

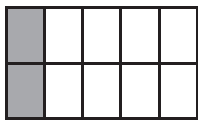


سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا (AMC)

در این شماره، سؤال‌های چند گزینه‌ای مسابقه ریاضی استرالیا برای پایه‌های دوم و سوم راهنمایی را که در مرداد سال ۲۰۱۰ برگزار شد می‌بینید. پاسخ‌نامه آن به همراه توضیح راه‌حل تعدادی از سؤالات آن نیز در همین شماره به چاپ رسیده است. در شماره آینده، سؤال تشریحی همین مسابقه برای پایه‌های دوم و سوم راهنمایی را خواهید دید.

پرسش‌های ۱ تا ۱۰، هر کدام ۳ امتیاز

۷. قسمت تیره در شکل زیر، $\frac{1}{5}$ مستطیل بزرگ است. چند کاشی سفید باید برداریم تا این قسمت تیره، $\frac{1}{3}$ شکل حاصل باشد؟



- الف) ۲
- ب) ۳
- پ) ۴
- ت) ۶
- ث) ۷

۴. یک جلسه ۵۵ دقیقه‌ای، در ساعت ۱۰:۰۵ صبح پایان یافت. این جلسه در چه ساعتی آغاز شده بود؟

- الف) ۹:۱۵ صبح (ب) ۹:۲۰ صبح
- پ) ۹:۱۰ صبح (ت) ۹:۵۰ صبح
- ث) ۱۰:۵۰ صبح

۵. مقدار $\frac{2010}{2010} - \frac{2010}{2010}$ چه قدر است؟

- الف) $\frac{1990}{9}$ (ب) $\frac{1990}{9}$
- پ) $\frac{1989}{9}$ (ت) $\frac{1989}{9}$
- ث) $\frac{1998}{9}$

۱. حاصل $37 + 48 + 27$ چیست؟

- الف) ۳۲
- پ) ۴۸
- ت) ۵۲
- ث) ۶۸

۲. مقدار $2^2 + 3^3$ چه قدر است؟

- الف) ۳۱
- پ) ۱۱
- ت) ۲۵
- ث) ۱۷

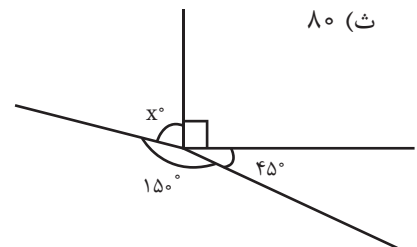
۸. اتوبوس‌های شرکت واحد، طی روز، با فواصل زمانی معین در ایستگاه نزدیک منزل من توقف می‌کنند. اکنون ساعت ۳:۲۵ بعدازظهر است و آخرین اتوبوس ۶ دقیقه قبل در این ایستگاه ایستاد. ولی این اتوبوس ۲ دقیقه دیر کرده بود و اتوبوس بعدی ساعت ۳:۵۲ در ایستگاه توقف خواهد کرد. اتوبوس بعد از آن چه ساعتی به این ایستگاه می‌رسد؟

۶. کدام یک از گزینه‌های زیر با $\frac{1}{4} + \frac{2}{6} - \frac{2}{3}$ برابر است؟

- الف) $\frac{5}{6}$
- پ) $\frac{1}{3}$
- ت) $\frac{8}{9}$
- ث) $\frac{1}{2}$

۲. در شکل زیر، x چند درجه است؟

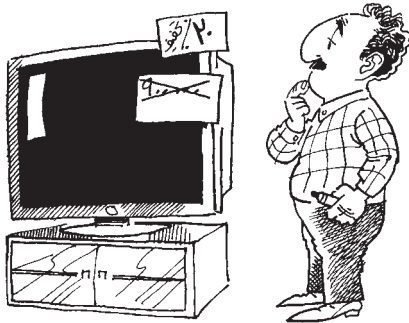
- الف) ۱۵
- پ) ۵۵
- ت) ۷۵
- ث) ۸۰



- الف) ۴:۲۳ بعد از ظهر
ب) ۴:۲۷ بعد از ظهر
پ) ۴:۳۳ بعد از ظهر
ت) ۴:۳۰ بعد از ظهر
ث) ۴:۳۷ بعد از ظهر

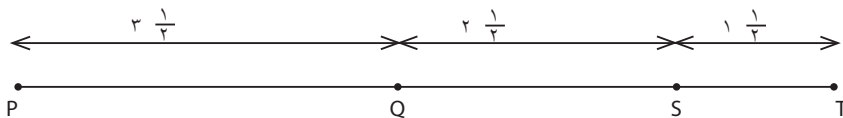
۱۲، ۱۴ و ۱۶ هستند. خانه ما جایی قرار گرفته که مجموع پلاک‌های همه خانه‌های سمت چپ خانه ما با مجموع پلاک‌های همه خانه‌هایی که در سمت راست خانه ما هستند، برابر است. پلاک خانه ما چند است؟

- الف) ۱۸۰۰۰۰ تومان سود برده است
ب) ۱۸۰۰۰۰ تومان ضرر کرده است
پ) ۱۰۰۰۰۰ تومان ضرر کرده است
ت) ۲۷۰۰۰۰ تومان سود برده است
ث) نه سود برده نه ضرر کرده است

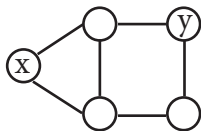


- الف) ۶
ب) ۸
پ) ۱۰
ت) ۱۲
ث) ۱۴

۱۲. نقطه X (که در شکل مشخص نشده است) در وسط پاره خط QS و نقطه Y (که آن نیز در شکل مشخص نشده) در وسط پاره خط PT قرار دارد. طول XY



۱۴. عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را در دایره‌های نمودار زیر طوری قرار می‌دهیم که اعداد واقع روی یک خط راست، اعداد متوالی (پشت سر هم) نباشند. در این صورت مجموع X و Y چه قدر است؟

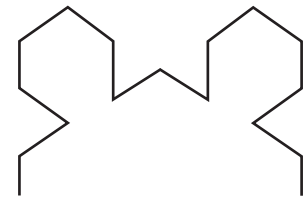


- الف) ۳
ب) ۴
پ) ۶
ت) ۷
ث) ۸

۱۵. سه مستطیل، مطابق شکل زیر به صورت افقی کنار هم قرار گرفته‌اند. طول مستطیل‌ها به ترتیب ۲ سانتی‌متر، ۴ سانتی‌متر و ۸ سانتی‌متر است. عرض آن‌ها نیز به ترتیب ۱ سانتی‌متر، ۲ سانتی‌متر و ۴ سانتی‌متر است. یک خط راست از گوشه بالایی سمت راست بزرگ‌ترین مستطیل، به گوشه پایینی سمت چپ کوچک‌ترین مستطیل رسم شده است. مساحت قسمت

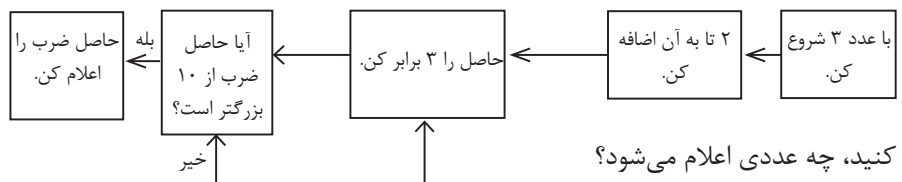
۱۳. یک فروشنده لوازم برقی، یک تلویزیون را به قیمت ۹۰۰۰۰۰ تومان خرید. او این تلویزیون را با ۵۰٪ سود برای فروش برچسب قیمت زد، اما تلویزیون فروش نرفت و فروشنده تصمیم گرفت آن را با قیمت ۲۰٪ تخفیف بفروشد. اکنون اگر تلویزیون به فروش برود، فروشنده سود برده یا ضرر کرده است؟

۹. شکلی را رسم کرده‌ایم که در آن یک شش ضلعی منتظم، ضلع ۹ سانتی‌متر داریم که وسط هر ضلع آن یک شش ضلعی منتظم دیگر به ضلع ۳ سانتی‌متر چسبیده است. در شکل زیر، که بخشی از کل شکل است، دو ضلع از اضلاع شش ضلعی منتظم بزرگ‌تر را می‌بینید:



محیط شکل حاصل چند سانتی‌متر است؟
الف) ۷۲
ب) ۱۲۶
پ) ۱۴۴
ت) ۱۶۲
ث) ۱۸۰

۱۰. اگر دستورات را مطابق شکل زیر دنبال



کنید، چه عددی اعلام می‌شود؟

- الف) ۱۳۵
ب) ۱۴۷
پ) ۱۰۵
ت) ۱۵۰
ث) ۱۵۹

پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰، (هریک ۴ امتیاز)

۱۱. خانه ما در سمتی از خیابان است که پلاک‌های خانه‌ها ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰،

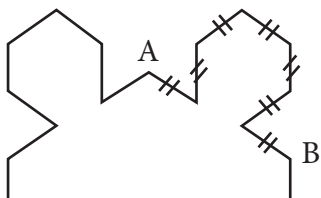
پاسخ پرسش‌های مسابقه ریاضی استراليا

(پایه دوم و سوم راهنمایی ۲۰۱۰)

۱. ب ۲. الف ۳. ت ۴. پ
۵. ت ۶. ث ۷. پ

۸. ب؛ زیرا اتوبوس قبلی باید ۸ دقیقه قبل می‌آمد. اتوبوس بعدی ۲۷ دقیقه بعد آمده است. پس فاصله زمانی توقف هر دو اتوبوس، ۳۵ دقیقه است، لذا اتوبوس سوم، ۳۵ دقیقه بعد از ۳:۵۲ یعنی ساعت ۴:۲۷ می‌رسد.

۹. ب؛ زیرا محیط کل شکل ۶ برابر فاصله A تا B در شکل زیر است و این فاصله از ۷ پاره خط که هر یک ۳ سانتی‌متر طول دارند، تشکیل شده است. بنابراین محیط برابر است با $۱۲۶ = ۶ \times ۷ \times ۳$ سانتی‌متر.



۱۰. الف؛ زیرا وقتی با ۳ شروع می‌کنیم، در گام اول $۳+۲=۵$ به دست می‌آید و در گام بعدی $۳+۵=۸$ را داریم. اما از ۱۵ تا ۱۰۰ کمتر است، پس دوباره باید ۱۵ را سه برابر کنیم. $۳ \times ۱۵ = ۴۵$ که باز هم از ۱۰۰ کمتر است، بنابراین باید آن را نیز سه برابر کنیم: $۳ \times ۴۵ = ۱۳۵$ که دیگر از ۱۰۰ بیشتر است. پس عدد اعلام می‌شود.

۱۱. ت؛ از آنجا که

$$۲+۴+۶+۸+۱۰=۳۰=۱۴+۱۶$$

پس پلاک خانه موردنظر، ۱۲ است.

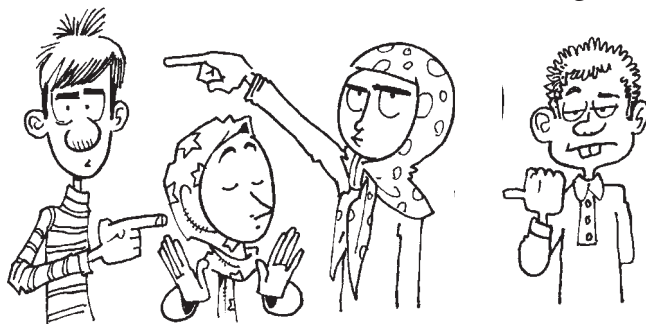
به همین ترتیب سایر خانه‌ها در ردیف‌های بعدی شماره‌گذاری شده‌اند. کدام یکی از گزینه‌های زیر، شماره یکی از خانه‌های چهارخانه وسط چهارخانه ۲۰×۲۰ است؟

- الف) ۱۸۹ (ب) ۱۹۹
پ) ۲۰۰ (ت) ۲۱۱
ث) ۲۲۰

۱۹. چند عدد چهار رقمی به صورت

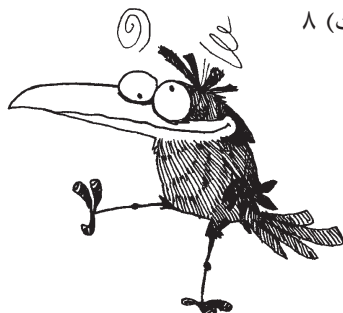
$\square \square \square \square$ وجود دارد که بر ۳۶ بخش پذیر باشد؟

- الف) ۰ (ب) ۱
پ) ۲ (ت) ۳
ث) ۴

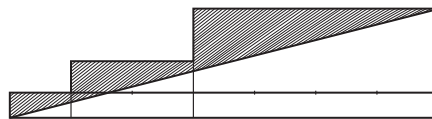


۲۰. یک عدد را «مربع آزاد» می‌نامیم هرگاه تعداد عدد مربع کاملی که مقسوم علیه آن است ۱ باشد. برای مثال ۶ یک مربع آزاد است، ولی ۱۲ مربع آزاد نیست [زیرا علاوه بر ۱ بر ۴ نیز بخش پذیر است که یک مربع کامل است]. بین ۹۰ تا ۱۰۰ چند عدد «مربع آزاد» هست؟

- الف) ۴ (ب) ۵
پ) ۶ (ت) ۷
ث) ۸



هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



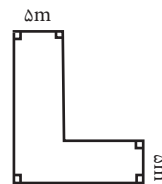
- الف) ۱۰ (ب) ۱۲
پ) ۱۴ (ت) ۱۸
ث) ۲۱

۱۶. سارا می‌گوید «این کار را بایک انجام داده است». بابک می‌گوید: «سارا دروغ می‌گوید». ستاره می‌گوید: «من این کار را نکردم». افشین می‌گوید «کار، کار سارا است» و تنها یک نفر از آن‌ها اشتباه می‌گوید. آن شخص کیست؟

- الف) مریم (ب) بابک
پ) ستاره (ت) افشین
ث) نمی‌توان مشخص کرد

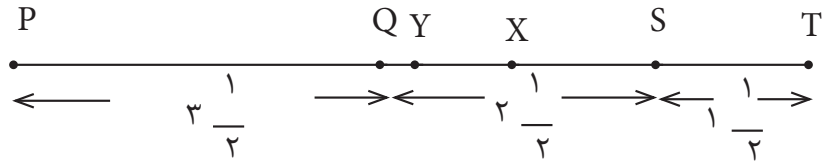
۱۷. شکل L مانند زیر ۵ متر ضخامت دارد و مساحت آن ۱۲۵ متر مربع است. محیط آن چند متر، است؟

- الف) ۳۵ (ب) ۴۰
پ) ۴۵ (ت) ۶۰
ث) ۷۵



۱۸. خانه‌های ردیف اول چهارخانه ۲۰×۲۰ با شماره‌ها ۱، ۲، ۳، ... و ۲۰، ردیف بعدی آن با شماره‌های ۲۱، ۲۲، ۲۳، ... و ۴۰ و

۱۲. ب؛ زیرا از روی شکل داریم:



$$PX = 2\frac{1}{2} + (\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}) = \frac{7}{2} + (\frac{1}{2} \times \frac{5}{2}) = 4\frac{3}{4}$$

$$PY = \frac{1}{2}(3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(7\frac{1}{2}) = 3\frac{3}{4}$$

$$XY = 4\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} = 1$$

پس:

$x + y = 3 + 2 = 5$

و چون در گزینه‌ها فقط ۷ آمده پس پاسخ (ت) صحیح است.

۱۳. الف؛ زیرا قیمت اولیه فروش تلویزیون برابر با

$1350000 = 9000000 \times 15\%$ بوده و قیمت پس از تخفیف برابر با 80% این قیمت روی برجسب، یعنی

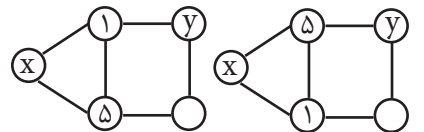
$$1080000 = 1350000 \times 80\%$$

است. پس فروشنده با

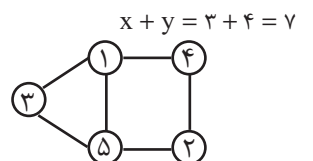
$$1080000 - 900000 = 180000$$

تومان سود آن را می‌فروشد.

۱۴. در شکل، تنها اعدادی که در خانه‌های متصل به X قرار می‌گیرند، ۱ یا ۵ هستند زیرا هر یک به ۳ خانه دیگر متصل است و ۲ یا ۴ نمی‌توانند در این خانه‌ها قرار گیرند، پس دو حالت داریم:



X نمی‌تواند ۲ یا ۴ باشد (زیرا هم به ۱ و هم به ۵ متصل است). پس ۳ است و در هر حالت، دو خانه دیگر با ۲ و ۴ پر می‌شوند.



از این معادله خواهیم داشت $x = 15^m$ ، پس محیط شکل برابر است با

$$15 + 15 + 5 + 10 + 10 + 5 = 60 \text{ m}$$

۱۸. ت؛ زیرا ردیف‌های وسطی این چهارخانه، ردیف‌های ۱۰ و ۱۱ هستند و ستون‌های وسطی نیز، ستون‌های ۱۰ و ۱۱ هستند که شماره‌های زیر روی آن‌ها نوشته شده است:

...	⋮	⋮	...
ردیف ۱۰، شماره‌های ۱۸۰ تا ۲۰۰	...	۱۹۰	۱۹۱
ردیف ۱۱، شماره‌های ۲۲۰ تا ۲۳۰	...	۲۱۰	۲۱۱
...	⋮	⋮	...

و از این چهار عدد تنها عددی که در گزینه‌ها وجود دارد، ۲۱۱ است.

۱۹. از آنجاکه این عدد باید بر ۴ بخش پذیر باشد، یکان آن باید ۰ یا ۴ یا ۸ باشد (یعنی عددهای دو رقمی ۴۰ یا ۴۴ یا ۴۸ می‌توانند دو رقم سمت راست آن باشند) و چون که این عدد بر ۹ نیز باید بخش پذیر باشد، باید مجموع ارقام آن نیز بر ۹ بخش پذیر باشد که در هر یک از حالت‌های فوق، رقم سوم به دست می‌آید: ۸ یا ۴ یا ۵ یا ۹. پس چهار عدد ۶۸۴۰ و ۶۴۴۶ و ۶۰۴۸ و ۶۹۴۸ اعداد مورد نظر هستند، لذا گزینه ت درست است.

۲۰. ب؛ زیرا عددهایی را که بر $4=2^2$ ، $9=3^2$ ، $25=5^2$ و $49=7^2$ بخش پذیرند، جدا کنیم با استفاده از تجزیه درختی اعداد ۹۰ تا ۱۰۰ داریم:

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5 \quad \text{و} \quad 92 = 2^2 \times 23$$

$$98 = 2 \times 7^2 \quad \text{و} \quad 96 = 2^5 \times 3$$

$$100 = 2^2 \times 5^2 \quad \text{و} \quad 99 = 3^2 \times 11$$

پس اعداد ۹۱ و ۹۳ و ۹۴ و ۹۵ و ۹۷ می‌مانند که در تجزیه درختی‌شان، هیچ مربع کاملی نیست.

۱۵. پ؛ چون طبق شکل، کل مساحت مستطیل روی هم

$$42 \text{ cm}^2 = (8 \times 4) + (4 \times 2) + (2 \times 1)$$

است و مساحت مثلث سفید، که قاعده آن $(2+4+8)$ و ارتفاع آن ۴ سانتی‌متر است، برابر است با $28 = \frac{1}{2} \times 4 \times 14$ سانتی‌متر مربع. پس مساحت ناحیه هاشور خورده، برابر است با

$$42 - 28 = 14 \text{ cm}^2$$

۱۶. الف؛ زیرا اگر مریم آن کار را انجام داده باشد، پس فقط مریم دروغ گفته است. اگر بابک آن کار را انجام داده باشد، آن‌گاه هم بابک و هم افشین دروغ گفته‌اند و این نمی‌شود. اگر ستاره آن کار را انجام داده باشد، آن وقت هم مریم، هم ستاره و هم افشین دروغ گفته‌اند و باز هم طبق فرض مسئله، امکان ندارد در نهایت اگر افشین آن کار را انجام داده باشد، آن وقت هم مریم و هم افشین دروغ گفته‌اند که باز هم امکان پذیر نیست.

۱۷. ت؛ زیرا اگر طول‌های برابر مشخص شده در شکل را X بگیریم، مساحت شکل برابر است با

$$5x + 5x - 25 = 10x - 25 = 125 \text{ m}^2$$