مسئله چیست؟

و چگونه می‌توان مسئله را حل کرد؟

محمد هاشم رستمی

انسان‌ها همواره با مسئله‌های مختلفی، سروکار داشته‌اند و برای حل آن‌ها پیوسته کوشیده‌اند. این راه‌حل‌ها در بسیاری از موارد متفاوت‌اند. به عنوان مثال برای اثبات قضیهٔ فیثاغورس تاکنون حدود ۴۰۰ راه‌حل متفاوت ارائه شده است. نوع مسئله‌ها و آسانی، یا دشواری راه‌حل آن‌ها در زمان‌های مختلف متفاوت بوده‌اند. به مسئله‌هایی از پاپیروس رایند که حدود ۱۸۰۰ تا ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد یعنی تقریباً حدود ۴۰۰۰ سال پیش نوشته شده است توجه کنید:

مسئلهٔ ۱. هفت نفر هر کدام هفت گربه دارند. هر گربه می‌تواند هفت موش را بگیرد. هر موش می‌تواند هفت خوشهٔ جو را بجود و هر خوشهٔ جو، هفت دانه جو دارد. بزرگ‌ترین عدد این ردیف و مجموع آن‌ها کدام است؟

مسئلهٔ ۲. مصری‌ها برای محاسبهٔ مساحت مثلث متساوی‌الساقین، نصف حاصل ضرب قاعدهٔ آن در یکی از ساق‌ها را به دست می‌آوردند. درصد اشتباه آن‌ها را برای حالتی که قاعدهٔ مثلث برابر ۴ و ساق آن برابر ۱۰ باشد، پیدا کنید.

و اینک، یک مسئله از پاپیروس مسکو که به سال ۱۸۵۰ قبل از میلاد یعنی حدود ۳۸۶۰ سال پیش نوشته شده است، توجه کنید.

مسئله. حجم هرم ناقصی را پیدا کنید که ارتفاع آن برابر ۶، ضلع مربع قاعدهٔ پایین آن برابر ۴ و ضلع مربع قاعدهٔ بالای آن برابر ۲ باشد.

یک مسئله از بابلی‌ها (حدود ۳۰۰ سال پیش)

مسئله. زاویهٔ قائمه را به سه قسمت برابر تقسیم کنید.

یک مسئله از اقلیدس (سدهٔ سوم پیش از میلاد)

مسئله. متوازی‌الاضلاعی بسازید که زاویهٔ بین دو ضلع آن

معلـوم و مسـاحت آن برابـر مسـاحت یک مثلث مفروض باشد.

یک مسـئله از ارشـمیدس (۲۸۸-۲۱۲ قبل از میلاد)

مسـئله. مساحت قطاع کروی برابر است با مسـاحت دایـره‌ای که شـعاع آن برابر باشـد با پاره‌خطی که رأس قطاع را به یکی از نقطه‌های قاعدهٔ آن وصل می‌کند.

یک مسئله از بطلمیوس (سدهٔ دوم قبل از میلاد)

مسـئله. ثابت کنیـد در هر چهار ضلعـی محاطی، حاصل‌ضرب دو قطر برابر اسـت با مجموع حاصل‌ضرب‌های دوبه‌روی ضلع‌های روبه‌رو.

یـک مسـئله از ابن‌سـینا، دانشـمند ایرانـی (۱۰۳۷-۹۸۰ میلادی).

مسـئله. اگر عددی در تقسیم بر ۹ به باقی‌ماندهٔ ۱ یا ۸ برسد، مجـذور آن عـدد در تقسـیم بـر ۹ باقی‌مانده‌ای برابـر ۱ خواهد داشت.

یک مسئله از کرجی (سدهٔ یازدهم میلادی)

مسئله. این دستگاه را حل کنید.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2 \\ xz = y^2 \\ xy = 10 \end{cases}$$

شـبیه این مسئله‌ها را که برخی از آن‌ها حتی به ده هزار سال قبل تعلق دارند، در آثار به جای مانده از تمدن‌های عهد باسـتان، ماننـد تمدن‌های ایرانی، بابلی، مصـری، هندی، چینی و... به وفور می‌توان یافت. از آن جمله اسـت آثار به دسـت آمده در لوحه‌های شـوش از ایـران، پاپیروس‌های مصـر، کتاب‌هـای مختلف یونان باستان، رساله‌های باهشالی و... هندی، رساله‌های «نه فصل از هنر محاسبه» و «ریاضیات در نه کتاب» چینی.

بنابراین مسـئله و حل مسـئله ریشه در تاریخ بشـر دارد. اما مسئله چیست و چگونه می‌توان آن را حل کرد؟

مسـئله، موضوع بغرنج و پیچیده‌ای نیست. ما در زندگی خود همواره با انواع مسـئله‌ها سـروکار داریم و بیش‌تر ما آن‌ها را حل می‌کنیم. پس نباید از مسـئله بترسـیم. و آن را غولی رام‌نشـدنی تصور کنیم.

ـ رفتن از خانه به مدرسه؛

ـ خریدن نان از نانوایی؛

ـ رفتن به مسافرت؛

ـ انجام تکالیف داده شده در مدرسه به دست یک دانش‌آموز؛

ـ چگونگی کاشت، داشت و برداشت یک محصول برای گرفتن بهترین بازده؛

ـ تعمیر یک ماشین که نقص فنی دارد؛

ـ باز کردن یک قفل بسته شده؛

ـ ...

و هزاران مورد مشابه دیگر، هر کدام یک مسئله‌اند.

پس مسئله را نباید تنها مسئله‌های مربوط به ریاضیات، فیزیک، شیمی و دیگر علوم بدانیم.

به نظر شـما در هر یک از مسـئله‌های بالا، چه عواملی دخالت دارند؟

در یک مسئلهٔ هندسه چه عواملی دخالت دارند؟ در یک مسئلهٔ فیزیک چه عواملی می‌توان یافت؟

همهٔ مسـئله‌ها از جمله مسـئله‌های بالا، عامل‌های مشـترکی دارند، یا به بیان دیگر؛ سـاختاری یکسـان دارند. بیایید مطلب را بیش‌تر بررسی کنیم.

در مسـئلهٔ رفتن دانش‌آموز از خانه به مدرسه، یک عامل مهم، خواسـتهٔ مسـئله، یعنی حرکت کردن دانش‌آموز از خانه و رسیدن او به مدرسه اسـت. اما ببینیم چه چیزهایی باید مشخص و معلوم باشد؛ از جمله:

۱) فاصلهٔ خانه تا مدرسه چه‌قدر است؟

۲) چند مسیر برای رسیدن از خانه به مدرسه وجود دارد؟

۳) چگونه این مسیر باید پیموده شود؟ با پای پیاده، با دوچرخه، با موتورسیکلت، با ماشین یا با وسیله‌ای دیگر؟

۴) سـرعت پیمایش مسـیر در هـر یک از موارد بـالا چه‌قدر است؟

۵) ...

بـا معلوم بودن این مـوارد، دانش‌آموز یا والدیـن او می‌توانند طوری برنامه‌ریزی کنند که در حداقل زمان ممکن و با اسـتفاده از ایمن‌ترین راه، دانش‌آموز به مدرسه برسد.

بنابرایـن معلومـات یـا داده‌هـای مسـئله یک عامـل مهم و تعیین‌کنندهٔ دیگر در مسئله و هم‌چنین، حل آن خواهند بود.

آیا فکر می‌کنید حل این مسـئله همواره امکان‌پذیر است؟ آیا شرط یا شرط‌هایی برای تحقق این مسئله وجود ندارد؟

پاسـخ مثبت اسـت. شـما خود برخی از آن‌ها را بیابید و برای ما بنویسـید. بـه جامع‌ترین و جالب‌ترین پاسـخ‌ها چنـد جلد از دایره‌المعارف هندسه اهدا خواهد شد.

به یک مسئلهٔ دیگر از موارد یاد شده می‌پردازیم.

مسـئله. تلویزیون شـما چند اشـکال فنی پیدا کرده اسـت و می‌خواهیـد آن را تعمیر کنید. مثلاً تصویر برفکی دارد، صدای آن قطع و وصل می‌شـود، پس از چند دقیقه روشـن بـودن، ناگهان خاموش می‌شـود و... همهٔ وسـایل لازم برای تعمیر یک تلویزیون هم در اختیار شماست. آیا می‌توانید آن را تعمیر کنید؟ پاسختان چیست؟ فکر کنید. در ضمن شما تعمیرکار تلویزیون هم نیستید.

روشـن است که شما دلیل به‌وجود آمدن نقص‌های ایجاد شده را نمی‌دانید. به عبارت دیگر مجهول‌های مسئله را نمی‌شناسید. به علاوه ساختار و روش استفاده از ابزاری را که برای تعمیر در اختیار شماسـت نمی‌شناسید. یعنی به معلومات و داده‌هایی که در اختیار شماست اشراف ندارید. بنابراین واضح است که قادر به حل مسئله یعنی برطرف کردن نقص فنی تلویزیون خود نخواهید بود. اما یک سرویس‌کار تلویزیون چه‌طور؟

سـرویس‌کار تلویزیون، تمام ساختمان تلویزیون را می‌شناسد، می‌دانـد که وقتی تصویر برفکی اسـت اشـکال در کـدام قطعه از تلویزیون مربوط اسـت یا قطع و وصل شـدن صـدا به کدام قطعه مربوط اسـت و...؛ یعنی مجهولات مسـئله را می‌شناسـد. به‌علاوه سـاختمان تمام ابزار لازم برای تعمیر تلویزیون و چگونگی استفاده از آن‌ها را نیز کاملاً می‌شناسـد. به بیان دیگر به معلومات مسـئله کاملاً آگاه اسـت. پس به‌راحتی تلویزیون شـما را تعمیر می‌کند و نقص‌های آن را برطرف می‌سازد.

در این مسئله نیز دیدید که شناخت کامل از مجهولات مسئله و هم‌چنین شناخت کامل از معلومات یا داده‌های مسئله هم‌چنین شرط سرویس کاربودن شما برای حل مسئله الزامی است.

ساختار مسئله‌های ریاضی، فیزیک، شیمی و... را نیز می‌شناسید. برای مثال، در مسئلهٔ زیر:

مسـئله. مثلثی رسـم کنید کـه اندازهٔ ضلع‌هـای آن a، b و c باشند.

خواسته یا مجهول مسئله، رسم یک مثلث است.

داده‌های آن اندازهٔ سه ضلع آن، یعنی a، b و c است.

شـرط آن امـکان وجـود مثلثی بـا ضلع‌هـای a، b و c یعنی $|b-c|<a<b+c$ اسـت. به‌طور کلی با بررسـی هر مسـئله‌ای می‌بینید که:

مسـئله، مجموعه‌ای از مجهول‌هـا یا خواسـته‌ها، معلوم‌ها یا داده‌ها و شرط یا شرط‌های امکان وجود مسئله است.

به بیان دیگر، هر مسئله سه بخش مهم به شرح زیر دارد:

۱) مجهول‌ها یا خواسته‌های مسئله؛

۲) معلومات یا داده‌های مسئله؛

۳) شرط یا شرط‌های ممکن بودن مسئله.

اما منظور از حل مسئله چیست؟

حل مسئله؛ یعنی پیداکردن مجهول‌ها یا رسیدن به خواسته‌های مسئله، با اسـتفاده از معلوم‌ها (یا داده‌های مسئله) به شرط امکان وجود مسئله.

دربارهٔ شـرط وجود مسـئله تأکید زیادی داشتیم. با یک مثال عددی از رسـم مثلثی با معلوم بودن طول سـه ضلع آن، مطلب را روشن‌تر بیان می‌کنیم.

مسـئله. مثلثی رسم کنید که اندازه‌های سه ضلع آن ۱۵، ۱۰ و ۲۰ باشند.

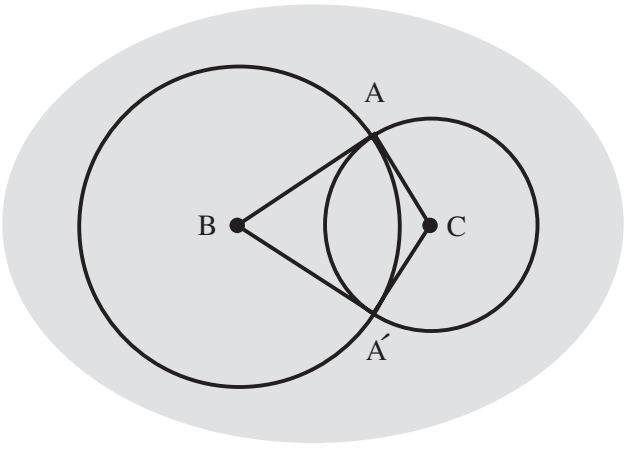
حـل. چون اندازهٔ هر ضلع از مجمـوع اندازه‌های دو ضلع دیگر کوچک‌تر است، یعنی

۱۵ <۲۰+۱۰ یا ۱۵<۳۰

۱۰ <۲۰+۱۵ یا ۱۰<۳۵

۲۰ <۱۵+۱۰ یا ۲۰<۲۵

پس مثلثی بـا طول ضلع‌هـای ۱۵، ۱۰ و ۲۰ وجود دارد. برای رسم این مثلث پاره‌خطی به طول یکی از ضلع‌ها، مثلاً پاره‌خط BC به طول ۲۰ رسم می‌کنیم، سپس به مرکز B و به شعاع ۱۵ یک دایره و به مرکز C و به شـعاع ۱۰ دایرهٔ دیگری رسـم می‌کنیم. نقطه‌های تقاطع این دو دایره، یعنی A و A′ رأس سـوم مثلث‌های همنهشت ABC و A′BC هستند. اکنون به مسئلهٔ زیر توجه کنید.



مسـئله. مثلثی رسم کنید که اندازه‌های سه ضلع آن ۳، ۱۲ و ۷ باشد.

حل. شرط وجود مثلث را می‌نویسیم.

۳ <۱۲+۷ ⇒ ۳<۱۹ درست است برقرار است

۱۲ <۳+۷ ⇒ ۱۲<۱۰ درست نیست برقرار نیست

۷ <۳+۱۲ ⇒ ۷<۱۵ درست است برقرار است

به‌طوری که دیده می‌شـود یکی از شـرط‌ها برقرار نیست، زیرا ۱۲ از ۷+۳=۱۰ کوچک‌تر نیسـت، بنابراین مثلثی با طول ضلع‌های

۳، ۱۲ و ۷ وجود ندارد. به بیان دیگر، شرط وجود مثلث با عددهای داده شـده برقرار نیسـت. بنابراین، چنین مثلثی وجود ندارد. پس حل آن هم منتفی است.

اکنون به بحث:

چگونه می‌توانیم مسئله را حل کنیم؟

می‌پردازیم.

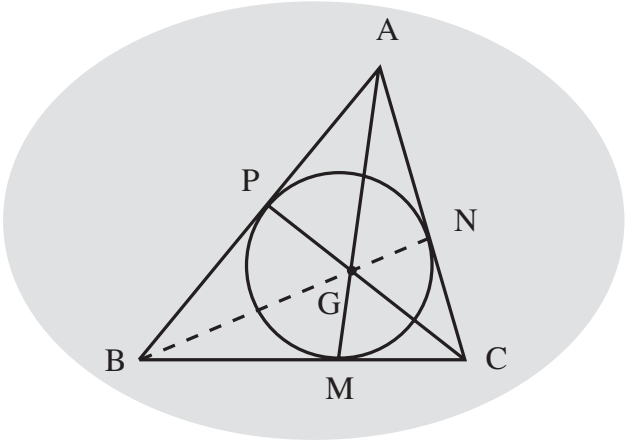
برای پاسخ‌دادن به این سؤال روش‌های مختلفی را می‌توان بیان کرد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها روش حل مسئلهٔ جورج پولیا (۱۸۹۰-۱۹۸۸)، آموزشـگر بزرگ ریاضی، اسـت که ایـن روش را در کتاب «*چگونه مسـئله را حل کنیم؟*» آورده است. در این‌جا کلیاتی از این روش را خواهیم دید. اما قبل از ارائهٔ روش حل مسئلهٔ پولیا، با بررسی مطالبی که تاکنون دربارهٔ سـاختار مسـئله و چگونگی حل آن بیان کردیم، یک نکتهٔ بسیار اساسی مشخص می‌شود و آن این است که:

ـ مجهول‌ها یا خواسته‌های مسئله، معلوم‌ها یا داده‌های مسئله و شرط یا شـرط‌های مسئله را کاملاً بشناسیم (مفاهیم اولیهٔ مرتبط با هر کدام را بشناسـیم، تعریف‌ها و ویژگی‌های هر یک از عوامل بالا را بدانیم، قضیه یا قضیه‌های مرتبط یا به‌طور کلی مفهوم‌های مرتبط با این عوامل را بدانیم و پیوندهای ارتباطی بین این مفاهیم را بشناسیم.

نداشتن شـناخت کافی دربارهٔ هر یک از مفاهیم ارائه شده در هر یک از سه بخش مهم مسئله، یعنی ۱) مجهول‌ها، ۲) معلوم‌ها، ۳) شرط مسـئله، موجب خواهد شد که برای حل کردن مسئله با دشواری روبه‌رو شویم.

با ذکر یک مثال، مطلب را روشن‌تر بیان می‌کنیم.

مثـال. ثابت کنید خط‌هایی که رأس‌های یک مثلث را به نقطهٔ تماس دایرهٔ محاطی مثلث با ضلع روبه‌رو وصل می‌کنند، همرس‌اند (این مسئله به مسئلهٔ ژرگون، ریاضی‌دان فرانسوی، مشهور است و این نقطهٔ همرسی را نقطهٔ ژرگون مثلث می‌نامند).



در این مسئله، مجهول یا خواستهٔ مسئله، اثبات همرس‌بودن سه خط است. اگر تعریف همرس بودن خط‌ها را ندانیم، بدیهی است که قادر به حل مسـئله نخواهیم بود، زیـرا در این صورت نمی‌دانیم چه چیزی را می‌خواهیم ثابت کنیم، هم‌چنین داده‌های مسئله را باید کاملاً بشناسیم. مثلث چه‌گونه شکلی است؟ دایرهٔ محاطی مثلث چیست و چه ویژگی‌هایی دارد؟ آیا همواره مسئله امکان‌پذیر است؟ شرط همرس بودن چند خط چیست؟ با چه روش‌هایی می‌توان ثابت کرد که چند خط همرس‌اند؟ چه قضیه‌هایی دربارهٔ همرس بودن خط‌ها در مثلث وجود دارد؟ خط‌های همرس در مثلث کدام‌اند؟ آیا خط‌های داده شده در این مسئله جزء خط‌های مهم همرس در مثلث (ارتفاع‌های مثلث، میانه‌های مثلث، نیمسازهای زاویه‌های درونی مثلث، نیمساز یک زاویهٔ درونی و دو نیمساز دو زاویهٔ برونی دیگر مثلث) هستند یا خیر؟ «قضیهٔ سوا» و «عکس قضیهٔ سوا» چیست؟ و چندین مورد دیگر.

جورج پولیا، آموزشـگر ریاضی، مسـئله‌ها را به دو بخش تقسیم می‌کند:

الف) مسئله‌های یافتنی؛

ب) مسئله‌های ثابت‌کردنی.

نمونه‌هایی از مسئله‌های یافتنی:

۱. مثلثـی رسـم کنید که سـه ضلع آن ۶، ۸ و ۹ سـانتی‌متر باشند.

۲. مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه را بیابید که مجموع مربعات فاصله‌اش از دو نقطهٔ ثابت A و B مقدار ثابتی برابر K^2 باشد.

۳. عـددی بیابیـد که مجذور آن به علاوهٔ دو برابرش مسـاوی ۱۵ باشد.

۴. حجم هرم منتظم مربع‌القاعدهٔ منتظمی را به دسـت آورید که طول ضلع قاعده‌اش برابر ۱۲ و سهم هرم مساوی ۱۰ باشد.

۵. بـا ۶ رقـم ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چنـد عـدد ۳ رقمی می‌توان ساخت؟

نمونه‌هایی از مسئله‌های ثابت‌کردنی:

۱. ثابت کنید که ارتفاع‌های هر مثلث همرس‌اند.

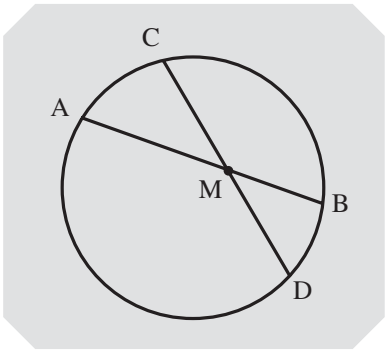
۲. ثابت کنید مکان هندسی نقطه‌ای که نسبت فاصله‌اش از دو نقطهٔ ثابت A و B برابر عدد ثابت $K>0$ باشـد، یک دایره اسـت که قطرش، آن پاره‌خط را به نسبت K تقسیم می‌کند.

۳. ثابت کنید هر خطی که موازی یک ضلع مثلث رسـم شود، دو ضلع دیگر مثلث را به یک نسـبت تقسیم می‌کند (قضیهٔ تالس در صفحه).

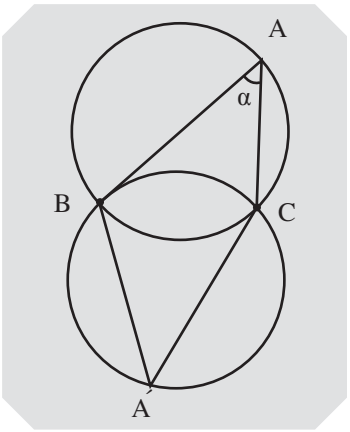
۴. ثابت کنید هرگاه سه ضلع از یک مثلث با سه ضلع نظیرشان از مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

۵. حاصل‌ضرب اندازه‌های دو قطعهٔ وتری که از یک نقطهٔ واقع در درون یک دایره رسم می‌شوند، با هم برابر است

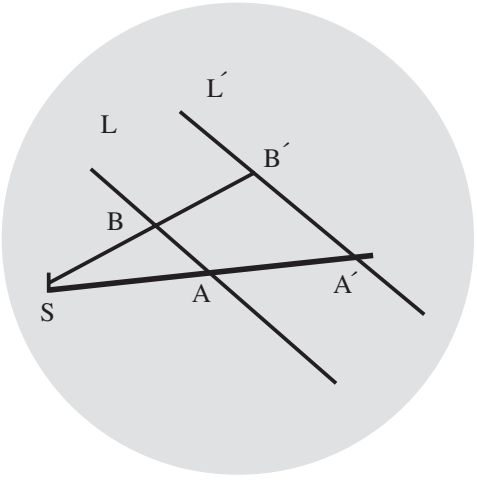
.(MA.MB=MC.MD)



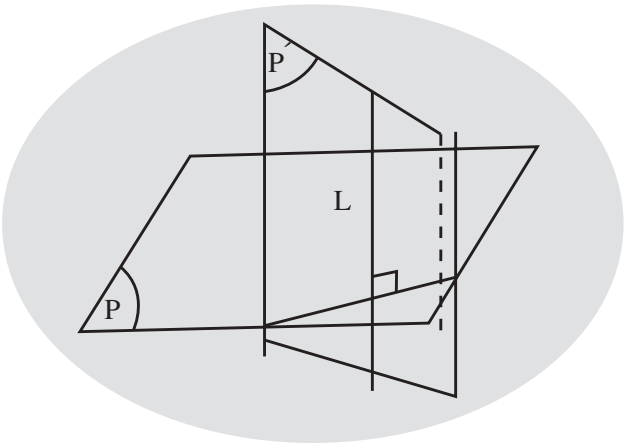
۶. مکان هندسی رأس زاویه‌ای مساوی α که از دو نقطهٔ ثابت A و B می‌گذرد و در یک طرف خط AB قرار دارد، بخشی از دو دایره است که از دو نقطهٔ A و B می‌گذرند و زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به وتر مشترک آن‌ها برابر ۲α است.



۷. مجانس هر خط راست، یک خط راست است.



۸. هرگاه خطی بر یک صفحه عمود باشد، هر صفحه‌ای که بر آن خط بگذرد بر آن صفحه عمود است.



۹. ...

جورج پولیا برای حل هر دو نوع مسئلهٔ یافتنی و ثابت‌کردنی چهار مرحلهٔ زیر را پیشنهاد می‌کند.

مرحلهٔ اول: فهمیدن مسئله؛

مرحلهٔ دوم: طرح نقشه؛

مرحلهٔ سوم: اجرای نقشه؛

مرحلهٔ چهارم: نگاه به عقب یا بازنگری.

اینک به شرح بیش‌تر این چهار مرحله می‌پردازیم:

نکتهٔ مهم و در خور توجه آن است که احمدبن محمدبن عبدالجلیل سجزی، ریاضی‌دان ایرانی در قرن چهارم هجری، یعنی حدود هزار سال پیش در رساله‌ای به نام «رسالهٔ سجزی در روش‌های حل مسائل هندسی» روش‌هایی را برای حل مسئله‌های هندسی بیان می‌کند که با روش حل مسئلهٔ پولیا مشابهت‌های بسیار دارد.

دکتر یان پ. هوخندایک استاد دانشگاه اورتریخت هلند، «رسالهٔ سجزی در روش‌های حل مسائل هندسی» به زبان عربی را به انگلیسی ترجمه کرده و در سال ۱۳۷۵ آقای محمد باقری از انگلیسی به فارسی برگردانده و انتشارات فاطمی آن را چاپ و منتشر کرده است.

بررسی رسالهٔ سجزی نشان می‌دهد که یک ریاضی‌دان ایرانی حدود هزار سال پیش روش‌هایی را برای حل مسئله‌های ریاضی و ازجمله هندسه بیان کرده که مشابه آن‌ها را جورج پولیا در قرن بیستم ارائه داده است. برای آشنایی بیش‌تر با رسالهٔ سجزی بخشی از آن را که به معرفی سجزی و ارائهٔ روش‌های کلی حل مسائل هندسی و مقایسهٔ این روش‌ها با روش‌های حل مسئلهٔ جورج پولیا می‌پردازد، در زیر می‌آوریم.

پیشگفتار مترجم رسالهٔ سجزی به انگلیسی (دکتر یان پ. هوخندایک)

مقدمه

نوشـتار حاضر حاوی ترجمه و شـرح اثری از سـجزی است به نام رسـاله در آسـان کردن راه‌های به‌دست آوردن شکل‌های هندسـی. ویرایش بدون نقد متن عربی آن را سـعیدان در سـال ۱۹۸۳ میـلادی به‌صورت پیوسـت ۳، در مجموعـه‌ای که از آثار ابراهیم‌بن‌سـنان (۲۹۶- ۳۳۵ هـ.ق) منتشـر کرده، آورده است، ولی این متن تاکنون ویرایش همراه با نقد نشـده و به هیچ زبان دیگری برگردانده نشده است. از این متن به‌ظاهر تنها یک نسخهٔ خطی عربی موجود اسـت کـه در کتابخانهٔ خصوصی نبی‌خان در لاهور (پاکسـتان) نگه‌داری می‌شـود.

تا آنجا که اطلاع داریم، این متن تنها رسالهٔ هندسه‌دانی از دورهٔ اسـلامی در شیوه‌های حل مسـئله به‌طور کلی است. رساله‌هایی از دیگر ریاضی‌دانان دورهٔ اسـلامی، مثل ابراهیم‌بن‌سنان دربارهٔ روش تحلیل یونانیان باسـتان وجود دارد. ولی سـجزی به مراتب مطالب بیش‌تری عرضه می‌کند. بنابراین، رسـالهٔ سـجزی شباهت‌هایی با کتاب معروف چگونه مسئله را حل کنیم جورج پولیا دارد، هر چند کـه این دو اثر در زمان‌های مختلف برای مخاطب‌های مختلف و با سـبک‌های ریاضی مختلف نگاشته شـده‌اند. در بخش ۲ از نوشتار حاضـر، اطلاعات تازه‌ای دربارهٔ سـجزی و زمان تقریبی رسـاله در آسـان کردن راه‌های به‌دست آوردن شکل‌های هندسی آورده شده اسـت. در بخش ۳ دربارهٔ جمع‌بندی خود سجزی از این متن بحث کرده‌ام و به مقایسهٔ این متن با کتاب پولیا پرداخته‌ام.

ابوسعید احمدبن محمدبن عبدالجلیل سجزی، یکی از پرکارترین هندسـه‌دانان قرن چهارم هجری بود. از زندگی او اطلاعات اندکی در دسـت است. اولین تاریخ ذکر شده از زندگی سجزی، ربیع‌الآخر ۳۵۲ هجری است که او نسخه‌ای از ترجمهٔ عربی مقدمه بر مکانیک پاپوس اسـکندرانی را رونویسـی کرده است. سجزی در آغاز محرم سـال ۳۸۹ هجری هنوز فعال بود و در این سال انرژی به نام رساله فی شکل القطاع را نوشته است.

نام سجزی حاکی از انتساب وی به سجستان یا همان سیستان امروزی در جنوب شـرقی ایران اسـت. شواهدی در دست است که سـجزی بخشـی از عمر خود را در این ناحیه گذرانـد. بیرونی در الآثار الباقیه نام ماه‌های تقویم سیسـتان را که سـجزی به او گفته بود، نقل کرده اسـت. سجزی در رسـالهٔ المدخل فی علم الهندسه می‌گوید: «در سیسـتان ابزار عظیم و مهمی ساخته‌ام؛ مدلی از کل عالم، متشـکل از افلاک، جرم‌های آسمانی، مدارهای حرکت آن‌ها و اندازه‌هایشـان، مقدار فاصله‌ها و حجم‌های آن‌ها و شـکل زمین، جای‌ها، شـهرها، کوه‌ها، دریاهـا و بیابان‌ها، درون کره‌ای توخالی و مشـبک؛ آن را هیئت کل، نامیده‌ام.» سجزی در رصدهای نجومی که در انقلاب‌های زمسـتانی ۳۵۹ و ۳۶۰ هجری در شـیراز انجام شد، حضور داشته است.

نسـخهٔ خطی موجـود در کتابخانـهٔ ملی پاریـس، مجموعهٔ دست‌نوشـته‌های عربی، شـمارهٔ ۲۴۵۷، از این لحاظ قابل توجه اسـت، زیرا بسیاری از تاریخ‌نگاران برآن‌اند که این نسخه به‌دست سجزی در دورهٔ فوق نوشته شده است. نسخهٔ مذکور شامل حدود پنجاه رسـالهٔ ریاضـی و نجومی از مؤلفان مختلـف ازجمله خود سجزی اسـت و طبق آنچه در خاتمهٔ نسخه آمده، بین سال‌های ۳۵۸ تا ۳۶۱ هجری به‌وسـیلهٔ «احمدبـن محمدبن عبدالجلیل» یعنی خود سـجزی نوشـته شـده اسـت. اما برخی پژوهشگران معتقدند که نسخهٔ پاریس در قرن هفتم هجری از روی نسخه‌ای به خط سجزی رونویسی شده است. بنا به دو دلیلی که در این‌جا ذکـر می‌کنم، به‌نظر من نسـخهٔ پاریس نمی‌توانـد به خط خود سـجزی باشـد. اولاً غلط‌های زیادی در متن و در شکل‌ها وجود دارد به‌طوری که نمی‌توان پذیرفت این نسـخه را یک ریاضی‌دان در سـطحی که سجزی بین سال‌های ۳۵۸ تا ۳۶۱ به آن رسیده بود، نوشـته باشـد. ثانیاً این نسخه شامل رساله‌ای است با عنوان کتـاب احمدبن محمدبـن عبدالجلیل در اندازه‌گیـری کره‌ها با کره‌هـا، که در پایان آن چنین آمده اسـت: «ایـن پایان چیزی اسـت که او (تأکید از من اسـت) از این کتاب نوشـته اسـت.»

سـجزی در سـال ۳۴۰ یزدگـردی (۳۶۰ هجری) رسـاله‌ای دربارهٔ گنبدهای سـهموی و هذلولوی خطاب به پدرش ابوالحسین محمدبن عبدالجلیل نوشته است. سجزی هم‌چنین در اثری به نام دربارهٔ مسائل برگزیده‌ای که مورد بحث او و هندسه‌دانانی از شیراز و خراسـان قرار گرفت و تعلیقات او از راه‌حل‌هایی که پدرش برای مسـئله‌هایی مربوط به تقسـیم مثلث‌ها و متوازی‌الاضلاع‌ها عرضه کـرده اسـت، صحبت می‌کند. پس پدر سـجزی باید در هندسـهٔ کاربردی فعال بوده باشد.

از سـجزی حدود ۴۰ رسـالهٔ هندسـی موجود و شناخته شده است. سجزی در آثاری که از وی برجا مانده، دست‌کم به ۲۰ رسالهٔ دیگر اشاره می‌کند که تألیف کرده، ولی به دست ما نرسیده است. حدود ۲۰ رسـاله از سـجزی در نجوم و احکام نجوم موجود است. تنها بخش اندکی از آثار سجزی تاکنون انتشار یافته است.

تاریخ تقریبی تدوین رسـاله در آسـان کردن راه‌های به‌دست آوردن شـکل‌های هندسی را براسـاس آنچه درپی می‌آید می‌توان تعیین کرد. سجزی از این اثر در رساله‌ای دربارهٔ هذلولی و مجانب‌ها نـام می‌برد (نگاه کنید به نقل‌قول ۳ در پیوسـت). این رسـاله در سـال ۳۴۹ یزدگردی (۳۶۹ هجری) نوشـته شـده است. کم‌تر از دو سـال قبـل از آن، در ذی‌الحجه ۳۶۸ هجری، سـجزی‌المدخل

فی علم‌الهندســه را (که هنوز انتشار نیافته) به پایان رسانده است. در این اثر، ســجزی بســیاری قضایا را که به‌طور مشروح در رسالهٔ در آسان کردن راه‌های به‌دســت آوردن شکل‌های هندسی آورده، ذکر می‌کند، اما از خود رســاله نامی نمی‌برد، هر چند که بسیاری آثار دیگر خود را ذکر می‌کند. پس احتمالاً رســالهٔ در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی را اندکی بعد از المدخل فی علم الهندســه نوشته است. پس تاریخ تألیف رسالهٔ آسان کردن راه‌های به‌دست آوردن شــکل‌های هندسی را می‌توان حدود ۳۷۰ هجری دانست. بر این اساس، رسالهٔ مذکور ثمرهٔ حداقل پانزده سال تجربهٔ شخصی سجزی در حل مسئله‌های هندسی است.

	فهمیدن مسئله
اول: باید مسئله را بفهمید.	مجهول چیســت؟ داده‌ها کدام است؟ شرط چیســت؟ آیا تحقق یافتن شرط مسئله امکان‌پذیر است؟ آیا شرط مسئله برای تعیین مجهول کفایت می‌کند؟ یا کافی نیست؟ یا حشو و زاید است؟ یا متناقض است؟ شکلی رسم کنید. علامت‌های مناسب را به‌کار ببرید. قسمت‌های مختلف شرط را از هم جدا کنید. آیا می‌توانید آن‌ها را روی کاغذ بیاورید؟
	طرح نقشه
دوم: ارتبــاط میــان داده‌ها و مجهول را پیــدا کنید. ممکن اســت مجبور شــوید کــه در صــورت یافت نشــدن ارتباط مســتقیم میــان داده‌هــا و مجهول، مسئله‌های کمکی در نظر بگیرید. باید سرانجام یک نقشــه برای حل مسئله طرح کنید.	آیا آن را پیش‌تر دیده بودید؟ آیا همین مسئله را به صورت دیگر دیده‌اید؟ آیا از مسئله‌ای وابسته آگاهی دارید؟ آیا از قضیه‌ای که بتواند سودمند واقع شود آگاهید؟ به مجهول نگاه کنید و بکوشید تا دربارهٔ مسئله‌ای بیندیشید که همین مجهول یا شبیه آن را داشته باشد. در این‌جا مسئله‌ای وابسته به مسئلهٔ شما وجود دارد که پیش‌تر حل شده است. آیا می‌توانید آن را به‌کار برید؟ آیا می‌توانید روش آن را به کار برید؟ آیا باید یک عنصر کمکی را وارد کنید تا به‌کار بردن آن را ممکن سازد؟ آیا می‌توانید صورت مســئله را دوباره بیان کنید؟ آیــا می‌توانید آن را به صورتی دیگر بیان کنید؟ به تعریف‌ها رجوع کنید. اگر نمی‌توانید مســئلهٔ طرح شــده را حل کنید، نخســت به حل کردن مســئله‌ای وابســته به آن بپردازید. آیا می‌توانید مســئلهٔ وابسته‌ای را که بیش‌تر در دسترس باشــد تخیل کنید؟ یا یک مسئلهٔ کلی‌تر؟ یا یک مسئلهٔ خاص‌تر؟ یا یک مســئلهٔ مشــابه؟ آیا می‌توانید یک قسمت از مسئله را حل کنید؟ تنها یک جزء از شرط را نگاه داریــد و باقــی آن را کنار بگذارید؛ در این صورت مجهول تا چه اندازه معلوم می‌شــود و چگونه تغییر می‌کند؟ آیا می‌توانید از داده‌ها چیز سودمندی استخراج کنید؟ آیا داده‌های دیگری به فکر شما می‌رسد که بتواند برای به دست آوردن مجهول سودمند باشد؟ آیا می‌توانید مجهول یا داده‌ها یا در صورت لزوم هر دو را چنان تغییر دهید که مجهول تازه و داده‌های تازه به یکدیگر نزدیک‌تر باشند؟ آیا همهٔ داده‌ها را به‌کار بردید؟ آیا همهٔ شرط را به‌کار بردید؟ آیا همهٔ مفاهیم اصلی مندرج در مسئله را به‌کار بردید؟
	اجرای نقشه
سوم: اجرای نقشه	در ضمن اجرای نقشــهٔ حل مسئله، هرگام را که برمی‌دارید وارسی و امتحان کنید. آیا می‌توانید آشکارا ببینید که گام برداشته شده درست بوده است؟ آیا می‌توانید درست بودن آن را ثابت کنید؟
	به عقب نگاه کردن
چهارم: امتحان کردن جواب به دست آمده.	آیا می‌توانید نتیجه را وارسی کنید؟ آیا می‌توانید نتیجه را از راهی دیگر به دســت آورید؟ آیا می‌توانید نتیجه یا روش را در مســئله‌ای دیگر به‌کار برید؟