برهان ۱ ریاضی

۵

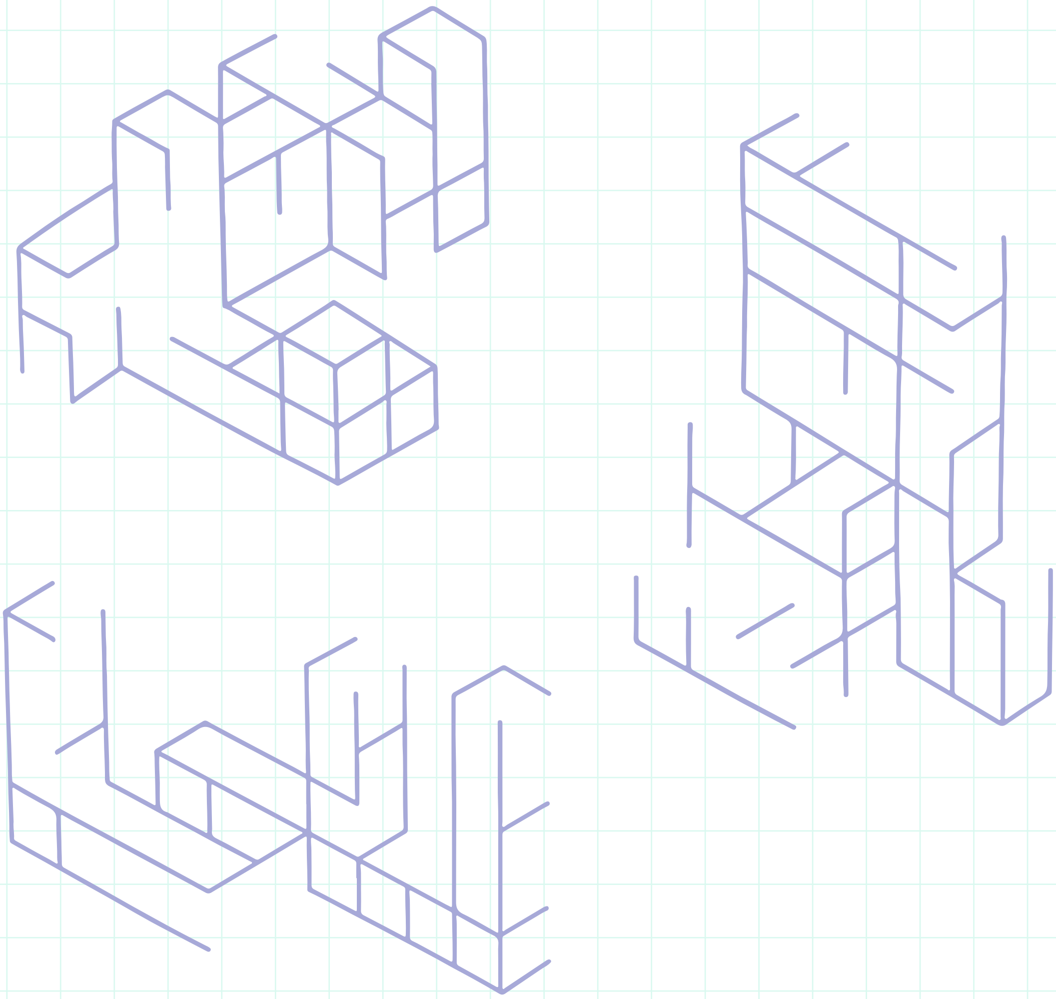
وزارت آموزش و پرورش/سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی/
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
www.roshdmag.ir/دورهٔ بیست‌ونهم/شمارهٔ ۱۴۳
۴۰ صفحه/بهمن ۱۴۰۲/پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲/ISSN :1735-4943

شرح روی جلد

۲۲ بهمن یادآور آزادی،
استقلال و وحدت مبارک

مکعب‌های یخی

در شمارۀ قبل مسابقۀ مجسمه‌سازی با مکعب‌های یخی آورده‌شد. قرار بود شما تعداد مکعب‌های یخی را بشمارید. در این شماره تصویرها ادامۀ مسابقه را می‌بینید. ابتدا شکل‌های مجسمه‌های یخی را کامل کنید، سپس تعداد آن‌ها را بشمارید. حالا با استفاده از این تجربه سعی کنید یک «یا حسین» زیبا با مکعب‌های هم‌اندازه درست کنید و شکل آن را بکشید. برای نوشتن «یا حسین» چند تا مکعب هم‌اندازه استفاده کردید؟



برای مشاهدۀ پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

بســـــم الله الرحمن الرحیم
اللّهم صل علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

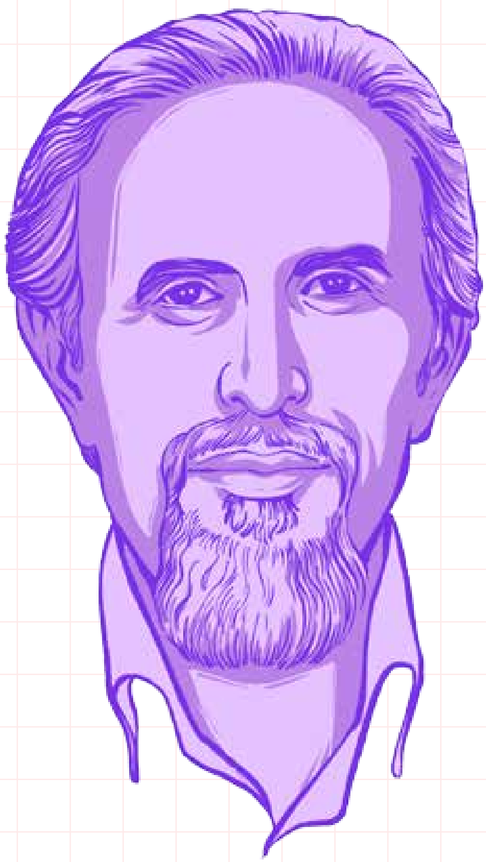
رشد برهان ۱ ریاضی ۵

وزارت آمـوزش و پـرورش سازمان پـژوهش و برنامـه‌ریزی آموزشی
دفتـر انـتـشــارات و فـنـاوری آمـــوزشـــی www.roshdmag.ir
دورهٔ بـیـســـت و نـهــم / شـمـارهٔ پـی در پـی **۱۴۳** / بهمن **۱۴۰۲**
ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
ISSN:1735-4943 / پیامک: **۴۰/۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲** صفحه

مدیرمسئول: محمدصالح مذنبی / **سردبیر:** حسین نامی ساعی / **مدیر داخلی:** پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، مریم جعفرآبادی، مجید حکمت، روح‌الله خلیلی بروجنی، خسرو داودی، محمدرضا سیدصالحی، مرتضی مرتضوی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / **مدیر هنری:** کوروش پارسانژاد / **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این روزها ما شاهد حوادث تلخ ادامهٔ جنایات رژیم کودک‌کش صهیونیستی علیه مردم مظلوم و بی‌دفاع فلسطین در غزه، و از طرف دیگر، شهادت و مجروح شدن بیش از صدها نفر از زائران چهارمین سالگرد شهادت سردار قاسم سلیمانی در حادثهٔ تروریستی کرمان هستیم. ضمن تسلیت به مردم شریف ایران آرزوی نابودی تمام ظالمان و جنایتکاران دنیا را داریم.

شرح مناسبت‌های ماه را با پویش رمزینه ببینید.



در سال ۱۳۲۷ در تبریز به دنیا آمد. اولین فرزند خانواده بود و تا زمانی که دیپلم گرفت، در تبریز بود. با شرکت در آزمون ورودی دانشگاه‌های تبریز و تهران، در دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران پذیرفته شد و...
صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ را بخوانید.

قیمت: ۱۱۰۰۰۰ ریال

خانوادهٔ مجلات رشد همهٔ تلاش خود را کرده است تا این مجله در **دسترس عموم** دانش‌آموزان قرار گیرد و همهٔ کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی‌مان **امکان تهیهٔ** آن را داشته باشند.
برای مشاهدهٔ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، رمزینه را پویش کنید.

nazar.roshdmag.ir

نشانی کانال مجلهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول در پیام‌رسان شاد:
@roshd_borhan1

حسین نامی‌ساعی

اعجـــاز داستان

سلام همراهان عزیز. فرارسیدن ۲۲ بهمن، چهل‌وپنجمین سالگرد پیروزی انقلاب اسـلامی ایران را به شـما تبریـک می‌گویم. ۲۲ بهمن یادآور رشادت‌ها و ایثارگری‌های مردم ایران برای دستیابی به اسـتقلال و آزادی اسـت. امیدواریم که این روز، همواره مایهٔ اتحاد و همدلی بیشـتر میان مردم عزیز کشورمان باشد و شاهد پیشرفت‌های روزافزون ایران در تمامی عرصه‌ها باشیم.

دوستان، ریاضیات و مفاهیم آن، بر خلاف بسیاری از مفاهیم علوم تجربی که محسوس و قابل تجربه هستند، ذهنی و انتزاعی‌اند و به صورت اجسام مادی، وجود خارجی ندارند. البته، برای بعضی‌ها که سـاختار ذهنی منطقی و انتزاعی قوی دارند، ریاضیات آسان است و از سـوی دیگر برای برخی هم سخت است؛ زیرا فهمیدن سـاختارهای منطقی به تفکر نیـاز دارد و فکرکردن عمیق قدری دشوار است و کار هر کسی نیست.

اما برطرف کردن این مشکل کار سختی نیست. روش‌های زیادی برای یادگیری و فهم آسـان ریاضیات وجـود دارند. یکی از این روش‌ها، مطالعهٔ داسـتان، قصه و رمان‌هـای جذاب و خواندنی مرتبط با ریاضیات است. در اهمیت داستان و قصه و قصه‌گویی در آموزش، به صورت کلی، و به‌خصوص در آموزش مفاهیم معنوی، علمی، اخلاقی و حماسی می‌توان چنین گفت که: قصه گفتار زبان قلب اسـت و مؤثرترین روش برای جلب توجـه، تعلیم، تعامل، هدایت و همچنین تسلط بر فضای خیال به‌شمار می‌آید. آموزش با اسـتفاده از داسـتان و قصه‌گویی خواننده را تشویق می‌کند جزئیات داستان را با دقت بخواند و داستان را به‌خوبی درک کند. همچنین، از طریق نقشـهٔ داسـتان، مهارت‌های خلاصه‌نویسی، تحلیل، نقد و خلاقیت را در خود تقویت کند.

یادم می‌آید یکی از کتاب‌های داسـتانی که چندی پیش خواندم کتاب «خدمتکار و پروفسـور» بود. این کتاب نوشـتهٔ **یوکو اوگاوا**، نویسندهٔ ژاپنی اسـت. اوگاوا در این رمان زندگی غیرمعمول یک پروفسـور ریاضی نخبه را که عاشق اعداد اول است، از دریچهٔ نگاه خدمتکارش شـرح داده است. پروفسـور ریاضی بر اثر حادثه‌ای حافظه‌اش را از دست می‌دهد و تنها با حافظه‌ای زندگی می‌کند که درنهایت ۸۰ دقیقه دوام می‌آورد. کتاب نثری بسـیار روان و جذاب دارد و هر خواننده و حتماً شـما را هم شـیفتهٔ خود و شخصیت پروفسـور می‌کند. طی داستان شما از توضیحات پروفسور ریاضی دربارهٔ ریاضی لذت می‌برید.

داستان خدمتکار و پروفسور، از زبان زن خدمتکار شروع می‌شود که برای کار از طرف یک شعبهٔ کارگزاری به خانهٔ پروفسور فرستاده شـده اسـت؛ خانه‌ای که یک کلبه در یک باغ است و قبلاً تمام خدمتکاران از کارکردن در آن سـر باز زده‌اند. راوی داسـتان هم همان زن خدمتکار است. همان‌طور که گفتیم، پروفسور حافظه‌ای ۸۰ دقیقه‌ای دارد، یعنی هر ۸۰ دقیقه همه چیز را فراموش می‌کند و قادر هم نیست هیچ چیز جدیدی به یاد بیاورد. پروفسور استاد دانشکدهٔ ریاضی یک دانشگاه و متخصص نظریهٔ اعداد است.

در این رمان، زن خدمتکار همه‌جا در کنار پروفسور حضور دارد. اصل رمان خدمتکار و پروفسور روایت اتفاقات مرتبط با ریاضیات، بین پروفسـور و خدمتکار و فرزند اوست که مخاطب اصلی پروفسور محسوب می‌شود. در این میان به طریق زیبایی معادلات ریاضی برای فرزند خدمتکار و البته خواننده به تصویر کشیده شده است.

بله دوسـتان و همراهان عزیز، کتاب‌های داستان ریاضی در فهم ریاضی شـما می‌توانند بسیار مؤثر باشند. چرا که داستان و رمان می‌تواند با استفاده از زبان سـاده، جذاب و هنرمندانه، مفاهیم ریاضی را به صورت قابل فهم و جالب منتقل کند. به این ترتیب، شـما می‌توانید با حس خوب و خلاقانه بـه چالش‌های ریاضی پاسخ دهید و نسبت به چگونگی حل مسائل کنجکاو شوید.

به علاوه، داسـتان و رمان به افزایش تخیـل و خلاقیت در حل مسائل کمک بسـزایی می‌کند. داسـتان و رمان محل مناسبی برای پرورش تخیل و خلاقیت اسـت. شما با شنیدن یا خواندن داسـتان‌های ریاضی قادر می‌شـوید تصورات خـود را در قالب شـکل‌ها، الگوریتم‌ها، فرمول‌ها یا نمودارهای ریاضی بروز دهید. همچنین، با شرکت در فعالیت‌های گروهی شما را درگیر روایت و شخصیت‌ها می‌کند و این شرایط را به‌وجود می‌آورد که ریاضیات را از طریق زمینه‌سـازی با زندگی خودتـان مرتبط کنید و قدرت تجسم ایده‌های انتزاعی ریاضی را در خود افزایش دهید.

همچنین داستان‌های ریاضی می‌توانند به شما کمک کنند مفاهیم کلیدی ریاضی را به خاطر بیاورید و موضوع را با آن‌ها مرتبط کنید. همان‌گونه که قصه‌گویی در موضوع‌های علوم انسانی، مانند ادبیات و تاریخ، جایگاه مهمی دارد، در آمـوزش و یادگیری ریاضیات هم نقش بسزایی ایفا می‌کند. داستان‌ها می‌توانند به شما نشان دهند که چگونه عددهـا، اندازه‌گیری‌ها و شـکل‌ها می‌توانند در انجام کارهای روزمره به شما کمک کنند. همچنین مثال‌های عملی استفاده از ریاضیات، پایه‌های خوبی برای درک مفاهیم انتزاعی هستند که برای رشد ریاضی در مراحل بعدی حتماً به آن‌ها نیاز خواهید داشت.

توصیهٔ ما به شما این است که به غیر از کتاب‌های رسمی، علمی و انتزاعی ریاضیات، برای فهم مفاهیم ریاضیات، کتاب‌های داستان و رمان‌هـای ریاضی و حتی غیرریاضی را هم مطالعه کنید، چرا که مطالعهٔ این‌گونه کتاب‌ها، تفکر منطقی و نیز توانایی و مهارت‌های حل مسئلهٔ شما را تقویت می‌کند. و این اساس پیشرفت مداوم و یادگیری است.

محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

هم‌نهشتی در مثلث‌های قائم‌الزاویه و کاربردهایی از آن‌ها

در شماره‌های قبل سه حالت هم‌نهشتی «ض‌زض و زض‌ز و ض‌ض‌ض» را بیان کردیم و مثال‌ها و مسئله‌هایی را در رابطه با آن‌ها حل کردیم. لازم به یادآوری است، این سه حالت هم‌نهشتی که برای هر دو مثلث دلخواه به کار می‌روند، مسلماً برای مثلث‌های خاص، مانند دو مثلث قائم‌الزاویه، دو مثلث متساوی‌الساقین و بالاخره دو مثلث متساوی‌الاضلاع، به حالت‌های ساده‌تری تبدیل می‌شوند. مثلاً اگر یک ضلع از مثلث متساوی‌الاضلاعی با یک ضلع از مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر هم‌اندازه یا هم‌نهشت باشند، دو مثلث هم‌نهشت‌اند. در واقع این همان هم‌نهشتی ض‌ض‌ض است. یا اگر دو ضلع نامساوی از مثلث متساوی‌الساقینی، با دو ضلع نظیرش از مثلث متساوی‌الساقین دیگر، نظیر به نظیر هم‌اندازه باشند، دو مثلث هم‌نهشت‌اند. این نیز همان هم‌نهشتی ض‌ض‌ض است. چرا؟

آیا می‌توانید هم‌نهشتی‌های ساده‌تری از سه حالت هم‌نهشتی کلی برای دو مثلث قائم‌الزاویه بیان کنید؟ این هم‌نهشتی‌ها عبارت‌اند از:

۱. وتر و یک زاویهٔ حاده؛

۲. یک ضلع زاویهٔ قائمه و زاویهٔ مجاور آن ضلع؛

۳. دو ضلع زاویهٔ قائمه؛

۴. یک ضلع زاویهٔ قائمه و زاویهٔ مقابل آن ضلع؛

۵. وتر و یک ضلع زاویهٔ قائمه.

تمام این قضیه‌های هم‌نهشتی مربوط به سال‌های پایین متوسطه، که هندسهٔ آن معمولاً بر اساس ترتیب اصل‌ها و قضیه‌ها مطرح نمی‌شود، به‌سادگی به قضیه‌های اساسی هم‌نهشتی دو مثلث تبدیل می‌شوند. اما در هندسه‌ای که بر اساس اصول موضوعه بنا می‌شود، می‌توانیم همهٔ این قضیه‌ها را به‌طور مستقل ثابت کنیم. در اینجا هدف قسمت اول است. بنابراین، بهتر است آن‌ها را بر اساس قضیه‌های هم‌نهشتی توضیح دهیم. مثلاً وقتی از یک ضلع زاویهٔ قائمه و یک زاویهٔ حاده، یا حالت وتر و یک زاویهٔ حاده صحبت می‌کنیم، یعنی حالت‌های ۱، ۲ و ۴، همان هم‌نهشتی زض‌ز هستند.

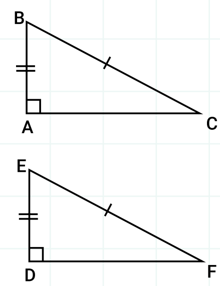
و حالت ۳ هم‌نهشتی ض‌زض است. اما حالت ۵، یعنی وتر و یک ضلع زاویهٔ قائمه، به هیچ‌کدام از چهار حالت هم‌نهشتی ض‌ض‌ض یا زض‌ز

یا ض‌رض و ززض قابل‌تبدیل نیست، مگر آنکه قبلاً قضیه‌هایی را بیان کرده باشیم. مثلاً قضیهٔ فیثاغورس که از نظر نظم هندسی درست نیست. بنابراین، به‌طور مستقل آن را ثابت می‌کنیم. اثبات آن یک روش مناسب در حل مسئله نیز محسوب می‌شود.

قضیهٔ وتر و یک ضلع

هرگاه وتر و یک ضلع زاویهٔ قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک ضلع زاویهٔ قائمه از مثلث قائم‌الزاویهٔ دیگر همنهشت باشند، آن دو مثلث همنهشت‌اند.

ابتدا دو مثلث قائم‌الزاویه را مطابق شکل ۱ رسم می‌کنیم و فرض مسئله را با رابطه‌ها می‌نویسیم.

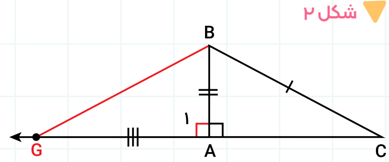


شکل ۱

فرض: ΔABC و ΔDEF در زاویه‌های $\angle A$ و $\angle D$ قائمه‌اند. $BC=EF$ $(\overline{BC} \cong \overline{EF})$ و $AB=DE$ $(\overline{AB} \cong \overline{DE})$.

حکم: ثابت کنید: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

اثبات: این نمونه از همان مسئله‌های هندسه است که برای اثبات آن به رسم خط‌های کمکی نیاز داریم تا بتوانیم مثلث سومی بسازیم. یکی از مثلث‌ها مثلاً ΔABC را در نظر می‌گیریم و مطابق شکل ۲ نیم‌خط $\overrightarrow{CA}$ را با ابتدای C رسم می‌کنیم. سپس نقطهٔ G را روی این نیم‌خط چنان در نظر می‌گیریم که: $AG=DF$.



شکل ۲

اکنون چرا دو مثلث ABG و DEF همنهشت‌اند؟ بنا بر کدام حالت همنهشتی؟

$AB=DE$، $AG=DF$ و دو زاویهٔ $\angle A_1$ و $\angle D$ نیز قائمه و در نتیجه هم‌اندازه‌اند.

بنا بر ض‌رض $\Delta ABG \cong \Delta DEF$.

اکنون از این همنهشتی چه استفاده‌ای می‌کنید؟

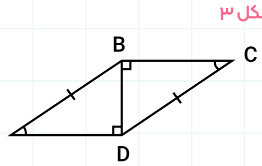
یکی از ویژگی‌های همنهشتی در مثلث، که قبلاً بیان کردیم، این بود که اگر دو مثلث با مثلث سومی همنهشت باشند، آنگاه خود این دو مثلث همنهشت هستند. با توجه به این ویژگی، اگر بتوانید ثابت کنید مثلثی را که ساخته‌ایم، یعنی ΔABG، با ΔABC همنهشت است، قضیه ثابت شده است.

حال چگونه آن را ثابت می‌کنید؟

از $\Delta ABG \cong \Delta DEF$ نتیجه می‌گیریم $BG=EF$. اما بنا بر فرض $BC=EF$. بنابراین: $BG=BC$. پس ΔGBC متساوی‌الساقین و $\angle G \cong \angle C$. در نتیجه، بنا بر ض‌رض‌ز $\Delta ABG \cong \Delta ABC$، اما $\Delta ABG \cong \Delta DEF$. بنابراین، $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ و اثبات کامل می‌شود.

اکنون به‌عنوان کاربردی از این قضیه و سایر قضیه‌های همنهشتی مثلث قائم‌الزاویه، مسئله‌هایی را حل می‌کنیم:

مسئلهٔ ۱. در شکل ۳، $\angle DBC$ و $\angle ADB$ قائمه و $AB=DC$، ثابت کنید: $\angle A \cong \angle C$.



شکل ۳

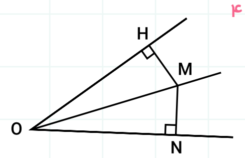
حل این مسئله ساده است. سعی کنید خودتان آن را حل کنید. چرا $\Delta ADB \cong \Delta CBD$؟ از کدام حالت همنهشتی استفاده می‌کنید؟ از همنهشتی این دو مثلث نتیجهٔ موردنظر به دست می‌آید.

مسئلهٔ ۲. در بخش‌های قبلی، ویژگی نیمساز را بررسی کردیم:

۱. هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

۲. هر نقطه درون زاویه، که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه است.

اکنون سعی کنید به کمک قضیه‌های همنهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه این ویژگی‌ها را روی شکل ۴ ثابت کنید. در هر حالت از کدام همنهشتی مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنید؟

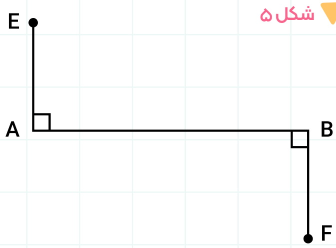


شکل ۴

در (۱) فرض کنید M روی نیمساز و سپس نشان دهید: $MH=MN$.

در (۲) فرض کنید $MH=MN$. سپس نشان دهید نیم‌خط OM نیمساز $\angle O$ است.

مسئلهٔ ۳. در شکل ۵، $\angle A$ و $\angle B$ قائمه‌اند و $AE=BF$، ثابت کنید، اگر پاره‌خط EF را رسم کنیم، از وسط پاره‌خط AB می‌گذرد و وسط پاره‌خط EF نیز روی وسط پاره‌خط AB واقع است.



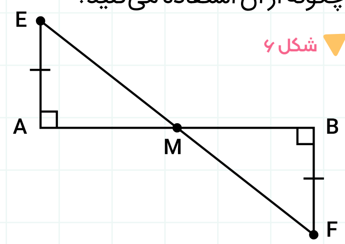
شکل ۵

کافی است ثابت کنید دو مثلث AME و BMF همنهشت هستند. فکر می‌کنید از کدام همنهشتی مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم؟

دو ضلع زاویهٔ قائمه از دو مثلث همنهشت‌اند، اما هیچ دو ضلع دیگر همنهشت وجود ندارند. پس باید به دنبال همنهشتی زاویه‌ها برویم. در بخش‌های قبلی دربارهٔ زاویه‌های متقابل به رأس توضیح داده‌ایم.

چگونه از آن استفاده می‌کنید؟

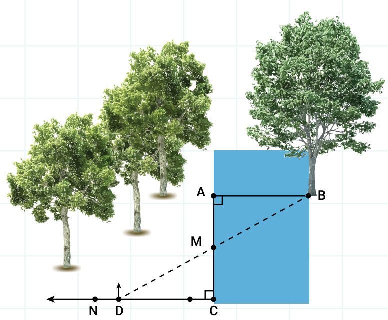
شکل ۶



در شکل ۶ بنا بر هم‌نهشتی یک ضلع زاویهٔ قائمه و یک زاویهٔ حاده، که در واقع همان قضیهٔ ززض هم‌نهشتی است، از هم‌نهشتی‌های ضلع‌های نظیر در دو مثلث داریم: MA=MB و ME=MF. یعنی این دو پاره‌خط EF و AB یکدیگر را نصف می‌کنند یا از وسط‌های یکدیگر می‌گذرند.

مسئلهٔ ۴. عرض رودخانه را به دو روش، به کمک هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه تعیین می‌کنیم.

شکل ۷



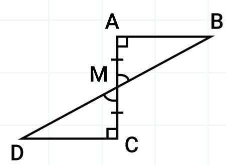
روش اول: فرض کنید در کنار رودخانه قدم می‌زنید. در آن طرف رودخانه درختی یا تکه‌سنگی را در نظر می‌گیرید که در نقطهٔ B واقع است (شکل ۷). شما در طرف دیگر رودخانه، نقطه‌ای مانند A را چنان در نظر بگیرید که اگر از A به B نگاه کنید، خط فرضی AB بر ساحل رودخانه عمود باشد. اکنون در نقطهٔ A یک علامت قرار دهید و در ساحل رودخانه، فاصله‌ای مشخص، مثلاً ۲۰ متر را طی کنید تا به نقطهٔ C برسید و M وسط AC را که در فاصلهٔ ۱۰ متری A و C واقع است، علامت‌گذاری کنید. مثلاً یک چوب عمودی یا یک سنگ در نقطهٔ M قرار دهید.

سپس از نقطهٔ C روی خط عمود بر رودخانه، از رودخانه دور شوید. یعنی روی خط CN در حرکت باشید. اکنون به‌طور مرتب این موقعیت را بررسی کنید که روی خط CN نقطه‌ای مانند D را چنان بیابید که اگر از نقطهٔ D به طرف رودخانه نگاه کنید، نشانه‌های B و M را از D روی یک خط راست مشاهده کنید. اکنون با یک مسئلهٔ هندسی روبه‌رو هستید که $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ و $\overline{CD} \perp \overline{AC}$ و B، M و D روی یک خط چنان واقع‌اند که M وسط پاره‌خط AC است.

اکنون بگویید عرض رودخانه را چگونه اندازه می‌گیرید؟

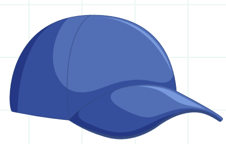
آیا در شکل ۸ دو مثلث MAB و MCD هم‌نهشت‌اند؟ با کمی دقت مشاهده می‌کنید که بنا بر هم‌نهشتی یک ضلع زاویهٔ قائمه و زاویهٔ حادهٔ مجاور آن، یا همان قضیهٔ کلی زض‌ز، این دو مثلث هم‌نهشت‌اند. در نتیجه: AB=CD. بنابراین، کافی است فاصلهٔ C تا D، یعنی اندازهٔ پاره‌خط CD را اندازه بگیرید که برابر همان عرض رودخانه است.

شکل ۸



روش دوم: کافی است یک کلاه با لبهٔ جلویی به‌نسبت بلند مانند شکل ۹ داشته باشیم.

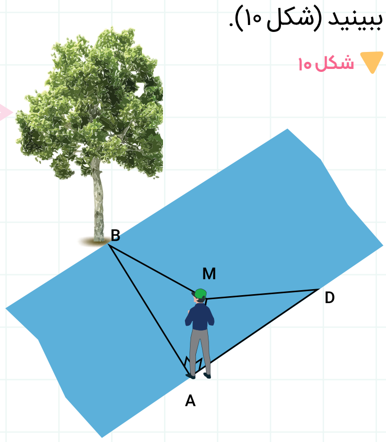
شکل ۹



شما در کنار رودخانه، در جایی مثلاً A، چنان ایستاده‌اید که اگر نشانهٔ B را در طرف دیگر رودخانه مشاهده کنید، خط AB بر رودخانه عمود باشد.

اکنون با کلاهی که به سر دارید، در نقطهٔ A بایستید و کلاه یا سرتان را به بالا و پایین حرکت دهید تا لبهٔ کلاه و چشمان شما و نقطهٔ B روی یک خط واقع شوند و شما در آن طرف رودخانه فقط لبهٔ رودخانه را در B مشاهده کنید و بقیهٔ خشکی رودخانه در طرف B را نتوانید ببینید (شکل ۱۰).

شکل ۱۰



در واقع، لبهٔ رودخانه که در طرف B است، حداکثر دید شما باشد. اکنون بدون آنکه چیزی را تغییر بدهید، یعنی سر خود یا کلاه را تغییر دهید، به اندازهٔ ۹۰ درجه یا بیشتر، به سمت لبه‌ای از رودخانه که ایستاده‌اید برگردید. دورترین نقطه‌ای را که در سمت خودتان مشاهده می‌کنید، نقطهٔ D نام‌گذاری کنید. اکنون شما دو مثلث قائم‌الزاویه دارید که یک ضلع زاویهٔ قائمهٔ آن، که در هر دو مشترک است، قد شماست، ضلع‌های دیگر دو مثلث، یکی AB و AD نظیر هم، در دو مثلث و دو تای دیگر MB و MD در دو مثلث هستند. فکر می‌کنید در این عمل‌هایی که انجام داده‌اید، چه چیزی تغییر نکرده است؟

امیدواریم درست حدس زده باشید. برای شما اندازه‌های دو زاویهٔ $\angle ABM$ و $\angle ADM$ تغییر نکرده است. چرا؟ ضلع AM نیز در این دو مثلث قائم‌الزاویه مشترک است. بنا بر قضیهٔ ضلع زاویهٔ قائمه و زاویهٔ حادهٔ مقابل آن، یا حالت هم‌نهشتی کلی ززض:

$\Delta AMB \cong \Delta AMD$

در نتیجه: AB=AD. یعنی اگر فاصلهٔ A تا D را در طرفی از رودخانه که ایستاده‌اید، اندازه بگیرید، مقدار به‌دست آمده، همان عرض رودخانه است.

ریاضی و مدرسه
دوره ۲۹ | شماره ۵

محسن کیخائی

یک مسئله و چند راه حل

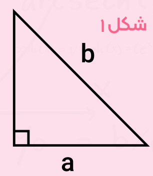
مسئله: عدد رادیکالی $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ را روی محور عددها نمایش دهید.

چند نکته:

۱. در هر مثلث قائم‌الزاویه (شکل ۱)، مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع قائمهٔ آن (رابطهٔ فیثاغورس).

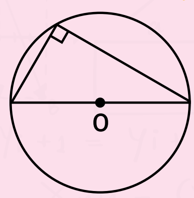
$b^2=a^2+c^2$

شکل ۱



۲. زاویهٔ محاطی یعنی زاویه‌ای که رأس آن روی دایره قرار دارد و ضلع‌های آن وترهای دایره هستند. هنگامی که زاویهٔ محاطی مقابل قطر دایره باشد، برابر ۹۰ درجه است (شکل ۲).

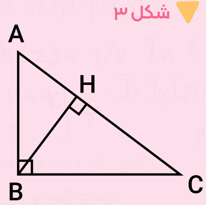
شکل ۲



۳. در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع ارتفاع وارد بر وتر برابر است با حاصل‌ضرب دو قطعه‌ای که روی وتر جدا می‌کند.

برای اثبات این نکته، شکل ۳ را در نظر بگیرید.

شکل ۳



در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ارتفاع وارد بر وتر، یعنی $\overline{BH}$ را رسم کرده‌ایم. نشان می‌دهیم: $\overline{BH}^2=\overline{AH}\times\overline{HC}$

($\overline{BH}^2$ یعنی $\overline{BH}\times\overline{BH}$). رابطهٔ فیثاغورس را برای سه مثلث قائم‌الزاویه که در این شکل وجود دارند می‌نویسیم:

(۱) در مثلث AHB: $\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$

(۲) در مثلث BHC: $\overline{BC}^2=\overline{BH}^2+\overline{HC}^2$

(۳) در مثلث ABC: $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

با استفاده از رابطه‌های ۱ و ۲ رابطهٔ ۳ را به صورت زیر می‌نویسیم:

(۴) $\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2+\overline{BH}^2+\overline{HC}^2=\overline{AH}^2+2\overline{BH}^2+\overline{HC}^2$

با توجه به اینکه $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{HC}$ نتیجه می‌شود:

$\overline{AC}^2=(\overline{AH}+\overline{HC})^2=\overline{AH}^2+2\overline{AH}\times\overline{HC}+\overline{HC}^2$

پس رابطهٔ ۴ را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$\overline{AH}^2+2\overline{AH}\times\overline{HC}+\overline{HC}^2=\overline{AH}^2+2\overline{BH}^2+\overline{HC}^2$

$\Rightarrow \overline{AH}\times\overline{HC}=\overline{BH}^2$

تذکر: از $\overline{BH}^2=\overline{AH}\times\overline{HC}$ نتیجه می‌شود:

$\overline{BH}=\sqrt{\overline{AH}\times\overline{HC}}$

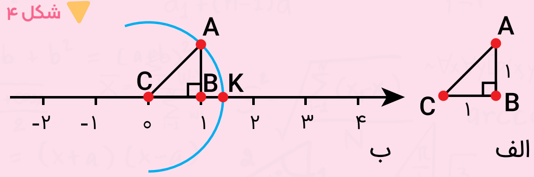
مثال ۱. عدد $\sqrt{2}$ را روی محور عددها نمایش دهید.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC در شکل ۴-الف طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=1^2+1^2=2\Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{2}$

پس کافی است نقطه‌های A، B و C را مانند شکل ۴-ب روی محور عددها در نظر بگیریم و دایره‌ای به مرکز C و شعاع $\overline{AC}=\sqrt{2}$ رسم کنیم تا محور عددها را در نقطه‌ای مانند K قطع کند. پس $\overline{CK}=\sqrt{2}$ و نقطهٔ K جواب مسئله است.

شکل ۴



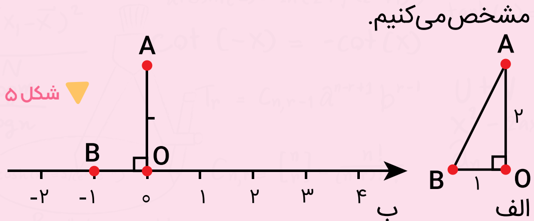
حل مسئله:

روش اول: در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOB شکل ۵-الف طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

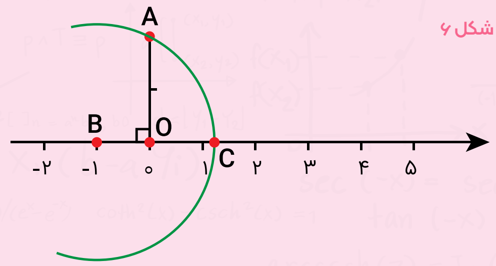
$\overline{AB}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2=2^2+1^2=5\Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{5}$

اکنون مبدأ محور عددها را نقطهٔ O در نظر می‌گیریم و نقطه‌های A و B را به صورت شکل ۵-ب روی محور مشخص می‌کنیم.

شکل ۵



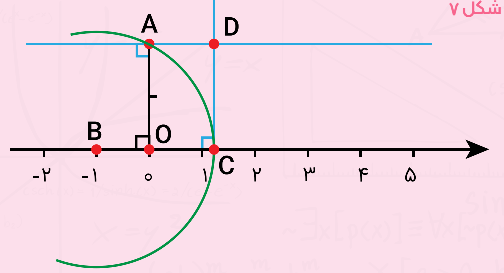
در ادامه به مرکز B و شعاع $\overline{BA}=\sqrt{5}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا محور عددها را در نقطهٔ C قطع کند (شکل ۶). بنابراین: $\overline{OC}=\sqrt{5}-1$.



شکل ۶

اکنون از نقطهٔ A خطی به موازات محور و از نقطهٔ C عمودی بر محور رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ D قطع کنند (شکل۷). چهارضلعی AOCD به‌وضوح یک مستطیل است:

$\overline{OC}=\overline{AD}=\sqrt{5}-1$ و $\overline{OA}=\overline{CD}=2$



شکل ۷

همچنین در مستطیل AOCD داریم:

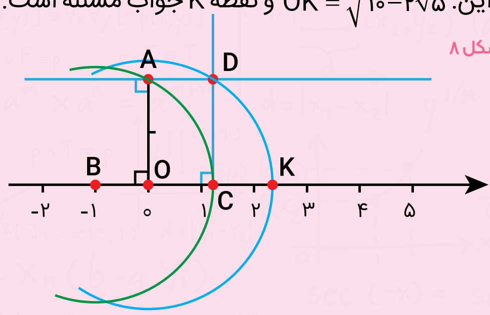
$\overline{OD}^2=\overline{CD}^2+\overline{OC}^2 \Rightarrow \overline{OD}^2=2^2+(\sqrt{5}-1)^2$

با توجه به تساوی $(\sqrt{5}-1)^2=(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)=6-2\sqrt{5}$، داریم:

$\overline{OD}^2=4+6-2\sqrt{5} \Rightarrow \overline{OD}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

در پایان دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\overline{OD}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ رسم می‌کنیم تا محور عددها را در نقطهٔ K قطع کند (شکل ۸).

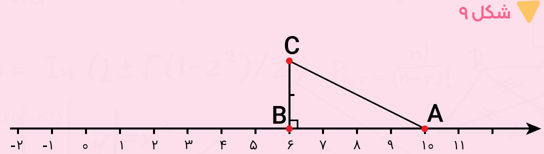
بنابراین: $\overline{OK}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ و نقطهٔ K جواب مسئله است.



شکل ۸

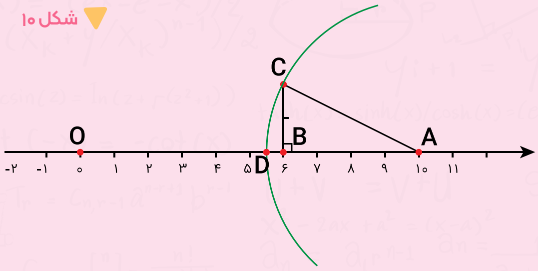
روش دوم: مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با ضلع‌های قائمهٔ AB=۴ و BC=۲ واحد را به صورت شکل ۹ در نظر می‌گیریم. طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=4^2+2^2=20 \Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



شکل ۹

اکنون به مرکز A و شعاع $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا محور را در نقطهٔ D قطع کند (شکل ۱۰).



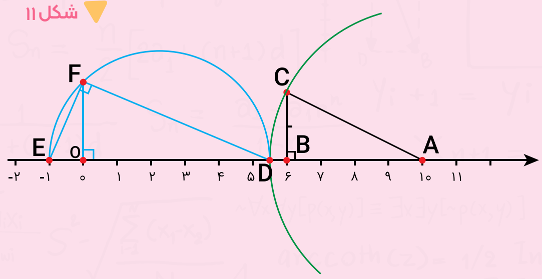
شکل ۱۰

بنابراین: $\overline{AD}=2\sqrt{5} \Rightarrow \overline{OD}=10-2\sqrt{5}$.

حال نقطهٔ E را در یک واحدی مبدأ و سمت دیگر آن مشخص می‌کنیم و نیم‌دایره‌ای به قطر DE را در نظر می‌گیریم. سپس از مبدأ پاره‌خطی عمودی رسم می‌کنیم تا نیم‌دایره را در نقطهٔ F قطع کند (شکل ۱۱). طبق نکتهٔ دوم، مثلث DFE قائم‌الزاویه است و با توجه به نکتهٔ سوم داریم:

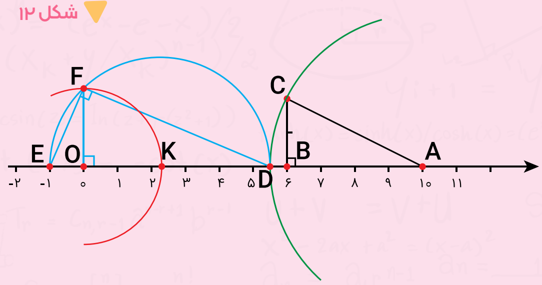
$\overline{OF}^2=\overline{DO}\times\overline{OE}=(10-2\sqrt{5})\times 1=10-2\sqrt{5}$

$\Rightarrow \overline{OF}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$



شکل ۱۱

اکنون به مرکز O و شعاع $\overline{OF}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا محور را در نقطهٔ K قطع کند (شکل ۱۲): $\overline{OK}=\sqrt{10-2\sqrt{5}}$. بنابراین نقطهٔ K جواب مسئله است.



شکل ۱۲

تمرین: عددهای رادیکالی زیر را روی محور عددها نمایش دهید:

الف) $\sqrt{3}-2$

ب) $1+\sqrt{7}$

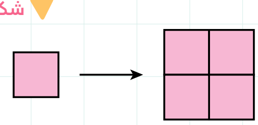
طراحی هنری

به انتخاب آرش رستگار

یک مسئلهٔ مبارزه‌طلب و یک داستان علمی-تخیلی!

یک محقق زیست‌شناس موفق شده است با مهندسی ژنی (ژنتیک) سلول‌هایی دوبعدی بسازد که هنگام تکثیر به چهار سلول کوچک‌تر و مشابه خود تقسیم می‌شوند. این انقلاب عظیمی در علم زیست‌شناسی است؛ چرا که تمام سلول‌های شناخته‌شده هنگام تقسیم به دو نمونهٔ مشابه خود تقسیم می‌شوند. این محقق موفق به کشف نوعی از این سلول‌ها شده‌است که شکل آن‌ها و نحوهٔ تقسیم شدنشان در شکل ۱ دیده می‌شود. او به دنبال شکل‌های دیگری با الگوی تقسیم چهارتایی است تا سلول‌هایی به این شکل‌ها تولید کند. آیا می‌توانید او را یاری دهید؟

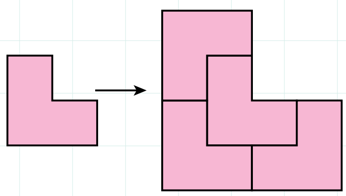
شکل ۱



این مسئله به نظر دانش‌آموزان بسیار ساده آمد. گروه‌های حل مسئله به بحث و بررسی مشغول شدند. پس از چند دقیقه گروه دوستان اعلام کردند شکل جالبی ساخته‌اند که خاصیت تقسیم چهارتایی دارد. **سیاوش**، **یحیی** و **اشکان** نسبت به راه‌حلی که به دست آورده بودند، احساس خوبی داشتند. معلم از اشکان خواست روند حل مسئله را برای دانش‌آموزان شرح دهد.

اشکان: جوابی که ما پیدا کردیم، به صورت شکل ۲ است، اما روند حل مسئله را بهتر است سیاوش یا یحیی توضیح دهد؛ چون من هنوز در مورد بعضی نتیجه‌گیری‌های ایشان قانع نشده‌ام.

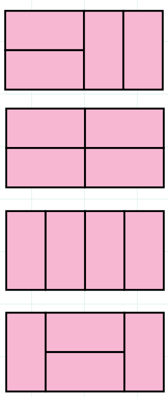
شکل ۲



معلم: حل مسئله فرایندی گروهی است و بدون کار گروهی هیچ‌وقت «مسئله حل‌کن» خوبی نمی‌شویم. حتی ایده‌ها و دیدگاه‌های مختلفی که هر یک از ما هنگام حل مسئله به کار می‌بریم، به هم کمک می‌کنند و در نتیجهٔ فعالیت گروهی این دیدگاه‌هاست که به جواب می‌رسیم. اگر خوب فکر کنید، می‌بینید که هنگام حل مسئله در درون شما اتفاقاتی می‌افتد و دیدگاه‌های متفاوت شما با همکاری یکدیگر مسائل را حل می‌کنند. به همین دلیل، بهتر است روند حل مسئله را خود شما شرح دهید و در مواردی که قانع نشده‌اید، از دوستانتان کمک بگیرید.

اشکان: بسیار خب! من سعی خودم را می‌کنم. در نگاه اول این مسئله ما را به یاد کاشی‌کاری می‌اندازد؛ زیرا در اینجا شکلی می‌سازیم که از چهار کاشی کوچک‌تر ولی مشابه آن درست شده است. سیاوش شروع به بررسی الگوهایی کرد که از دو مربع، سه مربع، یا بیشتر تشکیل شده‌اند. به‌سادگی می‌توان دید که قراردادن دو مربع کنار هم نیز پاسخی برای مسئله درست می‌کند که می‌توان آن را به روش‌های متفاوت به چهار شکل مشابه تقسیم کرد.

شکل ۳

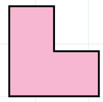


یحیی اشاره کرد که یکی از الگوهای تقسیم شکل ۳ بسیار شبیه به الگوی است که محقق زیست‌شناس به‌دست آورده است. برای همین، این مثال ما را قانع نکرد. سیاوش به بررسی مثال بعدی پرداخت. سه مربع که به‌طور خطی کنار هم قرار گرفته‌اند، همان الگوی تکراری را به‌دست داد (شکل ۴).

شکل ۴

الگوی بعدی که باید بررسی می‌شد، شکل ۵ بود که باید توسط چهار کاشی مشابه خودش فرش می‌شد.

شکل ۵



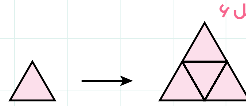
سعی می‌کردم ثابت کنم که فرش‌کردن شکل ۵ توسط کاشی‌های مشابه امکان ندارد، که یحیی با الگوی خود مرا بهت‌زده کرد، اما نفهمیدم او جواب خود را از کجا آورد. همین‌طور متوجه نشدم که چرا سیاوش الگوهایی را بررسی کرد که با دو مربع، سه مربع یا بیشتر تشکیل می‌شوند. البته یک نکتهٔ جالب توجهم را جلب کرد. در این مثال، برخلاف مثال زیست‌شناسی، سلول‌ها را نمی‌توان با انتقال بر هم منطبق کرد. مجبوریم از دَوَران هم استفاده‌کنیم.

سیاوش: من کار عجیبی نکردم. مثالی که زیست‌شناس به‌دست آورده بود، مرا به یاد کاشی‌کاری آشپزخانه انداخت. چهارخانه‌ها مرا بی‌اختیار وادار کردند که شکل‌های خود را در دنیای چهارخانه‌ها بسازم.

اشکان: می‌توانستی به یاد کاشی‌کاری مثلثی هم بیفتی! چرا سعی نکردی شکل‌های خود را در دنیای مثلث‌ها پیدا کنی؟

یحیی: صبر کنید! من متوجه نکتهٔ جالبی شدم. اگر طول ضلع مثلث را دو برابر کنیم (شکل ۶)، مثلث جدیدی به‌وجود می‌آید که متشکل از چهار مثلث اولیه است.

شکل ۶



اشکان: مثال جالبی است، اما چرا طول ضلع را دو برابر کردی؟

یحیی: صبر کن ببینم! شاید به این دلیل که همین کار را در مورد مربع کرده بودیم! اگر دقت کنید، می‌بینید که مثلث هم مانند مربع این خاصیت را دارد که اگر آن را دو برابر کنیم، مساحتش چهار برابر می‌شود. این ویژگی به ما کمک می‌کند که آن را به چهار کاشی مانند کاشی اولیه تقسیم کنیم.

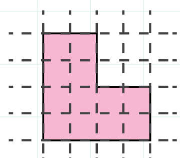
اشکان: اما فقط مربع و مثلث این خاصیت را ندارند. تمام شکل‌های دوبعدی که در صفحه هستند، این خاصیت را دارند.

مسئلهٔ ۱. چرا مساحت هر شکل دوبعدی با دوبرابر شدن آن شکل، چهار برابر مساحت اولیه می‌شود؟

سیاوش: اشکان درست می‌گوید. به همین دلیل، من سعی می‌کردم با دو برابرکردن الگوهای اولیه آن‌ها را بررسی کنم.

اشکان: پس برای همین یحیی خیلی زود توانست شکل نهایی را با کاشی‌های مشابه بپوشاند! در واقع او شبکهٔ کاشی‌های مربعی را درون ذهن خود داشت؛ مانند شکل ۷.

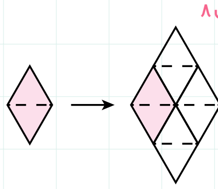
شکل ۷



یحیی: همین‌طور است! حالا که فکر می‌کنم، راه‌حل خودم طبیعی‌تر به نظر می‌رسد.

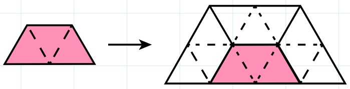
اشکان: همین کار را می‌توانستیم در شبکهٔ مثلثی هم انجام دهیم؟ مثلاً دو مثلث در کنار هم الگوی شکل ۸ را می‌سازند که بسیار شبیه به الگوی مربعی است.

شکل ۸



اشکان: یا اگر سه مثلث را کنار هم بگذاریم، الگوی جدید شکل ۹ به دست می‌آید که بسیار جالب است.

شکل ۹



همهٔ دانش‌آموزان از این گفت‌وگو و شکل جالبی که به‌دست آمده بود، هیجان‌زده شده بودند و هر کسی سعی می‌کرد قبل از دیگران شکلی را بیابد که قبلاً پیدا نشده بود.

مسئلهٔ ۲. شما هم در کلاس خود دست به کار شوید و ببینید چه شکل‌های جدیدی را کشف می‌کنید! شکل‌های به‌دست‌آمده را با شکل‌های هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

سیاوش، برخلاف همهٔ دانش‌آموزان، با آرامش به این شکل‌های منظم خیره شده بود. او از نظم این کاشی‌ها لذت می‌برد و پیش از آنکه بخواهد شکل‌های جدیدی به دست بیاورد، دوست داشت نظم همین کاشی‌کاری‌ها را بهتر دریابد. در همین فکر بود که ایدهٔ جالبی به نظرش رسید. دوست داشت این ایده را با دیگران هم درمیان بگذارد. معلم به او اجازه داد که صحبت کند.

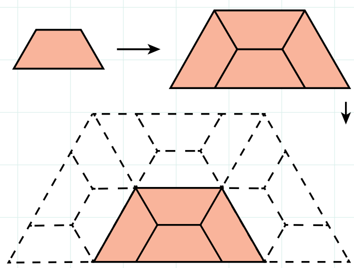
سیاوش: واقعاً معذرت می‌خواهم که فکر شما را نیمه‌تمام می‌گذارم، ولی ایدهٔ جالبی به نظرم آمده است. من می‌توانم ثابت کنم، با هر کاشی که بتوان آن را با کاشی‌های مشابه کوچک‌تر فرش کرد، می‌توان یک سطح را هم فرش کرد.

معلم از سیاوش خواست برای ادعای خود استدلال بیاورد.

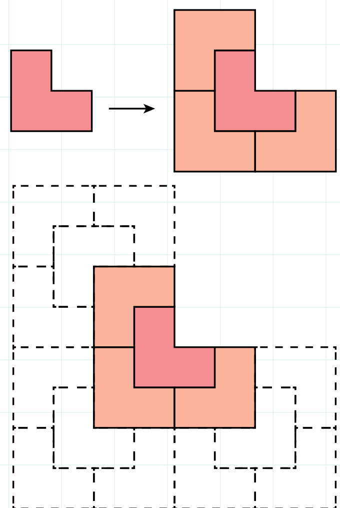
سیاوش: خیلی ساده است! به‌جای آنکه داخل کاشی را فرش کنیم، با همان تعداد کاشی بیرون کاشی را فرش می‌کنیم و به این کار ادامه می‌دهیم؛ یعنی، هر بار که الگوی

بزرگ‌تری به‌دســت آوردیــم، باز به همــان روش آن الگو را به الگویی باز هم بزرگ‌تر توســعه می‌دهیم؛ مانند شکل‌های ۱۰ و ۱۱.

شکل ۱۰

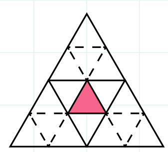


شکل ۱۱



اشکان: صبر کن! بی‌دقتی کردی! اگر بیشــتر توجه کنی، خواهی دید که الگوی ذوزنقه‌ای تنها نصف صفحه را کاشی‌کاری می‌کند و الگوی دیگر فقط سه ربع صفحه را! البته در مورد الگوی چهار مثلــث همان اتفاق می‌افتد که انتظار آن را داریم؛ یعنی، تمام صفحه را پر می‌کند (شکل ۱۲).

شکل ۱۲

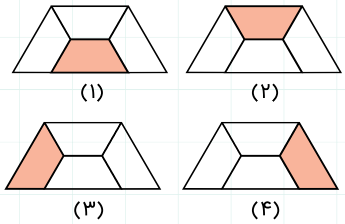


یحیی: من می‌توانم این مشکل را حل کنم! ما مجبور نیســتیم هر بار همان الگو را تکرار کنیم و شکل بزرگ‌تری به دست بیاوریم.

اشکان: منظورت را نمی‌فهمم.

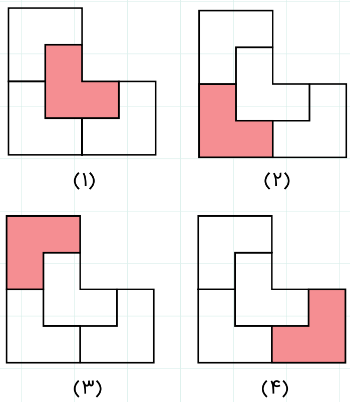
یحیی: به ذوزنقه‌های شکل ۱۳ توجه کن. هر بــار که الگوی ذوزنقه را تکرار می‌کنیم، چند انتخاب متفاوت داریم.

شکل ۱۳



یحیــی: در مــورد الگــوی دیگر هم همین‌طور (شکل ۱۴).

شکل ۱۴



مسئلهٔ ۳. از ایدهٔ یحیی استفاده کنید و مشکلی را که اشــکان در الگوهای ســیاوش پیدا کرد، با استفاده از این ایده برطرف کنید.

اشــکان: خوب می‌فهمم، بــا تکرار الگوها یکی پس از دیگری می‌توان به همین ترتیب، ناحیه‌های بزرگ و بزرگ‌تری را کاشی کرد. با این حال، برای هر شــکل مجبوریم ترتیب این الگوها را مشخص کنیم. این‌ها همه درست، اما اســتدلال سیاوش هنوز اشکال دارد.

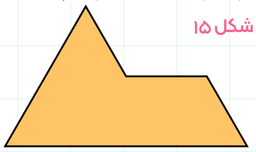
ســیاوش: درســت می‌گویی! حرف دیگری نــدارم ولی بدم نمی‌آید کمی بیشــتر بــا ایــده‌ام زورآزمایی کنم.

فراموش نکنید کــه ایدهٔ من به چند کاشی‌کاری زیبا در صفحه منجر شده است.

به‌خاطر داشته باشید که همواره باید درستی ایده‌های خود را به‌طور کامل بررسی کنید.

مسئلهٔ ۴. آیا می‌توانید شکل ۱۵ را با چهار نمونهٔ مشابه آن فرش کنید؟

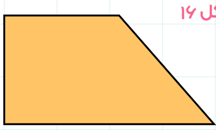
شکل ۱۵



یــک صفحــه را بــا مثلث‌هــای متساوی‌الاضلاع کاشــی‌کاری کنید. سپس با اســتفاده از این الگو تمام صحفه را با شکل ۱۵ فرش کنید.

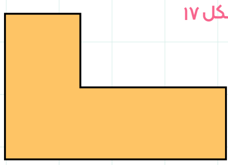
مسئلهٔ ۵. آیا می‌توانید شکل ۱۶ را با چهار نمونهٔ مشابه آن فرش کنید؟

شکل ۱۶



مسئلهٔ ۶. در مورد شکل ۱۷ چطور؟

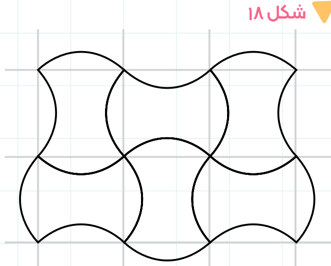
شکل ۱۷



یحیی: برای من این سؤال پیش آمده اســت که با چه کاشی‌هایی می‌توان تمام صفحه را فرش کرد.

سیاوش: بســیاری از این الگوها را می‌تــوان با یک تغییر پیوســته اما منظم، از همان کاشی‌کاری‌های قبل به دســت آورد. مثلاً کاشی شکل ۱۸ را من در کاشی‌کاری‌های کف خیابان دیده‌ام.

شکل ۱۸



منبع

تابش، یحیــی؛ حاجی‌بابایی، جواد؛ رســتگار، آرش (۱۳۷۹). آموزش هنر حل مسئله. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپروش. تهران.

تجربهٔ شیرین نوشتن

گفت‌وگو با دکتر خسرو داودی، مؤلف کتاب ریاضی و سردبیر سابق رشد ریاضی برهان

● محمدحسین دیزجی

دیپلم ریاضی را از «دبیرستان علوی» تهران گرفت و همان سال در آزمون سراسری دانشگاه‌ها (کنکور) رتبهٔ ۱۹۶ را به دست آورد و در رشتهٔ عمران دانشگاه تهران پذیرفته شد. از همان مهرماه سال ۱۳۶۷ که وارد دانشگاه تهران شد کار تدریس را شروع کرد. تجربهٔ تدریس در دوره‌های تحصیلی ابتدایی، راهنمایی و متوسطه را دارد و هنوز هم تدریس می‌کند.
برای ادامهٔ تحصیل به دانشگاه لندن در انگلستان رفت و تا دریافت مدرک دکترا در رشتهٔ آموزش ریاضی، تحصیلاتش را ادامه داد. علاوه بر تدریس، بیش از ۲۰ سال است که مدیریت «مدرسهٔ صلحا» را برعهده دارد. همکاری با «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی» به عنوان کارشناس و کارشناس مسئولی بخش دیگری از فعالیت‌های او در این سال‌هاست. مشارکت در بازسازی کتاب‌های ریاضی دوران دبستان و راهنمایی قدیم یا همان متوسطهٔ اول، همکاری با انتشارات مدرسه، سردبیری مجلهٔ رشد ریاضی برهان، و سال‌ها تدریس به دانش‌آموزان و آموزش معلمان و دبیران ریاضی در استان‌های متفاوت کشور، از جمله تجربه‌های ارزشمند دکتر خسرو داودی هستند. با هم گفت‌وگو با این مؤلف کتاب‌های درسی را می‌خوانیم.

● خاطرتان هست اولین بار که دربارهٔ یک مبحث ریاضی مطلبی نوشتید و منتشر شد، آن موضوع چه بود و کجا چاپ شد؟

○ اولین ارتباط من با نوشتن و مجله‌ها، با ویژه‌نامه‌های درسی شروع شد. فکر کنم برای بخش ویژه‌نامهٔ درسی مجله‌های رشد نوجوان و رشد جوان اولین مطالب را می‌نوشتم. البته چنین ویژه‌نامه‌هایی برای مجلهٔ رشد جوان نوشته و منتشر می‌شدند که به دعوت آقای **نیرومنش**، برای بخش ریاضی رشد نوجوان هم کار کردم. سرگرمی‌های ریاضی هم برای نوجوانان می‌نوشتم و در ادامه وقتی مجلهٔ برهان شروع به فعالیت کرد، در این مجله هم قلم می‌زدم. اولین مقالاتم به صورت رسمی دربارهٔ نسبت و تناسب در همین مجله منتشر شد. یادم هست اولین کارهای مرا آقای **پرویز شهریاری** ملاحظه کردند و روی آن نظر دادند. اظهار لطف و محبت داشتند که به من انگیزه داد وارد کار نوشتن در حوزهٔ ریاضی بشوم.

● نوشتن در حوزهٔ دانش ریاضی و اینکه دیگران آن را می‌خوانند تا چیزی یاد بگیرند، چه لذتی داشته و دارد؟

○ این تجربه بارهای اول برایم خیلی جالب و شیرین بود. خوب است در این فرصت به دوستانی که می‌خواهند تازه وارد نوشتن بشوند عرض کنم که وقتی شما برای اولین بار می‌نویسید، به صورت دست‌نویس حسی دارید و زمانی که کار شما به صورت صفحه‌آرایی‌شده و حروف‌چینی‌شده ارائه می‌شود، حس خاص دیگری دارید. احساس می‌کنید انگار این نوشتهٔ چاپ‌شده با متن اول شما خیلی متفاوت است. بعد از گذشت مدت زمانی هم وقتی دوباره به آن مطلب چاپ‌شده مراجعه می‌کنید، حس تازگی دیگری دارد. برای من در آن دو سه سال اول کار نوشتن بازخورد گرفتن از نظرات افراد خیلی جالب و قابل توجه بود. البته الان بعد از گذشت این همه سال نوشتن مطالب، مقاله‌ها و کتاب‌های متفاوت، شاید نوشتن دیگر آن جذابیت اولیه را برایم ندارد. الان آنچه که برایم اهمیت دارد این است نوشته‌ام روی معلمان و سایر مخاطبان تأثیرگذار باشد.

● چطور شـد گذرتان به مجلۀ رشد ریاضی برهان افتاد و چه مدت و چه مباحثی در این مجله نوشته‌اید؟

○ آن زمان مجلۀ رشـد ریاضی برهان در انتشارات مدرسه چاپ می‌شد و من از طریق ارتباطی که با مجله‌های رشد پیدا کرده بودم، با این دوسـتان هم آشـنا شدم. خاطرم هست اولین کتاب‌های کمک درسی که با من قراردادشان را بستند و من نوشتم، در انتشارات مدرسه بود. دو کتاب برای انتشارات مدرسه نوشتم. آن زمان مجلۀ رشد برهان برای بچه‌های دبیرسـتان منتشر می‌شد که قرار شد برای بچه‌های راهنمایی هم چنین مجله‌ای منتشر شود و من همکاری‌ام را با آن آغاز کردم. خاطره‌ای که با آقای شهریاری داشتم و عرض کردم، مربوط به اولین مطلب من در مجلۀ برهان راهنمایی بود. تا شـمارۀ ۴ برای مجله می‌نوشتم و از شمارۀ ۵ خودم سردبیر این مجله شدم. اوایل به صورت فصلنامه بود و بعد با توجه به پیگیری‌هایی که انجام دادم، این نشـریه را از انتشارات مدرسـه به ساختار مجله‌های رشـد منتقل کردم. توجیه من هم این بود که انتشارات مدرسه در حوزۀ کتاب کار می‌کند و مجله باید در مجموعۀ انتشارات رشـد قرار بگیرد. در ادامه هم پیگیری کردیم تا این مجله از صورت فصلنامه بـه صورت ماهنامه، یعنی هشت شماره در سال منتشر شود. البته بعد از من دوستان دیگری مسئولیت سردبیری را قبول کردند، ولی من کماکان به نوشتن در این مجله ادامه دادم.

● در آن دوران تلاش شما روی چه محورها و موضوع‌هایی اسـتوار بود و قصد داشتید نشریه چه مسـیری را برای مخاطبانش هموار کند؟

○ مجلۀ رشـد برهان راهنمایی در چهار شـمارۀ اول به سـردبیری آقای **امیری** منتشر شد، و بعد از آن سردبیری مجله به عهدۀ من گذاشـته شـد. با شروع سردبیری‌ام، برای مجله برنامه‌ای نوشـتم که خیلی هم از آن استقبال شـد و در ادامه نیز از سایر سـردبیران هم خواسته شد برای مجله‌ها به همین شکل برنامه نوشته شود. در واقع برنامـه به این نحو بود که باید برای یک سـال مجله‌ها برنامه‌ریزی می‌شد.

آن زمـان من تلاش کـردم که محتوا و حـال و هوای مجله متناسـب با دانش‌آموزان دورۀ راهنمایی باشـد. در واقـع محتوای مجلـه را از «کمک‌درسـی‌بودن» به «کمک‌آموزشـی‌بودن» بودن تبدیل کردم. در واقع یک سلسله مطالب جنبی و مطالب سرگرمی در حوزۀ ریاضی را هم برای مجله در نظر گرفتم. و سـراغ چیزهایی رفتم که در کتاب‌های درسـی کمتر به آن‌ها پرداخته می‌شد؛ مطالبی که شـاید جای آن در کتاب‌های درسـی نبود و شکل ارائۀ آن با کتاب‌های درسی متفاوت بود.

یکی از قدم‌های مثبـت دیگر به نظرم ارتباط با مخاطبان بود. آن زمان مسـابقه‌ای برای بچه‌ها در نظر می‌گرفتیم، پاسـخ‌های زیادی به مجله می‌رسید و ما به آن‌ها جایزه می‌دادیم. حتی راه حل‌های بچه‌ها، برای مسـئله‌ها را با عنوان «یک مسـئله با چند راه حل» منتشر می‌کردیم. آن زمان که خبری از رایانامه (ایمیل) و سامانه‌های الکترونیکی نبود، به پرسش‌های بچه‌ها پاسـخ می‌دادیم و از طریق نامه با آنان در ارتباط بودیم. حتی در آن زمان از مجله‌های مشـابهی که در انگلستان منتشر می‌شـدند، برای مجلۀ خودمان اسـتفاده می‌کردیم. البته بعـد از من، زمانی که خانم **چمن‌آرا** سردبیر شدند، مجله خیلی بهتر شد و شکل مطبوعاتی خیلی خوبی پیدا کرد. الان هم با پیگیری‌های آقای **نامی**، سـردبیر فعلی مجله همان حال‌و‌هوای خوب ادامه دارد.

● نگاه خودتان از دوران مدرسـه تا امروز به درس و دانش ریاضی چگونه بوده و هسـت؟ (مثلاً درسی سخت بود یا پیچیده، معما گونه و شیرین بود یا طور دیگر.)

○ من دوران دبسـتان را در «مدرسۀ معرفت» گذراندم که آنجـا مرحوم دکتر **جواهریان** حضور داشـتند و برای من دوران خیلی خوبی بود. در آن دوران من شـاگردی ممتاز و درجه یک بودم. مدرسه زیر نظر یک خیریه اداره می‌شد. سال سوم دبستان بودم که انقلاب شد و سال پنجم جنگ آغاز شـد. از اول راهنمایی به مدرسۀ علوی رفتم که سطح دانش‌آموزان آنجا خیلی بالا بود. در مدرسـۀ علوی مدتی زمان برد تا خودم را به سطح بچه‌های آنجا برسانم؛ با اینکه در دبستان شـاگرد ممتازی بودم. در سال سوم راهنمایی بروز و ظهور اسـتعداد ریاضی در من کم‌کم بیشـتر شد؛ به‌طوری که یکی از افرادی بودم که مسائل هندسه را خیلی خوب حل می‌کردم. موفقیتم در مسابقه‌های مدرسه برای من نقطۀ آغازی شد تا در ریاضی پیشرفت بیشتری داشته باشم. پیشـرفت من در درس ریاضی در دوران دبیرستان هم خیلی خوب بود. خاطرم هست در سال سوم دبیرستان من در آزمون المپیاد شـرکت کردم و مرحلـۀ اول را هم قبول شدم. سـابقه‌ام در درس ریاضی در دوران مدرسه و دبیرسـتان خوب بود و در آزمون سراسری دانشگاه‌ها هم درس ریاضی را ۸۲ زده بودم. سـیر صعودی من تقریباً از سال سوم راهنمایی شروع شد.

● بخشـی از سـال‌های کاری خودتان را به عنوان معلم ریاضی گذراندید. از آن سـال‌ها برایمان بفرمایید و اینکه روال و روش تدریس شما چگونه بوده است؟

○ وقتی معلم ریاضی شـدم سعی من بر این بود که معلم خیلی‌خیلی خوبی در این زمینه برای بچه‌ها باشم. به همین

خاطر در مدرسه سر کلاس معلمان دیگر می‌نشستم تا از آنان کلاس‌داری را یاد بگیرم. یا اینکه آنان را به کلاس خودم دعوت می‌کردم تا ایرادهای کارم را بگیرند و کلاس‌داری مرا نقد کنند. از آنجا که سن و سال من کمتر بود، راحت‌تر با بچه‌ها ارتباط برقرار می‌کردم. از نگاه خودم دو جنبهٔ مثبت در کارم وجود داشت.

اول: با اینکه در دوران مدرسه ریاضی خودم خوب بود، اما وضعیت بچه‌هایی را که ریاضی آنان خوب نبود به‌درستی درک می‌کردم. سعی من بر این بود که درس ریاضی را برای بچه‌ها ساده جلوه بدهم. هنوز هم در تدریس خودم این نکته را رعایت می‌کنم و می‌کوشم به سایر معلمان هم بگویم با رفتارتان، نحوهٔ برخوردتان و روش تدریستان، ریاضی را برای بچه‌ها سخت جلوه ندهید.

دوم: جنبهٔ دوم کارم این بود که سعی می‌کردم تدریسم هر سال متفاوت با سال‌های قبل باشد. به یاد ندارم که مطلبی را طی دو سال عیناً تکرار کرده باشم. همیشه کوشیده‌ام کار قبلی خودم را اصلاح و بهتر کنم. یادم هست در همان چند سال اول به برخی از معلمان که با روش تدریس تکراری، همان شیوه‌ها، روش‌ها و حرف‌زدن‌ها را سال‌های بعد عیناً تکرار می‌کردند، توصیه می‌کردم که معلم باید همیشه خودش را به‌روز نگه دارد و از شیوه‌های جدید استفاده کند. شاید رعایت همین موارد باعث شد من طرح درس‌های خوبی بنویسم و ارتباطم با دفتر تألیف برقرار شود. از همان سال سوم یا چهارم تدریسم بود که به‌خاطر روش کارم شروع به تدریس برای معلمان کردم؛ با اینکه سن و سال کمی هم داشتم. همین تدریس من برای معلمانی که از خودم بزرگ‌تر بودند، باعث شد مرتب در حال مطالعه و یاد گرفتن باشم و این حرکت باعث رشد خودم شد.

● هر کسی از موفقیت تعریفی برای خودش دارد. دانش‌آموز موفق و معلم موفق را در روزگار امروز چطور تعریف می‌کنید؟

○ در روزگار امروز دانش‌آموز موفق دانش‌آموزی است که درس را به خاطر درس یاد می‌گیرد، نه به خاطر نمره، رتبه و قبولی در آزمون سراسری دانشگاه‌ها. اگر کسی با این نگاه درس را یاد بگیرد، هم کار برایش شیرین‌تر می‌شود، هم به موفقیت می‌رسد و هم نمرهٔ دلخواهش را می‌گیرد. معلم موفق هم کسی است که خودش را همواره به‌روز نگه می‌دارد و کاری نمی‌کند که شاگردانش از خودش پیشی بگیرند. به نظر من آن معلمی موفق است که وقتی شاگردش از دبیرستان و دانشگاه با بهترین مدارج علمی فارغ‌التحصیل شد و یک روز نزد او آمد، با همهٔ مدارجی که کسب کرده است، احساس کند باز معلمش از او بالاتر است و بیشتر می‌داند. یعنی اقتدار علمی را بالای سر دانش‌آموزان خودش داشته باشد.

● عشق و علاقهٔ ما نسبت به هر چیزی دلیل یا دلیل‌هایی دارد. چرا ریاضیات را دوست دارید و بخش بزرگی از زندگی‌تان را صرف آموزش این علم در شکل‌ها و قالب‌های متفاوت (معلمی، تدریس، تألیف کتاب درسی، نویسندگی، سردبیری و ...) کردید و این کار هنوز ادامه دارد؟

○ حل‌کردن مسئله برای آدم لذت‌بخش است. وقتی شما می‌توانید کلید حل مسئله را پیدا کنید، چه در ابتدایی چه سال آخر متوسطه، برای شما لذت دارد. وقتی شما می‌توانید مسئله‌ای را حل کنید که دیگران در حل آن هنوز در فکر و اندیشه هستند، به‌یقین برایتان شیرین و لذت‌بخش است و همین موضوع برای شخص عامل ایجاد علاقه و انگیزه می‌شود. در آموزش هم همین‌طور است. وقتی شما با شیوه و روش خودتان بچه‌ها را جذب درس می‌کنید، آن هم برای خودش لذت‌بخش است. در مقطع بالاتر، یعنی آموزش به معلمان هم همین حس وجود دارد. یعنی وقتی شما می‌توانید روی ۳۰ معلم اثرگذار باشید و رویکرد آنان را بهبود ببخشید و توجه داشته باشید که هر کدام از آن‌ها با ۳۰ دانش‌آموز سروکار دارند، حس خیلی خوبی پیدا می‌کنید. در ادامه وقتی شما می‌توانید روی کتاب درسی تغییراتی ایجاد کنید که در آموزش و یادگیری دیگران اثرگذار است، این حس به مراتب ارزشمندتر می‌شود.

● از حضورتان در این گفت‌وگو صمیمانه سپاسگزاریم.

خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم!

مصرف آب در ایران معقول است؟

کمی فکر کنیم

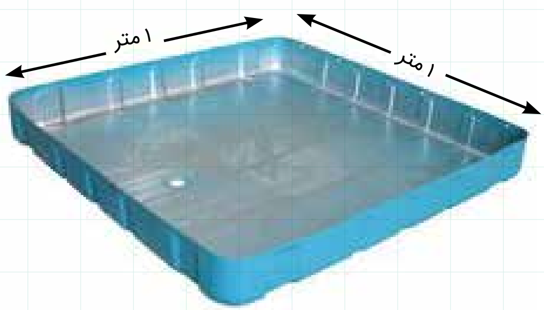
در روزهای گرم تابستان هوای گرم تأثیر زیادی بر بخش‌های متفاوت زندگی می‌گذارد؛ گرمازدگی، بعضی از بیماری‌ها، کلافگی، هیجانی‌شدن، تعرق زیاد بدن، جوش‌آوردن خودروها، مصرف زیاد آب و خیلی موارد دیگر. اما در این بین آنچه می‌تواند بحران‌آفرین شود، کمبود آب است. آب مایهٔ حیات و زندگی است و بدون آن شرایط بسیار سخت و بحرانی می‌شود. به دنبال افزایش دمای هوا و ورود موج هوای گرم به ایران، شرکت آب و فاضلاب استان تهران نسبت به افزایش میزان مصرف آب هشدار داد. در این اطلاعیه آمده‌است: «با افزایش دمای هوا، میزان مصرف آب در شهر تهران به‌طور چشمگیری افزایش یافته است و روزهای اخیر مصرف آب در این شهر به رقم سه میلیارد و هفتصد میلیون لیتر در هر شبانه‌روز رسیده است.»

یک بار دیگر این عدد را بخوانید. باورتان می‌شود در یک شهر، در هر شبانه‌روز این مقدار آب مصرف شود؟ سؤال مهم این است که این میزان مصرف آب معقول است؟ کمی فکر کنیم ببینیم این مقدار آب صرف چه چیزی می‌شود. شما هم قبل از مطالعهٔ ادامهٔ مطلب به این موضوع فکر کنید و فهرستی از مصرف آب در یک شهر تهیه کنید. برای این کار می‌توانید به یک شبانه‌روز زندگی خودتان فکر کنید. از صبح تا شب هر فرد یا یک خانواده برای چه اموری آب مصرف می‌کنند.

حمام‌رفتن، دست‌شویی، وضوگرفتن، درست‌کردن چای و غذا، شستن ظرف و لباس، آب‌دادن به باغچه و گلدان‌ها، مسواک‌زدن، تأمین آب کولر آبی، شستن خودروی سواری و موتور، و شستن میوه و سبزی‌ها به‌طور معمول هر روز اتفاق می‌افتند. حالا شما می‌توانید در سطح شهر ببینید غیر از این موارد چه مصرف‌های دیگری برای زندگی شهری می‌توانید در فهرست خود اضافه کنید.

محاسبه کنیم

بیایید یک مورد را با استفاده از ریاضیات دقیق‌تر محاسبه کنیم. فکر می‌کنید کولر آبی چه مقدار آب مصرف می‌کند؟ کولر آبی به‌طور تقریبی ۱ متر مکعب حجم دارد. یعنی اگر کف آن را در نظر بگیریم که آب در آن قسمت قرار دارد و پمپ می‌شود، یک مربع یک متر در یک متر خواهیم داشت؛ همان‌طور که در تصویر ۱ ملاحظه می‌کنید. مقدار آبی را که کف کولر جمع می‌شود می‌توانیم محاسبه کنیم:



تصویر ۱. کف کولر آبی که مخزن آب است.

ارتفاع×عرض×طول=حجم

=۱۰۰ × ۱۰۰ × ۱۰

سانتی‌متر مکعب ۱۰۰۰۰۰=

می‌دانیم که هر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب برابر با یک لیتر است، پس:

مقدار آب کف کولر آبی (لیتر) ۱۰۰=۱۰۰÷۱۰۰۰۰۰

وقتی کولر آبی کار می‌کند این آب پمپ می‌شود و پوشال‌های کولر را خیس می‌کند تا جریان هوا پس از عبور از پوشال‌های خیس خنک و وارد کانال کولر شود. اضافهٔ آب به تدریج به کف کولر برمی‌گردد، اما بخشی از آن نیز در اثر گرما تبخیر می‌شود. با بازبودن آب ورودی کولر نیز به‌تدریج آب تبخیرشده جایگزین می‌شود تا همیشه مقدار آب کف کولر همان ۱۰۰ لیتر بماند. برای اینکه میزان تبخیر آب را متوجه شوید کافی است که آب ورودی کولر را ببندید. در کمتر از یک شبانه‌روز در فصل گرما، تمام ۱۰۰ لیتر

آب بخار می‌شود و آبی باقی نمی‌ماند. در شهر تهران که حدوداً هشت میلیون جمعیت دارد (بدون در نظر گرفتن حومهٔ شهر)، اگر تعداد اعضای یک خانواده را چهار نفر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

۸۰۰۰۰۰۰÷۴=۲۰۰۰۰۰۰ خانواده

اگر از این تعداد ۶۰ درصد از کولر آبی استفاده کنند خواهیم داشت:

۲۰۰۰۰۰۰×۶۰÷۱۰۰=۱۲۰۰۰۰۰ تعداد کولر آبی

۱۲۰۰۰۰۰×۱۰۰=۱۲۰۰۰۰۰۰۰ لیتر

مقدار آب مورد نیاز کولرها در یک شبانه‌روز

اگرچه این روش محاسبه تقریبی است، اما حس خوبی به ما می‌دهد که اهمیت توجه به این موضوع را بیشتر متوجه شویم و دنبال راه‌هایی برای صرفه‌جویی در مصرف همین مقدار آب باشیم. برای مثال توجه می‌شود که اگر روی کولرهای آبی سایبانی گذاشته شود، تا حد زیادی می‌تواند از تبخیر آب جلوگیری کند. همچنین کارایی کولر را بالا می‌برد تا کمتر روشن بماند و در نتیجه آب کمتری تبخیر شود.

با همین شیوه موارد دیگر را هم بررسی کنید. برای مثال، شیر آب حمام را باز کنید و در چند ثانیه ببینید چند لیتر آب از آن خارج می‌شود. برای این کار می‌توانید زیر شیر یک پارچ آب بگیرید و با زمان‌سنج ببینید بعد از چند ثانیه این پارچ آب پر می‌شود. فرض کنید بعد از ۱۰ ثانیه یک پارچ ۱/۵ لیتری پر شده باشد، پس:

(هر دقیقه ۶۰ ثانیه است) لیتر در دقیقه ۱/۵×۶=۹

اگر حمام رفتن یک نفر ۲۰ دقیقه طول بکشد. خواهیم داشت:

۹×۲۰=۱۸۰ (لیتر)

یعنی اگر شیر آب را باز بگذارید و ۲۰ دقیقه در حمام بمانید، در حدود ۱۸۰ لیتر آب مصرف کرده‌اید. جالب است بدانید که در یک مطالعه با حسگرهایی که روی دوش حمام نصب کردند و ۲۶۰۰ مورد حمام رفتن افراد در ۱۰۰ خانواده را بررسی کردند، دریافتند در هر دوش‌گرفتن ۸ دقیقه‌ای ۶۲ لیتر آب مصرف می‌شود.

با توجه به این موضوع، اگر در شهر تهران افراد یک روز در میان همان دوش ۸ دقیقه‌ای را برای حمام‌کردن مصرف کنند، خواهیم داشت:

۸۰۰۰۰۰۰×۶۲=۴۹۶۰۰۰۰۰۰ لیتر برای دو روز

۴۹۶۰۰۰۰۰۰÷۲=۲۴۸۰۰۰۰۰۰ لیتر در هر شبانه‌روز

حالا که روش محاسبه را یاد گرفته‌اید می‌توانید در مواردی که فهرست کرده‌اید، با استفاده از دانش ریاضی خود محاسبه‌های بهتری انجام دهید تا درک بهتری نسبت به موضوع پیدا کنید.

بیشتر فکر کنیم

اگر به هر کدام از موارد مصرف آب در یک شهر فکر کنید، راه‌های بسیار زیادی برای استفادهٔ معقول‌تر و بهتر از آب که مایهٔ حیات است پیدا خواهید کرد. برای مثال، وقتی میوه یا سبزی‌ها را می‌شوییم، می‌توانیم آبی را که در ظرف‌شویی مانده است، هدرندهیم و برای آب‌دادن گلدان از آن استفاده کنیم. یا در زمان حمام رفتن، لازم نیست شیر آب در تمام مدت باز باشد. برای مسواک‌زدن می‌توان حداکثر از یک لیوان استفاده کرد. هنگام وضوگرفتن آب کمتری می‌توان صرف کرد. در این مورد دستورات دینی فراوانی داده شده‌اند. در همان اطلاعیهٔ شرکت آب و فاضلاب استان تهران که در ابتدای مطلب ذکر کردم، این جمله نیز وجود دارد:

«تنها با ۱۰ درصد کاهش مصرف آب و پرهیز از مصرف‌های غیرضروری در شهر تهران می‌توان حدود ۱۲۰ میلیون متر مکعب (هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است)، یعنی معادل ۷۰ درصد سد امیرکبیر، آب را حفظ و ذخیره کرد.»

یک بار دیگر در مورد این عددها بیندیشید. آیا واقعاً می‌توان ۱۰ درصد مصرف آب را کاهش داد؟

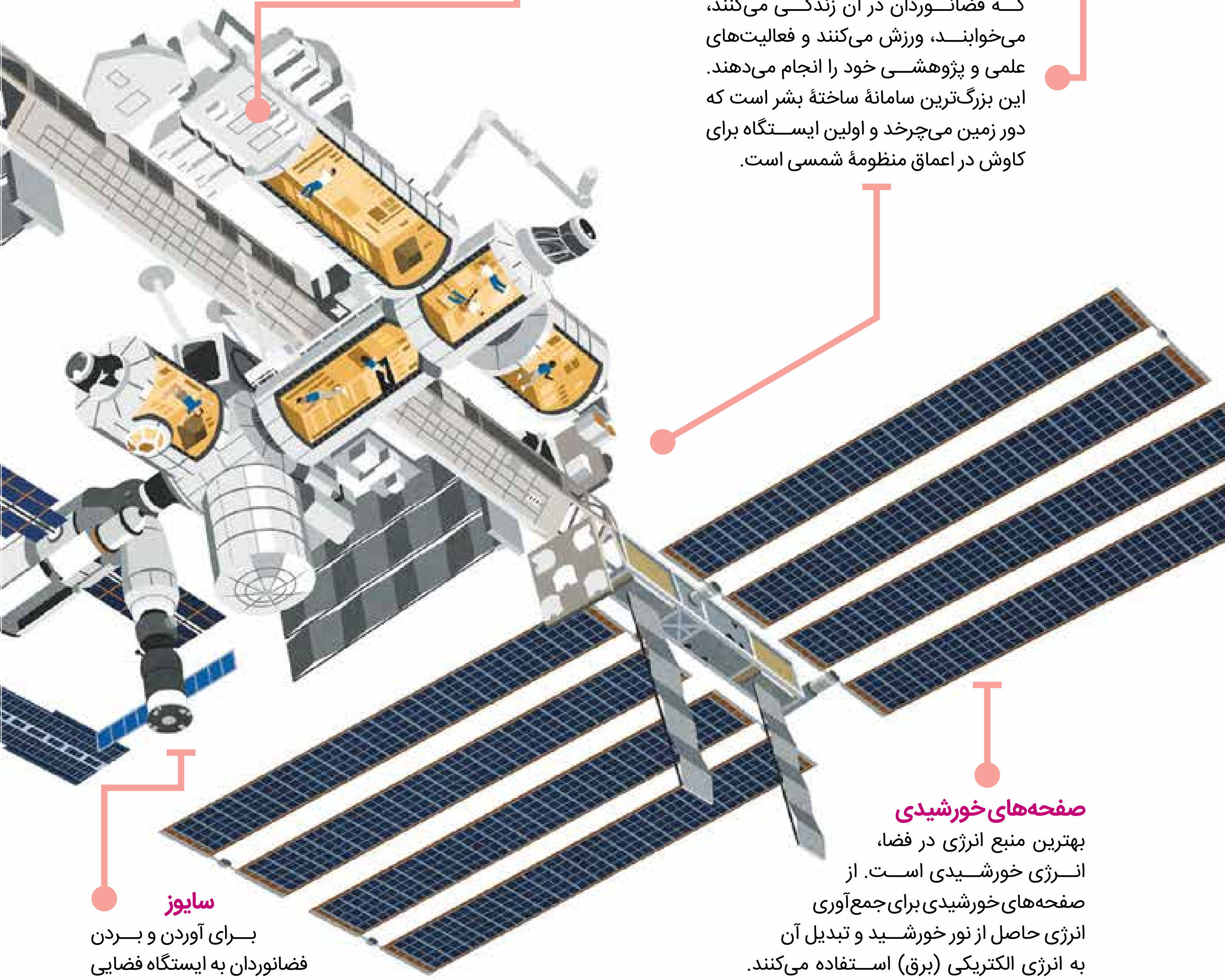
روح‌الله خلیلی‌بروجنی

خانهٔ فضانوردان

«ایستگاه فضایی بین‌المللی»[۱] جایی است که فضانوردان در آن زندگی می‌کنند، می‌خوابند، ورزش می‌کنند و فعالیت‌های علمی و پژوهشی خود را انجام می‌دهند. این بزرگ‌ترین سامانهٔ ساختهٔ بشر است که دور زمین می‌چرخد و اولین ایستگاه برای کاوش در اعماق منظومهٔ شمسی است.

بخش کیبو

بخش ژاپنی کیبو[۲] یکی از مکان‌هایی است که در آن آزمایش‌های گوناگونی انجام می‌شود. این بخش اتاقک کوچکی دارد که فضانوردان می‌توانند از آن برای انجام آزمایش‌هایی خارج از ایستگاه فضایی بین‌المللی استفاده کنند.

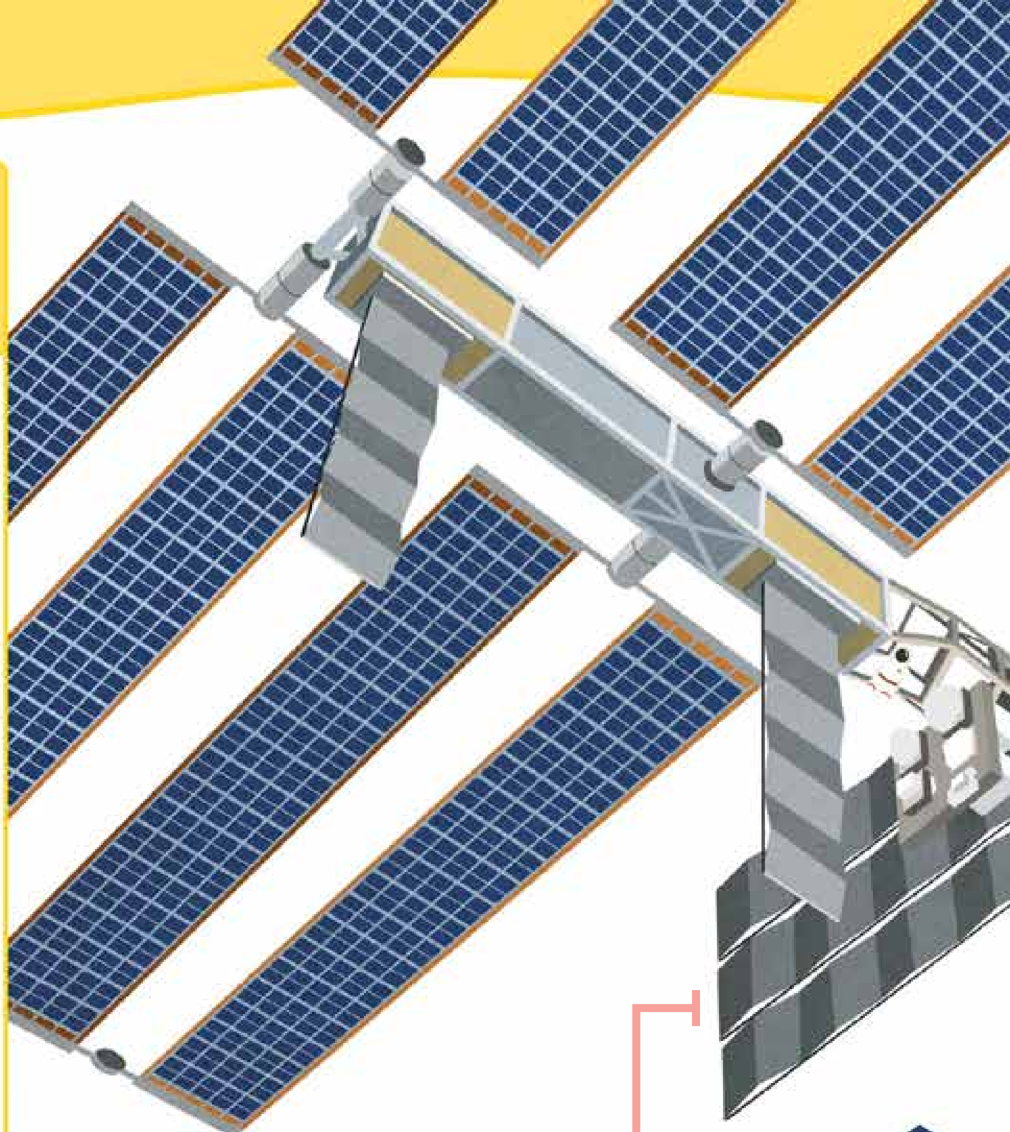


صفحه‌های خورشیدی

بهترین منبع انرژی در فضا، انرژی خورشیدی است. از صفحه‌های خورشیدی برای جمع‌آوری انرژی حاصل از نور خورشید و تبدیل آن به انرژی الکتریکی (برق) استفاده می‌کنند. مساحت هر صفحهٔ خورشیدی ۴۲۰ مترمربع (به طول ۳۵ متر و عرض ۱۲ متر) است که می‌تواند ۳۱ کیلووات توان الکتریکی تولید کند.

سایوز

برای آوردن و بردن فضانوردان به ایستگاه فضایی بین‌المللی از محفظهٔ سایوز استفاده می‌شود. این محفظه‌ها توسط موشک‌هایی با همین نام بین زمین و ایستگاه جابه‌جا می‌شوند.



سامانهٔ پایش دما

ایستگاه فضایی بین‌المللی به چندین سامانهٔ پایش دما مجهز است تا دمای ایستگاه را برای فضانوردان داخل آن مناسب نگه دارد. بدون وجود این سامانه‌ها، دمای سمت رو به خورشید ایستگاه به ۱۲۰ و سمت تاریک آن به منفی ۱۵۰ درجهٔ سانتی‌گراد می‌رسد.

بخش زیوزدا

«زیوزدا»[3] بخش روسی ایستگاه فضایی بین‌المللی است. در این بخش سامانه‌های پشتیبانی زندگی فضانوردان قرار دارند. همچنین امکان اقامت دو فضانورد در این بخش وجود دارد.

فضانوردان در فضا چه می‌کنند؟

پیاده‌روی فضایی

گاهی فضانوردان برای تعمیر و نگهداری فضای بیرونی ایستگاه فضایی بین‌المللی به پیاده‌روی فضایی می‌روند.

آزمایش‌های علمی

فضانوردان نحوهٔ رفتار مواد و موجودات زنده را در فضا مطالعه می‌کنند. یافته‌های آن‌ها می‌تواند به زندگی ما کمک کند.

آزمون

؟

۱. بدون وجود سامانهٔ پایش دما در ایستگاه فضایی بین‌المللی، دمای آن به چقدر می‌تواند برسد؟

۲. صفحه‌های خورشیدی در ایستگاه فضایی چه کار می‌کنند؟

۳. بخش کیبو برای چه مواردی استفاده می‌شود؟

پی‌نوشت‌ها

1. International Space Station (ISS)
2. Kibo
3. Zvezda

قسمت پنجم

ریاضی و نشانی

شراره تقی‌دستجردی، صبا قاسمی

روش مهم‌تر از جواب

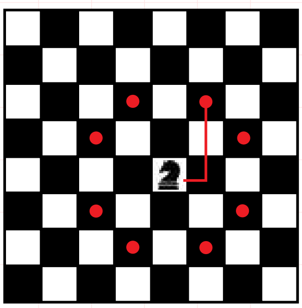
در چهار شمارهٔ قبل کمی با ریاضیات پنهان در نشانی‌دادن آشنا شدیم. برای این کار فرض کردیم در صفحهٔ مختصاتی با نقطه‌های صحیح هستیم. همچنین حرکت‌های مجاز را تنها حرکت‌های رو به بالا، پایین، چپ و راست در نظر گرفتیم. در نهایت بررسی کردیم با چه ترکیبی از این حرکت‌ها و با کدام قوانین حرکتی می‌توان به نقطه‌های مجاور و در نتیجه به سایر نقطه‌های صفحه رفت.

اکنون فرض کنید حرکت‌های مجاز را به‌گونهٔ دیگری در نظر بگیریم. برای این کار، بیایید این بار سوار بر اسبی در صفحهٔ شطرنج شویم!

اسب در صفحهٔ شطرنج حرکت به نسبت عجیبی دارد، چرا که به صورت L حرکت می‌کند. در واقع اسب اول یک خانه به چپ یا راست (یا بالا یا پایین) و سپس دو خانه به بالا یا پایین (یا چپ و راست) حرکت می‌کند. در این بین اسب می‌تواند از روی مهره‌های دیگر به‌راحتی بپرد و برای او تنها خانهٔ مقصدش مهم است. برای مثال در شکل ۱، اسب می‌تواند به هر یک از خانه‌های نشان داده‌شده برود.

نحوهٔ حرکت اسب سؤال‌های جالبی را در ریاضی به وجود آورده است؛ از جمله اینکه: «اگر سوار بر اسب شطرنج باشید، آیا می‌توانید به هر خانهٔ دیگری از صفحهٔ شطرنج بروید؟

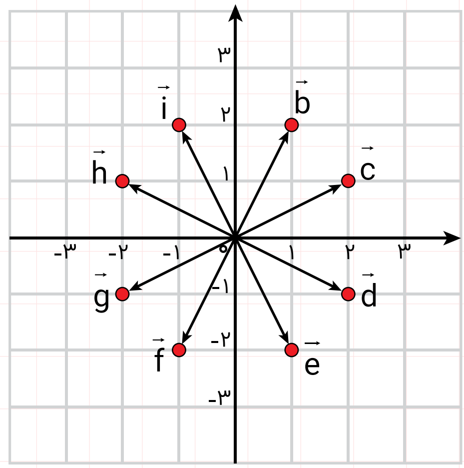
شکل ۱



اما اجازه دهید به جای آنکه خودمان را به صفحهٔ شطرنج محدود کنیم، حالت کلی‌تری را بررسی کنیم و مانند چند شمارهٔ قبل، این بار هم فرض کنیم در صفحهٔ مختصات با نقطه‌های صحیح هستیم؛ به طوری که صفحهٔ مختصات از هر طرف تا بی‌نهایت ادامه دارد (تا محدودیت صفحهٔ شطرنج را که فقط شامل ۶۴ خانه است، نداشته باشیم). در این صورت اگر در مبدأ مختصات باشیم، می‌توانیم به یکی از نقاط قرمزشده در شکل ۲ برویم.

درست مانند حرکت روی محور عددها از یک نقطه (مبدأ حرکت) به نقطهٔ دیگر (مقصد حرکت)، می‌توانیم سفر از نقطهٔ مبدأ به نقطهٔ مقصد را برای دو نقطه در صفحه نیز، با یک بردار نشان دهیم. در واقع این بردار، نشانی این سفر را به ما خواهد داد.

شکل ۲



در شکل ۲ برای هشت امکان متفاوت حرکت اسب، هشت بردار رسم شده است.

- اگر اسب دوبار این‌طور حرکت کند که دو واحد به سمت بالا و یک واحد به سمت راست برود، در این صورت در چه خانه‌ای متوقف می‌شـــود؟ با توجه به مبدأ اولیه و مقصد نهایی اسب، برای کل حرکت آن یک بردار بکشید.

می‌توانیم هر بــردار را با مشـــخص‌کردن مختصات طول و عــرض لازم برای انتقال از نقطهٔ مبدأ به نقطهٔ مقصد نشـــان دهیم. بدین صورت که مؤلفهٔ بالایی بیانگر میزان حرکت افقی و مؤلفهٔ پایینی بیانگر میزان حرکت عمودی اســـت. بنابراین بردارهای حرکت اسب در شکل ۲ چنین هستند:

$\vec{b}=\begin{bmatrix}+1\\+2\end{bmatrix}$، $\vec{c}=\begin{bmatrix}+2\\+1\end{bmatrix}$، $\vec{d}=\begin{bmatrix}+2\\-1\end{bmatrix}$، $\vec{e}=\begin{bmatrix}+1\\-2\end{bmatrix}$، $\vec{f}=\begin{bmatrix}-1\\-2\end{bmatrix}$، $\vec{g}=\begin{bmatrix}-2\\-1\end{bmatrix}$، $\vec{h}=\begin{bmatrix}-2\\+1\end{bmatrix}$ و $\vec{i}=\begin{bmatrix}-1\\+2\end{bmatrix}$.

در مسئلهٔ بالا، در واقع اسب دوبار با بردار $\vec{b}$ حرکت کرده و بردار کل حرکت آن برابر است با:

$$\vec{b}+\vec{b}=\begin{bmatrix}+1\\+2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+1\\+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+2\\+4\end{bmatrix}=2\vec{b}$$

• اکنون نوبت شماست!

الف) فرض کنید اسب از مبدأ مختصات شروع به حرکت می‌کند و در هر حرکت ماننـــد بردار $\vec{e}$ می‌پرد. در این صورت اگر دوبار این کار را انجام دهد، در چه نقطه‌ای متوقف می‌شود؟ بردار کل حرکت او چیست؟

ب) اگر اسب با شروع از مبدأ مختصات، ابتدا با بردار $\vec{b}$ و سپس با بردار $\vec{c}$ حرکت کند، در چه نقطه‌ای متوقف می‌شود؟ بردار کل حرکت آن چیست؟

پ) در پرســـش بالا، اگر ترتیب حرکت آن جابه‌جا شود، یعنی ابتدا با بردار c و ســـپس با بردار b حرکت کند، در چه نقطه‌ای متوقف می‌شود؟ بردار کل حرکت اسب چیست؟

ت) آیا جمع بردارهای حرکت اسب خاصیت جابه‌جایی دارد؟

حالا که کمی با بردارها آشنا شدیم، به مسئلهٔ اصلی‌مان برگردیم:
آیا اسب می‌تواند از هر نقطه به هر نقطهٔ دیگری سفر کند؟
برای ســـاده‌کردن کارمان، مانند آنچه در شماره‌های قبل انجام دادیم، به جای اینکه ســـفر به بی‌نهایت نقطه را بررسی کنیم، کافی است فقط امکان رفتن به نقطه‌های مجاور را بسنجیم. (چرا؟). اما آیا لازم است هر چهار نقطهٔ مجاور را بررسی کنیم؟ به تصویر بردارهای حرکت اسب نگاه کنید. همان‌طور که می‌بینید این حرکت‌ها متقارن و محورهای x و y دو محور تقارن برای این بردارها هستند. در نتیجه کافی است بررسی کنیم که: «آیا اسب می‌تواند از یک نقطه (که در اینجا مبدأ مختصات است) به نقطهٔ سمت راستش حرکت کند یا نه؟»
پس با نمادگذاری به روش مختصات، مسئلهٔ مورد نظرمان را چنین می‌نویسیم:
آیا با ترکیب تعداد متناهی بردار از بردارهای $\vec{b}$، $\vec{c}$، $\vec{d}$، $\vec{e}$، $\vec{f}$، $\vec{g}$، $\vec{h}$ و $\vec{i}$ می‌توان از مبدأ مختصات (یعنی نقطهٔ $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$) به نقطهٔ $\begin{bmatrix}+1\\0\end{bmatrix}$ منتقل شد؟
این مسئله معادل با این است که:
مسئلهٔ حرکت اسب: آیا مجموع تعداد متناهـــی از بـــردارهـــای b، c، d، e، f، g، h و i برابر با بردار $\begin{bmatrix}+1\\0\end{bmatrix}$ می‌شود؟

• باز هم نوبت شماست!

الف) پاسخ مسئلهٔ حرکت اسب چیست؟

ب) کمترین تعداد برداری که با هم جمع می‌شوند تا بردار $\begin{bmatrix}+1\\0\end{bmatrix}$ به دست آید، چندتاست؟ به چند روش این تعداد بردار را باید جمع کرد؟

مشابه مسئلهٔ حرکت اســـب، می‌توان مسئله‌ای برای حرکت فیل در صفحهٔ شطرنج تعریف کرد. با ذکر اینکه فیل در صفحهٔ شطرنج به صورت قطری حرکت می‌کند، یعنی در بردار حرکت اسب، مؤلفهٔ طول و عرض با هم برابر هستند (برخلاف حرکت اســـب که یکی دوبرابر دیگری اســـت). پس اگر فیل در ابتدا در مبدأ مختصات باشـــد، با یک حرکت می‌تواند به نقطه‌ای بـــا مختصات $\begin{bmatrix}n\\n\end{bmatrix}$ یا $\begin{bmatrix}-m\\-m\end{bmatrix}$ برود کـــه در آن n و m عددهای طبیعی هستند.

مسئلهٔ حرکت فیل: آیا با مجموع تعداد متناهی از حرکت فیل می‌توان از مبدأ مختصات به نقطهٔ $\begin{bmatrix}+1\\0\end{bmatrix}$ رســـید؟ اگر بله، برای آن یک روش نشان دهید و اگر خیر، چرا؟

ادامه دارد ...

پروفسور نمره الف

ریاضی‌دان معاصر: دکتر رحیم زارع‌نهندی

بهزاد منوچهریان ● تصویرگر: حسین یوزباشی

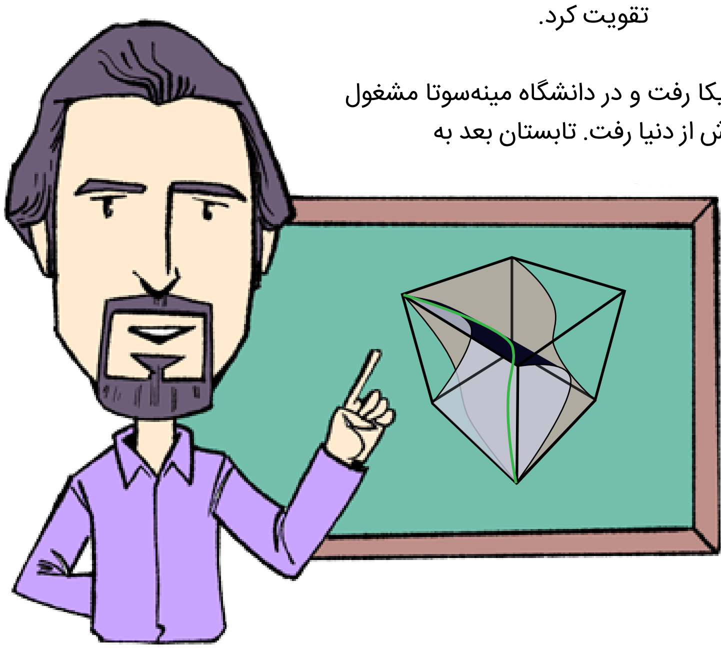
در ســال ۱۳۲۷ در تبریز به دنیا آمــد. اولین فرزند خانواده بود و تا زمانی که دیپلم گرفت، در تبریز بود. با شــرکت در آزمون ورودی دانشگاه‌های تبریز و تهران، در دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران پذیرفته شد و رشتهٔ ریاضی را انتخاب کرد.

از دوران دانشجویی در دورهٔ کارشناســی، خاطرات خوبی از تدریس زیبای دکتر **محمدقلی جوانشیر خویی** که درس «مکانیک استدلالی» را از کتاب جالب‌توجه پروفسور **محمدتقی فاطمی** ارائه می‌کرد، به‌یاد می‌آورد.

در سال ۱۳۴۹ که دورهٔ کارشناسی را با موفقیت به پایان رساند، در حالی که به خدمت سربازی مشغول شد، با موافقت و هماهنگی با مســئولان حوزهٔ خدمتش، توانست هم‌زمان به تحصیل در دورهٔ کارشناسی ارشد ریاضی در دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران نیز بپردازد.

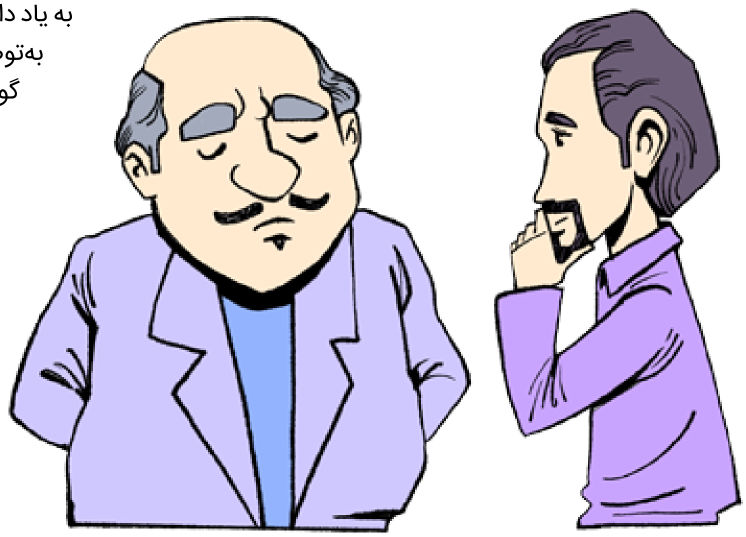
یکی از اســتادانی که در دوره‌های کارشناسی و کارشناسی‌ارشد درس‌های پرمحتوا و جدید ارائه می‌داد، دکتر **سید کاظم للّهی** بود. دکتر للّهی در دورهٔ کارشناسی‌ارشد استاد راهنمای او بود و چندی بعد در استخدام او هم نقش داشت.

در ســال ۱۳۵۲، پــس از گرفتــن مــدرک کارشناسی‌ارشد، به‌عنوان مربی در گروه ریاضی دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران استخدام شد و به مدت دوســال‌ونیم با حل تمرین درس‌های گوناگون برای دانشجویان، بنیهٔ علمی خود را هم تقویت کرد.



در ســال ۱۳۵۵ برای ادامهٔ تحصیل به آمریکا رفت و در دانشگاه مینه‌سوتا مشغول تحصیل شــد. متأســفانه دو ماه بعد پدرش از دنیا رفت. تابستان بعد به ایران آمد و پس از رســیدگی به امور خانواده، دوباره به آمریکا بازگشت.

از استاد راهنمایش، **پروفسور رابرتز**، در مینه‌سوتا، خاطرات شیرینی به‌یاد دارد و از او بــه نیکی یــاد می‌کند. رحیم دانشــجوی خوبی بــود و در بیشتر درس‌های دورهٔ دکترا نمرهٔ الف می‌گرفت. شاید به همین سبب بود که پروفسور رابرتز تقاضایش را برای اینکه استاد راهنمایش شود، با روی خوش پذیرفت.



به یاد دارد، تا قبل از انتخاب موضوع پایان‌نامه، به‌توصیهٔ استاد، به مدت دو سال مقالات گوناگون را می‌خواند. آن زمان از آن همه مقاله خواندن خسته شده بود، اما بعدها متوجه شد این کار چقدر سودمند بوده است.
دو ماه پس از دفاع از پایان‌نامه، پس از اتمام تدریس، در سال ۱۳۶۱ عازم ایران شد. از همان هنگام، با حمایت و همراهی استادانش که اینک همکاران او بودند، تدریس درس‌هایی چون جبر (۱)، جبر (۲) و جبر خطی را به‌عهده گرفت.
هنگام بازگشایی دانشگاه‌ها پس از انقلاب فرهنگی، معاون آموزشی دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران بود.

در سال‌های ۱۳۶۵ و ۱۳۶۶ به‌اتفاق چند تن از همکارانش برنامهٔ دورهٔ دکترای ریاضی در دانشگاه تهران را تهیه کردند. این دوره از سال ۱۳۶۶ در دانشگاه تهران آغاز شد.

پس از چند سال تدریس و پرداختن به امور اجرایی و مدیریتی، می‌خواست به فرصت مطالعاتی برود. علاقه‌مند بود نزد استادش به آمریکا بازگردد تا با هم برای حل مسئله‌ای که در پایان‌نامهٔ دکترایش مطرح شده بود و تنها در یک حالت حل شده بود، پژوهش کنند. اما به این کار موفق نشد. دست تقدیر او را به ایتالیا برد تا در کنار استاد دیگری به نام **پروفسور سالمون** برای حل آن مسئله تلاش کند.
پس از چند بار رفتن او به ایتالیا و آمدن پروفسور سالمون به ایران و نوشتن چند مقاله به‌اتفاق یکدیگر، عاقبت در سال ۱۳۸۳ (۲۰۰۴میلادی) آن‌ها توانستند مسئلهٔ پایان‌نامه‌اش را در حالت کلی حل کنند. این موضوع در دنیای ریاضیات موفقیت بزرگی محسوب می‌شد.
سال‌ها از اعضای فعال انجمن ریاضی بود و علاوه بر عضویت دو دورهٔ شورای اجرایی انجمن ریاضی، دو دوره هم رئیس انجمن بود.
پس از پنجاه سال حضور و فعالیت در گروه ریاضی دانشگاه تهران، بالاخره در سال ۱۳۹۶ به افتخار بازنشستگی نایل شد؛ هرچند پس از آن نیز از امور مطالعاتی و اظهارنظر و داوری در طرح‌های ریاضی دست نکشیده است.

محرم ایردموسی

روش‌هایی برای خودمانی‌کردن رمزها

دنیای امروز دنیای اینترنت و ارتباطات است و در آن بسیاری از فعالیت‌ها و کارها را می‌توان به‌صورت مجازی انجام داد؛ فعالیت‌هایی مانند فرستادن پیام، خرید و فروش، آموزش، و بسیاری از کارهای دیگر. تقریباً در تمام این فعالیت‌های مجازی به تعریف شناسهٔ کاربری و رمز نیاز است.

برای تعریف رمز، بسته به اینکه چقدر امنیت اطلاعات مهم باشد، قوی‌بودن رمز تعریف‌شده اهمیت دارد. منظورمان از قوی‌بودن رمز این است که به‌راحتی نتوان آن را پیدا کرد یا حدس زد. برای مثال، اگر سال تولدتان را به‌عنوان رمز (مثلاً ۱۳۸۷) انتخاب کنید، دزدان دنیای مجازی به‌راحتی می‌توانند به آن دست پیدا کنند (آن‌ها شگردهایی برای دستیابی به اطلاعات شخصی افراد دارند). پس بهتر است رمز را به گونه‌ای انتخاب کنیم که به‌راحتی قابل حدس‌زدن نباشد.

در این مقاله قصد داریم چند شگرد ساده را به کمک ریاضی به شما معرفی کنیم. رمزها شکل‌ها و صورت‌های (فرم‌های) متفاوتی دارند. در اینجا ما تنها به رمزهای چندرقمی می‌پردازیم.

شگرد اول: تبدیل رمز به رابطۀ ریاضی

در سامانه‌ها عموماً از رمزهای چهار رقمی استفاده می‌شود و شما برای به‌خاطر سپردن آن، چهار رقم را به شکل‌های متفاوت به ذهن می‌سپارید. بعضی‌ها رقم‌به‌رقم رمز را حفظ می‌کنند. یک راه بهتر این است که دورقم دورقم رمز را به خاطر بسپارید. برای مثال، رمز ۴۳۱۸ را به جای اینکه رقم‌به‌رقم حفظ کنید می‌توانید به دو بخش ۴۳ و ۱۸ تقسیم کنید و دو عدد دو رقمی را به‌خاطر بسپارید. اما شگرد اول ما این است که چهار رقم رمزتان را به یک رابطۀ ریاضی تبدیل کنید! این رابطه که عموماً به صورت تساوی است می‌تواند به شما کمک کند که رمز را سریع‌تر به یاد آورید. مثلاً رمز ۴۳۱۸ را می‌توانید به صورت ۸=۱+۳+۴ یا به صورت ۸=(۱-۳)×۴ به‌خاطر بسپارید. به‌عنوان مثال دوم، رمز ۱۱۴۷ را می‌توان به صورت ۷=۴-۱۱ به‌خاطر سپرد.

تمرین ۱. رمزهای ۵۲۶۱، ۳۶۹۱ و ۹۴۷۸ را به کمک نمادهای ریاضی به رابطه‌های تساوی تبدیل کنید.

تمرین ۲. سال تولد خود و نزدیکانتان را به رابطۀ ریاضی تبدیل کنید.

تمرین ۳. رمزهایی سه رقمی و پنج رقمی انتخاب کنید

و آن‌هــا را به رابطه‌های ریاضی تبدیل کنید. فکر می‌کنید کدام‌یک راحت‌تر انجام شود: سه‌رقمی یا پنج‌رقمی؟

شــگرد دوم: اضافه‌کردن یــک عدد یک رقمــی به تمام رقم‌های رمز

مثلاً اگر رمزتان ۵۲۶۱ اســت، می‌توانید رقم (مثلاً) ۲ را به همهٔ رقم‌ها اضافه کنید تا به رمز ۷۴۸۳ برســید. عموماً از ســال تولد برای رمز چهاررقمی اســتفاده می‌شود. پس می‌توانید همین شگرد پنهان‌کردن را روی سال تولد خود انجام دهید. مثلاً اگر سال تولدتان ۱۳۸۵ است، اگر ۳ واحد به رقم‌ها اضافه کنید، به عدد ۴۶۱۸ می‌رسید (وقتی ۳ واحد به ۸ اضافه می‌کنید حاصل ۱۱ اســت که در این حالت تنها رقم یکان را در نظر بگیرید)

به‌عنوان مثال دیگر، اگر سال تولدتان ۲۰۱۳ (میلادی) است، چهــار واحد به رقم‌ها اضافه کنید تا بــه رمز جدید ۶۴۵۷ برسید.

مزیــت روش اضافه‌کردن بــه رقم‌ها این اســت که رمز جدیدتان شــباهتی به تاریخ تولد ندارد، اما شما به‌راحتی می‌توانید آن را به‌خاطر بسپارید. تنها هزینه‌اش حفظ‌کردن رقمی است که به هر رقم سال تولد اضافه می‌کنید.

تمرین ۴. آیا می‌توان مشابه شگرد دوم با کم‌کردن یک رقم از همهٔ رقم‌ها رمز جدید ساخت؟ اگر پاسخ مثبت است آن را روی سال تولد خود پیاده کنید.

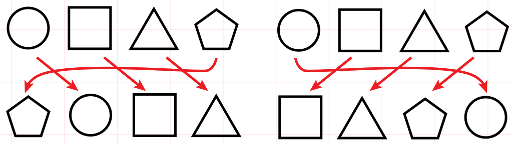
شگرد سوم: جابه‌جایی یا جایگشت رقم‌ها

برای جابه‌جایی رقم‌های یک رمــز چهار رقمی، ۲۳ حالت (به‌جز حالت اولیه) وجود دارد. مثلاً عدد ۱۲۳۴ با جابه‌جایی رقم‌ها به عددهای زیر تبدیل می‌شود:

۴۱۲۳	۳۱۲۴	۲۱۳۴	
۴۱۳۲	۳۱۴۲	۲۱۴۳	۱۲۴۳
۴۲۱۳	۳۲۱۴	۲۳۱۴	۱۳۲۴
۴۲۳۱	۳۲۴۱	۲۳۴۱	۱۳۴۲
۴۳۱۲	۳۴۱۲	۲۴۱۳	۱۴۲۳
۴۳۲۱	۳۴۲۱	۲۴۳۱	۱۴۳۲

حالا شما می‌توانید یکی از این‌ها را انتخاب کنید و مطابق آن رقم‌های رمز چهاررقمــی خودتان را جابه‌جا کنید. مثلاً اگر سال تولدتان ۱۳۸۷ است و جابه‌جایی ۳۴۲۱ را انتخاب کرده‌اید، به ایــن صورت جابه‌جایی را انجام دهید که رقم ســوم، یعنی ۸، در مکان اول، رقم چهارم یعنی ۷ در مکان دوم، رقــم دوم یعنی ۳ در مکان ســوم و رقم اول یعنی ۱ در مــکان چهارم قرار می‌گیرند. پــس به رمز جدید ۸۷۳۱ می‌رسیم. دقت کنید که در این روش، علاوه بر سال تولد که عموماً به‌خاطر داریم، نیاز است که یکی از جابه‌جایی‌های گفته‌شده را هم به خاطر بسپاریم.

دو تا از آن جابه‌جایی‌های با دو عمل زیر معادل هستند:



که کار با آن‌ها راحت‌تر اســت. برای مثــال، رمز ۱۳۸۵ با جابه‌جایــی اول به رمز ۵۱۳۸ و بــا جابه‌جایی دوم به رمز ۳۸۵۱ تبدیل می‌شــود. این دو جابه‌جایی را جابه‌جایی به راست و جابه‌جایی به چپ می‌نامند.

تمرین ۵. آیا می‌توانید مشخص کنید از ۲۳ جابه‌جایی قبل کدام‌ها معادل جابه‌جایی به راســت و جابه‌جایی به چپ هستند؟

تمرین ۶. علی یک رمز ۴ رقمی از روی سال تولدش با روش جابه‌جایی ساخته است. رمز علی اگر ۳۱۶۸ باشد، سال تولد او چه سال‌هایی می‌تواند باشد؟

تمرین ۷. رمز ۵۲۰۷ با جابه‌جایی به راســت ساخته شده است. رمز اولیه چه بوده است؟

تمرین ۸. رمز ۳۱۹۵ با دو بار جابه‌جایی به چپ ساخته شده است. رمز اولیه چه بوده است؟

شگرد چهارم: استفاده از کسرها

شــاید این روش از جنبهٔ ریاضی کمی بار ریاضی بیشتری نســبت به شــگردهای قبلی داشته باشــد. با این روش می‌توانید رمز چهاررقمی خود را به یک کسر تبدیل کنید! با یک مثال روش را توضیح می‌دهیم:

فرض کنید رمزتان ۲۱۵۷ باشــد. عدد اعشــاری متناوب $A=۰/۲۱۵۷۲۱۵۷۲۱۵۷...=۰/\overline{۲۱۵۷}$ را در نظر بگیرید.

می‌دانید که این عدد گویاست و می‌توان آن را به‌صورت کسر $\frac{a}{b}$ نوشت. روش تبدیل به این صورت است:

$$۱۰۰۰\times A=۲۱۵۷/\overline{۲۱۵۷}=۲۱۵۷+A \Rightarrow ۹۹۹A=۲۱۵۷$$
$$\Rightarrow A=\frac{۲۱۵۷}{۹۹۹}=\frac{۷۱۹}{۳۳۳}$$

در نتیجه رمز ۲۱۵۷ به کســر $\frac{۷۱۹}{۳۳۳}$ تبدیل شــد. اگر رمز ۴ رقمی‌تان عدد مضرب ۹ یا ۲۷ باشد، کسر ساده‌تری خواهید داشت. (چرا؟)

برای مثال، رمز ۲۱۶۹ به کسر $\frac{۲۴۱}{۱۱۱}$ تبدیل می‌شود. (چطور؟) شما با این روش می‌توانید رمز خود را به کسر تبدیل کنید و آن را جایی بنویســید. اگر شخص دیگری کسر را ببیند متوجه نخواهد شد که رمز اصلی چیست. یا اگر می‌خواهید رمزتان را برای کســی بفرستید، کافی است گیرنده از این کسر و روش تبدیل آن به عدد اعشاری باخبر باشد.

نکتهٔ پایانی: در دنیای امروز روش‌های رمزنگاری پیشرفت کرده‌اند و در همهٔ آن‌ها ریاضیات حرف اول را می‌زنند.

ژما جواهری‌پور

تورم چیست و چگونه مهار می‌شود؟

وقتی می‌گوییم کالایی خریداری می‌کنیم به چه معناست؟ در علم اقتصاد اصطلاح «کالا و خدمات»[1] به موضوع خرید و فروش اختصاص دارد. کالا به مفهوم هر شیئی که در بازار خرید و فروش می‌شود؛ از نان و میوه گرفته تا خانه و خودرو. خدمات هم آن چیزی است که در مقابل پول خریداری می‌شود و غیرملموس و غیرفیزیکی است؛ مثل آموزش یک رشتهٔ ورزشی و یا تعمیر گوشی تلفن همراه.

درآمد خانواده برای خرید کالا یا خدمات صرف می‌شود. نگاهی به سبد خرید روزانه، ماهانه و سالانهٔ خانوادهٔ خود داشته باشید. خانوادهٔ شما برای خرید کالاهای مورد نیاز روزانه، مثل مواد غذایی، چه مقدار هزینه می‌کند؟ برای پوشاک چه مقدار هزینه می‌کند؟ هزینهٔ خدمات اینترنت خانهٔ شما ماهانه چقدر است؟ برای تعیین میزان هزینهٔ سبد مصرفی خانوادهٔ خود رسیدهای (فاکتورهای) خرید روزانه را بررسی کنید. آیا تفاوتی در قیمت خرید کالاها در چند ماه گذشته و یا سال‌های گذشته مشاهده می‌کنید؟ آیا قیمت کالاها و خدمات افزایش داشته است؟

در علم اقتصاد «تورم»[2] به معنای افزایش مداوم قیمت کالاها و خدمات در یک جامعه در یک بازهٔ زمانی مشخص است. تقریباً تمام کشورها تورم را تجربه می‌کنند و در کشور ما هم تورم، یعنی بزرگ‌شدن قیمت‌ها را مشاهده می‌کنیم. برای مشخص‌شدن معنای تورم مثالی بزنیم:

فرض کنید کالایی را در بهمن ۱۴۰۱ به قیمت ۱۰۰۰۰۰۰ ریال (معادل صد هزار تومان) و در بهمن ۱۴۰۲ همان کالا را به قیمت ۱۱۵۰۰۰۰ ریال (معادل صد و پانزده هزار تومان) خریداری کرده باشید. این مقایسه نشان می‌دهد قیمت آن کالا ۱۵ درصد افزایش پیدا کرده است. اگر این افزایش ادامه پیدا کند تورم در قیمت‌ها رخ داده است. البته امکان دارد قیمت واقعی کالا عددی نباشد که فروخته می‌شود.

به فاصلهٔ بین قیمت واقعی و قیمت فروش کالا تورم گفته می‌شود. هر قدر این فاصله بیشتر باشد به این معنی است که نرخ تورم بیشتر است. وقتی قیمت‌ها بی‌رویه افزایش پیدا کنند، قدرت خرید اکثریت افراد جامعه کاهش پیدا می‌کند. حال ببینیم چرا تورم به‌وجود می‌آید؟

دلایل ایجاد تورم

۱. افزایش تقاضا: اگر تقاضا برای کالا و خدمات بیشتر شود و امکان تأمین این تقاضا وجود نداشته باشد، تولیدکنندگان قادر به افزایش قیمت‌ها می‌شوند. برای مثال، تولیدکننده‌ای کالایی به قیمت ۱۰۰۰۰۰ ریال عرضه می‌کند و تعداد مشتری‌های کالا ۱۰ نفرند. اگر تعداد مشتری‌ها ۱۰۰ نفر بشود ولی تولیدکننده امکان افزایش کالا را نداشته باشد، تولیدکننده امکان افزایش قیمت پیدا می‌کند.

۲. کاهش عرضه: اگر عرضهٔ کالا و خدمات کاهش پیدا کند، در حالی که تقاضا ثابت بماند یا افزایش یابد، تورم رخ می‌دهد. برای مثال، اگر مالک یک مرغداری باشید که روزانه ۵۰۰۰ قطعه مرغ به بازار عرضه می‌کرده است و در اثر افزایش دستمزد کارگر و یا یک بیماری تولیدات کاهش یابد و تولیدات مرغداری به ۱۰۰۰ قطعه برسد، بازار به کاهش ۴۰۰۰ قطعه در روز با افزایش قیمت واکنش نشان می‌دهد. اگر هزینهٔ تولید یک کیلو مرغ برای تولیدکننده ۵۰۰۰۰۰ ریال (پنجاه هزار تومان)، هزینهٔ دستمزد کارگر ۱۵۰۰۰۰ ریال از کل هزینه، و هزینهٔ خوراک و دارو ۲۵۰۰۰۰ ریال باشد و همچنین، دستمزد کارگر ۱۰ درصد و هزینهٔ خوراک و دارو ۲۵ درصد افزایش داشته باشد، قیمت تمام‌شدهٔ تولیدکننده چقدر افزایش خواهد داشت؟

۳. افزایش نقدینگی: این نیز می‌تواند باعث افزایش تورم شود که در شماره‌های بعدی توضیح خواهیم داد.

ابزارهایی که برای مهار (کنترل) تورم می‌توانیم داشته باشیم، مدیریت (کنترل) عرضه و مدیریت تقاضاست. این دو راهکار در کاهش تورم نقش بسیار مؤثری دارند. به‌خصوص در سالی که عنوان «مهار تورم و رشد تولید» را دارد باید به این موضوع بپردازیم.

پی‌نوشت‌ها

1. goods and services
2. Inflation

جور دیگر باید دید

تمرین‌های متفاوت

خسرو داودی
آرش رستگار

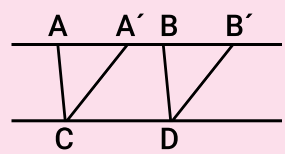
در ایران و اکثر کشـــورهای جهان «آموزش ریاضیات به ســبک تصویری» مغفول مانده یا به آن کم‌توجهی شده است؛ از موارد اســتثنا می‌توان به نظام آموزش ریاضی در کشور سنگاپور اشاره کرد. در این سلسله مقاله‌ها تلاش شده است این نقیصه با طرح تمرین‌هایی متفاوت تا حدی جبران شود.

هفتمی‌ها

مســئلهٔ ۱. «اصل کاوالیری» صورتی دقیق‌شده از اصل ارشمیدس است. در فضای دو بعدی، این اصل چنین ادعا می‌کند: «اگر دو ناحیه در صفحه بین دو خط موازی قرار گرفته باشند، به‌طوری‌که هر خط موازی با این دو خط، ناحیه‌هــا را در پاره‌خط‌هایی با طول مساوی قطع کند، آنگاه این دو ناحیه مساحت برابر دارند.»

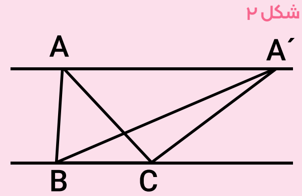
الف) با اســتفاده از این اصل نشــان دهیــد مســاحت مســتطیل با هر متوازی‌الاضلاع با همان قاعده و ارتفاع برابر است.

شکل ۱



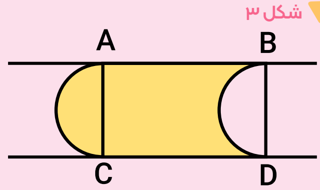
ب) سپس به همین روش نشان دهید مســاحت هر دو مثلث بــا قاعده و ارتفاع برابر، یکسان هستند (شکل ۲).

شکل ۲



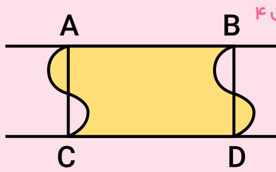
ج) حال مطابق شکل ۳ از یک مستطیل یک نیم‌دایره کــه بر عرض تکیه کرده بردارید و بر عرض دیگر مستطیل سوار کنید و به روش کاوالیری نشان دهید مساحت شکل حاصل برابر مساحت مستطیل است.

شکل ۳



د) حال به جای نیم‌دایره مانند شکل ۴ خم دلخواه دیگری انتخاب کنید و از B به D وصل کنید. با انتقال همان خم A را به C وصل کنید و نشان دهید شکل حاصل مســاحتی برابر با مســاحت مستطیل دارد.

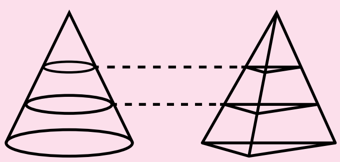
شکل ۴



مســئلهٔ ۲. این مسئله از سطح کلاس هفتم بالاتر اســت، اما چون در اینجا تناســب محتوایــی دارد، آن را اینجا آورده‌ایم. اصل کاوالیری صورتی ســه بعدی دارد که در نظریهٔ حجم بســیار کارآمد اســت و پیش از کاوالیری هم از آن استفاده می‌شده است: «اگر دو جسم صلب بین دو صفحهٔ موازی قرار گرفته باشــند، به طوری‌که هر صفحه مــوازی با این دو صفحه، دو جســم صلب را در مقطع‌هایی با مســاحت مساوی قطع کند، آنگاه این دو جسم حجم برابر دارند.»

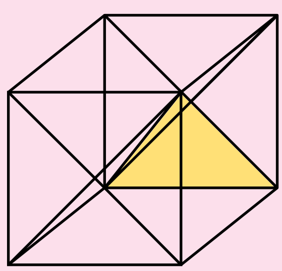
الف) نشــان دهید حجم دو قیف با قاعدهٔ هم مســاحت و ارتفاع برابر، یکسان است. در شکل ۵ یک هرم و یک مخروط مقایسه شده‌اند.

شکل ۵



ب) به کمک شکل ۶ به پیروی از اقلیدس نشان دهید که در یک مکعب، هر هرم قائم‌الزاویه که در یک کنــج قرار دارد، یک ششم حجم مکعب را اشغال کرده است. به صفحه‌هایی که قطر اصلی را به رأس‌ها وصل کرده‌اند، توجه کنید.

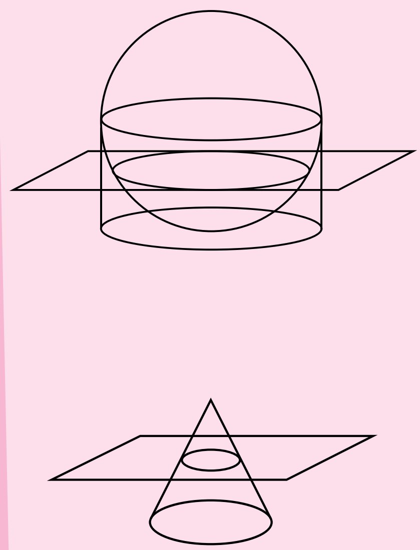
شکل ۶



ج) به کمک قسمت (ب)، اقلیدس در کتاب «اصول» خود ثابت کرد: حجم هرم و مخروط از فرمول $\frac{1}{3}Sh$ و حجم استوانه و منشور از فرمول Sh به‌دست می‌آید کــه در این فرمول‌ها h ارتفاع و S مساحت قاعده (هرم یا مخروط یا اســتوانه یا منشــور) است. اینکه با چندبرابرشــدن ارتفاع هرم، حجم هرم به همان نسبت بزرگ می‌شود را می‌تــوان به کمک هرم کنجی در یک مکعب مستطیل مربع‌القاعده به‌دست آورد. اثبات‌های اقلیدس را بازســازی کنید.

د) ارشـــمیدس ثابت کرد متمم حجم یک نیم‌کره در یک اســتوانهٔ محیط بر آن، برابر اســت با حجم مخروطی محاط در همان استوانه. اگر مخروط را مانند شــکل ۷ به‌صورت وارون در استوانه محاط کنیم، هر مقطع موازی با قاعدهٔ اســتوانه، مخروط را در یک دایــره و مکمل کــره را در یک حلقه قطع می‌کند که مساحت برابر دارند. به این روش می‌تــوان حجم کره به شعاع r را محاسبه کرد. البته پیش از ارشــمیدس، اقلیدس ثابت کرده بود که حجم کره با حجم مکعب به شعاع که متناسب است.

شکل ۷

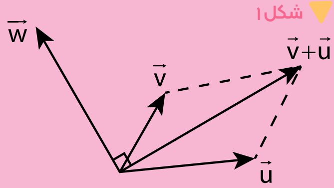


هشتمی‌ها

مســئلهٔ ۱. می‌خواهیم برای بردارها ضربی تعریف کنیم و ببینیم این تعریف چقدر موفقیت‌آمیز اســت و خواص عددی خوبــی را دارد. جمع بردارها را می‌توان به کمک قطر متوازی‌الاضلاعی تعریف کرد که توسط دو بردار ساخته می‌شود (شکل ۱). خواص ضرب‌های زیر را اســتخراج کنید. مثلاً ببینید آیا توزیع‌پذیری ضــرب در جمع بردارها برقرار اســت یا خیر؟ آیا این ضرب‌ها شرکت‌پذیرند؟

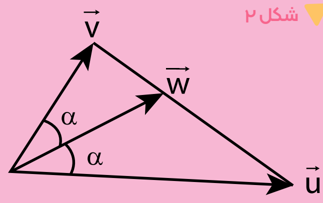
الف) ضرب دو بردار $\vec{u}$ و $\vec{v}$ را برداری عمــود بــر $\vec{v}+\vec{u}$ در نظــر بگیرید با طــول حاصل‌ضــرب طول‌های بردارهــای $\vec{u}$ و $\vec{v}$. اگــر این ضرب را بــا $\vec{u}\odot\vec{v}$ نمایــش دهیــم، آیا: $(\vec{u}+\vec{w})\odot\vec{v}=\vec{u}\odot\vec{v}+\vec{w}\odot\vec{v}$؟

شکل ۱



ب) ضرب دو بردار را بردار نیمســاز مثلثــی بگیرید که توســط $\vec{u}$ و $\vec{v}$ درست می‌شود. بردار $\vec{w}$ در شکل ۲ بردار مورد نظر است.

شکل ۲



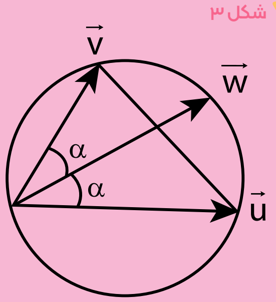
اگر این ضرب را با $*$ نمایش دهیم آیا روابط زیر برقرارند؟

$$(\vec{u}*\vec{v})*\vec{w}=\vec{u}*(\vec{v}*\vec{w})$$
$$(\vec{u}+\vec{w})*\vec{v}=\vec{u}*\vec{v}+\vec{w}*\vec{v}$$

ج) دایرهٔ محیطی مثلث بنا شده بر $\vec{u}$ و $\vec{v}$ را در نظر بگیرید و تقاطع نیمساز زاویهٔ بین آن‌ها بــا دایره محیطی را ضرب آن‌ها بگیرید. بردار $\vec{w}$ در شکل ۳ مورد نظر است.

آیا روابطی که در (ب) فهرست کردیم، یعنی شــرکت‌پذیری ضرب و توزیع پذیری ضرب نســبت به جمع اینجا برقرارند؟

شکل ۳



مسئلهٔ ۲. فرض کنید ما موفق نشده‌ایم ضرب دو بردار در صفحه را با موفقیت تعریف کنیم، به‌طوری که حاصل‌ضرب دو بردار یک بردار باشــد. فرض کنید می‌خواهیــم ضرب آن‌هــا را طوری تعریف کنیم که حاصل‌ضرب دو بردار یک عدد باشد. خواص ضرب‌های زیر را استخراج کنید:

الف) حاصل‌ضرب دو بردار را مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته‌شــده توسط آن‌ها در نظــر بگیرید. آیا این ضرب شرکت‌پذیر اســت؟ آیا توزیع‌پذیری ضرب در جمع برقرار است؟

ب) حاصل‌ضرب دو بردار را حاصل‌ضرب طول‌هایشــان در نظــر بگیرید. چه خواصی را می‌توان بــرای این ضرب استخراج کرد؟

ج) حاصل‌ضــرب دو بــردار را طول تصویر یکی بر دیگری ضرب در طول دیگری فرض بگیرید و خواص آن را

استخراج کنید. آیا این حاصل‌ضرب متقارن اســت یا وابســته به این اســت که کدام بردار را بر دیگری تصویر کنیم؟

مسئلهٔ ۳. آیا می‌توان با بردارهایی که مختصات آن‌ها عددهای صحیح هســتند، کار کــرد و ضرب داخلی (ضرب اسکالر[۱]) آن‌ها را هم فقط با ضریب‌های عددهای صحیح در نظر گرفت؟ این مفهوم بردار چه کاربردی می‌تواند داشته باشد؟ آیا بردارهای با مختصات صحیح بــه انتخاب دستگاه مختصات وابسته هستند یا مستقل از آن؟

دربارهٔ بردارهای با مختصات دلخواه چطور؟

مسئلهٔ ۴. آیا می‌توان با بردارهایی که مختصات آن‌ها عددهای حقیقی مثبت یا صفر هســتند، کار کرد و ضرب داخلی (اســکالر) آن‌ها را هم فقط با ضریب‌های عددهای حقیقی مثبت در نظر گرفــت؟ این مفهوم بردار چه کاربردی می‌تواند داشــته باشــد؟ آیا بردارهای با مختصات عددهای حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی صفر وابســته به انتخاب دستگاه مختصات هستند یا مستقل از آن؟

▲ ادامهٔ مسئله‌ها

▲ آموزش معلمان

▲ پاسخ‌ها

نهمی‌ها

مسئلهٔ ۱. الف) بردارها چه خصوصیات جبری دارند؟ می‌تــوان آن‌ها را با هم جمع کرد یا می‌توان آن‌ها را در یک عدد حقیقی ضرب کرد. آیا تک‌جمله‌ای‌های به شکل x^ay^b که در آن‌ها a و b عددهای طبیعی هستند، چنین خواصی دارند؟ با جمع چنین موجوداتی چه موجودات بزرگ‌تری درســت می‌شوند؟ با ضرب این موجودات در عددهای حقیقی چه موجودات بزرگ‌تری درست می‌شود؟ با ترکیب این دو چطور؟

ب) حال با تک‌جمله‌ای‌های به شکل $x^ay^bz^c$ کار کنید که در آن‌ها a، b و c عددهای طبیعی هستند.

ج) حال با تک‌جمله‌ای‌های به شکل x^a کار کنید. چه می‌توانید بگویید؟

د) حال در مثال‌های بالا اجازه دهید a، b و c صفــر هــم باشــند. چــه می‌توانید بگویید؟

هـ) حال در مثال‌های بالا اجازه دهید a، b و c منفــی هــم باشــند. چه می‌توانید بگویید؟

و) در تعریــف ضــرب بردارهــا مــا مشکلاتی داشتیم. آیا می‌توانید ضرب موجودات بالا را طوری تعریف کنید که خواص خوبی داشته باشند؟

ز) آیــا می‌توان a، b و c را عددهای حقیقی مثبــت گرفــت؟ دوباره به سؤال‌های بالا پاسخ دهید.

ح) آیــا می‌توان a، b و c را عددهای حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی صفر در نظر گرفت؟ در این صــورت چه می‌توان گفت؟

ط) آیا می‌توان a، b و c را عددهای حقیقــی دلخواه در نظــر گرفت؟ آیا این عبارت‌ها نســبت به ضرب بسته خواهند بود؟

مسئلهٔ ۲. در مورد تجزیهٔ عبارت‌ها به شکل $x^ay^bz^c$ به صورت حاصل‌ضرب توان‌هــای متغیرهــای x، y و z و شباهت آن به تجزیهٔ عددهای طبیعی به عوامل اول چه می‌توان گفت؟ آیا برای هر عبارت جبری می‌توان تجزیه به عوامل اول را مطرح کرد؟

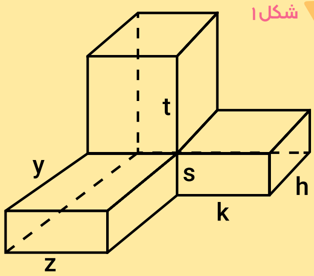
مسئلهٔ ۳. الف) حجم مکعبی به ضلع x چقدر است؟

ب) حجم مکعب مستطیل به طول و عرض x و به ارتفاع h چقدر است؟

ج) حجم مکعب مســتطیل به طول x، عرض y و ارتفاع z چقدر است؟

د) حجم شکل ۱ را محاسبه کنید.

▼ شکل ۱



مسئلهٔ ۴. در هر عبارت $x^ay^bz^c$ را که در آن a، b و c عددهای صحیح هستند قــرار می‌دهیــم: $x=2$، $y=3$ و $z=5$ و با ایــن کار از دنیای تک‌جمله‌ای‌های ســه‌متغیره به دنیای عددهای گویا می‌رویم. آیا این مسافرت به ساختار جمعی احترام می‌گذارد؟ به ســاختار ضربی چطــور؟ آیا عددِ یک، در دامنهٔ این نگاشت قرار دارد؟ (یعنی آیا ممکن است: $x^ay^bz^c=1$؟) آیا عددِ یک، در برد این نگاشت است؟ (یعنی آیا ممکن اســت: $2^a3^b5^c=1$) چه عددهایی در تصویر این نگاشت هستند؟

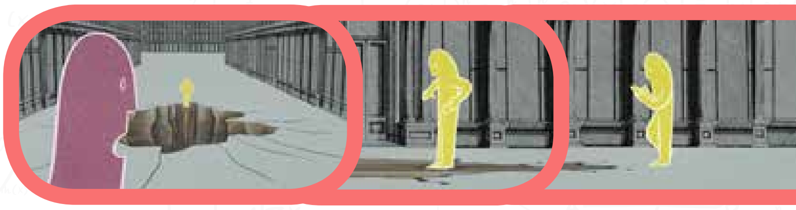
پی‌نوشت

۱. ضرب داخلی (ضرب اسکالر) ضرب دو بردار است که نتیجهٔ آن یک عدد حقیقی است.

مریم جعفرآبادی

ریاضی و تَوهّم در خیابان

آیـــا تا به حال در حال عبور از خیابـــان، در کف خیابان به چنین تصویر عجیب و غریبی برخورده‌اید؟

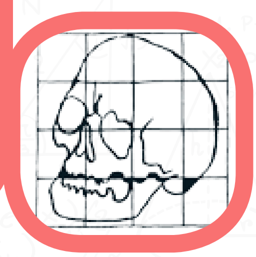


در ظاهر، یک نقاشی دوبعدی در کف خیابان دیده می‌شود. کافی است محل ایستادن و نگاه کردنتان یک‌جا باشد تا همین نقاشی به پرتگاهی ترسناک تبدیل شود.

این اتفاق پدیده‌ای اســـت از فن ژرف‌نمایی (پرسپکتیو) به نام «واریخت‌سازی»[1] (آنامورفیسس) که در آن، هنرمندان با رسم تصویرهایی دوبعدی، نقش‌هایی را خلق می‌کنند که در چشـــم ناظر، تصویری سه‌بعدی، مثل آنچه با چشم و در واقعیت می‌بینید، دیده می‌شوند. این فن اولین بار در دورهٔ نوزایی (رنسانس) و در کشور ایتالیا برای خلق تصویرهای سه‌بعدی به کار رفت. در نقش‌ها و نگاره‌های زمان باستان، تمام تصویرها به‌صورت دوبعدی و در یک صفحه به نمایش در می‌آمدنـــد. اگر هم اهمیت نمادها با هم فرق داشـــت، نقـــاش، اندازه‌های آن جزءها (اِلمان‌ها) را متفاوت رســـم می‌کرد. تصویری با اهمیت کمتر را کوچک‌تر و تصویرهای مهم‌تر را بزرگ‌تر می‌کشـــید. یا سعی می‌کرد با تغییر اندازهٔ شـــکل‌ها، این تصور را ایجاد کند که آن اجسام جایی دورتر یـــا نزدیک‌تر به بیننده قرار دارند. هنرمندان یونانی و رومی متوجه شدند که تغییر اندازه‌ها در نقاشی می‌تواند تا حدی میزان اهمیت آن‌ها را به بیننده منتقل کند. اما هنوز از فن ژرف‌نمایی استفاده نمی‌کردند.

در قرن پانزدهم، در شهر فلورانس، هنرمندان متوجه این موضوع شدند که با به‌کارگیری قانون‌های ریاضیات در رسم نقاشی‌هایشان، می‌توانند چشم بینندگان را بیشتر به خطا بیندازند و پیچیدگی نقاشی‌هایشان را بالاتر ببرند. اولین کســـی که در ســـال ۱۴۸۵ میلادی برای خلق یک تصویر آنامورفیـــک ریاضیات را به خدمت هنر نقاشـــی در آورد، **لئوناردو داوینچی** بود. بعد از او نقاشان دیگری مثل **هانس هولبین** روش او را پیش گرفتند. به نقاشی معروف هولبین به نام «سفیران»[2] نگاه کنید:

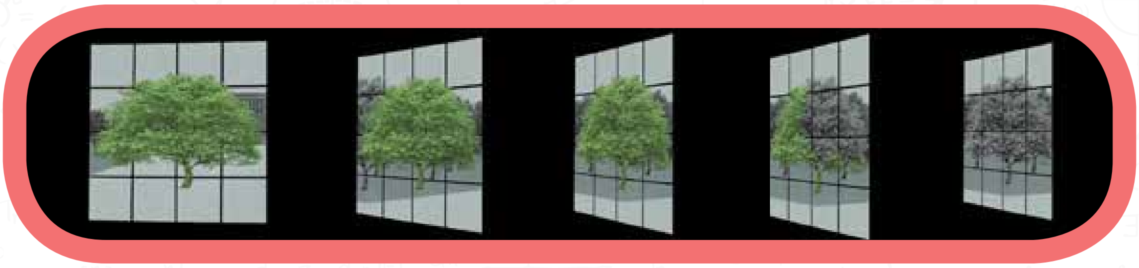
اگر این نقاشـــی را به چشمتان نزدیک کنید، در پایین آن تصویر یک جمجمه دیده می‌شود.



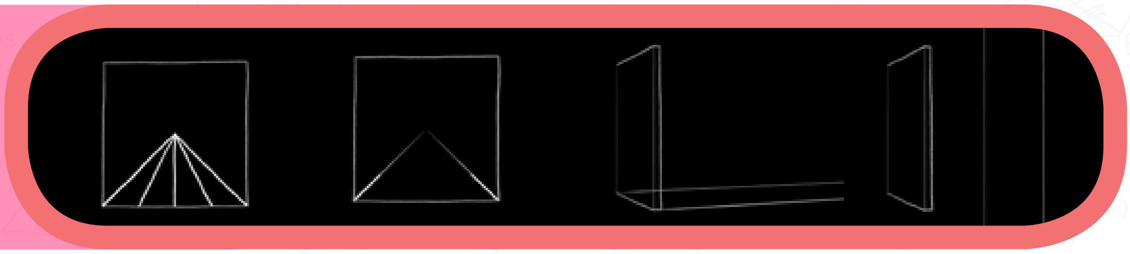
بـــرای درک اینکه هنرمندان چگونـــه چنین تصویرهایی را ایجاد می‌کنند، ابتدا باید بفهمیم سازوکار فن ژرف‌نمایی در نقاشی‌ها به چه صورت است.

تصور کنید از پنجره‌ای به بیرون نگاه می‌کنید. نور به اجسام می‌تابد، از آن‌ها به چشـــم شـــما منعکس می‌شـــود و در مسیرش از پنجره عبور می‌کند. حال تصور کنید می‌خواهید تصویر درختی را که می‌بینید، در حالی که یک چشمتان را بسته و دیگری را باز نگه داشته‌اید، روی پنجره نقاشی کنید! انگار دارید سعی می‌کنید در کلاس طراحی، تصویر جسمی را که مقابلتان قرار داده‌اند، روی کاغذ بکشـــید؛ عین همان چیزی که می‌بینید.

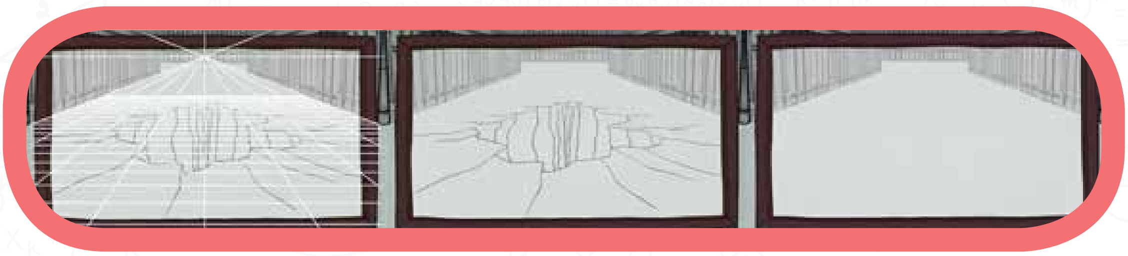
هنرمندان متوجه شدند، به کمک قانون‌های ژرف‌نمایی می‌توانند بدون اینکه حتماً پنجره‌ای در کار باشد، همان فن را روی کاغذ به کار ببرند. به این تصویرها نگاه کنید:

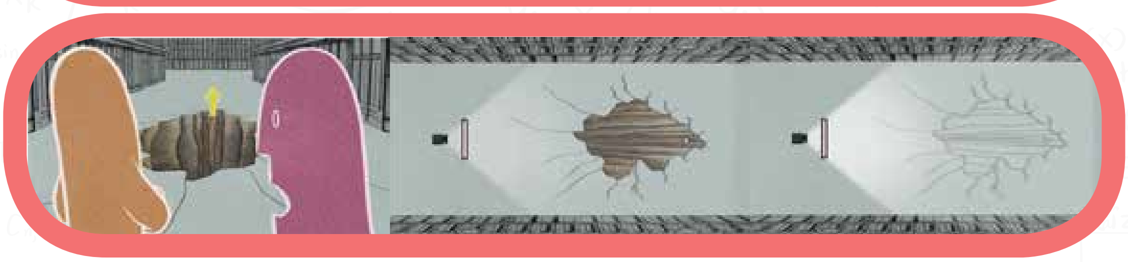


اولین قانونی که در تبدیل یک تصویر سه‌بعدی به تصویری دوبعدی باید در نظر داشته باشید، این است که روی کاغذ فقط خطوطی را می‌توانید به‌صورت موازی رسم کنید که با قابِ صفحهٔ شما، یعنی ضلع‌های کاغذ، موازی باشند. در غیر این صورت، تمام خطوط موازی در سه بعد، در ۱ نقطه که به آن نقطهٔ گریز می‌گویند، همگرا می‌شوند و همدیگر را قطع می‌کنند.



نقاشان دورهٔ رنسانس برای رسم طرح‌های واریخت (آنامورفیک)، نقاشی‌هایشان را روی یک صفحه به‌صورت معمولی رسم می‌کردند و بعد با عبوردادن نور از آن‌ها به‌صورت مورب، سعی می‌کردند چنین طرح‌هایی را ایجاد کنند.
حالا فرض کنید می‌خواهیم یک نقشهٔ واریخت در پیاده‌رو، شبیه عکسی که در ابتدای نوشته دیدید، بسازیم. ایجادِ توهم وجود تصویر پرتگاه در یک خیابان معمولی! ابتدا یک قاب شیشه‌ای جلوی خیابان قرار می‌دهیم و آنچه را می‌خواهیم به تصویر درون این قاب اضافه کنیم، با توجه به قانون‌های ژرف‌نمایی، می‌کشیم. پس از تکمیل طراحی، از یک فراتاب (پروژکتور) کمک می‌گیریم تا تصویر نقاشی را کف خیابان بیندازد. سپس با گچ یا هر ابزار دیگر، روی تصویری را که کف خیابان افتاده است پررنگ می‌کنیم؛ عکس کاری که با تصویر درخت و رسم آن روی پنجره کرده بودیم. در آنجا تصویری سه‌بعدی را به دوبعدی تبدیل کردیم و حالا تصویری دوبعدی را می‌کشیم؛ طوری که سه‌بعدی به نظر بیاید.





برای ایجاد چنین تصویرهایی لازم نیست سطح کار حتماً صاف باشد. ترکیبی از سطح‌های متفاوت یا مجموعه‌ای از اشیا هم می‌تواند از یک نقطهٔ یک شکل به چشم بیننده بیاید و از نقطه‌ای دیگر، کاملاً چیز دیگری را نمایش دهد. در کشورهای گوناگون نمونه‌های زیادی از این تصویرها وجود دارند. چنین است که ریاضیات، با قانون‌های خود، جهان‌های جدیدی را به روی انسان‌ها می‌گشاید.

منبع
https://ed.ted.com/lessons/the-mathematics-of-sidewalk-illusions-fumiko-futamura
دربارهٔ واریخت‌سازی (آنامورفیسس) می‌توانید در این نشانی بیشتر بخوانید:
https://en.wikipedia.org/wiki/Anamorphosis

مهدیه مسیبی

آموزش شیرین و لذت‌بخش

گفت‌وگو با **ریحانه باوی**، دانش‌آموزی که با تولید محتوا، ریاضی را زیبا جلوه می‌دهد

از هر فرصتی برای یادگرفتن و یاددادن به خوبی استفاده می‌کند. ساده‌ترین راه برای آموختن، خواندن کتاب درسی و حل تمرین‌ها و مسئله‌هاست. اما او مسیرهای دیگری را جست‌وجو می‌کند و ضمن فراگیری آن‌ها، درصدد بهره‌بردن از این روش‌ها برای آموزش به دیگران هم هست. ریحانه باوی در خانواده‌ای فرهنگی پرورش یافته است. پدرش کارشناس ارشد مدیریت جغرافیا و مادرش کارشناس علوم اجتماعی است. هر دو معاون مدرسه هستند. ریحانه فرزند دوم خانواده و دانش‌آموز پایهٔ نهم «دبیرستان حضرت زینب(س)» در شهرستان «باوی» شهر «ملاثانی» استان خوزستان است. ریحانه با تولید محتوا برای مباحث متفاوت درس ریاضی، به شکل فیلم، قطعه‌فیلم (کلیپ)، اطلاع‌نگاشت (اینفوگرافی) و ... به دیگران در فهم مطالب کمک می‌کند. همچنین در آموزش و تدریس این درس به دیگر دانش‌آموزان، یار و یاور آن‌هاست. حاصل گفت‌وگو با این دانش‌آموز پرتلاش پیش روی شماست.

● علاقه‌مندی شما به درس ریاضی از کجا شروع شد و چه کسی در این ایجاد این علاقه نقش بیشتری داشت؟

○ علاقهٔ من به درس ریاضی از اول ابتدایی شروع شد و هر چه بالاتر رفتم علاقه‌ام افزایش پیدا کرد. علاقهٔ من به درس ریاضی به علت شیرین‌بودن آن است و اینکه درس ریاضی در هر پایه، موضوع‌های پایهٔ قبل را به صورت پیچیده‌تر و البته شیرین‌تری شرح می‌دهد. این موضوع نیز در علاقهٔ من تأثیر داشت.

شاید دلیل دیگر علاقهٔ من به ریاضی توضیح کامل و شفاف معلم دوم ابتدایی‌ام بود و اینکه ایشان از وسایل کمک‌آموزشی برای آموزش به‌خوبی استفاده می‌کرد. به‌خصوص اینکه بعد از تکمیل درس توسط معلم، وسایل کمک‌آموزشی در اختیار ما قرار داده می‌شد تا با آن‌ها تمرین کنیم. همچنین خانواده‌ام برای یادگیری هرچه بهتر من وسایل کمک‌آموزشی هم تهیه می‌کردند.

● شنیده‌ایم شما در حوزهٔ درس ریاضی تولید محتوا می‌کنید. منظور از تولید محتوا چیست؟ این کار چه شکل‌هایی دارد؟ یعنی فیلم و قطعه‌فیلم (کلیپ) هست یا مقاله، فایل صوتی و «وب‌آوا» (پادکست) و ... لطفاً در این زمینه توضیح بدهید.

○ منظور از تولید محتوا تهیهٔ قطعه‌فیلم، اطلاع‌نگاشت، پرده‌نگار (پاورپوینت) و عکس نوشته‌هایی است که با ترکیب رنگ‌های مناسب و جذاب مطلب را به ساده‌ترین روش ممکن برای دانش‌آموز بیان می‌کنند. من در این تولید محتواها سعی داشته‌ام به جای اینکه سطح علمی مطلب را فراتر از کتاب درسی ببرم، با استفاده از عنصرهای (المان‌های) گرافیکی مطلب را به بهترین شکل به دانش‌آموزان ارائه بدهم.

● چه مدت است که تولید محتوا می‌کنید و این کار را از کجا یاد گرفتید؟

○ با شیوع کرونا من با یکی از برنامه‌های تولید محتوا آشنا شدم. ابتدا به کمک خانواده‌ام طرز کار با آن را یاد گرفتم. سپس یادگیری‌ام از طریق شبکه‌های اجتماعی و کانال‌های آموزش ویرایش فیلم ادامه پیدا کرد. الان می‌توانم قطعه‌فیلم‌های زیبایی آماده کنم. یادگیری من در این زمینه هنوز ادامه دارد و متوقف نشده است.

● تاکنون در چه موضوع‌ها و مبحث‌هایی از درس ریاضی تولید محتوا داشته‌ای؟

○ تاکنون دربارهٔ موضوع‌های جبر و معادله، جذر، توان، رابطهٔ فیثاغورس، آمار و احتمال، ضرب و تقسیم کسرها، سطح و حجم، و چند مطلب دیگر محتوا تولید کرده‌ام.

● محتواهای تولید شده را کجا ارائه می‌کنید؟

○ وقتی که «طرح مدام» داشتیم، محتوا را توی گروه کلاسی خودمان می‌گذاشتم. گاهی نمونهٔ تدریس را برای معلم ارسال می‌کردم و ایشان هم برای تمامی گروه‌های کلاسی مرتبط می‌فرستادند. در مسابقه‌ها نیز معلم این محتواها را به دست اشخاص برگزارکننده می‌رساند که تاکنون با تحسین آنان روبه‌رو شده‌ام.

● بیشتر از چه فن‌هایی (تکنیک‌هایی) برای تولید محتوا استفاده می‌کنید؟

○ من معمولاً قطعه‌فیلم تهیه می‌کنم. چون برنامه‌های گوشی در دسترس‌تر هستند و می‌شود با قطعه‌فیلم‌های حرفه‌ای و خوب دانش‌آموزان را برای درس خواندن، به‌خصوص درس ریاضی، ترغیب کرد. یک بار هم از فن اطلاع‌نگاشت استفاده کردم. خب تولید اطلاع‌نگاشت زمان‌برتر است. همچنین برنامه‌هایی که بتوان با آن‌ها اطلاع‌نگاشت تهیه کرد و عنصرهای اطلاع‌نگاشتی، کمتر در دسترس هستند.

خودم با استفاده از کانال‌های شبکه‌های اجتماعی با این فن‌ها آشنا شدم و با شیوع کرونا زمینه برای تولید محتوا مهیاتر شد. من علاوه بر ادامهٔ این آموزش‌ها، با تهیهٔ قطعه‌فیلم، عکس‌نوشته، و ... سطح تولید محتواهای خودم را بالاتر بردم و آن‌ها را حرفه‌ای‌تر کردم. البته خانواده‌ام نیز با تولید محتوا آشنا هستند و من در این راه از آنان کمک گرفته‌ام.

● عکس‌العمل مدرسه و معلمان شما نسبت به محتواهای درس ریاضی که شما تولید کرده بودید، چطور بوده است؟

○ با اولین محتوا مورد تحسین آنان قرار گرفتم و از آن به بعد برای هر مسابقهٔ تولید محتوایی اسم بنده را در فهرست کار و برنامه قرار داده‌اند.

● برای تولید این محتواها چقدر لازم است که مطالعه کنید و این محتواها چقدر به یادگیری خودتان در ریاضی کمک می‌کنند؟

○ به نظر من کسی که قرار است درسی را آموزش بدهد (حتی خود معلم)، قطعاً برای تدریس خودش را بسیار آماده می‌کند. به‌طوری که حتی پس از گذشت مدت زمانی آن مطالب از ذهنش بیرون نخواهند رفت. خب من هم باید به مطلب مسلط باشم تا بتوانم آن را برای دانش‌آموزان به‌خوبی توضیح بدهم و این مطالب در ذهن من حک شده‌اند. برای تولید محتوا، مطالب چندین بار برای بنده مرور می‌شوند. وقتی قطعه‌فیلمی تهیه می‌کنم، برای رفع اشکالش، چندین بار آن را مشاهده می‌کنم و در صورت مواجه‌شدن با اشکالی دوباره مطلب را مرور می‌کنم تا بتوانم اشکالش را رفع کنم. به این ترتیب اشکال من در آن مطلب نیز رفع می‌شود.

● شنیدیم که شما در زمینهٔ آموزش ریاضی به دوستان و هم‌کلاسی‌های خودتان خیلی فعال هستید. از این فعالیت خودتان برای ما بفرمایید و اینکه آموزش‌دادن به بقیه چه لذتی برای شما دارد؟

○ گاهی بچه‌ها قبل از امتحان ریاضی یا هنگامی که به مشکلی در این درس برمی‌خورند، پیش من می‌آیند تا برای آن‌ها درس را توضیح بدهم. من هم سعی می‌کنم به بهترین شکل آن مطلب را برایشان توضیح بدهم. حتی قبل از امتحانات جهشی، به همراه دوستانم به کتابخانه می‌رفتیم و اشکال‌های آن‌ها را رفع می‌کردم. وقتی که دوستم مطلبی را به‌خوبی فرا می‌گیرد، من احساس شادی می‌کنم که توانستم به او کمک کنم و مفید باشم.

● تا به حال پیش آمده که دبیر ریاضی در کلاس حضور نداشته باشد و ادارهٔ کلاس را از لحاظ آموزش درس به بچه‌ها و یا حل تمرین‌ها به شما بسپارند. اگر پاسخ شما مثبت است کمی در این‌باره توضیح بدهید. آیا این آموزش‌دادن به بچه‌ها در یادگیری خودتان هم تأثیری دارد یا خیر؟

○ بله، خیلی پیش آمده است. زیرا من همیار معلم هستم و خب معمولاً سعی می‌کنم که به‌گونه‌ای برای بچه‌ها توضیح بدهم که درس را به‌خوبی فرا بگیرند. این آموزش نیز تأثیر بسیاری در یادگیری‌ام دارد. کسی می‌تواند مطلبی را برای دانش‌آموزان یا هرکس دیگری توضیح دهد که به آن مطلب مسلط باشد. مسلط‌شدن به مطالب ریاضی باعث می‌شود که این مطالب در ذهن خودم حک شوند.

● در بخشی از پاسخ‌ها گفتید که ریاضی از نظر شما درس شیرینی است. در حالی که تعدادی از دانش‌آموزان معتقدند درس ریاضی درسی خشک و غیرجذاب است. دربارهٔ این تفاوت نگاه چه نظری دارید؟

○ بعضی از دانش‌آموزان به‌قدری به خودشان تلقین می‌کنند که این درس خشک است و اصلاً جذابیتی ندارد که مغزشان نیز این مطلب را قبول می‌کند. هنگام تدریس معلم و فراگیری باید تمام حواس ما روی آموزش متمرکز باشد. وقتی با بچه‌های دیگر گرم حرف و صحبت باشیم، در یادگیری ما اختلال ایجاد می‌شود. بعد هم احساس می‌کنیم این درس سخت و دشوار است.

● غیر از کتاب درسی ریاضی خودتان معمولاً چه مطالعات دیگری در زمینهٔ درس ریاضی دارید؟

○ به خواندن کتاب‌های کمک درسی که مطالبشان فراتر از کتاب‌های درسی ما هستند علاقه دارم.

● آیا تحقیق و پژوهشی هم در حوزهٔ درس ریاضی داشته‌اید؟

○ خوشبختانه خانوادهٔ من فرهنگی هستند. دایی‌ام در حوزهٔ مباحث ریاضی کتاب‌هایی تألیف کرده‌اند و همین موضوع باعث تشویق من می‌شود. من و خواهرم برای درس ریاضی محتوایی ارائه کردیم که در استان مقام سوم را کسب کرد.

● هر علم و دانشی به نوعی می‌تواند در زندگی کاربردی داشته باشد. به نظر شما کاربردهای ریاضی در زندگی ما شامل چه مواردی است؟ از جمع و تفریق در مورد خرید و فروش که بگذریم، چه موارد دیگری وجود دارند؟

○ خیلی‌ها کاربرد ریاضی را به حساب و کتاب مالی محدود می‌دانند. ولی ما در تمامی زمینه‌ها از ریاضی استفاده می‌کنیم. مثلاً برای ساخت یک کشتی باید به‌طور دقیق جرم و چگالی چوب‌های تشکیل‌دهندهٔ آن را محاسبه کرد تا کشتی روی آب شناور باقی بماند و غرق نشود. برای محاسبهٔ این چگالی از تقسیم عددها استفاده می‌کنیم. در تهیهٔ غذا هم ما مواد را اندازه‌گیری می‌کنیم. برای رفتن به مسافرت‌های خارجی و تبدیل ارز، به محاسبه‌های ریاضی احتیاج پیدا می‌کنیم. در برگزاری یک مهمانی و محاسبهٔ تعداد مهمان‌ها برای تدارک دیدن پذیرایی، ریاضی به کمک ما می‌آید. جایی در زندگی وجود ندارد که ریاضی در آن کاربردی نداشته باشد.

● برایتان موفقیت‌های روزافزون آرزو داریم.

در کلاس درس

بخش‌پذیری بر ۷

محمدتقی طاهری‌تنجانی

آقای رهنما (دبیر ریاضی) رو به دانش‌آموزان کرد و گفت: «جلسهٔ قبل با بخش‌پذیری و قوانین بخش‌پذیری آشنا شدیم. تقریباً تمام قوانین بخش‌پذیری بر عددهای طبیعی تا ۱۰ را مطرح کردیم، به‌جز یک عدد! کدام عدد؟ بخش‌پذیری بر کدام عدد را به این جلسه مؤکول کردیم؟»

بچه‌ها (یک‌صدا): آقا ۷. بخش‌پذیری بر هفت مطرح نشد!

آقای رهنما: بله! درست گفتید. چون روش بخش‌پذیری بر ۷ متفاوت از روش‌هایی بود که مطرح کردیم، وعدهٔ یک جلسهٔ مستقل را برای آن دادیم. حالا قبل از ورود به بحث سؤالی دارم. اگر در یک تقسیم، مضرب‌هایی از مقسوم‌علیه را به مقسوم اضافه کنیم، باقی‌مانده چه تغییری می‌کند؟»

احمدی: آقا اجازه! به‌نظر می‌رسد که تغییر نکند!

آقای رهنما: چرا تغییری نمی‌کند؟ مثلاً عدد ۱۴۰ بر ۷ بخش‌پذیر است. حالا چرا عدد $۱۴۰+۲۱k$ که k عدد طبیعی است نیز بر ۷ بخش‌پذیر است؟

مصطفوی: فکر کنم من بتوانم دلیل آن را بگویم. چون $۲۱k$ مضرب ۷ است، پس باقی‌ماندهٔ آن بر ۷ صفر است. پس مجموع آن با عدد ۱۴۰ نیز بر ۷ بخش‌پذیر است.

آقای رهنما: کاملاً درست است. در حالت کلی می‌توان این مطلب را چنین نشان داد: اگر a را بر عدد b تقسیم کنیم و خارج‌قسمت q و باقی‌مانده r باشد، می‌نویسیم $a=bq+r$. حالا اگر k برابر b را به دو طرف بیفزاییم، داریم:

$$a+kb=bq+r+bk$$
$$=b(q+k)+r$$

یعنی اگر $a+kb$ را بر b تقسیم کنیم، باقی‌مانده r می‌شود.
حالا برویم سراغ قاعدهٔ بخش‌پذیری بر ۷. کسی یادش هست عدد سه رقمی را در حالت کلی چگونه نمایش می‌دادیم؟

احمدی: آقا بله! می‌توانیم بنویسیم: $\overline{abc}$ و یا $۱۰۰a+۱۰b+c$.

آقای رهنما: آفرین! حالا اگر به‌جای c مساوی آن یعنی $۲۱c-۲۰c$ را قرار دهیم، با دسته‌بندی جدید داریم:

$$\overline{abc}=۱۰۰a+۱۰b+۲۱c-۲۰c$$
$$=۲۱c+۱۰(۱۰a+b-۲c)$$

از مطلبی که امروز اشاره شد، استفاده می‌کنیم که $۲۱c$ بر ۷ بخش‌پذیر است. برای آنکه $\overline{abc}$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد، عبارت $۱۰(۱۰a+b-۲c)$ نیز باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد. ۱۰ که بر ۷ بخش‌پذیر نیست، پس عبارت داخل پرانتز، باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد. عبارت $۱۰a+b$ یعنی $\overline{ab}$. پس برای آنکه عدد $\overline{abc}$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد، باید $\overline{ab}-۲c$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد. آیا کسی می‌تواند قاعده را حدس بزند؟

مصطفوی: این‌طور که شما می‌فرمایید، یعنی رقم یکان عدد را دوبرابر کنیم. با حذف آن، عددی دورقمی داریم که دوبرابر یکان را از آن کم می‌کنیم. حاصل باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

آقای رهنما: آفرین! به زبان ساده‌تر، عدد سه‌رقمی $\overline{abc}$ بر ۷ بخش‌پذیر است، هرگاه با حذف رقم یکان و کم‌کردن دوبرابر آن از عدد باقی‌مانده، حاصل بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

ایمانی: اجازه! می‌شود با یک مثال مطلب را توضیح دهید؟

آقای رهنما: چرا که نه؟! مثلاً عدد ۷۵۶ را داریم که می‌نویسیم: $۷۵-(۲\times۶)$؛ یعنی ۶۳ باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد، چون $۶۳=۷\times۹$. پس عدد ۷۵۶ بر ۷ بخش‌پذیر است. حالا آقای ایمانی شما بگو عدد ۸۱۲ بر ۷ بخش‌پذیر است یا نه؟

ایمانی: طبق قاعده باید بنویسیم: $۸۱-(۲\times۲)=۷۷$. چون ۷۷ بر ۷ بخش‌پذیر است، پس ۸۱۲ هم بر ۷ بخش‌پذیر است.»

آقای رهنما: آفرین! کاملاً درست است. حالا اگر عدد چهاررقمی باشد، چه کار باید بکنیم؟ عدد چهاررقمی را به‌صورت $\overline{abcd}$ در نظر بگیرید و طبق حالت قبل عمل کنید. دست‌به‌کار شوید و تحقیق کنید!

آقای رهنما شروع به قدم‌زدن در کلاس کرد و در یافتن راه‌حل به بعضی از دانش‌آموزان کمک‌هایی کرد. بعد از چند دقیقه به بچه‌ها گفت: «خب، چه کسی موفق به حل شد؟!»

محمودی: آقا ما تا یک جاهایی جلو رفتیم. می‌شود کمک کنید به نتیجه برسیم؟!

آقای رهنما: آقای محمودی بیا پای تخته و راه‌حلت را بنویس تا کمک کنیم.

محمودی: آقا می‌شود نوشت:

$$\overline{abcd}=۱۰۰۰a+۱۰۰b+۱۰c+d$$

حالا به جای d می‌نویسم: $۲۱d-۲۰d$ و عبارت را مرتب می‌کنیم:

$$\overline{abcd}=۲۱d+۱۰(۱۰۰a+۱۰b+c-۲d)$$

چون $۲۱d$ بر ۷ بخش‌پذیر است، پس عبارت داخل پرانتز باید

بر ۷ بخش‌پذیر باشد. ما تا اینجا بررسی کردیم. حالا به کمک شما احتیاج داریم!

آقای رهنما: آفرین! خب حـــالا داخل پرانتز معادل چه عددی است؟

محمودی: ســـه جملهٔ اول آن معادل $\overline{abc}$ است. بله متوجه شـــدم. می‌شـــود: $\overline{abc}$-۲d . فکر کنم قاعده را یافتم! با حذف یکان و کم‌کردن دو برابر آن از عدد سه‌رقمی باقی‌مانده، به یک عدد سه‌رقمی می‌رسیم که باید بخش‌پذیری آن بر ۷ را بررسی کنیم. در قسمت قبل، قاعدهٔ بخش‌پذیری عدد سه‌رقمی بر ۷ را گفتید. مثل آن عمل می‌کنیم تا به یک عدد دو رقمی برسیم ...

آقای رهنما: آفرین آقای محمودی! حالا همین مرحله‌ها را برای عدد ۸۷۶۴ بررسی کن.

محمودی: باید بنویسیم: (۲×۴)-۸۷۶. پس عدد ۸۶۸ باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد. حالا داریم: ۸×۲-۸۶. یعنی عدد ۷۰ باید بر ۷ بخش‌پذیر باشـــد که هست! پس عدد ۸۷۶۴ بر ۷ بخش‌پذیر است.

آقای رهنما: کاملاً درســـت اســـت. قاعدهٔ کلی هم همین‌طور است. فکر کنم همگی متوجه قاعدهٔ کلی شدید! یک نفر آن را بیان کند تا مطمئن شوم فهمیده‌اید.

مصطفوی: آقا اجازه! برای بخش‌پذیری بر ۷ ، رقم یکان عدد را حـــذف می‌کنیم و دو برابر آن را از عدد حاصل کم می‌کنیم. ســـپس رقم یکان عدد حاصل را حذف می‌کنیم و دو برابر آن را از عـــدد مانده کم می‌کنیم. این عمل را آن‌قدر تکرار می‌کنیم تا به یک عدد دو رقمی برســـیم که بخش‌پذیری بر ۷ آن کار ساده‌ای است.

آقای رهنما: کاملاً درست بیان کردید. حالا دست به قلم شوید و تحقیق کنید عدد ۲۷۳۴۹۶ بر ۷ بخش‌پذیر است یا نه؟ آقای رسولی شما بیا و مرحله‌ها را بنویس.

رسولی: آقا باید بنویسیم:

۲۷۳۴۹-۲×۶=۲۷۳۳۷

۲۷۳۳-۲×۷=۲۷۱۹

۲۷۱-۲×۹=۲۵۳

۲۵-۳×۲=۱۹

چون ۱۹ بر ۷ بخش‌پذیر نیســـت، پس عدد ۲۷۳۴۹۶ نیز بر ۷ بخش‌پذیر نیست.

آقای رهنما: آفرین! حالا می‌توانی بگویی باقی‌ماندهٔ تقســـیم عدد ۲۷۳۴۹۶ بر ۷ چقدر است؟

رســـولی: فکر کنم باقی‌ماندهٔ آن بر ۷ همان باقی‌ماندهٔ ۱۹ بر ۷ یعنی ۵ است!

آقای رهنما: بله کاملاً درست است. یعنی اگر از عدد ۲۷۳۴۹۶ پنج واحد کم کنیم، عدد ۲۷۳۴۹۱ می‌شود که بر ۷ بخش‌پذیر اســـت. حالا یک ســـؤال دیگر دارم. اگـــر عدد $\overline{a۶۷۵۴}$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد، a چه رقم‌هایی می‌تواند باشد؟

چند نفر از بچه‌ها اجازه خواستند مسئله را حل کنند. آقای رهنما از دفتر کلاس نفر شمارهٔ ۱۴ را صدا زد: «آقای محمدی شما تشریف بیاورید و مسئله را حل کنید.»

محمدی: آقا مثل همان حالت عددی عمل می‌کنیم:

$$\overline{a۶۷۵۴} = \overline{a۶۷۵} - ۲ \times ۴ = \overline{a۶۶۷}$$

$$\overline{a۶۶} - ۲ \times ۷ = \overline{a۵۲}$$

$$\overline{a۵} - ۲ \times ۲ = \overline{a۱}$$

تا اینجا توانستم حل کنم. حالا شما کمکم کنید به نتیجه برسم.»

آقـــای رهنما: آفرین آقای محمـــدی! اینکه اعتمادبه‌نفس خوبی داری و به مســـئله حمله می‌کنی، جای تقدیر دارد! کاملاً درســـت هم عمل کردی. به عدد $\overline{a۱}$ رســـیدی. حالا کافی اســـت یکی از رقم‌های ۱ تا ۹ را به جای a بگذاری و عددهای به‌دست‌آمده را آزمایش کنی. مثلاً آیا عدد ۱۱ بر ۷ بخش‌پذیر است؟ عدد ۲۱ چطور؟

محمدی: ۱۱ بر ۷ بخش‌پذیر نیســـت، ولی ۲۱ بخش‌پذیر اســـت. از بقیهٔ رقم‌ها هم فقط ۹۱ بر ۷ بخش‌پذیر است. پس مسئله دو جواب ۲ و ۹ دارد.

آقای رهنما: خوش‌حالم که امروز قاعدهٔ بخش‌پذیری بر ۷ را یاد گرفتید. بخش‌پذیری بر ســـایر عددها مثل ۱۱ و ۱۳ هم متفاوت از این روش است و به معلومات بیشتری نیاز دارد که در ســـال‌های پایانی دورهٔ دوم متوسطه با آن آشنا می‌شـــوید. اما اگر علاقه‌مند هستید، به عدد جادویی ۱۰۰۱ فکر کنید.

بچه‌ها: جادویی! چه جوری؟!

آقای رهنما: چون می‌توان نوشـــت: ۱۰۰۱=۱۳×۱۱×۷؛ یعنی ۱۰۰۱ هم بر ۷، هم بر ۱۱ و هم بر ۱۳ بخش‌پذیر اســـت. حالا اگر عدد را سه‌رقم سه‌رقم جدا کنید، رد پای عدد ۱۰۰۰ آشکار می‌شود؛ این شما و این میدان! من در خدمت علاقه‌مندان هســـتم. می‌توانید راه‌حل‌هایتان را مطرح کنید تا به شما کمک کنم. این هم یک مســـئله برای شـــب‌های طولانی زمستان! چند مسئله در رابطه با بخش‌پذیری برای ۷ طرح کرده‌ام که تکلیف جلسهٔ بعد شماست. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های تمرین را توزیع کند.

تمرین

۱. کدام‌یک از عددهای زیر بر ۷ بخش‌پذیرند؟

الف) ۷۷۷۷ ب) ۱۲۳۱۲۳ پ) ۱۶۲۴۰

۲. چرا هر سه عدد سه‌رقمی که دوبار تکرار شود، یعنی $\overline{abcabc}$ همواره بر ۷ بخش‌پذیر است؟

۳. اگـــر عدد $\overline{a۲۴۳b}$ بر ۲۱ بخش‌پذیر باشـــد، a و b چه رقم‌هایی هستند؟

آریان خلیلی

نگاهی به ساختارهای برنامه‌نویسی

برنامه را می‌توان به‌عنوان مجموعه‌ای از دســتورات پی‌درپی توصیف کرد. برای تعیین اینکه کدام یک از خط‌های برنامهٔ نوشته‌شده یا «کُد» باید اجرا شوند، برنامه‌ها از ساختارهایی کنترلی مانند شاخه‌ها و حلقه‌ها استفاده می‌کنند.

انشعاب

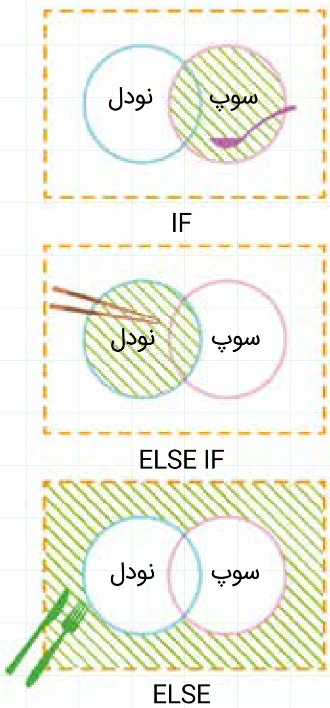
قایقی را در نظر بگیرید که در رودخانه‌ای در حرکت اســت و به یک دوراهه (انشــعاب) می‌رسد. این قایق می‌تواند یا به سمت چپ حرکت کند یا به سمت راست، اما هم‌زمان نمی‌تواند در هر دو مسیر حرکت کند. به‌طور مشابه، ساختار شرطی IF-THEN-ELSE برنامه را تنها در یک شــاخه از دسترسی‌های متفاوت اجرا می‌کند و شاخه‌های دیگر را نادیده می‌گیرد. انتخاب هر مسیر به‌طور معمول به محتویات داده‌های ذخیره‌شده در یک متغیر معین بستگی دارد.

ساختار انشعاب

قاشق، چوب غذاخوری، چاقو و چنگال همگی برای یک وعدهٔ غذایی لازم نیستند. با توجه به نوع غذا، از میان آن‌ها انتخاب می‌کنیم. به‌طور مشــابه استفاده از ساختار شرطی انشعاب در یک برنامه، کاربر را وادار می‌کند بسته به شرایط، بهترین گزینه را انتخاب کند.

گروه‌بندی داده‌ها

از ساختار شرطی IF-THEN-ELSE به‌عنوان راهی برای مرتب‌سازی داده‌ها و ترتیب‌بندی علمکردها در کدهای رایانه‌ای و در گروه‌ها استفاده می‌شود. برنامه‌نویسان همچنین می‌توانند کدهای سفارشی‌شده را بنویسند تا هر گروه را به گونه‌ای متفاوت دســتکاری کنند. عبارت ELSE در برنامه‌نویســی به معنای برقرار نبودن شرط است تا در این صورت چیز دیگری جایگزین آن کند.



جبر بولی

نمودارهای وِن را که در شمارهٔ آبان با آن‌ها آشنا شدید می‌توان برای نشــان‌دادن نحوهٔ تفکیــک داده‌ها به گروه‌ها استفاده کرد. جبر بولی همچنین می‌تواند برای ایجاد گروه‌های پیچیده‌تر مانند سوپ و نودل استفاده شود.

ژرف و عمیق

اگر- آنگاه- دیگر (IF-THEN-ELSE)

«if»، «else if»، (elif) و «els» کلمــات کلیــدی رایج در برنامه‌نویســی‌اند که برای تصمیم‌گیــری از آن‌ها استفاده می‌شــوند. «if» یک شــرط اولیه را بررسی می‌کند، مانند پرســیدن: «آیا آسمان آبی است؟» اگر این شرط نادرست اســت، «else if» یک جایگزین را بررســی می‌کند؛ مانند: «آیا آسمان بنفش است؟» در صورتی که هیچ‌یک از این شرایط برآورده نشود، به‌طور پیش‌فرض روی «else» قرار می‌گیرد.

حلقه‌ها

غالباً لازم اســت کاری در یک برنامه چندین بار تکرار شود. برای جلوگیری از نوشتن مجدد کد، برنامه‌نویسان از حلقه‌ها اســتفاده می‌کنند. هنگامی‌که برنامه‌ای به انتهای یک ساختار حلقه‌ای می‌رسد، ممکن است به ابتدای حلقه برگردد و دوباره شروع شود.
سه نوع حلقه به نام‌های WHILE، FOR و DO-WHILE وجــود دارد. انتخاب هــر یک از این ســاختارهای حلقه‌ای، به مدت زمان اجرای برنامهٔ حلقه، عناصری که کاربر می‌خواهد در هر تکرار تغییر دهد و شــرایط خروج کاربر از حلقه بستگی دارد.

حلقهٔ FOR

حلقهٔ FOR یک بلوک خاص از کد را چندین بار اجرا می‌کند. برای مثال اگر بخواهید مربعی رسم کنید، به‌جای کدنویسی برای هر ضلع مربع، می‌توانید کدی را بنویسید تا یک خط را بکشد و سپس ۹۰ درجه بچرخاند و این را چهار بار در یک حلقهٔ FOR اجرا کند.

حلقهٔ WHILE

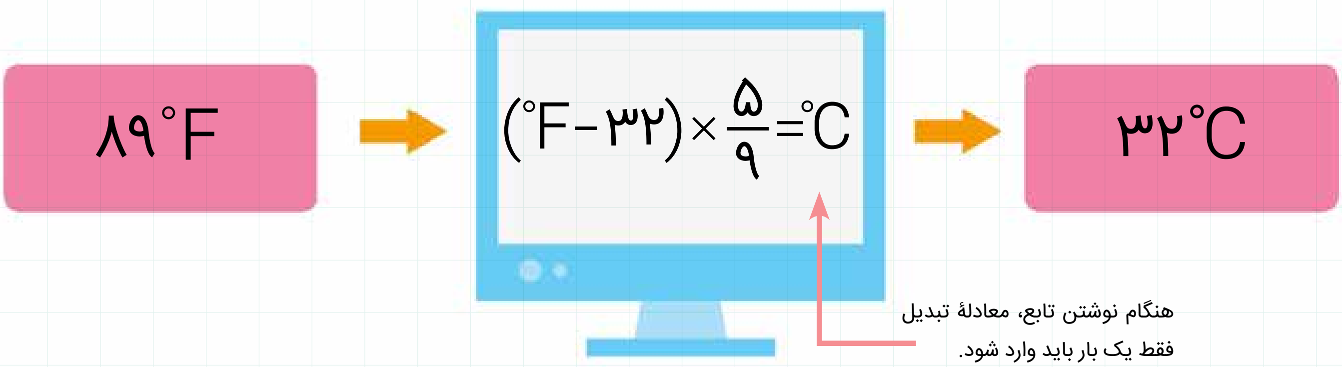
این حلقه معادل گفتن «حلقه برای همیشه، به شرطی که ...» است. این حالت می‌تواند: «در حالی که هنوز در جعبه بیسکویتی وجود دارد، بیسکویت‌های جدید نخرید»، یا: «تا زمانی که کاربر برنامه را ببندد، فشردن کلیدها ثبت شود» باشد.

حلقهٔ DO-WHILE

مشابه حلقهٔ WHILE، حلقهٔ DO-WHILE برای مدت زمان نامحدودی اجرا می‌شود. تنها تفاوت این است که این حلقه وضعیت خود را در پایان حلقه بررسی می‌کند. بنابراین اجرای حداقل یک بار آن تضمین می‌شود.

چرا از تابع‌ها استفاده کنیم؟

در برنامه‌نویسی، به قطعه‌ای از کدهای سازمان‌یافته «تابع» می‌گویند که برای انجام عمل مشخصی استفاده می‌شود. تابع، داده‌های ورودی را، مانند عددها یا مختصات، می‌گیرد و به داده‌های خروجی، مانند پاسخ یا نشانی کامل تبدیل می‌کند. داخل تابع، از متغیرها، ثابت‌ها، آرایه‌ها و ساختارهای شرطی، مانند حلقه‌ها و شاخه‌ها استفاده می‌کنند. تابع‌ها به خوانایی و درک‌پذیری بیشتر کدها کمک می‌کنند. برای مثال، تابعی که دما را برحســب درجهٔ فارنهایت می‌گیرد و آن را بر حســب درجهٔ سانتی‌گراد می‌دهد، احتمال خطای انسانی را از بین می‌برد.

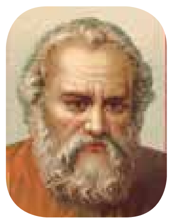


جعفر ربانی

همه جا ریاضی!

۱. وصیت ارشمیدس

مشـــهور اســـت که **ارشـــمیدس**، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان شهیر یونان باســـتان، وصیت کرده بود که روی سنگ قبرش تصویر یک کره را که در آن استوانه‌ای محاط شده‌است، حک کنند. به وصیت او عمل کردند. جالب این اســـت که در قرن گذشته این سنگ قبر کشف شد و اکنون در موزهٔ شهر «سیراکوز» یونان نگهداری می‌شود.

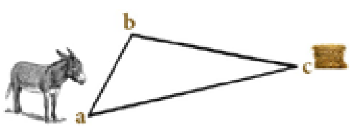


و بـــاز گفته‌اند، روزی مـــردی به **تالـــس ملطی**، ریاضی‌دان و حکیم یونانی، مراجعه کرد و گفت که کارش بارکردن نمک بر پشت الاغ و رساندن آن به مناطق اطراف است. الاغ یاد گرفته است که هنگام عبـــور از رودخانه با کج‌کردن بارش در رودخانه و حل‌کردن نمک در آب، وزن بـــارش را کم کند! و به این ترتیب به او ضـــرر زیادی وارد کرده است. تالس چه گفت؟ گفت یک بار به جای نمک اسنفج دریایی بار الاغش کند. می‌دانید چه شـــد؟ مشکل حل شد! بگویید چرا؟ [نقل از کتاب ریاضی شاد ۱، هوشنگ شرقی، انتشارات مدرسه، ۱۴۰۰]

۲. ریاضی هم یک زبان است!

هیچ‌کس نیســـت که به کلی ریاضی نداند؛ حتی کودکان خردســـال. یک کودک سه ســـاله اگر سه عدد سیب داشته باشد و بچهٔ دیگری یکی از آن‌ها را بگیرد، می‌فهمد و به گریه می‌افتد. برعکس هم، اگر مادرش یک ســـیب دیگر بـــه او بدهد خوش‌حال خواهد شد. از این نتیجه می‌گیریم که آن بچهٔ سه ساله می‌داند که ۲ کمتر از ۳ است، و ۴ بزرگ‌تر از ۳ است.

حالا از هندســـه بگوییم. در هندســـه قضیه‌ای داریـــم به نام «قضیهٔ حمار». حمار یعنی خـــر! در این قضیه ثابت می‌کنیـــم که اندازهٔ یـــک ضلع مثلث کوچک‌تر از مجموع دو ضلع دیگر است. اگر این قضیه را به کسی بگویید خواهد گفت: «این را که خر هم می‌داند!» چون خر هم اگر نزدیک خود دســـته علفی ببیند، مســـتقیم به طرف آن می‌رود؛ چون می‌داند زودتر به علف می‌رســـد تا اینکه راهش را کـــج کند و برود. ما در آینده در یکی از شماره‌ها برای شما اثبات خواهیم کـــرد که چرا یک ضلع مثلث کوچک‌تر از مجموع دو ضلع دیگر است. از این قضیه یک نتیجهٔ دیگر هم گرفته می‌شـــود: «در ریاضی همه چیز باید با دلیل اثبات شود؛ حتی اگر قضیهٔ بدیهی حمار باشد.»



۳. بازی

- به یک عدد فکر کن و به من نگو!
- فکر کردم.
- عدد را در ۵ ضرب کن.
- ضرب کردم.
- به عدد جدید ۶ را اضافه کن.
- اضافه کردم.
- عددی که به دست آمد ضرب در ۴ کن.
- ضرب کردم.
- از حاصل‌ضرب عدد ۴ را کم کن.
- کم کردم.
- عدد به‌دست آمده را در ۵ ضرب کن.
- ضرب کردم.
- حالا بگویید چه عددی به‌دست آمد؟

به شـــما می‌گوید: ۱۴۰۰. به او بگویید عددی که اول فکر کردی ۱۳ بوده است! خودتان آزمایش کنید، ببینید درست است یا نه.

در شـــمارهٔ آینده خواهیم گفت که راز این کار چیست؟

۴. مارپیچ

می‌دانید چرا می‌گویند مارپیچ و نمی‌گویند مثلاً عقرب‌پیچ یا مارمولک‌پیچ و ...؟ معلوم است، زیرا تنها مار است که می‌تواند بدن خود را به شــکل پیچیده درآورد. در جهان طبیعت اگر دقت کنیم بی‌نهایت شکل‌های مارپیچــی می‌بینیــم؛ طــرز قرارگرفتن تخمه‌های گل آفتاب‌گــردان، حلزون‌ها، کهکشان‌ها، گرداب‌ها و ... .

شکل‌های مارپیچی هم مانند شکل‌های دایــره‌ای، بیضوی و کروی از شــکل‌های ریاضی به شما می‌روند. در اینجا یک گل آفتاب‌گردان می‌بینید. به مارپیچ‌های آن که از راســت به چپ و از چپ به راســت تودرتوی یکدیگرند دقت کنید.

۵. یک سؤال فوری!

بعضی ماه‌های سال شمسی ۳۱ روز دارند و بعضی ۳۰ روز دارند. چند تای آن‌ها ۲۸ روز دارند؟

در سه ثانیه جواب دهید! توانستید؟ خودم می‌گویم: همهٔ ماه‌ها.

۶. درخت جادویی

شهرزاد گفت: «حالا این را امتحان کنید: یک درخت هر روز دو برابر خود قد می‌کشید ...»

شهریار پرسید: «چطور انتظار داری این را باور کنم؟»

شهرزاد پاسخ داد: «آن درخت درختی جادویی بود.»

شــهریار گفــت: «اوه! در این صورت می‌پذیرم.»

شهرزاد ادامه داد: «صد روز طول کشید تا درخت کاملاً قد بکشد.

حالا بگویید چند روز طول کشــید تا درخت به نصف قد کامل خود برسد؟»

شــهریار جواب داد: «معلوم اســت. پنجاه روز.»

آیا پاسخ او درست بود؟

۷. معمای سکه‌ها

در یک صرافی سکه‌ها را در جعبه‌های ۱۶، ۱۷، ۲۳، ۲۴، ۳۹ و ۴۰ عــددی بسته‌بندی کرده‌اند. روزی یک مشتری آمد و ۱۰۰ عدد ســکه خواست. صراف باید چند جعبه از هر کدام از بسته‌ها به او می‌داد؟

۸. جدول آلبرشت دورِر

آلبرشــت دورِر که حدود ۵۰۰ ســال پیــش در آلمــان زندگــی می‌کرد، هنرمنــدی بود کــه کارش کنده‌کاری روی فلــز، یعنی قلم‌زنی بــود. از دورر جدول قلم‌زنی‌شده‌ای باقی مانده که از نظر ریاضی حیرت‌آور اســت. این جدول را مشاهده کنید. آیا می‌توانید راز شــگفت‌انگیز آن را پیدا کنید؟ اگر نتوانستید تا شــمارهٔ بعد صبر کنید. فقط بدانید که جمع چهار عدد وسط جدول می‌تواند راهنمای شما باشد.

۱۶	۳	۲	۱۳
۵	۱۰	۱۱	۸
۹	۶	۷	۱۲
۴	۱۵	۱۴	۱

۹. بشناسیم

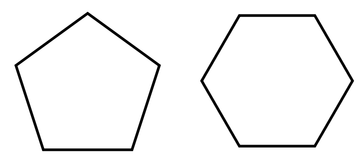
یکی از ریاضی‌دانــان و فیزیک‌دانان بزرگ مسلمان حسن بن هیثم (۴۱۷-۳۴۳ ه. ق) معــروف بــه **ابن هیثم** اســت. ابن هیثم پیش از هر چیز به نورشناسی شــهرت دارد. او مهم‌ترین کتاب را دربارهٔ **مناظر و مرایا** تألیف کرد. بســیاری از قوانین نور را کشف کرد، نزدیک به صد اثر در فیزیک و ریاضی نوشت و نیز مسائلی دربارهٔ آینه‌های کروی مطرح ساخت.

آنچه بیــش از هر چیز بــر اهمیت ابن‌هیثــم در تاریخ علــم مؤثر بوده، کشــف بزرگ او دربارهٔ «دیدن چشم» اســت. تا قبل از ابن هیثــم- از زمان **ارســطو** تا آن زمان- همهٔ دانشمندان معتقد بودند آنچه باعث دیدن شیء توسط انســان می‌شود این است که نوری از چشــم خارج می‌شــود و به شیء می‌تابد و در نتیجه دیدن صورت می‌گیرد. اما ابن‌هیثــم گفت چنین نیســت و موضوع برعکس است. او گفت: «وقتی نور به شیء بتابد بازتاب می‌کند و به چشم ما می‌رسد و سبب می‌شود ما شیء را ببینیم. این کشف مهم به نام ابن‌هیثم ثبت شده است.

چگونه رسم می‌شود؟

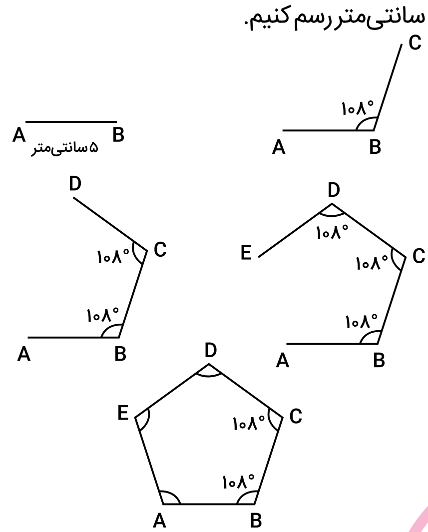
عباس قلعه‌پوراقدم

شکل‌های زیر چگونه رسم می‌شوند؟

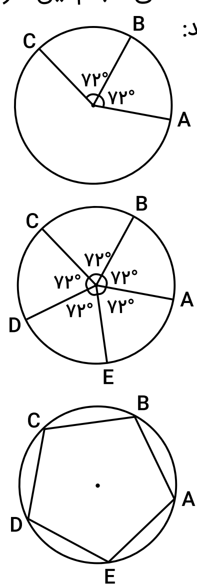


در قسمت قبلی «چگونه رسم می‌شود؟» دو شکل رسم کردیم که در هر دو، کار با رسم یک پنج‌ضلعی منتظم شروع می‌شد. راستی شما رسم پنج‌ضلعی را بلدید؟ برای رسم پنج‌ضلعی منتظم شما شاید دو روش زیر را بدانید:

روش اول: می‌دانیم در هر nضلعی منتظم، همهٔ ضلع‌ها هم‌طول و همهٔ زاویه‌ها هم‌اندازه‌اند. و نیز می‌دانیم که مجموع زاویه‌های داخلی هر n ضلعی منتظم (و همچنین غیرمنتظم) از رابطهٔ ۱۸۰×(n-۲) به دست می‌آید. در این رابطه، اگر قرار دهیم: n=۵، معلوم می‌شود که مجموع زاویه‌های داخلی هر پنج‌ضلعی منتظم برابر ۵۴۰ درجه است. چون هر پنج زاویه هم‌اندازه‌اند، بنابراین هر یک از زاویه‌های آن برابر $\frac{۵۴۰}{۵}$ یا ۱۰۸ درجه می‌شود. با این حساب می‌توانیم به صورت شکل‌های زیر که مرحله‌به‌مرحله است، یک پنج‌ضلعی منتظم مثلاً به طول ضلع ۵ سانتی‌متر رسم کنیم.



روش دوم: با رسم یک دایره و تقسیم محیط آن به پنج کمان هم‌اندازهٔ ۷۲ درجه‌ای (۵÷۳۶۰) نیز می‌شود یک پنج‌ضلعی منتظم رسم کرد. شکل‌های زیر مرحله‌های انجام این کار را نشان می‌دهند:



ولی باید بدانید که هیچ‌یک از این دو روش، روش دقیقی برای رسم پنج‌ضلعی منتظم نیستند. در روش اول، موقع اندازه‌گیری و ساختن زاویه‌های ۱۰۸ درجه‌ای، یک یا دو درجه خطا در اندازه‌گیری زاویه‌ها که غالباً هم اتفاق می‌افتد، باعث می‌شود پنج‌ضلعی به‌دست‌آمده در آخر کار دقیقاً منتظم نباشد. یعنی اندازهٔ بعضی از ضلع‌های آن یکی‌دو میلی‌متر کوتاه‌تر یا بلندتر باشند.

ایراد روش دوم هم این است که هر چند این روش از روش قبلی بهتر است، اما اندازهٔ پنج‌ضلعی منتظمی که در نهایت به‌دست می‌آید، به اندازهٔ دایره‌ای که ابتدا رسم کرده‌اید بستگی دارد. برای مثال، شما نمی‌توانید با این روش پنج‌ضلعی منتظمی که طول هر ضلع آن دقیقاً ۵ سانتی‌متر باشد رسم کنید. البته رابطه‌ای بین شعاع دایرهٔ محیطی (دایره‌ای که رأس‌های پنج‌ضلعی روی آن قرار می‌گیرند) و طول ضلع پنج‌ضلعی منتظم محاط‌شده در آن (قرارگرفته در درون دایره) وجود دارد که شما هنوز درس آن را نخوانده‌اید. وقتی این رابطه را یاد گرفتید خواهید دید که رابطهٔ بین این دو ضریبی دارد که عدد گنگی است و چون مقدار دقیق عدد گنگ معلوم نیست، باز هم نخواهید توانست پنج‌ضلعی منتظمی با طول ضلع دلخواه رسم کنید.

پس چه باید کرد؟ پاسخ را یکی از دانشمندان بزرگ ایران در یکی از کتاب‌های خود داده است. آیا ریاضی‌دان و منجم بزرگ کشورمان، ابوالوفا بوزجانی را می‌شناسید؟ آیا تاکنون در مورد او مطلبی خوانده‌اید؟

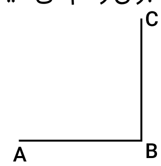
ابوالوفا محمد بن محمد بن یحیی بن اسماعیل بوزجانی، یکی از مفاخر علمی ایران و از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان و منجمان قرن چهارم هجری (حدود هزار سال پیش) است. وی در سال ۳۲۸ هجری قمری در شهر بوزجان (شهر تربت‌جام کنونی)، متولد شد. علم عدد و هندسه را نزد عمو و دایی خود آموخت. در سال ۳۴۸، هنگامی که ۲۰ ساله بود، به عراق مهاجرت کرد و تا آخر عمر (سال ۳۸۷ یا ۳۸۸) در آنجا زیست.

از بوزجانی آثار ریاضی ارزشمندی به‌جا مانده است که یکی از آن‌ها کتابی با عنوان «اعمال هندسی» که من می‌خواهم روش‌های رسم پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی منتظم را از این کتاب برایتان نقل کنم.

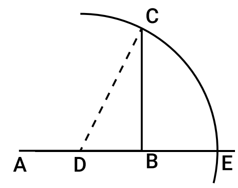
روش ابوالوفا بوزجانی برای رسم پنج‌ضلعی منتظم

این روش دقیق است، هرچند کمی مرحله‌های آن زیادند. گونیا و پرگار وسایل مورد نیاز اصلی هستند. ولی مهم‌تر از این دو، حوصله به‌خرج‌دادن و داشتن دقت است که حتماً شما به کار خواهید بست. می‌خواهیم یک پنج‌ضلعی منتظم به ضلع مثلاً ۵ سانتی‌متر رسم کنیم:

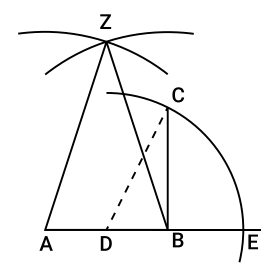
۱. پاره خط AB را به طول ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. AB یکی از ضلع‌ها خواهد بود. سپس در انتهای B از ضلع AB عمود BC را مساوی با AB (۵ سانتی‌متر) برآن رسم می‌کنیم.



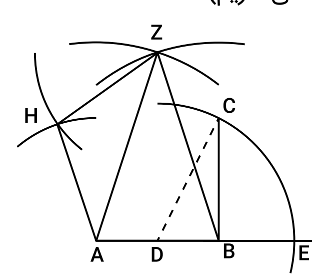
۲. وسط ضلع AB را D می‌نامیم و D را به C وصل می‌کنیم. دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ DC باز می‌کنیم و کمانی از دایره را رسم می‌کنیم تا امتداد DB را قطع کند. نقطهٔ تقاطع را E می‌نامیم.



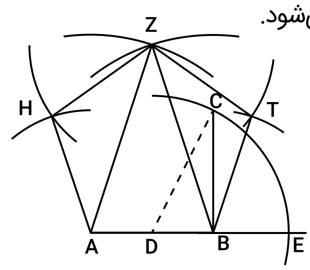
۳. دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ AE باز می‌کنیم و به مرکزهای A و B و شعاع AE دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را قطع کنند. نقطهٔ تقاطع را Z می‌نامیم. Z را به A و B وصل می‌کنیم (در واقع روی ضلع AB، مثلث متساوی‌الساقین ABZ با ساق‌های AZ و ZB را درست می‌کنیم).



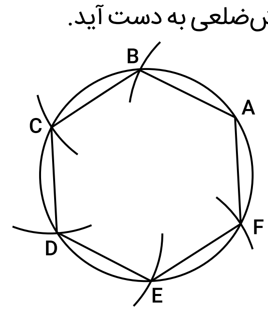
۴. حال به مرکزهای A و Z و شعاع AB (۵ سانتی‌متر) دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ای که نامش را H می‌گذاریم، قطع کنند. H را به Z و A وصل می‌کنیم (در واقع روی AZ مثلث متساوی‌الساقین AHZ را با ساق‌های AH و HZ می‌سازیم).



۵. حالا به مرکزهای B و Z و شعاع AB دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ T قطع کنند. T را به B و Z وصل می‌کنیم. پنج‌ضلعی ABTZH منتظم است که با پاک‌کردن خط‌های اضافی ظاهر می‌شود.

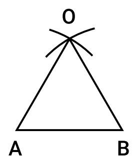


برای رسم شش‌ضلعی منتظم، روش تقسیم محیط دایره به شش کمان ۶۰ درجه‌ای روش خوبی است. خوب است بدانید که شعاع دایره‌ای که شش‌ضلعی درون آن ساخته می‌شود، برابر با طول ضلع شش‌ضلعی منتظم است. این ویژگی فقط در مورد شش‌ضلعی درست است. بنابراین اگر بخواهیم با این روش شش‌ضلعی منتظم با ضلع مثلاً ۵ سانتی‌متر رسم کنیم، کافی است دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم و بعد محیط آن را شش قسمت مساوی کنیم. برای تقسیم محیط دایره به شش قسمت مساوی هم لازم نیست از نقاله استفاده کنید. دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ شعاع دایره‌ای که رسم کرده‌ایم باز می‌کنیم. نوک پرگار را روی نقطهٔ دلخواهی از محیط دایره می‌گذاریم و کمانی می‌زنیم تا دایره را در نقطه‌ای قطع کند. سپس نوک پرگار را در این نقطهٔ جدید می‌گذاریم و باز کمانی می‌زنیم. با تکرار این کار محیط دایره به شش کمان هم‌اندازه تقسیم می‌شود. نقطه‌های به‌دست‌آمده روی دایره را به هم وصل می‌کنیم تا شش‌ضلعی به دست آید.

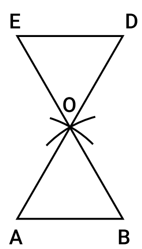


روش ابوالوفای بوزجانی برای رسم شش‌ضلعی منتظم

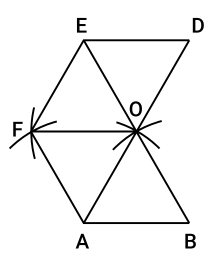
۱. پاره خط AB را به طول ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. AB یکی از ضلع‌های پنج‌ضلعی خواهد بود. به مرکزهای A و B دو کمان به شعاع AB رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در O قطع کنند. در واقع روی ضلع AB مثلث متساوی‌الاضلاع ABO را می‌سازیم.



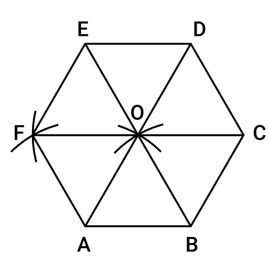
۲. حالا AO و BO از مثلث را از طرف O به اندازهٔ خودشان امتداد می‌دهیم. انتهای این امتدادها را D و E می‌نامیم. D و E نیز دو تا از رأس‌های شش‌ضلعی خواهند بود.



۳. حالا به مرکزهای A و O و شعاع AB دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را قطع کنند. نقطهٔ تقاطع را F می‌نامیم. F را به A، O و E وصل می‌کنیم.



۴. FO را از طرف O به اندازهٔ خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطهٔ C برسیم. شش‌ضلعی منتظم ABCDEF به دست می‌آید.



امیدوارم این رسم‌ها را تمرین کنید و نیز دربارهٔ دانشمند ابوالوفا بوزجانی بیشتر تحقیق کنید.

خطاهای فراگیر در محاسبات ریاضی

افشین خاصّه‌خان

درود خدمت دوستداران درمانگاه ریاضی. امیدوارم آزمون نیمسال اول سال تحصیلی را با موفقیت پشت سر گذاشته و آمادگی کافی داشته باشید، مفهوم‌های درسی را با حوصلهٔ تمام یاد گرفته و تمرین و تکرار لازم را انجام داده باشید. «تکرار و تمرین» علاوه بر اینکه تسلط بر مفهوم‌های درسی را افزایش می‌دهد، سرعت انتقال آن‌ها را نیز بهبود می‌بخشد و مهم‌تر از همه، جرئت و قدرت ایده‌پردازی و حل مسئله را توسعه می‌دهد. طبق روال امسال، در این شماره هم به یکی از اشتباه‌های متداول دیگر می‌پردازیم که بسیاری از دانش‌آموزان به آن مبتلا هستند.

اشتباه متداول ۵: ضرب علامت‌ها و صفر در ضرب و تقسیم عددهای صحیح

یکی از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در ضرب و تقسیم عددهای صحیح، ضرب صفر و همچنین ضرب علامت‌های آن‌هاست. برای مثال، بعضی از دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه اشتباه‌های زیر را در محاسبه‌های عددهای صحیح مرتکب می‌شوند:

$(0)(-5)=-5$ $\qquad$ $(-4)(-5)=-20$

در محاسبهٔ اول، حاصل‌ضرب اندازه‌ها درست محاسبه‌شده و اشتباه در حاصل‌ضرب علامت‌ها رخ داده است. اما در محاسبهٔ دوم اشتباه کلی‌تر است.

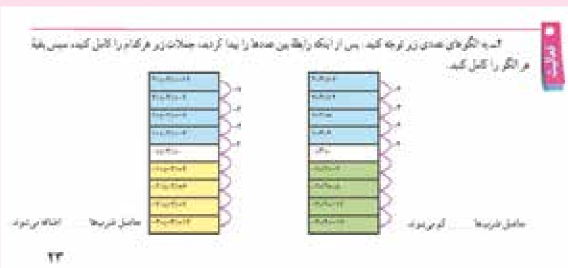
تشخیص

به نظر می‌رسد در هر دو محاسبه منشأ اشتباه تسلط‌نداشتن بر قواعدِ ضربِ علامت‌هاست. اما در واقع مشکل از نوع یادگیری آن‌هاست. این دانش‌آموزان معمولاً قواعد سادهٔ ریاضی را بدون علت و چرایی آن‌ها به صورت طوطی‌وار حفظ می‌کنند و همین روش یادگیری گاهی منشأ اشتباه‌هایشان می‌شود. عوامل روان‌شناختی دیگری هم می‌توانند در ارتکاب این اشتباه دخیل باشند که متخصصان این حوزه می‌توانند در مورد آن‌ها نظر بدهند.

تجویز و درمان

برای درمان این نوع اشتباه‌های متداول بهتر است قاعده‌های ساده و پرکاربردی را که معمولاً به دانش‌آموزان «بدون ذکر علت و به صورت قاعده‌ها و دستورالعمل‌هایی که باید رعایت شوند» تدریس می‌شوند، از طریق نوشتن الگوها و نتیجه‌گیری از آن‌ها و یا با ذکر دلیل‌های منطقی آن‌ها، به دانش‌آموز تفهیم کرد. در غیر این صورت هیچ ریشهٔ منطقی در تفکر دانش‌آموزان در ارتباط با این قاعده‌ها ایجاد نمی‌شود و تنها راه به خاطر سپاری آن‌ها تکرار طوطی‌وار و آهنگین! آن قواعد است. طبیعی است که اگر قاعده‌ای فراموش شود، ریشهٔ منطقی برای یادآوری آن وجود ندارد و به‌ناچار دانش‌آموز اشتباه‌های یادشده را مرتکب می‌شود.

در فعالیت صفحهٔ ۲۳ کتاب ریاضی پایهٔ هفتم، نویسندگان محترم به‌درستی به علتِ قواعد حاصل‌ضرب علامت‌ها در ضرب عددهای صحیح اشاره کرده‌اند و الگویی که سبب وضع این قاعده‌ها شده را برای دانش‌آموزان به زبانی ساده بیان کرده‌اند.



نسخهٔ تکمیلی

بهتر است دانش‌آموزان فصل دوم از کتاب ریاضی هفتم را به‌دقت بخوانند، فعالیت‌ها را انجام دهند و با توجه به مثال‌ها، کار در کلاس‌ها را پاسخ بگویند. در پایان هم تمرین‌های آخر فصل را حل کنند و در صورت ناتوانی در پاسخ‌گویی به بعضی از تمرین‌ها، دوباره به متن کتاب مراجعه کنند و بعد از بازخوانی متن کتاب، برای حل آن‌ها چالش‌های جدیدی را انجام دهند.

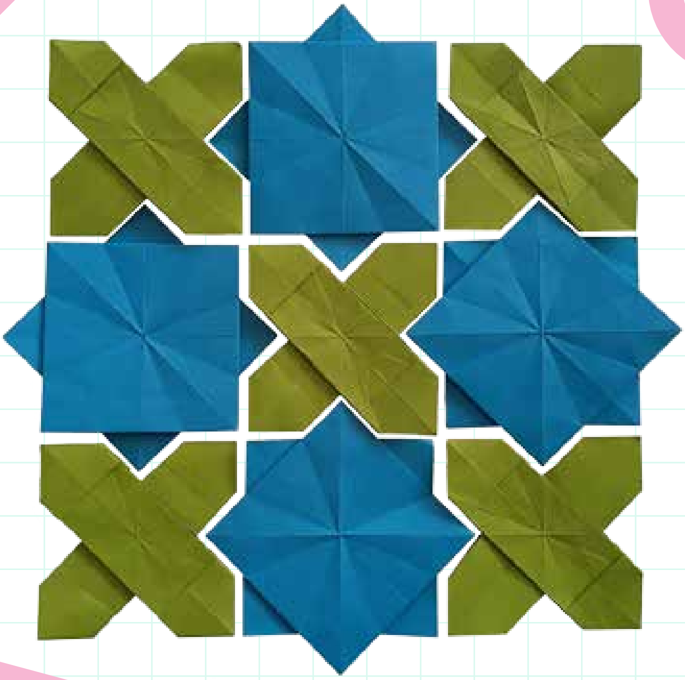
کاغذتایی

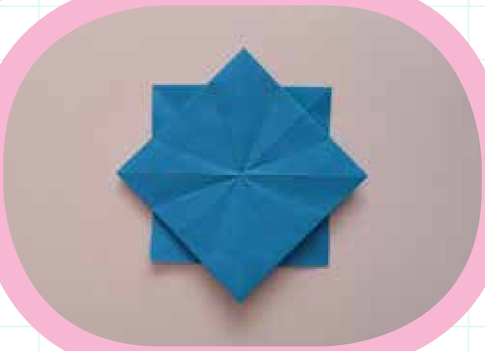
اوریگامی

علیرضا محمدصالحی

گل‌های چندوجهی

برای مشاهدهٔ مراحل ساخت، رمزینه را پویش کنید.





معمای منطقی

خسرو داودی تصویرگر: شهرام شیرزادی

۱. **علی**، **محسن** و **حمید** برای خوردن ناهار به یک اغذیه‌فروشی (رستوران) رفتند.

۲. آن‌ها به فهرست غذا که روی تابلو نوشته شده بود نگاه کردند.

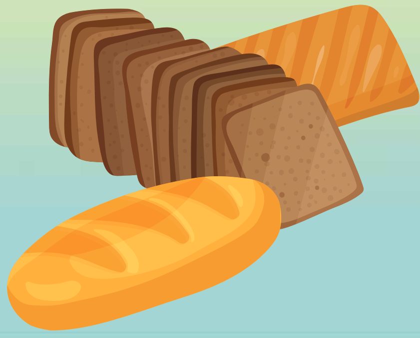
۳. علی پیشنهاد کرد هر کدام جمله‌هایی بنویسند تا با حل معمای آن‌ها معلوم شود چه کسی چه غذایی خورده است. قرار گذاشتند هر کدام یک نوع غذا و یک نان متفاوت سفارش دهند.

۴. آن‌ها جمله‌های زیر را نوشتند:

۵. بر اساس جمله‌هایشان مشخص کنید هر کدام چه غذا و چه نانی انتخاب کرده‌اند.

راهنمایی: برای حل معماهای منطقی می‌توانید از جدول استفاده کنید. در یک طرف جدول نام‌ها و در طرف دیگر انواع غذاها و نان‌ها را بنویسید. با استفاده از جمله‌های راهنما مواردی را که انطباق دارند با علامت ✓ و آن‌هایی را که انطباق ندارند، با علامت × نشان دهید تا به‌تدریج معمای شما حل شود.

غذا / نام	نیمرو	همبرگر	گوشت	سفید	قهوه‌ای	لواش
علی						
حمید						
محسن						



برای دیدن پاسخ رمزینه را پویش کنید.