

تشدید در فلاسک‌ها و لوله‌ها

ام. بی‌سیلور و ای. آر. ورثی
ترجمه‌ی: رضا جمشیدی*

اشاره

به دو بطری شکل (۱) نگاه کنید. فرض کنید هریک از این بطری‌ها را به نوبت برداشته‌اید و به ته آن ضربه می‌زنید، در حالی که سر باز بطری را نزدیک گوش خود نگه داشته‌اید به صدای تولید شده گوش می‌کنید. بدون این که زیرچشمی به پاسخ آن در انتهای مقاله نگاه کنید، انتظار دارید از کدام یک صدای بم‌تری خارج شود؟ این بطری‌ها تشدیدگرهای هلمهولتز هستند و بخشی از پروژه‌ی تجربی S.B و T.D کلاس ۱۱م در دبیرستان ما هستند که می‌خواهیم در مورد آن گزارش دهیم.

در این مقاله، در مورد امواج ثابت در تارها و لوله‌ها مطالبی فرامی‌گیریم و خاطر نشان می‌کنیم که این‌ها پدیده‌های تشدید هستند اما در این جا منحنی‌های تشدید را رسم نمی‌کنیم و در مورد ضریب کیفیت هم بحث نمی‌کنیم. این مطالب معمولاً در مطالعه‌ی مدارهای RLC مورد بحث قرار می‌گیرند. در واقع، سیلورمن^۱ و ورثی^۲ مدل مدار ac-را برای تشدیدگرهای هلمهولتز به کار برده‌اند [۱]. در زیر توضیح می‌دهیم چگونه این موضوع‌ها می‌توانند در مطالعه‌ی امواج صوتی مورد استفاده قرار گیرند. با وسیله‌هایی که اغلب در دبیرستان‌ها در دسترس هستند می‌توان موضوع‌های ذیل را بررسی کرد:

الف - تشدید در لوله‌ها: ضریب کیفیت Q را برای لوله‌ای با قطر و طول برای تشدید در بسامدهای مختلف مد طبیعی اندازه‌گیری کنید. در دستگاه آکوستیکی اتلاف تابشی در لوله و اصطکاک با دیواره‌ها نقش مقاومت را، که بر Q تأثیر می‌گذارد، به عهده می‌گیرد. لوله‌های بسته‌ای که حفره‌هایی با قطرهای متفاوت در سر آن‌ها تعبیه شده است میزان اتلاف تابشی و همین‌طور Q دستگاه را تغییر می‌دهند. لوله‌هایی با اندازه‌ی یکسان ولی با



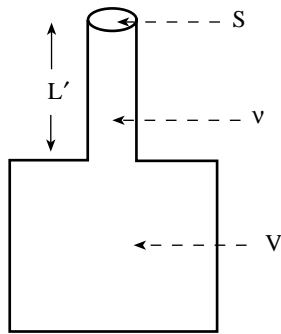
شکل ۱. بطری‌های به کار رفته در آزمایش

دیواره‌هایی از جنس‌های متفاوت (نرم یا سخت) نیز اتلاف‌های متفاوت و در نتیجه Qهای مختلفی دارند.

ب - تشدید در فلاسک‌ها و بطری‌ها: این‌ها اشیائی هستند که هر روز با آن‌ها سروکار داریم، صدایی که بر اثر دمش از سطح باز آن‌ها با زدن ضربه به سطح بسته آن‌ها تولید می‌شود برای اغلب مردم آشناست. این وسیله‌ها شبیه تشدیدگر هلمهولتز هستند. هلمهولتز کبیر از مجموعه‌ی تشدیدگرهای برنجی کروی با دهانه‌ی کوچک و سر باریک (مخروطی) در مطالعه صوت و شنوایی استفاده کرد. آزمون مدل‌های ساده برای بسامدهای مد و انتخاب فلاسک‌هایی که برای آن‌ها این مدل نیاز به تعدیل دارد جالب توجه خواهد بود. در بخش‌های بعدی زمینه‌ی نظری این موضوع را به طور خلاصه شرح می‌دهیم، آزمایش‌ها و برخی از نتیجه‌ها را ارائه می‌کنیم و آزمایش‌های بیشتری را پیشنهاد خواهیم کرد.

ایده‌های نظری

الف. تشدید و ضریب کیفیت



شکل ۲. تشدیدگر هلمهولتز

مجموع طول واقعی L' و تصحیح‌های دو انتهایست، $\frac{1}{6}r$ و $\frac{1}{8}r$ به ترتیب برای سربالایی و سرپائینی.

فرض کنید $v \ll V$ ، مد اصلی ارتعاش را به راحتی می‌توان برحسب ارتعاش‌های کل ستون هوا در گردن فهمید. وقتی ارتعاش کل ستون هوا در گردن را به صورت یکپارچه (نه حرکت داخلی) در برابر حجم داخلی بزرگ‌تر در نظر بگیریم، می‌توان آن را ارتعاش فنر بدون جرم فرض کرد. در بسیاری از مقاله‌ها بسامد مد حاصل از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۸-۶ و ۱].

$$f = \left(\frac{c}{2\pi}\right) \sqrt{\frac{S}{V}} \quad (3)$$

که در آن c سرعت صوت است. با استفاده از $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ و

$c = f\lambda$ رابطه‌ی بالا را می‌توان به شکل مفیدتر زیر نوشت:

$$kL = \left[\frac{v}{V}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

که در آن $v = SL$. توجه کنید که f مستقل از شکل V است و برای گردن مشخص فقط به اندازه‌ی V بستگی دارد. مدهای بالاتر، آبرتن‌ها، می‌توانند از امواج ایستاده داخل کاواک حاصل شوند و در نتیجه وابسته به شکل کاواک هستند. به علاوه، اگر گردن دراز

باشد و نسبت $\frac{v}{V}$ را با پر کردن حجم آن با آب به تدریج تغییر دهیم بسامدهای دیگر را هم می‌توان مشاهده کرد. در این مورد باید درجه‌های آزادی داخلی گاز داخل گردن را به حساب آورد. کرافورد^۳ [۷] در مقاله‌اش در مورد این مسائل بحث کرده است و بسامدها در مدل اصلاح شده از معادله‌ی زیر به دست می‌آید

$$kL \tan kL = \frac{v}{V} \quad (5)$$

این معادله را باید با معادله (۴) مقایسه کرد. وقتی $V \gg v$ ، برای پائین‌ترین مد $kL \ll 1$ ، در این حالت به جای $\tan kL$ می‌توان kL را قرار داد، که مدل ساده یعنی معادله‌ی (۴) دوباره به دست می‌آید. اما معادله‌ی (۵) پربارتر از معادله‌ی (۴) است و مدهایی

این محث به طور تحسین برانگیزی در کتاب فرنچ [۲] مورد بحث قرار گرفته است. در این جا به ذکر نکته‌های مهمی اکتفا می‌کنیم که برای تفسیر آزمایش‌های ما مورد نیاز است. بسامد مد طبیعی ω_{on} (دایره‌ای) در دستگاه‌های نوسان‌کننده در حالت تشدید مانند لوله‌ها و کاواک‌ها را شکل، اندازه و طرز بسته شدن لوله‌ها تعیین می‌کند. در هر چرخه انرژی ذخیره شده از شکلی به شکل دیگر تبدیل می‌شود. همین طور، پاشندگی نیز صورت می‌گیرد. مورد اخیر بسته به نوع دستگاه می‌تواند به شکل‌های مختلف وجود داشته باشد: اصطکاک داخلی ناشی از نیروهای چسبندگی، اتلاف‌های گرمایی، تابشی و مقاومتی. ضریب کیفیت Q را می‌توان به صورت نسبت انرژی ذخیره شده به مقدار انرژی که در هر چرخه تلف می‌شود، تعریف کرد. هرچه این اتلاف کمتر باشد، Q بزرگ‌تر است. در نتیجه Q معیاری از تیزی تشدید است. فرض کنید پاسخ دستگاهی که به حرکت واداشته می‌شود با دامنه $A(\omega)$ اندازه گرفته شود. و ما بسامد محرک ω را در هر دو طرف بسامد طبیعی ω_0 برویم. نمودار $A(\omega)$ برحسب ω یک منحنی تشدید را می‌دهد، که اغلب به صورت زیر بیان می‌شود.

$$A(\omega) \propto 1 / [(\omega_0^2 - \omega^2) + \omega \omega_0 / Q]^2 \quad (1)$$

$A(\omega)$ در ω نزدیک به ω_0 بیشینه است و هرچه Q بیشتر باشد، ω به ω_0 نزدیک‌تر است. این شکل تعبیری برای Q ارائه می‌دهد، Q را به صورت پهنای منحنی تشدید تعریف می‌کنیم. برای Q به اندازه‌ی کافی بزرگ ($Q > 10$)، با یک حساب سرانگشتی می‌توان نشان داد:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (2)$$

در اینجا $\Delta\omega$ بازه‌ی بسامد بین نقطه‌هایی است که برای آن‌ها

$$A(\omega) = A_{\max}(\omega) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

است، چرا که توان با مربع دامنه متناسب است. علاوه بر این Q تعیین‌کننده‌ی آهنگی است که دستگاه واداشته از حالت گذرا به حالت مانا می‌رسد، همین طور Q آهنگی را نشان می‌دهد که مدهای برانگیخته آزادانه فرو می‌افتند.

ب. تشدیدگر هلمهولتز

فلاسکی را در نظر بگیرید که در شکل (۲) نشان داده شده است. در ساده‌ترین مدل برای مد هلمهولتز، کاواک زیرین به حجم V ، می‌تواند هر شکلی را داشته باشد. گردن باریک بالایی استوانه‌ای است به حجم v ، سطح مقطع S و طول مؤثر L برابر

را که معمولاً در مدل ساده وجود ندارند را هم به دست می دهد. اگر $v \ll V$ ، مثل وقتی که فلاسک تا گردن پر از آب است این مدل ساده دیگر کارساز نیست، در حالی که معادله ی (۵) بسامدی را می دهد که تصحیح جزئی برای لوله (گردنی) است که از یک طرف (سر آن) باز و از طرف دیگر (ته آن) بسته است. Q برای تشدیدگر هلمهولتز از یک مقایسه متداول دستگاه های الکتریکی و آکوستیکی محاسبه می شود، و از رابطه ی زیر به دست می آید

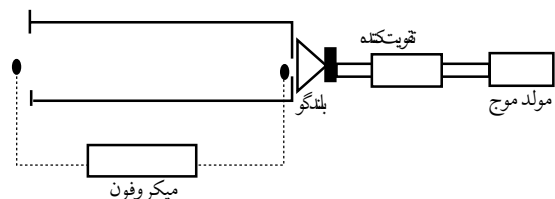
$$Q = \frac{2\pi b \sqrt{L^3 v}}{S^2}$$

که $1 < b < x^2$ مقداری ثابت است که تا حدی به فرمولی بستگی دارد که برای مقاومت تابش آکوستیکی استفاده می شود.

آزمایش ها

الف) دستگاه ها. به وسیله های زیر نیاز داریم: منبع تغذیه (مولد) که بتواند بلندگویی را به کار اندازد، دستگاه ارتعاش مکانیکی (ویبراتور)، میکروفون الکتریکی کوچک با مدار تقویت کننده ی مربوطه، میکروفون کوچک (که با باتری کار می کند)، بلندگو، نوسان نما (اسیلوسکوپ) یا هر دستگاه آزمایشگاهی دیگر که باریز رایانه کار کند (MBL) و بتواند خروجی میکروفون را بپذیرد و طیف آن را با برنامه تبدیل فوری سریع (FFT) تحلیل کند.

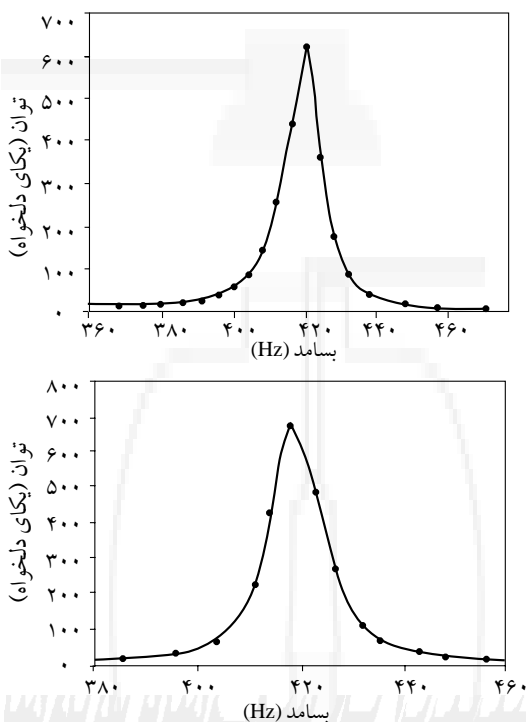
ب) لوله ها. برای تأمین انرژی ورودی یکنواخت و تجدیدپذیر، صدای بلندگو را از طریق سوراخی ارسال کنید که در صفحه ی صلبی قرار دارد که سر لوله را می پوشاند. میکروفونی را در ورودی قرار دهید تا بتوانید انرژی ورودی بلندگو را کنترل کنید. ممکن است سر دیگر لوله را با صفحه های مختلفی پوشاند که سوراخ هایی به قطرهای متفاوت در آن به وجود آمده است، سوراخ ها در مرکز صفحه ها و به این منظور به وجود می آیند تا تأثیر آن ها بر Q مشخص شود. میکروفون دیگری که به نوسان نما (CRO) یا به MBL وصل شده است خروجی را کنترل می کند. شکل (۳) وضعیت دستگاه ها را در این آزمایش نشان می دهد.



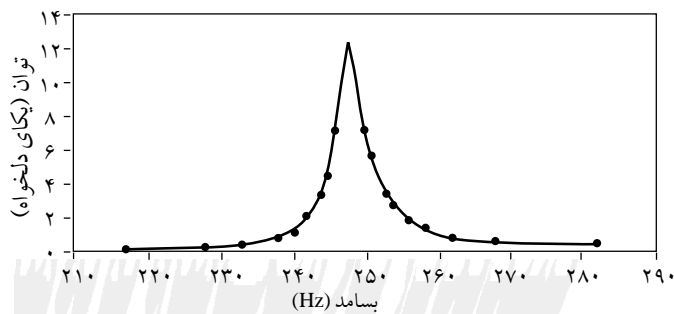
شکل ۳. ترتیب آزمایش برای تشدید در یک لوله

با تغییر بسامد، فرکانس مُد ویژه ω_{on} را که مربوط به بیشینه ی سیگنال دریافت شده از میکروفون روی اسیلوسکوپ است را مشخص کنید. می توان این بسامد را با مولتی متر مناسبی که در کنار مولد سیگنال (سیگنال ژنراتور) نصب شده است اندازه گیری کرد و آن را با مقدار نظری (که باید تصحیح های لبه در آن منظور شود) مقایسه کرد. همان طور که ω را در اطراف ω_{on} می روید دامنه ی سیگنال $A(\omega)$ را اندازه بگیرید و منحنی تشدید را رسم کنید. این کار با محاسبه ی مربع سیگنال نوسان نما A^2 (که متناسب با توان است، زیرا میکروفون دامنه فشار را در موج صوتی اندازه می گیرد) برای هر بسامد انجام و $A^2(\omega)$ بر حسب ω رسم می شود. $\Delta\omega$ را در جایی که توان نصف مقدار بیشینه است، پیدا کنید مقدار $Q = \frac{\omega_{on}}{\Delta\omega}$ است. منحنی تشدید را با شکلی که از معادله ی (۱) به دست می آید، برازش دهید.

از سری نتیجه های به دست آمده برای لوله های با اندازه ها و قطرهای مختلف (که برای تصحیح لبه اندازه گیر لازم است)، برای مدهای متفاوت و برای انتهای مختلف در هر یک از دو لبه، فقط دو نمونه را در اینجا نشان دادیم. در شکل (۴) (الف) و (ب) منحنی های تشدید را برای دو لوله در شرایط یکسان مقایسه می کنیم این لوله ها طول و قطر داخلی دقیقاً یکسان دارند، ولی یکی از جنس پلاستیک بود با دیواره ی داخلی هموار و دیگری مقوایی با دیواره ی ضخیم و ناهموار است، و در نتیجه اتلاف بیشتر و منحنی تشدید



شکل ۴- منحنی های تشدید (الف) پلاستیک (ب) لوله مقوایی



شکل ۷- منحنی تشدید برای تشدیدگر کروی هلمهولتز

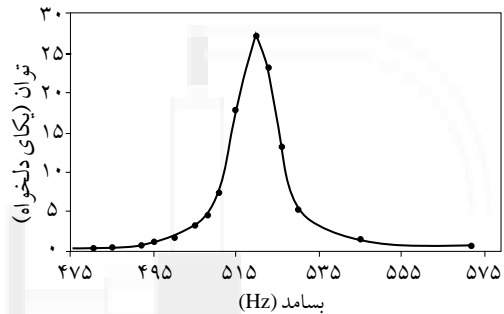
اندازه‌گیری منحنی تشدید و Q تشدیدگر هلمهولتز کروی را نشان می‌دهد، این دستگاه را یک شیشه‌گر برای ما ساخته بود: حجم اصلی ۱/۱۲۱، طول گردن در سر باز ۶mm و شعاع گردن ۵۵cm/۵. ۱. بلندگوی کوچک بالایی را میکروفون کوچکی به کار می‌اندازد که در آشکارساز آویزان است.

چون شعاع خیلی بزرگ‌تر از سیم‌های میکروفون است این ضخامت اثر بسیار کمی بر بسامد تشدید دارد که در ۲۴۸Hz منحنی اندازه‌گیری شده شکل (۷) منحنی تشدید را نشان می‌دهد، از این منحنی $Q=62$ به دست می‌آید که با نظریه کاملاً سازگار است، در معادله‌ی (۴) $Q=1/19$ در نظر گرفته شده است.

د. مدهای فلاسک گردن دراز: شیشه‌گر ما ظرف‌های کروی، بدون گردنی داشت که می‌شد لوله‌هایی را به آن‌ها وصل کرد. مزیت این فلاسک مرزبندی مشخص بین دو حجم v و V است که می‌توان آن‌ها را به‌طور دقیق اندازه گرفت. ما ظرفی با ابعاد زیر سفارش دادیم: طول و قطر داخلی گردن به ترتیب ۱۵cm و ۱/۵cm. وسیله‌ی قابل قبول دیگر بالن ژوژه است یا حتی بطری‌ای است که در این‌ها گردن یک‌دفعه به حجم اصلی متصل می‌شود.

مدهای فلاسک را می‌توان به راه‌های مختلف برانگیخت. می‌توان از کنار به آن ضربه زد، اما این کار تلاطم به وجود می‌آورد و صدای «لبه‌ای» شبیه به آنچه در فلوت [۷] به وجود می‌آید، تولید می‌شود که با مد هلمهولتز خالص حاصل تداخل می‌کند. یا می‌توان با بلندگویی در مجاور ظرف آن را برانگیخت [۱۰]. این کار نیز تا حدی با آشکارسازی میکروفون نزدیک دهانه تداخل می‌کند. برای گردن‌های باریک، میکروفون آویزان در داخل بطری حجم مؤثر گردن را تغییر می‌دهد و با مد اندازه‌گیری شده تداخل می‌کند. تصمیم گرفتیم مدها را با زدن ضربه‌های آهسته به ته ظرف برانگیزیم بدین ترتیب مد گردن بدون تداخل تولید می‌شود. به انتهای ظرف ضربه‌هایی زدیم البته نه با دست بلکه این کار با یک ارتعاشگر مکانیکی با سرعت بالا انجام شد.

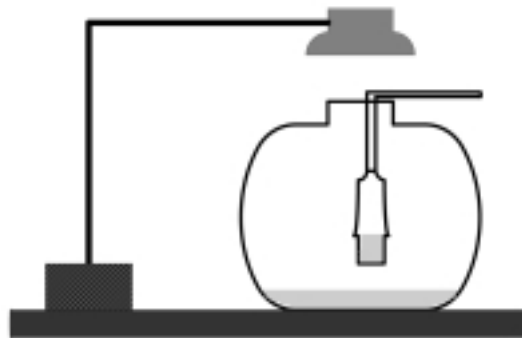
با این روش و همراه با نرم‌افزار MBL که سرعت نمونه‌برداری



شکل ۵- منحنی‌های تشدید (الف) انتهای باز (ب) تا اندازه‌ای بسته

پهن‌تر است. این امر در مقدار Q مربوط به آن‌ها بازتاب می‌یابد. Qها به ترتیب ۳۸ و ۳۱ هستند. شکل (۵) (الف) و (ب) دو منحنی تشدید را برای لوله‌ای نشان می‌دهد که یک سر آن با صفحه‌ی سوراخ‌داری بسته شده است، قطر این سوراخ ۱cm است و انرژی بلندگو از این سوراخ عبور می‌کند و به بلندگو می‌رسد. شکل (۵-الف) مربوط به حالتی است که سر دیگر آن باز است، و شکل (۵-ب) حالتی را نشان می‌دهد که انتهای لوله با صفحه‌ی سوراخ‌داری که قطر سوراخ نصف قطر لوله است پوشانده شده است. این تغییر باعث شده Q از ۳۸ به ۵۱ برسد (و بسامد مد از ۵۲۰ به ۵۰۰).

ج. تشدید در فلاسک گردن کوتاه: شکل (۶) ترتیب آزمایش



شکل ۶- بلندگو، فلاسک کروی، و میکروفون برای اندازه‌گیری تشدید

(۴) و نتیجه‌هایی که از مدل پیشرفته (f_p از معادله (۵)) به دست آمده، مقایسه می‌کند. هرچه مقدار v/V بیشتر شود مزیت مدل پیشرفته بیشتر مشخص می‌شود.

بحث

بررسی‌های بیشتری را می‌توان با قرار دادن تشدیدگر در دیواره‌ی لوله شبیه آنچه در شکل (۶) نشان داده شده، انجام داد. این کار باعث جذب انرژی در بسامد تشدید می‌شود، در نتیجه شبیه صداخفه‌کن عمل می‌کند: این باعث ظهور یک فرورفتگی‌ای در انتقال انرژی در امتداد لوله برحسب بسامد می‌شود.

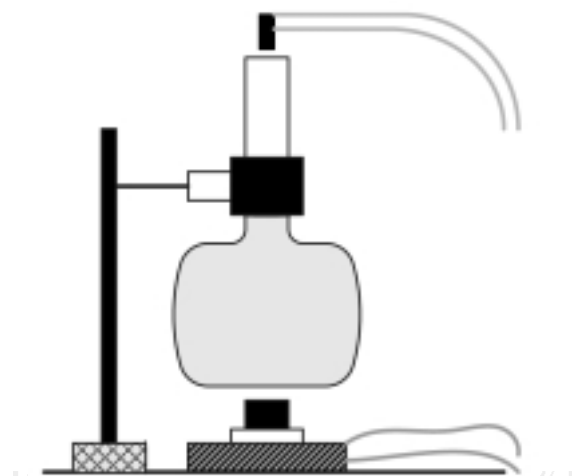
بعضی از این آزمایش‌ها را می‌توان به صورت تمرین‌های آزمایشگاهی قلمداد کرد که در دوره‌ی آموزش موج مورد استفاده قرار بگیرد. به این ترتیب فیزیک‌یاد گرفته می‌شود. مدل‌ها بهتر ارزیابی می‌شوند و مقایسه بین گرایش‌های مختلف فیزیک انجام می‌شود. به معلمان و دانش‌آموزان توصیه می‌شود این آزمایش‌ها را انجام دهند.

پاسخ: «بطری‌هایی که صدا تولید می‌کنند»: بطری بزرگتر صدای بم‌تری را نسبت به بطری کوچک‌تر ایجاد می‌کند، زیرا مقادیر (V و L و S) که در معادله (۱) مورد استفاده قرار گرفته‌اند به ترتیب $(۵۹۷\text{ml}, ۳/۸\text{cm}, ۶۳/۶۱\text{cm}^2)$ و $(۲۶۸\text{ml}, ۳۸\text{cm}, ۱۰/۷۵\text{cm}^2)$ است.

زیرنویس: * دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب.

1. Silverman
2. Worthy
3. Crawford
4. Micro computer based laboratory
5. Fast fourier transform program

منبع: 1. M. P. Silver man and E. R. Worthy, "Musical mastery of a coke bottle: Physical modeling by analogy." Phy. Teach. 36. 70-74 (Feb 1998)



شکل ۸- فلاسک گردن دراز، ارتعاشگر، و میکروفون برای تحلیل مد

را کنترل می‌کند توانستیم از یک برانگیختگی داده‌های کافی برای تحلیل طیف را به دست آوریم. دستگاه مربوطه در شکل (۸) نمایش داده شده است.

سیگنالی که میکروفون نزدیک به سطح بالایی دریافت می‌کند، به MBL داده می‌شود که می‌تواند تحلیل طیفی FFT انجام دهد. میکروفن و گردن بالایی را در یک کلاهک عایق صوتی قرار دادیم تا نوفه زمینه کاهش یابد.

برای آزمون اعتبار معادله‌های (۲) و (۳)، بسامدهای مد با افزودن مقداری آب با جرم به دقت تعیین شده به فلاسک، و در نتیجه تغییر v/V اندازه‌گیری شد. ابعاد هندسی فلاسک را در معادله‌ی (۳) قرار دادیم و این معادله‌ی غیر جبری را با رایانه برای مجموعه‌های مختلفی از v/V حل کردیم. جدول (I) نتیجه‌های تجربی را با نتیجه‌های به دست آمده از مدل ساده (f_1) از معادله‌ی

$V(\text{cm}^3)$	$f_1(\text{Hz})$	$f_p(\text{Hz})$	$f_{\text{exp}}(\text{Hz})$
۵۴۵	۱۰۱/۷	۱۰۰/۱	۱۰۱/۶
۴۴۵	۱۱۲/۶	۱۱۰/۴	۱۱۶/۲
۳۴۵	۱۲۷/۹	۱۲۴/۵	۱۲۳/۰
۲۴۵	۱۵۱/۸	۱۴۶/۶	۱۴۳/۶
۱۴۵	۱۹۷/۳	۱۸۶/۱	۱۸۳/۶
۵۲	۳۲۹/۴	۲۸۳/۶	۲۹۰/۰
۴۵	۳۵۴/۱	۲۹۸/۲	۳۰۶/۶

جدول I