

تعریف‌های عملیاتی متکی هستند. این پیامد گوش فرادادن کار بنیادی ماخ است (۱۹۱۶-۱۸۳۸). این به علت ضعف ذاتی روش شناسی است (که پیشتر به آن اشاره شده است)، و تعریف‌ها در کتاب‌های درسی کنونی براساس آن نوشته شده‌اند، و ما در این جا به آن می‌پردازیم.

تاریخچه مختصر جرم

در سده‌ی سیزدهم اگیدیوس رومانوس^۱ عالم الهیات هنگام بررسی عشاً ربانی پیشنهاد کرد که علاوه بر وزن و حجم باید معیار سومی نیز برای مقدار ماده وجود داشته باشد. در سده‌ی هفدهم واژه جرم به معنای «مقدار ماده» به کار می‌رفت. کپلر اولین کسی بود که به صراحت مفهوم جرم لختی را تعریف کرد. او هم چنین جرم اشیاء را به گرانش متقابلی که در معرض آن قرار می‌گیرند مرتبط ساخت. پس از آن، نیوتون متن دینامیکی جرم را تدوین کرد. اما این ایده هنوز مبهم بود، زیرا حتی یکایی برای جرم وجود نداشت و نیوتون مجبور بود که با نسبت‌ها کار کند. تعریف نیوتونی جرم بر حسب حجم و چگالی (که برای آن‌ها نیز یکایی وجود نداشت) جای کار زیادی را باقی می‌گذاشت.

در سال‌های ۱۸۰۰ ماخ همراه با دیگران (به ویژه سنت ونان^۲، هرتز^۳، پوانکاره^۴ و کیرشهوف^۵) سرشت متافیزیکی نامطلوب زیربنای فیزیک را دریافتند. ماخ و دیگران به تعریف جرم به عنوان مقدار ماده اعتراض کردند، مفهومی که به نظر آن‌ها «کاملاً بی‌فایده» بود. به جای آن ماخ تعریف جدیدی را پیشنهاد کرد (۱۸۶۸). تعریف جدید مبتنی بر اندازه‌گیری کاملاً جدید بود. سپس در دهه ۱۹۳۰ پرسی بریجمن^۶ برنده‌ی جایزه نوبل روش ماخ را به طور فلسفی گسترش داد. پس از این، این روش به عمل‌گرایی مشهور شد. امروزه اگرچه تا حدودی از شکوه عمل‌گرایی کاسته شده است اما باز هم می‌توان تعریف جرم به روش ماخ را در صدها کتاب درسی و مقاله‌ی مجله‌های علمی در سراسر دنیا پیدا کرد.

تعریف ماخ

در این جا لازم نیست به جزئیات اولیه‌ی روش ماخ بپردازیم. این جزئیات را می‌توان در کتاب‌ها و مقاله‌های دیگر یافت و در نارسایی‌هایی که این رهیافت را ناتوان می‌سازد مؤثر نیست. از این رو، دو جسم A و B به ترتیب به جرم‌های m_A و m_B را در نظر بگیرید. این اجسام

برهم کنش می‌کنند (به طور مغناطیسی، الکتریکی، گرانشی؛ مهم نیست چگونه) و یکدیگر را جذب یا دفع می‌کنند. ماخ می‌خواست نقش نیرو را کم‌اهمیت نشان دهد و قانون دوم نیوتون را با «اولین قضیه‌ی تجربی خود جایگزین کرد.» اجسامی که در مقابل یکدیگر قرار دارند برهم تأثیر می‌گذارند... شتاب حرکت آن‌ها برعکس یکدیگر و در امتداد خطی است که آن دو را به هم وصل می‌کند. هنگامی که اجسام شروع به حرکت می‌کنند،

نسبت جرم آن‌ها $m_{A/B} = \frac{m_A}{m_B}$ برابر منفی عکس شتاب‌های a_B و a_A است.

$$m_{A/B} = -\frac{a_B}{a_A} \quad (1)$$

علامت منفی به واسطه‌ی جهت مخالف شتاب‌هاست. اگر جرم یکی از دو جسم مثلاً B، برابر یکی استاندارد جرم باشد ($m_B = 1$)، خواهیم داشت:

$$m_A = -\frac{a_B}{a_A} \quad (2)$$

اکنون دو جسمی را که در حال دور شدن از یکدیگر هستند به هم نزدیک کنید و سپس بگذارید آن‌ها از هم جدا شوند، و شتاب هریک از آن‌ها را هم‌زمان اندازه بگیرید و جرم جسم را به دست آورید. این تعریف سراسر عملیاتی جرم است.

ماخ نخست با اجتناب از قانون اول نیوتون و جایگزین کردن آن با قانون دوم و فرض اعتبار قانون سوم از مشکل «حل‌نشده‌ی» (واژه‌ای که پوانکاره به کار می‌برد) از تعریف نیرو بی‌سروصدا می‌گذرد. همین‌طور معلوم نیست که ماخ در واقع چگونه شتاب‌ها را اندازه گرفته است. شتاب لحظه‌ای یک آرمان‌گرایی ریاضی است که با اندازه‌گیری مستقیم قابل بررسی نیست. به علاوه، ماخ معتقد است که اجسام A و B بدون آن‌که تحت تأثیر اجسام دیگری موجود در عالم قرار بگیرند با هم برهم کنش می‌کنند. چگونه ممکن است در یک آزمایشگاه زمینی چنین وضعیتی پیش آید، معلوم نیست.

امروزه مردم مایلند با نادیده گرفتن نارسایی‌های بالا صرفاً درستی رهیافت ماخ را بپذیرند. برعکس، به نقضی بنیادی اشاره می‌کنیم که نمی‌توان آن را نادیده گرفت. یعنی جرم تابع برهم کنش است. بصیرت‌های نسبیت اینشتین برای ماخ دردرسی ایجاد نکردند. او خیلی پیش از نظریه‌ی نسبیت خاص (۱۹۰۵) تعریف خود را منتشر کرده بود و به

هر حال هرگز نسبیت را نپذیرفت.

نسبیت و جرم

آنچه تعریف ماخ را نادرست می سازد آن است که جرم جسم در هنگام انجام کار و یا زمانی که روی تمام و یا بخشی از آن کار انجام شود تغییر می کند. برای مشاهده آن، ذره ای آزاد به جرم m را در نظر بگیرید. انرژی کل نسبیتی ذره (E) مجموع جرم سکون (E_0) و انرژی جنبشی آن (KE) است $E = E_0 + KE$. در روزآمدترین بیان نسبیتی که اینشتین در کار بعدی خود ارائه کرد، جرم ناوردای لورنتسی در نظر گرفته می شود (یعنی جرم برای همه ی ناظران لخت یکسان است). در نتیجه، جرم تابع صریح سرعت نیست. از این رو در سرعت های معمولی، به جای جرم نسبیتی از جرم معروف به جرم «سکون» یا «ویژه جرم» استفاده می شود. در نتیجه، انرژی سکون از رابطه ی $E_0 = mc^2$ به دست می آید. زیاد شدن سرعت ذره باعث افزایش انرژی جنبشی ذره (KE) (نه جرم) می شود، و انرژی کل ذره افزایش می یابد:

$$E = Mc^2 + KE$$

دستگاه مرکب به جرم M متشکل از دو ذره برهم کنش کننده یا بیشتر را در نظر بگیرید. انرژی کل دستگاه در چارچوب مرجع مرکز جرم (مرکز جرم ساکن است) برابر است با $E = E_0 = Mc^2$ این رابطه انرژی داخلی یا انرژی سکون دستگاه مرکب و مجموع انرژی های سکون ($m_i c^2$)، انرژی های جنبشی (KE_i) و انرژی های پتانسیل (PE_i) هر یک از ذرات است.

(۳)

$$E = Mc^2 = \sum_i m_i c^2 + \sum_i KE_i + \sum_i PE_i$$

بنابراین یک کیلوگرم یخ (با افزودن انرژی گرمایی) به بیش از یک کیلوگرم آب ذوب می شود. افزایش جرم در حدود ۴ قسمت در 10^{12} است.

همین طور، جرم یک فنر کشیده بیش از هنگامی است که کار روی آن انجام نشده است. این نتیجه گیری ها، گرچه خلاف مفهوم متداول جرم ثابت هستند، اما مدتی است که پذیرش عام یافته اند، گرچه فقط به ندرت در کلاس های درس فیزیک ذکر می شوند.

اتفاقاً، چون بر پایه ی هر دو تفسیر نسبیت یعنی، چه m یا ناوردای لورنتس باشد یا نباشد) جرم یک جسم تغییر می کند، بنابراین هم ارزی جرم با مقدار ماده کاملاً غیر قابل

دفاع است.

وقتی ذره هایی که یکدیگر را جذب می کنند به هم نزدیک شوند و دستگاه مقیدی را تشکیل می دهند. مثلاً، اتم، هسته و حتی سیاره-جرم کل دستگاه (M) از مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده ی آن کمتر است. دوترون کاستی جرم برابر با $0.02397 / 10^{-27} \text{g} \times 3/97$ دارد که در حدود جرم چهار الکترون است. جرم دوترون کمتر از مجموع جرم نوترون و پروتون های آزادی است که با برهم کنش قوی آن را تشکیل داده اند. پس منطقی است نتیجه بگیریم که نوترون و پروتونی که با پیوند با یکدیگر دوترون را به وجود آورده اند، باید جرم از دست داده باشند.

مادامی که برهم کنش ربایشی بین اجسام وجود داشته باشد، معمولاً جرم آن ها در حالت دور از هم بیشتر از وقتی است که به هم پیوسته اند. عکس این موضوع برای یک دستگاه رانشی ذره ها درست است. ذره ها با کنار هم قرار گرفتن، انرژی پتانسیل و هم ارز آن جرم به دست می آورند. اگرچه جرم ناوردای لورنتس، ولی تابع برهم کنش است. بگذارید با در نظر گرفتن دو جسم مغناطیسی به جرم های m_A و m_B تعریف ماخ را بازسازی کنیم. فرض کنید این دو جسم در آزمایشگاه در فاصله دور از یکدیگر به حالت سکون روی تخت هوا قرار گرفته اند. اگر آن ها یکدیگر را دفع کنند، آن ها را به هم نزدیک می کنیم، جرم مرکب اولیه ی آن ها $M = (m_{A_i} + m_{B_i})$ می شود که بزرگ تر از مجموع جرم «آزاد» بدون انرژی پتانسیل هر یک از آن ها $(m_A + m_B)$ است. جرم های اجسام هنگامی که هر دو در حال سکونند. با انرژی های سکون آن ها متناسب است. چون آن ها برهم کنش می کنند دارای جرمی اضافه برابر با $\frac{PE}{c^2}$ هستند. به طور کلی هر نوع کار مثبتی که برای کنار هم

قرار دادن اجسام انجام شود، با افزایش آن ها همراه است. اگر اجسام شروع به حرکت کنند، شتاب گیرند و از هم دور شوند، هر دو جسم A و B ، جرم با افزایش انرژی جنبشی کاهش می یابد (از طریق انرژی پتانسیل) در حالی که انرژی کل آن ها ثابت می ماند. فرض کنید با پیروی از ماخ (البته با گستاخی) بتوان شتاب لحظه ای اجسام A و B را همزمان در یک لحظه نهایی دلخواه اندازه گرفت. اگر جرم B ، برابر m_{BF} 1 kg انتخاب شود، ظاهراً جرم A ، m_{AF} را در آن زمان تعیین کرده ایم.

در پایان آزمایش هنگامی که اجسام را به حالت سکون به مکان های اولیه خود برگردانیده ایم (با گرفتن انرژی اولیه ای که به آن ها داده بودیم)، جرم آن ها دوباره m_A و

m_B می‌شود، درحالی‌که $m_{AF} > m_A$ و $m_{BF} > m_B \neq \lambda kg$ است. این با هر تفسیری از جرم (ناوردای لورنتس یا نسبیتی) به دست می‌آید، گرچه جزئیات متفاوت هستند. بنابراین، موفق نشدیم که هیچ کدام از m_A و m_B را اندازه بگیریم. روش ماخ یک تعریف عملیاتی عملی برای جرم ارائه نمی‌دهد.

تعریف‌های امروزی کتاب درسی

کتاب‌های درسی عمده‌ی فیزیک پایه تعریف جرم را به صورت غیر قابل قبول یکسانی ارائه می‌دهند. آن‌ها نخست نیرو را تعریف می‌کنند: روایت هالیدی^۷، رزنیگ^۸ و واکر^۹ چنین است «برهم‌کنشی که باعث شتاب گرفتن جسم شود نیرو نام دارد...». محصل ممکن است پرسد «برهم‌کنش چیست؟» آیا از دو نیروی مساوی و مختلف‌الجهت تشکیل نشده است؟ تیلر^{۱۰} با کمی تغییر درباره نیرو چنین اظهار می‌دارد: «نیرو تأثیر جسم روی جسم دیگر است که باعث تغییر سرعت آن می‌شود یعنی جسم شتاب می‌گیرد.» در این جا محصل ممکن است به درستی پرسد «تأثیر چیست؟» فرض کنید این تأثیر تنها باعث تغییر شکل جسم شود بدون آن‌که به آن شتاب دهد: آیا باز هم یک نیرو محسوب می‌شود؟ آیا وزن شما هنگامی که بی حرکت روی ترازو ایستاده‌اید یک نیروست؟

جیان کولی^{۱۱} می‌گوید «به لحاظ شهودی، نیرو را هر نوع فشار دادن یا کشیدن یک جسم می‌دانیم» در اینجا باید فرض کنیم که «فشار دادن» نیروی «تراکمی» و «کشیدن» نیروی «کششی» است. هر کوششی برای استفاده از این دو واژه همواره بدون تعریف برای تعریف نیرو (چنان‌که هنوز اغلب انجام می‌شود) بدون شک گمراه‌کننده و در بهترین شرایط همان گویانه است. نمی‌توانیم واژه تعریف نشده «نیرو» را به جای دو واژه تعریف نشده دیگر «فشار دادن» و «کشیدن» قرار دهیم، هر چند که از لحاظ تجربی کاملاً شناخته شده باشند.

این کوشش‌های کتاب‌های درسی در تعریف نیرو هر چقدر که ناقص باشند، همگی تعریف‌ها مفهومی هستند نه عملیاتی. با این همه، نادیده گرفتن کاستی‌های آن‌ها شالوده‌ی کاملاً نامناسبی برای تعریف عملیاتی جرم بر مبنای تعریف غیر عملیاتی نیروست. اما این درست همان چیزی است که تمام کتاب‌های درسی انجام می‌دهند.

همه‌ی این کتاب‌های درسی مطرح می‌کنند نیرویی به جسم (۱) به جرم m_1 وارد، و شتاب a_1 جسم اندازه گرفته

شود. آن‌ها این‌که چگونه این نیرو تأمین شود به تخیل واگذار می‌شود، مثل این‌که به آن‌ها مربوط نیست. سپس «همان نیرو» به جسم (۲) به جرم m_2 وارد می‌شود و شتاب a_2 آن اندازه گرفته می‌شود. با فرض $F=ma$ ، با نسبت شتاب‌ها برابر با عکس نسبت جرم‌ها و کار تمام است. ما تعریف جرم به روش ماخ را داریم. اما این چیزی نیست که ماخ پیشنهاد می‌کند. زیرا در این روش یک مشکل حل شدنی (که ماخ از آن اجتناب کرد)، و پوانکاره به آن اشاره دارد به آسانی کنار گذاشته می‌شود. هالیدی و همکارانش تنها کسانی هستند که نسبت به قابل اطمینان بودن این روش تردید دارند. چون دست کم می‌نویسند «سپس همین نیرو را به جسم دوم وارد می‌کنیم (باید به گونه‌ای مطمئن شویم که این نیرو همان نیروی اول است).»

نداشتن یک تعریف عملیاتی از نیرو و در نتیجه ناآگاهی ما از چگونگی اندازه‌گیری آن، به علاوه، تعریف نکردن جرم، راهی باقی نمی‌گذارد که اطمینان داشته باشیم این نیرو همان نیروی اول است. همان‌طور که پوانکاره متذکر شده است «نیروی وارد بر یک جسم را نمی‌توان مانند لوکوموتیو که از یک قطار جدا و به قطار دیگر متصل می‌شود از یک جسم باز کرد و به جسم دیگر بست. بنابراین نمی‌توان گفت که چه شتابی نیروی وارد به چنان جسم به جسم دیگر خواهد داد.»

برخلاف ماخ، جیمز کلارک ماکسول^{۱۲} (۱۸۷۷) از تعریف نیرو اجتناب نکرد؛ در واقع به آن اولویتی بیش از جرم داد. اما باز هم بدون تعریف صریح نیرو، به راحتی اظهار می‌کند که «نیرو در قانون‌های سه‌گانه نیوتون کاملاً تعریف و توصیف شده است.» [این در واقع درست نیست، زیرا نیوتون بسیار محتاط بود که ابتدا انواع نیروها را جداگانه تعریف کند. سپس ماکسول پیشنهاد می‌کند برای تعیین مقدار نیرویی که یک نخ کشسان (یا فنر) به جسمی وارد می‌کند می‌توان از افزایش طول آن استفاده کرد.

به نظر ماکسول افزایش یکسان طول نخ نیروی یکسانی را به اجسام مختلف وارد می‌سازد. در این حالت فرض می‌شود که هنگام آزمایش‌های متعدد همه چیز یکسان می‌ماند که غیر واقعی است. هیچ ماده‌ای به طور کامل کشسان نیست. بنابراین می‌توان انتظار داشت که کشش نخ کشسان تغییراتی را در ساختار داخلی جسم به وجود آورد که بر رفتار بعدی آن تأثیر خواهد گذاشت. هر دستگاه ماکروسکوپی کشسان به مرور زمان، به طور مختصر، تغییر می‌کند. مواد واقعی دارای عیوب ساختاری هستند

و در معرض اصطکاک داخلی، تغییرات دما، لغزش اتمی، تغییر شکل، فرسودگی و غیره قرار می‌گیرند. بنابراین راهی وجود ندارد که بدانیم یک نخ کشسان خاص در طی کاربردهای متوالی درست نیروی یکسانی را به اجسام وارد می‌کند. همین‌طور معلوم نیست که چگونه می‌توان بدون ابهام فرض ماکسول را آزمود. بدین دلیل ماخ همزمان از دو جسم استفاده کرد (با استفاده از قانون سوم نیوتون «کنش» برابر با واکنش است). به جای استفاده از روش متوالی، که راحت‌تر به نظر می‌رسد اما بسیار مشکل‌آفرین است.

هر کوششی برای نادیده گرفتن این دردها با تعریف نیروی به صورت استاتیک از طریق وزن مشکلات جدی‌تری را به وجود می‌آورد. یکی از آن‌ها، که چندان کم‌اهمیت هم نیست، لزوم تعریف عملیاتی جرم گرانشی و ارائه‌ی هم‌ارزی آن با جرم لختی است. این به کنار، وزن از لحاظ تجربی مفهوم ضعیفی برای بررسی تجربی است. در روی زمین وزن تنها به صورت تقریبی قابل پیش‌بینی است و مقدار آن برحسب زمان تغییر می‌کند و حتی در مورد معنای آن توافق کلی وجود ندارد.

با وجود این، فرض کنید یک سر نخ کشسان ایده‌آل ماکسول را به کتاب درسی خود متصل کنیم. نیروی افقی (F) را به سر دیگر نخ وارد و افزایش طول آن را به دقت ثابت نگه داریم و شتاب حرکت کتاب را اندازه بگیریم. پویانکاره خاطر نشان می‌کند که نمی‌توان فهمید که آیا نیروی F وارد شده به نخ به همان اندازه به جسم منتقل شده است زیرا هنوز قانون سوم نیوتون را به طور تجربی بررسی نکرده‌ایم (همین موضوع برای اندازه‌گیری وزن ایستا با نخ و یا فنر نیز صادق است). علاوه بر آن، هر نخ، فنر، میله و یا سیم (افقی) بر اثر وزن خود، گود می‌افتد و نیروی نخ وارد بر جسم، افقی باقی نمی‌ماند. بنابراین با فرض این که نیروی اصطکاک وجود ندارد وزن نخ گود افتاده دارای مؤلفه افقی است که، چون همه چیز بی‌اصطکاک است، می‌تواند بدون وارد شدن هیچ نیروی خارجی به جسم شتاب دهد.

بهرتر است برای بررسی این گونه مسائل، آزمایشگاه خود را به یک فضای خیالی «بدون وزن» ببریم، با این حال هنوز نخ دارای جرم (m_1) است که به جرم جسم (m_2) اضافه می‌شود. اگر در یک آزمایش بدون اصطکاک نیروی F به یک سر نخ وارد کنیم شتاب a_1 به وجود می‌آید. نخ و جسم (۱) با هم شتاب می‌گیرند به

طوری که $F = (m_1 + m_2)a_1$ است. سپس هنگامی که همان نیرو به جسم (۲) وارد شود (فرض کنید این کار را بتوان انجام داد) $F = (m_1 + m_2)a_2$ است. برای دقت کامل آزمایش نمی‌توان از جرم m_1 را نادیده گرفت، و نسبت شتاب‌های به دست آمده مساوی نسبت جرم‌ها نیست. اگر می‌توانستیم شتاب لحظه‌ای را اندازه بگیریم، همه تأثیرهای خارجی را حذف کنیم، و در شرایط بی‌وزنی کار کنیم و نیروی کاملاً ثابت باز تولیدپذیر را به اجسام وارد کنیم (بر پایه‌ی روش ماکسول) - که در واقع موفق به انجام هیچ یک از آن‌ها نمی‌شویم! - باز هم طرح متعارف کتاب‌های درسی به عنوان یک روال تعریفی بدون فایده است.

نتیجه‌گیری

جرم یک جسم تابع چگونگی قرار گرفتن آن نسبت به اجسامی که با آن‌ها برهم‌کنش می‌کند. اگر بخواهیم تعریفی صحیح و کاملاً عملیاتی از جرم ابداع کنیم بی‌شک این اثر را نمی‌توان نادیده گرفت. در نتیجه تعریف ماخ ناموفق است و هزاران کتاب و مقاله‌ی منتشر شده در طی سال‌های گذشته که بی‌هیچ تردیدی در برگیرنده آن تعریف هستند به طور اجتناب‌ناپذیری نادرست هستند. به دلایلی کاملاً متفاوت، تعریفی از جرم که بیشتر کتاب‌های درسی مقدماتی کنونی بر آن اتفاق نظر دارند بر پایه «ساده‌انگاری» غیر قابل‌تصور از روش ماخ است، که در اصل بی‌فایده، و بی‌محتوا و به صورت نامناسبی گمراه‌کننده است.

زیرنویس:

* There is No Really Good Definition of Mass, Eugene Hecht

1. Aegidius Romanus
2. Saint Venant
3. Hertz
4. Poin Caré
5. Kirchhoff
6. Bridgman
7. Haliday
8. Resnick
9. Walker
10. Tipler
11. Giancoli
12. James Clark Maxwell

منبع:

The Physics Teacher, Vol 44, January 2006