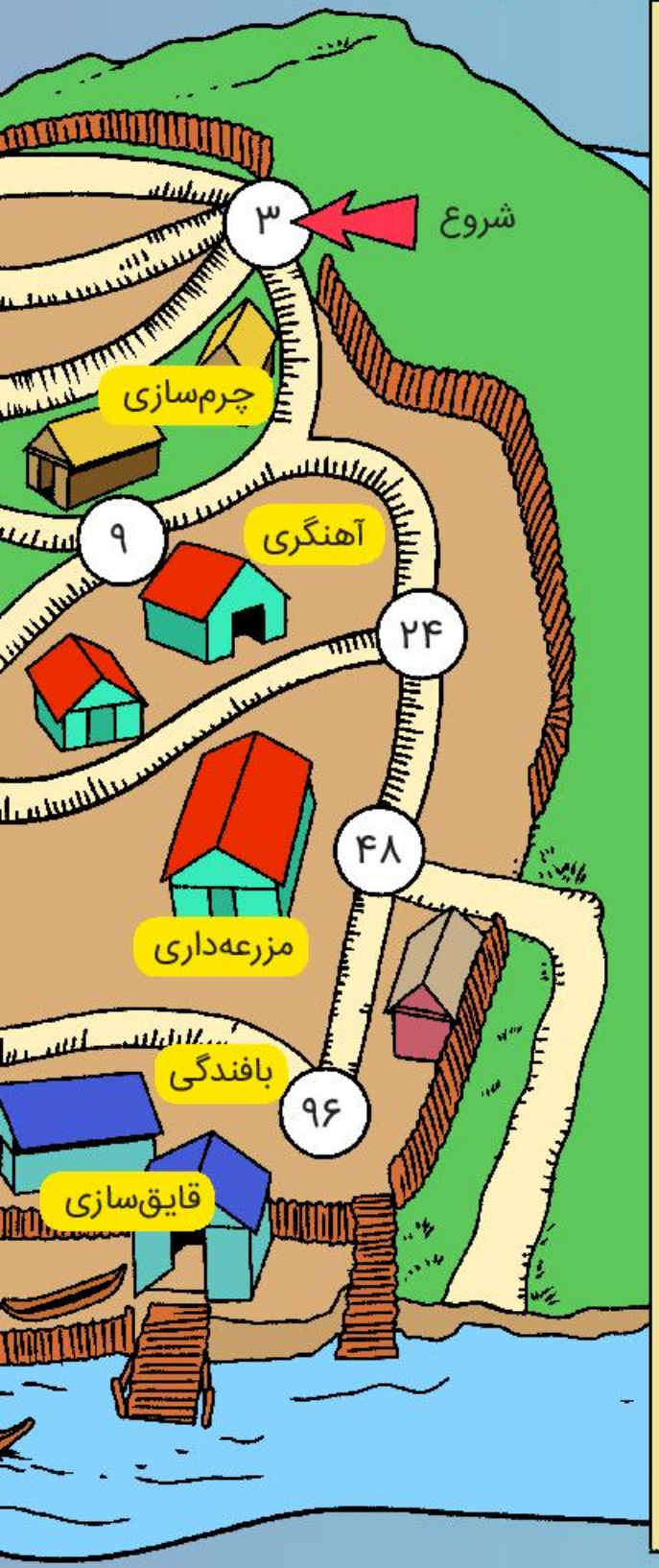
شما برای بار سوم از اتاق بیرون می‌روید و به برگهٔ کاغذی که در آن جدول بالا را کشیده‌اید، نگاه می‌کنید (البته کافی است در آن فقط ستون اول و آخر را یادداشت کرده باشید). حفظ کردن این حالت‌ها سخت است و لزومی هم ندارد. فقط برای اینکه اشتباه نکنید، باید خوب به خاطر بسپارید که به هر کس چند تا گردو داده‌اید. این هم مشکل نیست، چون شما آن‌ها را شماره‌گذاری کرده‌اید و به اولی یک عدد، دومی دو عدد و سومی سه عدد گردو داده‌اید.

قصد ندارم بیشتر از این توضیح بدهم، چون می‌خواهم شما خودتان هم قدری تلاش کنید تا شیرینی یادگیری این بازی دوچندان شود. امیدوارم این بازی را به دوستانتان هم یاد بدهید تا در اوقات فراغت از آن استفاده کنند و مقداری از گوشی‌های تلفن همراه که متأسفانه امروزه وسیله‌ای برای سرگرمی شده است، فاصله بگیرند.

عزیزان! توجه داشته باشید، بیشتر بازی‌هایی که در گوشی‌های تلفن همراه انجام می‌دهید، چیزی را به شما یاد نمی‌دهند، بلکه از شما چیزهایی را می‌گیرند. مثلاً در صورت زیاده‌روی در انجام این‌گونه بازی‌ها، بیماری‌هایی مانند ضعف چشم، سردرد و ... خدای ناکرده به سراغ شما می‌آیند. در صورتی که با انجام بازی‌هایی مانند بازی «جای اشیا را پیدا کن!»، نه تنها مطلب جدیدی یاد می‌گیرید، بلکه به جای تنهایی، با دوستانتان یک جا جمع می‌شوید و این خود باعث تقویت روحیه و روابط دوستانهٔ شما می‌شود.

هر کس چه کاره است؟

خسرو داودی



این چهار شهروند هر کدام شغلی دارند. برای اینکه بفهمید هرکس چه‌کاره است، مسیر هر کدام را دنبال کنید تا به محل کارشان برسید. برای این کار شما باید ابتدا الگوی عددی هر کدام را پیدا و کشف کنید. هر الگوی عددی یک قانون را دنبال می‌کند. برای مثال، قانون «دو برابر و سپس یکی اضافه کن» یا شروع از ۱ این عددها را خواهد داد:

۱, ۳, ۷, ۱۵, ...

قانون‌های زیر را دنبال کنید (همه از ۱ شروع می‌شوند) و عددهای گم‌شده را در جاهای خالی قرار دهید. سپس قانون هر کس را دنبال کنید. از عدد ۳ (نقطهٔ شروع) آغاز کنید تا مسیر هر کس را برای رسیدن به محل کارش بیابید و بنویسید هر کس چه کاره است.

۱ | | ۷ | ۱۰ | | |

قانون: _____

شغل اسماعیل آقا: _____

۱ | ۲ | | ۸ | | |

قانون: _____

شغل تاهید خانم: _____

۱ | ۲/۵ | ۴ | | | |

قانون: _____

شغل آقا غلام: _____

۱ | | -۷ | -۱۱ | | |

قانون: _____

شغل مریم خانم: _____

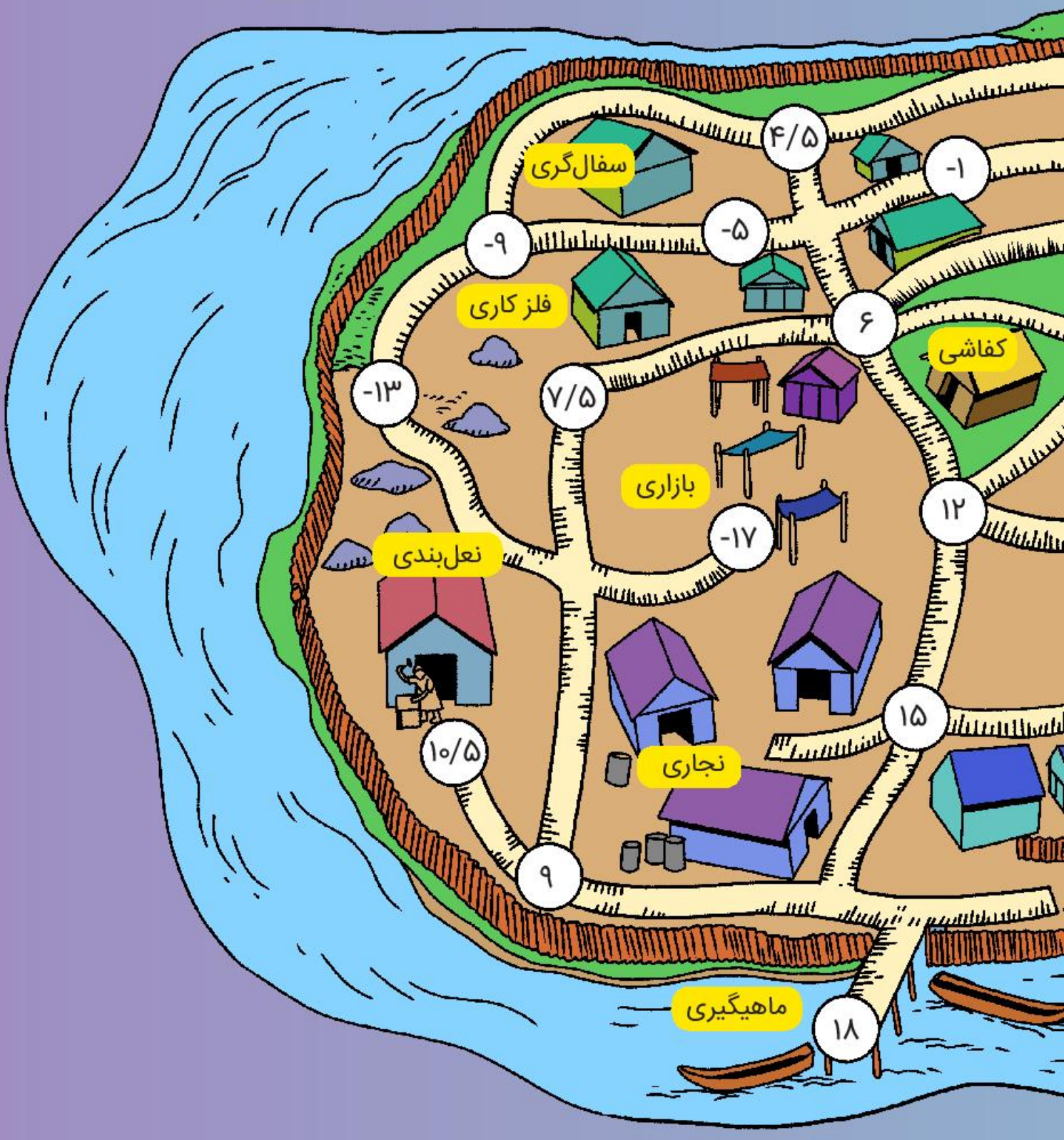
ادامه دادن الگوهای عددی چیزهای جالبی در مورد عددها آشکار می‌کند. اگر شما هر بار ۲۱ اضافه کنید خواهید داشت:

۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵, ...

برای رقم‌های این عددها چه اتفاقی افتاده است؟ آیا می‌توانید عدد بعدی را حدس بزنید، بدون آنکه جمع با ۲۱ را انجام دهید؟

اگر ۱۹ تا ۱۹ تا اضافه می‌کردیم، چطور؟ چه اتفاقی می‌افتاد؟

برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.



فاطمه درویشی

ماشین‌حساب سه بعدی جئوجبرا

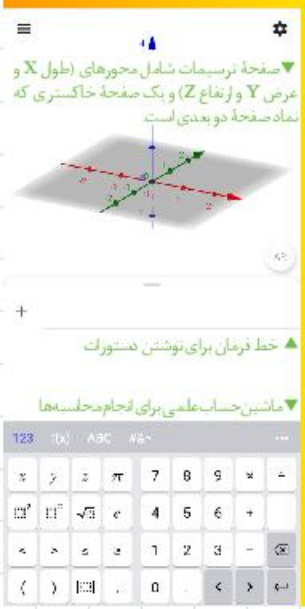
ریاضیات و هندسه برای دانش‌آموزان و دانشجویان همیشه از درس‌های چالش‌برانگیز هستند اما خواسته یا ناخواسته، زندگی ما بر اساس اصول ریاضی بناشده و بدون شکل‌های هندسی نمی‌توان جسم‌های متفاوت را طراحی کرد و ساخت. مربع، مستطیل و دایره شکل‌های هندسی دو بعدی هستند که اکثر ما با آن‌ها آشنا هستیم اما هندسه به دو بعد محدود نیست و در فضا هم می‌توان شکل‌های هندسی سه بعدی را تجسم کرد. در واقع شکل‌های سه بعدی زمانی به وجود می‌آیند که علاوه بر طول و عرض، اندازه‌ای به نام ارتفاع هم برای آن‌ها قائل شویم.

شما به خوبی با شکل‌های هندسی سه بعدی، مانند کُره، استوانه، هرم، مخروط و منشور آشنا هستید. خیلی از شما عزیزان در دوران آموزش خود برای درک بهتر هندسهٔ سه بعدی با استفاده از مقوا و کاغذ شکل‌های هندسی سه بعدی را طراحی و ساخته‌اید؛ کاری که محصول‌هایی بسیار زیبا و جذاب همانند شکل‌های زیر دارد:

با ساخت این شکل‌ها، شما به منظور یادگیری بهتر در حقیقت برای خودتان ابزار کمک‌آموزشی می‌ساختید. در این مقاله قصد داریم به شما ابزار قدرتمندی با استفاده از تلفن همراه برای یادگیری هندسهٔ سه بعدی معرفی کنیم. این نرم‌افزار بسیار کاربردی Geogebra 3D Calculator نام دارد که برای سیستم عامل اندروید می‌توانید با اسکن رمزینه مقابل آن را دریافت کنید.

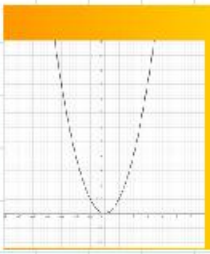
پس از نصب نرم‌افزار، شمایل روی گوشی شما ایجاد خواهد شد که دروازهٔ ورود به این نرم‌افزار است.

محیط اولیهٔ نرم‌افزار به صورت زیر است:

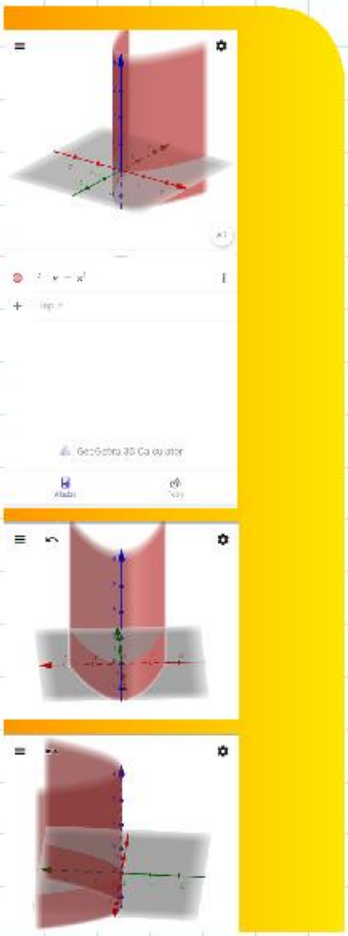


در همین ابتدا، برای اینکه محیط ترسیم را بهتر بشناسیم، تمرینی را با هم انجام می‌دهیم.

در مدرسه با نمودار $y=x^2$ آشنا شده‌ایم و می‌دانیم که شکل آن یک سهمی به این صورت است:



● حالا با استفاده از بخش ماشین‌حساب، در خط فرمان عبارت $y=x^2$ را بنویسید (برای نوشتن توان دو از یکی از ابزار $\square^{\square}$ و $\square^2$ استفاده کنید). شکلی که ایجاد می‌شود همانند شکل زیر است. اگر کمی دقت کنید، شکل ایجادشده شبیه به زین اسب است و محل برخورد آن با صفحهٔ خاکستری همان سهمی شکل قبل است که در راستای محور آبی رنگ (Z) حجم داده شده است.



سعی کنید شکل را با دست بچرخانید و آن را از نماهای متفاوت ببینید.

● با استفاده از ☰ که در بالای صفحه سمت چپ قرار دارد، می‌توانید فهرستی از فرمان‌هایی را که برای عملیات قابلی، مثل حذف کردن، ذخیره‌کردن، بازکردن و اشتراک‌گذاری نیاز دارید، در اختیار داشته باشید. در این مرحله توسط گزینهٔ پاک‌کردن همهٔ تصویر ایجادشده را پاک کنید. سپس در صفحهٔ اولیه به یک نقطهٔ

سفید اشاره کنید تا ماشین‌حساب مخفی شود و نوار زیر دیده شود:

● با اشاره‌کردن به ابزارها ابزارهای پایهٔ ترسیم در محیط ظاهر خواهد شد.
● می‌توانید با اشاره به بیشتر/دیگر ابزارها را گسترش دهید؛ مانند شکل مقابل:

● با تلیک (کلیک) روی ابزار تنظیمات می‌توانید تغییراتی در محیط ایجاد کنید؛ از جمله مخفی‌کردن محورها و یا صفحهٔ خاکستری رنگ.

در این مرحله می‌خواهیم تمرینی انجام دهیم و با استفاده از آن نشان دهیم که هر نقطه روی سطح کره از مرکز کره به یک فاصله است:

۱. با استفاده از ابزار کره به مرکز و شعاع دلخواه رسم کنید.
۲. توسط ابزار جابه‌جا و تلیک روی کره می‌توانید نمای آن را از جلو ببینید.
۳. توسط ابزار روی کره یک نقطهٔ دلخواه روی کره ایجاد کنید.
۴. توسط ابزار فاصله یا طول و انتخاب مرکز و نقطهٔ ایجادشده (C) می‌توانید شعاع کره را ملاحظه کنید.

۵. ابزار جابه‌جا را انتخاب کنید و نقطهٔ C را جابه‌جا کنید می‌بینید که با جابه‌جایی نقطهٔ C، عدد فاصله همیشه ثابت خواهد بود.

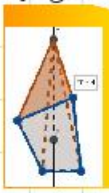
حال می‌خواهیم در تمرین دیگری، ارتفاع یک سطح مخروط مانند را بررسی کنیم و نشان دهیم آنچه در میزان ارتفاع مهم است، شکل و اندازهٔ قاعده نیست و حتی نقطهٔ دید ما هم تأثیری در این اندازه ندارد. مخروط‌هایی دارای ظاهرهای متفاوت می‌توانند ارتفاع‌های هم‌اندازه داشته باشند.

۱. برای اینکه نام‌گذاری شکل‌ها شلوغی ایجاد نکند، ابتدا وارد بخش تنظیمات و سپس بخش عمومی شوید و قسمت نام‌گذاری را روی هیچ شیء تنظیم کنید.
۲. با استفاده از ابزار چندضلعی دلخواه مانند شکل مقابل رسم کنید:

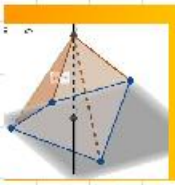
۳. با استفاده از ابزار حجیم‌کردن این چندضلعی را به یک هرم حجم‌دار تبدیل می‌کنیم. بنابراین اول چندضلعی را انتخاب می‌کنیم و سپس یک عدد به عنوان ارتفاع وارد می‌کنیم.

۴. شکل را طوری بچرخانید تا وجه زیر شکل روبه‌روی شما قرار گیرد. (با این کار انتخاب وجه پایین برای شما در مرحلهٔ بعد راحت‌تر خواهد بود.)
۵. توسط ابزار از رأس هرم خطی بر وجه (صفحه) پایین عمود می‌کنیم و سپس توسط ابزار محل تقاطع خط را با وجه پایین مشخص می‌کنیم:

۶. فاصلهٔ نقطهٔ تقاطع را با رأس هرم با استفاده از ابزار مشخص می‌کنیم. اگر عدد مشخص نیست، با استفاده از ابزار می‌توانید اندازهٔ محاسبه‌شده را خارج از شکل بکشید تا بهتر مشخص شود. ملاحظه می‌کنید که این عدد همان مقدار ولیهٔ ارتفاع است. اگر شما نقاط چندضلعی را حرکت دهید،

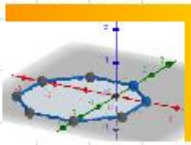


(با وجود تغییر شکل چندضلعی) و حتی اگر شکل را از هر طرف ببینید، درمی‌یابید که این مقدار تغییر نخواهد کرد. (می‌توانید صفحهٔ خاکستری رنگ را برای درک بهتر داشته باشید.)

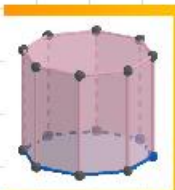


حال تمرین جالب دیگری انجام می‌دهیم و با استفاده از آن می‌بینیم چطور می‌توان یک سطح منشوری را باز و وجوه آن را مشاهده کرد:

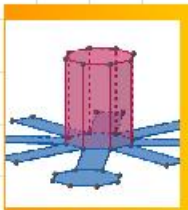
۱. با استفاده از ابزار چندضلعی یک چند ضلعی منتظم در صفحه رسم کنید. ابتدا دو نقطهٔ دلخواه و سپس تعداد ضلع‌ها را رسم کنید.

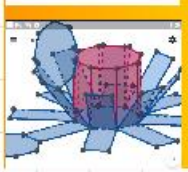


۲. با استفاده از ابزار منشور آن را به یک منشور با یک قاعدهٔ چندضلعی منتظم تبدیل کنید. می‌توانید به‌منظور زیباترشدن محیط، محورها و صفحهٔ خاکستری رنگ را مخفی کنید.



با استفاده از ابزار بسط و سپس انتخاب منشور ملاحظه خواهید کرد که شکل گسترده خواهد شد.
۳. توسط ابزار می‌توانید شبکهٔ ایجاد شده را حرکت دهید و آن را باز و بسته کنید.

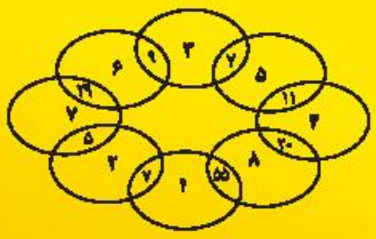




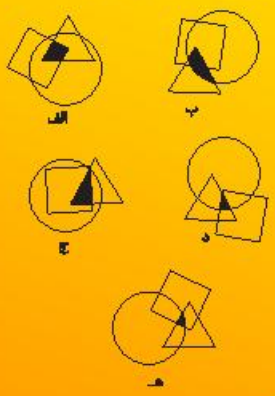
لذت ریاضی

لیلا جلیلی

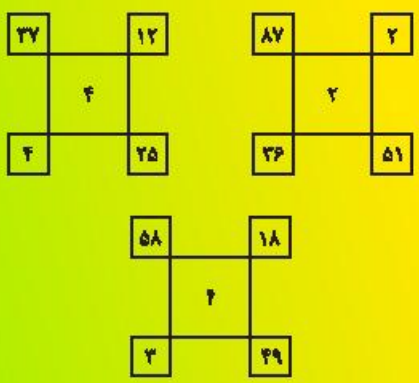
۱ جای علامت ؟ چه عددی باید قرار دهیم؟



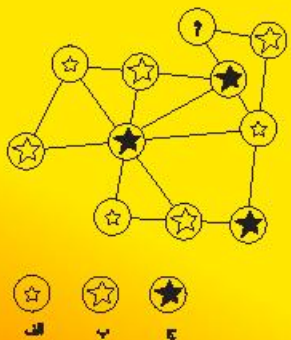
۲ کدام شکل با بقیه هم‌خوانی ندارد؟



۳ جای علامت ؟ چه عددی است؟



۴ جای علامت ؟ کدام شکل قرار می‌گیرد؟



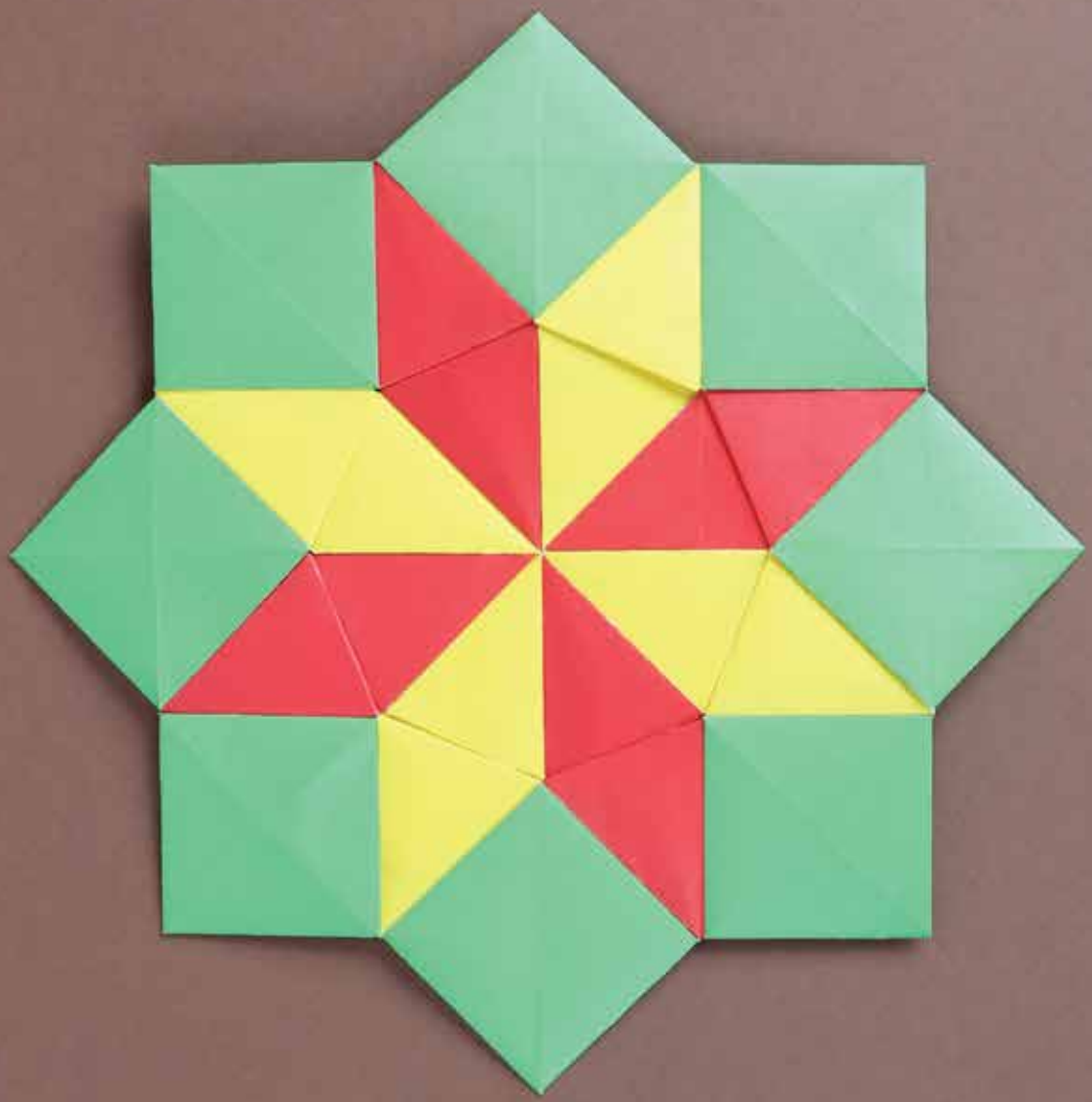
برای مشاهدهٔ پاسخ رمزینه را اسکن کنید.

کاغذوتا

نقش در نقش

پری حاجی‌خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت رمزینه را اسکن کنید.



در این دوره از مجله با استفاده از اریگامی می‌خواهیم طرح‌های کاشی‌کاری را بسازیم. طرحی که در این شماره می‌بینید از کنار هم قرار دادن تعدادی مربع و مثلث به‌دست آمده. نمونه این طرح را می‌توانید در کاشی‌کاری اکثر مسجدها ببینید.

خرید سوغاتی

برای دیدن پاسخ رمز ینه‌را اسکن کنید.

۱۴. داود چه چیزهایی خریده‌است؟

پیدا کنید هر کس چه چیزی خریده است و این چهار نفر چقدر خرج کرده‌اند.