

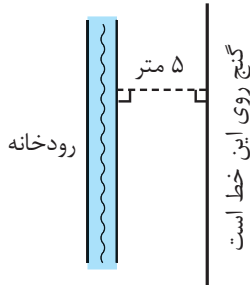


نشانی گنج

مختصات دکارتی

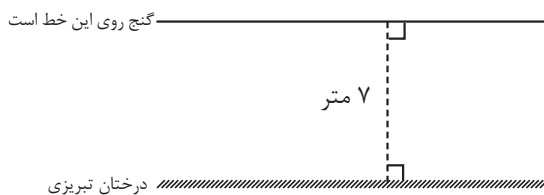
کلیدواژه‌ها: مختصات دکارتی، طول، عرض، محور

این‌ها فقط چند تا از نقاطی هستند که از رودخانه به فاصله ۵ مترند. در واقع آن‌ها باید روی خط موازی با امتداد رودخانه و به فاصله ۵ متر از آن دنبال گنج می‌گشتند. (چرا؟)

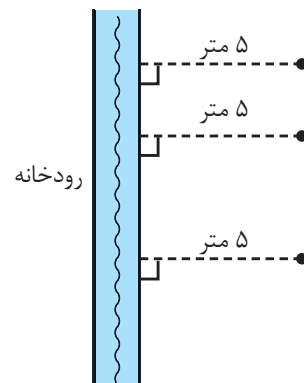


اما این خط، تا چشم کار می‌کرد ادامه داشت ... این راز هیچ‌وقت به گوش اهالی قبیله تابان نرسید.

اما تابانی‌ها هم برای خود، راز یک گنج را نگه داشته بودند. آن‌ها هم از نیاکان خود شنیده بودند که گنجی به فاصله ۷ متر بالاتر از ردیف درختان تبریزی در این سرزمین پنهان شده است. اهالی تابان هم خیلی رازدار بودند. اما چه فایده؟ آنها هم دقیقاً نمی‌دانستند که در این سرزمین بزرگ، کجا را باید حفر کنند؟



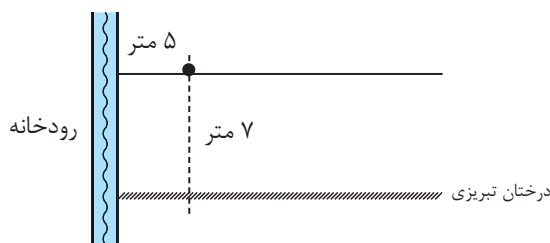
سالیان پیش از این، دو قبیله به نام‌های درخشان و تابان در سرزمینی زندگی می‌کردند. این سرزمین از غرب به رودی پرآب و از جنوب به ردیفی انبوه از درختان تبریزی منتهی می‌شد که تا چشم کار می‌کرد، ادامه داشت. افراد دو قبیله از وقتی چشم باز کرده بودند، فهمیده بودند که رابطه خوبی با هم ندارند، اما نمی‌دانستند چرا. خیلی‌ها تلاش کردند این دشمنی بی‌دلیل را پایان بخشند، اما انگار وقتش نرسیده بود و اهالی دو قبیله راضی به دوستی نمی‌شدند. از دشمنی دو قبیله که بگذریم، باید بگوییم که هر قبیله برای خودش یک راز داشت؛ راز یک گنج! در قبیله درخشان همه از بزرگ‌ترهای خود شنیده بودند که گنجی در اعماق زمین به فاصله ۵ متر از شرق رودخانه پنهان است. خیلی‌ها تلاش کردند گنج را پیدا کنند، اما موفق نشدند. در واقع آن‌ها فقط می‌دانستند گنج در ۵ متری شرق رودخانه است و نقاط زیادی بود که برای یافتن گنج باید حفر می‌کردند. این شکل را ببینید:



خطی موازی با امتداد درختان تبریزی و به فاصله ۷ متر از آن، جایی بود که گنج زیر آن پنهان شده بود. (چرا؟) اما این خط هم تا چشم کار می‌کرد، ادامه داشت ...

یک روز پیرزنی دنیادیده وارد این سرزمین شد. چند روز مهمان درخشانی‌ها بود و چند روزی را هم با تابانی‌ها سپری کرد. وقت رفتن، بزرگ‌ترهای دو قبیله را کنار هم آورد و گفت: «گنج شما در اتحادتان نهفته است». آن روز، افراد قبیله معنای حرف پیرزن را نفهمیدند، اما این جمله سال‌ها ماند و بین افراد دو قبیله پخش شد، تا اینکه ...

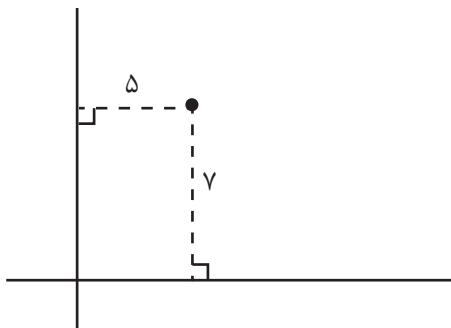
نمی‌دانیم چه اتفاقی افتاد، اما انگار کم‌کم دشمنی تاریخی دو قبیله رنگ باخت و بالاخره یک روز اهالی دو قبیله دیدند که دارند اتحادشان را جشن می‌گیرند! آن روز، در خلال گفت‌وگوهای دوستانه، راز دو قبیله هم برملا شد! گنجی به فاصله ۵ متر از رودخانه و گنجی به فاصله ۷ متر از امتداد درختان تبریزی! بین جوان‌ترهای قبیله کم‌کم این حرف رد و بدل شد که «نکنند این دو گنج یکی هستند! اگر این‌طور باشد ...» فکر می‌کنید آنها چه کار کردند؟ خیلی زود رفتند سراغ یک نقطه. چه نقطه‌ای؟ نقطه‌ای که از رودخانه ۵ متر و از ردیف درختان تبریزی ۷ متر فاصله داشت.



ساعت‌ها عرق ریختند و زمین را کندند ... بله! گنج همان‌جا بود. پیرزن راست گفته بود که «گنج شما در اتحادتان نهفته است.»

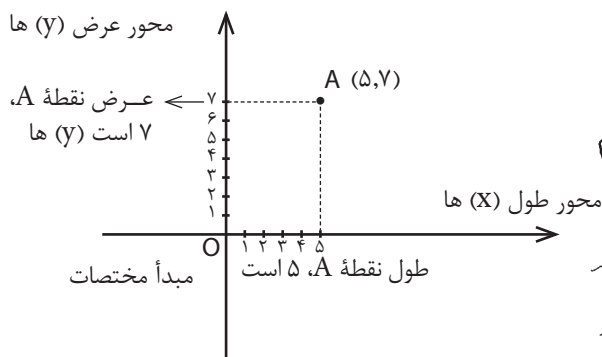


دیدیم که فاصله محل گنج تا رودخانه و فاصله آن تا امتداد درختان، چقدر به یافتن محل گنج کمک کرد. در واقع اگر فقط یکی از این اطلاعات را داشتیم، نمی‌توانستیم راجع به محل دقیق گنج حرف بزنیم، اما وقتی هر دو را داشته باشیم، محل دقیق گنج پیدا می‌شود. شکل زیر یک نمایش ساده‌تر از محل گنج است:

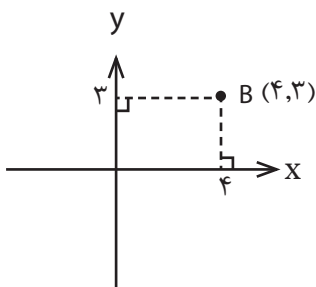


خط عمودی مثل رودخانه است. آن را محور عرض‌ها یا محور Y می‌نامیم. خط افقی مثل امتداد درختان تبریزی است. به آن محور طول‌ها یا محور X می‌گوییم.

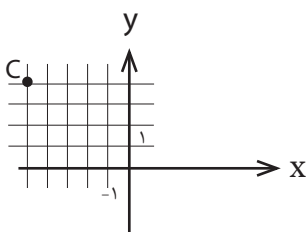
این سرزمین مثل صفحه‌ای است که دو محور عمود بر هم روی آن رسم شده است. این صفحه را صفحه مختصات می‌نامیم. به محورهای عمود بر هم دستگاه مختصات می‌گوییم. نقطه محل برخورد محورهای مختصات را مبدأ مختصات می‌نامیم و معمولاً آن را با حرف O نمایش می‌دهیم. محل گنج، مثل یک نقطه در صفحه مختصات است. آن را نقطه A نام‌گذاری کرده‌ایم. نقطه A از محور عرض‌ها ۵ واحد و از محور طول‌ها ۷ واحد فاصله دارد. به فاصله نقطه A تا محور عرض‌ها **طول نقطه A** می‌گوییم. هم‌چنین فاصله نقطه A تا محور طول‌ها را **عرض نقطه A** می‌نامیم. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، اگر از نقطه A یک خط عمود بر محور طول‌ها رسم کنیم، این خط محور طول‌ها را در نقطه ۵ که همان طول نقطه A است قطع می‌کند. هم‌چنین اگر از نقطه A یک خط عمود بر محور عرض‌ها رسم کنیم، این خط محور عرض‌ها را در نقطه ۷ که همان عرض نقطه A است قطع می‌کند.



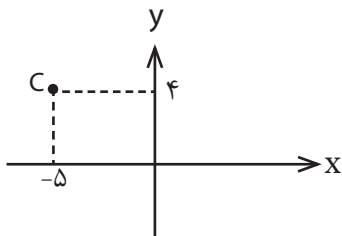
بنابراین مختصات نقطه B به این صورت است: $B(4,3)$



مثال ۲. مختصات نقطه C را بنویسید.

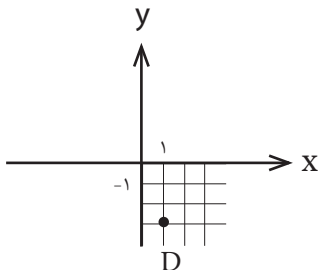


اگر از نقطه C بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۵- روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطه C برابر با ۵- است. در واقع نقاطی که سمت چپ محور عرض‌ها (غرب رودخانه) قرار دارند، طولشان عددی منفی است. حال اگر از نقطه C بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۴ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطه C برابر با ۴ است.



بنابراین مختصات نقطه C به شکل $C(-5,4)$ است.

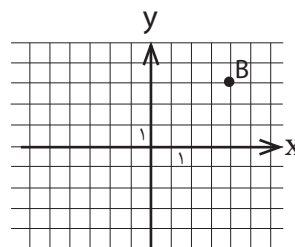
مثال ۳. مختصات نقطه D را پیدا کنید.



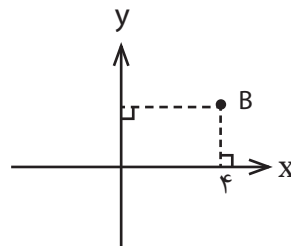
در این داستان دیدیم برای اینکه محل دقیق یک نقطه را در صفحه

مشخص کنیم، کافی است طول و عرض آن را بدانیم. نشانی نقطه A در صفحه مختصات را با $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ یا $A(5,7)$ نمایش می‌دهیم و به آن، مختصات دکارتی نقطه A می‌گوییم. دکارت اولین کسی بود که این نوع مختصات را برای نقاط معرفی کرد. در واقع مختصات دکارتی هر نقطه در یک صفحه مختصات دکارتی، شامل طول و عرض آن نقطه در دستگاه مختصات دکارتی است.

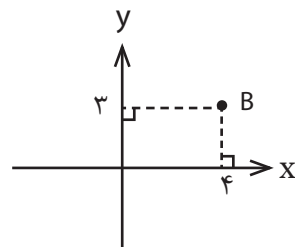
مثال ۱. مختصات دکارتی نقطه B را بنویسید.



اگر از نقطه B بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۴ روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطه B برابر با ۴ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطه B تا محور عرض‌ها ۴ واحد فاصله دارد).

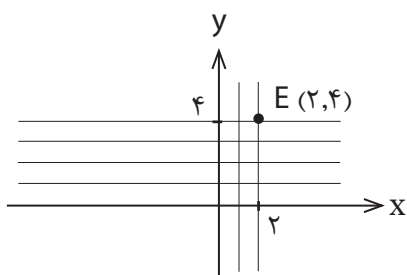
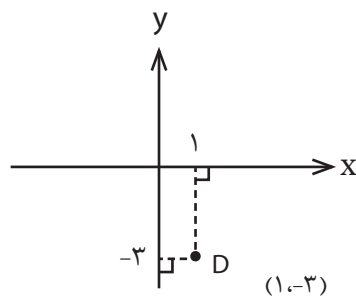


حال اگر از نقطه B بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۳ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطه B برابر با ۳ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطه B تا محور طول‌ها ۳ واحد فاصله دارد).



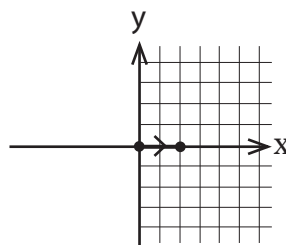
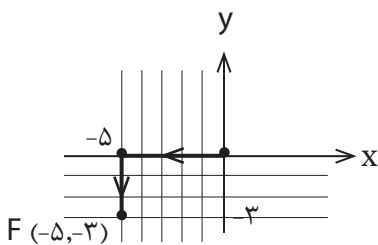


با عمود کردن خطی از نقطه D بر محور طول‌ها به عدد 1 می‌رسیم، پس طول D برابر با 1 است. خط عمودی که از D بر محور عرض‌ها رسم می‌شود، آن را در نقطه -3 قطع می‌کند. پس عرض D برابر با -3 است. نقاطی که زیر محور طول‌ها (سمت جنوب ردیف درختان تبریزی!) قرار دارند، عرضشان عددی منفی است. بنابراین مختصات D به صورت $(1, -3)$ است.

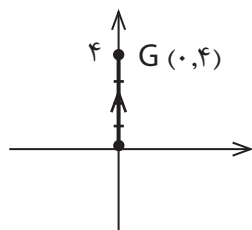


مثال ۴. جای نقطه $E(2, 4)$ را در صفحه مختصات مشخص کنید. دنبال نقطه‌ای با طول 2 و عرض 4 می‌گردیم. وقتی می‌گوییم طول نقطه 2 است، یعنی این نقطه از محور عرض‌ها 2 واحد فاصله دارد. همچنین این نقطه از محور طول‌ها 4 واحد فاصله دارد. برای پیدا کردن محل نقطه E کافی است از مبدأ مختصات شروع کنیم. روی محور طول‌ها 2 واحد (چون طول نقطه 2 است) به سمت راست (چون طول نقطه عددی مثبت است) می‌رویم. با این کار از محور عرض‌ها 2 واحد فاصله گرفته‌ایم!

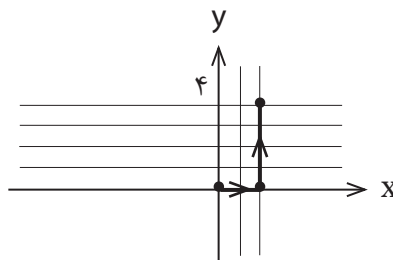
مثال ۵. جای نقطه $F(-5, -3)$ را در صفحه مختصات مشخص کنید. با شروع از مبدأ مختصات 5 واحد به سمت چپ (چون طول نقطه منفی است) و سپس 3 واحد به سمت پایین (چون عرض نقطه منفی است) حرکت می‌کنیم تا به نقطه F برسیم.



مثال ۶. جای نقطه $G(0, 4)$ را مشخص کنید. از مبدأ مختصات شروع می‌کنیم. با توجه به اینکه طول نقطه 0 است، روی محور طول‌ها حرکتی نمی‌کنیم. (چرا؟) کافی است 4 واحد به سمت بالا برویم تا به نقطه G برسیم.



حالا برای اینکه از محور طول‌ها 4 واحد فاصله بگیریم، کافی است 4 واحد (چون عرض نقطه 4 است) به سمت بالا (چون عرض نقطه عددی مثبت است) برویم.



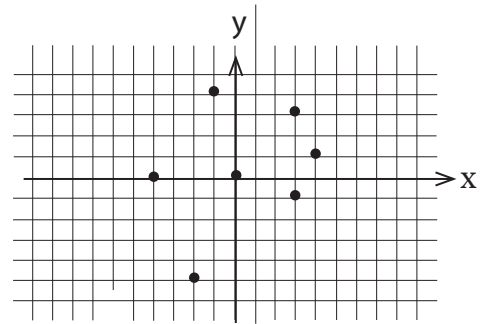
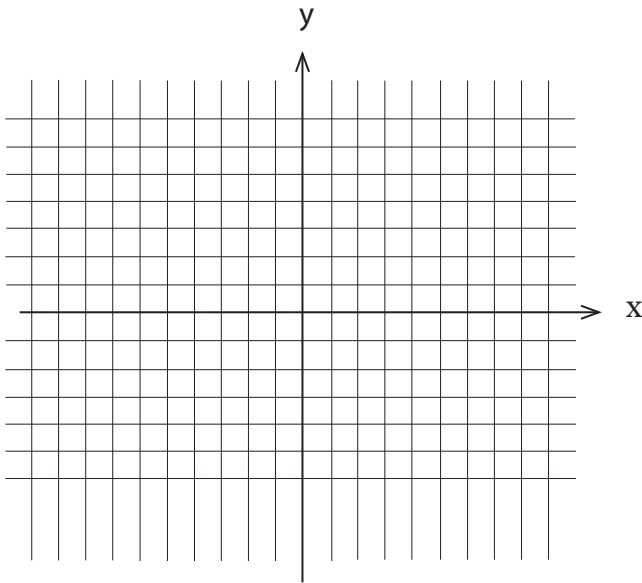
همان‌طور که می‌بینید، این نقطه روی محور عرض‌ها قرار دارد. در واقع تمام نقاطی که طولشان صفر است روی محور عرض‌ها قرار دارند. همچنین نقاطی که عرضشان صفر است، روی محور طول‌ها قرار دارند. (چرا؟)

همان‌طور که می‌بینید، نقطه‌ای که به آن رسیدیم، طولش 2 و عرضش 4 است، یعنی همان نقطه $E(2, 4)$.



سؤال ۱. در زیر مختصات تعدادی نقطه داده شده است. این نقاط در صفحه مختصات نیز مشخص شده‌اند، اما نام آنها معلوم نیست. با توجه به مختصات نقاط، نام آنها را کنارشان بنویسید.

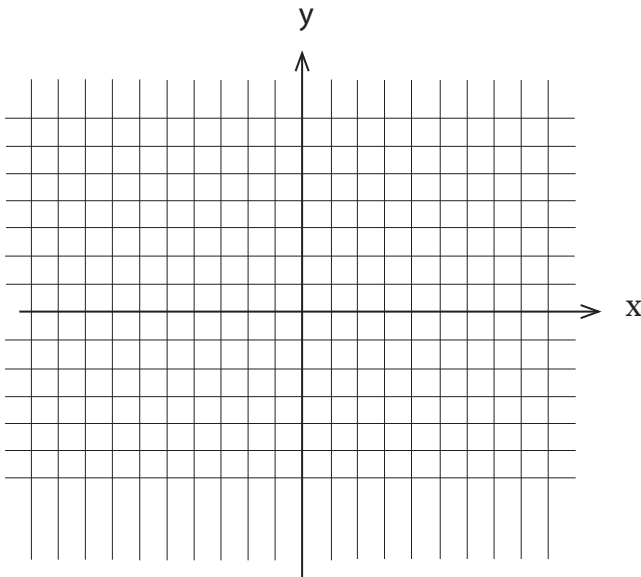
- | | |
|----------|---------|
| A(۴،۱) | B(-۱،۴) |
| C(۳،-۱) | E(۰،-۴) |
| F(۵،۰) | G(۰،۰) |
| H(-۲،-۵) | I(۳،۳) |



سؤال ۴. نقاط زیر را در صفحه مختصات نمایش دهید. سپس آنها را با ترکیبی که مشخص شده، به هم وصل کنید. به چه شکلی می‌رسید؟

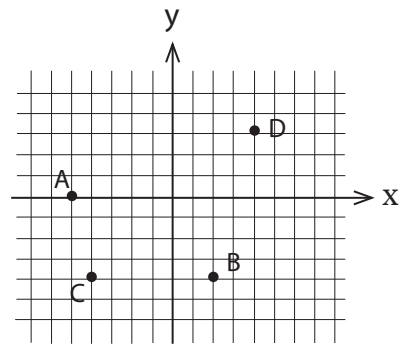
- | | |
|-----------|----------|
| A(-۱ ، ۲) | B(۲،۴) |
| C(۴،-۱) | D(-۱،-۱) |

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$$



سؤال ۲. مختصات نقاط نشان داده شده را بنویسید.

- | | |
|---------|--------|
| B (،) | A(،) |
| D (،) | C(،) |



سؤال ۳. نقاط زیر را در صفحه مختصات نمایش دهید.

- | | |
|----------|----------|
| M(۲،-۳) | H(۳،۷) |
| N(۰،۴) | J(۰،۰) |
| L(-۵،۵) | G(۰،-۶) |
| K(-۸،-۱) | P(۰،۳/۵) |

سؤال ۵. در زیر الگوی رسم یک ببر و یک موش به شما داده شده است. برای رسم این شکل‌ها کافی است نقاط جدول را روی صفحه قرار دهید و به هم وصل کنید. ترتیب وصل کردن نقاط از راست به چپ است. را شروع کنید. یکی از الگوها را انتخاب کنید و دست به کار شوید!

$\begin{bmatrix} 0 \\ -12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -13 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -1 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -8 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -22 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} 2 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \\ -24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \\ -25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 \\ -24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 \\ -22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 15 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 \\ 16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14 \\ 18 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 14 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ 16 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -9 \\ 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13 \\ 14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -14 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -12 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -14 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -18 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -19 \\ 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -19 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -3 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 19 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} 0 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 19 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} 5 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \\ 25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 22/5 \end{bmatrix}$	پایان خط

