محمد کرجی

ریاضی‌دان ایرانی

کلیدواژه‌ها: محمد کرجی، جمشید کاشانی، ابوالوفای بوزجانی، خیام، مقدمات، اقلیدس، فرنتس وپکه، آدولف هوخهام، بسط دو جمله‌ای

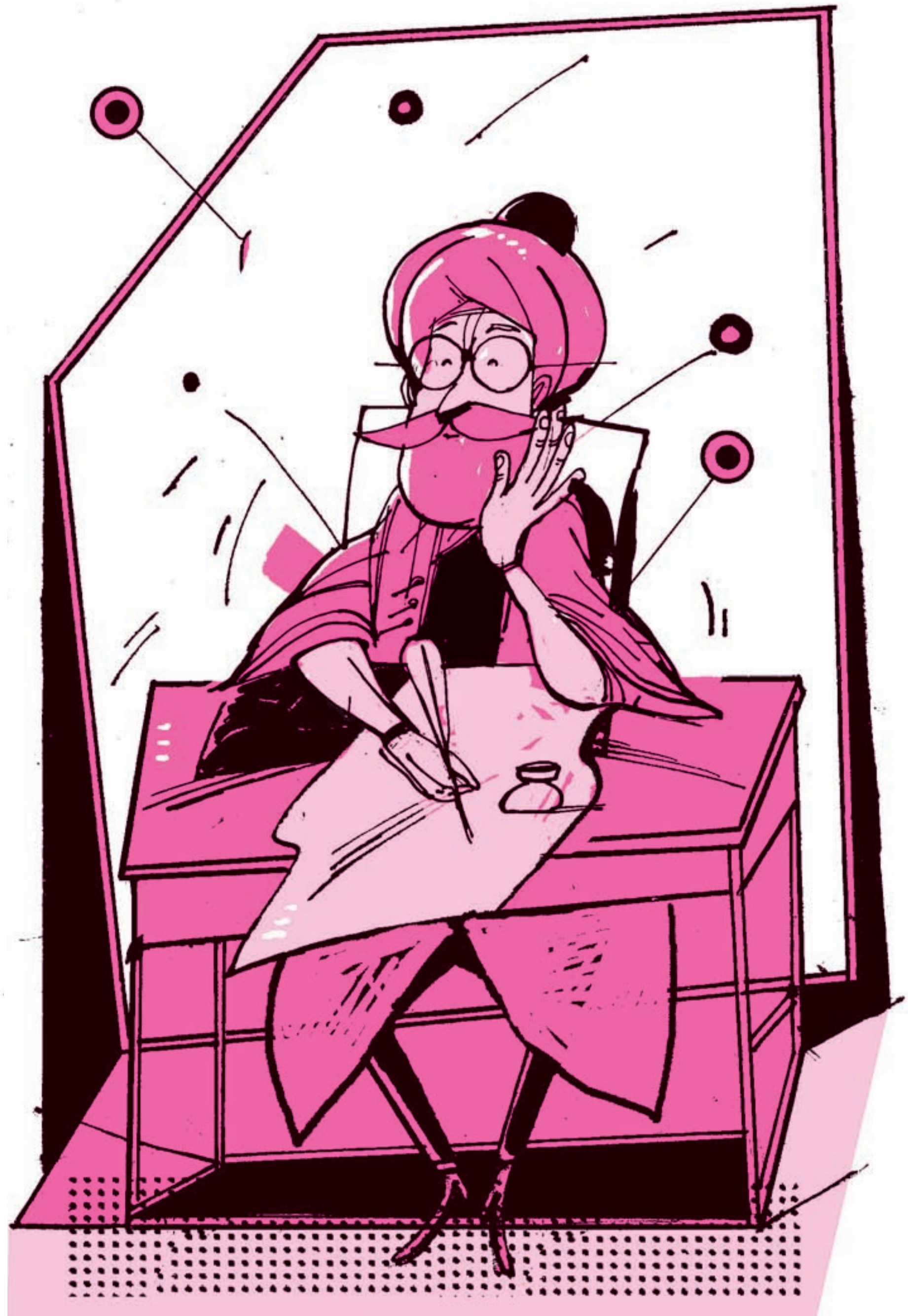
ریاضی‌دانان ایرانی، دوره‌ای از تاریخ ریاضی را دربرگرفته‌اند که از سدهٔ سوم تا سدهٔ نهم هجری ادامه داشته است که یک دورهٔ کامل از تکامل ریاضیات است و بیشتر دورهٔ کاربردی ریاضیات بود. بیشتر ریاضی‌دانان ایرانی، از **محمد خوارزمی** تا **جمشید کاشانی**، به ریاضیات محاسبه‌ای نظر داشتند تا بتوانند دشواری‌هایی را که در عمل پیش می‌آید، برطرف کنند. آن‌ها حساب و روش‌های محاسبه را پیش بردند و عددنویسی هندی را که در آن از ۱۰ نماد استفاده می‌شد ـ به همین شیوهٔ امروزی در مبنای ۱۰ نوشته می‌شد و «موضعی» بود؛ یعنی رقم‌ها بسته به جای خود ارزشیابی می‌شدند ـ قبول کردند.

جبر در ایران و به‌وسیلهٔ محمد خوارزمی به‌وجود آمد و هنوز هم در سراسر جهان به همان نامی شناخته می‌شود که خوارزمی بر آن گذاشت. در ضمن خوارزمی نخستین الگوریتم‌ها را برای جبر و در رابطه با حل معادلهٔ درجه دوم آورده است. **بیرونی** و **ابوالوفای بوزجانی**، مثلثات را به دنبال قانون‌های نخستین آن (که باز هم کار ایرانی‌ها بود)، یعنی رابطه‌های مثلثاتی را (چه روی صفحه و چه روی سطح کره) آوردند که بیشتر در اخترشناسی کاربرد داشت. سرانجام جمشید کاشانی با حل جبری یک معادلهٔ درجهٔ سوم، سینوس یک درجه را با دقت تا هر میزان دل‌خواه محاسبه کرد. خواجه نصیر توسی نیز توانست براساس کار ریاضی‌دانان پیش از خود، نخستین کتاب مثلثات را به نام «کشف القناع...» بنویسد.

در واقع، ریاضی‌دانان ایرانی زیر تأثیر «انگیزهٔ بیرونی» ریاضیات بودند، یعنی دشواری‌هایی را که از «بیرون» در برابر ریاضیات گذاشته می‌شد، حل می‌کردند. البته، این وضع را نباید به معنای آن گرفت که از «انگیزهٔ درونی» ریاضیات پرهیز می‌کردند. از جمله، **ابوالوفای بوزجانی**، به‌صورت «نیمه‌آشکار» از معکب‌هایی که بیش از سه بعد داشته باشند، صحبت می‌کند. یا **فضل نیریزی** و **خیام**، «مقدمات» **اقلیدس** را به چالش می‌کشند.

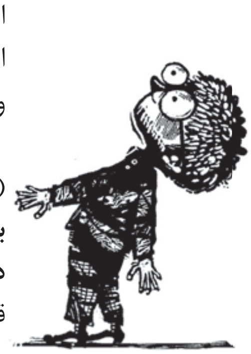
ریاضی‌دانان ایرانی در بحث‌های نظری خود، عدد را به عنوان عدد حقیقی تعریف می‌کنند و زمینه را برای پیدایش آنالیز ریاضی مهیا می‌سازند. ریاضیات ایرانی، بعد از ریاضیات یونانی و با استفاده از همهٔ دستاوردهای ریاضیات نظری یونانی و ریاضیات کاربردی پیش از آن به‌وجود آمد و خود در مجموع، جنبهٔ کاربردی داشت، ولی بسیاری چیزها هم به ریاضیات نظری افزود.

در این میان به ریاضی‌دانی به نام **محمد کرجی** (با کنیهٔ ابوبکر) برمی‌خوریم که به قول **فرنتس وپکه**، خاورشناس و ریاضی‌دان آلمانی، به‌راستی شگفت‌انگیز است. وُپکه یکی از کتاب‌های کرجی را به نام «الفخری فی الجبر و مقابله» [کتاب فخری در جبر و مقابله] از روی نسخهٔ خطی که در پاریس موجود بود، در سال ۱۸۵۳ در ۲۶۵ صفحه با شرح و تفصیل منتشر کرد. به دنبال آن، **آدولف هوخهام** کتاب «الکافی فی الحساب» [بحثی دربارهٔ حساب] کرجی را در



سه جلد در سال‌های ۱۸۷۸ و ۱۸۸۰ به آلمانی ترجمه و منتشر کرد. این دو کتاب سرآغاز آشنایی اروپاییان با این دانشمند بزرگ ایرانی بود. کتاب الکافی فی الحساب دارای ۷۰ بخش و دربارهٔ حساب، هندسه و جبر است.

کتاب فخری به نام **فخرالملک** (محمدبن علی بن خلف)، وزیر **بهاءالدولهٔ دیلمی** پسر **عضدالدولهٔ دیلمی** (که از ۴۰۱ تا ۴۰۷ هجری قمری بر عراق کنونی حکومت می‌کرد و در سال ۴۰۷ هجری قمری کشته شد) نوشته شده است. کتاب وُپکه به دلیل ارزش خود مورد توجه خاورشناسان قرار گرفت ولی در نسخه‌ای که مورد استفادهٔ وُپکه بود، نسخه‌نویس نام «کرجی» را «کرخی» آورده بود و وُپکه هم، کرجی را اهل کرخ (یکی از محله‌های بغداد) دانسته است.



انتساب کرجی به عراق کنونی نزدیک به ۵۰ سال بین مورخان ریاضیات رواج داشت تا این‌که در سال ۱۹۳۴، **لوی دولاویدا،** خاورشناس ایتالیایی ثابت کرد که کرخی اشتباه نسخه‌نویس بوده و در واقع، کرجی اهل ایران و از ناحیهٔ «کرج» در نزدیک شهرری (و تهران کنونی) است نه عراق. لوی دولاویدا به کتاب‌های خطی «البدیع فی الحساب» (در کتاب‌خانهٔ واتیکان) و کتابی از کرجی مربوط به جبر در کتاب‌خانهٔ آکسفورد و غیره، استناد می‌کند که همه‌جا نام «کرجی» با جیم نوشته شده است. علاوه بر این، **سموییل یحیا مغربی** که ۷۰ سال بعد از مرگ کرجی می‌زیسته و کتاب «الباهر فی العلم الحساب» را نوشته است و در کتاب خود بارها به نوشته‌های کرجی استناد می‌کند، همه‌جا او را کرجی می‌نامد و نه کرخی.

خود کرجی در پیش‌گفتار کتابش به نام «استخراج آب‌های معدنی» با ترجمهٔ زنده‌یاد **خدیو جم** می‌گوید:

«هنگامی که به عراق وارد شدم و دیدم که مردم آنجا از کوچک و بزرگ دانش‌دوست و قدرشناس علم هستند و دانشمندان را گرامی می‌دارند، کتاب‌هایی در حساب و هندسه تألیف کردم.» یعنی از جای دیگری به عراق آمده بوده است. خود دولاویدا کتاب‌های «البدیع» و «علل حساب الجبر و المقابله» را معرفی و به ایتالیایی ترجمه کرده است.

آنچه از زندگی کرجی می‌دانیم، چندان زیاد نیست. باید در زادگاه خود «کرج» مقدمه‌های دانش را فراگرفته و بعد به شهری که در آن زمان مرکز دانشمندان بوده و کتاب‌خانه‌ای مجهز داشته است، در جست‌وجوی کتاب‌های مورد علاقه‌اش رفته باشد. احتمالاً بعد به

بغـداد رفته و به خدمـت فخرالملک مزبـور، وزیـر بهاءالدوله و پسـرش **سـلطان‌الدوله**، معروف به ابوشجاع، درآمده اسـت. کرجی در سال ۴۰۳، بعد از کشته شدن بهاءالدوله عراق را ترک کرده و به زادگاه خود برگشـته است. در بازگشت، به دستور **ابوغانیم** (معـروف بـه محمد) کاتـب و وزیر **منوچهر قابوس** کـه از ۴۰۳ تا ۴۲۰ هجری قمری حاکم طبرسـتان بوده، کتاب «اسـتخراج آب‌های پنهانی» را نوشته اسـت. کرجی در حدود سال ۴۲۰ هجری قمری (۱۰۲۹ میلادی) درگذشته است.

از نوشـته‌های او (که تـا ۸۰ اثر شـمرده‌اند)، تعداد اندکی باقی مانده، ولی از همیـن کتاب‌های باقی مانده، می‌توان دربارهٔ کرجی و نوآوری‌های او داوری کرد. کرجی یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایرانی است و تا آن‌جا که ما اطلاع داریم، بسیاری از دیدگاه‌های او تازه‌اند و به تکامل ریاضیات، به‌ویژه در زمینه جبر یاری فراوان رسانده‌اند.

کتاب‌هایی که از کرجی به‌دست ما رسـیده، نشـان می‌دهد که او روی حساب، جبر، معادله‌های سیّال، مسّاحی، اخترشناسـی و آب‌های زیرزمینی کار می‌کرده اسـت. او مجهول (x) را **شیء**، مربع آن (x^2) را **مال**، مکعب آن (x^3) را **کعب**، توان چهارم را **مال‌مال**، توان پنجم را **کعب مال**، و غیـره می‌نامد. برای هر (x^n)، عکس آن را جسـت‌وجو می‌کند ($\frac{1}{x^n}$)؛ به‌نحوی که حاصل‌ضرب آن‌ها برابر واحد شود.

او خود را از قید سطح و حجم (که یونانی‌ها و به تبعیـت از آن‌ها، ایرانی‌ها برای x^2 و x^3 به‌کار می‌بردند) آزاد می‌کند و عبارت‌های جبری را مثل «مال‌مال و ۳ کعب منهـای ۶» (x^4+3x^3-6) مـورد بحث قرار می‌دهـد. از این راه از قاعده‌های حسـاب برای جمع، تفریق، ضرب و تقسیم چندجمله‌ای‌ها استفاده می‌کند. او عدد منفـی را «عدد ناقص» و عدد مثبت را «عـدد زیادتی» یا عدد اضافی می‌نامد و از جمله از رابطهٔ

$$a-(-b)=a+b$$

آگاهی داشته اسـت ولی نتوانسته است جبر چندجمله‌ای را پیدا کند، زیرا این کار مستلزم اطلاع از عمل‌هایی نظیر

$$-a-(-b)=-(a-b)$$

بوده که کرجی کشـف نکرده بود؛ یعنی نمی‌توانست یک مقدار منفی را از مقدار منفی دیگری کم کند.

می‌بینیـم که محمـد کرجی هم در زمینهٔ ریاضیـات کاربردی کار کرده اسـت (مثل مسـاحی، اخترشناسی و استخراج آب‌های پنهانی) و هم در زمینهٔ ریاضیات نظری. او با دید تازه‌ای به چند جمله‌ای‌ها، به توان‌های بالای مجهول و به عددهای منفی نگاه می‌کرد؛ درست همان‌گونه که ما امروز فکر می‌کنیم.

کرجی و ضریب‌های بسط دوجمله‌ای

در سال ۱۹۴۸، **پائول تیولی**، مورخ ریاضی اهل آلمان، وجود دستور **نیوتون** را بـرای توان‌های درسـت و مثبت، در «مفتاح‌الحسـاب» **جمشـید کاشانی**، مشـهورترین ریاضی‌دان سدهٔ پانزدهم میلادی، کشـف کرد. سپس احمداف، مـورخ ریاضی اهـل تاشـکند، قانون تشـکیل ضریب‌های دوجمله‌ای را در یکی از رساله‌های **خواجه نصیر توسی**، ریاضی‌دان سده سـیزدهم کشف کرد (این رسـاله دربارهٔ محاسـبه به یاری تخته و شن بحث می‌کند). چه جمشید کاشانی و چه توسی این قاعده را ضمن بررسی قانون‌های مربوط به ریشهٔ عددها آورده‌اند.

هم‌چنین براساس آگاهی‌هایی که داریـم، خیام، ریاضی‌دان، فیلسـوف و شاعر ایرانی سده‌های یازدهم و دوازدهم میلادی، در رساله‌ای، از کتاب خود به نام «درستی روش هندی در جذر و کعب» نام می‌برد (این کتاب هنوز پیدا نشـده اسـت) که در آن به تعمیم قانون‌های هندی دربارهٔ جذر و کعب پرداخته است. بر همین اساس می‌توان معتقد بود که خیام هـم در نیمهٔ دوم سـدهٔ یازدهم میلادی از دستور نیوتون برای توان‌های مثبت و درست دو جمله‌ای اطلاع داشته است.

در سال ۱۹۷۲ میلادی، **صلاح احمد** و **رشدی راشد** (مورخان ریاضی)، رسالهٔ **ابونصر سموییل یحیا مغربی**، ریاضی‌دان و اخترشناس سدهٔ دوازدهم میلادی را به نام «الباهر فی علم‌الحساب» در دمشق چاپ کردند. مغربی موضوع‌هایی از رسالهٔ کرجی را و به‌ویژه بخشی را که مربوط به ضریب‌های بسط دوجمله‌ای است، نقل کرده است. این رسـالهٔ کرجی تاکنون پیدا نشده اسـت و مغربی هم نام آن را نمی‌آورد، ولی به ظاهر باید همان کتاب «فی حساب الهند» باشد که خود کرجی در کتاب «البدیع فی الحساب» خود از آن یاد کرده است.

سـموییل مغربی در فصل چهارم از بخـش دوم کتاب «الباهـر فی علم الحساب» قاعدهٔ بسـط $(a+b)^n$ را برای حالت‌هایی که n برابر ۲، ۳، ۴ و ۵ باشد بیان می‌کند. در اینجـا ما برگردان آن را از کتاب صلاح احمد و رشـدی راشد می‌آوریم:

«حالا قاعده‌هایی را می‌آوریم که به کمک آن‌ها می‌تـوان تعداد جمله‌ها را برای ضرب در جمله‌های دیگر، وقتی که

یک عدد به دو بخش تقسیم شده باشد، پیدا کرد. کرجی می‌گوید: اگر تو این را می‌خواهی، به عنوان اساس کار، واحد را زیر واحد بگذار. سپس واحد را به ستون بعد ببر. واحدی را که زیر واحد اول قرار دارد، به آن اضافه کن می‌شود دو. این دو را زیر واحد بگذار و بعد دوباره یک واحد زیر آن قرار بده، به‌دست می‌آوری: واحد، دو، واحد. این به تو نشـــان می‌دهد که مربـــع هر عدد، وقتی از مجموع دو عدد تشکیل شده باشد، چنین است که هر کدام از عددها را باید یک‌بار در خودش ضرب کنی. زیرا در هر دو طرف واحد و واحد داری و هر عـــدد را در عدد دیگر باید دو بار ضرب کنی، چون در وســـط، دو داری. در مجمـــوع، مربع این عدد را به‌دست می‌آوری.

«حالا دوباره واحد را به ســـتون بعد ببر. واحد را به دو برابر اضافه کن. ســـه به‌دست می‌آوری. آن را زیر واحد بنویس. دو را به واحد که زیر آن است اضافه کن. سه به‌دســـت می‌آوری. آن را به زیر سه بنویس. در ستون سوم به‌دست می‌آوری: واحد، سه، سه، واحد. از اینجا تو می‌دانی مکعب هر عدد، وقتی از دو عدد تشـــکیل شده باشد، چنین است: هر کدام از عددها را مکعب کن و هـــر عدد را در مربع دیگری سه بار ضرب کن.

«واحد ســـتون ســـوم را به ســـتون چهارم ببر. سپس واحد را به سه که زیر آن است، اضافه کن، شش به‌دست می‌آوری. آن را زیر چهار بنویس. بعد دومین ســـه را به واحد اضافه کن. چهار به‌دست می‌آوری. آن را زیر شش بنویس. در ستون چهارم به‌دست می‌آوری: واحد، چهار، شش، چهار، واحد. از اینجا تو می‌دانی که مربع مربع عدد، وقتی از مجموع دو عدد تشـــکیل شده باشد، چنین است: هر کدام از عددها را مربع مربع می‌کنـــی، زیرا در انتها واحد داری. سپس هر عدد را در مکعب دیگری چهار مرتبه ضـــرب می‌کنی، زیرا به دو انتها، یعنی واحد، چهار چسبیده است. ســـپس مربع یکـــی را در مربع دیگری شـــش بار ضرب می‌کنی، زیرا در وسط، شش داری.

بـــه همیـــن ترتیـــب $(a+b)^5$ داده می‌شود و مؤلف نتیجه می‌گیرد: «از این راه می‌توانیـــم مربع و مکعب و هر توان دیگری را که بخواهیم، معلوم کنیم.»

در پایان هم جدول ضریب‌های دو جمله‌ای $(a+b)^n$ را، برای $n=1$ تا $n=12$ می‌دهد (جدول را ببینید). به این ترتیب، طبق مدرک‌هایـــی که در اختیار داریم، محمـــد کرجی نخســـتین ریاضی‌دانی است که برای تعیین ضریب‌های بسط دوجمله‌ای راهـــی قانونمند پیدا کرد و جدولـــی در این‌باره تشـــکیل داد. البته ریاضی‌دانان هندی حتی در ســـدهٔ دوم پیش از میلاد، بـــه صورتی کم و بیش مبهم، از ضریب‌های بســـط دوجمله‌ای (بـــا توان مثبت و درســـت) آگاه بودند، ولی نتوانستند اندیشه‌های خود را به‌طور منظم ارائه دهند. و بعد از جمشید کاشانی و در اروپای پیش از نیوتون، ضریب‌های بسط دوجمله‌ای را خیلی از ریاضی‌دانان کشف کرده بودند (و به احتمالی، بدون آگاهی از کارهـــای ریاضی‌دانان ایرانی). از جملـــه در کتاب «حســـاب مخفی» **میخاییل شتیفل** که در سدهٔ شانزدهم زندگی می‌کرد، و ریاضی‌دانی برجسته و آلمانی بود، می‌توان ردپای این دستور را یافت (کتاب شـــتیفل در سال ۱۵۴۴ چاپ شد).

شیء	مربع	مکعب	مربع–مربع	مربع–معکب	مکعب–معکب	مربع–مربع–معکب	مربع–مکعب–معکب	معکب–مکعب–معکب	مربع–مربع–مکعب–معکب	مربع–معکب–مکعب–معکب	مکعب–معکب–مکعب–معکب
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	۵۵	۶۶
		۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵	۵۶	۸۲	۱۲۰	۱۶۵	۲۲۰
			۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰	۱۲۶	۲۱۰	۳۳۰	۴۹۵
				۱	۵	۲۱	۵۶	۱۲۶	۲۵۲	۴۶۲	۷۹۲
					۱	۷	۲۸	۸۴	۲۱۰	۴۶۲	۹۲۴
						۱	۸	۳۶	۱۲۰	۳۳۰	۷۹۲
							۱	۹	۴۵	۱۶۵	۴۹۵
								۱	۱۰	۵۵	۲۲۰
									۱	۱۱	۶۶
										۱	۱۲
											۱

سرانجام باید از **بلز پاسکال** (که کم و بیش با نیوتون هم‌عصر بود)، نام برد که جدولی تشکیل داد و ضریب‌های بسط دوجمله‌ای را در آن منظم کرد. ایـــن جدول که به صـــورت مثلثی تنظیم شـــده و امروز به نام «مثلث پاسکال» معروف است، ویژگی‌های بســـیاری دارد و هر پژوهشگری ممکن است ویژگی‌های دیگری از آن را کشف کند.

بســـط دوجمله‌ای امروز به نام «دوجمله‌ای نیوتون» مشهور است، زیرا او قانون بسط دوجمله‌ای را برای عددهای کسری و منفی هم به‌کار برد.