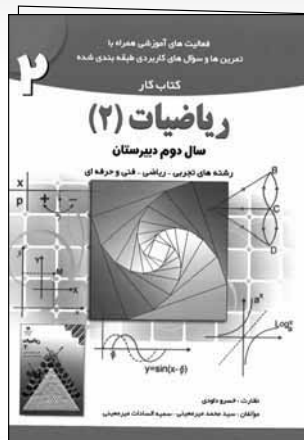


اصول و ملاحظات علمی در تألیف کتاب‌های آموزش ریاضی برای دانش آموزان



● نوشته: محمود معافی / امیرمحمد معافی

مقدمه

«آموزش ریاضی» شاخه‌ای از علوم و معرفت بشری است که از سال ۱۹۶۲ و پس از صدور بیانیه‌ی ۷۵ نفر از ریاضی‌دانان معروف دنیا، به مثابه یک حوزه‌ی معرفتی مستقل و در عین حال مرتبط با ریاضیات و تاریخ آن، و علوم دیگری مانند آمار، علوم تربیتی، فلسفه و جامعه‌شناسی به وجود آمد. در واقع، بعد از صدور این بیانیه بود که تلاش شد ریاضیات از دانشی ویژه‌ی نخبگان، به دانشی عمومی و یا به عبارتی مردمی، تبدیل شود.

دیدگاه‌های نوین آموزش ریاضی، بر اهمیت تفکر و استدلال، شناخت مفاهیم ریاضی و چگونگی پردازش آن‌ها، شناخت تفکر ریاضی و نیز فکر ریاضی، مهارت‌های ریاضی، راهکارهای عملی برای بهره‌جویی از تاریخ ریاضیات در آموزش و یادگیری آن، آمیخته‌بودن فعالیت‌های فرهنگی و اجتماعی با یادگیری ریاضیات، رابطه‌ی روان‌شناسی یادگیری با یادگیری ریاضیات، رابطه‌ی روش‌های تدریس با یادگیری ریاضیات، ناتوانی در یادگیری ریاضیات، و بدفهمی و نافهمی‌های شاگردان در یادگیری ریاضیات تأکید دارد. کنگره‌های آموزش ریاضی که در سطح

۲۸۹۱۹۱

پاییز ۱۳۸۸

۶۴

بین‌المللی و هر چهار سال یک‌بار برگزار می‌شود، در تلاش برای بازکردن مشکلاتی است که معلمان در آموزش ریاضی با آن دست‌پگیرینند.

پیشگیری عمل تفکر و طبیعت نسبتاً دشوار و مجرد مفاهیم ریاضی ایجاب می‌کند، همه‌ی کسانی که به‌نحوی با موضوع آموزش، پژوهش و تألیف کتاب‌های آموزش ریاضی سروکار دارند، آموزش ریاضی را از منظر درون و برون ریاضی، مقوله‌ی یاددهی، یادگیری و حل مسئله مورد مطالعه قرار دهند. آموزش ریاضی میدان بررسی و مطالعه‌ی گسترده‌ی وسیعی از پرسش‌های گوناگون است. این پرسش‌ها، ماهیت موضوعاتی را که در آموزش ریاضی، معلمان و یا مؤلفان باید مورد توجه قرار دهند، روشن می‌کنند.

سؤالات اساسی در آموزش ریاضیات

این مقاله به‌دنبال آن است که به سؤالات اساسی زیر که هر معلم ریاضی در آموزش این درس با آن مواجه است، پاسخ دهد. مؤلفان کتاب‌های آموزش ریاضی نیز می‌توانند از این رهنمودها در تألیف کتاب‌های آموزشی برای دانش‌آموزان بهره‌گیرند. این سؤالات که در اصل؛ ملاحظاتی است که در آموزش مفاهیم ریاضی به دانش‌آموزان باید مورد توجه قرار گیرد، به شرح زیر است:

۱. دانش ریاضی چیست و از چه ماهیتی برخوردار است؟
۲. کاربردهای ریاضی در زندگی روزمره‌ی افراد و سایر علوم چیست؟
۳. مفاهیم ریاضی را چگونه برای دانش‌آموزان تشریح کنیم؟
۴. منظور از آمیخته بودن آموزش ریاضی با فعالیت‌های فرهنگی و اجتماعی چیست؟
۵. چگونه فرایند تدریس ریاضی و یادگیری آن را برای دانش‌آموزان معنی‌دارتر کنیم؟
۶. چگونه بین مفاهیم، گزاره‌ها و الگوریتم‌های ریاضی رابطه برقرار کنیم؟
۷. منظور از تفکر ریاضی و ریاضی اندیشیدن چیست؟

■ اصل اول: ماهیت دانش ریاضی را برای دانش‌آموزان تشریح کنید.

تبیین موضوع: «در بدو امر موضوعی را که قصد دارید آموزش دهید، با زبانی ساده و متناسب با سن مخاطبان برای آن‌ها تبیین کنید.»

ریاضیات برخلاف تصور عامه، تنها علم اعداد، ارقام و اشکال هنری نیست، بلکه چیزی بیش از حساب کردن است. ریاضیات دانش الگوها و ارتباطهاست و به‌عنوان یک دانش نظری، ارتباط‌های ممکن میان مقولات مجرد را جست‌وجو می‌کند؛ فارغ از این‌که آن‌ها ماندهایی در دنیای واقعی دارند یا خیر. این مقولات و مفاهیم مجرد می‌توانند هر چیزی اعم از دنباله‌های اعداد، شکل‌های هندسی و یا مجموعه‌ی معادلات باشند و به هر حال، زود یا دیر کاربرد خاص خود را پیدا می‌کنند. بچه‌ها باید یاد بگیرند که تلاش آن‌ها در یادگیری مفاهیم ریاضی ارزشمند است و آن‌ها مشغول انجام کار بزرگی هستند و از کار خود باید خوش‌حال باشند و احساس لذت کنند. ریاضیات مدرن بر ایده‌ی مجموعه‌ها استوار است و بر این پایه، فضاهای انتزاعی و مجرد،

ریاضیات دانش
الگوها و ارتباطهاست و
به‌عنوان یک دانش نظری
ارتباط‌های ممکن میان
مقولات مجرد را جست‌وجو
می‌کند

میدان‌های جبری و فضاهای توپولوژیکی و ساختمان‌های ریاضی پدید می‌آیند و روابط و استنتاج‌های منطقی شکل می‌گیرند. در عالم ریاضی می‌توان بدون دستکاری جهان خارج، تعریف‌ها، گزاره‌ها و ساختارهای ریاضی را ایجاد، اثبات و یا نقض کرد و برخلاف روش‌های فرضیه‌آزمایی علوم تجربی، نتایج را مسلم و قطعی گرفت. الگوهای ریاضی در واقع سیستم‌های قانونمند و هدف‌داری هستند که ارتباط دنیای ریاضی و زبان نمادین و روابط صوری آن را با جهان واقع و با سایر شاخه‌های دانش بشری برقرار می‌سازند.

می‌توان گفت: ریاضیات دانش تراکمی و پیوسته است که هر مقوله و مفهوم آن بر پایه‌ی مقوله‌ها و مفاهیم دیگری استوار است. این ارتباط زنجیره‌ای است که هر گسستگی در آن موجب ایجاد مانع در آموزش و یادگیری ریاضیات به‌ویژه در مراحل بعدی می‌شود. بدین لحاظ در آموزش به سلسله مراتب مفاهیم باید توجه کرد.

مقوله‌های ریاضی با مقوله‌های سایر علوم نظری و تجربی متفاوت هستند. تعاریف، مفاهیم قضیه‌ها و ساختمان‌های ریاضی مقولاتی مجردند و این تجرید در ریاضیات مدرن بیش‌تر شده است. به همین علت یادگیری زبان

ریاضی طول می‌کشد. به بچه‌ها یاد دهید که یادگیری این زبان قدری طول می‌کشد، اما به هر حال تلاش آن‌ها به هدر نخواهد رفت و ماندگاری مفاهیم ریاضی در ذهن آن‌ها زیاد خواهد بود. به هر حال همه می‌توانند با این زبان تکلم کنند، اما چند سال طول می‌کشد تا هر یک از ما بتوانیم با آن به‌درستی تکلم کنیم. آن‌چه که فرق می‌کند، تفاوت در روش و سرعت یادگیری است.

کاربردهای ریاضی را برای دانش‌آموزان متناسب با موضوع درس، سن مخاطب و دوره‌ی تحصیلی، در زندگی روزمره و یا سایر علوم برای دانش‌آموزان تبیین کنید

■ اصل دوم: کاربردهای دانش ریاضی را برای دانش‌آموزان تشریح کنید.

تبیین موضوع: «کاربردهای ریاضی را برای دانش‌آموزان متناسب با موضوع درس، سن مخاطب و دوره‌ی تحصیلی، در زندگی روزمره و یا سایر علوم برای دانش‌آموزان تبیین کنید.»
یافته‌های علمی، واقعیت‌های تجربی و شواهد تاریخی نشان می‌دهند که ریاضیات همواره نقش اساسی در توسعه‌ی علمی، فناوری، فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی ملت‌های گوناگون ایفا کرده است. برای مثال، تاریخ فرهنگی ایران و جهان اسلام پر از ایده‌های ریاضی است که توسط دانشمندی مانند **خوارزمی، عمر خیام، غیاث‌الدین جمشیدکاشانی** و... مطرح شده‌اند. نقش ریاضیات در تغییر الگوهای زندگی و تحول در دانش‌ها و فناوری‌های گوناگون، از جمله «فناوری‌های اطلاعات و ارتباطات» (ICT)، آموزش و پرورش، مدل‌های اقتصادی، حمل و نقل و ترافیک، بهداشت و درمان و خلاصه بهبود کیفیت زندگی غیرقابل تردید است. امروز با پیش‌بینی و طبعاً پیش‌گیری، بسیاری از بیماری‌ها از جمله سرطان، بیماری‌های قلبی - عروقی و عفونی مانند ایدز (HIV)، سرعت ابتلا به دیابت و غیره به کمک مدل‌های ریاضی و آمار، امری بدیهی است.

پیش‌بینی نرخ رشد جمعیت یک کشور، درصد جمعیت شهرها و روستاها، نرخ رشد جمعیت بی‌کار تحصیل کرده، نرخ رشد تورم و نقدینگی، همه و همه به کمک ریاضیات و مدل‌های ریاضی

قابل مطالعه و پیش‌بینی است. فراموش نکنید که ریاضیات در خانه، مدرسه، کوچه، خیابان، بازار و محیط کار، کاربرد دارد. کاربرد برخی از آموخته‌ها فوری است و برای برخی از ایده‌های ریاضی در بلندمدت می‌توان کاربرد پیدا کرد.

■ اصل سوم: معنای مفاهیم ریاضی را برای دانش‌آموزان تشریح کنید

تبیین آموزشی: ریاضیات همانند سایر علوم دارای یک سلسله مفاهیم کلیدی است که معمولاً از یک نظم سلسله مراتبی پیروی می‌کنند.

در آموزش مفاهیمی تعلیمی مانند چهار عمل کسری، انواع عدد، کسر، درصد، نسبت، رابطه، پیوستگی، میل کردن، تقارن، هم‌ارزی، تقاطر، تابع، جبر، معادل، بی‌نهایت، معادله و... در بدو امر، معنای لغوی این واژگان ریاضی را برای دانش‌آموزان تشریح کنید. یادگیری معنای لغوی این مفاهیم مبنایی برای توسعه‌ی فهم دانش‌آموز از معنای ریاضی این مفاهیم است. تحقیقات نشان می‌دهند که دانش‌آموزان اول زبان طبیعی و بعد زبان ریاضی را می‌فهمند. آن‌ها ابتدا به زبان طبیعی تکیه می‌کنند و بعد درصد یادگیری زبان ریاضی و مفاهیم آن برمی‌آیند.

در یک مطالعه این نتیجه به دست آمد که بچه‌ها چون در فهم معانی عبارات به کار رفته در یک مسئله‌ی ریاضی مشکل داشتند، نتوانستند آن مسئله را حل کنند. مسئله این بود: «دو بچه به طرف کلاس می‌رفتند و سه بچه به طرف کلاس می‌دویدند، چند نفر به طرف کلاس می‌رفتند.»

دانش‌آموزان در این مسئله از دو واژه‌ی «می‌رفتند» و «می‌دویدند» معنای یکسانی استنباط نمی‌کردند. از واژه می‌رفتند معنای ملحق‌شدن برمی‌آید، ولی از معنای دویدن، معنای جداشدن از یکدیگر استنباط می‌شود. به همین علت آن‌ها نتوانستند این مسئله‌ی ساده را حل کنند [Nesher, ۱۹۹۱].

۲۸۹۱۹۲

زمستان ۱۳۸۸

۶۷



■ اصل چهارم: به آمیختگی ریاضیات با فعالیت‌های فرهنگی و اجتماعی توجه کنید.

تبیین موضوع: «ریاضیات آمیخته با فعالیت‌های فرهنگی و اجتماعی است.»

ویگوتسکی، روان‌شناس روس، برای جنبه‌های فرهنگی، اجتماعی و تاریخی و نقش آن‌ها در رشد شناختی انسان بسیار اهمیت قائل است و باور دارد که رشد شناختی کودک عمدتاً به محیط و مردمی که در دنیای او زندگی می‌کنند، وابسته است. دانش‌ها، اندیشه‌ها، نگرش‌ها و ارزش‌های فرد در تعامل با محیط و دیگران شکل می‌گیرند و تحول می‌یابند. کاربرد نظریه‌ی ویگوتسکی در آموزش ریاضیات بدان معناست که مطالب درسی باید در یک بافت فرهنگی - اجتماعی





آموزش داده شود. و در تمام دوره‌های تحصیل این نکته مورد توجه قرار گیرد.

ریاضیات در هر جامعه با فعالیت‌های اقتصادی و بازرگانی، ساخت مسکن، بانک‌داری، حسابداری، تبدیل ارزش‌های گوناگون به هم، الگوهای هندسی و معماری، به‌ویژه در ساخت اماکن مذهبی، پل‌ها، انواع اندازه‌گیری، دریافت خمس و زکات، تقسیم ارث، انجام به موقع اعمال عبادی، و یا حرکت در ترافیک، حمل و نقل و... آمیخته است. امروزه تأکید می‌شود که تکالیف و فعالیت‌های ریاضی شاگردان باید متناسب با بافت فرهنگی اجتماعی آنان طراحی شود تا بدین طریق شکاف بین ریاضیات مدرسه‌ای و ریاضیات جامعه از بین برود.



■ اصل پنجم: به فعالیت‌های منطقی و منظم در ارائه‌ی موضوعات ریاضی و معنی‌دار کردن آموزش ریاضی توجه کنید.

تبیین موضوع: «تدریس ریاضی دارای نظم منطقی است. معنادار کردن تدریس مستلزم توجه به توصیف لذت‌بخش موضوع، گسترش بحث و تعامل دو و چندجانبه، انجام فعالیت و تمرین‌های کاربردی و فعالیت اقدام‌پژوهی از سوی معلم است.»

ریاضیات عرصه‌ای است دشوار، هم برای تدریس‌کننده و هم برای یادگیرنده. دانش‌آموزان در اغلب کشورها غالباً نظر مثبتی نسبت به معلم ریاضی ندارند. از ریاضی می‌ترسند. به‌علاوه، کم‌ترین بدآموزی از سوی معلم موجب انحراف جدی فراگیرندگان در یادگیری‌های بعدی ریاضی و نقصان در رفتار ریاضی فراگیرندگان خواهد شد. **کاک گرافت**، در پژوهش‌های خود (۱۹۸۲) به این نتایج دست یافت که آموزش ریاضی، در هر گروه سنی و در هر سطحی از توانایی، باید شامل فرصت‌هایی باشد که در آن کفایت، صلاحیت و علاقه‌مندی معلمان و بحث‌های علمی میان معلمان و فراگیرندگان را با هم نمایش دهد. به‌علاوه، در انجام فعالیت‌های ریاضی و بروز رفتار ریاضی مناسب، کار عملی، تمرین و حل مسئله و پژوهش‌های متناسب با مباحث درس، جدی گرفته شود. به اعتقاد کرافت، در ارائه‌ی مفاهیم ریاضی به شاگردان، باید به مراحل منطقی زیر توجه کرد:

۱. توصیف و توضیح مطالب توسط معلم ریاضی با توجه به جنبه‌های قابل استفاده و به نحو لذت‌بخش؛
۲. تقویت و گسترش بحث پیرامون مطالب درسی میان شاگردان و معلمان و شاگردان با یکدیگر (به شاگردان یاد بدهید که در حل مسائل و فهم مطالب ریاضی با یکدیگر تبادل نظر کنند)؛

۳. انجام فعالیت‌های عملی مناسب در زمینه‌ی ریاضیات. به دانش‌آموزان یاد دهید که در قابلیت‌های خود در انجام کار ریاضی مطمئن داشته باشند؛

۴. انجام تمرین با دانش‌آموزان. در خصوص مهارت‌های اساسی و معمولی ریاضیات و تحکیم آن‌ها؛

۵. حل مسئله شامل کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره و موقعیت‌های ملموس (دانش‌آموزان را تشویق کنید. اجازه دهید تا دانش‌آموزان خود مسئله‌ای را طراحی و بعد آن را حل کنند و یا این که هم‌کلاسی‌هایشان مسئله‌ای برای آن‌ها طرح کنند)؛

۶. گسترش و تقویت فعالیت‌های اقدام پژوهی (انجام کار تحقیقی مناسب با سن و سال شاگردان باید بخشی از رویکرد یاددهی - یادگیری کلاس ریاضی باشد).

امروزه نکته‌ی قابل توجه در آموزش ریاضی آن است که هر فراگیرنده، اعم از کودک، نوجوان و جوان، خود باید درگیر یادگیری مفاهیم، کسب مهارت‌های ریاضی و حل مسئله شود و با هدایت معلم و مربی بکوشد، مفاهیم ریاضی را از نو در ذهن و اندیشه‌ی خود بسازد. به عبارت دیگر، خودش عمل ریاضی را انجام دهد تا یادگیری و فهم معنادار برای او اتفاق افتد و این باور در او تقویت شود که قادر به انجام این کار است و کارش نیز ارزش دارد.



امروزه
نکته‌ی قابل توجه
در آموزش ریاضی آن
است که هر فراگیرنده، باید
درگیر یادگیری مفاهیم، کسب
مهارت‌های ریاضی و حل مسئله
شود و با هدایت معلم و مربی
مفاهیم ریاضی را در ذهن و
اندیشه‌ی خود بسازد

■ **اصل ششم: توجه دانش‌آموزان را به ارتباط مفاهیم، گزاره‌ها و الگوریتم‌های ریاضی جلب کنید.**

تبیین موضوع: «با بیان نحوه‌ی ارتباط بین مفاهیم دشوار، فراگیری مفاهیم ریاضی را می‌توان آسان کرد.»

بسیارند شاگردانی که خیلی از مفاهیم و عملیات ریاضی را غیرمرتبط و یا کم‌ارتباط با هم می‌یابند و از ایجاد ارتباط‌های ارگانیک میان آن‌ها و برداشت‌های یکپارچه از آن‌ها عاجز هستند. برای مثال، میان چهار عمل اصلی، شکل‌های هندسی مثلاً مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع، مشتق و انتگرال، حد و پیوستگی، معادله و نامعادله، تابع و وارون آن‌ها، ارتباط درون ساختاری وجود دارد و در آموزش ریاضی باید ارتباط مفاهیم و مقوله‌ها را در شکل بزرگ‌تری نشان داد. به‌طور خلاصه باید گفت که در بیان این ارتباط دانش‌آموزان باید بتوانند:

۱. مفاهیم ساده‌ی شرکت‌کننده در ساختار یک مفهوم ریاضی را تشخیص دهند.
۲. جایگاه مفاهیم سازنده‌ی یک مفهوم پیچیده‌تر را در سلسله مراتب مفهومی درک کنند.
۳. ارتباط و تعامل میان مفاهیم ساده‌تر (با مرتبه کم‌تر) با هم و ارتباط آن‌ها با مفهوم اصلی را که سیستم معناداری را می‌سازند، درک کنند.

■ **اصل هفتم: به جای حفظ کردن الگوریتم‌ها و یا فرمول‌ها، شاگردان را به سوی تفکر ریاضی و ریاضی‌اندیشیدن هدایت کنید.**



تبیین موضوع: «تفکر ریاضی بر استدلال، شهود، تعمیم، تخمین، اثبات، ارتباط میان اشیاء، تحلیل و تفکر تصویری تمرکز می‌کند، در جایی که فکر ریاضی بر تبدیل ملموسات به نمادها و مجردسازی و کسب مهارت در استفاده از ابزارها و روش‌ها تأکید دارد.

تفکر ریاضی و فکر ریاضی، اگر چه در ارتباط دوسویه و عجین شده با یکدیگرند، اما این دو با هم تفاوت‌هایی نیز دارند. گسترش دانش ریاضی اساساً مدیون توسعه‌ی تفکر ریاضی است، اما «ریاضی اندیشیدن» با تولید فکر و خلاقیت رابطه دارد.

فکر ریاضی، محصول تفکر ریاضی افراد و ریاضی‌دانان محسوب می‌شود و با عنصر تصمیم‌گیری در فعالیت‌های ریاضی آمیخته است. هم‌اکنون آموزش ریاضی ما در مدارس، بیش‌تر

متوجه درگیر کردن دانش‌آموزان در حل مسئله است تا فراهم آوردن موجبات تقویت تفکر ریاضی. همین امر موجب می‌شود که شاگردان به هنگام حل مسائل پیچیده‌تر، درماندگی آموخته‌شده‌ای را تجربه کنند و با تکرار تعریف‌ها و قضایا و پرداختن به مسائل حل شده، حداکثر تلاش خود را بر مرور فکر ریاضی دیگران متمرکز کنند. بدیهی است که در این ساز و کار آموزشی، جای زیادی برای تولید فکر ریاضی و توسعه‌ی تفکر انتقادی خلاق باقی نمی‌ماند.



منابع

۱. علم‌الهدائی، سیدحسین (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. دانشگاه فردوسی مشهد.
۲. ولف، پاتریشیا (۱۳۸۲). مغز و فرایند یادگیری. ترجمه‌ی داود ابوالقاسمی. انتشارات مدرسه. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
3. Moafi, Mahmood (2007). Comparative Study in Cvrriculof Iran, India and Malaysia: A Theoretical Framework and a Model in General Education, Faculty of Education, Delhi University.
4. Neshier. P, (1991). The language of Mathematic, Ency clopedia of Corriculum, P P 866-867.
5. WWW. Encyclopedia of Viki Pedia (2009).

۲۸۹۱۹۲

پاییز ۱۳۸۸

۷۰