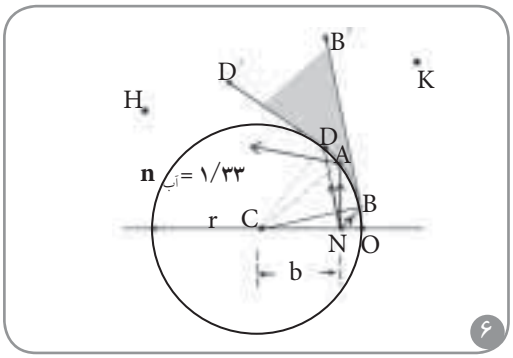
منطقه سایه زده باشـد، امکان بازتاب کلی وجود دارد و ناظر بسـته به موقعیت، یا ماهی را می‌بیند و یا ماهی از چشمان او پنهـان خواهد ماند. این وضعیـت را در بخش بعد به تفصیل بررسی می‌کنیم.

ماهی طلایی نامرئی

در شکل ۶ ماهی قرمز در نقطهٔ N و در فاصلهٔ $b(b>3r/4)$، از مرکز تنگ آب قرار گرفته اسـت. پرتوهای NB و ND در شـکل ۶ را در نظر بگیرید. هر دو با زاویه شکست ۹۰ درجه از سـطح تنگ آب خارج می‌شوند. لذا زاویهٔ فرود هر دو پرتو معادل زاویه حد است و بنابراین هر ناظری در نقطهٔ 'B و 'D که در راستای مماس با سطح کروی تنگ به آن می‌نگرد، پرتوهای تابشی از موقعیت N را خواهد دید. ناظران نقطه‌های H و K، خارج از منطقهٔ سایه‌دار نیز ماهی را خواهند دید چرا که برای دستیابی به آن نقاط پرتوهای ناشی از نقطه N با زاویه‌های فرود کمتر از زاویه حد به سطح تنگ برخورد خواهند کرد.



۶

اما ناظری که در ناحیه سـایه‌دار باشـد، چه خواهد دید؟ پرتوهایی که از نقطهٔ N ناشـی می‌شوند باید در بین پرتوهای NB و ND قرار داشـته باشند تا امکان دستیابی آن‌ها به ناحیه سـایه‌دار وجود داشته باشد. از سوی دیگر در بخش قبل ثابت کردیـم که زاویهٔ فرود پرتوهـای NB و ND همان زاویه حد اسـت و پرتوهای بین آن‌ها زاویه‌های فرود **بزرگ‌تر** دارند. در بخش قبل نشـان دادیم که زاویهٔ فـرود NA از همه بزرگ‌تر اسـت. در نتیجه هر پرتو نور از N که به ناحیه سایه‌دار برسد، باید از زاویه حد بزرگ‌تر باشد و لذا به دلیل بازتاب کلی داخلی امکان خـروج از تنگ آب برای چنین پرتویی وجود نخواهد داشت. به دلیل تقارن نسبت به تقارن برای تنگ کروی می‌توان تصویر را دور محور CO چرخاند تا کل ناحیه‌ای را به دست آورد که در آن ناظر ماهی واقع در نقطهٔ P را نخواهید دید.

منابع

1. John L. Roeder, "Why light won't refract through adjacent faces of a cube," Phys, Teach. 45, 182, 2007
2. Zhy Yuhua and Shi Fengliang, The Physics Teacher, Vol 47, Oct 9. 2009, pp 424-426.

پژوهش کاهش جرم

آموزشی

محمد کبودوند ، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش فیزیک دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
phynetdot@yahoo.com

مهدی سعادت ، عضو هیئت علمی دانشـگاه تربیت دبیر شهید رجایی، استادیار دانشکدهٔ علوم پایه، گروه فیزیک

چکیده: در این مقالـه با نادیـده گرفتن جاذبهٔ گرانشـی بین سـیاره‌های منظومهٔ شمسی، تأثیر کاهش تدریجی جرم خورشـید را بر فاصلهٔ سیاره‌ها از خورشید و دورهٔ تناوب حرکت آن‌ها بررسی می‌کنیم. به‌عنوان مثال تغییر دورهٔ تنـاوب و فاصلهٔ کرهٔ زمین از خورشید را برای مدت ۳/۸ میلیارد سال که عمر قدیمی‌ترین فسـیل یافت‌شـده است، محاسبه کرده‌ایم. محاسـبات نشان می‌دهد تغییر شعاع چرخش و دورهٔ تناوب زمین در این مدت ناچیز بوده و تأثیری بر محیط‌زیست جانداران نداشته است.

کلید واژه‌ها: خورشید، سیارات منظومه‌ی شمسی، دورهٔ تناوب، شعاع چرخش، کاهش جرم خورشید.

مقدمه

انرژی تولید شـده از خورشید حاصل همجوشی اتم‌های هیـدروژن و تبدیل آن‌ها به اتم هلیم اسـت. اتم‌های هیدروژن پس از همجوشـی به هلیم تبدیل می‌شوند، چون جرم هلیم از اتم‌هـای هیدروژن کمتر اسـت بنا بـه رابطهٔ $E=mc^2$ جرم کاهش‌یافته به انرژی تبدیل شـده اسـت. جرم فعلی خورشید $m_s = ۱/۹۹\times ۱۰^{۳۰}\ kg$ است و در هر ثانیه به‌طور متوسط ۴/۳۳ میلیون تن از جرم خورشـید کم شـده و به انرژی تبدیل می‌شـود. همچنین نیروی وارد بر هریک از سیاره‌های منظومهٔ شمسـی را نیروی جاذبهٔ گرانشی خورشـید در نظر می‌گیریم. چون گشتاور ناشی از این نیرو حول مرکز نیرو صفر است، تکانهٔ

خورشید بر شعاع مدار و دورهٔ تناوب سیاره‌ها

زاویه‌ای پایسته و درنتیجه قانون‌های کپلر بر حرکت سیاره‌ها حول خورشید حاکم است.

محاسبهٔ تغییرات شعاع مدار و دورهٔ تناوب سیاره‌های منظومهٔ شمسی بر اثر کاهش جرم خورشید

اگر سیاره‌ای به جرم m با سرعت v بر یک مدار دایره‌ای به شعاع r حول خورشید بچرخد تکانهٔ زاویه‌ای آن L، برابر است با:

$$L = mvr \qquad (۱)$$

اگر T دورهٔ تناوب حرکت سیاره باشد [۱]، $T=\frac{۲\pi r}{V}$، درنتیجه بنا به رابطهٔ (۱):

$$T=\frac{۲\pi r^{۲}m}{L} \qquad (۲)$$

بنا به قانون سوم کپلر [۲] بین مجذور دورهٔ تناوب چرخش و مکعب فاصله از خورشید رابطه:

$$\frac{T^{۲}}{r^{۳}}=\frac{۴\pi^{۲}}{G(M+m)} \qquad (۳)$$

برقرار است که M جرم خورشید و $G=۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\ m^{۳}/s^{۲}kg$ ثابت گرانش است. با توجه به این‌که تکانه زاویه‌ای L پایسته است، تغییرات T و r در اثر تغییر M را محاسبه می‌کنیم. از معادلهٔ (۲) داریم:

$$\Delta T=\frac{۴\pi m r\Delta r}{L} \qquad (۴)$$

با قرار دادن T از معادلهٔ (۲) در معادلهٔ (۳) خواهیم داشت.

$$\frac{\left[\frac{۲\pi r^{۲}m}{L}\right]^{۲}}{r^{۳}}=\frac{۴\pi^{۲}}{G(M+m)}\Rightarrow r=\frac{L^{۲}}{m^{۲}G(M+m)} \qquad (۵)$$

درنتیجه:

$$\Delta r=-\frac{۱}{G}\left(\frac{L}{m(M+m)}\right)^{۲}\Delta M \qquad (۶)$$

اگر r و Δr را از معادلهٔ اخیر در معادلهٔ (۴) قرار دهیم:

$$\Delta T=-\frac{۴\pi}{G^{۲}}\left(\frac{L}{m(M+m)}\right)^{۳}\Delta M \qquad (۷)$$

معادله‌های (۶) و (۷) رابطه‌هایی هستند که تغییرات شعاع مدار و زمان تناوب حرکت سیاره را به واسطهٔ کاهش جرم خورشید، ΔM، به ما می‌دهند.

مثال: با توجه به اینکه عمر قدیمی‌ترین فسیل یافت شده ۳/۸ میلیارد سال برآورد شده است، تغییر شعاع مدار زمین که آن را دایره فرض می‌کنیم و نیز تغییر زمان تناوب حرکتش به دور خورشید را برای این مدت زمان محاسبه می‌کنیم. جرم زمین $m_e=۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}\ kg$، دورهٔ تناوب کنونی آن $T_e=۳۶۵/۲۵\ day$ و فاصلهٔ متوسط آن از خورشید در حال حاضر $r_e=۱۵۰\times۱۰^{۹}\ m$ است. چون که L پایسته است مقدار آن همواره یکسان است، یعنی با توجه به رابطهٔ (۱) داریم:

$$L_e=m_e r_e v_e=m_e r_e^{۲}\omega_e$$
$$=m_e r_e^{۲}\left(\frac{۲\pi}{T_e}\right)=۲/۶۸\times۱۰^{۴۰}\ \frac{kg.m^{۲}}{s}$$

برای مدت زمان ۳/۸ میلیارد سال جرم کم شده از خورشید:

$$\Delta M=-(۳/۸\times۱۰^{۹}\times۳۶۵/۲۵\times۸۶۴۰۰)\times(۴/۳۳\times۱۰^{۹})$$
$$=-۵/۱۹\times۱۰^{۲۶}\ kg$$

است. البته مدت یک سال را برابر همان مقدار فعلی فرض کرده‌ایم. با قرار دادن مقادیر عددی بالا در معادله‌های (۶) و (۷) به نتایج زیر می‌رسیم:

$$\Delta T_e=۱/۶۷\times۱۰^{۴}\ s=۴h,۳۸min$$ و

$$\Delta r=۳/۹۴\times۱۰^{۴}\ km$$

یعنی نسبت به ۳/۸ میلیارد سال قبل زمان یک دور چرخش زمین به دور خورشید ۴ ساعت و ۳۸ دقیقه و شعاع مدار زمین به دور خورشید نیز حدود ۴۰ هزار کیلومتر افزایش یافته است.

بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به اینکه $\Delta r_e/r_E=۲/۶۳\times۱۰^{-۷}$ و $\Delta T_e/T=۵/۲۹\times۱۰^{-۴}$، یعنی کاهش جرم خورشید طی ۳/۸ میلیارد سال تأثیر محسوسی بر فاصلهٔ زمین از خورشید و دورهٔ تناوب زمین به دور خورشید نداشته است و درنتیجه ثبات محیط‌زیست برای جانداران حفظ شده است. محاسباتی مشابه را می‌توان برای سایر سیارات منظومهٔ شمسی انجام داد.

منابع

۱. دیوید هالیدی، رابرت رزینک، فیزیک جلد اول ترجمه‌ی نعمت‌الله گلستانیان، مرکز نشر دانشگاهی، چاپ دهم، ۱۳۷۵.

2. Fowles, Grant R. Aanalytical mechanics 4th ed. CBS International Editions, 1987