هوشنگ شرقی

دنباله‌ها

دنباله‌های حسابی و هندسی

کلیدواژه‌ها: دنباله حسابی، دنبالهٔ هندسی، قانون دنباله، جملهٔ عمومی، دنبالهٔ بازگشتی، قدرنسبت، واسطهٔ حسابی، واسطهٔ هندسی

تعریف دنباله

مفهوم دنباله، یک تعریف دقیق ریاضی و یک تعریف ساده و نادقیق دارد. در این‌جا ترجیح داده‌ایم که با تعریف ساده شروع کنیم: «از به دنبال هم قرار دادن تعدادی (متناهی یا نامتناهی) شیء در یک ردیف، یک دنباله از اشیا به‌دست می‌آید»؛ مانند دنبالهٔ زیر که شامل ۱۰ حرف الفبای انگلیسی است:

$a, b, a, c, d, f, e, f, g, i$

چنان‌چه ملاحظه می‌شود، اعضای دنباله می‌توانند تکراری هم باشند و هیچ نظم و قاعده‌ای هم در چینش آنها وجود نداشته باشد. حتی ممکن است همهٔ اعضای دنباله یکسان باشند. چنین دنباله‌ای را دنبالهٔ ثابت می‌نامیم؛ مانند دنبالهٔ ثابت و نامتناهی زیر که همهٔ اعضای آن عدد ثابت ۲ هستند:

$۲, ۲, ۲, ۲, ۲, \ldots$

اگر اعضای دنباله عددهای حقیقی باشند، دنباله را «دنباله عددی» می‌نامیم؛ مانند دنبالهٔ عددی زیر:

$-۱, ۱, \sqrt{۲}, ۵, ۳, ۱, ۳, ۳, ۲, ۰, ۳, ۵, \sqrt{۳}, -۲, \frac{۱}{۵}$

که ۱۵ عضو (جمله) دارد. جملات دنباله را با نماد a_n یا b_n یا t_n و... نمایش می‌دهیم که n شمارهٔ جمله‌هاست. مثلاً در دنبالهٔ فوق داریم:

$a_۱ = -۱\ ,\ a_۲ = ۱\ ,\ a_۷ = ۳, \ldots$

قانون یا ضابطهٔ دنباله

هرگاه اعضای دنباله با قانون یا ضابطهٔ خاصی، از روی شمارهٔ جمله‌ها یا از روی جملات قبلی به‌دست آیند، دنباله دارای ضابطه است. مثلاً به دنبالهٔ متناهی زیر که ۱۰ جمله دارد، دقت کنید:

$۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹, ۶۴, ۸۱, ۱۰۰$

با کمی دقت روشن می‌شود که هر جملهٔ دنباله، مربع شمارهٔ جمله است. یعنی جمله اول $۱^۲$، جملهٔ دوم $۲^۲$، جملهٔ سوم $۳^۲$ و... است. پس جملهٔ nام دنباله، $n^۲$ است: $a_n = n^۲$. تساوی یاد شده را ضابطه یا قانون دنباله می‌نامیم و به a_n جملهٔ عمومی دنباله می‌گوییم.

مثال ۱. جملهٔ عمومی دنبالهٔ نامتناهی زیر $\frac{۱}{n}$ است:

$۱, \frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۴}, \ldots$

مثال ۲. جملهٔ عمومی دنباله‌های زیر را حدس بزنید:

الف) $۱, ۸, ۲۷, ۶۴, \ldots$

ب) $۱, \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۹}, \frac{۱}{۱۶}, \ldots$

ج) $۰, ۶, ۲۴, ۶۰, ۱۲۰, \ldots$

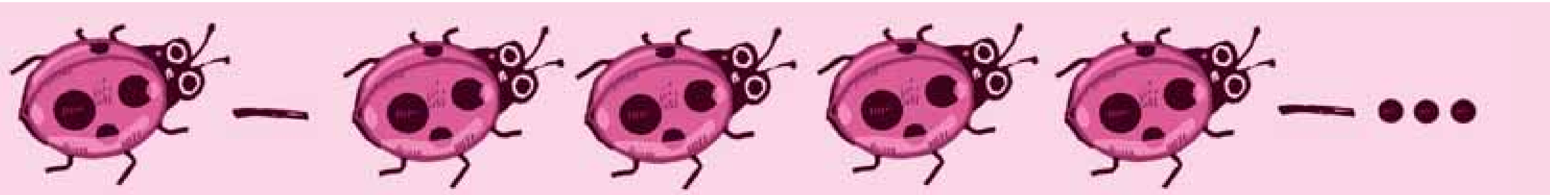
د) $۱, ۲, ۵, ۱۲, ۲۷, ۵۸, \ldots$

هـ) $\frac{-۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{-۱}{۸}, \frac{۱}{۱۶}, \frac{-۱}{۳۲}, \ldots$

جواب:

الف) $a_n = n^۳$ ب) $a_n = \frac{۱}{n^۲}$ ج) $a_n = n^۳ - n$

د) $a_n = ۲^n - n$ هـ) $a_n = \frac{(-۱)^n}{۲^n}$



مثال ۳. جملهٔ عمومی دنباله‌های زیر داده شده است. پنج جملهٔ نخست هر دنباله را بنویسید و دنباله را تشکیل دهید.

الف) $a_n=\frac{n}{n+۱}$ ب) $a_n=\frac{(-۱)^n+n}{n^۲+۱}$

ج) $n^۲-۲n$

حل:

الف) $\frac{۱}{۲},\frac{۲}{۳},\frac{۳}{۴},\frac{۴}{۵},\frac{۵}{۶},\ldots$

ب) $۰,\frac{۲}{۵},\frac{۱}{۵},\frac{۵}{۱۷},\frac{۲}{۱۳},\ldots$

ج) $-۱,۰,۳,۸,۱۵,\ldots$

مثال ۴. دنبالهٔ $a_n=\frac{n^۲}{۲n-۳}$ مفروض است. اولاً، جملات دهم و بیستم این دنباله را مشخص کنید. ثانیاً، چندمین جمله از این دنباله مساوی ۴ است؟ ثالثاً، آیا این دنباله جمله‌ای مساوی ۲- دارد؟

حل:

اولاً: $a_{۱۰}=\frac{۱۰^۲}{۲\times۱۰-۳}=\frac{۱۰۰}{۱۷},\ a_{۲۰}=\frac{۲۰^۲}{۲\times۲۰-۳}=\frac{۴۰۰}{۳۷}$

ثانیاً: $a_n=۴\Rightarrow\frac{n^۲}{۲n-۳}=۴\Rightarrow n^۲=۸n-۱۲$

$\Rightarrow n^۲-۸n+۱۲=۰\Rightarrow(n-۶)(n-۲)=۰\Rightarrow n=۶$

یا $n=۲$

یعنی دو جمله از این دنباله مساوی ۴ هستند.

$a_۶=a_۲=۴$

ثالثاً:

$a_n=-۲\Rightarrow\frac{n^۲}{۲n-۳}=-۲$

$\Rightarrow n^۲=-۴n+۶\Rightarrow n^۲+۴n-۶=۰$

$\Delta=۱۶-۴(۱)(-۶)=۴۰$

$\Rightarrow n=\frac{-۴\pm\sqrt{۴۰}}{۲}=\frac{-۴\pm۲\sqrt{۱۰}}{۲}=-۲\pm\sqrt{۱۰}\notin N$

ولی روشن است که باید $n\in N$. بنابراین هیچ جمله‌ای از دنباله مساوی ۲- نیست.

مثال ۵. دنبالهٔ $a_n=\frac{۲n+۳}{n+۱}$ مفروض است. اولاً، پنج جملهٔ نخست این دنباله را بنویسید و دنباله را با اعضای آن نمایش دهید. ثانیاً، نشان دهید که این دنباله یک دنبالهٔ نزولی است (یعنی جملات آن مرتباً کوچک‌تر می‌شوند) و حدس بزنید که این جملات به چه عددی نزدیک می‌شوند. ثالثاً، حداقل چند جمله از این دنباله را بنویسیم تا فاصلهٔ جملات این دنباله از ۲، کمتر از ۰/۰۱ شود.

حل:

اولاً: $\frac{۵}{۲},\frac{۷}{۳},\frac{۹}{۴},\frac{۱۱}{۵},\frac{۱۳}{۶},\ldots$

ثانیاً، برای اینکه نشان دهیم دنبالهٔ فوق نزولی است، کافی است نشان دهیم که هر جمله، از جملهٔ ماقبل خود کوچک‌تر است؛ یعنی $a_{n+۱}<a_n$.

و یا اینکه: $\frac{۲(n+۱)+۳}{(n+۱)+۱}<\frac{۲n+۳}{n+۱}$

که معادل است با نامساوی $\frac{۲n+۵}{n+۲}<\frac{۲n+۳}{n+۱}$ و آن هم معادل است با نامساوی $(۲n+۵)(n+۱)<(۲n+۳)(n+۲)$ و یا $۲n^۲+۷n+۵<۲n^۲+۷n+۶$ که واضح است. با ملاحظهٔ جملات دنباله درمی‌یابیم که این جمله‌ها به عدد ۲ نزدیک می‌شوند.

ثالثاً، برای آنکه فاصلهٔ جملات دنباله از عدد ۲ کمتر از ۰/۰۱ باشد، با توجه به اینکه جملات دنباله همگی بزرگ‌تر از ۲ هستند (چرا؟) باید داشته باشیم: $۲<a_n<۲/۰۱$. بنابراین:

$۲<\frac{۲n+۳}{n+۱}<۲/۰۱\Rightarrow ۲n+۲<۲n+۳<۲/۰۱n+۲/۰۱$

$\Rightarrow ۰/۰۱n>۰/۹۹\Rightarrow n>۹۹$

یعنی باید حداقل ۱۰۰ جمله بنویسیم تا به جمله‌ای برسیم که فاصلهٔ آن تا ۲ کمتر از ۰/۰۱ شود:

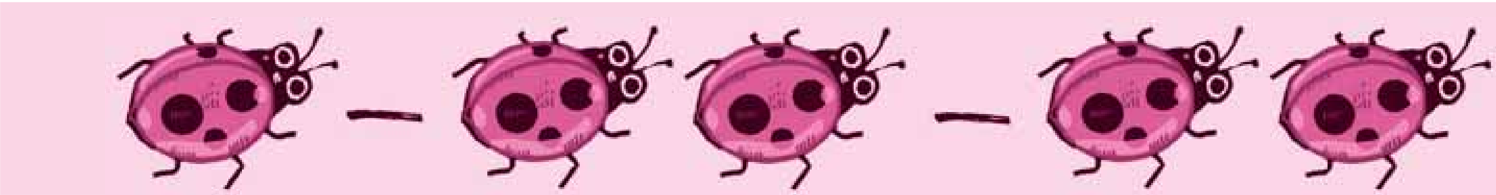
$a_{۱۰۰}=\frac{۲۰۳}{۱۰۱}\approx۲/۰۰۹۹<۲/۰۱$

دنباله‌های بازگشتی

گاهی ضابطهٔ یک دنباله از روی جملات قبلی نوشته می‌شود. یعنی هر جمله، با قانونی مشخص برحسب جمله (یا جملات قبل) به‌دست می‌آید. مثلاً به دنبالهٔ زیر توجه کنید:

$۱,۳,۷,۱۵,۳۱,۶۳,\ldots$

با کمی دقت درمی‌یابید که هر جمله برابر است با دو برابر جملهٔ قبل به اضافهٔ ۱؛ یعنی: $a_n=۲a_{n-۱}+۱$ و $a_۱=۱$. چنین دنباله‌ای را دنبالهٔ بازگشتی می‌نامیم. با کمی



دقت می‌بینیم که دنبالهٔ فوق دستور مستقیمی برحسب n نیز دارد: $a_n = ۲^n - ۱$. یعنی دنباله‌های بازگشتی ممکن است به صورت مستقیم هم برحسب n دارای جملهٔ عمومی باشند.

مثال ۱. دنبالهٔ بازگشتی $a_n = a_{n-۱} + ۲^n$ و $a_۱ = ۲$ مفروض است. پنج جملهٔ نخست دنباله را بنویسید.

حل:

$$a_۲ = a_۱ + ۲^۲ = ۲ + ۴ = ۶$$
$$a_۳ = a_۲ + ۲^۳ = ۶ + ۸ = ۱۴$$
$$a_۴ = a_۳ + ۲^۴ = ۱۴ + ۱۶ = ۳۰$$
$$a_۵ = a_۴ + ۲^۵ = ۳۰ + ۳۲ = ۶۲$$
$$۲, ۶, ۱۴, ۳۰, ۶۲, \ldots$$

مثال ۲. دنبالهٔ بازگشتی $a_n = a_{n-۱}.a_{n-۲} + ۱$ و $a_۱ = ۱$ و $a_۲ = ۲$ مفروض است. این دنباله را تشکیل دهید.

حل:

$$a_۳ = a_۱ a_۲ + ۱ = ۲ + ۱ = ۳$$
$$a_۴ = a_۲ a_۳ + ۱ = ۲ \times ۳ + ۱ = ۷$$
$$a_۵ = a_۳ a_۴ + ۱ = ۲۲$$
$$۱, ۲, ۳, ۷, ۲۲, ۱۵۵, \ldots$$

دنبالهٔ فیبوناچی

یکی از معروف‌ترین دنباله‌ها، دنبالهٔ بازگشتی منسوب به **لئوناردو فیبوناچی** (ریاضی‌دان ایتالیایی قرن سیزدهم) است. در این دنباله، جملات اول و دوم مساوی ۱ و هر جمله مساوی مجموع دو جملهٔ ماقبل است: $a_n = a_{n-۱} + a_{n-۲}$ و $a_۱ = a_۲ = ۱$

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, \ldots$$

این دنباله ویژگی‌های بسیاری دارد که در این مقالهٔ مختصر نمی‌توان به آنها پرداخت. علاقه‌مندان را به کتاب‌ها و مقالات متعددی که در این‌باره وجود دارد، رجوع می‌دهیم. در اینترنت و سایت‌های ریاضی هم مطالب بسیاری دربارهٔ این دنباله وجود دارد.

دنبالهٔ حسابی

دنباله‌ای را که هر جملهٔ آن با افزودن مقداری ثابت به جملهٔ قبلی به‌دست می‌آید، یعنی $a_n = a_{n-۱} + d$، «دنبالهٔ حسابی» می‌نامیم؛ مانند این دنباله:

$$۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, \ldots$$

که هر جملهٔ آن مساوی جملهٔ قبل به اضافهٔ ۳ واحد است؛ یعنی $d = ۳$. مقدار ثابت (d) را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. اگر $d = ۰$ باشد، دنبالهٔ ما، دنباله‌ای ثابت است. اما اگر $d > ۰$ باشد، دنباله صعودی و اگر $d < ۰$ باشد، دنباله نزولی خواهد بود.

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی

اگر $a_۱$ جملهٔ نخست و d قدرنسبت دنبالهٔ حسابی باشد، بدیهی است که داریم:

$$a_۲ = a_۱ + d\ ,\ a_۳ = a_۲ + d = a_۱ + ۲d\ ,\ a_۴ = a_۱ + ۳d, \ldots$$

و به طریق استقرایی حدس می‌زنیم که:

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d$$

براساس این دستور مسائل زیادی را در زمینهٔ دنباله‌های حسابی می‌توان مطرح و حل کرد.

مثال ۱. جملهٔ عمومی دنبالهٔ زیر و جملهٔ هزار و سیصد و نود و یکم آن را بنویسید:

$$۲, ۶, ۱۰, ۱۴, \ldots$$

حل:

$$a_۱ = ۲, d = ۴ \Rightarrow a_n = a_۱ + (n-۱)d = ۲ + (n-۱)۴$$
$$\Rightarrow a_n = ۴n - ۲, a_{۱۳۹۱} = ۴ \times ۱۳۹۱ - ۲ = ۵۵۶۲$$

مثال ۲. یک دنبالهٔ حسابی تشکیل دهید که جملهٔ هفتم آن ۲۳ و جملهٔ دوازدهم آن ۳۸ باشد.

حل:

$$\begin{cases} a_۷ = a_۱ + ۶d = ۲۳ \\ a_{۱۲} = a_۱ + ۱۱d = ۳۸ \end{cases} \Rightarrow ۵d = ۱۵\ , d = ۳,\ a_۱ = ۵$$
$$۵, ۸, ۱۱, ۱۴, \ldots$$

مثال ۳. لااقل چند جمله از دنبالهٔ زیر بنویسیم تا مطمئن شویم به جمله‌ای بزرگ‌تر از ۱۰۰۰ می‌رسیم؟

$$-۲, ۳, ۸, ۱۳, \ldots$$

حل: $a_۱ = -۲$ و $d = ۵$. در نتیجه:

$$a_n = -۲ + (n-۱)۵ = ۵n - ۷\ ,\ a_n > ۱۰۰۰$$
$$\Rightarrow ۵n - ۷ > ۱۰۰۰ \Rightarrow n > \frac{۱۰۰۷}{۵} \Rightarrow \min(n) = ۲۰۲$$

یعنی از جملهٔ دویست و دوم به بعد، جملات بزرگ‌تر از هزار هستند.

مثال ۴. یک دنبالهٔ حسابی تشکیل دهید که جملهٔ هفتم آن سه برابر جملهٔ چهارم آن و حاصل‌ضرب جملات سوم و چهارم آن دو واحد بیشتر از جملهٔ پنجم آن باشد.

حل:

$$a_7=a_1+6d,\ a_4=a_1+3d,\ a_3=a_1+2d,$$
$$a_5=a_1+4d,\ a_7=3a_4,\ a_3.a_4=a_5+2$$
$$\Rightarrow\begin{cases}a_1+6d=3(a_1+3d)\Rightarrow a_1+6d=3a_1+9d\\ \qquad\Rightarrow 2a_1=-3d\\ (a_1+2d)(a_1+3d)=a_1+4d+2\end{cases}$$
$$\Rightarrow \left(-\frac{3d}{2}+2d\right)\left(-\frac{3d}{2}+3d\right)=-\frac{3d}{2}+4d+2$$
$$\Rightarrow \frac{d}{2}\times\frac{3d}{2}=\frac{5d+4}{2}\Rightarrow 3d^2=10d+8\Rightarrow 3d^2-10d-8=0$$
$$\Rightarrow d=\frac{10\pm\sqrt{100+96}}{6}\Rightarrow d=4 \text{ یا } d=-\frac{2}{3}$$
$$\Rightarrow (d=4,\ a_1=-6) \text{ یا } \left(d=-\frac{2}{3}, a_1=1\right)$$

بنابراین دو دنبالهٔ حسابی با ویژگی فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}-6,-2,2,6,\dots\\ 1,\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-1,\dots\end{cases}$$

واسطه‌های حسابی

اگر a، b و c به ترتیب جملات یک دنبالهٔ حسابی باشند، طبق تعریف داریم:

$$b-a=c-b=d \text{ (قدرنسبت)}$$
$$\Rightarrow 2b=a+c\ ,\ b=\frac{a+c}{2}$$

پس رابطهٔ $2b=a+c$ همان شرط آن است که a، b و c تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند و $b=\frac{a+c}{2}$ نیز واسطهٔ حسابی بین a و c نامیده می‌شود؛ یعنی عددی که اگر بین دو عدد دیگر قرار گیرد، سه عدد دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند. پس واسطهٔ حسابی بین دو عدد، همان میانگین آنهاست.

مثال ۵. m را طوری به‌دست آورید که سه عدد $2m-1$، $3m+1$ و $7m$ دنبالهٔ حسابی تشکیل دهند.

حل: مطابق دستور گفته شده می‌توان نوشت:

$$2(3m+1)=2m-1+7m\Rightarrow 6m+2=9m-1$$
$$\Rightarrow 3m=3,\ m=1$$

واسطه‌های حسابی بین دو عدد

هرگاه بین دو عدد a و b بتوان m عدد قرار داد که همهٔ این عددها (همراه با a و b) یک دنبالهٔ حسابی را تشکیل دهند، این m عدد را واسطه‌های حسابی بین a و b می‌نامیم. در این صورت به سادگی می‌توان ثابت کرد که قدرنسبت این دنباله از دستور $d=\frac{b-a}{m+1}$ به‌دست می‌آید.

مثال ۶. بین دو عدد ۳ و ۳۱، شش واسطهٔ حسابی پیدا کنید.

حل:

$$d=\frac{31-3}{6+1}=\frac{28}{7}=4$$

در نتیجه:

$$3,\underbrace{7,11,15,19,23,27}_{\text{واسطه‌های حسابی}},31$$

مجموع جملات یک دنبالهٔ حسابی

برای یافتن مجموع جملات یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ نخست a_1 و قدرنسبت d، از روش زیر که نخستین بار توسط **گاوس**، ریاضی‌دان آلمانی، به‌کار گرفته شد استفاده می‌کنیم:

$$S_n=a_1+a_2+a_3+\dots+a_n$$
$$\Rightarrow\begin{cases}S_n=a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)+\dots+a_1+(n-1)d\\ S_n=a_1+(n-1)d+a_1+(n-2)d+a_1+(n-3)d\\ \qquad +\dots+a_1\end{cases}$$

و از جمع جمله به جملهٔ دو تساوی بالا نتیجه می‌شود:

$$2S_n=[2a_1+(n-1)d]+[2a_1+(n-1)d]$$
$$+\dots+[2a_1+(n-1)d]$$
$$\Rightarrow 2S_n=n[2a_1+(n-1)d]\Rightarrow S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$$

و با توجه به تساوی $a_n=a_1+(n-1)d$ می‌توان این دستور را به صورت $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$ نیز نوشت.

مثال ۷. مجموع ۱۰۰ جملهٔ نخست دنبالهٔ زیر را به‌دست آورید: $1,4,7,10,\dots \qquad a_1=1\ ,\ d=3$

حل:

$$S_{100}=\frac{100}{2}[2+99\times 3]=50\times 299=14950$$

مثال ۸. یک دنبالهٔ حسابی تشکیل دهید که مجموع ۸ جملهٔ نخست آن ۵۰ و مجموع ۸ جملهٔ بعدی آن ۱۴۶ باشد.

حل:

$$S_8=50,\ S_{16}-S_8=146\Rightarrow S_{16}=196$$
$$\frac{8}{2}[2a_1+7d]=50\Rightarrow 4a_1+14d=25$$
$$\frac{16}{2}[2a_1+15d]=196\Rightarrow 4a_1+30d=49$$
$$-\begin{cases}4a_1+14d=25\\ 4a_1+30d=49\end{cases}\Rightarrow d=\frac{3}{2}, a_1=1\Rightarrow 1,\frac{5}{2},4,\dots$$

مثال ۹. مجموع چند جمله از دنبالهٔ زیر برابر ۱۵۵ است؟
$۲, ۵, ۸, \ldots$

حل:

$$S_n = \frac{n}{۲}\left[۲\times۲+(n-۱)۳\right]=۱۵۵$$

$$\Rightarrow n(۳n+۱)=۳۱۰ \Rightarrow ۳n^۲+n-۳۱۰=۰$$

$$\Rightarrow n=\frac{-۱\pm\sqrt{۳۷۲۱}}{۶}=\frac{-۱\pm۶۱}{۶} \Rightarrow n=۱۰ \text{ یا } n=\frac{-۳۱}{۳}\notin N$$

بنابراین، مجموع ۱۰ جملهٔ نخست از این دنباله مساوی ۱۵۵ است.

مثال ۱۰. حداقل چند عدد از نخستین عددهای طبیعی را باید جمع کنیم تا مجموع آنها از ۱۰۰۰ تجاوز کند؟

حل:

$$S_n=۱+۲+۳+\ldots+n=\frac{n}{۲}\left[۲\times۱+(n-۱)\times۱\right]=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n+۱)}{۲}>۱۰۰۰ \Rightarrow n^۲+n>۲۰۰۰$$

$$\Rightarrow (n+\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴}>۲۰۰۰$$

$$\Rightarrow (n+\frac{۱}{۲})^۲>۲۰۰۰+\frac{۱}{۴} \Rightarrow n+\frac{۱}{۲}>\sqrt{۲۰۰۰+\frac{۱}{۴}}$$

$$\Rightarrow n>\sqrt{۲۰۰۰+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲}$$

و بـا توجه به مقـدار تقریبـی $\sqrt{۲۰۰۰+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲}$ نتیجه می‌گیریـم که حداقل مقدار طبیعی n بـرای آنکه از این عدد بزرگ‌تر شود، $n=۴۵$ اسـت. یعنی باید لااقل ۴۵ جمله را با هم جمع کنیم. با توجه به مقادیر $S_{۴۴}$ و $S_{۴۵}$ درسـتی عمل ما مشخص می‌شود:

$$S_{۴۴}=\frac{۴۴\times۴۵}{۲}=۲۲\times۴۵=۹۹۰$$

$$S_{۴۵}=\frac{۴۵\times۴۶}{۲}=۴۵\times۲۳=۱۰۳۵$$

تمرین

۱. اگر a و b و c یک دنبالهٔ حسابی تشکیل دهند، ثابت کنید.

الف) $a^۲+۸bc=(۲b+c)^۲$ ب) $۳(a^۲+b^۲+c^۲)=۶(a-b)^۲+(a+b+c)^۲$

۲. یک دنبالهٔ حسابی بنویسید که جملهٔ اول آن ۱ و مجموع ۵ جملهٔ اول آن $\frac{۱}{۴}$ مجموع ۵ جملهٔ بعدی باشد (جواب: $۱, -۲, -۵, \ldots$).

۳. بین دو عدد ۳ و ۲۰ ، پنج واسطهٔ حسابی درج کنید.

ایستگاه اندیشه و ادب ریاضی

ادامهٔ ایستگاه دوم: لطیفه‌های ریاضی!

● روزی گروهی از مهندسـان تـلاش می‌کردند که ارتفاع یـک میلهٔ پرچـم را اندازه بگیرنـد. آنها برای ایـن کار فقط یک متر پارچه‌ای بلند داشـتند که نمی‌توانسـتند آن را به بالای میله برسـانند. ریاضی‌دانی از آن‌جا می‌گذشت. از او خواستند به آن‌ها کمک کند. او گفت: «این‌که خیلی ساده است!»
و میله را از زمین درآورد و روی زمین گذاشت و به سادگی با آن متر پارچه‌ای طول آن را اندازه‌گیری کرد. یکی از مهندسان گفت: «این ریاضی‌دان‌ها عجب موجوداتی هسـتند! ما گفتیـم ارتفاع میله را اندازه بگیرد، او طول آن را اندازه گرفت!»

ریاضیات هنر دادن نام‌های یکسان به اشیای متفاوت است!

هنری پوآنکاره

(ریاضی‌دان فرانسوی

۱۹۱۲-۱۸۵۴)