

خطاهای رایج در فیزیک :

کمترین نیرو برای لغزاندن

جسمی بر روی جسم دیگر چقدر است؟

محمدرضا خوش بین خوش نظر
khoshbin@talif.sch.ir

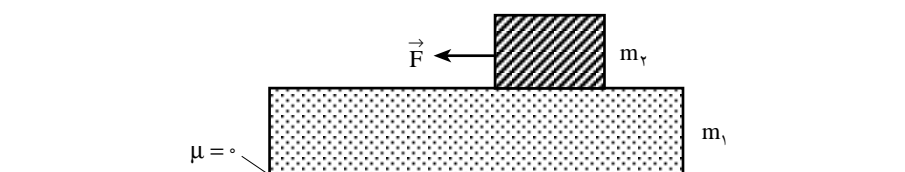
اشاره

همواره در حین تدریس مبحث قانون دوم نیوتون هنگامی که به این مسئله‌ی مشهور فیزیک هالیدی [۱] می‌رسم در تفهیم آن به دانشجویانم دچار مشکل می‌شوم.

مسئله. در شکل، تخته سنگی به جرم $m_1 = 40 \text{ kg}$ روی کف بدون اصطکاک‌ی ساکن است و قطعه‌ای به جرم $m_2 = 10 \text{ kg}$ به حالت سکون روی تخته سنگ قرار داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی میان قطعه و تخته سنگ $0/60$ و ضریب اصطکاک جنبشی میان آنها $0/40$ است. قطعه توسط نیروی افقی \vec{F} به بزرگی 100 N کشیده می‌شود. شتاب حاصل در قطعه و تخته سنگ را محاسبه کنید (شکل ۱).

بدیهی است که روش حل مسئله این است که بدانیم آیا \vec{F} به هر جسم، شتاب مستقلی می‌دهد یا هر دو جسم با هم بر روی سطح می‌لغزند و شتاب یکسانی خواهند داشت. ولی مشکل از همین جا شروع می‌شود. دانشجویان احساس می‌کنند اگر m_2 بخواهد بر روی m_1 شتاب بگیرد باید \vec{F} وارد شده از بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی میان m_1 و m_2 بیشتر باشد و اصلاً متوجه هویت تخته سنگ (m_1) نیستند که بر روی سطح بدون اصطکاک‌ی قرار گرفته است. یعنی برای آنها (و متأسفانه بسیاری از مدرسان فیزیک) هیچ تفاوتی بین اینکه m_2 روی سطح زمین با جرم نامتناهی و یا

روی m_1 با جرم معمولی قرار گیرد، وجود ندارد. این استدلال که \vec{F} باید بزرگ‌تر از بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی باشد، در واقع برای هنگامی صحیح است که m_2 روی سطح زمین یا جسمی بسیار سنگین قرار گرفته باشد و اصلاً در اینجا به کار نمی‌آید. احتمالاً ریشه‌ی این مشکل به مطالعات قبلی دانشجویان و نحوه‌ی تدریس مکانیک در دوره‌ی دبیرستان بازمی‌گردد. تعدادی حل المسائل نیز از دوره‌ی دانشجویی خود نگارنده در سطح دانشگاه‌ها بوده‌اند که عمدتاً با کپی برداری از یک منبع انگلیسی [۲] و وحی مُنزل دانستن آن، این حل غلط را جا انداخته‌اند به گونه‌ای که حتی تفهیم آن به خود مدرسان فیزیک دانشگاه هم مشکل شده است و من این را به عینه در جلسه‌ی طرح سؤال امتحان فیزیک (۱) در یکی از دانشگاه‌های سراسری کشور دریافتیم. برای یک مدرس، هیچ چیز بیشتر از باز بودن ذهن او اهمیت ندارد. جالب است بدانید که خود من نیز تا پیش از تدریس در دانشگاه و حتی در دو سال اول تدریس خود بر مبنای همان تصور غلط، این مسئله را حل می‌کردم تا اینکه در سال ۱۳۷۷ با پرسش یکی از دانشجویانم به چالش کشیده شدم و آنگاه بود که به حل صحیح این مسئله پی بردم. و اما حل مسئله. حل. نخستین کار برای حل چنین مسائلی رسم نمودار جسم-آزاد است. نیروهای وارد بر m_1 و m_2 به قرار زیر می‌شود:



شکل ۱

مرسوم استفاده می کردیم، چه می شد؟ طبق این روش باید $F > f_{s,max}$ باشد تا قطعه ی m_1 بر m_2 بلغزد و دو قطعه شتاب

مجزایی بگیرند. برای $f_{s,max}$ داریم:

$$f_{s,max} = \mu_s P = \mu_s m_2 g = (0/60)(1^\circ)(9/8) = 58/8N$$

و بعد استدلال می شود که چون $F = 10^\circ N$ بزرگتر از $f_{s,max}$

است، m_1 بر m_2 می لغزد. توجه کنید که هر دو حل می گویند m_1 بر m_2 می لغزد؛ ولی این از خوش شناسی حل دوم است که صورت مسئله $F = 10^\circ N$ داده است. فرض کنید که اگر صورت مسئله $F = 65N$ داده بود چه می شد؟ طبق راه حل غلط، چون $65N > f_{s,max}$ است کماکان جسم دوم بر جسم اول می لغزد، در حالی که طبق راه حل صحیح چون $65N$ کوچکتر از $73/5N$ به دست آمده در بالاست، هر دو جسم با هم شتاب می گیرند. خوب است قبل از اینکه جواب مسئله را که خیلی سراسر است به دست آورم، توجه شما را به این نکته جلب کنم که همان طور که پیشتر اشاره کردم وقتی که m_1 خیلی سنگین باشد آنگاه می توانیم از همان استدلال غلط استفاده کنیم. یعنی فقط بزرگی F را با نیروی اصطکاک مقایسه کنیم. به این منظور دوباره سراغ F_{max} می رویم و آن را چنین می نویسیم:

$$F_{max} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \mu_s m_2 g = \frac{m_1 (1 + \frac{m_2}{m_1})}{m_1} \mu_s m_2 g$$

$$= (1 + \frac{m_2}{m_1}) \mu_s m_2 g$$

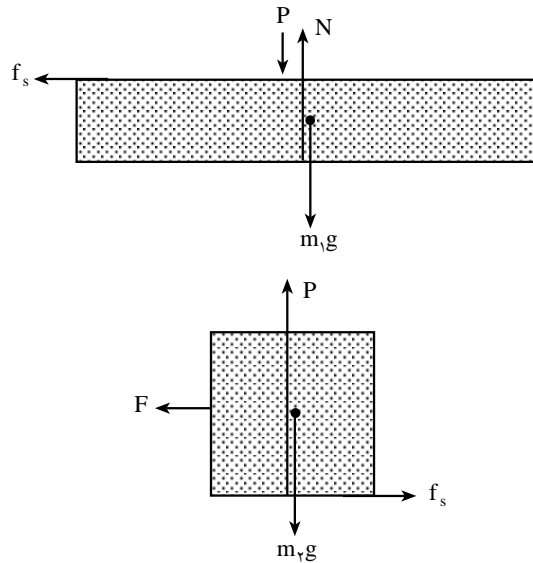
حال اگر $m_1 \gg m_2$ باشد آنگاه $\frac{m_2}{m_1} \approx 0$ شده و از آنجا به

رابطه ی $F_{max} = \mu_s m_2 g$ می رسیم که همان $f_{s,max}$ است. یعنی اگر m_1 خیلی بزرگ باشد کافی است که F را با بیشینه ی نیروی اصطکاک ایستایی مقایسه کنیم ولی در غیر این صورت باید راه حل صحیح را پی بگیریم. آنچه که در بالا نشان دادیم از لحاظ فیزیک بسیار مهم است. زیرا طبق اصل «تطابق»، یک حالت کلی در فیزیک باید به حالت های خاص میل کند، وگرنه آن استدلال درست نیست.

بقیه ی راه حل بدیهی است و داریم:

$$a_1 = \frac{\mu_k P}{m_1} = \frac{\mu_k m_2 g}{m_1} = 0/98 m/s^2$$

$$a_2 = \frac{F - \mu_k m_2 g}{m_2} = 6/08 m/s^2$$



که در آن نیروی عمودی است که دو جرم بر هم وارد می کنند و N نیروی عمودی سطح وارد از زمین بر m_1 است. حال پرسشی که مطرح است این است که آیا F باعث شتابی مجزا به جرم های m_1 و m_2 می شود و یا هر دو را با یک شتاب حرکت می دهد؟ برای پاسخ به این پرسش به دنبال آن نیروی بیشینه ی F_{max} می گردیم که به هر دو جسم تک شتاب a را بدهد. به این منظور، قانون دوم نیوتون را برای جرم های m_1 و m_2 در دو راستای x و y می نویسیم. با در نظر گرفتن سوی x به سمت چپ خواهیم داشت:

$$\text{جرم } m_1 : f_s = m_1 a \text{ و } N = P + m_1 g$$

$$\text{جرم } m_2 : F - f_s = m_2 a \text{ و } P = m_2 g$$

که البته معادله ی در راستای y مربوط به جرم m_1 در اینجا به کارمان نمی آید. توجه کنید که چون به دنبال F_{max} می گردیم بنابراین نیروی اصطکاک ایستایی باید برابر با مقدار بیشینه ی $f_{s,max} = \mu_s P$ باشد. پس، معادله ی مربوط به جرم m_2 به صورت $F_{max} - f_{s,max} = m_2 a$ در می آید که با حذف a بین آن و معادله ی اول برای جرم m_1 به رابطه ی زیر می رسیم:

$$F_{max} = (m_1 + m_2) \frac{f_{s,max}}{m_1} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \mu_s m_2 g$$

$$= \left(\frac{4^\circ + 1^\circ}{4^\circ} \right) (0/60)(1^\circ)(9/8) = 73/5N$$

این پاسخ بدین معنی است که به ازای هر نیروی بزرگتر از $73/5N$ ، دو جسم شتاب مجزایی می گیرند. چون در اینجا $F = 10^\circ N$ است، هر یک از دو قطعه شتاب مجزایی خواهند گرفت و بنابراین در روابط قانون دوم نیوتون باید f_s را با $f_k = \mu_k P$ جایگزین کرد و نیز شتاب های مجزایی برای دو قطعه در نظر گرفت که بعداً آنها را به دست می آوریم. توجه کنید که اگر از روش غلط

مرجع:

۱. مسئله ی ۳۰ فصل ششم ویرایش هفتم میانی فیزیک. نوشته ی هالیدی-رزنیک-واکر. ترجمه ی: محمدرضا جلیلیان نصرتی، محمد عابدینی و محمدرضا خوش بین خوش نظر. انتشارات صفار (۱۳۸۴).

۲. حل المسائل فیزیک هالیدی، ادوارد درینگ، ترجمه ی محمود بهار، انتشارات مبتکران، (که به غلط ناشر برای فروش کتاب خود نام هالیدی و رزنیک را هم به آن افزوده است).