مثال‌های کاربردی از کتاب معیارالعقول برای کلاس درس

غلامحسین رحیمی
دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
rahimi_gh@modares.ac.ir

چکیده

هدف اصلی مقاله حاضر نشان دادن این واقعیت است که چگونه می‌توان با استفاده از نمونه‌ها و مثال‌های مندرج در کتب علمی قدیم تمدن ایران و اسلام مباحث جدید علمی را برای دانشجویان مهندسی تشریح و تفهیم کرد. برای این منظور، کتاب معیارالعقول منسوب به ابن‌سینا مورد توجه قرار می‌گیرد و اهرم‌های ساده و مرکب تشریح شده در کتاب برای مثال، انتخاب می‌شود. در خلال تحلیل رفتار این دو نوع اهرم، مفاهیم متعدد جدید علمی معرفی و تشریح می‌شود.

کلیدواژه‌ها: اهرم ساده و مرکب، معیارالعقول، ابن‌سینا.

مقدمه

مسئله‌یابی و حل مسئله موضوع مهمی در تعلیم مفاهیم اساسی در برنامه درسی محسوب می‌شود. در رشته‌های مهندسی علاوه بر معرفی کمیت‌های اصلی، ارائه نمونه‌های مهندسی و صنعتی در خلال یاددهی اهمیت ویژه‌ای دارد. استادان در پی یافتن مسائلی هستند که در خلال حل آنها مفاهیم پایه‌ای را به دانشجویان منتقل کنند. آنها نمونه‌هایی را مدنظر قرار می‌دهند که توصیف رفتار آنها مستلزم به کارگیری مفاهیم و روش‌های علمی در مهندسی و به ویژه رشته مربوط مطمئناً انتخاب مسائلی که از زندگی واقعی استنتاج شده است یا مثال‌هایی از دانشمندانی که پایه‌گذار رشته و شاخه‌ای

مثال‌های تاریخی اگر خوب انتخاب و به درستی معرفی و به شیوه صحیح تحلیل شوند، علاوه بر اینکه می‌توانند بخشی از فرایند یاددهی و یادگیری باشند، چون از قالب‌های سنتی تدریس فاصله می‌گیرند، می‌توانند برای دانشجویان جالب و هیجان‌انگیز باشند

از علـم بوده‌اند، می‌تواند جاذبه خاصی برای دانشـجویان داشته باشد.

یک مدل مهندسـی محتوا را می توان به شـیوه‌ها و از جنبه‌هـای مختلـف مورد تحلیل قـرار داد. در هر حال در زنجیرهٔ مدل‌سازی، اعتبارسنجی مدل، توصیف ریاضی رفتار جسـم یا فرایند، روش‌های حـل حاکمه، فرض‌های سـاده کننده در مرحله مدل‌سازی، توصیف ریاضی و حل روابـط حاکمه، اخذ و تحلیل و تفسـیر آنهـا و غیره رفتار جسم یا فرایند، روش‌های حل معادلات حاکمه، فرض‌های ساده‌کننده در مرحله مدل‌سـازی، توصیف ریاضی و حل روابـط حاکمه، اخذ و تحلیل و تفسـیر آنهـا و غیره، باید شیوه‌ای اتخاذ شود تا به یاددهی عمیق و همه جانبه مؤثر بینجامد، پیدا کردن مسائل و مثال‌های مناسب که همزمان بتوانند اهداف چندگانه را دنبال کنند چندان ساده نیست، ولی برای اسـتادان و معلمان محدودیت در انتخاب مثال و مـدل و زمینه‌هـای خاص در چارچـوب مباحث اصلی رشـته وجود ندارد. لذا، می‌توان از منابع علمی قدیمی در کنار منابع جدید سـود جسـت. گاهی برای آغاز مطلب یا تشـریح مفاهیم پایه‌ای مسئله در دسـت بررسی استفاده از نمونه‌های تاریخی مفیدتر اسـت. اغلب، سرشت مسائل عملـی قدیمی ملموس‌تر و مفهوم‌تـر از نمونه‌ها و مفاهیم پیچیده جدید است.

بنا به دلایلی، شاید به نظر برسد که مثال‌های استخراج شـده از منابع علمی تاریخی در سـطحی نباشد که برای دانشجویان مهندسی مناسب است. نخست، منسوخ بودن یا بیش از حد سـاده و احتمالاً پیش پا افتاده بودن آنها و دوم ناسـازگاری با مطالب کتاب‌های درسی جدید. علاوه بـر این، شـاید توصیف‌های آن به طـور کلی با روش‌های جدید متفاوت یا بیگانه باشد. همچنین، تصور می رود که نمونه‌ها غیرکاربردی‌اند و لذا، می‌تواند ذهن دانشـجو را از مطالب عملی و مورد نیاز وی دور سـازد و عملاً یک بحث کاربـردی جدید را به یک مطلـب غیرواقعی یا غیرلازم یا ابتدایی و مبدل سازد که فقط ارزش تاریخی دارد.

ایـن مقاله مدعی آن اسـت که مدل‌سـازی و تحلیل جدیـد یک نمونـه قدیمی یا تحلیل یـک نمونه جدید به شـیوهٔ علمی قدیم. بسته به موقعیت، می‌تواند بسیار مفید باشـد. به خصوص، روش‌های جدید چون معمولاً متضمن انبوهـی از اطلاعات پیچیـده، بعضاً خام و تحلیل نشـده است، تفهیم مطالب به اتکای آنها را بسیار دشوار می‌کند. انتخـاب صحیـح مثال‌ها می‌تواند حتـی در خوداتکایی و اعتماد به نفس علمی دانشـجو مؤثر باشد، چرا که در این صـورت وی می‌تواند خارج از قالب کتاب درسـی خود با اسـتفاده از اصول شناخته شده علمی به تفسیر کامل یک دسـتگاه سـاده همت گمارد. قابل توجه آنکه بسیاری از مثال‌های جدید بدین دلیل که قبلاً بارها حل شـده اند و دانشـجو فقط می‌آموزد که چگونه روش حل را فرا بگیرد، بدون اینکه وی کوچک‌ترین نقشی در این روش‌ها داشته باشد، در فرایند یادگیری نقش اساسی ایفا نمی‌کند. علاوه بر این، حتی مسائل طرح شده در کتاب درسی نیز نقشی را برای مشارکت دانشجو باقی نمی‌گذارد.

مثال‌هـای تاریخی اگـر خوب انتخاب و به درسـتی معرفی و به شـیوه صحیح تحلیل شـوند، عـلاوه بر اینکه می‌توانند بخشی از فرایند یاددهی و یادگیری باشند، چون از قالب‌هـای سـنتی تدریس فاصله می‌گیرنـد، می‌توانند برای دانشجویان جالب و هیجان‌انگیز باشند.

تجربـه نگارنده مؤید این مطلب اسـت که مؤثر بودن و نبـودن این روش وابسـته بـه نوع رویکردی اسـت که اتخاذ می‌شود. رویکرد اشتباه قطعاً به نتایج مطلوب منجر می‌شـود، اما اتخاذ رویکرد صحیح می‌تواند بسـیار مؤثر و مفید باشد.

در ایـن مقالـه نمونه‌هایـی از کتـاب معیارالعقول با رویکردی انتخاب شده است که می‌تواند در شرایط جدید علمـی مفید و مؤثر باشـد. این رویکرد مبتنـی بر انتقال مفاهیم علمی قدیم به جدید با استفاده از نمونه‌های قدیم بـرای تحلیل علمی جدید یا بالعکس انتقال مفاهیم جدید به مدد نمونه‌های قدیم است. اگر این رویکرد موفق باشد. به تدریـج تعـدادی از مهم‌ترین آثار علمـی تمدن ایران اسـلام می‌تواند به مثابه بخشی از منابع آموزشی و علمی جدید تلقی شود و مورد استفاده قرار گیرد.

در انتهای این بخش یادآوری می‌شـود که با رویکرد یاد شـده، به منابع علمی دانشمندان تمدن اسلامی کمتر پرداختـه شـده اسـت. به هر حـال، مقالاتی که توسـط آقای دکتر یوسـف یاسـی و همکاران در فصلنامه آموزش

مهندسی چاپ و در آنها طراحی، ساخت و نحوه عملکرد برخی از ابزارهای ابداعی بنوموسی شرح داده شده است[۲] و نیز مقاله های آقای دکتر غلامحسین دانشی از دانشگاه صنعتی شریف می‌تواند زمینه خوبی را برای ورود به آثار علمی دانشمندان ایرانی و مسلمان با رویکرد آموزشی فراهم سازد. به هر حال، مقالات مذکور با هدف دیگری تدوین شده است.

۲. اهرم ساده و مرکب معیارالعقول، نمونه‌ای تاریخی و علمی

۲. ۱. معرفی کتاب معیارالعقول

معیارالعقول منسوب به ابن‌سینا (قرن پنجم هجری/ یازدهم میلادی) یکی از کتاب‌های قدیمی در تاریخ تمدن ایران و اسلام است که تعدادی از ماشین‌های ساده و مرکب را، مبتنی بر تجارب و یافته‌های بشر تا آن زمان همراه با نوآوری‌های ویژه، به اختصار معرفی و رفتار آنها را به صورت کمابیش علمی توصیف می‌کند.[۱]. این کتاب به زبان فارسی نگاشته شده است و از معدود کتاب‌های علمی مصورتاریخ تمدن ایران محسوب می‌شود. ابزارهای معرفی شده در کتاب معیارالعقول را رحیمی با ادبیات جدید مهندسی توصیف و تحلیل کرده است.[۲].

مباحث کتاب معیارالعقول را در چارچوب ادبیات، بخش‌بندی و عناوین دانش مکانیک امروز به صورت زیر می‌توان تقسیم کرد:

الف. ماشین‌های ساده شامل گوه، اهرم، قرقره، سطح شیب‌دار، چرخ و محور، چرخ‌دنده و محور، پیچ و مهره؛

ب. ماشین‌های مرکب شامل اهرم مرکب، قرقره مرکب، دنده و محور مرکب (نوعی جعبه دنده)؛

پ. گران‌کش یا جرثقیل که از ترکیب ماشین‌های ساده و مرکب به شکل‌های مختلف ساخته می‌شود.

نکتهٔ بسیار جالب در این کتاب آن است که همانند کتاب‌های جدید علمی که برای معرفی و توصیف یک دستگاه پیچیده نخست اجزای اصلی تشکیل‌دهندهٔ آن معرفی می‌شود [و معمولاً در کلاس‌های درس به طور جدی به ماشین پیچیده اصلی پرداخته نمی‌شود]. در کتاب معیارالعقول نیز دقیقاً همین روش منطقی رعایت شده است؛ به عبارت بهتر، کتاب‌های جدید از شیوهٔ منطقی کتب علمی که توسط دانشمندان مسلمان و ایرانی تدوین شده است، تبعیت می‌کند. برای مثال، عبدالرحمن خازنی در کتاب میزان‌الحکمه نیز در شرح ترازوی حکمت نخست اجزای ترازو را تشریح می‌کند. سپس، با سوار کردن اجزا و ذکر نکات فنی در انجام آن، دستگاه مورد نظر را می‌سازد.

۲. ۲. اهرم ساده

اهرم میله‌ای است که روی یک نقطهٔ تکیه‌گاهی[۳] آزادانه دوران می‌کند. جرمی که در یک انتهای اهرم قرار می‌گیرد. بار مقاوم خوانده می‌شود. به نیرویی که باعث جابه‌جایی بار می‌شود، نیروی محرک گفته می‌شود.

در کاربردهای مختلف، انواع متفاوتی از اهرم‌ها به چشم می‌خورد. حسب محل قرارگیری نقطه تکیه‌گاهی، آنها به سه دسته تقسیم می‌شوند: نوع اول اهرمی است که تکیه‌گاه بین نیروی محرک و بار مقاوم قرار گرفته است. معمولاً نوع ایرانی اهرم بیشتر از این نوع است. یکی از ترازوهای قدیمی ایرانی به نام قَپان و نیز وسیله بازی مشهور الاکلنگ[۴] نمونه‌های خوبی از اهرم نوع اول است. نقطه گاهی در قپان در محلی بین [نه لزوماً وسط] و در الاکلنگ در میانه فاصله وزنه و بار قرار می‌گیرد. در این گونه اهرم‌ها، متناسب با نیرویی که به یک انتها وارد می‌شود،نیروی محرک ممکن است مقدار خود را افزایش دهد یا ثابت نگه دارد. با توجه به اینکه اهرم ساده ابن‌سینا از نوع اول است، لذا، این نوع اهرم تفصیل مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

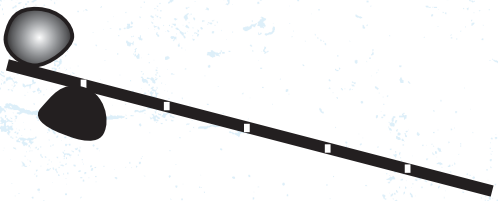
در نوع دوم اهرم‌ها، محل اعمال بار در یک انتها و نقطهٔ تکیه‌گاهی در انتهای دیگر واقع است وسیله مشهور جابه‌جا کردن بار؛ یعنی فرغون[۵] (چرخ دستی) نمونهٔ مناسبی از اهرم نوع دوم است. دسته سوم اهرم‌ها مجدداً نقطه تکیه‌گاهی در یک طرف و دو نیروی محرک و مقاوم در طرف دیگر تکیه‌گاه وارد می‌شوند اما، در این اهرم‌ها معمولاً نیروی محرک بیش از نیروی مقاوم است. هدف اصلی بیشتر تسهیل انجام یافتن عمل مورد نظر است.

تعریف ابن‌سینا از اهرم که آن را مُخل یا بیرم (بارم) می‌خواند[۶]، به زبان امروزی چنین است. میله‌ای بلند و سخت (صلب[۴]) است که آن را بر تکیه‌گاه می‌نهند و یک

نکتهٔ بسیار جالب در این کتاب آن است که همانند کتاب‌های جدید علمی برای معرفی و توصیف یک دستگاه پیچیده نخست اجزای اصلی تشکیل‌دهندهٔ آن معرفی می‌شود

سر آن را در زیر بار می‌گذارد سپس، با نیروی اندکی که به انتهای دیگر وارد می‌کنند، آن بار را بلند می‌کند. نکته‌ای که ابن‌سینا بدان اشاره می‌کند آن است که مردم اهرم را می‌شناسند اما به تقلید و از قاعدهٔ علمی آن مطلع نیستند و با مشاهده شیوهٔ به کارگیری توسط دیگران اهرم را مورد استفاده قرار می‌دهند.

شکل ۱ نمودار اهرم رسم شده در معیارالعقول را نشان می‌دهد. همان‌گونه که اشاره شد، اهرم مورد استفاده ابن‌سینا از نوع اول است. در خصوص قانون اهرم‌ها ابن‌سینا می‌گوید: «چون خواهند که بدین آلت ثقل[۷] معلوم به قوت[۸] معلوم بردارند، نسبت بعد بعید از مرکز با بعد قریب از مرکز چون نسبت ثقل به قوت نگاه دارند بتکافی»[۹].



شکل ۱: اهرم ساده از کتاب معیارالعقول [۱]

بیان واضح مطلب مذکور به زبان امروزی آن است که نسبت نیروی محرک به نیروی مقاوم برابر با نسبت طول بازوی مقاوم به طول بازوی محرک است. به زبان ریاضی به صورت زیر است (شکل ۲ را ببینید):

$$\frac{F}{R}=\frac{\ell_2}{\ell_1}\Rightarrow F=R\frac{\ell_2}{\ell_1} \qquad (۱)$$

لذا، هرچه بزرگ‌تر باشد، نیروی کمتری برای جابه‌جایی وزنهٔ R لازم است.

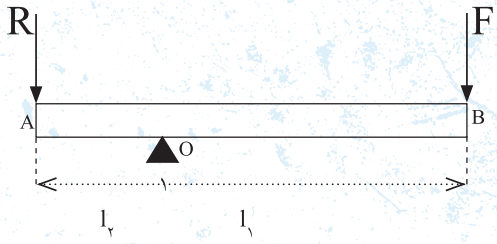
با توجه به این توضیح مزیت مکانیکی اهرم ساده مذکور در بالا برابر است با:

$$\text{م.م}=\ell_1/\ell_2 \qquad (۲)$$

ابن‌سینا مثال عددی ذکر می‌کند.[۱۰] بیان امروزی ابن‌سینا چنین است که اگر بخواهیم بار[۵] من[۱۱] را، وزن ج در شکل[۱]، با نیروی یک من بلند کنیم، بازوی محرک باید[۵] برابر بازوی مقاوم باشد. رابطهٔ (۱) می‌دهد:

$$\frac{F}{R}=\frac{1}{5}=\frac{\ell_2}{\ell_1}\Rightarrow \ell_1=5\ell_2 \qquad (۳)$$

بنابراین، مزیت مکانیکی اهرم نمونه‌ای ابن‌سینا ۵ است.



شکل ۲: پیکره آزاد اهرم ساده ابن‌سینا

استخراج قانون حاکم بر اهرم: قاعده حاکم بر اهرم‌ها را که ابن‌سینا به وضوح آن را بیان می‌کند مبتنی بر اصولی است که به راحتی می‌توان به زبان ریاضی توصیف کرد و رابطهٔ علمی حاکم بر رفتار اهرم مورد نظر را به دست آورد. این رابطه با به شیوه‌های مختلف می‌توان استخراج کرد.

روش تعادل گشتاورها: شیوهٔ ساده‌ای است که از آن می‌توان قاعدهٔ مورد نظر را استخراج کرد. اهرم حول نقطهٔ تکیه‌گاهی می‌تواند آزادانه دوران کند. معنای این سخن آن است که باید لنگر یا گشتاور[۱۲] خمشی حول نقطهٔ تکیه‌گاهی صفر باشد. اکنون با مراجعه به شکل ۲ تعادل گشتاور می‌توان نوشت:

$$\sum M_{\circ}=\circ\Rightarrow F\ell_1-R\ell_2=\circ\Rightarrow F\ell_1=R\ell_2 \qquad (۴)$$

در رابطه (۴) از هر نوع اصطکاک و مقاومت تکیه‌گاهی صرف نظر شده است و اینکه جهت نیروهای F و R در خلال حرکت همواره عمود بر اهرم باقی می‌ماند. علاوه بر این، از وزن اهرم نیز صرف‌نظر شده است.

روش انرژی: شیوهٔ علمی و عمومی‌تری است که می‌توان به کمک آن قاعدهٔ حاکم بر اهرم را استخراج کرد. در این ارتباط، اصل پایستگی یا بقای انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرد. بر این اساس، کار انجام شده توسط نیروی محرک باید برابر با کار انجام شده روی نیروی مقاوم باشد.[۱] کار به صورت حاصل ضرب نیرو در جابه‌جایی آن در امتداد نیرو تعریف می‌شود. بنابراین، اگر نیروی F به اندازهٔ u_1 و نیروی R به اندازهٔ u_2 جابه‌جا شوند (در اینجا

نیروهای F و R به ترتیب، به طور عمودی به سمت پایین یا بالا حرکت می‌کنند) داریم:

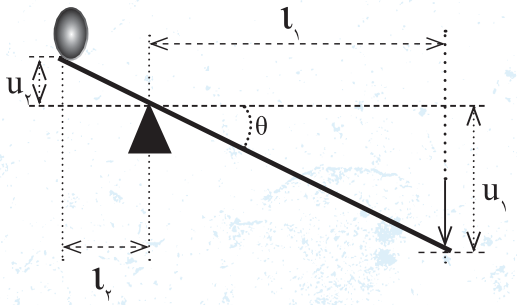
$$Fu_1 = Ru_1 \qquad (۵)$$

گفتنی است که هر دو کمیت نیرو، F یا R، و تغییر مکان، u، کمیت‌های برداری هستند، منتها چون در اینجا به ترتیب در یک راستا قرار دارند، به صورت کمّیت عددی یا نرده‌ای نوشته شده‌اند[۲].

مقادیر u_1 و u_2 معلوم نیستند. نیاز به یک رابطهٔ کمکی است. برای به دست آوردن این رابطهٔ کمکی از هندسه دستگاه بهره می‌گیریم. چون اهرم صلب فرض شده است، چنانچه اهرم به اندازه θ دوران کند. با توجه به شکل ۳ می‌توان نوشت:

$$tg\theta = \frac{u_1}{\ell_1} = \frac{u_2}{\ell_2} \Rightarrow u_1 = u_2 \frac{\ell_1}{\ell_2} \qquad (۶)$$

از قرار دادن رابطهٔ (۶) در رابطه (۵) مجدداً به رابطهٔ (۴) یا (۱) می‌رسیم.



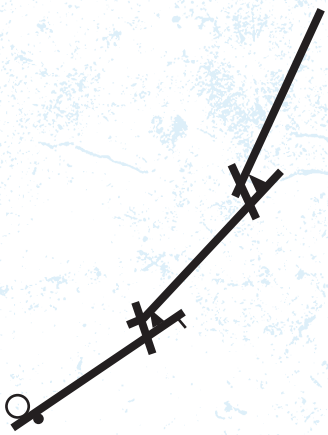
شکل ۳: نمودار اهرم ساده پس از جابه‌جایی

۲. ۳. اهرم مرکب[۱۵]

یکی از ابزارهای ساده و بسیار جالب اهرم مرکب است که در رسالهٔ معیارالعقول تشریح شده احتمالاً، اهرم مرکب از ابداعات مؤلف معیارالعقول باشد یا اینکه در قرون چهارم و پنجم مورد استفاده در کشور ایران بوده است و ابن‌سینا آن را با توضیح و ذکر مثال عددی به زبان علمی توصیف و علمی حاکم بر آن را بیان کرده است. گفته می‌شود که در غرب جان ویات[۱۶] (۱۷۰۰ - ۱۷۶۶میلادی) مفهوم اهرم مرکب را، با زبانی که امروزه استفاده می‌شود، معرفی کرد.

اهرم مرکب مجموعه‌ای به هم پیوسته از اهرم‌های ساده است که بلند کردن بارهای سنگین به مراتب راحت‌تر می‌سازد.

به هر حال، قاعدهٔ اساسی اهرم‌ها کماکان معتبر است؛ یعنی نسبت بازوهای اهرم همواره عکس نسبت نیروهاست. ابن‌سینا اهرم مرکب خود را همراه با ذکر مثالی می‌کند. تصویر اهرم مرکب ابن‌سینا در شکل ۴ نشان داده شده است.

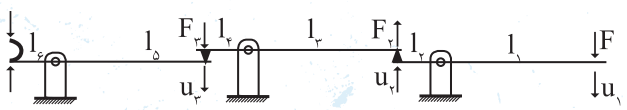


شکل ۴: اهرم مرکب ابن‌سینا [۱]

از نظر مکانیکی توصیف بوعلی از اهرم مرکبش که قادر است با نیروی معادل ده من بار ده هزار من را بلند کند، به زبان امروزی چنین است[۱]:

سه اهرم ساده با هم ترکیب شده‌اند، به نحوی که بازوی محرک هر اهرم ساده برابر با طول بازوی مقاوم آنهاست. درضمن، ترکیب این اهرم‌ها به نحوی است که نیروی مقاوم در یکی نیروی محرک برای دیگری است. از نظر کمّی بازوی محرک در هر اهرم ده برابر بازوی مقاوم است. بنابراین، نیروی معادل ده من که بر بازوی محرک اهرم بالایی وارد می‌شود، در اهرم اولی ده برابر و حاصل در اهرم دومی ده برابر و در اهرم سومی نیز ده برابر می‌شود؛ یعنی با توجه به نیروی محرک در نهایت، ده هزار من می‌شود.

توضیح مؤلف معیارالعقول کاملاً وقوف وی را نسبت به قاعده‌های علمی حاکم بر اهرم‌های ساده و مرکب می‌رساند. با توجه به توصیف ابن‌سینا، شکل بازسازی شدهٔ اهرم مرکب معیارالعقول در شکل ۵ ترسیم شده است.



شکل ۵: نمودار ترسیم شده از اهرم مرکب ابن‌سینا

رابطه نهایی که ابن‌سینا برای اهرم مرکب پیشنهاد می‌کند، و از متن مثال عددی وی استفاده می‌شود، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$F = R\frac{\ell_۶}{\ell_۵}.\frac{\ell_۴}{\ell_۳}.\frac{\ell_۲}{\ell_۱} \qquad (۷)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نیروی محرک متناسب با نسبت بازوهای مقاوم به محرک (که کوچک‌تر از یک است) است. چنانچه بار مقاوم ده هزار من و بازوی محرک هر سه اهرم ۱۰ برابر بازوی مقاوم باشد. رابطهٔ (۸) به دست می‌آید.

$$۱۰۰۰۰ \times \frac{۱}{۱۰}.\frac{۱}{۱۰}.\frac{۱}{۱۰} = ۱۰ \qquad (۸)$$

بنابراین، مزیت مکانیکی اهرم مرکب ابن‌سینا ۱۰۰۰ است.

در حالت کلی، اگر n اهرم پیاپی و با ترتیب مشخص یک اهرم مرکب را تشکیل دهند، رابطهٔ زیر بین نیروی محرک و بار مقاوم وجود دارد:

$$F = R\frac{\ell_۲}{\ell_۱}.\frac{\ell_۴}{\ell_۳}.\frac{\ell_۶}{\ell_۵}....\frac{\ell_{۲n-۲}}{\ell_{۲N-۳}}.\frac{\ell_{۲n}}{\ell_{۲n-۱}} \qquad (۹)$$

محاسبه جابه‌جایی‌های نیروی محرک و بار مقاوم نکته مهمی را آشکار می‌سازد. با توجه به شکل ۶ برای هر یک از اهرم‌ها می‌توان نوشت:

دوران و جابه‌جایی اهرم اول

$$tg\theta_۱ = \frac{u_۱}{\ell_۱} = \frac{u_۲}{\ell_۲} \Rightarrow u_۱ = u_۲\frac{\ell_۱}{\ell_۲}$$

دوران و جابه‌جایی اهرم دوم

$$tg\theta_۲ = \frac{u_۲}{\ell_۳} = \frac{u_۳}{\ell_۴} \Rightarrow u_۲ = u_۳\frac{\ell_۳}{\ell_۴}$$

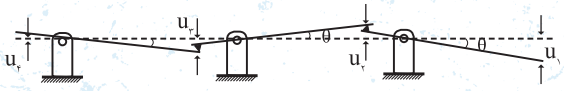
دوران و جابه‌جایی اهرم سوم

$$tg\theta_۲ = \frac{u_۳}{\ell_۵} = \frac{u_۴}{\ell_۶} \Rightarrow u_۳ = u_۴\frac{\ell_{۱۵}}{\ell_۶}$$

از ترکیب روابط یاد شده، رابطهٔ بین جابه‌جایی عمودی نیروی محرک و بار مقاوم حاصل می‌شود:

$$u_۱ = u_۳\frac{\ell_۳}{\ell_۴}.\frac{\ell_۱}{\ell_۲} = u_۴\frac{\ell_۵}{\ell_۶}.\frac{\ell_۳}{\ell_۴}.\frac{\ell_۱}{\ell_۲} \qquad (۱۰)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، میزان جابه‌جایی بار مقاوم متناسب با نسبت‌های بازوهای محرک و مقاوم است، لذا، میزان جابه‌جایی بار مقاوم می‌تواند بسیار کوچک باشد.



شکل ۶: نمودار اهرم مرکب ابن‌سینا پس از جابه‌جایی

براساس رابطهٔ (۱۰) اگر نیروی محرک در اهرم مرکب ابن‌سینا یک متر جابه‌جا شود، بار مقاوم فقط یک میلی متر جابه‌جا خواهد شد که چندان کاربردی نیست. تعمیم رابطهٔ (۱۰) برای ترکیب سری n اهرم عبارت است از:

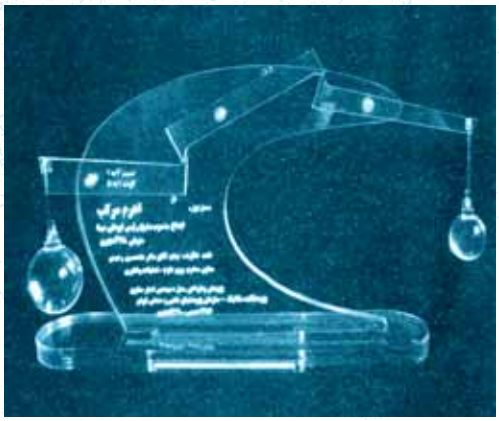
$$u_۱ = u_{n+۱}\frac{\ell_۱}{\ell_۲}.\frac{\ell_۳}{\ell_۴}.\frac{\ell_۵}{\ell_۶}...\frac{\ell_{۲n-۳}}{\ell_{۲n-۲}}.\frac{\ell_{۲n-۱}}{\ell_{۲n}} \qquad (۱۱)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، اگر بلند کردن بار سنگین با نیروی کم مدنظر باشد، هر چه بازوهای محرک نسبت به بازوهای متناظر مقاوم بلندتر باشند، به نیروی محرک کمتری نیاز است. از سوی دیگر، جابه‌جایی بار مقاوم می‌تواند چنان کوچک باشد که عملاً استفاده از اهرم مرکب را بی‌فایده سازد. در هر حال، همواره می‌توان رابطه بهینه‌ای بین نیروی محرک و جابه‌جایی بار مقاوم مورد نیاز با تنظیم دقیق طول اهرم‌ها پیدا کرد. نکتهٔ مهمی که باید مجدداً تأکید شود آن است که کار انجام شده توسط نیروی محرک (حاصل ضرب نیرو در جابه‌جایی) برابر با انرژی پتانسیل (درون ما موقعیتی) ذخیره شده در بار مقاوم (یا کار انجام شده روی بار مقاوم) است.

۳. ساخت یک اهرم نمونه‌ای

اهرم مرکب ابن‌سینا بر پایه توصیف وی در رسالهٔ معیارالعقول از جنس و پلاکسی گلاس ساخته شده است. این نمونه اهرم مرکب متشکل از سه اهرم ساده است که در شکل ۷ نشان داده شده است.

بازوی محرک هر اهرم دو برابر بازوی مقاوم آن است. در نتیجه، نیروی ورودی ۸ برابر می‌شود، و بنابراین، مزیت مکانیکی آن ۸ است. اهرم مرکب ساخته شده به خوبی کار می‌کند.



شکل ۷: تصویر دو نمونه از اهرم مرکب ساخته شده

مقاومت اهرم در برابر بارهای وارده: با توجه به مطالب بیان شده و آنچه در پی می‌آید، اجزا و قطعات در نظر گرفته شده، صلب در نظر گرفته می‌شود. جسم صلب جسمی است که بر اثر نیروهای وارده اجزای آن نسبت به یکدیگر حرکتی ندارند؛ به عبارت دیگر، هیئت داخلی و بیرونی جسم بدون تغییر باقی می‌ماند. اجسام واقعی در برابر نیروهای خارجی شکل پذیرند که میزان آن به مقدار نیروی وارده و خواص فیزیکی و مکانیکی جسم وابسته است. این موضوع مهم در بحث مقاومت در بحث مقاومت مصالح مطرح می‌شود.

یکی از نکاتی که در کتاب معیارالعقول همواره مورد توجه قرار گرفته است، مقاومت[17] جسم در برابر نیروهای وارده است که از آن به «برتابیدن» تعبیر شده است. مثلاً برای اهرم اول ابن‌سینا می‌گوید: «... چنانکه ده هزار من بار برتابد» و برای اهرم وسط: «... چنانکه هزار من بار برتابد همین ترتیب؛ به عبارت دیگر، مؤلف کتاب معیارالعقول بر این امر کاملاً واقف بوده است که اهرمی هر باری را نمی‌توان بلند کرد و باید مقاومت یا قابلیت تحمل اهرم متناسب با بار وارد شده باشد. علاوه بر این، به این نکتهٔ ظریف نیز توجه شده است که در اهرم مرکب دلیلی نیست اهرم‌ها مقاومت یکسانی داشته باشند. با استفاده از روابط مشهور مقاومت مصالح می‌توان مقاومت نمونه‌ای معیارالعقول را، با توجه به جنس و هندسه آن، به سادگی محاسبه و آن را طراحی کرده است.

نکته‌های آموزشی

اکنون با توجه به توصیف علمی یاد شده، مهم‌ترین نکته‌های آموزشی حاصل از طرح و تحلیل ساده و مرکب ابن‌سینا را می‌توان به قرار زیر دانست:

۴. ۱. اهرم‌ها از ساده‌ترین اجزای سازه‌ای مکانیک محسوب می‌شوند. بنابراین، با طرح این مسئله یک وسیله قدیمی مطرح می‌شود و هم نمونه‌ای که کماکان مورد استفاده است، تشریح می‌شود بر این، وسیله چنان ساده به نظر می‌رسد که هیچ دانشجویی در تصور اهرم ساده و مرکز کاربردهای کنونی آن مشکلی نخواهد داشت.

۴. ۲. با درج شکل ترسیم شده در کتاب معیارالعقول دانشجویان با نحوه ترسیم نمودارهای فنی و به ویژه نمادگذاری فارسی در کتب علمی قدیمی ایران آشنا می‌شوند.

۴. ۳. با درج تحلیل ابن‌سینا از اهرم، دانشجویان با نحوه توصیف علمی رفتار سازه‌ها در کتب دانشمندان مسلمان آشنا می‌شوند. خاصه آنکه چگونه دانشمندان از روش غیرنمادین می‌کرده‌اند و آنچه اینک با زبان ریاضی توصیف می‌شود، در گذشته به شیوه لفظی بیان می‌شد.

۴. ۴. به منظور به کارگیری اصول علمی [در اینجا مکانیک] در توصیف رفتار سازه‌ها، معمول که جسم مورد نظر را از اجسام دیگر به گونه‌ای مجزا کنیم که بتوان به طور کامل و دقیق نیروهای وارد شونده به جسم را در نظر گرفت. این فرایند مجزا و منفردسازی ذهنی انجام و بر روی کاغذ رسم می‌شود. به چنین نمودار جسم منزوی شده‌ای که روی نیروهای خارجی وارد شده نمایش داده شده است، نمودار جسم آزاد گفته می‌شود. با استفاده اهرم‌های ساده و مرکب ابن‌سینا می‌توان مفهوم نمودار جسم آزاد را آموزش داد.

۴. ۵. برای تشریح مفهوم تعادل نیروها و گشتاورها، اگر اهرم در حالت استاتیکی لحاظ شود، می‌توان از این مثال بهره گرفت. شرایط تعادل[18] یک جسم آن است که برایند تمام نیروها و گشتاورهای وارد بر جسم صفر

با درج تحلیل ابن‌سینا از اهرم، دانشجویان با نحوه توصیف علمی رفتار سازه‌ها در کتب دانشمندان مسلمان آشنا می‌شوند

باشد. تعادل نیروهایی که می‌توانند هم امتداد باشند [که فقط یک معادله تعادل نیروها خواهیم داشت]، یا در یک صفحه و متقاطع باشند [که به دو معادله تعادل نیرو نیاز است] یا حالت کلی نیروهای واقع در یک صفحه [که با دو معادله تعادل ممان نیاز است] را به کمک اهرم‌های ابن‌سینا می‌توان توضیح داد و تشریح کرد.

۴. ۶. مفهوم کار و انرژی را به بهترین شکل با استفاده از اهرم‌های ابن‌سینا می‌توان تشریح کرد. موازنه کار خارجی انجام شده و افزایش انرژی پتانسیل بار مقاوم با این مثال ساده به سادگی معرفی و تفهیم می‌شود.

۴. ۷. همان‌گونه که نشان داده شده، با استفاده از مثال اهرم‌های ساده و مرکب می‌توان مفهوم و قانون حاکم بر اهرم ساده را به اهرم مرکب سه جزئی و سپس، به دستگاهی متشکل از n اهرم تعمیم داد و از این طریق دانشجو را با شیوه تعمیم علمی آشنا ساخت. علاوه بر این، با استخراج قانون حاکم بر حرکت اهرم مرکب متشکل از n اهرم، حالت‌های خاص اهرم مرکب سه تایی یا اهرم ساده به دست می‌آید. در اینجا حتی به کمک این مثال می‌توان دانشجو را با مفهوم استقرا و قیاس و در نتیجه، حرکت از جز به کل و از کل به جز کاملاً آشنا ساخت.

۴. ۸. به کمک مثال اهرم‌ها می‌توان مفهوم درجهٔ آزادی[۱۹] را نیز تشریح کرد. درجه‌های آزادی یک دستگاه مکانیکی تعداد مختصات مستقلی است که برای توصیف کامل هیئت دستگاه لازم است. در این ارتباط می‌توان اهرم مرکب متشکل از n اهرم را به صورت تمرین در نظر گرفت.

۴. ۹. مفهوم کار مجازی به سادگی با استفاده از مثال اهرم‌ها قابل طرح و توضیح است و اینکه به کمک اصل کار مجازی می‌توان رابطه حاکم بر حرکت اهرم‌ها را استخراج کرد.

۴. ۱۰. علاوه بر استاتیک [یا دینامیک] اهرم‌ها به مثابه یک جسم صلب، می‌توان اهرم‌ها را به عنوان اجسام شکل‌پذیر نیز در نظر گرفت. در این حالت موضوع وارد حوزهٔ مقاومت مصالح می‌شود. مفاهیمی مانند مقاومت، نمودارهای توزیع نیروهای برشی و لنگرهای خمشی را به کمک اهرم‌های ابن‌سینا می‌توان به نیکی توضیح داد.

۴. ۱۱. با مثال اهرم می‌توان طراحی تیرهای منشوری و غیرمنشوری را برای تحمل برش و خمش تشریح کرد. علاوه بر این، می‌توان پروژهٔ طراحی اهرم مرکب را با حداقل وزن اهرم‌ها در اهرم مرکب ابن‌سینا طرح و ارائه کرد.

۴. ۱۲. در حین تحلیل اهرم به مفاهیمی مانند موارد زیر می‌توان اشاره کرد:

الف. مزیت مکانیکی و بازده مکانیکی و اهمیت آن در طراحی؛

ب. رفتار سازه‌ای که از نظر استاتیکی نامعین است. بدین معنا که در استخراج معادله حاکم بر علاوه بر معادله تعادل نیاز به روابط سینماتیک نیز هست؛

پ. انواع نیروهای مکانیکی وارد شونده به سازه‌ها (نیروهای سطحی با مرزی و حجمی یا کالبدی

ت. محدودیت‌های مهندسی در طراحی سازه‌ها، برای مثال، برای افزایش مزیت مکانیکی دستگیره نمی‌توان اهرم را با هر طولی ساخت. در این ارتباط به ادعای مشهور هرون اسکندرانی [که به غلط به ارشمیدس منسوب شده است] مبنی بر اینکه اگر اهرمی و نقطه اتکایی بدهید، من زمین را جابه‌جا می‌کنم، می‌توان اشاره کرد و اینکه ابن‌سینا با توجه به مقاومت اهرم‌ها به این نکته واقف بوده است

ث. مفهوم اجسام صلب و شکل‌پذیر؛

ج. مفهوم گرانیگاه (مرکز ثقل) و نحوه تعیین آن در میله‌ها و اهرم‌های ساده و مرکب؛

و مفاهیم و کمیت‌های متعدد دیگر.

در انتها شاید ذکر است که نمونه انتخاب شده برای دروس استاتیک، مقاومت مصالح تعمیم‌های مناسب، بخشی از درس طراحی اجزای ماشین قابل استفاده است. علاوه بر این، باید تأکید کرد که تمام مفاهیم، اصول و قانون‌های مذکور در بندهای یاد شده را با نمونه‌ها و مثال‌های جدید می‌توان توضیح داد اما، این روش فاقد بخشی از مزیت‌هایی است که به آنها اشاره شد.

۵. نتیجه‌گیری

همان‌گونه که در این مقاله نشان داده شد، با استفاده از متون علمی دانشمندان تمدن ایران و اسلام می‌توان به توصیف، تشریح و تفهیم‌بخشی از مفاهیم علمی جدید مبادرت ورزید.

علاوه بر این همان‌گونه که نشـان داده شد، به کمک مثال‌ها و نمونه‌های قدیم می‌توان بـه طرح می‌توان به طرح تمرین‌ها و مسائل مختلف با سطوح پیچیدگی متفاوت پرداخت.

هرچند که تمرکز اصلی بر مباحث مهندسی مکانیک بود، ولی برای مثال، با اسـتفاده از کتاب کرجی در حوزه مهندسی عمران [۳] و کتاب الحیل بنوموسی در حوزه کنترل مکانیکی [۴] و نظایر آن، می‌توان به شیوه مشابه اقدام کرد.

تشکر و قدردانی

از مهندس سـتاری که سـاخت اهرم مرکـب را بر عهده داشته‌اند، تشکر می‌شود. از آقای مهندس صالح و همکاران که ترسیم کامپیوتری شکل‌ها را تقبل کرده‌اند، قدردانی می‌شود.

مفهوم کار مجازی به سادگی با استفاده از مثال اهرم‌ها قابل طرح و توضیح است و اینکه به کمک اصل کار مجازی می‌توان رابطه حاکم بر حرکت اهرم‌ها را استخراج کرد

پی‌نوشت

۱. این مقالات در شماره‌های ۴۷ (سال ۱۳۸۹)، ۴۴(سال ۱۳۸۸)، ۴۲ (سال ۱۳۸۸)، ۳۹ (سال ۱۳۸۷)

۲. ۳۵ (سـال ۱۳۸۶)، ۳۳ (سـال ۱۳۸۶)، ۲۹ (سـال ۱۳۸۵) و ۲۵ (سـال ۱۳۸۴) فصنامه آموزش مهندسی به چاپ رسیده است.

3. Fulcrum

4. Cantharis

5. Wheelbarrow

۶. «این آلت سخن معروف است، لیکن عامهٔ خلق به تقلید دانند و آن جرمی اسـت صلب و دراز، قسمت کرده به اقسام چندانکه باید یعنی نصف و ثلث و ربع و مانند آن اجزا بر وی پیدا آورده و جرمی دیگر صلب در زیر آن جرم نهند و یک سـر وی در زیـر ثقلی که آن را خواهند برداشـت کنند و دیگر سـر وی سوی زمین کشـند ثقل بر بالا آید به آسـانی و صورتش اینست.» (معیارالعقول، صفحات ۳۳ و ۳۴)

4. Rigid

۷. ثقل: بارگران، وزن، جمع ثقل، أثقال

۸. قُوت: نیرو، جمع آن قوا؛ زور و طاقت نیز از معانی عمومی آن است.

۹. «معیار العقول» - صفحات ۳۴ و ۳۵

۱۰. ابن‌سـینا می‌نویسـد: «مثلاً خواهیم از این آلت ثقل پنج من را به قوّت منی برداریم چنانکه متکافی باشد، چون ثقل ج. سرب را از چوب آب در زیر ثقل کنیم و قسـم د را که سُدس جرم است از سوی ثقل مرکز کنیم و جرم را در زیر د نهیم و سرا را از جرم آب بقوّت منی سوی زمین کشیم - ثقل خ را که پنج من است بر بالا آرد» (معیارالعقول، صفحه ۳۵).

۱۱. من: معادل سه کیلوگرم

12. Moment

۱۳. بـه عبـارت دیگـر، در هر حالت و موقعیتی، رفتار ماشـین سـاده باید به گونه‌ای باشـد که اصل پایسـتگی کار و انرژی برقرار باشـد. یعنی اگر از اسـتهلاک‌ها صرف‌نظر شود، کار خروجی دسـتگاه باید برابر با مقدار کار یا انرژی داده شده به آن باشد.

۱۴. در فیزیـک جدیـد یکای(واحد) کار یا انـرژی نیوتن متر (Nm) نیوتن یکای نیروی است.

15. John wyatt Compound Lever

۱۶. «چـون خواهند که بدین آلت ده هزار من بار بقوت ده من بردارند چون ثقل «ه» بیر می‌سـازند از چوب یا آهـن چنانکه ده هزار من بار برتابد چون بیرم «اب» و سـر «ب» را در زیر ثقل «ه» کنند و جرمی صُلب در زیر بیرم نهند چون جرم «ط» و قسـم «ط ا» ده بار چند قسـم «ط ب» کنند. آنگاه بیرمی دیگر سـازند چنانکه هزار من بار برتابد چون بیرم «د ج» و سـر «ج» را از آن دو سـر با بیرم «ا ب» ترکیـب کنند و جرمی صلب در زیر آن نهند چنانکه «ط» و از اسـتقامت ببـرم «ا ب» به بیرون نیاید چون جرم «ک» و این جرم «ک» باید که در میان هر دو بیرم بود نه بر زمین و قسـم «د ک» ده بار چند قسم «ک ج» کنند.

پس بیرمی دیگر بیاورند چنانکه صد من بار برتابد چون برم «ر ح» و بر بیرم «ج د» ترکیـب کننـد همچنانکه «ج د» را بر «ا ب» کرده‌اند و جرمی صلب در میان بیرم «ج د» و «بیرم «ح ر» نهند چنانکه در بیرم «ا ب» و بیرم «ج د» و بیـرم «ح ر» نهنـد چنانکه در بیرم «ا ب» و بیرم «ج د» کرده‌اند چون جرم «ص» و قسم «ر ص » ده بار چند قسم «ص ح» کنند تا قوت بر ثقل غلبه کند. آنگاه سـر «ر» را از بیرم «ر ح» بقوت ده من سـوی زمین کشند ثقل «ه» را که ده هزار من اسـت به آسانی بر بالا برد و صورتش این است.» (معیار العقول، ص ۴۸ و ۴۹)

17. strength

18. Equilibrium Condititions

19. Degrees of Freedom

20. shouel

منابع

۱. **معیارالعقـول**. منسـوب به ابوعلی‌سـینا، مقابله و حواشـی و مقدمه از جلال‌الدین همایی، ۱۳۳۱.

۲. رحیمی، غلامحسین، **ماشین‌های ساده و مرکب در معیارالعقول**، موزه علوم و فناوری، تهران: خردادماه ۱۳۸۹.

۳. آیتلا بیر، **کتاب‌الحیل از منظر مهندسـی کنترل**، ترجمه غلامحسین رحیمی، پژوهشگاه علوم انسانی، تهران: ۱۳۸۹.

۴. رحیمی، غلامحسـین، **ترازهـای کرجی**، کتابخانهٔ ملـی ایران، دی ماه ۱۳۸۹.