

نرگس عصارزادگان

دبیر ریاضی اصفهان

کارگاه ارایه شده در یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران- محمودآباد مازندران

چکیده

تلفیق هنر و ریاضیات از این ایده حمایت می‌کند و به پرورش تفکر انتقادی و خلاقانه منجر می‌شود. هندسه دارای یک جاذبه‌ی دیداری فوری برای افراد در همه‌ی سطوح است و به توسعه‌ی بینش ریاضی افراد می‌انجامد. الگوهای هنری به ویژه هنرهای اسلامی می‌تواند گنجینه‌ی بسیار ارزشمندی در تدریس ریاضیات باشد. چنانچه در سال‌های اخیر، توجه معلمان سراسر دنیا به این موضوع مهم جلب شده و بسیاری از معلم‌های هندسه به الگوهای مربوط به هنرهای اسلامی به عنوان منبعی برای فعالیت‌های کلاس درس توجه دارند.

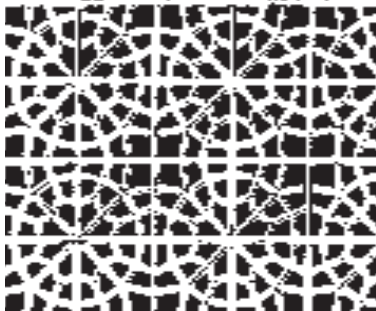
الگوهای هندسی و هنری می‌توانند در درک و فهم مفاهیم ریاضی و هندسی مؤثر باشند. از این رو در این کارگاه روش‌های ابوالوفاء بوزجانی (قرن ۴ هجری / ۱۰ میلادی) برای تقسیم یک مربع به چند مربع، و ساختن یک مربع از ترکیب چند مربع مورد بررسی قرار گرفته و کاربرد آن در هنرهای اسلامی موجود در شهر اصفهان شناسایی شده است. از لحاظ آموزش ریاضی، می‌توان با طرح چنین الگوهایی، خلاقیت دانش‌آموزان را پرورش داد.

کلیدواژه‌ها: تقسیم مربع‌ها، ترکیب مربع‌ها، هنرهای

اسلامی.

مقدمه

چه کنیم تا تدریس و یادگیری ریاضیات یک فعالیت خلاقانه باشد؟ با مطالعه‌ی الگوهای هنری و ایجاد ارتباط‌های درونی و بیرونی می‌توان به این نیاز پاسخ داد. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که وقتی فراگیرنده با دیدگاه‌های مختلف و چشم‌اندازهای گوناگون آماده‌ی یادگیری آسانتر و اثربخش‌تر خواهد بود (NCTM، ۲۰۰۰).



در بسیاری از هنرهای اسلامی، یک واحد تکراری جهت پوشاندن یک سطح به طور کامل به کار می‌رود. بیشتر این واحدها با سازه‌های مبتنی بر دایره ایجاد می‌شوند. دایره یک نقطه‌ی شروع اساسی به عنوان نشانه‌ی توحید و یگانگی است. دایره نشانگر ابدیت است: نه آغاز دارد و نه پایان. شکل‌های ستاره‌ای با تقسیم پیرامون دایره به ۵، ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۱ نقطه به دست می‌آیند. تنها تجهیزات مورد نیاز یک چوب صاف (نه لزوماً مدرج) و پرگار است.

درک ریاضیات به وسیله‌ی هنر / آفرینش هنر به وسیله‌ی ریاضیات

هنرمند اسلامی که به دنبال معنی دادن به حیات و توجیه زندگی هدفدار خود است، در بیان تجسم توحید، هندسه را که با قیود اعتقادی خود سازگار است، برگزیده و به مدد آن نقش‌های زیبایی را خلق می‌نماید. نمونه‌های بسیاری وجود دارد که نشانگر نقش هندسه معماری هنرهای اسلامی است. در معماری اسلامی هر عدد بنا بر ارتباط نزدیکی که با اشکال هندسی دارد، هویتی دارد، مثلاً عدد چهار که با مربع بستگی دارد، نمودار پایداری است.

ابوالوفاء بوزجانی نابغه‌ی ریاضی قرن چهارم هجری/ دهم میلادی در باب نهم کتاب ارزشمند خود درباره‌ی کاربرد هندسه در عمل، دستورالعمل‌هایی جهت بریدن بعضی اشکال به چند قسمت و مرتب کردن آن‌ها به صورت شکل اولیه برای اهل هنر و صنعت شرح داده است. از جمله روش‌هایی برای تقسیم یک مربع به چند مربع و ساختن یک مربع با ترکیب چند مربع بیان داشته است. وی همچنین، با شرکت در جلساتی که با حضور هنرمندان و ریاضی‌دان‌ها برگزار می‌شد راه‌حلی برای پرسش‌های هنرمندان ارائه می‌داد. شواهدی وجود دارد که مستندات گردآوری شده توسط ابوالوفاء تنها به قرن چهارم در بغداد محدود نبوده بلکه یک پدیده‌ی گسترده در جهان اسلام بوده است.

یکی از مطالب مهم درباره‌ی بوزجانی در کتاب اعمال هندسی^۱ حل کامل و بدیع مسئله‌ی تقسیم یک مربع به عده‌ی معلومی مربع به وسیله‌ی پهلو به پهلو قرار دادن آن‌ها و بدون استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس است. **ویکه** معتقد است مطالعه‌ی این مبحث از کتاب اعمال هندسی بوزجانی، تأثیری را که بررسی کتاب دیوفانتین^۲ در وی داشته است، ظاهر می‌سازد و از طرزى که بوزجانی مسئله را مطرح می‌کند و آن را مورد بحث قرار می‌دهد می‌توان دانست که

نسبت‌هایی که بین این مسئله‌ی هندسی و بعضی از مطالب نظریه‌ی اعداد موجود است، از نظر وی پوشیده نبوده است. [۲]

نمونه‌های بیان شده در کتاب ابوالوفاء بیانگر نوعی ارتباط بین هنرمندان و مهندسان است. ابوالوفاء بوزجانی برهان‌های ترسیمی را برای ایجاد ارتباط بین هندسه‌ی نظری و کاربردی آورده است که در نوع خود بی‌نظیر است.

هدف از برگزاری این کارگاه، بررسی روش‌های به کار رفته توسط بوزجانی برای تقسیم یک مربع به چند مربع و همچنین ترکیب چند مربع برای ساخت یک مربع است. از سوی دیگر قصد دارم برخی الگوهای هندسی مربوط به تقسیم مربع‌ها را در کاشی‌کاری‌ها و کنده‌کاری‌های چوبی و آجری در مسجد جامع، مسجد امام، مدرسه‌ی چهارباغ، مسجد خان و مسجد شیخ لطف‌الله اصفهان مورد بررسی قرار دهیم و به طور آشکار کاربرد هندسه در عمل را مشاهده کنیم.

از دیدگاه آموزش ریاضی، از آن‌جا که هندسه جاذبه‌ی دیداری فوری دارد می‌توان با بهره‌گیری از چنین موضوع‌هایی، در دانش‌آموزان نسبت به ریاضی و هندسه علاقه ایجاد کرد، و مهم‌تر این‌که با بیان چنین الگوهایی می‌توان خلاقیت یادگیرندگان را پرورش داد.

روش‌های بیان شده توسط ابوالوفاء بوزجانی برای ادغام و تقسیم مربع‌ها

ابوالوفاء معتقد است دانستن مقدمه‌ی کوتاهی از علم حساب برای اهل هنر و صنعت لازم است. به زعم ابوالوفاء اعداد بر دو نوع هستند: مربع و غیر مربع. عدد غیر مربع خود بر دو نوع است: اول آن‌که از دو مربع تشکیل شده باشد مثل سیزده: $4+9=13$ یعنی دو مربع به ضلع‌های ۲ و ۳ یا ۴۱ که $25+16=41$ و عبارت است از جمع دو مربع به ضلع‌های ۵ و ۴؛ دوم آن‌که عدد ترکیب دو مربع نباشد مثل ۷. حال اگر عدد مربع باشد یا از جمع دو مربع تشکیل شده باشد، تبدیل آن به مربع‌های کوچک‌تر آسان‌تر است و در غیر این صورت، کار دشوارتر است.

در این کارگاه، روش‌های ابوالوفاء بوزجانی برای ادغام و ترکیب مربع‌ها در چارچوب چند فعالیت ارائه می‌شود:

۱- ابزار مورد نیاز

۱- مقوای رنگی

۲- صفحه‌ای مخصوص چسباندن مربع‌ها

۳- قیچی

۴- چسب

۵- خط‌کش

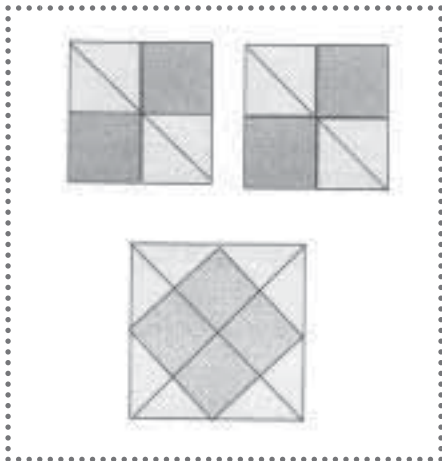
۶- مداد و پاک‌کن

۷- پرگار

فعالیت ۴: با داشتن دو مربع هم‌نهشت به طول ضلع ۲ یک

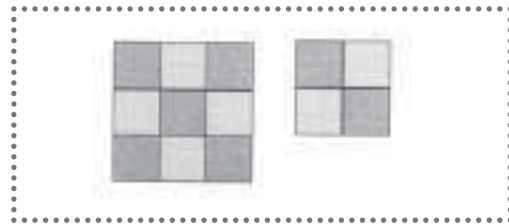
مربع بسازید. $8=2^2+2^2$

(دو مربع به ضلع ۲ بسازید، آن‌ها را از روی قطر به دو نیمه تقسیم می‌کنیم، قطر این مربع‌ها ضلع مربع جدیدی است که می‌خواهید بسازید).



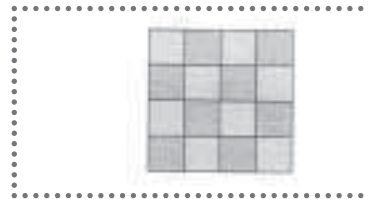
فعالیت ۱: با استفاده از قیچی، مربع‌هایی به طول ضلع‌های ۲

و ۳ واحد را به چند مربع هم‌نهشت تقسیم کنید.



فعالیت ۲: با ۱۶ مربع هم‌نهشت (یا هر عدد مربع دیگری)

یک مربع بسازید.

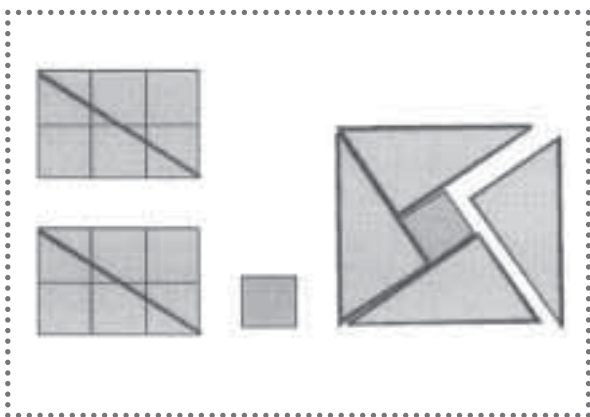


ب: حالتی که دو مربع مساوی نباشند؛

فعالیت ۵: $13=4+9=2^2+3^2$ با داشتن ۱۳ مربع هم‌نهشت

یک مربع بسازید.

(چون $13=6+6+1$ ابتدا دو مستطیل به ابعاد ۲ در ۳ و یک مربع واحد رسم کنید و ببرید، سپس قطر مستطیل‌ها را رسم کرده و از روی قطر برش دهید، آن‌گاه مثلث‌های هم‌نهشت حاصل را به صورت زیر دور مربع واحد قرار دهید، به گونه‌ای که قطر مستطیل‌ها به عنوان ضلع مربع جدید منظور شود.)



با تعدادی مربع که تعداد آن‌ها برابر مجموع دو

مربع باشد، یک مربع بسازید.

الف: حالتی که دو مربع مساوی باشند؛

فعالیت ۳: با استفاده از دو مربع هم‌نهشت، یک مربع بسازید.

$(2=1^2+1^2)$

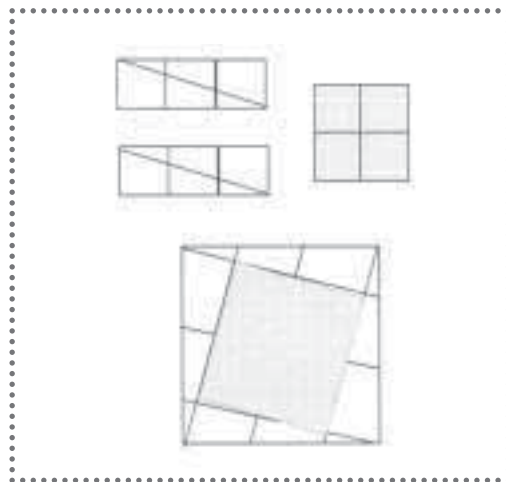
(هریک از مربع‌ها به ضلع ۱ واحد را از روی قطر به دو نیم کنید،

قطر این مربع‌ها ضلع مربع جدیدی است که می‌خواهید بسازید.)



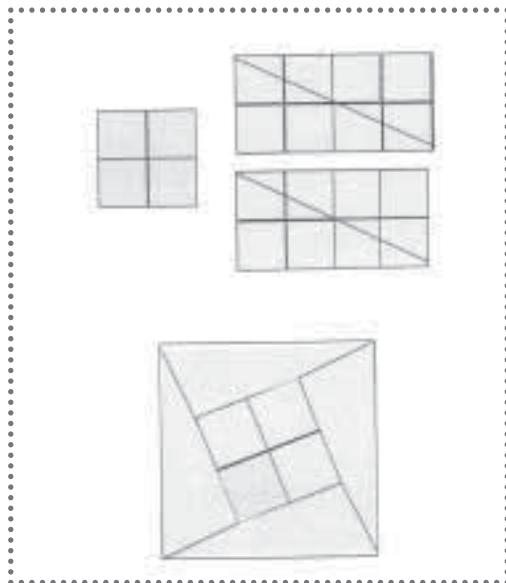
فعالیت ۶: با ۱۰ مربع هم‌نهشت یک مربع بسازید.

$10 = 3 + 3 + 4$ مربعی به ضلع ۲ و دو مستطیل با ابعاد ۱ در ۳ بسازید. قطره‌های آن‌ها را رسم کرده، بنابراین چهار مثلث هم‌نهشت ایجاد می‌شود، آن‌ها را به گونه‌ای که وترشان ضلع مربع جدید باشد دور مربعی به ضلع ۲ قرار دهید:

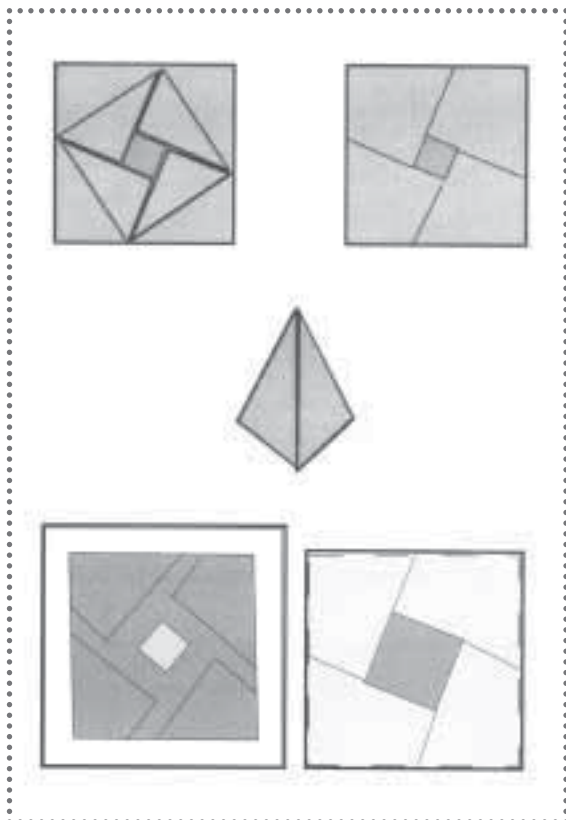


فعالیت ۷: با ۲۰ مربع هم‌نهشت یک مربع بسازید:

از طرفی $20 = 16 + 4 = 4^2 + 2^2$ ، از طرفی $16 = 8 + 8 + 4$ هم چون مثال‌های قبلی، مربعی به ضلع ۲ و مستطیل‌هایی به اضلاع ۴ در ۲ رسم کنید (شکل ۷)



آیا می‌توانید الگوهای زیر را از الگوهای بالا به دست آورید؟ در صورتی که چهار مثلث دیگر، هم‌نهشت با مثلث‌های ایجاد شده رسم کنیم و به طور متقارن اطراف مربع شکل ۷ قرار دهیم الگوهای زیر حاصل می‌شوند (هر دو مثلث یک چهارضلعی کایت مانند تشکیل می‌دهند).



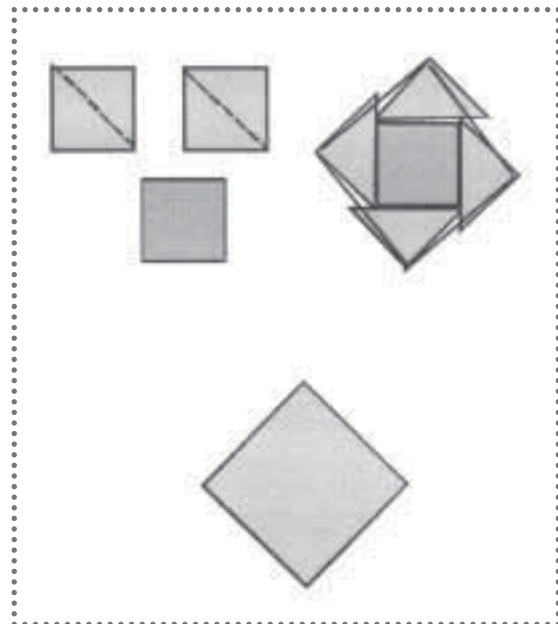
فعالیت ۸: از تعدادی مربع هم‌نهشت که مربع کامل نباشند و

از ترکیب دو مربع نیز به دست آیند یک مربع بسازید. برای نمونه با استفاده از ۳ مربع هم‌نهشت، یک مربع بسازید.

در این‌جا ابوالوفا خاطر نشان می‌کند به خاطر دشواری کار، اهل صنعت و هنر به اشتباه افتاده‌اند. هندسه‌دان چون با برهان کار می‌کند خطا ندارد اما هنرمند و اهل صنعت چون بدون برهان کار می‌کنند کارشان به خطا آلوده می‌شود. در ادامه، ابوالوفا چند راه نادرست را که هنرمندان استفاده می‌کرده‌اند بیان داشته تا دیگران آن را به کار نگیرند و در نهایت خود راه‌حل درست‌تر را این‌گونه بیان می‌دارد:

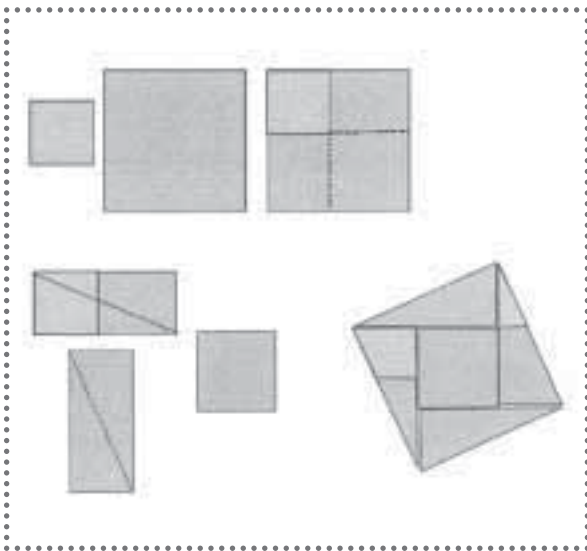
ابتدا دو مربع را با قطر نصف می‌کنیم و هریک را بر ضلع مربع سوم قرار می‌دهیم به گونه‌ای که یک گوشه‌ی هر مثلث بر

یک گوشه‌ی مربع منطبق باشد. به این ترتیب زاویه‌ی نیم قائمه‌ی هر مثلث در مجاورت زاویه‌ی قائمه‌ی مربع سوم و قطر آن بر ضلع مربع قرار می‌گیرد، لذا قسمت اضافی هر مثلث از طرف دیگر ضلع مربع پیش‌زدگی پیدا می‌کند. پس رئوس مثلث‌های چهارگانه را با خط راست به هم وصل می‌کنیم، این خط‌ها اضلاع مربع بزرگ هستند، زیرا مثلث‌های اضافی با مثلث‌های ایجاد شده توسط خط راست هم‌نهشت هستند. پس مقدار کم و زیاد شده با زاویه‌ی قائمه با هم مساوی هستند در نتیجه زاویه‌ی قائمه ثابت می‌ماند و چهار ضلع نیز به همین ترتیب با هم مساوی‌اند و این راه‌حل به صواب نزدیک‌تر است.

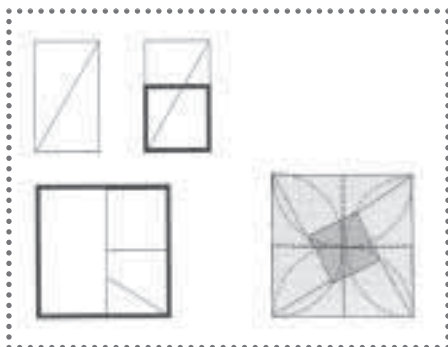


فعالیت ۹: می‌خواهیم از چند مربع نامساوی یک مربع بسازیم. چون روش ساخت مربع کلی است، برای ترکیب دو مربع شرح می‌دهیم و بقیه به طور مشابه انجام می‌شود. ابتدا دو مربع را بر یکدیگر به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک رأس مربع کوچک‌تر بر یک رأس مربع بزرگ‌تر قرار گیرد، سپس قسمت اضافی از مربع بزرگ‌تر را از آن جدا می‌نماییم. بعد از یک طرف این قسمت مستطیل شکل، با ضلع کوچک‌تر مربع کوچک‌تری جدا می‌کنیم و بقیه‌ی آن را که یک طولش مساوی ضلع مربع کوچک اولیه است، با آن مربع ترکیب می‌نماییم. در نتیجه دو مربع مستطیل که یک طول آن مساوی ضلع مربع کوچک و طول دیگرش مساوی ضلع مربع بزرگ است، به اضافه‌ی یک مربع کوچک‌تر که هر ضلعش مساوی تفاضل اضلاع دو مربع

است به دست می‌آید. حال مربع کوچک به دست آمده را وسط قرار می‌دهیم و دو مربع مستطیل را بر قطر تقسیم می‌کنیم و آن‌ها را در اطراف مربع کوچک قرار می‌دهیم. (شکل ۱۰)



فعالیت ۱۰: می‌خواهیم از مربعی با ضلع معلوم مربعی به اندازه‌ی مشخص جدا کنیم. اول به قطر هریک از اضلاع مربع نیم‌دایره‌هایی می‌کشیم و سپس پرگار را به اندازه‌ی ضلع مربعی که می‌خواهیم بسازیم باز می‌کنیم و به هر گوشه از مربع روی نیم‌دایره‌ها نشان می‌کنیم و بعد این نقاط را به چهار گوشه‌ی مربع اتصال می‌دهیم تا چهار مثلث و مربعی در وسط به دست آید. البته این مربع از مربع خواسته شده کوچک‌تر می‌باشد. حال این قسمت‌ها را جدا می‌کنیم و از هر دو مثلث مستطیلی می‌سازیم و بعد روی هریک از آن‌ها را به اندازه‌ی طول مربع وسط نشان و آن را جدا می‌کنیم. آنچه باقی مانده، مربع موردنظر است و از بقیه، یعنی مربع مستطیل شامل دو مثلث و مربع وسط و باقی مستطیل اول مربع دیگری می‌سازیم به



این ترتیب:

به الگوی زیر که از کتاب کاربرد هندسه در عمل انتخاب شده است (مسئله ۳۵) توجه کنید. به مربع‌ها و مثلث‌های درون شکل دقت کنید. با بررسی کاشی‌کاری‌ها، کنده‌کاری درهای چوبی و سایر هنرهای اسلامی در ابنیه تاریخی شهر گنبدهای فیروزه‌ای اصفهان، می‌توان نمونه‌هایی از این طرح را پیدا کرد.

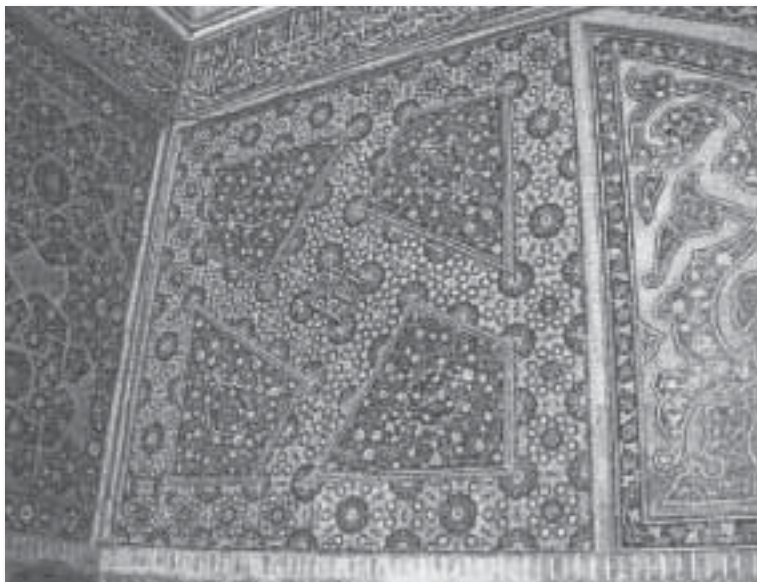
قرن اخیر در آن مطالعه نمود.

به مربع‌های روی دیوارهای کناری در بنای زیر توجه کنید.

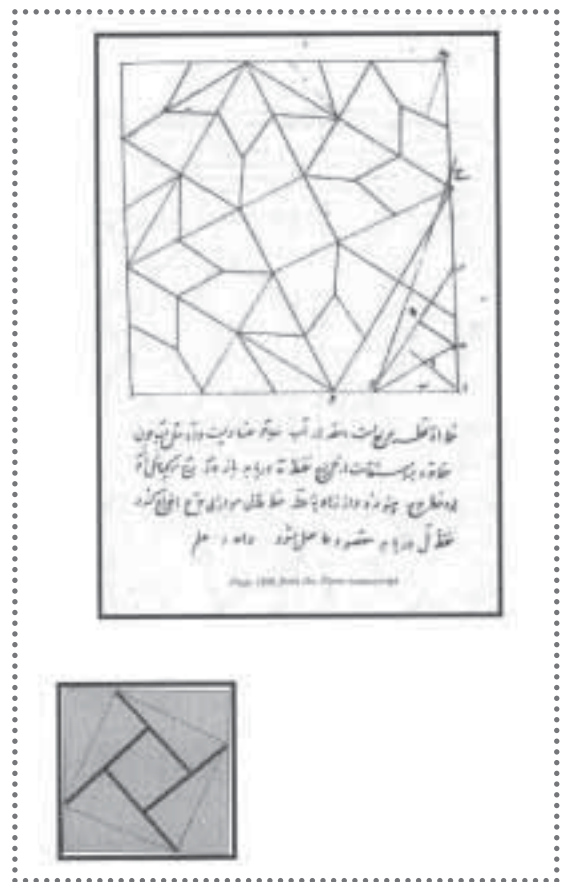


عکس ۱: ایوان شمالی مسجد جمعه اصفهان

در کاشی‌کاری زیر، از الگوی ۸ استفاده شده است.



عکس ۲: مسجد جمعه اصفهان



تابلوهایی از طرح‌های هندسی مورد بحث در ابنیه تاریخی اصفهان مسجد جمعه اصفهان

نمونه‌ی بارز پیوند هنر و ریاضیات در مسجد جمعه (جامع) اصفهان به چشم می‌خورد. قدمت مسجد جمعه (جامع) اصفهان که در میدان قدیم اصفهان واقع شده است، به دوران سلجوقیان باز می‌گردد. این مسجد مجموعه‌ای از صنایع معماری و هنرهای زیبای اسلامی است و یادگارهایی از سلسله‌ها، پادشاهان و حکام ایرانی بعد از اسلام را در بردارد و می‌توان تحولات معماری اسلامی را در ایران در چهارده

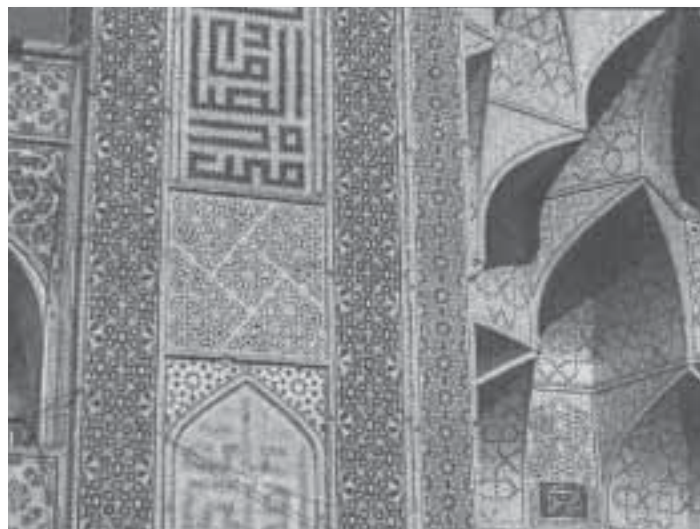
کاشی‌کاری بالا در صدفه صاحب قرار دارد، که دورنمای کلی آن را مشاهده می‌کنید:

کاشی کاری مربعی زیر خود با طرح‌های زیبای هندسی پوشیده شده است.



عکس ۳: ایوان جنوبی، معروف به صفا صاحب مسجد جمعه اصفهان که براساس آن در قرن ۶ هجری (۱۲ میلادی) و تزئینات آن در قرن‌های ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱ (۱۴، ۱۶، ۱۵ و ۱۷ میلادی) ساخته شده است.

در بنای زیر در قسمت‌های کناری می‌توان دو جفت کاشی کاری قرینه از همین نوع پیدا کرد.



عکس ۵: ایوان غربی مسجد جمعه اصفهان

در کاشی کاری مربعی زیر که در قسمت بالایی همان بنا در دو طرف به طور قرینه قرار دارد، درون چهارضلعی‌های کایت مانند با کلمه‌ی علی پوشیده شده است.



عکس ۴: ایوان غربی مسجد جمعه اصفهان، معروف به صفا استاد در قرن ۶ هجری (۱۲ میلادی) ساخته شد، در دوران شاه سلطان حسین صفوی (۱۷ میلادی) تعمیر و با کتیبه‌هایی تزئین شده است.



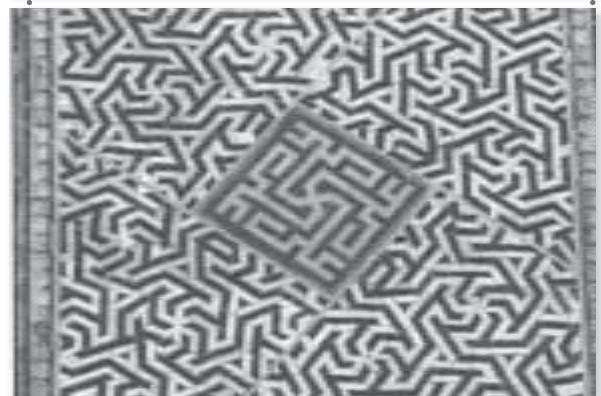
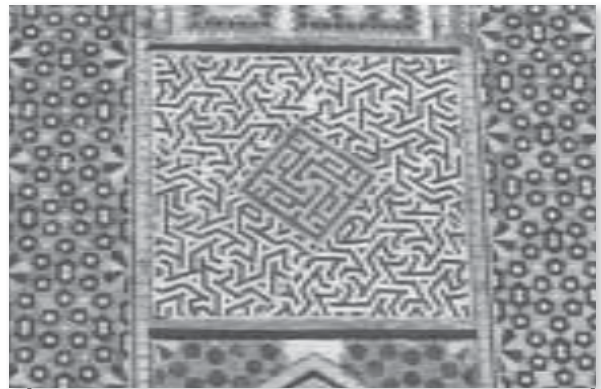
عکس ۶: ایوان غربی مسجد جامع اصفهان

مسجد شیخ لطف‌الله

نمونه‌ی زیر کننده‌کاری روی چوب، و در واقع تقسیم‌بندی منتظم صفحه با الگوی شکل ۱۳ است که در مسجد شیخ لطف‌الله، میدان امام اصفهان قرار دارد. این مسجد در قرن ۱۱ هجری قمری (هفدهم میلادی) به فرمان شاه عباس اول ساخته شد. یکی از باستان‌شناسان درباره‌ی این بنا چنین گفته است: «به سختی می‌توان این بنا را محصول دست بشر دانست.»



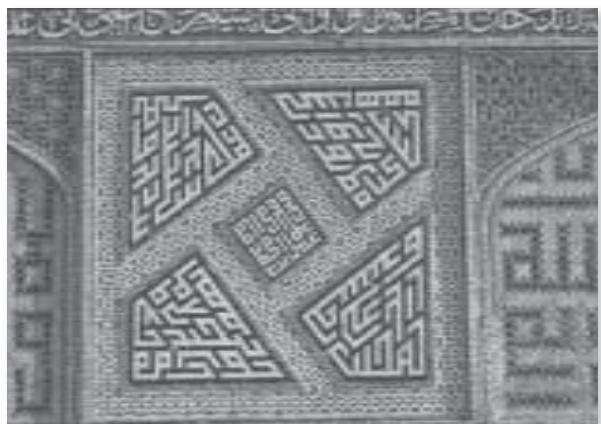
شکل ۱۳



عکس ۷: نمای نزدیک کاشی کاری که با نام حضرت علی (ع) پوشیده شده است.

در کاشی کاری بعدی که در مسجد جامع اصفهان قرار دارد، در چهارضلعی‌های ایجاد شده شعری به خط بنایی درباره‌ی حضرت علی مولای مسلمانان نگاشته شده است.

چون نامه جرم ما به هم پیچیدند
بردند و به میزان عمل سنجیدند
بیش از همه کس گناه ما بود ولی
ما را به محبت علی بخشیدند

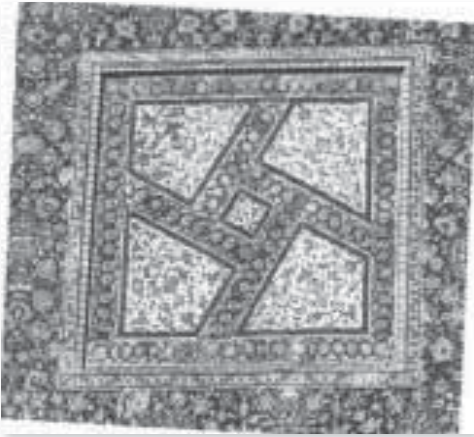


عکس ۸: مسجد جامع اصفهان، ایوان غربی. کتیبه به خط بنایی، کاشی کاری معرق برجسته.

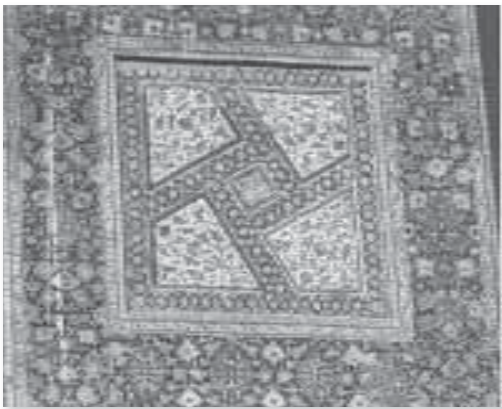
عکس ۹: کننده کاری روی چوب روی دری در مسجد شیخ لطف‌الله اصفهان (میدان نقش جهان)

مسجد خان

ساخت این مسجد نیز به دوران شاه سلیمان صفوی (۱۰۹۰ هجری قمری / هفدهم میلادی) باز می‌گردد.



عکس ۱۰، تزئینات آجری مسجد خان



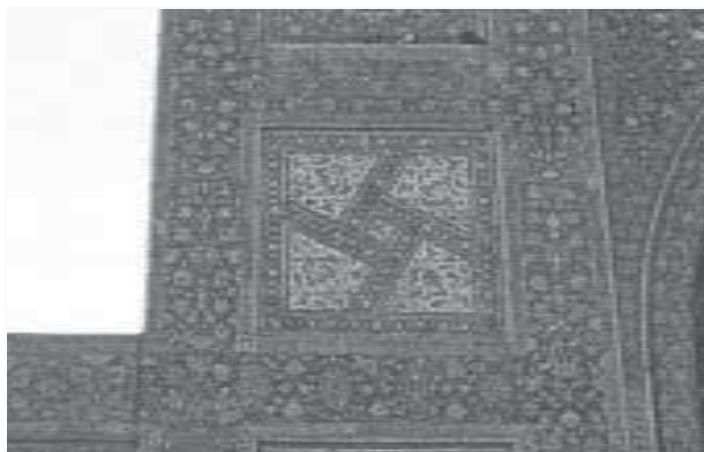
عکس ۱۲، کاشی کاری‌های موجود در مسجد جامع عباسی اصفهان (میدان نقش جهان)



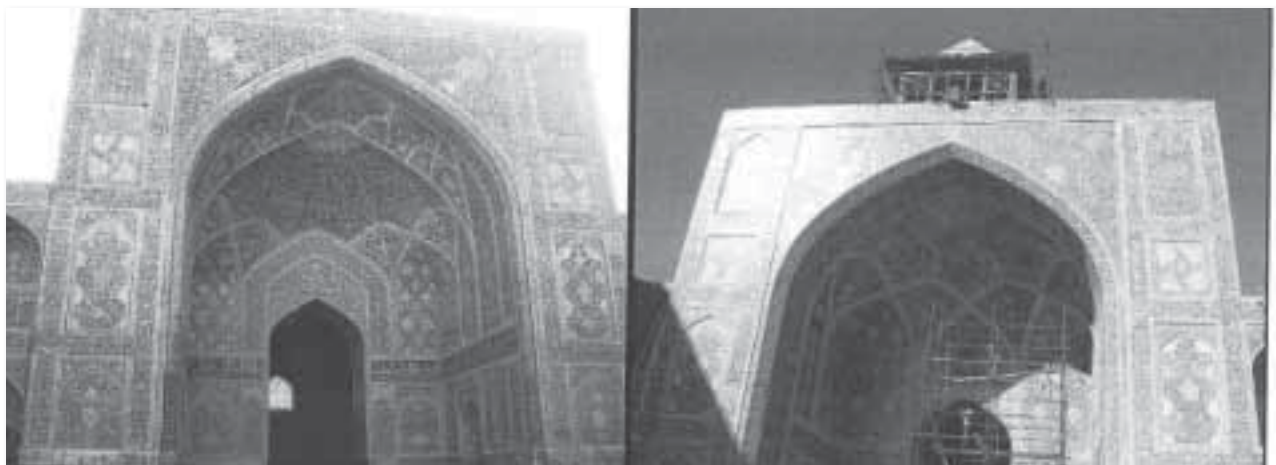
عکس ۱۱: نمای نزدیک تزئینات آجری مسجد خان

مسجد جامع عباسی اصفهان

این مسجد در دوره‌ی صفویان بنا شده است. ساخت مسجد در ۱۰۲۰ هجری قمری (حدود هفدهم میلادی) آغاز شده است.



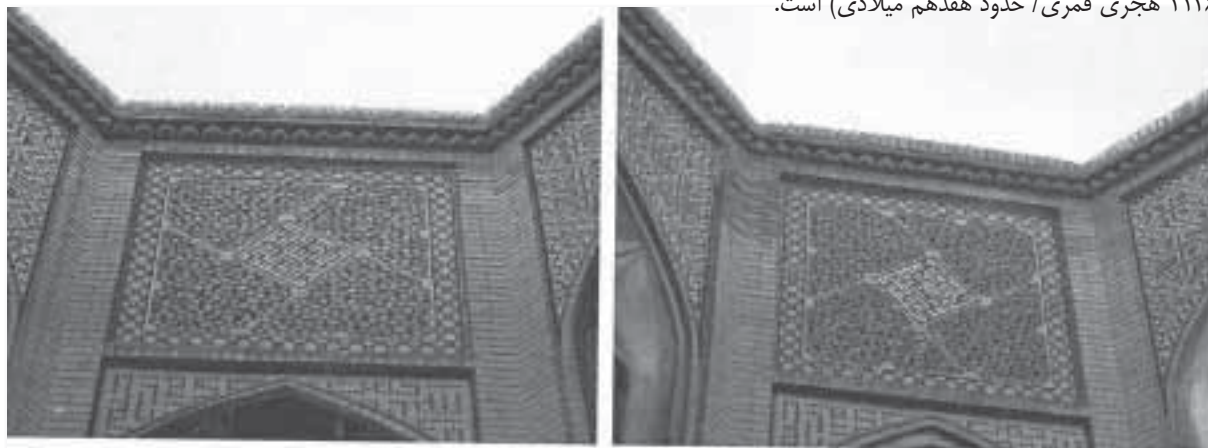
عکس ۱۳، دورنمای کاشی کاری



عکس ۱۴، تابلوهایی که به طور قرینه در قسمت‌های کناری دو بنای فوق در ضلع شرقی و غربی مسجد قرار گرفته‌اند.

مدرسه چهارباغ

مهم‌ترین و زیباترین بنای سلطنت شاه سلطان حسین (۱۱۱۶-۱۱۲۶ هجری قمری / حدود هفدهم میلادی) است.



عکس ۱۵: کاشی کاری مربعی واقع در مدرسه چهارباغ

پی‌نوشت

۱. نام کامل این کتاب «فیما یحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسه» و به زبان عربی است، و در فارسی کاربرد هندسه در عمل نامیده می‌شود.
2. Diophante
۳. سیف، علی اکبر. (۱۳۷۸). روش تهیه‌ی پژوهش‌نامه. تهران: دوران.
۴. حیدرنبیا، محسن. (۱۳۸۱). نابغه‌ی بوزجان، گزیده‌ی مقالات سمینار بین‌المللی ابوالوفای بوزجانی: تهران: انتشارات بین‌المللی الهدی.
۵. قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۵۰). ریاضی‌دانان ایرانی از خوارزمی تا ابن‌سینا. تهران: گروه مرمت. دانشکده‌ی معماری و شهرسازی دانشگاه شهید بهشتی. (۱۳۷۲).
۶. گزارشی درباره‌ی به‌کارگیری هندسه در هنرهای اسلامی.

9. Ozdural, Alpay. (1995). ABUL WAFI, Artisans, and Ornamental Arts. The Genius of Buzdgan Seminar. Iran.

منابع

۱. جذبی، سید علی رضا. (۱۳۶۹). هندسه‌ی ایرانی، کاربرد هندسه در عمل. تهران: سروش. تاریخ نسخه‌ی اصلی قرن چهارم هجری قمری.
۲. اوژن. (۱۳۵۶). مسجد جامع اصفهان در دوره آل بویه. (ترجمه حسین علی سلطان زاده). تهران: سازمان ملی حفاظت آثار باستانی.