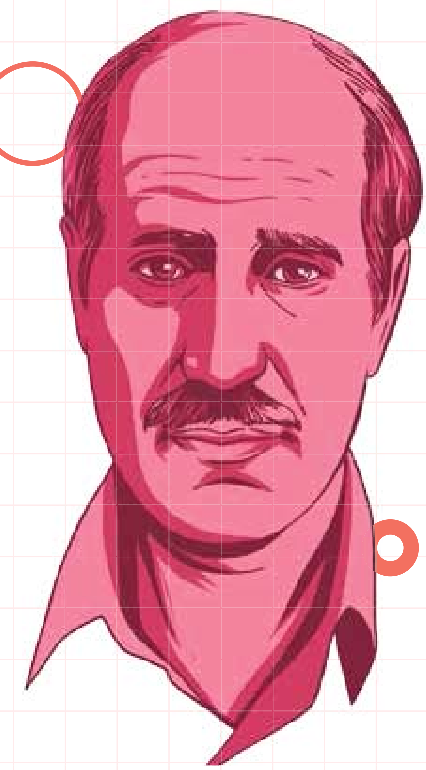
بســــم الله الرحمن الرحیم
اللّهم صل علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

رشد برهان ۱ ریاضی

وزارت آمـوزش و پــرورش سازمان پـژوهش و برنامـه‌ریزی آموزشی
دفتـر انـتـشـارات و فـنـاوری آمـوزشـی www.roshdmag.ir
دورهٔ بیسـت و نهـم / شمـارهٔ پـی در پـی ۱۳۹ / مـهـر ۱۴۰۲
ماهنامهٔ آموزشـی و تربیتـی برای دانش‌آمـوزان دورهٔ اول متـوسطـه
ISSN:1735-4943 / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ۴۰ صفحه

مدیر مسئول: محمدصالح مذنبی / **سردبیر:** حسین نامی ساعی / **مدیر داخلی:** پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، مریم جعفرآبادی، مجید حکمت، روح‌الله خلیلی بروجنی، خسرو داودی، محمدرضا سیدصالحی، مرتضی مرتضوی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / **مدیر هنری:** کوروش پارسانژاد / **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه؛ مهر ۱۴۰۲: **دوم:** شهادت امام حسن عسکری(ع) و آغاز امامت حضرت مهدی(عج)، روز بزرگداشت شهدای منا **چهارم:** روز سرباز **پنجم:** شکست حصر آبادان در عملیات ثامن‌الائمه، روز گردشگری **ششم:** ولادت حضرت رسول اکرم (ص) به روایت اهل سنت و آغاز هفته وحدت **هفتم:** روز آتش‌نشانی و ایمنی **یازدهم:** میلاد رسول اکرم (ص) و امام جعفرصادق (ع) **بیستم:** روز بزرگداشت حافظ **بیست و دوم:** روز جهانی استاندارد **بیست و سوم:** روز جهانی نابینایان
شرح مناسبت های ماه را با پویش رمزینه ببینید.



در سال ۱۳۲۸ در کرج به دنیا آمد. تا آخر دبیرستان در کرج تحصیل کرد و سپس وارد تحصیل در رشتهٔ ریاضی دانشگاه تهران شد...

صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

قیمت: ۱۱۰۰۰۰ ریال

خانوادهٔ مجلات رشد همهٔ تلاش خود را کرده است تا این مجله در **دسترس عموم** دانش‌آموزان قرار گیرد و همهٔ کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی‌مان **امکان تهیهٔ** آن را داشته باشند. **برای مشاهدهٔ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، رمزینه را پویش کنید.**

سخن سردبیر

ریاضی و مدرسه

ریاضی و استدلال

گفت‌وگو

ریاضی و کاربرد

ریاضی و تاریخ

ریاضی و سرگرمی

ریاضی و مسئله

ریاضی و برنامه‌نویسی

ریاضی و نرم‌افزار

خشت اول گر نهد معمار راست!...

حسین نامی‌ساعی

دوستان و همراهان عزیز، قبل از هر سخن آغاز سال تحصیلی و میلاد حضرت رسول اکرم (ص) و امام جعفر صادق (ع) را تبریک می‌گویم.

یادم هست، همیشه در شروع سال تحصیلی جدید، در اولین جلسهٔ کلاس درس و قبل از شروع تدریس، به این سؤال‌ها پاسخ می‌دادم: چرا ریاضیات مهم است؟ انتظاراتی که از دانش‌آموزان در سال تحصیلی جدید دارم، چه انتظاراتی هستند؟ و روش‌های صحیح و مؤثر مطالعهٔ درس ریاضیات چه روش‌هایی هستند؟

امروز هم در شروع سال تحصیلی جدید و در اولین شماره از مجله می‌خواهم در این‌باره با هم صحبت کنیم و به این سؤال‌ها پاسخ دهیم. **اول اینکه چرا ریاضیات مهم است و اهمیت دانستن ریاضیات در چیست؟**

ریاضیات علم گسترده و متنوعی است که کاربردهای زیادی در زندگی روزمرهٔ ما دارد. برخی کاربردهای آن عمومی‌اند؛ نظیر: ● حساب و کتاب‌های اقتصادی خانواده و بودجهٔ روزانه، برای مدیریت درآمد خانواده و هزینه‌های خود و خانواده؛ ● ساخت و سازها و کارهای عمرانی، برای محاسبهٔ هزینه‌ها، سود، مصالح، نقشهٔ ساختمان و محاسبات برآورد پروژه‌های ساختمانی؛ ● محاسبه‌های سود و زیان کارخانه‌ها و واحدهای تولیدی و ... علاوه بر این، ریاضیات در بسیاری از فناوری‌های نوین کاربرد دارد؛ برای مثال: ● در فناوری‌های موقعیت‌یابی، مانند جی‌پی‌اس، ریاضیات به ما کمک می‌کند با استفاده از امواج ماهواره‌ای و دستگاه مختصات دکارتی و کروی، موقعیت جغرافیایی خود را بدانیم. ● در موتورهای جست‌وجو ریاضیات به ما کمک می‌کند با استفاده از الگوریتم‌های پردازشگر و زبان طبیعی و رتبه‌بندی صفحه‌های وب، بهترین نتایج را به کاربران ارائه دهیم. ● در روباتیک ریاضیات به ما کمک می‌کند عملکرد روبات‌ها را طراحی و مدیریت کنیم.

در کنار این کاربردها، ریاضیات زبان علم و فناوری است. علم تجزیه و تحلیل داده‌ها و علم اثبات حقایق و حل مشکلات در زمینه‌های گوناگون است. ریاضیات علم نظم، رابطه، الگوسازی و مدل‌سازی با استفاده از شمارش، اندازه‌گیری، توصیف شکل‌ها و اشیا، استدلال منطقی و تفکر انتقادی است. ریاضیات به ما کمک می‌کند مسئله‌ها را تحلیل و تفسیر کنیم. ریاضیات به‌خوبی می‌تواند پدیده‌های طبیعی را تشریح کند. ریاضیات به ما کمک می‌کند، محیط زیست و طبیعت و دنیای اطرافمان را بهتر بشناسیم. به عبارت دیگر، توانایی ما را در حل مسئله‌های زیستی و محیطی و اجتماعی بالا می‌برد. ریاضیات همچنین فرصت‌های زیادی را به‌وجود می‌آورد تا بتوانیم در آینده به شغل‌هایی که در زمینه‌های متفاوت به دانش ریاضی نیاز دارند، مانند حسابداری و امور مالی، مهندسی، و تجارت، و نیز شغل‌های دیگر مرتبط با علوم ریاضی، جذب شویم. و از همه مهم‌تر اینکه مطالعهٔ ریاضیات باعث افزایش توانایی فکری، تحلیل، نقد و بررسی، و خلاقیت می‌شود و به تقویت حافظه، تمرکز، تصور فضایی و استنباط ما و ... کمک می‌کند.

دوم اینکه انتظار معلم ریاضی از دانش‌آموزانش چیست؟

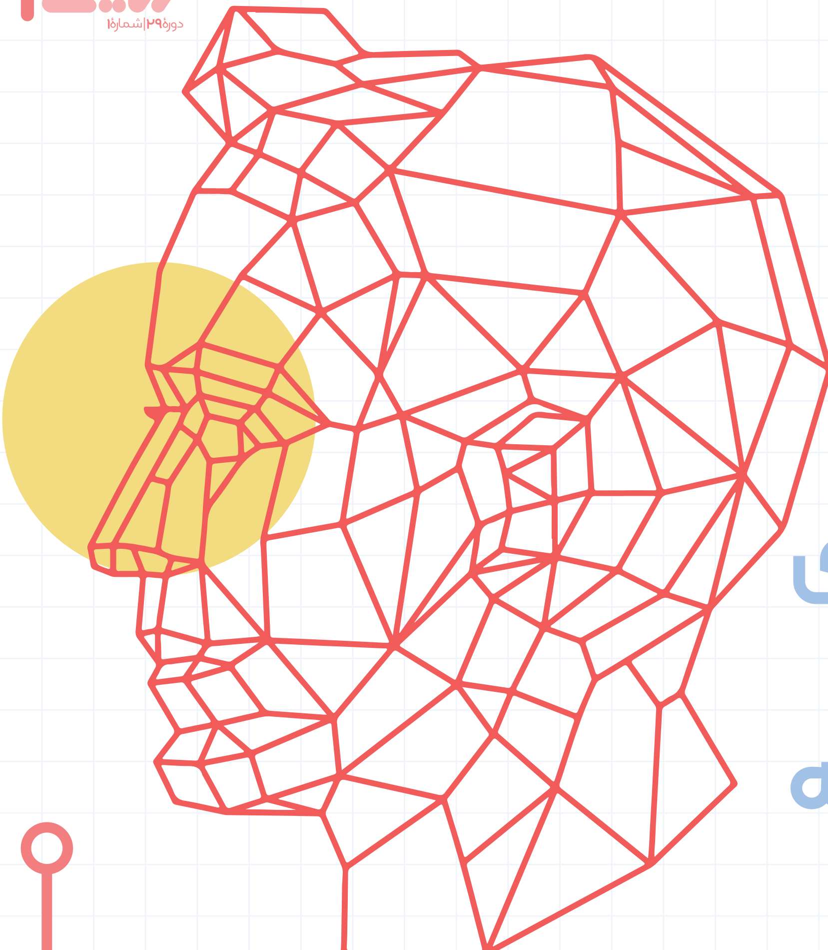
بهتر است بدانیم، انتظارات معلم از دانش‌آموزانش به آن‌ها کمک می‌کند بهتر یاد بگیرند، مهارت‌هایشان را تقویت کنند، خلاقیت و خودباوری خود را افزایش دهند و با معلم و هم‌کلاسی‌ها ارتباط خوبی برقرار کنند. و اما انتظارات من از دانش‌آموزانم این است: ○ حضور مرتب و منظم و تمرکز در کلاس، و شرکت فعال در فعالیت‌های تکمیلی؛ ○ احترام به قوانین و نظم کلاس، مدرسه، معلم و همکلاسی‌ها؛ ○ انجام به‌موقع تکلیف‌ها و تمرین‌های درسی؛ ○ پرسیدن سؤال، حل مشکلات و گفت‌وگو با معلم در مورد نقاط ضعف و قوت؛ ○ داشتن تصور مثبت از ارزش‌ها و توانایی‌های خود، به‌ویژه در رابطه با یادگیری ریاضی؛ ○ استفاده از روش‌های متفاوت حل مسئله و توجیه نتایج خود با استدلال‌های منطقی؛ ○ همکاری و کار گروهی در یادگیری ریاضی و بهره‌بردن از نظرات و پاسخ‌های یکدیگر؛ ○ و ...

و آخرین سؤال اینکه دانش‌آموزان از چه روش‌هایی استفاده کنند تا ریاضی را بهتر یاد بگیرند؟

روش‌های پیشنهادی من برای مطالعهٔ ریاضیات به دانش‌آموزانم شامل این روش‌هاست:

● در ابتدای سال تحصیلی برای خود یک برنامهٔ مطالعاتی منظم و متعادل تدوین کنید و حتماً از آن پیروی کنید. ● از کلاس و مباحث مطرح‌شده و درس تدریس‌شدهٔ معلم به هیچ عنوان عقب نمانید. به‌روز باشید و کار هر روز را همان روز انجام دهید. ● قبل از تدریس یک درس توسط معلم، نگاهی حتی کوتاه به آن درس در کتاب داشته باشید. ● در کلاس هنگام تدریس، به توضیح‌های معلم به‌دقت گوش دهید و روی نکاتی که معلم می‌گوید و می‌نویسد، توجه و تمرکز داشته باشید. ● درس جدید را تا رسیدن به فهم مرور کنید. تمرین‌های کتاب درسی را به صورت منظم حل کنید و سؤال‌های متنوع و مشابه دیگر را هم بیابید و حل کنید. ● اشتباه‌های خود را پیدا کنید و در جهت برطرف‌کردن آن‌ها اقدام کنید. ● در مطالعهٔ خود بر مفاهیم تمرکز کنید، نه فقط بر روش‌های حل مسئله. ● از نمونه‌های مثال‌های واقعی و محسوس و شهودی، برای درک بهتر مفهوم‌ها استفاده کنید. ● محیط و زمان مناسبی را برای مطالعهٔ ریاضی انتخاب کنید. ● با هم‌کلاسی‌های خود دربارهٔ مسائل ریاضی بحث و هم‌فکری کنید و در گروه‌های مطالعاتی حاضر شوید. ● با هدف و انگیزه ریاضی را مطالعه کنید؛ ریاضی را دوست داشته باشید و به کاربردهای آن در زندگی و علوم توجه کنید ● از منابع متفاوت و متنوع، مثل کتاب‌ها، نوشته‌ها، نرم‌افزارها، فیلم‌ها، مجله‌ها، سایت‌ها و پادکست‌ها، برای یادگیری ریاضیات استفاده کنید. ● تمرین و سؤال‌های زیادی با سطح‌های متفاوت سختی و پیچیدگی حل کنید. ● نقاط ضعف خود را بیابید، آن‌ها را به کمک معلم برطرف سازید و نقاط قوتتان را تقویت کنید. ● دربارهٔ ریاضیات با دیگران به تعامل بپردازید و در گروه‌های مطالعاتی، بحث‌ها، مسابقه‌ها و فعالیت‌های ریاضی شرکت کنید.

سلامت و سربلند باشید.



محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

آشنایی با هم‌نهشتی در **مثلث‌ها**

در تمام شماره‌های دو سال گذشته، یعنی ۱۶ شمارهٔ پی‌درپی، بحثی را با عنوان مفهوم‌های هندسی و حل مسئله بررسی کردیم. از ابتدایی‌ترین مفهوم‌های هندسه که نقطه و خط هستند شروع و روشی را در ساختن هندسه بیان کردیم. بعد از بیان اصل‌هایی در مورد نقطه و خط، دو مفهوم مهم دیگر هندسه، یعنی پاره‌خط و زاویه، را تعریف کردیم. همچنین، کوشیدیم نمادهایی را به کار ببریم که امروزه در تمام کشورهای دنیا و تقریباً تمام کتاب‌های هندسه، از ابتدایی‌ترین تا پیشرفته‌ترین کتاب‌های دنیا، به کار می‌برند؛ امیدواریم کشور ما هم در مقابل استفاده از این نمادها از بین برود و همه با آن آشنا شوند. با به‌کاربردن این نمادها، مفهوم‌های پاره‌خط و اندازهٔ پاره‌خط، زاویه و اندازهٔ زاویه و یکی از مهم‌ترین مفهوم‌های اساسی هندسه یعنی «بین‌بودن» یا همان «بینیّت» معنی پیدا می‌کنند و تفاوت‌های آن‌ها مشخص می‌شوند. بعد از مفهوم‌های زاویه و پاره‌خط، ساختن هندسه را با خط‌های موازی و عمود بر هم و ویژگی‌های آن‌ها همراه با حل مسئله‌های گوناگون دنبال کردیم تا به مهم‌ترین بخش هندسه که تبدیل‌های هندسی هستند، رسیدیم.

سعی کردیم مفهوم‌های هم‌نهشتی را به روش تبدیل‌های هندسی و طولپاها که امروزه توصیهٔ اکثر آموزشگران ریاضی جهان است، تعریف کنیم. مثال‌ها و مسئله‌های مهمی را از آن‌ها حل کردیم. نشان دادیم چگونه به کمک طولپاهای بازتاب، انتقال و دوران شکل‌های هم‌نهشت را به هم تبدیل یا به بیان دیگر بر هم منطبق می‌کنیم.

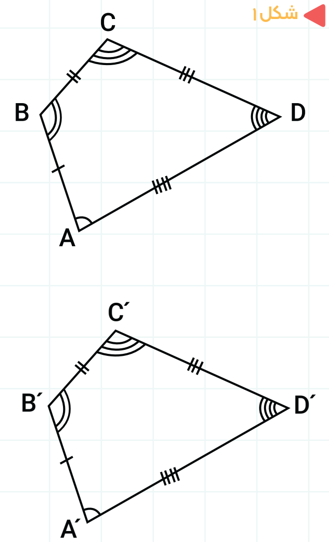
اکنون با توجه به تعریف مثلث، که یکی از ستون‌های اساسی هندسه است و یادآوری تعریف هم‌نهشتی دو مثلث، حالت‌های گوناگون هم‌نهشتی مثلث‌ها را بیان می‌کنیم. با بررسی حالت‌های هم‌نهشتی مثلث‌ها، دنیایی برای حل مسئله‌های هندسه روی ما باز می‌شود. در واقع، اساسی‌ترین استدلال‌های هندسی از اینجا شروع می‌شوند. سعی می‌کنیم از اینجا به بعد به حل مسئله اهمیت بیشتری بدهیم تا دانش‌آموزان با استدلال‌ها و تفکرهای حل مسئله آشنا شوند.

ابتدا تعریف هم‌نهشتی را در حالت کلی بیان می‌کنیم و سپس هم‌نهشتی مثلث‌ها را با حل مسئله‌های متعدد ادامه می‌دهیم.

تعریف کلی همنهشتی: دو شکل F و F′ را همنهشت گوییم، هرگاه تبدیل طولپای T (بازتاب، انتقال، دوران یا ترکیبی از آن‌ها) وجود داشته باشد که T(F)=F′ یعنی یکی به وسیلهٔ T به دیگری تبدیل شود. وقتی F با F′ همنهشت است، می‌نویسیم F≅F′.

وقتی دو مثلث یا به‌طور کلی دو چندضلعی همنهشت هستند، بین ضلع‌ها با هم و بین زاویه‌ها با هم تناظری وجود دارد که هر دو ضلع متناظر همنهشت و هر دو زاویهٔ متناظر نیز همنهشت هستند.

شکل ۱



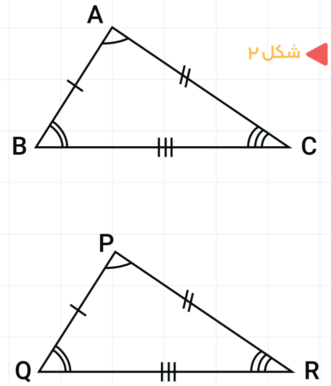
در شکل ۱ ABCD≅A′B′C′D′، ضلع‌ها و زاویه‌های نظیر هم مشخص شده‌اند: $\overline{AB}\cong\overline{A'B'}$، $\overline{BC}\cong\overline{B'C'}$ و ... . به همین ترتیب، $\angle A\cong\angle A'$، $\angle B\cong\angle B'$ و به همین ترتیب هم ادامه دارد: A′ نظیر A، B′ نظیر B، ... ، $\overline{A'B'}$ نظیر $\overline{AB}$ و تا آخر.

بنابراین، برای همنهشتی دو مثلث یا به‌طور کلی دو چندضلعی، ابتدا باید به دنبال یک تناظر بین ضلع‌ها و زاویه‌ها باشیم. برای دو ΔABC و ΔPQR که همنهشت هستند، مطابق شکل ۲ می‌نویسیم ΔABC ≅ ΔPQR.

روش و ترتیب نوشتن حرف‌ها بر اساس تناظر بین آن‌هاست.

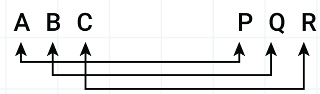
این تناظر یا نظیرکردن را می‌توانیم به یکی از دو روشی که در ادامه آمده است، بنویسیم:

شکل ۲



$C\longleftrightarrow R$ ،$B\longleftrightarrow Q$ ،$A\longleftrightarrow P$

یا



و بین ضلع‌ها تناظرهای زیر را داریم:

$\overline{CA}\longleftrightarrow\overline{RP}$

$\overline{BC}\longleftrightarrow\overline{QR}$

$\overline{AB}\longleftrightarrow\overline{PQ}$

بین زاویه‌ها هم تناظرهای زیر را داریم:

$\angle C\longleftrightarrow\angle R$

$\angle B\longleftrightarrow\angle Q$

$\angle A\longleftrightarrow\angle P$

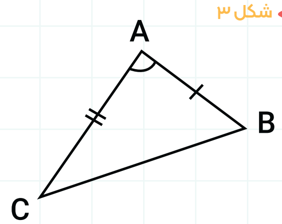
نماد ≅ که برای همنهشتی یا قابل‌انطباق‌بودن به کار می‌رود، ترکیبی از نماد = به این معنی است که قسمت‌های متناظر شکل دارای یک اندازه‌اند و نماد ~ به معنی آن است که شکل‌ها هم‌ریخت (مشابه) هستند. بنابراین، نماد ≅ یعنی همنهشتی، به معنی هم‌اندازه و هم‌ریخت‌بودن است.

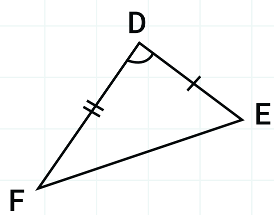
در حالت کلی، برای آنکه ثابت کنیم دو مثلث همنهشت‌اند، باید ثابت کنیم هر سه ضلع از یکی نظیر به نظیر با سه ضلع از دیگری همنهشت‌اند و هر سه زاویه از یکی نظیر به نظیر با سه زاویه از دیگری همنهشت‌اند. اما اصل و قضیه‌هایی داریم که بیان می‌کنند، همنهشتی شش جزء از یکی با شش جزء از دیگری لازم نیست و در هر حالت، همنهشتی سه جزء از یکی با سه جزء از دیگری کافی است. در مقاله‌های قبلی اولین آن‌ها را نشان دادیم؛ یعنی اولین حالت همنهشتی دو مثلث چنین است:

همنهشتی ض-ز- ض (دو ضلع و زاویهٔ بین)

هرگاه تناظری بین دو مثلث مفروض باشد، به‌طوری که دو ضلع و زاویهٔ شامل آن‌ها از مثلث اول با اجزای نظیرش از مثلث دوم همنهشت باشند، آنگاه این دو مثلث همنهشت‌اند.

شکل ۳





به زبان نمادها، در دو مثلث ABC و DEF (شکل ۳)، اگر $\overline{AB}\cong\overline{DE}$ و $\overline{AC}\cong\overline{DF}$ و $\angle A\cong\angle D$ آنگاه:

ΔABC ≅ ΔDEF

با استفاده از تعریف همنهشتی، این نتیجه‌ها را داریم:

۱. هر مثلث با خودش همنهشت است: ΔABC ≅ ΔABC.

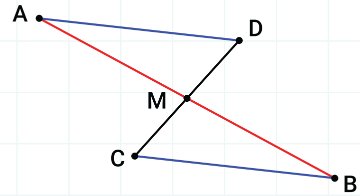
۲. اگر ΔABC ≅ ΔDEF، آنگاه:

ΔDEF ≅ ΔABC

۳. اگر ΔABC ≅ ΔDEF و ΔDEF ≅ ΔPQR آنگاه: ΔABC ≅ ΔPQR.

اکنون که با تعریف همنهشتی دو مثلث و نیز با اولین قضیه یا اصل همنهشتی دو ضلع و زاویهٔ بین آشنا شدیم، به حل چند مسئله می‌پردازیم:

مسئلهٔ ۱. در شکل ۴ دو پاره‌خط AB و CD یکدیگر را نصف کرده‌اند؛ یعنی M وسط هر دو پاره‌خط AB و CD است. ثابت کنید AD=BC.



▲ شکل ۴

پاسخ: شاید در ابتدا فکر کنید هم‌اندازه بودن دو پاره‌خط یا هم‌نهشتی دو پاره‌خط با هم‌نهشتی دو مثلث چه رابطه‌ای دارد! اما با توجه به تعریف هم‌نهشتی، هرگاه دو مثلث یا به‌طور کلی دو چندضلعی هم‌نهشت باشند، ضلع‌های نظیر هم در هر دو و همچنین زاویه‌های نظیر هم در هر دو، دوبه‌دو هم‌نهشت یا هم‌اندازه هستند.

بنابراین، یکی از روش‌هایی که ثابت می‌کنیم دو پاره‌خط طول‌های مساوی دارند این است که: اگر بتوانیم دو مثلث را چنان پیدا کنیم که این دو پاره‌خط دو ضلع نظیر در این دو مثلث باشند و بتوانیم ثابت کنیم این دو مثلث هم‌نهشت هستند، آنگاه آن دو پاره‌خط نیز هم‌نهشت و در نتیجه دارای طول‌های برابر هستند.

اکنون، در این مسئله، پیداکردن دو مثلث که ضلع‌های آن‌ها پاره‌خط‌های AD و BC باشند، ساده است. حتماً آن‌ها را پیدا کرده‌اید. کافی است ثابت کنید این دو مثلث هم‌نهشت‌اند. چگونه از هم‌نهشتی ض- ز- ض استفاده می‌کنید؟ کمی فکر کنید. بسیار ساده است. به فرض مسئله توجه کنید.

مسلّم است با توجه به فرض خواهید گفت: AM=MB و MD=MC. حال به دنبال زاویه‌ها می‌رویم. احتمالاً خواهید گفت $\angle AMD$ و $\angle BMC$ هم‌اندازه یا هم‌نهشت هستند. چرا؟ کافی است ویژگی زاویه‌های متقابل‌به‌رأس را به یاد داشته باشید. بنابراین، بنا بر هم‌نهشتی ض-ز-ض، یعنی دو ضلع و زاویهٔ بین $\Delta MBC \cong \Delta MAD$. در نتیجه تمام اجزای دیگر دو مثلث نظیر به نظیر هم‌اندازه‌اند. پس: AD=BC.

اکنون مسئله‌های بعدی را مطرح می‌کنیم و حل آن‌ها را به عهدهٔ خود شما می‌گذاریم. کافی است ویژگی خط‌های موازی را که قبلاً بررسی کرده‌ایم، به یاد داشته باشید. در این صورت حل مسئله بسیار ساده است. پس صورت مسئلهٔ دوم را بیان می‌کنیم:

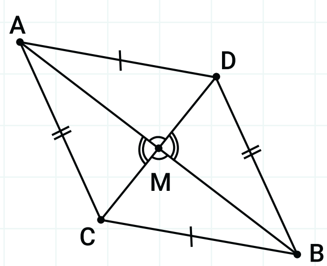
مسئلهٔ ۲. دو پاره‌خط AB و CD یکدیگر را نصف کرده‌اند. یعنی M وسط هر دوی آن‌هاست. ثابت کنید خط‌های AD و BC موازی‌اند.

مسئلهٔ بعدی در اساس همان مسئلهٔ ۱ است که برای دو پاره‌خط دیگر بیان شده است:

مسئلهٔ ۳. دو پاره‌خط AB و CD یکدیگر را نصف کرده‌اند. ثابت کنید AC=DB.

ابتدا دو پاره‌خط AC و DB را رسم می‌کنیم. از هم‌نهشتی کدام دو مثلث استفاده می‌کنید؟

مسئلهٔ ۴. دو پاره‌خط AB و CD یکدیگر را نصف کرده‌اند، یعنی وسط هر دو یک نقطه است. ثابت کنید خط‌های AC و DB موازی‌اند.



▲ شکل ۵

توجه داشته باشیدکه وقتی خط‌های AC و DB موازی هستند، پاره‌خط‌های AC و DB را نیز موازی می‌نامیم (شکل ۵). قبلاً تعریف زیر را بیان کرده‌ایم. آن را مرور می‌کنیم:

تعریف: دو پاره‌خط، دو نیم‌خط، یک پاره‌خط و یک نیم‌خط را موازی گوییم هرگاه خط‌های شامل آن‌ها موازی باشند.

درواقع در مسئله‌های ۲ و ۴ موازی‌بودن پاره‌خط‌ها را نیز ثابت کرده‌اید.

اگر به هر چهار مسئلهٔ قبل با دقت بیشتر توجه کنید، می‌بینید همگی، علاوه بر اثبات‌های خواسته‌شده، می‌توانند یک هدف مهم را در اثبات یک ویژگی ثابت کنند. آیا می‌توانید آن را حدس بزنید. اگر نتوانسته‌اید کمی به شما کمک می‌کنیم.

تعریف چندضلعی و به‌ویژه چهارضلعی را در مقاله‌های قبلی بیان کردیم. همهٔ شما در دوره‌های ابتدایی با چهارضلعی‌های معروف آشنا شده‌اید. اولین و مهم‌ترین چهارضلعی معروف متوازی‌الاضلاع است. آیا تعریف آن را به یاد دارید؟

اگر فراموش کرده‌اید، آن را مرور می‌کنیم. البته متوازی‌الاضلاع را با ویژگی‌های گوناگون می‌توان تعریف کرد، اما بهترین و مرسوم‌ترین تعریف چنین است:

تعریف: آن چهارضلعی را که هر دو ضلع مقابل آن موازی باشند، متوازی‌الاضلاع می‌نامیم.

به کمک این تعریف، می‌توانیم تمام ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را ثابت کنیم. در بخش‌های بعدی آن را دنبال می‌کنیم. اگر مسئله‌های ۲ و ۴ را دوباره مرور کنید، مشاهده می‌کنید شما ثابت کرده‌اید چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است (طبق تعریف).

قبلاً قطر را در چندضلعی‌ها تعریف کردیم. بنابراین، پاره‌خط‌های AB و CD در واقع قطرهای چهارضلعی ADBC هستند. بنابراین شما مسئلهٔ زیر را ثابت کرده‌اید:

مسئلهٔ ۵. هرگاه در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

یک مسئله و چند راه حل

نگاهی به قضیهٔ ویویانی
نقطهٔ ارتفاع سنج (قسمت اول)

● محسن کیخائی، حسین کریمی

مسئله: ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون یا روی مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، با ارتفاع مثلث برابر است[۱].

▲ وینچنزو ویویانی (۱۷۰۳-۱۶۲۲)

«هندسه آموزگاری بی‌مانند برای آموختن صریح و روشن مطالبی است که سودمند، لذت‌بخش، زیبا و پسندیده‌اند. هندسه تنها علم واقعی است، بدین معنی که بدون واسطه و علت، از خود دانش می‌آفریند. این علم به‌تنهایی راه دستیابی به خرد را می‌آموزد. حتی به عقل انسان که پرتوی از موهبت الهی است، یادآور می‌شود که به‌عنوان یک وسیلهٔ ادراک می‌تواند از طریق اصولی که به‌روشنی در طبیعت شناخته شده‌اند، بدون گمراه‌کردن خود و دیگران، وجود و ویژگی‌های اشیا را در عالم خلقت، همچنین نظم و ترتیبی که خداوند در تعداد، وزن و اندازهٔ آن‌ها قرار داده است، بشناسد و درک کند» (وینچنزو ویویانی).

چند نکته و مثال

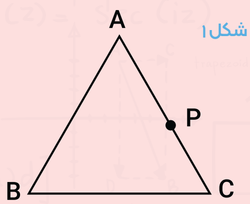
● منظور از فاصلهٔ یک نقطه از یک ضلع، طول پاره‌خطی است که از آن نقطه بر ضلع عمود می‌شود. اگر نقطه روی آن ضلع قرار داشته باشد، فاصله‌اش تا آن ضلع صفر است.

● فاصلهٔ دو خط موازی برابر است با فاصلهٔ هر نقطهٔ دلخواه واقع بر یکی از آن دو خط تا خط دیگر. این فاصله همواره ثابت است.

● در مثلث متساوی‌الاضلاع، هر سه ارتفاع طول‌های برابر دارند و عمودمنصف ضلع مقابل هستند.

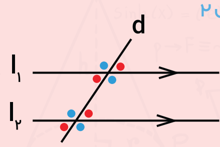
◄ **تمرین ۱.** مانند شکل ۱، مثلث متساوی‌الاضلاعی رسم کنید و نقطهٔ P را روی ضلع آن قرار دهید. مجموع فاصله‌های نقطهٔ P از ضلع‌ها را به دست آورید. همچنین درستی نکتهٔ قبل را بررسی کنید.

◄ شکل ۱



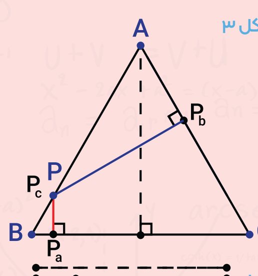
● هرگاه خطی غیر عمود، دو خط موازی را قطع کند، هشت زاویه به وجود می‌آید که چهار زاویهٔ تند با هم و چهار زاویهٔ باز با هم مساوی هستند (شکل ۲). واضح است که اگر خط d عمود باشد، هشت زاویهٔ قائمه تشکیل می‌شود.

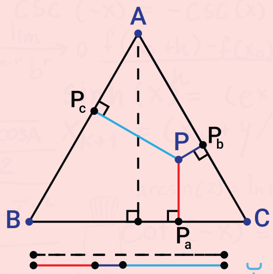
◄ شکل ۲



◄ **مثال ۱.** در شکل ۳(الف و ب) مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

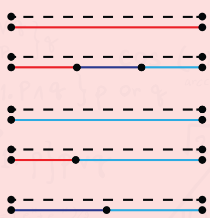
◄ شکل ۳





◄ **تمرین ۲.** برای هر مورد در شکل ۴ مثلثی یکسان با مثلث شکل ۳ رسم و موقعیت نقطهٔ P را مشخص کنید.

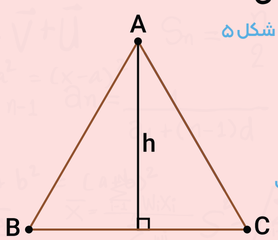
◄ شکل ۴



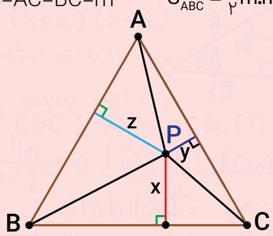
اثبات مسئله

روش ۱.

◄ شکل ۵



$AB=AC=BC=m \qquad S_{ABC}=\frac{1}{2}m.h$



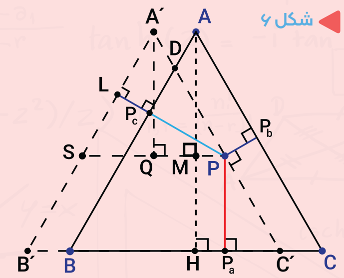
$$S_{ABC}=S_{APB}+S_{APC}+S_{BPC}$$
$$=\frac{1}{2}m.z+\frac{1}{2}m.y+\frac{1}{2}m.x$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(z+y+x)=\frac{1}{2}m.h$$
$$\Rightarrow z+x+y=h$$

◄ **تمرین ۳.** نقطهٔ P را روی یکی از ضلع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC انتخاب کنید و مشابه روش ۱ (شکل ۵-ب) مسئله را ثابت کنید.

◄ **روش ۲.** در شکل ۶، مثلث A′B′C′ از انتقال مثلث متساوی‌الاضلاع ABC در امتداد ضلع BC حاصل شده است.

(این انتقال را تا جایی ادامه داده‌ایم که نقطهٔ P روی ضلع A´C´ واقع شود.) از نقطهٔ P پاره‌خط PS را موازی پاره‌خط B´C رسم کرده‌ایم. بنابراین، مثلث A´SP متساوی‌الاضلاع است و: PL=A´Q. همچنین با توجه به شکل ۶، دو ذوزنقهٔ ADC´C و A´DBB´ برابر هستند؛ پس: $PP_b=P_cL$.
با در نظر گرفتن AH=h داریم:

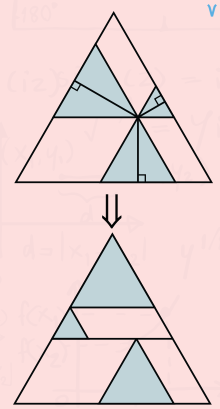
شکل ۶



$$h = AM + MH \underset{MH=PP_a}{\overset{AM=A'Q}{=}} A'Q + PP_a \overset{A'Q=PL}{=} PL + PP_a \overset{PL=PP_c+P_cL}{=}$$
$$= PP_c + P_cL + PP_a = PP_c + PP_b + PP_a$$

روش ۳. اثبات بدون کلام[2]

شکل ۷

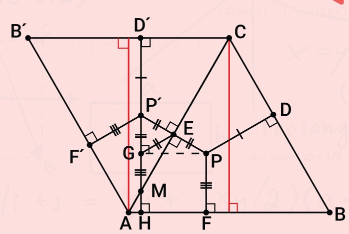


روش ۴. درشکل ۸ بازتاب مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را نسبت به ضلع AC رسم کرده‌ایم. بنابراین B´، D´، F´ و P´ به ترتیب بازتاب نقطه‌های B، D، F و P هستند. می‌دانیم در بازتاب، اندازهٔ طول‌ها و همچنین اندازهٔ زاویه‌ها ثابت می‌ماند. بنابراین: PD=P´D´، PF=P´F´ و PE=P´E.
همچنین، پاره‌خط D´P´ را امتداد داده‌ایم تا در نقطهٔ H بر ضلع AB عمود شود (چون B´C موازی AB است و $\angle D' = 90^\circ$ پس: $\angle H = 90^\circ$).
از نقطهٔ P پاره‌خطی (خط‌چین) موازی AF در نقطهٔ G بر D´H عمود شده است. در مثلث MD´C داریم: $\angle M = 30^\circ$ و با توجه به اینکه مثلث MEP´ قائم‌الزاویه است، پس: $\angle MP'E = 60^\circ$. در نتیجه: $\angle GPP' = 30^\circ$. از طرف دیگر می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰ درجه نصف وتر است، پس: P´G=P´E و نتیجه می‌گیریم مثلث GP´E متساوی‌الاضلاع است؛ یعنی: P´G=GE=P´E.
از این بحث، تساوی زیر به دست می‌آید:

PD+PE+PF=D´P´+P´G+GH=D´H

واضح است که D´H با ارتفاع مثلث ABC برابر است.

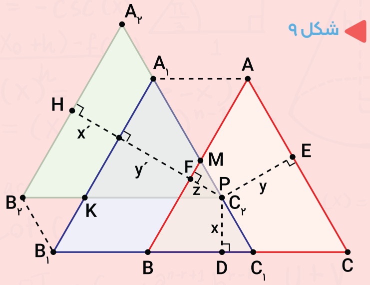
شکل ۸



تمرین ۴. مثلث ABC در شکل ۸ را رسم کنید. این بار نقطهٔ P را در طرف دیگر ارتفاع در نظر بگیرید و مشابه روش ۴، مسئله را ثابت کنید.

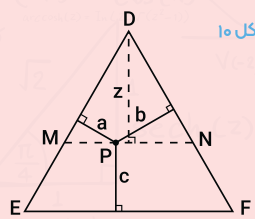
روش ۵. در شکل ۹ مثلث $A_1B_1C_1$ از انتقال مثلث متساوی‌الاضلاع ABC در امتداد ضلع BC، تا جایی که نقطهٔ P روی ضلع A_1C_1 واقع شود، حاصل شده است. همچنین مثلث $A_2B_2C_2$ از انتقال مثلث $A_1B_1C_1$ در امتداد ضلع A_1C_1 به وجود آمده است، به‌طوری که نقطهٔ P روی رأس C_2 قرار گرفته است. بنابراین: $B_2C_2 \| B_1C$ و $A_2C_2 \| AC$.
چون دو پاره‌خط A_1B_1 و A_2B_2 با AB موازی‌اند، پس امتداد PF بر هر دوی آن‌ها عمود است. با توجه به اینکه دو ذوزنقهٔ AMC_1C و A_1MBB_1 با هم برابرند، پس: y=y´. از برابری دو ذوزنقهٔ $A_2A_1KB_2$ و $B_1KC_2C_1$ هم نتیجه می‌شود: x=x´.
بنابراین: x+y+z=x´+y´+z=PH که PH هم با ارتفاع ABC برابر است.

شکل ۹



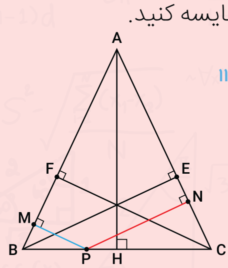
تمرین ۵. در مثلث متساوی‌الاضلاع DEF (شکل ۱۰)، پاره‌خط MN (گذرنده از P) موازی با ضلع EF رسم شده است. نخست در مثلث DMN، z را به دست آورید. سپس با استفاده از آن قضیهٔ ویویانی را برای مثلث DEF ثابت کنید.

شکل ۱۰



تمرین ۶. در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مثلث ABC متساوی‌الساقین است (AB=AC).
الف) مجموع فاصله‌های نقطهٔ P از ساق‌های مثلث را با اندازهٔ ارتفاع وارد بر ساق مقایسه کنید.

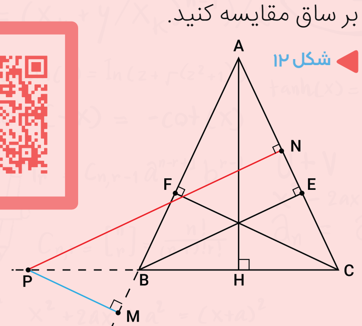
شکل ۱۱



ب) این بار نقطهٔ P بر امتداد قاعدهٔ مثلث واقع شده است. اختلاف فاصله‌های نقطهٔ P از ساق‌های مثلث را با اندازهٔ ارتفاع وارد بر ساق مقایسه کنید.

با پویش رمزینه تمام حالت‌های مسئله را ببینید.

شکل ۱۲



تلاش کنید نتیجه‌هایی را که در این دو قسمت به دست آوردید، اثبات کنید.

پی‌نوشت‌ها:
1. Viviani´s Theorem
2. Proofs Without Words

منابع:
1. mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Viviani/
2. Roger.B.Nelsen, Proofs Without Words 3,MAA, 2015/
3. www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/Viviani.shtml/
4. AN INTERESTING GEOMETRIC PROOF OF VIVIANI'S THEOREM.2015. Heo, Nam Gu. 2015/
5. A Proof without words for Viviani´s theorem.Tikekar, V.G. 2015

کلاس درس سقراط

نمونه‌ای از حل مسئله به روش **سقراط**

● **به انتخاب** آرش رستگار[1]

قدیمی‌ترین سند تاریخی از یک فرایند حل مسئله که تا امروز به‌دست‌آمده است، رساله‌ای از فیلسوف شهیر افلاطون است. او پایه‌گذار مدرسه و مکتب فکری جدیدی بود که اقلیدس در آن تحصیل کرد. این رساله به زبان یک مکالمهٔ فرضی بین سقراط، معلم افلاطون و مِنو، یک نجیب‌زادهٔ جوان و یک پسر که بردهٔ مِنوی جوان بوده، تنظیم شده است.

■ **مِنو:** چگونه می‌توان به دنبال چیزی گشت، بدون کوچک‌ترین اطلاعی از اینکه آن چیز چیست؟ آیا هرگز ممکن است چیزی را که نمی‌دانیم، موضوع جست‌وجو و کنکاش خود قرار دهیم؟ اگر بخواهم نظرم را طور دیگر بیان کنم، باید بگویم از کجا می‌توانیم بدانیم آنچه را که یافته‌ایم، از پیش نمی‌دانسته‌ایم؟

● **سقراط:** منظورت را متوجه می‌شوم. سؤالی که می‌پرسی همان «استدلال مکارانه» است که انسان نمی‌تواند بکوشد آنچه را می‌داند یا آنچه را نمی‌داند کشف کند. چون آنچه را می‌داند، نیازی به جست‌وجویش ندارد و آنچه را نمی‌داند، چگونه به دنبال آن جست‌وجو کند!

■ **مِنو:** بسیار خب، آیا این استدلال درست نیست؟

● **سقراط:** خیر.

■ **مِنو:** می‌توانید توضیح دهید چگونه این استدلال شکست می‌خورد؟

● **سقراط:** من اعتقاد دارم، ما فقط آنچه را می‌دانیم به یاد می‌آوریم. این طرز تفکر نظریه‌ای است که باعث می‌شود دانشجویان با سخت‌کوشی برای یادگیری تلاش کنند.

■ **مِنو:** بنابراین، به نظر شما آنچه ما یادگیری می‌نامیم، چیزی جز به‌یادآوردن نیست. آیا می‌توانی این را به من ثابت کنی؟

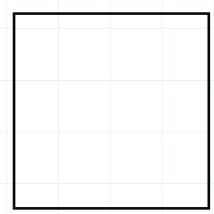
● **سقراط:** این کار ساده‌ای نیست. با این حال، از آنجا که تو از من درخواست کرده‌ای، سعی می‌کنم این کار را انجام دهم. یکی از بردگانی را که به همراه داری، صدا کن؛ هر کدام را که دوست داری. من با کمک او آنچه را می‌خواهی به تو ثابت خواهم کرد.

■ **مِنو:** البته ... پسر بیا اینجا.

● **سقراط:** پس به دقت مناظرهٔ ما را زیر نظر بگیر تا ببینی آیا من چیزی به او یاد می‌دهم یا او خود به خاطر می‌آورد.

■ **مِنو:** چنین خواهم کرد.

● **سقراط:** خب پسر. می‌دانی مربع شکلی چنین است؟

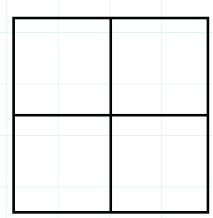


▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** و اینکه هر چهار ضلع آن برابر است؟

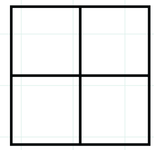
پسر: بله.

● **سقراط:** و این خطهایی که وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کنند، برابرند؟



▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** و این شکل می‌تواند کوچک‌تر یا بزرگ‌تر باشد؟



▲ **پسر:** بله.

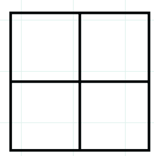
● **سقراط:** حالا اگر طول یک ضلع دو قدم باشد و ضلع دیگر به همان اندازه باشد، مساحت مربع چقدر می‌شود؟

▲ **پسر:** ...

● **سقراط:** بگذار این‌طور بپرسم، اگر یک ضلع دو قدم باشد و ضلع دیگر یک قدم، آیا مساحت شکل دو قدم مربع نمی‌شود؟

▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** اما حالا که طول ضلع دوم دو قدم است، آیا مساحت کل دو برابر نمی‌شود؟



▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** دو برابر مساحت دو قدم مربع چقدر می‌شود؟ حساب کن و به من بگو.

▲ **پسر:** چهار.

● **سقراط:** حالا آیا می‌توان شکلی شبیه همین مربع پیدا کرد که کمی بزرگ‌تر باشد و مساحت آن دو برابر این مربع باشد؟

▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** مساحت آن چند قدم مربع خواهد بود؟

▲ **پسر:** هشت.

● **سقراط:** حالا سعی کن به من بگویی طول هر ضلع آن چقدر خواهد بود؟

▲ **پسر:** معلوم است که هر ضلع آن هم دو برابر خواهد بود.

● **سقراط:** مِنوی جوان، می‌بینی که من به او چیزی یاد نمی‌دهم و فقط از او سؤال می‌کنم. او اکنون فکر می‌کند طول ضلع مربعی به مساحت هشت قدم مربع را می‌داند.

■ **مِنو:** بله.

● **سقراط:** اما آیا او می‌داند؟

■ **مِنو:** البته که نه.

● **سقراط:** او فکر می‌کند که طول ضلع آن دوبرابر آن مربع اول است.

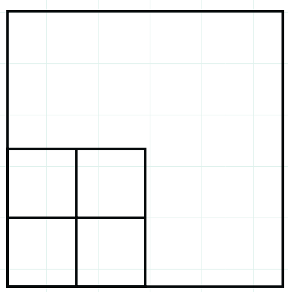
■ **مِنو:** بله.

● **سقراط:** حال نگاه کن که او چگونه به خاطر می‌آورد. پسرا! تو می‌گویی که ضلع‌های دوبرابرشده، مربعی به مساحت دوبرابر تولید می‌کنند.

▲ **پسر:** بله، این‌طور فکر می‌کنم.

● **سقراط:** پس ضلع‌های پایینی و سمت چپ این شکل را ادامه بده تا طول آن‌ها دو برابر شود و بر این دو ضلع مربعی بساز.

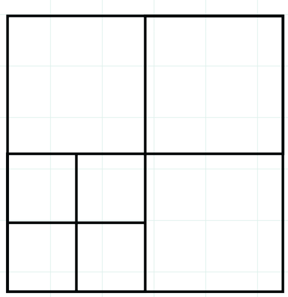
پسر چنین شکلی رسم کرد:



● **سقراط:** بنا بر آنچه گفتی، مربعی که درست شد، باید هشت قدم مربع مساحت داشته باشد.

پسر: بله.

● **سقراط:** اما آیا هر کدام از این چهار مربع بزرگ، مساحتی برابر با مربع اصلی ندارند؟



پسر: بله.

● **سقراط:** پس این مربع چقدر بزرگ است؟ آیا چهار برابر مربع اولیه نخواهد بود؟

پسر: بله.

● **سقراط:** اما چهاربرابر مربع اولیه، شانزده قدم مربع مساحت خواهد داشت.

پسر: بله.

● **سقراط:** آیا یک مربع به مساحت هشت قدم مربع، نیمی از این مربع و دوبرابر مربع اولیه مساحت ندارد؟

پسر: چرا دارد.

● **سقراط:** پس ضلعی کوچک‌تر از این مربع و بزرگ‌تر از مربع اولیه ندارد؟

▲ **پسر:** چرا. باید این‌طور باشد. این‌طور فکر می‌کنم.

● **سقراط:** خیلی خوب. همیشه همان را که فکر می‌کنی بگو. آیا ضلع مربع اولیه دو قدم و ضلع این مربع چهار قدم نیست؟

▲ **پسر:** چرا هست.

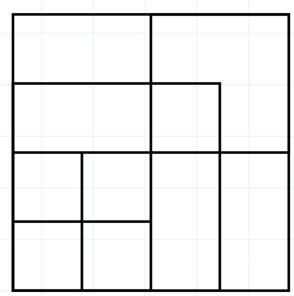
● **سقراط:** بنابراین، ضلع مربعی به مساحت هشت قدم مربع از چهار قدم کوچک‌تر و از دو قدم بزرگ‌تر نیست؟

▲ **پسر:** بله.

● **سقراط:** سعی کن بگویی طول ضلع این مربع چقدر است؟

▲ **پسر:** سه قدم.

● **سقراط:** اگر مربعی به ضلع سه قدم بسازیم، مساحت آن چقدر می‌شود؟ سه قدم در سه قدم چقدر می‌شود؟



▲ **پسر:** نه قدم مربع.

● **سقراط:** ولی قرار بود این مربع مساحتی برابر چند قدم مربع داشته باشد؟

▲ **پسر:** هشت قدم مربع.

● **سقراط:** اما هنوز مربعی به مساحت هشت قدم مربع نساخته‌ایم.

▲ **پسر:** نه.

● **سقراط:** پس طول ضلع چنین مربعی چقدر است؟ سعی کن آن را به‌طور دقیق بگویی. اگر نمی‌خواهی آن را بشماری، آن را در تصویر نشان بده.

▲ **پسر:** فایده‌ای ندارد، پاسخ آن را نمی‌دانم.

● **سقراط:** مِنوی جوان! توجه کن که او در این مرحله به مسیر یادآوری رسیده است. در آغاز او نمی‌دانست ضلع مربع به مساحت هشت قدم مربع چقدر می‌شود؛ حالا هم نمی‌داند. اما او فکر می‌کرد پاسخ سؤال را به‌راحتی به‌دست می‌آورد و شکی در خود راه نداد. اما حالا اظهار نادانی می‌کند. نه‌تنها جواب را نمی‌داند، بلکه فکر هم نمی‌کند که می‌داند.

■ **منو:** کاملاً صحیح است.

● **سقراط:** آیا ما در به شک انداختن او ضرری به او رسانده‌ایم؟

■ **منو:** فکر نمی‌کنم!

● **سقراط:** در واقع به او کمک هم کرده‌ایم به سمت یادآوری جواب صحیح پیش رود. اما او اکنون نه‌تنها از جواب صحیح غافل است، بلکه خوش‌حال می‌شود به جست‌وجوی آن برود. تاکنون او با اطمینان و روانی چنان صحبت می‌کرد که گویی می‌توان همین اظهارات را در برابر جمعیتی از شنوندگان ارائه کند.

■ **مِنو:** بدون شک.

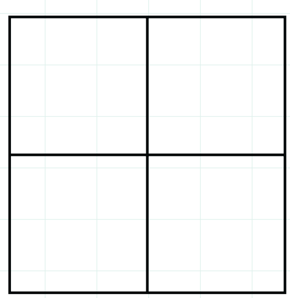
● **سقراط:** آیا فکر می‌کنی او تلاش می‌کرد به دنبال دانش جست‌وجو و کنکاش کند تا آنچه را فکر می‌کند می‌داند، بفهمد؟

■ **مِنو:** خیر.

● **سقراط:** پس روند به‌شک‌انداختن او برایش مفید بود.

■ **مِنو:** قبول دارم.

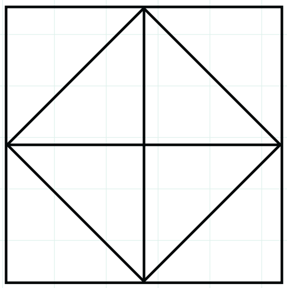
● **سقراط:** حال توجه کن که با شروع از این حالت شک، او با همراهی من حقیقت را کشف خواهد کرد؛ البته بدون درس‌دادن من به او. تنها از او سؤالاتی می‌کنم. آماده باش که اگر به او چیزی یاد دهم، مرا متوقف کنی. حالا به من بگو پسر، که این مربع به ضلع چهار قدم را می‌توان این‌گونه چهار برابر کرد؟



پسر: بله.

سقراط: حال اگر این خطوط از گوشه‌ای به گوشه‌ای کشیده شوند، هر کدام از مربع‌ها را نصف می‌کنند؟

پسر: بله.



سقراط: آیا این چهار خطی که کشیدیم، برابر نیستند؟

پسر: بله.

سقراط: مساحتی که این خطوط محصور می‌کنند چقدر است؟

پسر: نمی‌فهمم.

سقراط: آیا این چهار مربع هر یک با یک خط به دو نیمه تقسیم شده‌اند که یکی از آن نیمه‌ها درون مربع قرار دارد؟

پسر: بله.

سقراط: چند تا از این نیمه‌ها در این وسط داریم؟

پسر: چهار.

سقراط: در هر یک از مربع‌ها چند نیمه داریم.

پسر: دو.

سقراط: پس این شکل درونی چقدر بزرگ است؟

پسر: هشت قدم مربع.

سقراط: مربع به چه ضلعی؟

پسر: به ضلع همین خطی که گوشه‌ها را وصل می‌کند.

سقراط: پس می‌بینیم، مربعی که ضلع آن برابر قطر مربعی داده شده باشد، مساحتی دو برابر آن دارد.

پسر: همین‌طور است.

سقراط: مِنوی جوان! چطور فکر می‌کنی؟ آیا او با نظری غیر از عقیدهٔ شخصی خود پاسخ داده است؟

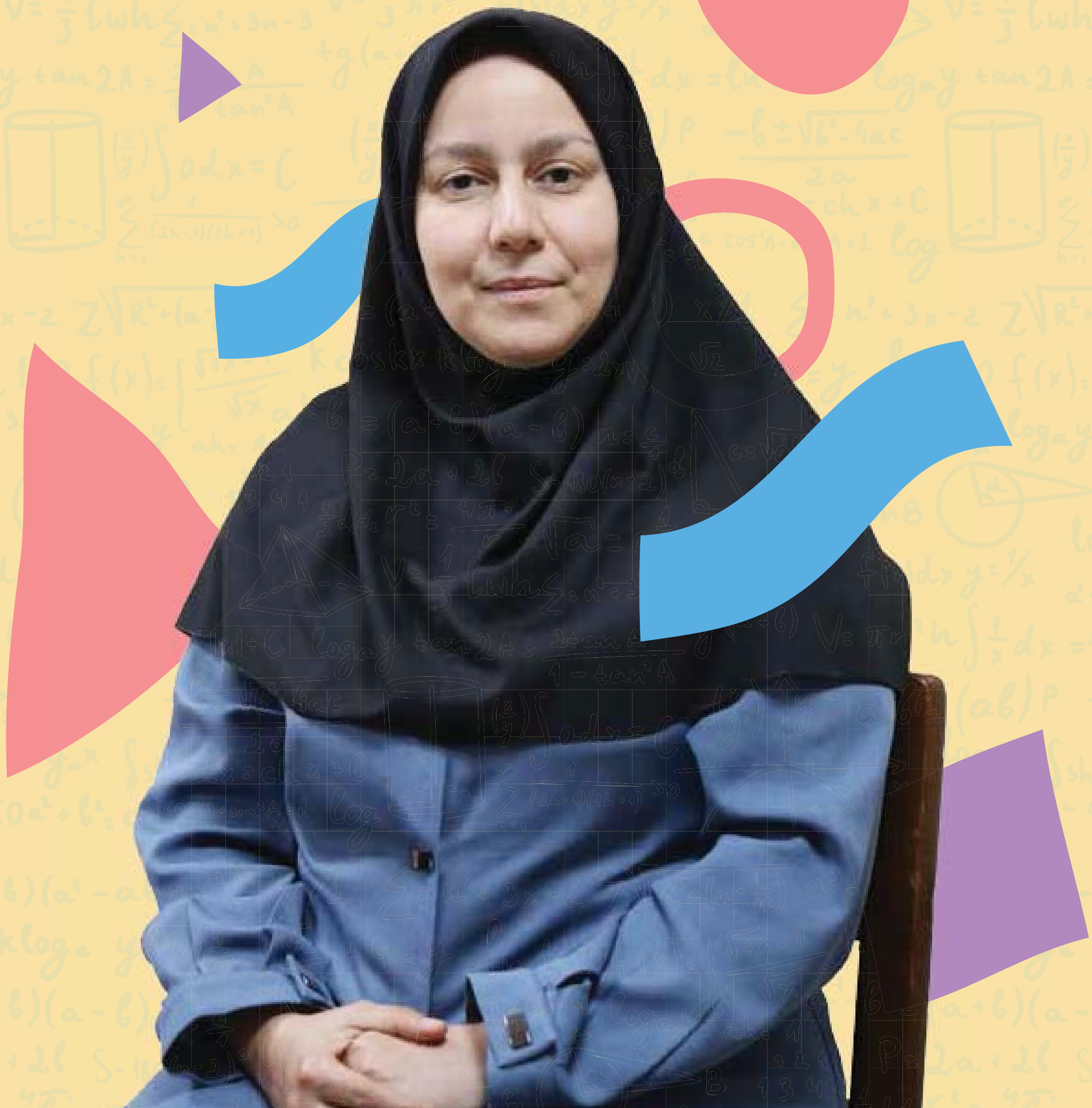
مِنو: نه! همه‌اش نظر خودش بود.

سقراط: اما با این حال او نمی‌دانست. همان‌طور که خودش چند دقیقه قبل گفت.

مِنو: همین‌طور است.

پی‌نوشت

۱. رئیسی، بهروز؛ حاجی‌بابایی، جواد؛ رستگار، آرش؛ رستگار، محمدحسن. ۱۳۸۰. ریاضی ۱. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تهران.



رؤیاهای هندسی

گفت‌وگو با مهندس زهره پندی
از مؤلفان کتاب ریاضی پایهٔ هشتم

محمدحسین دیزجی

اولین تجربه‌های لذت‌بردن از حل مسئله‌های ریاضی را در دوران کودکی با پدرش تجربه کرده است. ریاضی را دوست دارد و از آن لذت می‌برد. اهل رمان و داستان هم هست. مدرک مهندسی برق از دانشگاه تهران دارد و کارشناسی‌ارشد را هم در «مهندسی سیستم‌های اقتصادی- اجتماعی» دریافت کرده است. تدریس ریاضی، فیزیک، رایانه و الکترونیک را هم در کوله‌بار تجربه‌هایش دارد. بخش‌هایی از کتاب‌های درسی ریاضی را که بسیاری از دانش‌آموزان در طول این سال‌ها مطالب آن را فرا گرفته‌اند و همچنین بسیاری از مقاله‌های همین مجله‌ای که پیش روی شما قرار دارد، به قلم و همت بلند او نوشته شده‌اند. حرف‌های خوبی برای شما دارد که لابه‌لای آن‌ها، دنیایی تجربه نهفته است. گفت‌وگو با مهندس زهره پندی، مؤلف، نویسنده و پژوهشگر، پیش روی شماست. با هم می‌خوانیم.

شما با ریاضیات زندگی کرده‌اید؛ از لابه‌لای کتاب‌های درسی مدرسه گرفته تا صفحات مجله‌های رشد. همچنین نقش تأثیرگذاری در تألیف کتاب‌های درسی دانش‌آموزان داشته‌اید. و حالا اینجا هستیم تا بچه‌ها بدانند این نویسنده، مؤلف و معلم خودش دوران مدرسه و دانشگاه را چگونه گذرانده است.

دورهٔ هفت سالهٔ راهنمایی و دبیرستان را در «مدرسهٔ فرزانگان» تهران گذراندم و در دبیرستان رشتهٔ ریاضی را با علاقه انتخاب کردم. به هنر و ادبیات هم علاقه داشتم، ولی انتخابم در مدرسه، بین ریاضی و تجربی بود و بین این دو رشته، خب ریاضی را بیشتر دوست داشتم. خوبی رشتهٔ ریاضی این بود که ساعت‌های زیادی ریاضی داشتیم. از همهٔ کلاس‌های ریاضی، شامل جبر، هندسه، مثلثات و ریاضیات جدید، لذت می‌بردم و حس زندگی داشتم. زنگ‌های فیزیک، ادبیات و انشا هم برایم از زنگ‌های دوست‌داشتنی بودند. در مدرسه بیشتر حواسم به کلاس‌های ریاضی بود و در ساعت‌های غیرمدرسه، خواندن رمان و داستان بیشترین سهم از وقتم را داشتند.
در ادامه در رشتهٔ مهندسی برق در دانشگاه تهران مشغول تحصیل شدم. راستش انتخابم چندان با علاقه نبود، یعنی شناخت زیادی دربارهٔ این رشته نداشتم.
هم‌زمان با دورهٔ دانشجویی‌ام معلم شدم. مسئولیت یک کلاس فیزیک (یعنی قسمتی از درس علوم) یک کلاس اول راهنمایی را داشتم، ولی بیشتر وقت هفته‌ام را در مدرسه بودم و برای کلاس‌های فوق برنامهٔ ریاضی و فیزیک برای بچه‌هایی که به این حوزه‌ها علاقه‌مند بودند، وقت می‌گذاشتم.

بعد از دوران کارشناسی مسیر حرکت شما چگونه ادامه پیدا کرد؟

بعد از دورهٔ کارشناسی، چند سالی به کار معلمی ادامه دادم؛ هم ریاضی و فیزیک، و هم آموزش الکترونیک و رایانه. ساعت‌های کلاس رفتنم زیاد نبود و بیشتر کارم، برنامه‌ریزی و طراحی برای آموزش بود. در همان دوره، روی دوره‌های آموزش ریاضی هیجان‌انگیز و کیت‌های آموزش الکترونیک به کودکان و نوجوانان کار می‌کردم. نمی‌دانم که اثر سن بود یا اثر فضایی که در آن قرار داشتم که مطالعه دربارهٔ روان‌شناسی و علوم اجتماعی، اقتصادی و سیاسی هم به حوزهٔ علاقه‌هایم اضافه شد. چند سالی از فضای دانشگاه دور بودم. اما بعد از چند سال به فکر ادامهٔ تحصیل افتادم و با توجه به پیشینه‌ای که در مهندسی داشتم، کارشناسی ارشد را در رشتهٔ «مهندسی سیستم‌های اقتصادی- اجتماعی» ادامه دادم. به رشته‌ام علاقه‌مند بودم و از ماهیت میان‌رشته‌ای آن لذت می‌بردم.
هم‌زمان با این دورهٔ تحصیلی، باز هم به کار آموزشی ادامه دادم. حالا پروژه‌های میان‌رشته‌ای هم به حوزهٔ کارهای آموزشی‌ام اضافه شده بودند! کارم شده بود خواندن دربارهٔ آموزش و روش‌های آموزشی و نوشتن برای کودکان، نوجوانان و معلمان در حوزهٔ ریاضی و برنامه‌ریزی و طراحی پروژه‌های دانش‌آموزی میان‌رشته‌ای.

در همین دوران بود که برای تألیف کتاب‌های ریاضی اقدام کردید؟

همان سال‌ها بود که کمی هم در «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی» رفت‌وآمد داشتم و مطالعهٔ شخصی‌ام در حوزهٔ آموزش ریاضی قوت گرفت. یک بار تصمیم گرفتم که در این رشته در دورهٔ دکترا در دانشگاه به تحصیل ادامه بدهم، اما به‌قدری این حوزه برایم جذاب، متفاوت و در نقطهٔ برخورد میان علاقه‌های متفاوتم بود که دلم نمی‌خواست در فضای دانشگاهی به آن فکر کنم. دوست داشتم آزادانه از آن لذت ببرم. هنوز هم بیشتر مطالعه‌ام در این حوزه است. می‌خوانم و حظ می‌برم و می‌نویسم. در همهٔ این سال‌ها آموزش ریاضی بیشتر زمانم را به خود اختصاص داده است.
معلمی ریاضی در مدرسه (دورهٔ متوسطهٔ اول)، و بیشتر از آن برگزاری کارگاه‌های آموزشی برای بهتر و بهترشدن کلاس‌های ریاضی، کار این سال‌هایم بوده است. چند سالی هم هست که تمرکزم آموزش ریاضی در دورهٔ ابتدایی است. تقویت وبگاه «ریاضی فکر کن!» به نشانی «mathink.ir» یکی از ایده‌هایی است که دنبال می‌کنم. این وبگاه برای همراهی با معلمان آغاز به کار کرده است تا بتوانند از یادگیری ریاضی همهٔ کودکان پشتیبانی کنند.

به آثار و تألیفات خودتان بیشتر اشاره کنید. برای بچه‌ها جالب است بدانند چه مطالبی را تاکنون خوانده‌اند یا می‌توانند مطالعه کنند که به قلم شما نوشته شده‌اند.

من خیلی نوشته‌ام! مثلاً از حدود سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۷ در هیئت تحریریهٔ «رشد ریاضی برهان دورهٔ اول متوسطه» بوده‌ام و شاید بیشتر از صد نوشته در این مجله برای مخاطب دانش‌آموز دارم. برای معلم‌ها هم نوشته‌ام ...
اولین مجموعه کتابم با مخاطب معلم که در گروه تألیف آن بودم، کتاب‌های راهنمای تدریس ریاضی اول، دوم و سوم راهنمایی بود. این اولین همکاری‌ام با دفتر تألیف هم بود. بعدها در تألیف کتاب‌های پنجم، ششم، هفتم و هشتم هم با گروه ریاضی دفتر تألیف همکاری کردم.
یادم هست زمانی که روی هندسهٔ هشتم کار می‌کردیم، برای من پرفشارترین دورهٔ کاری‌ام بود. قرار بود رویکرد آموزش هندسه تغییر کند. فعالیت‌های مبتنی بر رویکرد قبلی، خیلی سخت‌تر از فعالیت‌های هندسهٔ کتاب‌های کنونی بود و مطالعات این حوزه نشان می‌داد که بچه‌های معمولی آمادهٔ استدلال در آن سطح نیستند. الان که فکر می‌کنم، حسم این است که باید خیلی بیشتر از این‌ها روی هر فصل کار می‌کردیم. یعنی باید خیلی سال قبل‌تر از تألیف کتاب درسی سراسری برای همهٔ بچه‌ها، در یک گروه بزرگ‌تر از متخصصان و معلمان، فرصت‌هایی برای مطالعهٔ جمعی و تبادل نظر در حوزه‌های متفاوت ریاضی فراهم می‌کردیم، به اجرای آزمایشی دست می‌زدیم و این مسیر چند ساله، یک‌ساله طی نمی‌شد.
اما به هر حال همان موقع هم همهٔ کارهای دیگرم را تعطیل کرده بودم. صبح تا شب روی موضوع کار می‌کردم و می‌خواندم و می‌نوشتم. گاهی نوشته‌های تقریباً نهایی‌شده را روی میز ناهارخوری می‌چیدم و پس و پیش می‌کردم. شب‌ها رؤیاهای هندسی می‌دیدم و صبح دوباره کار می‌کردم. همان ماه‌ها بود که **مریم میرزاخانی** برندهٔ «مدال فیلدز» شد! خبر جایزه را که شنیدیم، با خودم

فکر کردم که مریم با تجربهٔ رویکرد قبلی، در این موقعیت قرار گرفت و آیا ما داریم با تغییر رویکرد، این امکان را از دانش‌آموزان پیشرو سلب می‌کنیم!

■ در دوران دانش‌آموزی مطالب ریاضی را چطور می‌خواندید و یاد می‌گرفتید و آن زمان چقدر به تمرین و تکرار مباحث معتقد بودید؟ اگر در یادگیری نکته‌ای دچار مشکل می‌شدید، چه‌کار می‌کردید؟

من معلمان خوبی داشتم. پدرم خیلی به ریاضی علاقه داشت و اولین تجربه‌های لذت‌بردن از حل مسئله را در دورهٔ ابتدایی و حتی پیش از دورهٔ ابتدایی با ایشان تجربه کردم. خانم **حسینی**، خانم **اقلیدس** و خانم **زندی‌نژاد** معلم‌های دورهٔ راهنمایی من بودند که هر سه در علاقه‌مند شدنم به ریاضی تأثیر داشتند. به آن روزها که فکر می‌کنم، حسم این است که مسئله‌های زیبا همیشه در دسترس بودند و فرصت‌های تجربهٔ چالش را داشتم.

البته این روزها این فرصت با وجود کتاب‌ها و وبگاه‌های متنوع بیشتر فراهم است. همین مجلهٔ رشد ریاضی برهان برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه کیمیاست. می‌توانند بخوانند و ببینند که به کدام حوزه‌ها بیشتر علاقه دارند. خوبی‌اش این است که بایگانی مجله هم در دسترس است و تنوعی از مقاله‌ها در اختیارشان قرار دارد. می‌توانند با توجه به توان و علاقه‌شان از میان آن‌ها مطلب مورد علاقه‌شان را انتخاب کنند. یادم هست که یک بار مدرسه برایمان یک کلاس اختیاری گذاشت که معلمش دکتر **یاسی‌پور** بود و ایشان کتاب «خلاقیت ریاضی» ترجمهٔ آقای **شهریاری** را به ما معرفی کردند. کتاب را که دیدم، دیگر رهایش نکردم ... پر از مسئله بود و انگار دنیای تازه‌ای را مقابلم گذاشت.

■ چرا این تصور در ذهن تعدادی از دانش‌آموزان وجود دارد که درس ریاضی سخت، دشوار و کمی خشک است و لطافت و جذابیت چندانی ندارد؟ این تصورات از کجا در ذهن بچه‌ها شکل گرفته‌اند؟ چه توصیه‌ای برای بهبود این تفکر دارید؟

من هم خیلی شنیده‌ام و دیده‌ام که ریاضی برای بچه‌ها سخت است. به عنوان معلم سعی کرده‌ام که چالش‌هایی در سطح بچه‌ها به کلاس ببرم و تا جای ممکن از سؤال‌های باز استفاده کنم تا همهٔ بچه‌ها بتوانند به آن‌ها فکر کنند. مثلاً به جای آنکه از بچه‌ها بخواهم همهٔ شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنند، از آن‌ها می‌خواهم عددی پیدا کنند که ۴ تا شمارنده داشته باشد! این سؤال به بچه‌های در سطح‌های متفاوت امکان می‌دهد که به آن فکر کنند. یکی ممکن است یک عدد پیدا کند و دیگری بعد از پیداکردن چند تا از این عددها، به این موضوع فکر کند که چطور می‌توان عددهای دیگری پیدا کرد که ۴ تا شمارنده داشته باشند یا به این فکر کند که ویژگی مشترک میان این عددها چیست.

من فکر می‌کنم ماجرا این است که اگر بچه‌ها لذت فکرکردن به مسئله‌های ریاضی در سطح خودشان را داشته باشند، به ریاضی علاقه‌مند می‌شوند. اما اگر مسئله‌هایی که با آن‌ها مواجه می‌شوند، معمولاً خیلی پرچالش‌تر از توان آن‌ها یا برعکس خیلی تکراری و بی‌نمک باشند، این علاقه ایجاد نمی‌شود. یک کتاب ریاضی برای همهٔ بچه‌ها، با تنوعی که در میان آن‌ها هست، نمی‌تواند همهٔ بچه‌ها را به ریاضی علاقه‌مند کند. پیشنهاد من به معلم‌های ریاضی این است که به جای آنکه کتاب‌محور جلو بروند، هدف‌محور پیش بروند و برای هر هدف، از فعالیتی استفاده کنند که فرصت فکرکردن و لذت‌بردن از آن را به بچه‌ها بدهد.

■ بچه‌ها به‌طور کلی چرا باید ریاضی بخوانند و دانش ریاضی در زندگی ما چه تأثیری دارد که باید به آن اهمیت بدهیم؟

ریاضی به طور سنتی در برنامهٔ درسی هست! برای عموم مردم، فکر کردن به مدرسه‌ای که زنگ ریاضی نداشته باشد، عجیب است. ریاضی به عنوان یک ورزش فکری هم مطرح است! تصور کنید که شما قرار است برنامهٔ مدرسه (پایهٔ هفتم تا نهم) را بچینید! آیا ریاضی را در برنامه قرار می‌دهید؟ چرا؟ من هم به این سؤال بارها و بارها فکر کرده‌ام و پاسخم «بله» است. این پاسخ ممکن است برای اشخاص گوناگون دلایل متفاوتی داشته باشد. برای من هم دلایل متفاوتی دارد، اما یکی از این دلایل از بقیه پررنگ‌تر است. من فکر می‌کنم که بچه‌ها در این دوره باید فرصت مواجهه با علوم متفاوت را داشته باشند تا بتوانند توانایی‌های خود را بشناسند و به آنچه که هستند، افتخار کنند. بچه‌ها باید بتوانند در موضوعی انتزاعی مانند ریاضی به کاوش بپردازند و در این مسیر، زاویه‌هایی از توانایی خود را در موضوع‌های دیگری که به این اندازه انتزاعی نیستند، کشف کنند.

■ شما در تألیف چه مباحثی از کتاب‌های ریاضی بیشتر نقش داشته‌اید و دارید و برای فهم بهتر این مباحث چه توصیه‌ای به دانش‌آموزان دارید؟ چه توصیه‌ای برای مخاطبان امروز مجلهٔ رشد ریاضی برهان دارید؟

دورهٔ متوسطهٔ اول، دورهٔ آموزشی ویژه‌ای است. دانش‌آموزان این دوره، یعنی مخاطبان همین مجله، برای انتخاب‌های آینده‌شان آماده می‌شوند و فرصت دارند طعم یادگیری در حوزه‌های متفاوت را بچشند. مجله‌ها و منابع غیر از کتاب و کلاس می‌توانند فرصت این چشیدن‌ها را برایشان فراهم کنند. بسیار خوش‌حالم که رشد ریاضی برهان دورهٔ اول متوسطه همچنان هست و فرصت ریاضی‌ورزی و آشنایی با جنبه‌های گوناگون ریاضی را برای دانش‌آموزان این دوره فراهم می‌کند. امید که رفته‌رفته مطالب مفیدتر و متنوع‌تری در آن ارائه شود و به‌خوبی به دست مخاطبانش برسد.

■ برایتان موفقیت‌های روزافزون آرزومندیم.

بیایید کمی فکر کنیم!

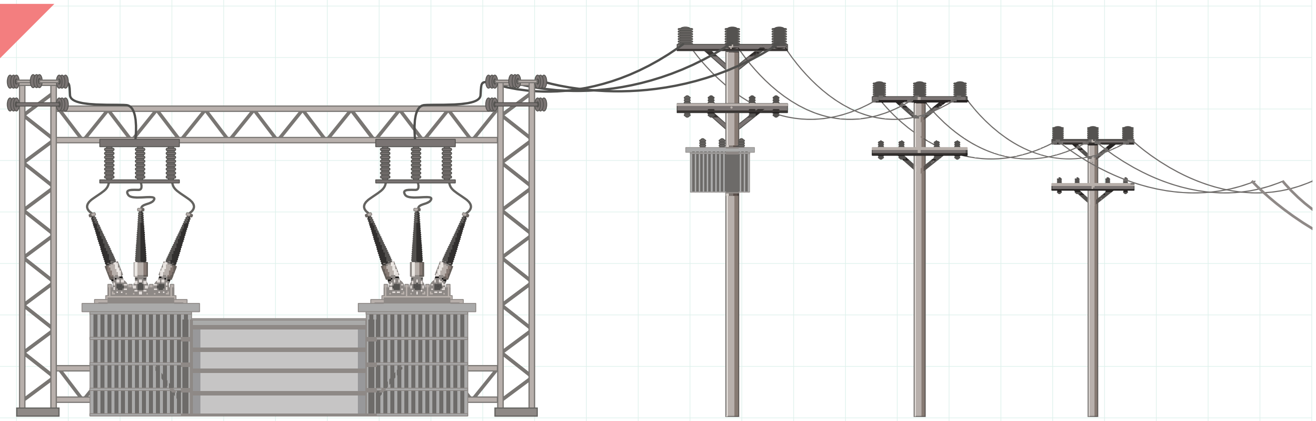
خسرو داودی

برق رایگان

کمی فکر کنیم

زمانی که مشغول نوشتن این مطلب هستم، وزیر محترم نیرو در شبکهٔ خبر سیما در مورد صرفه‌جویی در مصرف برق در تابستان صحبت می‌کند. او وعده می‌دهد که در صورت صرفه‌جویی، مشترکان می‌توانند از برنامه‌های تشویقی، از جمله تخفیف در مبلغ پرداختی برق یا حتی رایگان‌شدن برق مصرفی، بهره‌مند شوند. همچنین ساعت کار اداره‌ها از ۱۵ خرداد تا ۱۵ شهریور به مدت سه ماه، از ساعت شش صبح تا یک بعدازظهر خواهد شد.

برق کشـــور ما را نیروگاه هسته‌ای بوشـــهر، نیروگاه‌های برقی- آبی، و نیروگاه‌های حرارتی، انرژی خورشیدی و انرژی باد تولید می‌کنند. اما با تمام این تنوع، در زمان مصرف حداکثری برق، به‌خصوص در تابستان با روشن‌شدن کولرهای گازی و آبی و دیگر تأسیسات برودتی ساختمان‌های مسکونی و اداره‌ها، میزان تولید از مقدار مصرف عقب می‌ماند و ناچار برق منطقه‌هایی از کشور در بعضی زمان‌ها قطع می‌شود. برای جلوگیری از قطع‌شدن برق در این ایام، راه‌های متفاوتی وجود دارند. یکی از این راه‌ها صرفه‌جویی و تلاش برای کاهش مصرف برق است. برای مثال، اداره‌ها کارشان را از صبح زود آغاز می‌کنند که هوا هنوز زیاد گرم نشده است. از ساعت ۱۲ هم موظف هستند تأسیسات برودتی را خاموش کنند و بعدازظهر که هوا خیلی گرم می‌شود، دیگر نیازی به روشن‌کردن تجهیزات نیست. به این ترتیب مصرف برق تا حدی مهار می‌شود. اما در مصرف خانگی چطور؟ شـــما دانش‌آموزان چطور می‌توانید به این موضوع کمک کنید؟ چطور می‌توانید در مصرف برق منزل صرفه‌جویی کنید تا از برنامه‌های تشویقی وزارت نیرو هم بهره‌مند شوید؟



محاسبه کنیم

مصرف برق در شمارشگرهای خانگی (کنتورهای) با واحد «کیلوواتساعت» اندازه‌گیری می‌شود. یک کیلوواتساعت یعنی هزار وات مصرف برق به مدت یک ساعت. «وات» واحد اندازه‌گیری توان الکتریکی است. مثلاً وقتی که شما روی یک لامپ را می‌خوانید که نوشته ۶۰ وات، یعنی مقدار انرژی برق مصرف‌شده توسط این لامپ در یک ساعت برابر ۶۰ وات است. اگر یک لامپ به مدت ۲۴ ساعت روشن بماند، مقدار مصرف برق آن برابر است با:

کیلووات ۱/۴۴ =وات ۱۴۴۰=۶۰×۲۴

فرض کنیم که در هر خانه یک لامپ ۶۰ وات به مدت ۲ ساعت می‌تواند خاموش باشد و هیچ مشکلی برای اهل آن خانه پیش نیاید. به‌عبارت دیگر، روشن بودن آن اضافی است. جمعیت کشور ما در حدود ۸۰ میلیون نفر است. اگر به‌طور متوسط در هر خانه چهار نفر زندگی کنند، تعداد خانه‌ها برابر است با:

خانه ۲۰۰۰۰۰۰۰=۴÷۸۰۰۰۰۰۰۰

اگر در هر خانه یک لامپ ۶۰ وات اضافه خاموش شود، در ۲ ساعت چه مقدار برق صرفه‌جویی می‌شود؟

وات‌ساعت ۲۴۰۰۰۰۰۰۰۰=۶۰×۲×۲۰۰۰۰۰۰۰

کیلوواتساعت ۲۴۰۰۰۰۰=۱۰۰۰÷۲۴۰۰۰۰۰۰۰۰

میلیون‌کیلوواتساعت ۲/۴=۱۰۰۰۰۰۰÷۲۴۰۰۰۰۰

طبق گزارش منتشر شده در وبگاه www.aeoi.org.ir که توسط سازمان انرژی اتمی تهیه شده است، نیروگاه اتمی بوشهر در شش ماههٔ اول سال ۱۴۰۱ تنها ۳۶۶۳ میلیون کیلوواتساعت به شبکهٔ برق کشور تحویل داده است.

اگر همین مقدار صرفه‌جویی در ۶ ماه اتفاق بیفتد خواهیم داشت:

روز ۱۸۶=۶×۳۱= روز ۶ ماه نخست سال

میلیون‌کیلووات ساعت ۴۴۶/۴=۱۸۶×۲/۴

$\frac{۴۴۶/۴}{۳۶۶۳}$×۱۰۰=٪۱۲

یعنی اگر فقط در هر خانه ۲ ساعت یک لامپ ۶۰ واتی اضافه را خاموش کنیم، در شش ماه معادل ۱۲ درصد برق تحویل‌شده توسط نیروگاه اتمی بوشهر به شبکهٔ برق صرفه‌جویی شده است. توجه داشته باشید که ما فقط در مورد یک لامپ ۶۰ واتی بررسی کردیم. کافی است یک نگاهی به جاروبرقی بیندازید. روی جاروبرقی منزل ما نوشته ۱۴۰۰ وات. یعنی اگر این جاروبرقی به مدت یک ساعت روشن باشد ۱۴۰۰ کیلووات برق مصرف می کند. فرض کنید در هر منزل فقط یک ساعت در هفته جاروبرقی کمتر روشن شود. در این صورت خواهیم داشت:

هفته ۲۶/۵=روز ۱۸۶=۶ ماه

کیلووات ۷۴۲۰۰۰۰۰۰۰۰=۱۴۰۰×۲۶/۵×۲۰۰۰۰۰۰۰
خانه هفته

میلیون‌کیلوواتساعت ۷۴۲۰۰۰=۱۰۰۰۰۰۰÷۷۴۲۰۰۰۰۰۰۰۰

یعنی بیشتر از برق تحویل شده توسط نیروگاه اتمی بوشهر در ۶ ماههٔ نخست سال ۱۴۰۱ صرفه‌جویی خواهد شد. باورتان می‌شود؟

بیشتر فکر کنیم

موضوع صرفه‌جویی در مصرف برق جنبه‌های متفاوتی دارد. برای مثال، در مورد لوازم و تجهیزات، با روش‌های امروزی می‌توان لامپ‌های کم‌مصرف را جایگزین لامپ‌های پرمصرف کرد. یا در مورد کولرهای گازی و یخچال‌ها و فریزرها، می‌توان از دستگاه‌های وارونگر (اینورتور) برق استفاده کرد و مصرف برق را به‌شدت کاهش داد. در آسان‌برهای (آسانسورهای) خانه‌ها و اداره‌ها، اضافه‌کردن یک مدار الکتریکی مصرف برق را کاهش می‌دهد و ظرف یک سال هزینهٔ نصب مدار الکتریکی را جبران می‌کند.

بنابراین راه‌های زیادی برای کاهش مصرف برق وجود دارد. یکی از آن‌ها تغییر ساعت در شش ماههٔ ابتدایی سال بود که اخیراً با قانون مجلس این اتفاق دیگر نمی‌افتد. به‌جای آن ساعت کار اداره‌ها را تغییر داده‌اند. همچنین باید توجه داشت که نیروگاه‌های حرارتی که گازوئیل یا گاز مصرف می‌کنند، به محیط زیست آسیب فراوانی می‌زنند و باید به‌تدریج این نوع تولیدهای برق جای خود را به انرژی‌های پاک، مثل استفاده از نیروی آب یا باد و یا انرژی پایان‌ناپذیر خورشید بدهند.

در کشور ما گرما و میزان تابش خورشید بسیار زیاد است و «کویر لوت» از گرم‌ترین نقاط دنیا به حساب می‌آید. با این حال هنوز نتوانسته‌ایم از انرژی خوشیدی برای تولید برق به خوبی استفاده کنیم. این کار به جذب سرمایه نیاز دارد تا به‌تدریج این سرمایهٔ اولیه، با تولید برق و فروش آن به کشورهای همسایه، بازگردد و به سوددهی برسد.

همچنین نیروگاه‌های هسته‌ای، به علت تولید زباله‌های اتمی که بسیار خطرناک هستند و دفن و نگه‌داری آن‌ها، هم فناوری پیچیده‌ای دارد و هم بسیار پرهزینه است، معلوم نیست تا چه اندازه مقرون‌به‌صرفه باشند. با این توضیحات امیدوارم متوجه گستردگی و پیچیدگی موضوع صرفه‌جویی در مصرف برق شده باشید.

روح‌الله خلیلی‌بروجنی[1]

چند درصد از فضای هر اتم خالی است؟

قبل از پاسخ به این پرسش، لازم است ابتدا با اجزای سازندهٔ ماده و ساختار این اجزا آشنا شویم. تلاش کرده‌ایم مطالب را به زبانی ساده بیان کنیم تا بتوانید شناخت خوبی از موضوعات مطرح‌شــده پیدا کنید. پس از این شناخت مقدماتی، به کمک چند محاسبهٔ سادهٔ ریاضیاتی، می‌توانیـــم به پاسخ این پرسش نزدیک شویم. پاسخ به این پرسش، به ما کمک می‌کنـــد درک بهتری از مادهٔ سازندهٔ ستارگان نوترونی[2] پیدا کنیم که جرم هر یک سانتی‌مترمکعب آن‌هـــا فراتر از ۱۰۰ میلیارد کیلوگرم است (معادل جرم یک میلیارد انسان ۱۰۰ کیلوگرمی).

ذره‌های بنیادی

ذره‌هـــای بنیادی غیرقابل تقسیم‌اند و ساختار داخلی ندارند. برخی از آن‌ها با مواد دیگر و ذره‌های حامل نیرو ترکیب می‌شوند تا ذره‌های مرکب را بسازند. برخی از متداول‌ترین ذره‌های بنیادی در کیهان در اینجا نشان داده شده‌اند.

کوچک‌ترین اجزا

جرم‌ها در کیهان دامنهٔ وسیعی از شکل‌های متفاوت را به خود می‌گیرند؛ از ســیاره‌های سنگی گرفته تا ستارگان به‌شـــدت داغ و سیاه‌چاله‌های بی‌نهایت متراکم و چگال. این اجسام، هر چه هم که متفاوت باشند، همه از اجزای بسیار ریز یکسانی تشکیل شده‌اند که ذره نامیده مـی‌شوند. افـزون بر ذره‌های تشکیـل‌دهنـدهٔ ماده (بـه نـام فرمیون)، ذره‌های دیگری به نام بوزون نیز وجود دارند که عامل انتقال انواع نیروها بین ذره‌ها هستند.

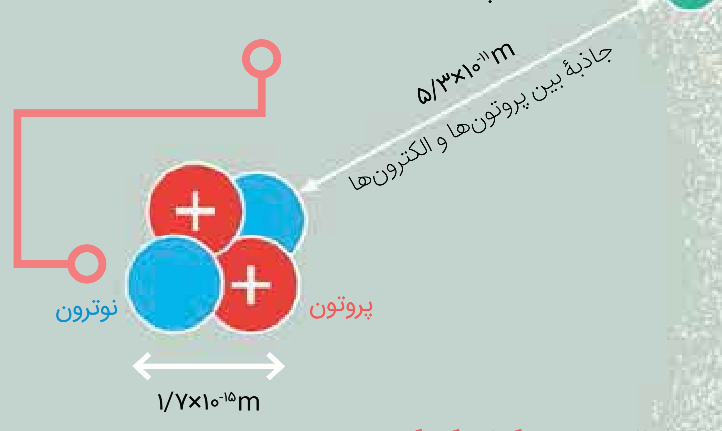
ذره‌های مرکب

ذره‌هـــای مرکب که به نام هادرون نیز شناخته می‌شـــوند، ساختار داخلی دارند. آن‌هـــا شامل پروتون‌هـــا و نوترون‌ها می‌شـــوند که زمانی تصور می‌شـــد بنیادی‌اند. اما اکنون دانشمندان می‌دانند از کوارک‌هایی ساخته شده‌اند که با گلوئون‌ها به هم متصل شده‌اند.

اجزای سازندهٔ ماده

الکترون: الکترون‌های با بار منفی در فضای اطراف هسته حرکت می‌کنند. ناحیه‌ای که احتمال یافتن آن‌ها وجود دارد، ابر الکترونی نامیده می‌شود.

هسته: هسته در مرکز هر اتم حاوی پروتون‌هایی با بار مثبت است. هستهٔ تمامی اتم‌ها به‌جز هیدروژن، حاوی نوترون است. نوترون بار ندارد و خنثا است. به این ترتیب بار هسته مثبت است.



ساختار اتم

همهٔ مواد دور و بر ما از اتم‌ها ساخته شده‌اند. اتم‌ها از پروتون‌ها، نوترون‌ها و الکترون‌ها ساخته شده‌اند. بار مثبت پروتون‌ها با بار منفی الکترون‌ها متوازن می‌شود. بنابراین، اتم در حالت عادی بار خالص ندارد. وقتی یک اتم، الکترونی به دست آورد یا از دست بدهد، به ذره‌ای باردار به نام یون تبدیل می‌شود.

اکنون آماده‌ایم به پرسش «چند درصد فضای هر اتم خالی است؟» که در ابتدای مقاله آمده است پاسخ دهیم. از اتم هیدروژن، که ساده‌ترین اتم است، شروع می‌کنیم. شعاع تقریبی اتم هیدروژن و قطر هستهٔ آن (مطابق مدل اتمی بور که در علوم پایهٔ هفتم با آن آشنا می‌شویم) در شکل بالا داده‌شده است. اگر شکل هسته و اتم را کروی فرض کنیم، به‌سادگی می‌توانیم حجم هرکدام را از رابطهٔ $V=\frac{۴}{۳}\pi r^{۳}$ به دست آوریم. در این رابطه r شعاع کره است. با کمی محاسبه، که انجام آن را برای تمرین به عهدهٔ شما می‌گذاریم، به این نتیجه می‌رسیم که فراتر از ۹۹/۹۹۹۹ درصد فضای درونی اتم هیدروژن، فضای خالی است! هرچند این محاسبه را برای اتم هیدروژن انجام دادیم، ولی برای سایر اتم‌ها نیز همین روال برقرار است.

پی‌نوشت‌ها:

۱. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

۲. ستارگان ابرغول،که جرم آن‌ها ۱۰ تا ۳۰ برابر جرم خورشید است، در پایان عمر خود و بر اثر رُمبش گرانشی، به یک ستارهٔ نوترونی با چگالی بسیار زیاد تبدیل می‌شوند.

ریاضی و نشانی
روش مهم‌تر از جواب

شراره تقی‌دستجردی، صبا قاسمی

(قسمت اول)

احتمالاً تا به حال برای پیداکردن مکانی، از مسیریاب‌های تلفن هوشمند استفاده کرده‌اید و با صدای گوینده آشنایی دارید: «۱۰۰ متر دیگر به راست بپیچید و بعد از پانصد متر دور بزنید و بلافاصله به چپ بپیچید.»

همچنین برای همهٔ ما پیش آمده است که به کسی نشانی مکانی را داده باشیم یا از کسی نشانی گرفته باشیم. معمولاً به هنگام دادنِ نشـانی از قانون‌های مشـخصی پیروی می‌کنیم و غالباً با اسـتفاده از جهت‌های جغرافیایی، مثل شـمال، جنوب، شرق، غرب، یا جهت‌های بالا، پایین، چپ و راسـت و ذکر فاصله به متر یا کیلومتر، افراد را راهنمایی می‌کنیم. حال هدف ما این اسـت که ریاضیاتِ نشانی را بررسی کنیم؛ یعنی ریاضیات نهفته در شیوهٔ نشانی‌دادن را بشناسیم. فرض کنید قانون‌های حرکت در جدول عددهای ۱ تا ۱۰۰ به این صورت است: شما در هر خانه‌ای که باشید، در هر حرکـت می‌توانید یا ۳ خانه به بـالا، یا ۵ خانه به پایین، یا ۲ خانه به راست، و یا ۳ خانه به چپ بروید. طبق این قانون‌ها، مثلاً اگر در خانهٔ ۱ باشـیم، در حرکت اول تنها می‌توانیم ۵ خانه به پاییـن (یک حرکت به پایین) و یا ۲ خانه به راست (یک حرکت به راست) برویم و امکان حرکت به بالا یا چپ را نداریم.

به‌عنـوان مثالی دیگر، اگر بخواهیم از خانهٔ ۴۳ به خانهٔ ۴۲ برویم، می‌توانیم در حرکت اول، ابتدا دو خانه به راسـت و سپس در حرکت بعد سـه خانه به چپ برویم. پس برای رسـیدن به خانهٔ ۴۲ با شـروع از خانهٔ ۴۳ چنین نشانی می‌دهیم: یک حرکت به راست - یک حرکت به چپ.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

اکنون با توجه به قانون‌های حرکتی که گفته شدند، به سؤال‌های زیر جواب دهید:

الف) من در خانهٔ ۱۲ هستم و می‌خواهم به خانهٔ ۶۷ بروم. چطور به من نشانی می‌دهید؟

ب) من در خانهٔ ۱۲ هستم و می‌خواهم به خانهٔ ۵۱ بروم. چطور به من نشانی می‌دهید؟

پ) من در خانهٔ ۱۲ هستم و می‌خواهم به خانهٔ ۳۵ بروم. چطور به من نشانی می‌دهید؟

ت) آیا می‌توانیم با قانون‌های ذکرشده، از خانهٔ ۱۲ به هر خانهٔ دیگری از جدول عددها برویم؟

یک روش برای پاسخ به چنین سؤالی این است که همهٔ خانه‌های جدول، یعنی هر ۹۹ حالت را امتحان کنیم. این ایده اگر چه درست است، به صرف وقت زیادی نیاز دارد. اگر تا به حال با ما همراهی کرده‌اید، به احتمال زیاد به حل مسئله‌های ریاضی علاقه‌مند هستید. پس به عنوان یک دوستدار حل مسئله، خوب است به دنبال چیزی بیشتر از «پیداکردن جواب مسئله» باشیم و آن یافتن روش‌های متفاوت و مقایسهٔ این روش‌هاست، تا هم درک بهتری از مفهوم‌های ریاضی آن مسئله پیدا کنیم و هم توانایی‌مان در حل مسئله بیشتر شود. پس همراهمان بمانید.

از روش حل مسئلهٔ بالا، یعنی بررسی هر ۹۹ حالت، غالباً با عنوان «راهبرد بررسی همهٔ حالت‌ها» یاد می‌شود. این راهبرد در بسیاری از مسئله‌ها کارآمد است؛ به‌خصوص در مسئله‌هایی که تعداد حالت‌ها متناهی و البته کم باشند و بررسی هر حالت خیلی هم دشوار نباشد. اما استفاده از راهبرد مزبور در این مسئله، ما را مجبور می‌کند ۹۹ حالت متفاوت را بررسی کنیم. پس بکوشیم روش ساده‌تری برای حل این مسئله پیدا کنیم.

یک راهبرد، حل مسئله‌های ساده‌تر است:

- آیا می‌توان از خانهٔ ۱۲ به خانه‌های دیگر در همان سطر (یعنی سطر دوم) رفت؟
- آیا می‌توان از خانهٔ ۱۲ به خانه‌های دیگر در همان ستون (یعنی ستون دوم) رفت؟

پیش از آنکه دربارهٔ روش پاسخ به دو مسئلهٔ بالا بحث کنیم، خوب است توجه کنید که در مورد این مسئلهٔ خاص، اگر ما بتوانیم به این دو مسئلهٔ ساده‌تر پاسخ دهیم، به مسئلهٔ «ت» که مسئلهٔ اصلی ماست نیز پاسخ داده‌ایم؛ اما چرا؟

زیرا:

۱. حرکت از یک خانه به یک خانهٔ دیگر مستلزم آن است که یا سطر یا ستون آن خانه تغییر کند.

۲. حرکت‌های عمودی (حرکت به سمت بالا و پایین)، مستقل از حرکت‌های افقی (حرکت به سمت چپ و راست) هستند.

بنابراین برای بررسی مسئلهٔ اصلی می‌توان این دو زیرمسئله را که پیش‌تر به آن‌ها اشاره شد، بررسی کرد:

- آیا امکان‌پذیر است از یک خانه به خانه‌های دیگر در همان سطر برویم؟
- آیا امکان‌پذیر است از یک خانه به خانه‌های دیگر در همان ستون برویم؟

اگر پاسخ به هر دوی این سؤال‌ها مثبت باشد، آنگاه می‌توان دستورهای مربوط به پاسخ‌های این دو مسئله را به صورت پشت سر هم اجرا کرد و به خانهٔ مورد نظر رسید. مثلاً در قسمت «ب»، یک راه برای رفتن از خانهٔ ۱۲ به خانهٔ ۵۱ آن است که ابتدا از خانهٔ ۱۲ به خانهٔ ۵۲ برویم؛ یعنی در همان ستونی که ۱۲ قرار دارد بمانیم. سپس از خانهٔ ۵۲ به خانهٔ ۵۱ برویم؛ یعنی در سطر عدد ۵۲ حرکت می‌کنیم. اما برای رفتن از خانهٔ ۱۲ به ۵۲ می‌توانیم این دستورات را دنبال کنیم:

۱. یک حرکت به پایین- یک حرکت به بالا- یک حرکت به پایین- یک حرکت به بالا.

و برای رفتن از خانهٔ ۵۲ به ۵۱ می‌توانیم دستورهای زیر را دنبال کنیم:

۲. یک حرکت به راست- یک حرکت به چپ.

بنابراین یک روش برای رفتن از خانهٔ ۱۲ به خانهٔ ۵۲ آن است که دستورهای ۱ و ۲ را پشت سر هم اجرا کنیم.

همان‌طور که مشاهده کردید، در اینجا راهبرد ارائه‌شده با راهبرد تبدیل مسئله به زیرمسئله‌ها مرتبط بود. به زیرمسئله‌هایی که مطرح شدند برگردیم. باز هم یک راه برای پاسخ به این زیرمسئله‌ها آن است که حالت‌های متفاوت را بررسی کنیم: ۹ حالت برای تغییر سطر و ۹ حالت برای تغییر ستون. در این صورت با توجه به مقدماتی که گفتیم، برای پاسخ به مسئلهٔ اصلی این بار باید فقط ۱۸ حالت را بررسی کنیم. به نظر می‌رسد پیشرفت خوبی است؛ از بررسی ۹۹ حالت به بررسی ۱۸ حالت رسیدیم. در واقع در حالت اخیر، از دو راهبرد تبدیل مسئله به زیرمسئله‌ها و بررسی حالت‌های متفاوت استفاده کردیم. با این حال، این روش نیز برای جدول‌های بزرگ‌تر، مثلاً یک جدول ۱۰۰ در ۱۰۰ که ۱۰۰۰۰ خانه دارد، ما را به سختی می‌اندازد.

این بار نوبت شماست:

- آیا می‌توانید روشی پیدا کنید که بررسی مسئلهٔ «ت» را راحت‌تر کند؟ از چه راهبردهایی استفاده می‌کنید؟
- روشتان را برای جدول ۲۰ در ۲۰ که از عدد ۱ تا ۴۰۰ نام‌گذاری شده است، بررسی کنید.
- آیا روشتان برای جدول ۱۰۰ در ۱۰۰ نیز خوب است؟

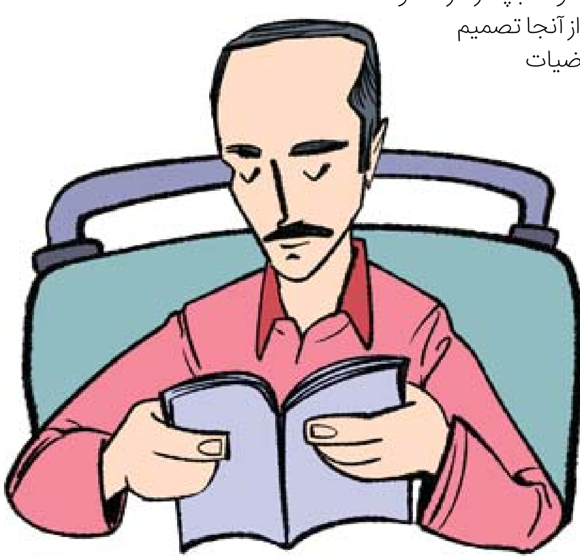
ادامه دارد ...

یکی از سه نفر

بهزاد منوچهریان ● تصویرگر: حسین یوزباشی

ریاضی‌دان معاصر؛ دکتر عین‌الله پاشا

در سال ۱۳۲۸ در کرج به دنیا آمد. تا پایان دبیرستان در کرج تحصیل کرد. سپس برای تحصیل در رشتهٔ ریاضی وارد دانشگاه تهران شد. در سال ۱۳۴۹، در حال تحصیل در دورهٔ کارشناسی، به‌طور اتفاقی با مؤسسهٔ ریاضیات که چهار سال قبل مرحوم دکتر **غلامحسین مصاحِب** در تهران تأسیس کرده بود، آشنا شد. خودش می‌گوید: «آن سال دانشگاه تعطیل شد. گویا در دانشگاه اعتصاب شده بود! من می‌رفتم کرج و می‌نشستم و کتاب می‌خواندم؛ کتاب‌های متفرقه. یک روز در زمستان حوصله‌ام سر رفت! بلند شدم و به تهران آمدم و سراغ هم‌کلاسی‌هایم در کوی دانشگاه رفتم. یکی دو نفرشان را پیدا کردم. گفتم: شما در تهران چه می‌کنید؟ گفتند: می‌رویم در خیابان‌ها می‌گردیم. به ایشان گفتم: مثلاً امروز چه‌کار کردید؟! گفتند: تا مؤسسهٔ ریاضیات رفتیم و برگشتیم. گفتم: آنجا چه‌جور جایی است؟ گفتند: رفتیم و این کتابچهٔ راهنما را گرفتیم. به درد ما نمی‌خورد. اگر تو می‌خواهی بگیر و ببر.» او کتابچه را گرفت و هنگام برگشت به کرج، در اتوبوس کتابچه را خواند. از آنجا تصمیم گرفت برای شرکت در آزمون ورودی مؤسسهٔ ریاضیات آماده شود.



وقتی برای شرکت در آزمون ورودی به مؤسسه مراجعه کرد، دید حدود شصت نفر دیگر هم آمده‌اند. آزمون ورودی شفاهی بود. اولین بار دکتر مصاحِب را آن روز دید که در اتاقی نشسته بود و با یک‌یک آن شصت نفر مصاحبه کرد.

پاشا به خاطر می‌آورد که در مصاحبه، دکتر مصاحِب یک ورقهٔ رونوشت از یک کتاب ریاضی انگلیسی به او داد و از او خواست از اتاق خارج شود، پس از مطالعهٔ آن ورقه به اتاق بازگردد و مطلب آن را برای دکتر مصاحِب توضیح دهد. سپس یک پرسش هم از نامساوی‌ها از او پرسیده بود.

وقتی نتیجهٔ آزمون مشخص شد، ده نفر برای شـرکت در کلاس آمادگیِ تابستان انتخاب شـدند. در پایان دورهٔ تابستان، آزمونی برگزار شـد و او بین هفت‌نفری بود که قبول شده بودند. در واقع، این کلاس برای ایجاد آمادگی قبول‌شـدگان، به‌منظور آغاز دورهٔ مدرسی در مؤسسـهٔ ریاضیات، تشـکیل می‌شد. دکتر مصاحِـب در دورهٔ تابسـتان درس نداد، اما آزمون آخر دوره را خودش گرفت. با آزمونی که گرفت، برای آن‌ها جا انداخت که در مؤسسه باید خیلی جدی برای یادگیری بکوشند.

او به یاد مـی‌آورد که یـک روز پای تخته، مطالب تعیین‌شـدهٔ درس آنالیز ریاضی را تا آنجا که حاضر کرده بود، برای اسـتاد (دکتر مصاحِـب) توضیح داد و بعد سـکوت کرد. استاد که توقع بیشـتری از او داشت، وقتی دید او ساکت شد، به او تشر زد: بالاخره ذات خودت را نشان دادی!

در پایان دورهٔ دوسـاله، او بین سه‌نفری که تا پایان دوره دوام آورده بودند، به رتبهٔ دوم دسـت پیدا کرد و توانست مدرک «مدرسی ریاضیات» را بگیرد.

از آنجا که نفـرات اول و دومِ هر دوره می‌توانسـتند در تهران در مؤسسـهٔ ریاضیات اسـتخدام شوند، او استخدام شد و تا هنگامی که برای ادامهٔ تحصیل به آمریکا رفت، چهار سال در مؤسسه تدریس کرد. مؤسسه بخشی مستقل از دانش‌سرای عالی به حساب می‌آمد. او هم در آن چهار سال درس‌های گوناگون ریاضی را تدریس کرد.

پس از آنکه از دانشـگاه ایالتی میشـیگان در رشتهٔ آمار مدرک دکترا گرفت، در سال ۱۳۶۲ به ایران بازگشت. پاشا بار دیگر به مؤسسهٔ ریاضیات بازگشت، ولی دیگر مانند گذشـته درس‌های گوناگون نداد. از آن پس، بیشـتر درس‌های آمار و احتمـال و درس‌های مرتبط با آن‌ها را تدریس می‌کرد.

پس از دکتر مصاحِـب و دکتر فرودی قاسـم‌آبادی، او سـومین رئیس مؤسسهٔ ریاضیات بود که از ۱۳۶۳ تا ۱۳۶۶ مدیریت مؤسسه را به‌عهده داشـت. پاشا از سال ۱۳۸۶ به مرتبهٔ اسـتادی آمار دانشگاه خوارزمی رسید و در سال ۱۳۹۵ هم بازنشسته شد.

او همـواره در عرصه‌هـای علمی و اجرایی فعـال بود و در دهه‌های گذشـته، علاوه بر انتشار بیش از سی‌وپنج مقالهٔ تخصصی به زبان انگلیسـی و ترجمه و تألیف بیسـت مقالهٔ ترویجی و پژوهشی به زبان فارسی، شانزده کتاب درسی برای دوره‌های پیش‌دانشگاهی و دانشگاهی تألیف و چهـار کتاب هم ترجمه کـرد. آخرین اثر تألیفی او «ریاضیات تصادفی» اسـت که در سال ۱۴۰۰ منتشر شد.

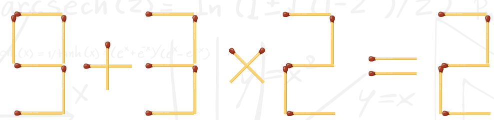
پاشا علاوه بر عضویت در انجمن‌های ریاضی و آمار، مسـئولیت‌های متعـددی هم در دانشگاه‌های خوارزمی، تربیت مدرس، آزاد و پیام نور به عهده داشته است.

ریاضیات کبریتی قسمت اول

محرم ایردموسی

حتماً در شبکه‌های اجتماعی با معماهایی با مضمون «فقط یک چوب‌کبریت را حرکت بده و ...» برخورد داشـــته‌اید. در این معماها، معمولاً یک رابطهٔ نادرست ریاضی داده می‌شود که با تعدادی چوب‌کبریت تصویر شده است؛ مانند مثال زیر:

شکل ۱



و از مخاطب خواســـته می‌شـود، با حرکت‌دادن تنها یک چوب‌کبریت در شکل ۱، رابطه را به رابطه‌ای درست تبدیل کند. بهتر است قبل از خواندن ادامهٔ مطلب روی مثال فوق کمی فکر کنیـــد و با حرکت‌دادن یک چوب‌کبریت، به یک برابری صحیح برسید.

با نگاه کلی‌تر به این‌گونه معماها می‌توان این پرسش‌ها را مطرح کرد:

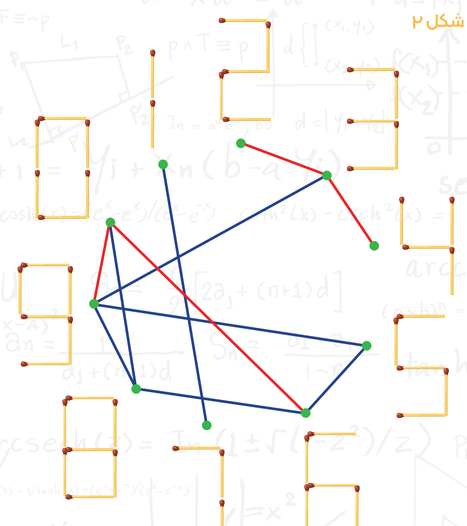
۱. با حرکت‌دادن تنها یک چوب‌کبریت کدام رقم‌های لاتین به هم تبدیل می‌شوند؟

۲. با حرکـــت‌دادن تنها یک چوب‌کبریت، کـــدام نمادهای ریاضی (+، −، ×، ...) به هم تبدیل می‌شوند؟

حتماً تأیید می‌کنید که فکر کردن و پاسخ دادن به دو سؤال فوق می‌تواند در بســـیاری از معماهای چوب‌کبریتی راه‌گشا باشد.

در پاســـخ به ســـؤال اول، ابتدا رقم‌های لاتین ۰ تا ۹ را دور یک دایره می‌نویســـیم. بعد آن‌هایـــی را که با یک حرکت چوب‌کبریت به هم تبدیل می‌شوند، به هم وصل می‌کنیم:

شکل ۲

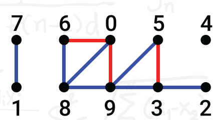


همان‌طور که در شـــکل ۲ می‌بینید، ارتبـــاط دو رقم را که با حرکت یک چوب‌کبریت به هم تبدیل می‌شوند، با دو رنگ آبی و قرمز نشان داده‌ایم.

اگر یک چوب‌کبریت از یک رقم کم کرده‌ایم، یا به آن اضافه کرده‌ایم تا به رقم دوم برســـیم، ارتبـــاط آن‌ها را با رنگ آبی نشان داده‌ایم. اگر تعداد چوب‌کبریت‌های یک رقم در خلال جابه‌جایی چوب‌کبریت، تغییر نکرده باشد، این ارتباط را با رنگ قرمز نشان داده‌ایم. برای مثال، رقم یک دو چوب‌کبریت دارد و با اضافه‌کردن یک چوب‌کبریت (افقی)، به رقم هفت تبدیل می‌شود که ســـه چوب‌کبریت دارد. پس این دو را با خطی به رنگ آبی به هم وصل می‌کنیم. اما دو و سه که به هم تبدیل می‌شوند، هر دو پنج چوب‌کبریت دارند. پس با خط قرمز به هم وصل می‌شوند.

شـــکل ۲ اطلاعات خوبی در اختیار ما قـــرار می‌دهد و لازم اســـت که این ارتباط‌ها را به خاطر بسپارید. مثلاً رقم چهار به هیچ رقمی تبدیل نمی‌شود. تنها رقم‌های یک و هفت به یکدیگر تبدیل می‌شوند. رقم ۹ بیشترین امکان تغییر را دارد و می‌تواند به رقم‌های صفر، سه، پنج و هشت تبدیل شود. می‌توان ارتباط‌ها را به صورت شکل ۳ هم نمایش داد.

شکل ۳



این نمودار به شـــاخه‌ای از ریاضیـــات به نام «نظریهٔ گراف» مربوط می‌شود که در پایهٔ دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه با آن آشنا خواهید شد.

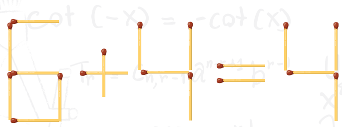
در پاسخ به سؤال دوم به دو مورد می‌توان اشاره کرد:

۱. تبدیل‌شدن + به − و برعکس.

۲. تبدیل‌شدن = به ≠ و برعکس.

اکنون بیایید بـــه کمک این گراف که آن را «گراف تبدیل‌ها» می‌نامیم، چند معما را با هم حل کنیم.

مثال ۲. با حرکت‌دادن یک چوب‌کبریت رابطه را به یک رابطهٔ درست تبدیل کنید.



بهتر است قبل از خواندن راه‌حل، سعی کنید خودتان راه‌حل را پیدا کنید. حداقل سه راه‌حل برای این معما وجود دارد!

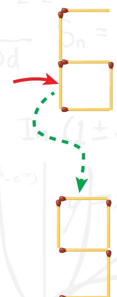
راه‌حـــل ۱. به گراف تبدیل‌ها رجـــوع کنید و ببینید هر کدام از این ســـه رقم به چه رقم‌هایی می‌توانند تبدیل شـــوند. تساوی‌های درستی را هم که ممکن است در پایان راه‌حل به

آن‌ها برسیم، بررسی کنید. یکی از تساوی‌ها می‌تواند ۰+۴=۴ باشد. آیا امکان تبدیل ۶ به ۰ وجود دارد؟

در گراف تبدیل‌ها، ۶ و ۰ با خط قرمز به هم وصل هستند. پس چنین امکانی وجود دارد و راه‌حل اول معما چنین خواهد بود:

چوب‌کبریت وسط از رقم ۶ را جابه‌جا کنید و این رقم را به رقم ۰ تبدیل کنید!

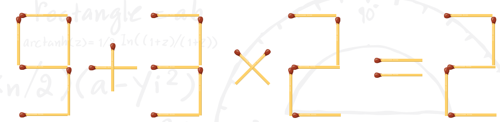
راه‌حل ۲. در گراف تبدیل‌ها می‌توان ۶ را به ۵ تبدیل کرد و یک چوب‌کبریت آن را به جای دیگری برد. با این تبدیل طرف اول به ۴+۵ تبدیل می‌شود. پس طرف دوم باید به ۹ تبدیل شود. آیا می‌توانیم با چوب‌کبریتی که از ۶ جدا می‌کنیم، ۴ را به ۹ تبدیل کنیم؟ پاسخ مثبت است، چوب کبریتی را که با پیکانهٔ (فلش) قرمز مشخص شده‌است، جابه‌جا می‌کنیم و به طرف دوم تساوی می‌بریم. پس راه‌حل دوم چنین است:



در طرف دوم، رقم ۴ را داریم که با چوب‌کبریت اضافه‌شده، به رقم ۹ تبدیل می‌شود و به تساوی ۹=۴+۵ می‌رسیم.

پیداکردن راه‌حل سوم را به خواننده واگذار می‌کنیم.

مثال ۳. با حرکت یک چوب‌کبریت تساوی نادرست را اصلاح کنید.

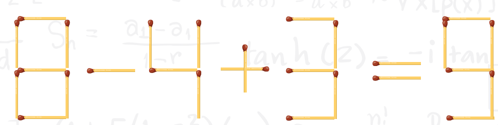


قبل از خواندن ادامهٔ مقاله خودتان دست‌به‌کار شوید و راه‌حل را پیدا کنید. شاید حتی چند راه‌حل توانستید پیدا کنید.

راه‌حل ۱. علامت × را که نمی‌توان با حرکت یک چوب‌کبریت به نمادی آشنا تبدیل کرد. پس در طرف اول احتمالاً مقدار ۶ را داریم. آیا می‌توان + را به – تبدیل کرد؟ در این حالت باید ۹ به ۸ تبدیل شود تا به تساوی درست ۲=۲×۳-۸ برسیم. خوش‌بختانه در گراف تبدیل‌ها، ۹ به ۸ با خط آبی وصل است. پس راه‌حل اول چنین خواهد بود: از علامت +، چوب‌کبریت عمودی را جابه‌جا می‌کنیم و به کمک این چوب‌کبریت ۹ را به ۸ تبدیل می‌کنیم.

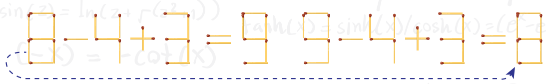
سعی کنید به راه‌حل‌های دیگر هم فکر کنید. حتی می‌توانید معما را کمی ساده‌تر کنید و برای مثال دو چوب‌کبریت را جابه‌جا کنید.

مثال ۴. یک چوب‌کبریت را جابه‌جا کن و یک رابطهٔ درست بساز.



سعی کنید اولین راه‌حل را شما زودتر از ما ارائه کنید. اگر دو راه‌حل پیدا کنید که بیشتر خوش‌حال می‌شویم!

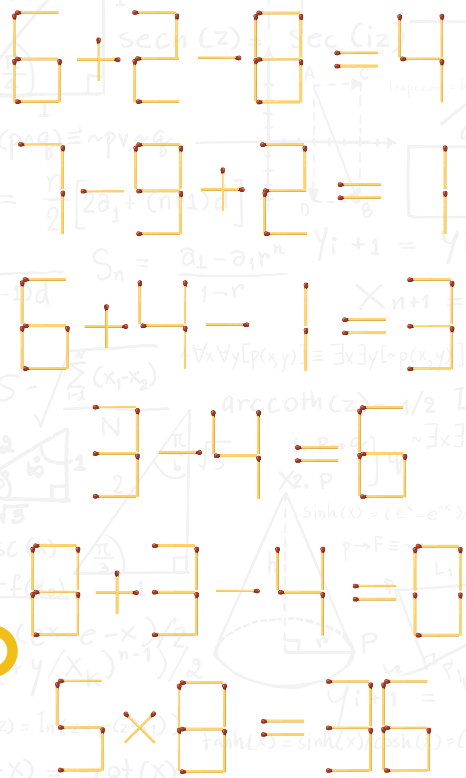
راه‌حل ۱. رقم ۸ در گراف تبدیل‌ها به ۹ وصل است و می‌توان با برداشتن یک چوب‌کبریت آن را به ۹ تبدیل کرد. اگر چنین کنیم حاصل طرف اول ۹-۴+۳، یعنی ۸ خواهد شد. آیا می‌توان رقم ۹ در طرف دوم را به ۸ تبدیل کرد؟ پاسخ مثبت است. پس راه‌حل اول چنین است:



این مثال راه‌حل‌های دیگری هم دارد که پیدا کردن آن‌ها را به خواننده واگذار می‌کنیم. در ادامه چند مثال به‌عنوان تمرین ارائه می‌شوند تا بتوانید به کمک گراف تبدیل‌ها آن‌ها را حل کنید. این کار باعث می‌شود گراف تبدیل‌های رقم‌ها در ذهنتان حک شود.

خوانندگان مشغول حل مسئله هستند.

در هر کدام از رابطه‌های نادرست زیر، با حرکت‌دادن یک چوب‌کبریت، رابطه را اصلاح کنید.



دست به‌کار شوید و خودتان معما بسازید. هر قدر هوشمندانه‌تر، بهتر! معماهای خود را به دوستانتان بدهید تا حل کنند.

ای‌کاش همهٔ نادرستی‌ها با انجام یک حرکت کوچک قابل‌اصلاح بودند. البته همیشه بهتر است قبل از هر حرکت کوچک یا بزرگی فکر کنیم و بهترین حرکت ممکن را انجام دهیم تا نیازی به اصلاح نباشد.

در شمارهٔ آینده به دستهٔ دیگری از مسئله‌های کبریتی که بیشتر دربارهٔ شکل‌های هندسی هستند، خواهیم پرداخت.

مریم جعفرآبادی

داوینچی ایرانی

آشنایی با ریاضی‌دانِ هنرمند، **حمید نادری یگانه**

شـــاید شـــما هم مثل خیلی‌های دیگر فکر کنید ریاضی درسی خشک و انتزاعی است و مثلاً درســی مثل هنر را به ریاضی ترجیح دهید. شاید دوست داشته باشید اثری خلق کنید و نتیجهٔ کار را پیش چشمتان ببینید! در این مطلب می‌خواهیم دربارهٔ ریاضی‌دان ایرانی جوانی صحبت کنیم که بعضی‌ها به او «داوینچی ایران» می‌گویند. او با قلم‌موی معـــادلات ریاضی، بخش‌هایی از طبیعت، افلاک، و موضوع‌هایی در زندگی واقعی را به تصویر می‌کشد؛ تصویرهایی چنان واقعی که شک می‌کنید عکس هستند یا واقعاً به کمک معادلات طراحی شده‌اند.

آقای **حمید نادری یگانه** دانش‌آموختهٔ رشتهٔ ریاضیات و کاربردها در دورهٔ کارشناسی از دانشگاه قم و فارغ‌التحصیل رشتهٔ ریاضی محض دانشگاه صنعتی شریف است. او ریاضی‌دانی هنرمند یا هنرمند ریاضی‌دانی است که دانش ریاضی خود را با ذوق هنری‌اش ترکیب و تصویرهایی حیرت‌آور خلق می‌کند. نادری یگانه حدود ۱۰ ســال اســت که با روابط پیچیدهٔ ریاضی تصویرهایی را ایجاد می‌کند. بخشی از این تصویرها به کمک فرمول‌ها، از شهود او و تصویرهای معادلاتی که از آن‌ها استفاده می‌کند، تولید می‌شوند.

اولین روشـــی که او برای ســـاخت این تصویرها به کار می‌برد، غربالگری هزاران فرمول کوتاه بود. در این باره گفته بود: «ده‌ها هزار فرمول را غربال می‌کردم تا به یک شکل قشنگ می‌رسیدم؛ مثل روشی که برای یافتن طلا به کار برده می‌شود. غربالگری فرمول‌ها روش خوبی اســت و فرمول‌هایی که برای ساخت تصویرها لازم هستند، کوتاه از آب درمی‌آیند. ولی روش محدودی است؛ چون مثل طلا، شکل زیبا سخت به دست می‌آید.»

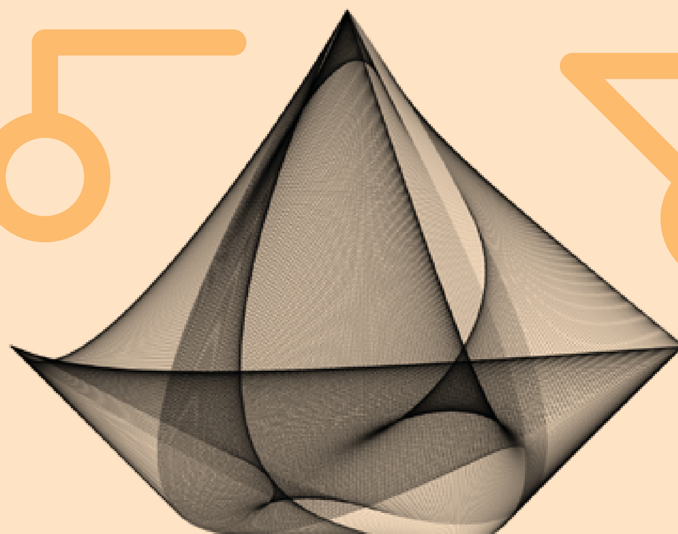
تعدادی از تصویرهایی را که او به همین روش خلق کرده است، ببینیم:

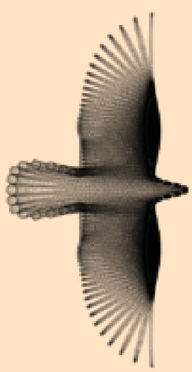
او این‌طور ادامـــه می‌دهد: «بعد از مدتی که خیلی با توابع آشناتر شدم، فهمیدم چه تابعی چه شکلی را می‌ســازد و شکل‌های متنوعی مثل پرنده و ... را به دست آوردم. در این روش فرمول‌ها طولانی‌ترند. روش‌هایی که اخیراً به کار می‌برم، هم از خصلت‌های تابع‌های خاص استفاده می‌کنند و هم یک ساختمان گسسته را به‌وجود می‌آورند؛ یعنی ترکیبی از تابع‌های پیوسته و ساختمان‌های گسسته.

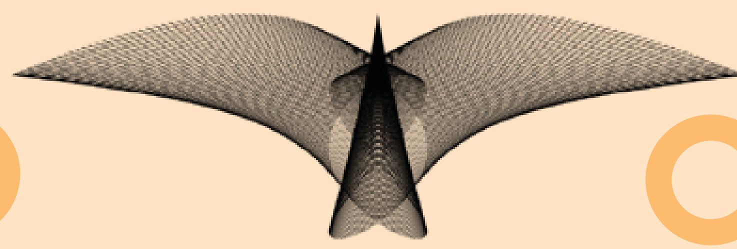
روابط سازندهٔ شکل روبه‌رو

$$\left(\cos\left(\frac{۶\pi k}{۲۰۰۰}\right) - i\cos\left(\frac{۱۲\pi k}{۲۰۰۰}\right)\right)e^{\frac{۳\pi i}{۴}}$$

$$\left(\sin\left(\frac{۴\pi k}{۲۰۰۰}\right) + \left(\frac{\pi}{۸}\right)\right) + i\sin\left(\left(\frac{۲\pi k}{۲۰۰۰}\right) + \left(\frac{\pi}{۳}\right)\right)e^{\frac{۳\pi i}{۴}}$$







اگر به دیدن کارهای دیگری از این هنرمند علاقه‌مند شـــده‌اید، می‌توانید با جست‌وجوی نام ایشان، آثار دیگرش را ببینید. شاید شما هم یک پیکاسوی ایرانی یا مادام فریدای ایرانی باشید که قرار است این مسیر را ادامه دهید.

1. https://web.archive.org/web/20160514083633/https://cosmosmagazine.com/mathematics/art-and-beauty-mathematics
2. https://web.archive.org/web/20160416034605/https://mathematics.culturalspot.org/home
3. https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%AD%D9%85%DB%8C%D8%AF_%D9%86%D8%A7%D8%AF%D8%B1%DB%8C_%DB%8C%DA%AF%D8%A7%D9%86%D9%87
4. https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-in-numberland/2015/feb/24/catch-of-the-day-mathematician-nets-weird-complex-fish

با پویش رمزینه روابط ریاضی را ببینید.

فرق دارایی با سرمایه

ژما جواهری‌پور

اگر شـــما پنج میلیارد (۵,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰) تومان پول داشته باشید، با آن چه می‌کنید؟ ابزار و وســایل مــورد نیازتان را می‌خرید؟ به ســفر می‌روید؟ املاکی مثل زمین می‌خرید؟ در بهابازار (بورس) سرمایه‌گذاری می‌کنید؟ در بانک سپرده‌گذاری می‌کنید؟ این پول سرمایه است یا دارایی؟

با دانش ریاضی خود ماهی یک بار به اتاق اقتصاد ریاضی مجلهٔ برهان ســر بزنید تا دربارهٔ موضوع‌های اقتصادی با هم صحبت کنیم و در پایان بتوانید بهترین تصمیم را برای مبلغ بالا بگیرید.

آیا تفاوت بین دارایی و ســرمایه را می‌دانید؟ دارایی‌های شــما چیست؟ دارایی مثل گوشی تلفن همراه، اسباب‌بازی‌ها، کتاب‌ها، لباس‌ها و شاید مبلغی پول است که در کشوی میز یا در قلکتان نگهداری می‌کنید. این‌ها دارایی‌های شما هستند. به طور خلاصه دارایی هر چیزی اســت که مالکیتش را دارید، ولی نمی‌توانید با آن پول خلق کنید یا ارزش افزوده‌ای به وجود آورید. قیمت تمام دارایی‌های خود را محاسبه کنید. مثلاً قیمت یک بازی رایانه‌ای و یا یک کتاب را مشخص کنید. شما چقدر دارایی دارید؟ اگر بتوانید دارایی‌های خود را بفروشید و پول کسب کنید، در آن صورت به آن ثروت می‌گویند. آیا می‌توانید میزان ثروت به‌دست‌آمده از فروش دارایی‌هایتان را محاســبه کنید؟ حال به سراغ سرمایه برویم: اگر بتوانید از ثروت عایدی کسب کنید، در حالی که ارزش خود آن نیز حفظ شود، سرمایه به حساب می‌آید؟

اجــازه بدهید مثالی بزنم: فرض کنیم شــما یک دســتگاه بازی رایانه‌ای به قیمــت ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان خریده‌اید. اگر بخواهید آن را بفروشــید ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان می‌توانید ثروت به‌دســت آورید. اگر این وســیلهٔ بازی را ســاعتی ۵۰,۰۰۰ تومان اجاره بدهید، به ازای روزی پنج ســاعت اجاره می‌توانید ۲۵۰,۰۰۰ تومان سرمایه به‌دست بیاورید. حال محاسبه کنید که در یک ماه و در یک سال چقدر درآمد خواهید داشت. با ایجاد یک کتابخانهٔ مجازی هم، می‌توانید کتاب یا سایر وســایلتان را اجاره دهید. همان‌طور که می‌بینید، در اطراف خــود دارایی‌های زیادی دارید که می‌توانید به ســرمایه تبدیل کنید. چند پیشنهاد دارم: می‌توانید از اشیای دورریختنی وســایل تزئینی بسازید و بفروشید یا اشیای قدیمی و قابل اســتفادهٔ خود را بفروشید. اگر محتوای آموزشی دارید یا توانایی آموزش هنری یا ورزشی دارید، می‌توانید به‌عنوان مربی کار کنید و درآمد داشته باشــید. البته در تمام این موارد باید از والدین خود اجازه و راهنمایی بگیرید.

حال به سراغ ســؤال اول برویم: با این درآمد قصد دارید چه‌کار کنید؟ فرض کنیم شما می‌خواهید ۱۰ سال آینده یک کالا بخرید. اگر از حالا هر ماه ۱۰۰,۰۰۰ تومان پس‌انداز کنید، بعد از ۱۰ ســال چــه مقدار پول خواهید داشــت؟ اگر همین مبلــغ را در بانک پس‌انداز کنید که سود ســالانهٔ ۱۸ درصد به سرمایه‌گذاری شما تعلق می‌گیرد، بعد از ۱۰ ســال چه میزان پول خواهید داشت؟ یا در صندوق سرمایه‌گذاری با متوسط بازدهی ۳۰ درصد، چه میزان پول خواهید داشــت؟ آیا می‌توانید نمودار روند رشد سرمایه را رسم کنید؟

منبع

Human Capitals: School Mathematics and the Making of the Homus Oeconomicus/©JUME.http://education.gsu.edu/JUME

جور دیگر باید دید

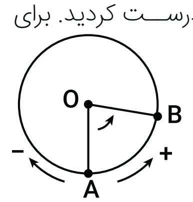
تمرین‌های متفاوت

خسرو داودی
آرش رستگار

هفتمی‌ها

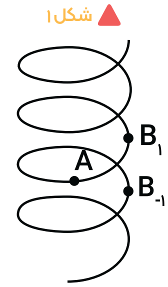
در ایران و اکثر کشورهای جهان «آموزش ریاضیات به سبک تصویری» مغفول مانده یا به آن کم‌توجهی شده است؛ از موارد استثنا می‌توان به نظام آموزش ریاضی در کشور سنگاپور اشاره کرد. در این سلسله مقاله‌ها تلاش شده است این کم‌توجهی با طرح تمرین‌هایی متفاوت تا حدی جبران شود.

در کتاب ریاضی پایهٔ هفتم، با قراردادکردن مبدأ و جهت‌های مثبت، عددهای علامت‌دار (صحیح) درست کردید. برای مثال در دایرهٔ شکل ۱، اگر نقطهٔ A مبدأ باشد و در دو جهت مثبت و منفی روی محیط دایره مطابق شکل حرکت کنیم تا به نقطه‌ای مثل B برسیم، اندازهٔ زاویهٔ AOB با یک عدد مثبت بیان می‌شود. وقتی هم روی نقطهٔ A باشیم، اندازهٔ زاویه صفر خواهد بود.



شکل ۱

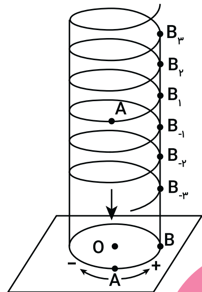
همچنین با محور عددهای صحیح آشنا شدید. اکنون تصور کنید که محور عددها را دور یک میلهٔ استوانه‌ای بچرخانیم. بعد از درآوردن میله، یک محور فنردار از عددهای صحیح خواهیم داشت. به شکل ۲ نگاه کنید:



شکل ۲

نقطهٔ A مبدأ محور است و B_1 و B_{-1} نشان‌دهندهٔ حرکت در جهت مثبت و B_{-1} یعنی حرکت در جهت منفی. در واقع به این ترتیب حرکت روی محور را با یک محور عددها مدل‌سازی کرده‌ایم.

اکنون دایرهٔ بالا را روی سطح می‌گذاریم و محور عددهای فنردار را روی آن قرار می‌دهیم.



شکل ۳

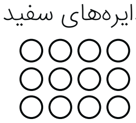
دایره روی سطح به صورت بیضی دیده می‌شود، همان‌طور که حلقه‌های دایرهٔ محور فنردار را هم به صورت بیضی‌های یک اندازه رسم کرده‌ایم (شکل ۳). می‌توانید نقاط روی محور فنردار را با رسم خط عمود بر صفحه روی دایره تصویر کنید تا ببینید چه نقطه‌ای روی دایره را مدل می‌کند.

برای مثال اگر از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B حرکت کنیم، از نقطهٔ A به سمت B_1 روی محور عددهای فنردار حرکت کرده‌ایم. اگر یک دور دیگر بپیچیم، به نقطهٔ B_2 می‌رسیم، اما روی دایره مجدداً به نقطهٔ B برمی‌گردیم. به عبارت دیگر، نقطه‌های B_1 و B_2 و سایر نقطه‌های بالای آن‌ها نقطهٔ B را مدل می‌کنند، چون اگر از آن نقطه‌ها بر صفحه عمود رسم کنیم، روی نقطهٔ B در محیط دایره قرار می‌گیرند. نقطه‌های B_{-1} و B_{-2} و سایر نقطه‌های زیر آن‌ها هم به همین ترتیب نقطهٔ B را مدل می‌کنند. با حرکت در جهت مثبت به نقطه‌های B_1 و B_2 و بالاتر، و با حرکت در جهت منفی به نقطه‌های B_{-1} و B_{-2} و پایین‌تر می‌رسیم.

مسئلهٔ ۱. اگر برای حرکت از B_1 به B_2 به اندازهٔ ۹۰ درجه چرخیده باشیم، برای حرکت از A به B_1، B_2، B_{-1} و B_{-2} به اندازهٔ چند درجه باید حول محور فنر بچرخیم و در چه جهتی باید حرکت کنیم؟ پاسخ هر کدام را با یک عدد علامت‌دار مشخص کنید.

مسئلهٔ ۲. اگر دایره‌های سفید نمایندهٔ عددهای مثبت و دایره‌های سیاه نمایندهٔ عددهای منفی باشند:

الف) در شکل ۴ چند دستهٔ پنج‌تایی از دایره‌های سفید وجود دارند؟ آن را به صورت یک عبارت عدد تقسیم با باقی‌مانده نمایش دهید.



شکل ۴

۱۲ | ۵

ب) در شکل ۵ چند دستهٔ پنج‌تایی از دایره‌های سیاه وجود دارند؟ برای پیداکردن پاسخ یک عبارت تقسیم مثل بالا بنویسید.

شکل ۵

توجه داشته باشید که باید از عددهای منفی هم استفاده کنید. آیا باقی‌مانده عددی مثبت است یا منفی؟

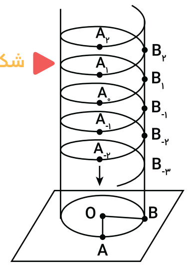
ج) اکنون باید کمی تخیل کنید. شکلی کشیده نمی‌شود. در شکل ۴ که ۱۲ دایرهٔ سفید داشتید، چند تا دستهٔ پنج‌تایی از دایره‌های سیاه وجود دارد؟

یک عبارت تقسیم در این مورد بنویسید که کدام قسمت از تقسیمی که می‌نویسید عددهای مثبت یا منفی هستند. فکر کنید. خارج‌قسمت؟ باقی‌مانده؟ کدام یک منفی و کدام یک مثبت هستند؟

د) حال بگویید در شکل ۵ که دایره‌های سیاه تشکیل شده‌اند، چند دستهٔ پنج‌تایی از دایره‌های سفید وجود دارد؟ یک عبارت تقسیم بنویسید و در مورد اینکه کدام قسمت تقسیم مثبت و کدام قسمت منفی است فکر کنید.

هشتمی‌ها

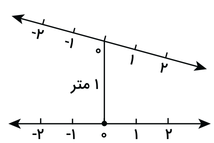
پیشـــنهاد می‌کنم ابتدا مسئلهٔ اول پایهٔ هفتم (صفحهٔ قبل) را بخوانید، چون بر اساس همان توضیحات و در ادامهٔ آن، این بار برای هشتمی‌ها مسئلهٔ جدیدی مطرح می‌شود. باز هم یک دایره داریم و محور فنردار را روی آن قرار داده‌ایم (شکل ۶). فرض کنید فاصلهٔ A_0 تا A_1 برابر یک واحد باشـــد و A_0 را نیز مبدأ محور در نظر بگیرید. اگر B_1 بالای ســـر B چنان باشـــد که از A_1 تا B_1 به اندازهٔ $\frac{1}{4}$ واحد فاصله داشته باشد، زاویهٔ AOB چند درجه خواهد بود؟



شکل ۶

مسئلهٔ ۱. چهار قدم به اندازهٔ طول A_1B_1 روی محور فنردار، متناظر با یک دور چرخیدن روی دایرهٔ پایین خواهد بود. آیا می‌توانید نشان دهید که حرکت به اندازهٔ یک عدد گویای مثبت یا منفی در محور عددهای بالا متناظر است با دوران‌هایی با زاویهٔ مثبت یا منفی روی دایره که پس از تعدادی مشخص از تکرار این دوران‌ها دوباره به نقطهٔ A بر می‌گردیم؟

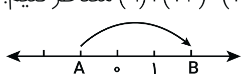
یک محور عددها روی زمین نصب شده است. میله‌ای در نقطهٔ مبدأ در زمین به صورت عمودی فرورفته است. محور عددهای دیگری با فاصلهٔ یک متر داریم که آن هم روی مبدأ خود به میله طوری نصب شده است که به‌راحتی می‌تواند بچرخد و دوران کند (شکل ۷). ابتدا دو محور موازی هم هستند و اگر از بالا نور به محورها تابیده شود، تصویر محور بالا روی محور پایین می‌افتد. به این ترتیب هر نیم دور که محور بالا دوران می‌کند، ســایه‌اش مجدداً روی محور پایین می‌افتد.



شکل ۷

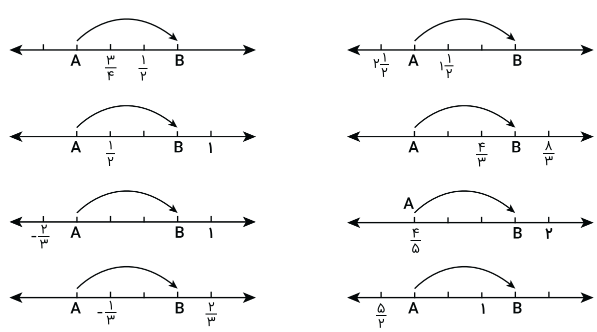
مسئلهٔ ۲. سایهٔ چه نقطه‌هایی از محور بالا (شکل ۷) می‌توانند روی عدد ۲ در محور پایین بیفتند؟ (به عبارت دیگر، چه نقطه‌هایی از محور عددهای بالا می‌توانند بالای سر عدد ۲ قرار بگیرند؟) بالای ســر نقطهٔ ۳- چه عددهایی می‌توانند قرار بگیرند؟ بالای سر صفر چه نقطه‌هایی از محور عددهای بالا می‌توانند قرار بگیرند؟

حرکت از نقطهٔ A به نقطهٔ B روی محور عددها می‌تواند با عبارت‌های متفاوتی متناظر شـــود. بستگی دارد به اینکه نقطه‌ها روی محور عددها را چگونه عددمند کرده باشیم. برای مثال، در محور عددهای شکل ۸ که مبدأ و واحد روی آن مشخص شده‌اند، حرکت از نقطهٔ A به نقطهٔ B را می‌توانیم با عبارت (+۲)=(+۳)+(-۱) متناظر کنیم.



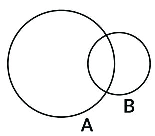
شکل ۸

مســـئلهٔ ۳. در هر یک از محورهای شکل ۹ دو نقطه با عدد مشخص شده‌اند. با توجه به آن‌ها ابتدا مبدأ و اندازهٔ واحد (نقطه‌هایی که ۰ یا ۱+ را نشان می‌دهند) را پیدا کنید. سپس برای حرکت از A به B عبارت متناظر بنویسید.
یک نمونه از همین محورها را هم خودتان طراحی کنید و پس از تقسیم‌کردن محور عددها به قسمت‌های مساوی، آن را با عدد مشخص کنید. آنگاه مبدأ و واحدها را پیدا کنید و برای حرکت از A به B عبارت متناظر بنویسید.

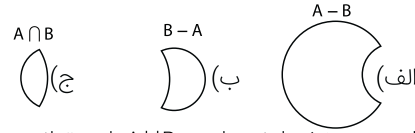

شکل ۹

نهمی‌ها

مجموعهٔ $A=\{۱,۲,۳\}$ را در نظر بگیرید. این مجموعه هشت زیرمجموعه دارد که عبارت‌اند از:
$\{\ \}\ \{۱\},\{۲\},\{۳\},\{۱,۲\},\{۱,۳\},\{۲,۳\},\{۱,۲,۳\}$
منظور از افراز مجموعهٔ A این است که آن را به شکل اجتماعی از زیرمجموعه‌های ناتهی آن بنویسیم که آن زیرمجموعه‌ها دوبه‌دو از هم جدا باشند؛ یعنی دوبه‌دو اشتراکی نداشته باشند. برای مثال مجموعهٔ A را می‌توانیم به سه زیر مجموعهٔ $\{۱\},\{۲\},\{۳\}$ افراز کنیم. یا می‌توانیم آن را به دو زیرمجموعهٔ $\{۱\},\{۲,۳\}$ افراز کنیم. یعنی یک مجموعه را می‌توانیم به صورت‌های متفاوتی افراز کنیم.
همین کار را می‌خواهیم با نمودار وِن شکل ۱۰ انجام دهیم. در واقع می‌خواهیم $A\cup B$ را افراز کنیم. همان‌طور که در شکل می‌بینید، مجموعهٔ $A\cup B$ را می‌توانیم به سه زیرمجموعهٔ A-B، B-A و $A\cap B$ افراز کنیم و این سه بخش هیچ قسمت مشترکی ندارند.



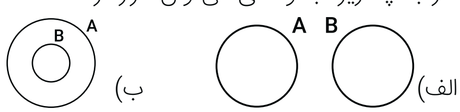
شکل ۱۰



شکل ۱۱

این سه بخش از نمودار وِن $A\cup B$ را می‌توانید در شکل ۱۱ ملاحظه کنید. این سه زیرمجموعه هیچ اشتراکی با هم ندارند.

مسئلهٔ ۱. حالا شما بگویید در هر یک از نمودارهای شکل ۱۲، $A\cup B$ را به چه زیرمجموعه‌ای می‌توان افراز کرد؟

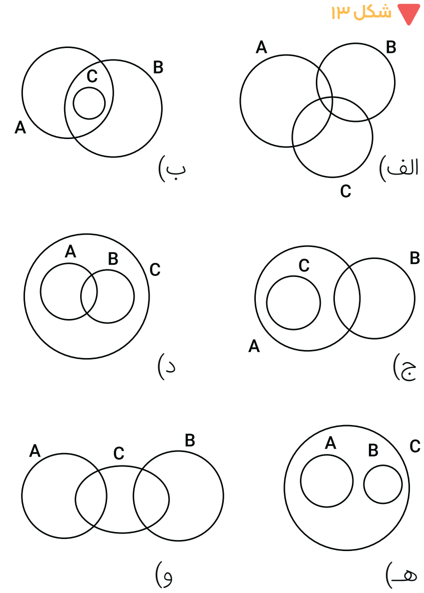


شکل ۱۲

مسئلهٔ ۲. در نمودارهای شکل ۱۳ $A\cup B\cup C$ به چه زیرمجموعه‌هایی افراز می‌شوند؟

در درس مجموعه‌ها با انواع مجموعه‌ها و نمایش آن‌ها آشنا شده‌اید. فرض کنید تمام مجموعه‌ها را در یک مجموعهٔ خیلی بزرگ جمع کنند. به این مجموعه که آن را با M نشان می‌دهند، «مجموعهٔ جهانی مرجع» می‌گویند. در این صورت متمم مجموعهٔ A به این صورت تعریف می‌شود: $A'=M-A$.

شکل ۱۳



مسئلهٔ ۳. توضیح دهید چرا رابطه‌های زیر برای هر زیرمجموعه‌ای مثل A از مجموعهٔ مرجع M درست هستند.

$A-\varnothing=A$ $\quad$ $A-A=\varnothing$

$A-M=\varnothing$ $\quad$ $\varnothing-A=\varnothing$

$(A')'=A$

سعی کنید تساوی‌های بالا را به کمک نمودار ون نشان دهید. آیا به نظر شما نمودار ون برای مشخص‌کردن و نمایش تساوی‌های بالا مناسب و گویاست؟

مسئلهٔ ۴. درستی تساوی‌های زیر را به کمک نمودار وِن نشان دهید. به این تساوی‌ها «قوانین دمورگان» می‌گویند.

$(A\cap B)'=A'\cup B'$

$(A\cup B)'=A'\cap B'$

▲ ادامهٔ مسئله‌ها ▲ پاسخ‌ها ▲ آموزش معلمان

خطاهای فراگیر در محاسبات ریاضی

افشین خاصّه‌خان

سلام و وقت بخیر خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. در سال تحصیلی جدید برایتان آرزوی سلامتی و تلاش‌های پرثمر دارم. امیدوارم در مطالعهٔ ریاضی صبور باشید تا از زیبایی‌های آن لذت کافی ببرید. امسال رویکرد درمانگاه، توجه به اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در درک مفهوم‌ها و محاسبه‌های ریاضی و تلاش برای ارائهٔ راهکار به‌منظور رفع آن‌هاست.

اشتباه متداول: ضرب علامت‌ها در جمع عددهای صحیح

یکی از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در جمع و تفریق عددهای صحیح، ضرب علامت‌های آن‌هاست. برای مثال، بسیاری از دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه و حتی گاهی دورهٔ دوم، اشتباه‌های زیر را در محاسبه‌های عددهای صحیح مرتکب می‌شوند:

(-۷)+(-۳)=۱۰ ، (-۷)-(-۳)=-۱۰ ، ۷+(-۳)=-۴ ، -۷-۳=۱۰

یعنی در واقع عمل جمع در سطح دانش آن‌ها اتفاق می‌افتد، اما هم‌زمان با آن، علامت‌ها نیز در هم ضرب می‌شوند. به عبارت ساده‌تر، عمل ضرب در حین انجام عمل جمع صورت می‌گیرد و این دانش‌آموزان متوجه نیستند که عمل ضربی وجود ندارد.

تشخیص

به نظرم دو علت عمده برای این اشتباه متداول وجود دارد: اولی آن است که این دانش‌آموزان به‌درستی با علامت‌ها و نمادهای ضرب آشنا نیستند و نمی‌توانند در محاسبه‌ها آن‌ها را تشخیص بدهند. به همین خاطر در بسیاری از محاسبه‌های مجموع و تفاضل عددهای صحیح، بدون وجود حتی یک نماد ضرب، معمولاً عمل ضرب علامت‌ها را انجام می‌دهند. دوم عجله‌کردن و تمرکزنداشتن این دانش‌آموزان است که هنگام این‌گونه محاسبه‌ها به آن دچار می‌شوند و این مورد، به‌ویژه در پرسش‌های شفاهی پررنگ‌تر مشاهده می‌شود.

تجویز و درمان

برای درمان این اشتباه متداول باید روی علت‌ها تمرکز کنیم. بنابراین لازم است علامت‌ها و نمادهای متفاوت عمل ضرب در محاسبه‌ها با حوصله و دقت به دانش‌آموزان معرفی و با مثال نشان داده شوند و به آن‌ها تفهیم شود که بدون مشاهدهٔ این علامت‌ها نمی‌توان عمل ضرب را انجام داد؛ «حتی ضرب علامت‌ها.» چند نماد متفاوت عمل ضرب بین دو عدد از این قرارند:

-۷×۳ ، (-۷).۳ ، (۳).(-۷) ، (-۷)(۳) ، -۷(۳)

علاوه بر آن، صبرکردن و «مکثِ قبل از جواب» را به دانش‌آموزان آموزش داده و با تمرین و تکرار به عادت تبدیل شود. در همین مکث کوتاه آن‌ها می‌توانند تشخیص دهند که در این عملیات جبری نماد ضرب وجود دارد یا نه. برای مثال، وقتی محاسبهٔ (-۷)+(-۳)=۱۰ را انجام می‌دهند، اولین سؤال از آن‌ها می‌تواند این باشد که: آیا در این محاسبه نماد ضربی وجود دارد؟ اگر بله آن نماد کدام است؟ تکرار این تمرین ساده می‌تواند مشکل آن‌ها را به طور قابل توجهی رفع کند.

نسخهٔ تکمیلی

بهتر است دانش‌آموزان فصل دوم از کتاب ریاضی پایهٔ هفتم و فصل اول از کتاب ریاضی پایهٔ هشتم را به دقت بخوانند، فعالیت‌های آن‌ها را انجام دهند و با توجه به مثال‌ها، کار در کلاس‌ها را جواب دهند. در پایان هم تمرین‌های آخر فصل را حل کنند و در صورت نداشتن توانایی برای پاسخ‌گویی به بعضی از تمرین‌ها، دوباره به متن کتاب مراجعه کنند و بعد از بازخوانی متن کتاب، برای حل آن‌ها به چالش‌های جدیدی دست بزنند.

ریاضیاتِ شش طبقه

گفت‌وگو با **کوثر زرگر**، دانش‌آموز خلاق پایهٔ نهم دبیرستان فرزانگان حضرت زینب (س) بیرجند

مهدیه مسیبی

تدریس جذاب ریاضی آن‌قدر انرژی مثبت درون خود دارد که می‌تواند دانش‌آموز را نه‌تنها عاشق ریاضیات کند، بلکه این انگیزه را هم به او بدهد که فراتر از محتوای کتاب درسی بیندیشد و درصدد برآید دست‌سازه‌هایی برای فهم بهتر مباحث ریاضی بسازد. کلام معلم را روی هوا بگیرد و آن را مبنای ساخت یک وسیله قرار دهد. بازی طراحی کند تا به سهم خود به فهم بهتر مسئله‌ها کمک کند. کوثر زرگر، دانش‌آموز پایهٔ نهم «دبیرستان فرزانگان حضرت زینب (س) بیرجند»، مهمان این شمارهٔ مجلهٔ ماست تا از فعالیت‌هایش برایمان بیشتر بگوید. کوثر اعتقاد دارد اگر بچه‌ها در مدرسه با کاربردهای رشته‌های درسی و مباحث علمی بیشتر آشنا بشوند، به‌یقین در انتخاب آن موضوع‌ها با علاقهٔ بیشتری پیش خواهند رفت و انتخاب‌های درست‌تری خواهند داشت. کوثر یک برادر دارد و پدر و مادرش کارمند دانشگاه بیرجند و دانشگاه علوم پزشکی این شهر هستند. گفت‌وگو با این دانش‌آموز پیش روی شماست.

علاقهٔ شما به درس ریاضی از کجا شروع شد؟ یعنی سال چندم بودید و چه اتفاقاتی افتاد که به ریاضی علاقه‌مند شدید؟

به نظر من، اگر کسی متخصص بهترین رشته باشد، اما این رشته را به شیوهٔ درستی تدریس نکند، مردم جذب آن نخواهند شد. همچنین، اگر بدترین تخصص از نظر مردم را یک دبیر به شیوه‌ای جذاب و عالی تدریس کند، افراد زیادی مجذوب آن رشته خواهند شد. از زمانی که من وارد دورهٔ متوسطهٔ اول شدم، دبیران محترم ما خیلی عالی و جذاب تدریس می‌کنند. علاوه بر تدریس مطالب، کاربرد آن‌ها را در زندگی روزمره هم بیان می‌کنند. این رفتار باعث علاقه‌مندشدن من به ریاضیات شد.

به نظر شما درس ریاضی چگونه درسی است و در زندگی ما چه کاربردی دارد؟

از نظر من ریاضی درسی است که کل هستی بر پایهٔ آن بنا شده است. شما وقتی به یک گل رز نگاه می‌کنید، به‌درستی متوجه می‌شوید این گل بر اساس نسبت طلایی درست شده است. همچنین است تمام دست‌سازه‌های بشر. هر چیزی را که در نظر بگیرید، همه و همه بر اساس قوانین و اصول دانش ریاضی ساخته و در اختیار دیگران قرار گرفته‌اند. بنابراین، ریاضیات در همه جای زندگی ما حضور دارد. همه‌چیز در زندگی ما از ریاضیات الگو گرفته است.

این‌طور که ما شنیده‌ایم، شما در درس ریاضی، علاوه بر محتوای کتاب درسی، یک مجموعه فعالیت جداگانه هم دارید؛ مثل بازی ریاضی، برج عددها و نمودار ون. ابتدا دربارهٔ برج عددها برای ما بگویید. چگونه وسیله‌ای است؟ چگونه آن را درست کردید و چه کاربردی دارد؟

درست شبیه یک ساختمان شش‌طبقه است که بالای آن نوشته شده است: برج عددها. البته متحرک نیست و مجموعه‌های گوناگونی از عددها دارد. به این ترتیب، در بالاترین طبقه، بعد از طبقهٔ غیرمتحرک، مجموعهٔ «عددهای طبیعی» است. در طبقهٔ چهارم «عددهای حسابی»، طبقهٔ پایین آن «عددهای صحیح» و «عددهای گویا» هستند و در پایین‌ترین طبقه نیز نوشته شده است: مجموعهٔ عددها. مجموعهٔ عددهای طبیعی با حرکت در ریل مخصوص خودش، روی طبقهٔ بعدی قرار می‌گیرد و این مفهوم را می‌رساند که زیرمجموعهٔ عددهای حسابی است. طبقهٔ دوم (عددهای حسابی) هم به همراه طبقهٔ بالایی خودش که عددهای طبیعی و زیرمجموعهٔ آن محسوب می‌شوند، با حرکت در ریل خودشان روی طبقهٔ سوم قرار می‌گیرند. دیگر طبقه‌ها هم به همین شکل و در آخر تمام چهار طبقهٔ بالایی روی طبقهٔ مجموعهٔ عددها قرار می‌گیرند که نشان می‌دهد، همهٔ این مجموعه‌ها جزو مجموعهٔ عددها هستند. همچنین برای پیداکردن درک بهتری از مجموعه‌ها، در دو طرف هر طبقه، مثال‌هایی از اعضای آن

مجموعه نیز نوشته شده است. این دست‌سازه به درک بهتر مجموعهٔ عددها و زیرمجموعه کمک می‌کند.

● منظور از نمودار ون چیست؟ چه کاربرد و مصرفی دارد و در چه زمینه‌ای در درس ریاضی به دانش‌آموز کمک می‌کند؟

نمودار ون نیز مانند برج عددها به مجموعهٔ عددهای طبیعی مربوط است. در واقع ترکیبی از دو درس از ریاضیات پایه‌های نهم و هشـتم اسـت. عددهای طبیعی به همراه چند تا از مثال‌هایش، درون یک دایره در بالاترین قسمت دست‌سازه قـرار دارند. مجموعهٔ عددهای حسـابی زیر آن، و عددهای صحیح در قسـمت زیریـن آن. عددهای گویـا به همراه مثال‌هایشـان در دایره‌هایی قرار دارند که هر چقدر پایین‌تر می‌روند، بزرگ‌تر می‌شوند. این‌ها تنها بخشی از کار هستند. در طرف دیگر، مجموعهٔ عددهای گنگ نشـان داده شده‌اند که بر خـلاف چهار مجموعهٔ قبلی، کاملاً از دیگر مجموعه‌ها جداسـت و با هیچ یک از چهار تای دیگر اشـتراک ندارد. مجموعهٔ عددهای حقیقی (R) به‌صورت یک مستطیل بزرگ، همهٔ این‌ها را در برگرفته است و مفهوم زیرمجموعهٔ عددهای حقیقی‌بودن این عددها را بیان می‌کند. تمامی دایره‌هایی کـه با هم رابطهٔ زیرمجموعه‌ای دارنـد، به‌صورت پلکانی باز می‌شوند و با قرارگرفتن درون هم، به مفهوم زیرمجموعه‌بودن اشاره می‌کنند. همچنین، نماد مجموعه‌های عددها نیز در هر قسمت نوشته شده است.

● فکر و ایدهٔ نمودار ون و برج عددها چطور به ذهن شـما رسید؟ آیا کسـی پیشـنهادی داد یا خودتان به این فکر افتادید؟

وقتی دبیر محترم ریاضـی مجموعه‌های عددها را تدریس می‌کرد، به این فکر افتادم که دست‌سازه‌ای در این‌باره تهیه کنم. در طراحی برج عددها، ایدهٔ اولیه را از کلام دبیرم گرفتم. ایشـان در توضیحاتی که سـر کلاس می‌داد، اشاره کرد که مجموعهٔ عددها مانند برج هستند. از این حرف ایده گرفتم. البته با ایجاد تغییراتی آن را کامل کردم. نمودار ون هم ترکیب دو درس از کتاب ریاضی پایهٔ نهم است که در فصل اول به هر دوی آن‌ها اشاره شده بود. تصمیم گرفتم با ترکیب این دو، در واقع به درک بهتر دوستانم از مجموعهٔ عددها، زیرمجموعه‌ها و نمودار کمک کنم.

● از این دو مورد که بگذریم، شما یک بازی طراحی کرده‌اید. کمـی دربارهٔ این بازی برای مـا توضیح بدهید که چگونه انجام می‌شود؟

این بازی با نام «مکث در ریاضی»[1] به این صورت اسـت که بازیکنان در دو گروه دو نفره می‌توانند با پاسخ‌دادن به سؤال کارت‌های بازی (که داور پخش کرده است)، با استفاده از یک مجموعه کارت‌های طلایی که در واقع حاوی نکات آموزشی هستند، به درک کامل و درسـتی از مفهوم عددهای اول و شمارنده‌ها، عددهای صحیح، قدر مطلق و تمامی مفاهیم ذکرشده در کارت‌های سؤال برسند. همچنین، با استفاده از کارت‌های طلایی، با نکته‌های آزمونه‌ای (تسـتی) و جذاب آشـنا شوند و با تعداد کمی نکتهٔ آزمونه‌ای، به پاسخ تعداد زیادی از سـؤال‌ها دست یابند. این قسمت بخش کارآمدی برای دانش‌آموزان پایهٔ نهم به‌منظور ورود به تیزهوشان دارد.

علاوه بر این، بازیکنان در حین بازی با سرگذشت شخصیت‌های مؤثر و معروف در ریاضیات آشنا می‌شوند.

● مثلاً کدام شخصیت‌های مؤثر و معروف ریاضی؟ شما نام این شخصیت‌ها را از کجا انتخاب کرده‌اید؟

برای مثال خوارزمی، خیام، بیرونی و ... .
از دبیران ریاضی مدرسه کمک گرفتم تا افرادی را معرفی کنند. بعد سرگذشت کوتاهی را از آن‌ها در کارت‌های بازی قرار دادم.

● بازی ریاضی به یادگیری بهتر مطالب درسی چه کمکی می‌کند؟

با آموزش و تکرار نکته‌های آزمونه‌ای و همچنین انواع سؤال‌ها، مهارت و هوش ریاضی خود را تقویت می‌کنند.

● چطور شـد به فکر طراحی این بـازی ریاضی افتادید؟ از چه کسی کمک گرفتید؟ میزان مشارکت و نقش آن فرد در طراحی بازی تا چه حد بوده است؟

من از پایهٔ سـوم که ضرب و خاصیت‌های آن را یاد گرفتم، مثل اینکه صفر ضرب در هر عددی صفر می‌شود، به فکر طراحی این بازی افتادم و امسال با تکمیل و طراحی نهایی، با کمک گرفتن از دبیران ریاضی مدرسه، آن را برای جشنوارهٔ خوارزمی آماده کردم.

● آیا این بازی و همچنین برج عددها و نمودار ون در مسابقه یا جشنواره‌ای شرکت داده شده‌اند و اگر بله، چه رتبه‌ای آورده‌اید؟

بازی مکث در ریاضی در جشـنوارهٔ خوارزمی شرکت داده شده است، اما تا امروز نتایج اعلام نشده‌اند.

● انجام فعالیت‌های فوق‌برنامهٔ درس ریاضی، مثل همین چند مورد که طراحی کرده‌اید، چقدر در یادگیری بهتر مباحث ریاضی به شما کمک کرده است؟

این طرح‌ها در افزایش سـرعت عمل و رسـیدن به درک درست مفاهیم ریاضی بسـیار مؤثرند. هدفم از این کارهای فوق‌برنامه کمـک به یادگیری مطالب و نشـان‌دادن جذابیت‌های ریاضی است.

● سـاخت این بازی‌ها و کارهای کمک‌درسی آموزشی در زمینهٔ ریاضی چه بازتابی در کلاس شـما و در مدرسـه داشته است؟ برخورد معلم ریاضی و مسئولان مدرسه با شما چگونه بود؟

همگی خیلی خوب استقبال کردند. حتی پیشنهاد دادند بازی‌ای را که طراحی کرده بودم، در مدرسه اجرا کنیم. پیشنهاد آن‌ها عملی شد و دوستان، دبیران و کارکنان مدرسه مشارکت بسیار فعالی در آن داشتند.

● دوست دارید در آینده در چه رشته‌ای ادامهٔ تحصیل بدهید؟

قصد دارم ریاضی و علوم تجربی را با هم ترکیب کنم! و در ضمن علاقهٔ زیادی به پزشکی دارم.

● به نظر شما چرا برخی از دانش‌آموزان هم‌سن‌وسال شما تصور می‌کنند درس ریاضی سخت، خشک و شاید غیرقابل فهم و درک است؟

همان‌طور که گفتم، اگر ریاضی به شـیوه‌ای جذاب، مثلاً با بازی، از همان دورهٔ ابتدایی که پایه است، تدریس شود و همین‌طور از کاربردهای آن در زندگی روزمره گفته شود، قطعاً خیلی‌ها مجذوب آن می‌شوند. خیلی‌ها وقتی مباحثی تدریس می‌شود، می‌پرسند این‌ها چه کاربردی دارند و پاسخ‌نگرفتن دربارهٔ این سؤال، ممکن است باعث شود فرد علاقه‌ای به ریاضی نشان ندهد؛ چون تفکر و باورش این است که ریاضی در زندگی کاربردی ندارد!

● برایتان موفقیت‌های بیشتر و بیشتری آرزو داریم.

پی‌نوشت
1. pause in math

در کلاس درس اصول شمارش

محمدتقی طاهری‌تنجانی

آقای رهنما (معلم ریاضی): امروز می‌خوایم با دو مورد از اصول اساسی شمارش آشنا بشیم. اجازه بدید با طرح سؤالی مطلب را شروع کنیم. فرض کنید شما می‌خواید به میهمانی برید و دو عدد شلوار و سه عدد پیراهن دارید. به چند صورت می‌تونید شلوار و پیراهن خودتون رو انتخاب کنید؟ اول بگید برای انتخاب شلوارتون چند حالت وجود دارد؟»

بچه‌ها یک‌صدا: دو انتخاب!

آقای رهنما: برای هرکدام از انتخاب‌های اولیه (شلوارها) چند انتخاب برای پیراهن دارید؟

بچه‌ها: سه انتخاب.

آقای رهنما: حالا برای انجام کل عمل، یعنی انتخاب پیراهن و شلوار چند حالت وجود داره؟

بچه‌ها: واضحه، شش انتخاب: دو تا سه تا (۲×۳).

آقای رهنما: حالا اگر پنج شلوار و شش پیراهن موجود باشه، به چند طریق شلوار و پیراهن رو می‌شه انتخاب کرد؟

احمدی: آقا پنج به علاوهٔ شش حالت! این‌طور نیست؟!

آقای رهنما: آقای احمدی چرا جمع؟ انتخاب شلوار به چند طریق ممکنه؟

احمدی: آقا معلومه، پنج حالت.

آقای رهنما: آفرین حالا برای هر حالت از انتخاب شلوار، چند پیراهن موجوده؟

احمدی: شش حالت. هر پیراهن یک حالته.

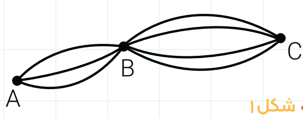
آقای رهنما: به‌جای اینکه پنج بار شش را با هم جمع کنیم، می‌نویسیم: ۶×۵؛ یعنی ۳۰ حالت.

و ادامه داد: «این دو عمل یک وابستگی به هم دارند. برای هر عمل اول عمل دوم رو انجام می‌دیم. این یک اصل اساسی در شمارشه. حالا می‌تونیم به‌صورت رسمی اون رو تعریف کنیم.»

سپس روی تختهٔ کلاس نوشت: «اگر عملی به m روش متفاوت انجام بشود و برای هر یک از این روش‌ها عمل دوم به n طریق انجام بگیرد، تعداد کل حالت‌های انجام این دو عمل با هم برابر با mxn حالت خواهد بود.»

آقای رهنما: حالا به این سؤال پاسخ بدید:

فرض کنید از شهر A به شهر B سه راه و از شهر B به شهر C چهار راه متفاوت وجود داشته باشه. شخصی می‌خواد به شهر C بره. او به چند طریق می‌تونه از شهر A و از طریق شهر B به شهر C سفر کنه؟ (به شکل ۱ توجه کنید.) و روی تابلو نمایشی از مسئله را رسم کرد.



شکل ۱

احمدی: آقا اجازه! اینکه سه عمل A، B و C می‌شه!

آقای رهنما: نه! دقت کنید. دو عمل داریم: عمل اول رفتن از شهر A به شهر B و عمل دوم رفتن از شهر B به شهر C. حالا جواب سؤال؟

حسنی: آقا با توجه به اصل ضرب، برای عمل اول سه حالت و برای عمل دوم چهارحالت داریم و کل عمل‌ها می‌شه ۱۲=۴×۳ حالت.

آقای رهنما: آفرین! کاملاً درسته. حالا در ادامه سؤال دیگه‌ای دارم. یک نفر به چند طریق در مسئلهٔ قبل می‌تونه از A و از طریق B به شهر C بره و سپس از شهر C و از طریق شهر B به شهر A برگرده؟

محمودی: آقا اجازه! اینکه بیش از دو عمل می‌شه! این‌طور نیست؟!

احمدی: نه آقا فکر کنم ... باید دو عمل در نظر گرفت: عمل اول رفت و عمل دوم بازگشت!

آقای رهنما: کاملاً درسته. حالا بگید عمل رفت به چند طریق ممکنه؟

بچه‌ها یک صدا: ۱۲=۴×۳ طریق.

آقای رهنما: عمل دوم به چند طریق؟

بچه‌ها: ۱۲=۳×۴ طریق.

آقای رهنما: حالا کل عمل رفت و برگشت به چند طریق؟!

بچه‌ها: ۲۴=۱۲+۱۲.

آقای رهنما: چرا جمع کردید؟ مگر این‌ها دو عمل نبودند؟ مگر برای هر حالت در عمل اول ۱۲ حالت برای عمل دوم وجود نداره؟ پس باید ضرب می‌کردید: ۲۴=۱۲×۲ حالت!

حالا سؤال دشوارتری دارم. این شخص به چند طریق می‌تونه از شهر A به شهر C بره و از C به A برگرده؛ در صورتی که مسیر رفت و برگشت یکسان نباشه؟ حالا روی سؤال فکر کنید تا یک نفر برای جواب انتخاب بشه.

ابتدا سکوت بر کلاس حکم‌فرما شد. کم‌کم سروصدای بچه‌ها و گفت‌وگوی آن‌ها با

هم به یک همهمه تبدیل شد.
آقای رهنما: خب نفر دهم دفتر کلاس جواب بده.
و به دفتر حضور و غیاب خیره شد.
آقای رهنما: آقای احسانی بفرمایید.
احسانی: آقا به نظر من برای رفت ۴×۳=۱۲ طریق ممکنه. برای برگشت هم ۳×۲=۶ طریق. پس کل عمل ۱۲×۶=۷۲ حالته. این‌طور نیست؟!
آقای رهنما: بچه‌ها اشکال استدلال آقای احسانی کجاست؟
بچه‌ها: ما هم همین استدلال رو داریم. اشکالی نداره!
آقای رهنما: اشکال داره. توجه کنید عمل برگشت در حالت کلی ۴×۳=۱۲ طریقه. حالا یکی از این حالت‌ها که همان حالت رفته رو نمی‌تونیم انتخاب کنیم. یعنی برگشت به ۱۲-۱=۱۱ حالت ممکنه. حالا عمل رفت و برگشت به چند طریق ممکنه آقای احسانی؟
احسانی: آقا حالا واضح شد ۱۲×۱۱=۱۳۲ طریق.
آقای رهنما: آفرین! شما سؤال دشواری رو حل کردید؛ اون هم با حل مرحله به مرحله. حالا به این سؤال پاسخ بدید: اگر شخصی به رستورانی بره که پنج نوع غذای گرم و سه نوع غذای سرد داشته باشه، به چند طریق می‌تونه یک نوع غذا سفارش بده؟
بچه‌ها: یک صدا ۵×۳=۱۵ حالت.
آقای رهنما: آیا واقعاً ۱۵ حالت ممکنه؟ رستوران کلاً هشت نوع غذا داره!
احسانی: استاد مگه همون اصل ضرب نیست؟!
آقای رهنما: نه! توجه کنید اصل ضرب یک شرط اساسی داره: اینکه برای هر عمل اول، عمل دوم رو انجام بدیم. اینجا ما فقط یک عمل داریم: انتخاب یک نوع غذا. نه اینجا نمی‌شه از اصل ضرب استفاده کرد. شما خودتون رو جای اون شخص قرار بدید. چند انتخاب برای غذا از این رستوران دارید؟
احمدی: هشت انتخاب! اینکه واضحه.
آقای رهنما: همین‌طوره آقای احمدی. ما اینجا با یک اصل دیگهٔ شمارش به نام اصل‌جمع مواجهیم. در حل مسئله‌ها باید به تفاوت اصل جمع و اصل ضرب توجه کرد. سپس اصل جمع را روی تابلو نوشت: «اگر عملی را بتوان به m روش و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و انجام این دو عمل با هم امکان‌پذیر نباشد، آنگاه تعداد روش‌های انجام این دو عمل به $m+n$ حالت ممکن است.»
آقای رهنما: در همهٔ مسئله‌ها باید به تفاوت دو اصل جمع و ضرب توجه کرد. آقای احمدی شما تفاوت این دو اصل رو بگو!
احمدی: فکر می‌کنم در اصل ضرب برای هر عمل اول عمل دومی در نظر می‌گیریم. یعنی یک وابستگی بین دو عمل هست. ولی در اصل جمع بین عمل اول و دوم وابستگی وجود نداره و مستقل از هم هستند.
محمودی: آقا فکر می‌کنم من تفاوت دو اصل رو می‌تونم راحت‌تر بگم. در مسئله‌های مربوط به اصل ضرب از «و» استفاده می‌کنیم و در مسئله‌ها اصل جمع از کلمهٔ «یا». مثلاً در مسئلهٔ پیراهن‌ها گفتیم پیراهن و شلوار، اما در مسئلهٔ غذا گفتیم غذای سرد یا گرم.
آقای رهنما: آفرین! این هم یک نکتهٔ درسته که از اون می‌تونیم برای تشخیص کاربرد اصل جمع یا اصل ضرب استفاده کنیم. حالا به این سؤال پاسخ بدید: «با رقم‌های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد دو رقمی و بدون تکرار رقم‌ها می‌شه ساخت و چند تا از اون‌ها زوج‌اند؟»
محسنی: آقا اگه ما بخوایم از نکته‌ای که آقای محمودی اشاره کرد استفاده کنیم، در مسئله نه «و» آمده و نه «یا»!
آقای رهنما: خب لازمه اول دو عمل مورد نظرتون رو تعریف کنید. به ارزش مکانی رقم‌ها توجه داشته باشید.
احمدی: آقا عمل اول انتخاب رقم یکان و عمل دوم انتخاب رقم دهگانه. برای انتخاب رقم یکان پنج حالت و برای انتخاب رقم دهگان پنج حالت داریم. درسته؟
آقای رهنما: اینکه دو عمل در نظر گرفتی درسته، ولی برای انتخاب حالت‌های رقم دهگان پنج حالت نداریم؛ چون رقم‌ها نباید تکرار بشند. پس برای انتخاب رقم دهگان چهار حالت وجود داره. حالا آقای محسنی برای انتخاب رقم دهگان چند حالت ممکنه؟
محسنی: آقا همون اصل ضربه. تعداد حالت‌های یکان پنج و تعداد حالت‌های دهگان چهار حالته و برای کل عمل می‌شه: ۵×۴=۲۰ حالت.
آقای رهنما: چند تا از اون‌ها زوج‌اند؟
محسنی: آقا نیمی از عددها زوج‌اند؟
آقای رهنما: خیر، رقم‌های مسئله به‌طور مساوی تقسیم نشده‌اند. ۳ تا فرد و ۲ تا زوج‌اند. مسئله رو دوباره حل کنید. برای رقم یکان عدد زوج در این مسئله چند انتخاب داریم؟
بچه‌ها: ۲ و ۴؛ یعنی دو حالت!
آقای رهنما: برای انتخاب رقم دهگان ۵-۱=۴ حالت داریم. پس در کل تعداد عددهای زوج ۲×۴=۸ حالت ممکنه.
ایمانی: آقا نمی‌شد همهٔ عددها رو بنویسیم و تعداد زوج‌ها رو بشماریم؟
آقای رهنما: نوشتن عددها در این مسئله شاید به‌سادگی انجام‌پذیر باشه، ولی اگر تعداد رقم‌ها زیادتر باشه، یا عدد بیش از دورقم باشه، کار بسیار دشواریه. اساساً از اصل ضرب و جمع برای شمردن بدون شمارش تک‌تک اعضا استفاده می‌کنیم. نکته اینه که بدون نوشتن عددها بتوانیم تعداد اون‌ها رو تعیین کنیم.
ایمانی: آقا اگر تعداد عددهای سه‌رقمی یا چهاررقمی را می‌خواست هم می‌شد مسئله رو حل کرد؟
آقای رهنما: اصل جمع و اصل ضرب تعمیم هم دارند. یعنی برای بیش از دو عمل نیز برقرارند. به این مسئله توجه کنید: «به چند طریق و بدون تکرار رقم‌ها، با استفاده از رقم‌های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ می‌توان یک عدد زوج سه‌رقمی نوشت؟» روی مسئله فکر کنید.
آقای رهنما: از آقای علیپور، نفر سیزدهم فهرست حضور و غیاب، می‌خوایم راه‌حل خودشون رو روی تابلو بنویسند.
علیپور: استاد شاید راه‌حل من درست نباشه!
آقای رهنما: اشکالی نداره. شما راه‌حل خودتون رو مطرح کنید و استدلالتون رو بگید. در صورت لزوم اون رو اصلاح می‌کنیم.
علیپور: آقا برای اینکه عدد سه‌رقمی باشه، با توجه به توضیحات قبلی شما، باید سه جایگاه برای اون در نظر بگیریم.

یکان دهگان صدگان

حالا باید رقم‌ها را پر کنیم. برای رقم یکان سه حالت (۰ یا ۲ یا ۴) رو در نظر می‌گیریم.
آقای رهنما: چرا؟
علیپور: چون می‌خوایم عدد زوج باشه، پس باید رقم یکان اون زوج باشه. برای پرکردن رقم دهگان پنج حالت (یکی از عددها کم شده) و برای رقم صدگان چهار حالت می‌شه در نظر گرفت. حالا فکر می‌کنم بشه طبق تعمیم اصل ضرب، عددها رو در هم ضرب کرد: ۳×۵×۴=۶۰.
آقای رهنما: در استدلال شما اشکالی اساسی وجود داره! چه کسی می‌تونه اون رو بیان کنه؟ به صفر توجه کنید. آیا صفر می‌تونه رقم صدگان عدد باشه؟

احمدی: آقا این دفعه بهتر نیست از چپ به راست عمل کنیم؟ برای صدگان ۵ حالت، برای دهگان ۵ حالت و برای یکان نیز ۳ حالت. در کل طبق تعمیم اصل ضرب ۷۵=۳×۵×۵ حالت.

آقای رهنما: توجه کنید که صفر مشکل‌سازه. شاید در سمت راست استفاده شده باشه یا نشده باشه. شاید رقم زوجی در جایگاه صدگان و یا دهگان به‌کار رفته باشه. اون وقت برای رقم یکان سه حالت ممکن نیست! برای حل این مسئله دو حالت در نظر بگیرید: یکی حالتی که رقم یکان عدد صفر باشه و یکی حالتی که رقم یکان صفر نباشه. آقای احسانی شما حالتی رو که صفر رقم یکان باشه، توضیح بده.

احسانی: آقا اگه رقم یکان صفر باشه، واضحه که عدد حتماً زوجه و یکی از رقم‌ها کم می‌شه. پس برای دهگان ۵ حالت و برای صدگان ۴ حالت در نظر می‌گیریم و عمل به ۲۰=۴×۵×۱ طریق ممکنه؛ یعنی ۲۰ عدد داریم که هم زوج‌اند و هم رقم یکانشون صفره.

آقای رهنما: آفرین! حالا آقای علیپور، شما تعداد حالت‌هایی رو که رقم یکان زوج نباشه به‌دست بیار.

علیپور: آقا غیر از صفر دو رقم ۲ و ۴ هستند که می‌تونند در جایگاه یکان به‌کار برند. پس تعداد حالت‌های انتخاب یکان ۲، تعداد حالت‌های رقم دهگان ۵ و تعداد حالت‌های رقم صدگان ۴ تاست.

آقای رهنما: نشد! آیا صفر می‌تونه در جایگاه صدگان عدد قرار بگیره؟

بچه‌ها: نه نمی‌شه! عدد دورقمی می‌شه.

آقای رهنما: خب، پس از تعیین رقم یکان بهتره بریم سراغ تعداد حالت‌های انتخاب رقم صدگان و بعد تعداد حالت‌های انتخاب دهگان عدد.

احمدی: آقا پس تعداد حالت‌های انتخاب رقم صدگان ۵ تاست؛ یعنی صفر نمی‌تونه باشه!

آقای رهنما: نه ۴ تاست، چون یک رقم، یعنی ۲ یا ۴، در یکان عدد به‌کار رفته. پس تعداد حالت‌های صدگان ۴ و تعداد حالت‌های دهگان هم ۴ تاست. طبق تعمیم اصل ضرب، در این حالت تعداد عددهای زوج برابر ۳۲=۴×۴×۲ تاست. حالا جواب مسئله:

بچه‌ها: ۳۲ تا؟

آقای رهنما: نه! طبق اصل جمع باید تعداد حالت‌های مرحلهٔ اول (صفر یکان باشه) و تعداد حالت‌های مرحلهٔ دوم (صفر یکان نباشه) رو با هم جمع کنیم: ۵۲=۳۲+۲۰.

علیپور: آقا من فکری دارم. همهٔ عددهای سه‌رقمی که با رقم‌های ۰ تا ۵ می‌نویسیم، یا زوج‌اند یا فردند. حالا اگه تعداد کل رو داشته باشیم و تعداد عددهای فرد رو بدونیم، بقیهٔ عددها زوج‌اند؛ این‌طور نیست؟

آقای رهنما: کاملاً درسته. شما از تعداد کل، تعداد حالت‌های غیرمطلوب رو کم می‌کنید، می‌شه تعداد حالت‌های مطلوب! حالا به روش آقای علیپور عمل کنید. چند تا عدد سه‌رقمی در کل داریم؟

بچه‌ها: ۹۰۰ تا!

آقای رهنما: نه. همهٔ عددهای سه‌رقمی. عددهای سه‌رقمی که با رقم‌های ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و بدون تکرار رقم‌ها داریم، چندتاست؟ آقای محسنی شما بگو.

محسنی: استاد باید سه جایگاه در نظر بگیریم: یکان، دهگان و صدگان. برای یکان ۶ حالت، دهگان ۵ حالت و صدگان ۴ حالت.

آقای رهنما: آقای محسنی در مسئله‌هایی که رقم صفر داریم، چون نمی‌تونیم از صفر در سمت چپ عددها استفاده کنیم، ابتدا از چپ حساب می‌کنیم.

محسنی: خب تعداد حالت‌های صدگان ۵ تاست.

آقای رهنما: چرا؟

محسنی: کل رقم‌ها ۶ تاست و صفر نمی‌تونه باشه.

آقای رهنما: کاملاً درسته. ادامه بده.

محسنی: برای انتخاب دهگان ۵ حالت و انتخاب یکان ۴ حالت و طبق تعمیم اصل ضرب ۱۰۰=۴×۵×۵ حالت.

آقای رهنما: آفرین! ۱۰۰ عدد سه‌رقمی می‌تونیم بسازیم. حالا چند تای اون‌ها فردند؟ آقای محمودی شما بگو.

محمودی: آقا رقم یکان سه حالت (۱ یا ۳ یا ۵)، رقم صدگان ۴ حالت و رقم دهگان ۴ حالت.

آقای رهنما: آفرین بر شما چون صفر داشتیم، سراغ رقم صدگان رفتی و بعد یکان. خب در کل می‌شود ۴۸=۴×۴×۳ حالت. حالا اگه از ۱۰۰ عدد ۴۸ رو کم کنیم، به همون عدد ۵۲ می‌رسیم که قبلاً به‌دست آورده بودیم. همون‌طور که دیدید، در حل مسئله می‌تونیم به روش‌های متفاوتی عمل کنیم. واضحه که در همهٔ روش‌ها باید به یک جواب نهایی یکسانی برسیم.

در پایان آقای رهنما چند تمرین برای منزل طرح کرد که در رمزینهٔ زیر می‌بینید.

تمرین

۱. معلم یک کلاس دانش‌آموزان را به دو گروه A و B دسته‌بندی کرد. در گروه A، ۱۵ نفر و در گروه B، ۱۳ نفر قرار دارند. اعضای گروه A به سؤال ۱ و اعضای گروه B به سؤال ۲ باید پاسخ دهند. معلم به چند طریق می‌تواند:

الف) فقط از یکی از دانش‌آموزان کلاس سؤال بپرسد. (۳۸)

ب) یک نفر را برای سؤال ۱ و یک نفر را برای سؤال ۲ انتخاب کند. (۱۹۵)

۲. چند عدد سه‌رقمی طبیعی وجود دارد که مضرب ۵ نباشند؟ (۷۲۰) (توجه کنید به‌طور طبیعی تکرار رقم‌ها می‌تواند مجاز باشد!)

۳. با رقم‌های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد شش‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان ساخت که مضرب ۵ باشد؟ (۲۱۶)

۴. چند عدد پنج رقمی با ارقام ۰ و ۱ می‌توان ساخت؟ (۱۶)

۵. با رقم‌های ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که رقم‌های ۲ و ۳ کنار هم باشند (بدون تکرار رقم‌ها) (۶)

۶. چند عدد طبیعی کمتر از ۲۰۰۰ وجود دارند که رقم ۳ نداشته باشند. (۸۱)

ذهن بازیگوش!

حبیب یوسف‌زاده

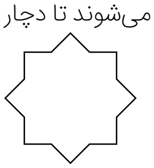
«تاریخ علم نشان داده است که بسیاری از یافته‌های ارزشمند نتیجهٔ یک کنجکاوی ساده‌اند.»

کلود شانون عاشق ساختن و سرهم‌کردن چیزها بود؛ چیزهایی مانند رادیو، ماشین و هواپیمای اسباب‌بازیِ پیچ‌ومُهره‌ای و حتی نوعی آسان‌بر (آسانسور) کوچک برای انباری خانه‌شان. زمانی که هنوز در خیلی از شهرها خبری از تلفن نبود، کلود یک خط تلفن شخصی برای تماس با دوستانش راه انداخته بود. به خاطر همین علاقه و کنجکاوی، وقتی بزرگ شد، رشته‌های ریاضیات و مهندسی را دنبال کرد.
در سال ۱۹۳۶ میلادی، کلود در ساخت یک رایانه با «مؤسسهٔ فناوری ماساچوست» همکاری کرد. بعد از آن، به خاطر لیاقتی که از خود نشان داد، به استخدام شرکت مخابراتیِ «بِل» درآمد. با شروع جنگ جهانیِ دوم، کلود به‌همراه عده‌ای دیگر از کارشناسان، پیام‌های سرّی نیروهای ارتش آلمانِ نازی را شنود و رمزهای آن‌ها را کشف می‌کرد. مطالعات کلود در زمینهٔ گشودن رمزهای محرمانه، باعث شد به موضوع انتقال اطلاعات از جایی به جای دیگر، علاقه‌مند شود. تا اینکه بعد از پایان جنگ، مهم‌ترین مقالهٔ خود، یعنی «نظریهٔ ریاضیِ اطلاعات» را نوشت و ثابت کرد که با استفاده از عددهای صفر و یک، می‌توان هر نوع اطلاعاتی را -بدون کمترین تغییری- از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر یا مثلاً از رایانه‌ای به رایانهٔ دیگر انتقال داد. او اسم این عددها را «بیت» یا همان «تکه» گذاشت.
در حال حاضر هر بیت کوچک‌ترین واحدِ اطلاعات رقمی یا دیجیتال است.
ایدهٔ شانون چشم‌انداز جدیدی به دنیای فناوری گشود. به‌طوری که خیلی‌ها از او به عنوان پدر «نظریهٔ اطلاعات» یاد می‌کنند. امروزه، هر صفحهٔ اینترنتی و هر فایلی که در رایانهٔ خود باز می‌کنید، در واقع مدیون تلاش‌های کلود شانون هستید و جا دارد از او تشکر کنید.
شانون، حتی وقتی پیر و سالخورده شده بود، دست از بازیگوشی‌های علمی برنمی‌داشت و چیزهای جالبی مثل «آدم‌آهنیِ شعبده‌باز» می‌ساخت یا «شیپور خاصی» که موقع نواختن از دهانه‌اش آتش بیرون می‌زد!

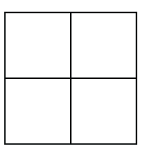
چگونه رسم می‌شود؟

عباس قلعه‌پوراقدم

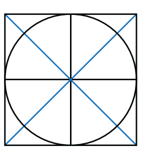
سلام بر شما دانش‌آموزان عزیز که مخاطبان اصلی مجله هستید. در دو سال گذشته، در هر شماره، برایتان سرگرمی‌های عددی می‌نوشتم. امیدوارم از آن‌ها نهایت استفاده را کرده باشید. البته اگر امسال پایه هفتمی هستید، می‌توانید با مراجعه به بایگانی مجله، به آن‌ها و دیگر مطالب جالب هر شماره دست پیدا کنید. امسال می‌خواهم نوع دیگری از سرگرمی‌های ریاضی را که رسم برخی شکل‌های هندسی زیبا و جالب و گاهی اندکی پیچیده است، برای شما تدارک ببینم. نام این بخش را «چگونه رسم می‌شود؟» می‌گذارم.
در این بخش می‌خواهم مراحل رسم بعضی شکل‌های هندسی زیبا و جالب را به‌صورت مرحله‌به‌مرحله برایتان توضیح دهم تا هم از رسم آن‌ها لذت ببرید و هم معلومات هندسی شما بیشتر شود. اگر با من همراه شوید و حوصله به خرج بدهید، سرگرمی جالبی است و دقت شما را بیشتر خواهد کرد.
توجه داشته باشید که برای همراهی با این بخش به چند ورق سفید و تا نخورده، یک خط‌کش، یک نقاله و یک گونیا (که حتماً از نوع معمولی و ساده باشند و به‌اصطلاح ژله‌ای نباشند) و یک پرگار نیاز دارید. موضوع دیگر این است که در توضیحات مرحله‌به‌مرحله، قسمت یا قسمت‌های جدیدی که به شکل مرحلهٔ قبل اضافه می‌شوند، با رنگ آبی مشخص می‌شوند تا دچار اشتباه نشوید.



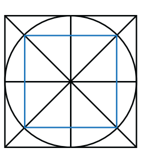
شکل هندسی مقابل چگونه رسم می‌شود؟
این شکل یکی از نقش‌های زیبای کاشی‌کاری است.



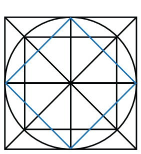
۱. ابتدا یک مربع دقیق به ضلع دلخواه، مثلاً ۸ سانتی‌متر، رسم می‌کنیم. سپس با وصل‌کردن وسط‌های ضلع‌های آن به هم، چهار مربع کوچک‌تر در درون مربع اصلی می‌سازیم.



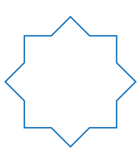
۲. حال قطرهای مربع را رسم می‌کنیم. محل برخورد قطرها، مرکز مربع است. به مرکز این نقطه و شعاع ۴ سانتی‌متر (نصف اندازهٔ ضلع مربع) دایره‌ای رسم می‌کنیم. این دایره را دایرهٔ محاطی مربع می‌نامند.



۳. در این مرحله نقاط برخورد دایرهٔ محاطی با قطرهای مربع را به هم وصل می‌کنیم تا مربع جدیدی درون مربع اصلی ساخته شود.



۴. حال نقاط تماس مربع با دایرهٔ محاطی‌اش را به هم وصل می‌کنیم تا مربع دیگری ساخته شود.



۵. در آخرین مرحله، برای رسیدن به شکل نهایی، دو راه پیش رو دارید: یا با دقت قسمت‌های اضافی را پاک کنید، یا با خودکار روی قسمت‌های اصلی بکشید. من راه دوم را پیشنهاد می‌کنم، چون در روش اول ممکن است برخی از قسمت‌های اصلی هم پاک شوند.

برنامه‌نویس‌های نخستین!

آریان خلیلی*

اشاره

آشنایی و تسلط تدریجی به دست کم یک‌زبان برنامه‌نویسی، به مهارتی ضروری برای شهروندان دنیای امروز تبدیل شده است. از آنجا که در درس کار و فناوری، از پایه‌های هفتم تا نهم، با زبان برنامه‌نویسی پایتون آشنا می‌شوید، تلاش خواهیم کرد از این شماره به بعد در خصوص برنامه‌نویسی مطالبی مفید و متناسب با اهداف مهارت برنامه‌نویسی در کتاب‌های کار و فناوری برای شما آماده کنیم. در این مجموعه مقاله‌ها، با تاریخچهٔ برنامه‌نویسی، ساختار، عملکرد، انواع زبان‌های برنامه‌نویسی، زبان‌های برنامه‌نویسی آینده و همچنین زبان پایتون، در یک نگاه آشنا خواهید شد. پس از آن، مجموعه‌ای از فعالیت‌ها و تمرین‌های ریاضی مرتبط با کتاب‌های ریاضی پایه‌های هفتم تا نهم را با شما در میان خواهیم گذاشت که با این زبان قابل برنامه‌نویسی و حل باشند.

روش‌های اولیهٔ برنامه‌نویسی

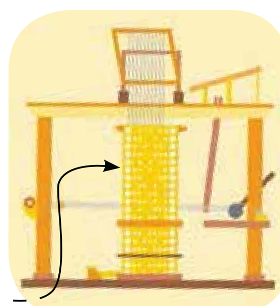
امروزه برنامه‌نویسان برنامه‌های خود را با استفاده از زبان‌های برنامه‌نویسی سطح بالایی می‌نویسند که عبارت‌های آن‌ها برای انسان قابل‌فهم است؛ در حالی که برنامه‌نویسان نخستین، کدهای برنامه را با زبان‌های سطح پایین (زبان رایانه)، یعنی همان رقم‌های ۰ و ۱ می‌نوشتند.

تاریخچهٔ کارت‌پانچ‌ها

قبل از اینکه دستورهای برنامه را روی دیسک (صفحه) یا نوارهای مغناطیسی ذخیره کنند، روی کارت‌هایی کاغذیِ به‌نسبت ضخیم به نام «کارت‌پانچ»، به معنی کارت سوراخ‌دار، ذخیره می‌کردند. برنامه‌نویسان روی این کارت‌ها مجموعه‌ای از سوراخ‌های متوالی ایجاد می‌کردند و سپس آن‌ها را برای اجرای برنامه‌ای که نوشته بودند، وارد رایانه می‌کردند. طراحی کارت‌پانچ به‌تدریج پیچیده و پیچیده‌تر شد.

باسیل بوچون

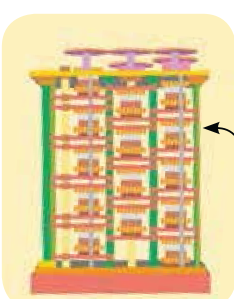
در لیون فرانسه و در سال ۱۷۲۵ میلادی، یک کارگر نساجی به نام **باسیل بوچون**[1]، روشی را برای ذخیرهٔ الگوی بافندگی روی یک نوار کاغذی ابداع کرد. در جاهایی از نوار که سوراخ شده بود، سوزن بافندگی ثابت می‌ماند و در جاهایی که سوراخ نشده بود، سوزن به جلو هل داده می‌شد و نخ را بلند می‌کرد. بافندگان به‌جای تلاش برای به‌خاطرسپاری الگوهای پیچیده و برای جلوگیری از اشتباهات احتمالی، به‌سادگی نوار کاغذی را بالا و پایین می‌بردند. الگوی باسیل بوچون به‌نوعی اولین ماشین صنعتی نیمه‌خودکار بود.



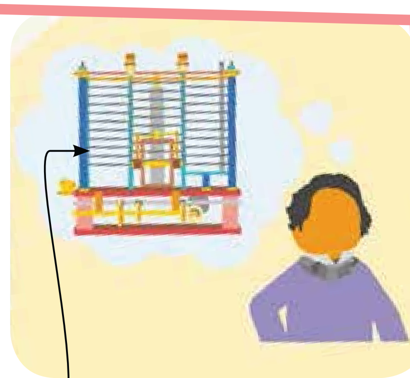
از نوار کاغذی سوراخ‌دار برای نگه‌داری یک طرح خاص استفاده می‌شد.

ماشین تفاضلی

چارلز بابیج[2]، ریاضی‌دان انگلیسی، از اشتباهات چاپی در کتاب‌های جدول‌های ریاضی خود خسته شده بود. این کتاب‌ها اعدادی داشتند که از طریق محاسبه به دست می‌آمدند و از آن‌ها برای جهت‌یابی، نجوم و آمار استفاده می‌شد. وی در سال ۱۸۲۲ میلادی ایدهٔ یک ماشین محاسبه‌گر برنامه‌پذیر را ارائه داد که در واقع یک ماشین‌حساب مکانیکی بود و می‌توانست این جدول‌ها را به‌طور خودکار تولید کند. هرچند ایدهٔ وی خوب بود، ولی ساخت این ماشین بسیار پرهزینه بود.



ماشین تفاضلی[3] برای انجام محاسبات خود از ستون‌هایی شامل چرخ‌دنده استفاده می‌کرد.



ماشین تحلیلی

در سال ۱۸۳۷ میلادی **بابیج** در حین کار روی ماشین تفاضلی، ایدهٔ بهتری برای ماشینی داشت که بتواند نه‌فقط اعداد را برای جدول‌های ریاضی، بلکه هر چیز دیگری را نیز محاسبه کند. ماشین تحلیلی[۴] از یک محل ذخیره (معادل حافظه در رایانهٔ امروزی) و غلتکی که به دور خود می‌چرخید (مانند پردازندهٔ رایانهٔ امروزی) تشکیل شده بود. بابیج با الهام از صنعت نساجی، استفاده از کارت‌های پانچ را برای ثبت دستورالعمل‌ها به غلتک ماشین پیشنهاد داد. آن ماشین برای عملیات جمع، تفریق، ضرب و مقایسهٔ اعداد طراحی شده بود، اما هرگز ساخته نشد.

صفحه‌های فلزی چرخ‌ها را از هم جدا می‌کردند.

ماشین جدول‌بندی

مخترع آمریکایی **هرمان هولریث**[۵] در سال ۱۸۹۰ میلادی ماشین جدول‌بندی را به‌عنوان ابزاری کارآمد برای جمع‌آوری داده‌های حاصل از سرشماری جمعیت اختراع کرد. یک اپراتور تمام داده‌های مربوط به هر نفر را در یک کارت پانچ وارد می‌کرد و کارت را داخل دستگاه می‌برد. با کشیدن دستهٔ نصب‌شده روی دستگاه، جاهایی از کارت که سوراخ شده بود، عدد مربوط به شمارشگر دستگاه را افزایش می‌داد. هولریث پس از این موفقیت، شرکت «دستگاه جدول‌بندی» را تأسیس کرد که بعدها به شرکت «آی‌بی‌ام» تبدیل شد.

کارت آی‌بی‌ام[۶]

در اوایل قرن بیستم، شرکت آی‌بی‌ام کارت‌پانچ را دوباره طراحی کرد؛ به‌طوری که کارت‌های اولیه ۲۲ ستون و ۸ موقعیت پانچ برای ایجاد سوراخ داشتند و در سال ۱۹۲۸ میلادی کارت‌هایی با ۸۰ ستون و ۱۲ موقعیت پانچ ساخته شدند. هنگامی که هر کارت وارد رایانه می‌شد، نوری به آن می‌تابید. اگر سوراخی وجود نداشت، نور مسدود می‌شد و دستگاه ۰ را تعبیر می‌کرد. اگر سوراخ وجود داشت، نور عبور می‌کرد و با یک حسگر نوری شناسایی می‌شد و دستگاه عدد ۱ را تعبیر می‌کرد. بنابراین، هر ستون از موقعیت‌های کارت پانچ، نمایندهٔ یک عدد دودویی (باینری) ۱ و ۰ بود.

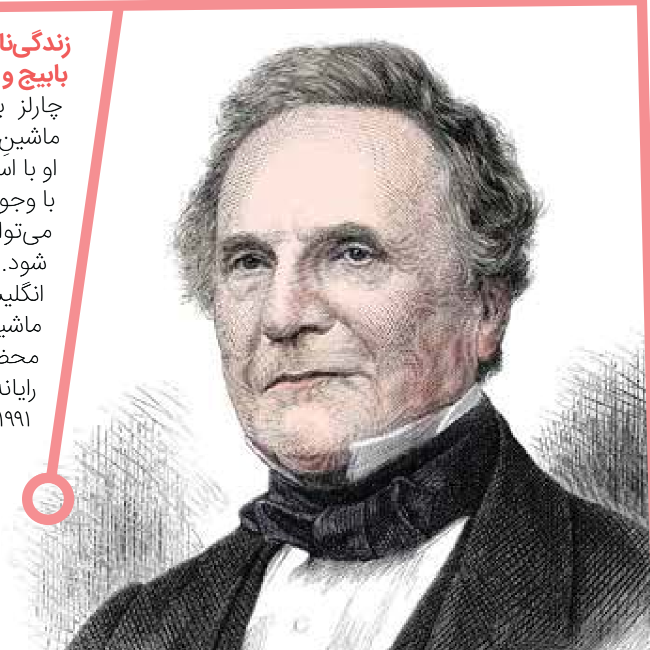
کارت‌ها ستون به ستون و از چپ به راست خوانده می‌شدند.

اعداد در یک کارت‌پانچ

هر آرایه‌ای از اعداد در کارت پانچ معنی مشخصی دارد. برای مثال، ۰۱۰۰ می‌تواند دستورالعملی برای جمع یا مقایسهٔ دو عدد باشد.

زندگی‌نامه
بابیج و لاولیس

چارلز بابیج (۱۸۷۱-۱۷۹۱)، ریاضی‌دان انگلیسی، دو ماشینِ محاسبهٔ خودکار طراحی کرد. هرچند ایده‌های او با اِستفاده از فناوری‌های آن زمان قابل ساخت نبود، با وجود این ماشین تحلیلی او اولین رایانه‌ای بود که می‌توانست برای انجام کارهای متفاوت برنامه‌ریزی شود. همچنین **آدا لاولیس**[۷] (۱۸۵۲-۱۸۱۵)، ریاضی‌دان انگلیسی، نخستین کسی بود که قابلیت‌های فراوان ماشین تحلیلی را در زمینه‌هایی غیر از محاسبات محض بررسی کرد و به‌این‌ترتیب اولین برنامه‌نویس رایانه شد. یک نمونه از ماشین تفاضلی بابیج در سال ۱۹۹۱ میلادی در موزهٔ علوم لندن ساخته شد.



پی‌نوشت‌ها

1. Basile Bouchon
2. Charles Babbage
3. The Analytical Engine
4. The Difference Engine
5. Herman Hollerith
6. IBM
7. Lovelace Ada

* دانشجوی کامپیوتر دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین‌طوسی

جعفر ربانی

همه جا ریاضی!

عزیزانِ دانش‌آموز، ریاضی زبانی است که در همه‌جا کاربرد دارد و بدون آن زندگی ممکن نیست. از مقدار اندک پول توی جیب شما گرفته تا محاسبات پیچیده در علومی مثل فیزیک و شیمی، و فنونی چون معماری، مهندسی، کشاورزی و صنایع، و حتی هنر ادبیات، با ریاضی سر و کار داریم. برای مثال «مسجد شیخ‌لطف‌اللّه» در اصفهان یک دستاورد علم هندسه است، یا اینکه ما اکنون در سال ۱۴۰۲ شمسی به سر می‌بریم، دستاورد محاسبه‌های تقویمی و نجومی **حکیم عمرخیام** در عصر سلجوقیان است که تقویم جلالی را ابداع کرد.به همین دلیل، در دورهٔ جدید مجله می‌خواهیم با عنوان «همه‌جا ریاضی» شما را با نمونه‌هایی از کاربرد ریاضیات در هر چیزی که به چشم می‌آید، سرگرم کنیم:

۱. اکنون که در سال ۱۴۰۲ هجری شمسی قرار داریم، بگویید در قرن چندم شمسی هستیم! در قرن چندم میلادی و در قرن چندم هجری قمری؟

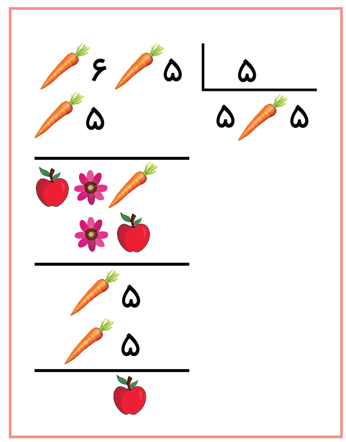
۲. لابد شنیده‌اید که **ارشمیدس**، کاشف قانون اهرم‌ها، گفته است: «اگر به من نقطهٔ اتکایی بدهید، به کمک آن زمین را از محل خود جابه‌جا می‌کنم.» بله. در عصر ما، یک ریاضی‌دان روس به نام پرلمان (۱۸۸۲-۱۹۴۲) با محاسبات ریاضی اثبات کرد چنین چیزی فقط در حرف ممکن است. **پرلمان** نشان داد، به فرض داشتن اهرم و نقطهٔ اتکا، مدت‌زمانی که طول می‌کشد زمین را تنها یک سانتی‌متر جابه‌جا کنیم، ۳۰ هزار میلیارد سال خواهد بود. او همچنین گفت، اگر ارشمیدس دستش را با سرعت نور هم حرکت می‌داد، باز ده میلیون سال طول خواهد کشید تا زمین را به همین اندازهٔ یک سانتی‌متر جابه‌جا کند.

۳. همهٔ شما می‌دانید که «عدد اول» چیست. **گلدباخ**، ریاضی‌دان آلمانی، گفته است: هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به‌صورت حاصل‌جمع دو عدد اول نوشت؛ مثال ۳+۷=۱۰، ۷+۱۳=۲۰، ۷+۷۳=۸۰. تاکنون کسی نتوانسته است این حرف گلدباخ را اثبات کند، ولی هیچ‌کس هم نتوانسته آن را رد کند. حالا شما اگر علاقه دارید، این حدس را دربارهٔ عددهای زوج کمتر از ۵۰ اثبات کنید.

۴. یک دقیقه فرصت دارید بگویید جای خالی حروف در این جدول چه حرفی باید بنویسیم؟

A	C	E	?
L	N	?	I
J	?	M	K
?	F	D	B

۵. به‌جای هویج و سیب و گل عدد بگذارید.



۶. آیا می‌توانید حساب کنید اگر یک‌میلیون عدد سکهٔ یک‌تومانی داشته باشیم و هر ثانیه یکی از آن‌ها را بشماریم، چند ساعت یا چند روز طول می‌کشد تا همهٔ سکه‌ها را بشماریم؟

۷. لطیفه: می‌گویند، روزی **اینشتین**، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان بزرگ قرن بیستم، سوار تاکسی شد. وقتی به مقصد رسید، کرایه‌اش را پرداخت و بقیهٔ پولش را که تعدادی سکه بود، از راننده گرفت. وقتی آن‌ها را شمرد، به راننده گفت: آقای راننده، دو سنت کم دادید! راننده پول‌ها را گرفت، شمرد و به اینشتین پس داد و گفت: «درست است که! آقا ریاضی شما چقدر ضعیف است!»

۸. این جدول را ببینید. گفته شده است ریاضی‌دان‌های چینی چند هزار سال پیش آن را ساخته‌اند. اگر می‌خواهید بدانید خاصیت آن چیست:

۲	۹	۴
۷	۵	۳
۶	۱	۸

۱. عددهای ردیف‌های افقی را با هم جمع کنید.
۲. عددهای ستون‌های عمودی را با هم جمع کنید.
۳. عددهای قطرها را با هم جمع کنید.

و باز: ۱. فقط عددهای رأس قطرها را با هم جمع کنید.
۲. عددهای وسط ضلع‌ها را با هم جمع کنید.

نتیجه چه شد؟ آیا توجه کردید که این‌ها همه عددهای ۱ تا ۹ هستند؟!

در شماره‌های آینده باز هم از این جدول‌ها برایتان خواهیم داشت.

ریاضی قدم به قدم

با برنامک کاربردی آی‌ایکس‌ال

فاطمه درویشی

آموزش با تلفن همراه زیرمجموعهٔ «آموزش الکترونیکی» است که تقریباً از سال ۲۰۰۰ میلادی در مدرسه‌ها رواج پیدا کرده است. تلفن همراه، به‌عنوان دگرگونی ارتباطی و مخابراتی سال‌های اخیر، تأثیری انکارناپذیر بر همهٔ جنبه‌های زندگی، اعم از اجتماعی، اقتصادی، فرهنگی، علمی و ... گذاشته است. باتوجه به سرعت فزایندهٔ تولید دانش جدید و توسعهٔ فناوری‌های ارتباطی، نظیر تلفن همراه که منابع و داده‌های مرتبط با هر موضوع را بدون محدودیت زمانی و مکانی در اختیار فراگیرندگان قرار می‌دهد، و با عنایت به جنبه‌های مثبت فراوان کاربرد آن در مدرسه‌ها و ضرورت سازگاری با تغییرات و بهره‌گیری صحیح از این فناوری جدید، مقالهٔ حاضر به آموزش برنامهٔ کاربردی «آی‌ایکس‌اِل» برای آموزش درس ریاضی می‌پردازد. با «آی‌ایکس‌اِل» دانش‌آموزان ۴ تا ۱۸ ساله می‌توانند مرحله‌به‌مرحله ریاضی را با تمرین آموزش ببینند. در این برنامه طیف گسترده‌ای از انواع سؤال‌ها و جلسه‌های تمرین وجود دارند و همه می‌توانند در آن با ۱۰ سؤال به صورت رایگان تمرین کنند و به آن‌ها پاسخ دهند.

به منظور نصب این برنامهٔ کاربردی روی گوشی همراه خودتان به پیوند (لینک) زیر مراجعه کنید:

http://cafebazaar.ir/app/?id=com.ixl.ixlmath&ref=share

پس از نصب برنامه، شمایل IXL روی صفحهٔ گوشی شما ایجاد می‌شود که دروازهٔ ورود به این برنامه است. پس از اجرای برنامه، صفحهٔ تصویر ۱ ظاهر خواهد شد که ضمن خوشامدگویی از شما نحوهٔ ورود به برنامه را سؤال می‌کند:

- گزینهٔ SIGN IN برای ورود افرادی است که با پرداخت هزینه در وبگاه (سایت) ثبت نام کرده‌اند.
- گزینهٔ CONTINUE AS GUEST (ادامه به عنوان مهمان) را برای ورود به برنامه انتخاب کنید (در این روش شما فقط روزی ۱۰ تمرین را می‌توانید انجام دهید).

▲تصویر ۱

پس از انتخاب گزینهٔ بالا، در اولین مرتبه با نمایش کادر تصویر ۲ از شما سؤال می‌کند که شما با چه سمتی وارد سامانه (سیستم) می‌شوید: والدین (Parent)، معلم (Teacher)، دانش‌آموز (Student) یا دیگران (Others).

ما گزینهٔ دانش‌آموز را انتخاب می‌کنیم تا وارد صفحهٔ تصویر ۳ شویم.

▼تصویر ۲

▲تصویر ۳

در پنجرهٔ math، از طریق تلیک (کلیک) روی Pre-K و بازکردن کشوی آن، می‌توانید سطح ریاضی‌ای را که می‌خواهید، انتخاب کنید (تصویر ۴). ما برای تمرین، فعلاً بخش Algebra1 را انتخاب می‌کنیم. تمرین‌های این بخش ما را با محاسبه‌های جبری بیشتر آشنا می‌کنند.

A.1 Compare and order rational numbers

این بخش مربوط به تمرین‌هایی است که در آن‌ها، با مقایسه و ترتیب عددهای گویا آشنا می‌شوید.

- برای مطالعهٔ ادامهٔ مطلب رمزینه را پویش کنید.

▼تصویر ۴

Pre-K
Kindergarten
1st grade
2nd grade
3rd grade
4th grade
5th grade
6th grade
7th grade
8th grade
Algebra 1
Geometry
Algebra 2
Precalculus
Calculus