وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.roshdmag.org

آموزشی-تحلیلی-اطلاع رسانی

رشد آموزش ریاضی

دوره‌ی بیست وچهارم، شماره‌ی ۱، پاییز ۱۳۸۵، بها: ۳۰۰۰ ریال

- کلامی در یاد استاد محسن هشترودی
- دکتر علیرضا مدقالچی یار دیرین و همیشگی مجله ی رشد آموزش ریاضی
- جای خالی مطالعه‌ی تدریسی
- آموزش حسابان: مشکلات موجود و نقش تکنولوژی (قسمت دوم)
- چیستی توانایی فضایی

نکوداشت استاد

صدمین سال تولد
استاد محسن هشترودی

صفحه‌ی ۴ را بخوانید

بسم الله الرحمن الرحیم

آموزشی - تحلیلی - اطلاع رسانی
www.roshdmag.org

رشد آموزش ریاضی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

دوره ی بیست و چهارم، شماره ی ۱، پاییز ۱۳۸۵

مجله ی رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم وتربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد ،می پذیرد . لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه ی مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیأت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ی ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت ،مجله می تواند سفارش ترجمه ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره ی صفحه ی مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه ، همراه مطلب ارسال شود.

هم چنین:

- مطالب مندرج در مجله ، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد ، بازگشت داده نمی شود.

نشانی دفتر مجله:تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن دفتر مجله : ۹- ۸۸۸۳۱۱۶۱
(داخلی ۲۷۰ - ۲۷۴)
شماره ی پیام گیر مجلات تخصصی رشد: ۱۱۲- ۸۸۳۰۱۴۸۲
E-mail:info@roshdmag.org
چاپ : شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۳۰۰۰

۸۵ در ۸۵

پیشاپیش، فرارسیدن سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵ را به تمام خوانندگان عزیز و به خصوص، معلمان ریاضی کشور، تبریک می گویم. شور و شوق اول مهر و روانه شدن میلیون ها دانش آموز مشتاق به سوی مدارس، زیبایی ویژه‌ای دارد و خیابان های شهرها را پرنشاط و پرجنب و جوش می کند. امیدوارم با همان طراوتی که این سال تحصیلی را آغاز می کنیم، با همان طراوت هم این سال تحصیلی را به پایان برسانیم و از عملکرد یک سال تحصیلی خویش خرسند باشیم.

* * *

قبل از ورود به مطلب اصلی، لازم است به آگاهی شما خوانندگان محترم مجله برسانیم که خوشبختانه طبق سیاست های اتخاذ شده توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی، از سال ۱۳۸۳ به بعد، مجلات بدون تأخیر، چاپ شده‌اند و تلاش می شود که تولید مجلات، به روز شده و مجلات به موقع، به دست شما برسند و طبیعی است که برای به روز شدن مجله، تدارکات تولید محتوا و تولید فنی تا مرحله ی چاپ، قبل از فصل انجام گیرد.

خوانندگان مجله می دانند که به روز شدن مجله، مزایای بسیاری دارد که مهم‌ترین مزیت این است که مجله، می تواند مخاطبان واقعی خود را بیابد و با برنامه‌ریزی بهتری، محتوا را سامان دهد. اما در این میان، امکان چاپ به موقع گزارش های مربوط به انواع فعالیت های مرتبط با حوزه‌ی آموزش ریاضی در ایران و جهان وجود ندارد. مثلاً، برای چاپ و توزیع مجله‌ی فصل پاییز، لازم است که تولید محتوا و تولید فنی مجله تا پایان فصل بهار، انجام گیرد. درنتیجه، نمی توان اخبار مربوط به وقایع مهم این حوزه را که اغلب در فصل تابستان اتفاق می افتند، به موقع گزارش کرد. به طور مشخص، کنفرانس های سالانه ی آموزش ریاضی ایران، کنفرانس های سالانه‌ی ریاضی کشور، المپیادهای بین المللی ریاضی (IMO)، کنفرانس های بین المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME) و چندین واقعه‌ی دیگر، همگی در تابستان رخ می دهند و طبیعی است که مجله‌ی فصل پاییز، نمی تواند گزارش های مربوط به این وقایع را چاپ کند. بنابراین، پیشاپیش از این که با تأخیر یک فصل، ارائه ی گزارش ها را به بعد موکول می کنیم، از شما پوزش می خواهیم.

* * *

اما...! شروع فصل پاییز و سال تحصیلی جدید، با تب و تاب مدرسه رفتن و درس خواندن دانش‌آموزان، نگرانی خانواده‌ها و دغدغه های معلمان همراه است.

داستان آموزش و مدرسه رفتن در ایران، ابعاد تازه‌ای پیدا کرده است و این موضوع، نگرانی ها و دل مشغولی های جدیدی را در جامعه، ایجاد کرده است. حدیث انتخاب مدرسه و ثبت‌نام- به خصوص در شروع مقطع جدید- انرژی خانواده‌ها و دانش‌آموزان را بلعیده است. دوستی دارم که فرزندی بسیار تیزهوش دارد. شاهد بودم که از اواسط اردیبهشت ماه، همراه این عزیز، به چندین مدرسه رفتند تا این کودک به اصطلاح، امتحان ورودی بدهد. تازه ماجرا به اینجا هم ختم نشد و پس از هر امتحان ورودی، نوبت به مصاحبه می رسید! شاهد بودم که این طفل معصوم که آموزش حق اوست و نه امتیازی که به او اعطا شود، چگونه کتاب های تست را یکی پس از دیگری درمی نوردید! و اگر با تستی مواجه می شد که جواب آن را نمی دانست، اولین عکس العملش این بود که «وای! بدبخت شدم! دیگه نمی تونم مهندس بشم!؟»

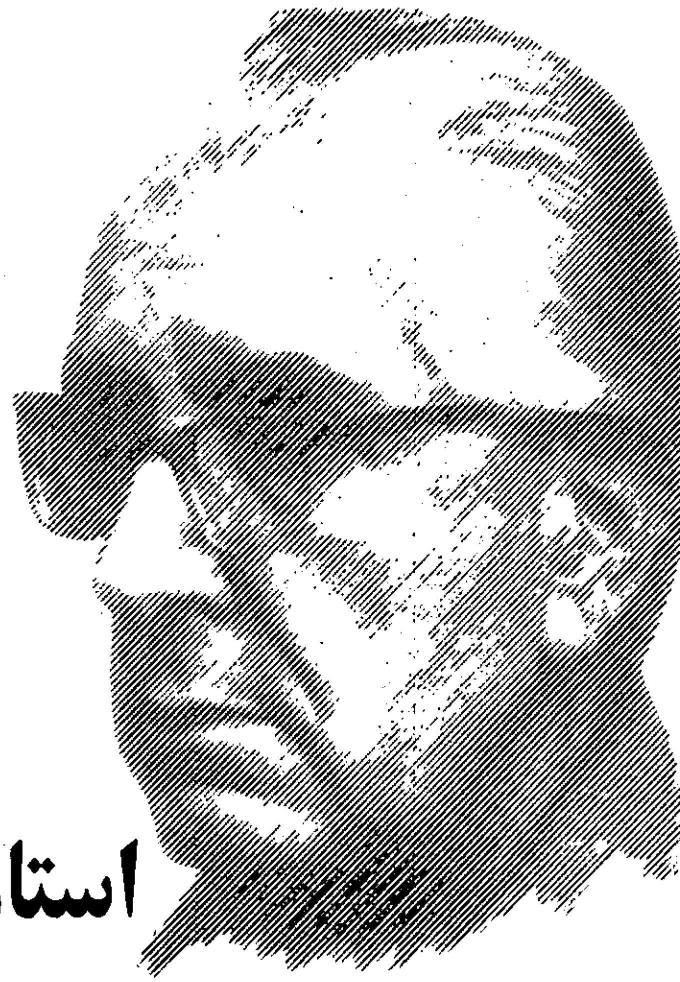
بالاخره پس از یک ماه تب و تاب و امتحان دادن های مکرر، لحظه ی موعود فرارسید و مدرسه انتخاب شد! بماند از این که این مادر و فرزند، چند کیلو وزن کم کردند و از نظر روحی، بسیار خسته شدند تا این انتخاب انجام شد! و می دانم و می دانید که این، تنها نمونه نیست و هزاران هزار نمونه ی مشابه وجود دارند که اگر تنها از مشاهدات امسال خود بگویم، مثنوی هفتاد من کاغذ می شود و می دانید که اغراق نمی کنم.

و این نمونه ها، بیش از آن که استثنا باشند، تبدیل به قاعده ای آزاردهنده و نگران کننده شده اند و سؤال مهم این است که چرا؟ و تا کجا می خواهیم جلو برویم؟! انصافاً، در چند کشور و در کدام کشورها، چنین وقایعی اتفاق می افتند؟ چرا مطالعاتی انجام نمی شود تا اثرات مخرب این نوع آموزش را بر جسم و جان دانش آموزان و خانواده ها و از همه مهم تر بر جامعه ی آموزشی، مورد بررسی قرار دهند؟ اگر آموزش و مدرسه رفتن حق هر شهروند جامعه است ـ که هست ـ چرا این همه هیجان و اضطراب برای آن ایجاد می کنیم؟ **امتحان ورودی و مصاحبه** برای دانش آموز پنجم ابتدایی چه معنایی دارد؟ چه اثرات روانی و رفتاری مطلوب یا نامطلوبی در وی ایجاد می کند؟ کدام پژوهش ها، این چنین غربال گری دانش آموزان را تأیید می کنند؟ این دانش آموزان منتخب، چه توقعاتی خواهند داشت؟ مدرسه های خاص، چه **انتظاراتی** از این دانش آموزان دارند؟ این توقعات و انتظارات، تا چه حد برآورده می شوند؟ دانش آموزان منتخب، چه احساسی نسبت به سایر دانش آموزان خواهند داشت؟ در مدارس خاص، با این منتخبان چه رفتاری می شود؟ به جز حجم بیش تر محتوا و افزایش درجه ی سختی، چالش های تدارک دیده شده برای این دانش آموزان چیست؟

این ها و ده ها سؤال مشابه، جای طرح و بررسی دارند. این روند نمی تواند بدون تأمل و تا همیشه، ادامه یابد. علاوه بر فشارهای جسمی و روحی این نوع آموزش بر دانش آموزان و خانواده ها و علاوه بر مبالغ درخواست شده توسط بعضی مدارس که به طور نجومی در حال افزایش هستند و به نظر نمی رسد که کنترلی بر آن ها باشد، خطر بزرگ تری که جامعه را تهدید می کند این است که دانش آموزان این مدارس، تبدیل به یک طبقه ی ویژه می شوند که تقریباً، ارتباط خود را با بدنه ی اصلی جامعه از دست می دهد و رفته رفته، مهارت های گفت و گو با سایر دانش آموزان، در آن ها کاهش می یابد. در چنین حالتی، این طبقه، تبدیل به جزیره ای می شود که به جامعه ی وسیع تر متصل نیست و ساکنان این جزیره، امکان دارد که مهارت های زیستن با جامعه ی خود را از دست بدهند و....

هر سال می نویسم و هر سال نگران تر از سال قبل می شوم. نگرانم و می دانم که دلایل زیادی برای نگرانی هایم وجود دارد. امیدوارم فرصت ها را بیش از این از دست ندهیم. تأمل و بازتاب بر آن چه که در این چند سال رخ داده یک ضرورت است. از دست دادن این فرصت، ضایعات فراوانی به همراه دارد. زمان را دریابیم!

جناب آقای دکتر علیرضا مدقالچی، یکی از اعضای محترم هیأت تحریریه ی مجله، پس از بیش از ۲۲ سال همکاری با مجله ی رشد آموزش ریاضی، از عضویت خویش در هیأت تحریریه استعفا دادند و دلیل آن را، مشغله ی کاری عنوان نمودند. جناب آقای دکتر مدقالچی، از اوایل تأسیس مجله تاکنون، همواره یار و پشتیبان هیأت تحریریه بوده اند و چند بار نیز، مسؤولیت سردبیری را تقبل نموده اند. تداوم مجله بدون وجود ایشان، سخت است. با این وجود، انتخاب های افراد و اولویت هایشان، قابل احترام و قابل درک اند. به همین دلیل، همه ی ما برای جناب آقای دکتر مدقالچی، آرزوی توفیق در سمت های جدیدشان را داریم و وظیفه ی خود می دانیم که از تلاش های صادقانه ی ایشان طی ۲۲ سال گذشته، قدردانی ویژه داشته باشیم و هم چنان، منتظر همکاری هایشان با مجله ی رشد آموزش ریاضی باشیم.



کلامی در یاد استاد محسن هشترودی

میرزا جلیلی
عضو هیأت تحریریه ی رشد آموزش ریاضی

می گویند: «مَن لَم یَشکُر المخلوق لَم یَشکُر الخالق»، یعنی: «کسی که سپاس از بنده را فراموش کند شکر خالق را هم از یاد می برد». باز گفته اند: «از گذشتگان یاد کنید تا آیندگان شما را یاد کنند».

در آستانه ی صدمین سال تولد استاد بر آن شدم چند صفحه ای از مشاهدات، خاطرات و مسموعات خود را در این زمینه بنویسم و با سایر دوستان هم صدا شوم تا بار دیگر خاطره ی آن استاد در اذهان صیقل زده شود.

این که نفس گرم دکتر هشترودی معجزه می کرد و سخنان دل نشین او تا اعماق روح جوانان رسوخ و نفوذ می کرد و آفاق را برای ادامه ی خواندن ریاضی تشویق می نمود، از جمله ی واقعیات است؛ یا به عبارت دیگر: «قولی است که جملگی برآنند».

به نظر این جانب، قسمتی از رونق امروز ریاضی در کشور، نتیجه و حاصل تبلیغ و تحریض ایشان در گذشته بوده است که بر جامعه ی علمی در حال رشد آن روز اثر مثبت گذاشت و جامعه ی امروز را برای پذیرش آن آماده ساخت.

وقتی انسان پای صحبت استاد می نشست، کلمه به کلمه ی گفتارش در روح و جان او اثر می کرد و به وی لذت می بخشید و او را به حرکت می آورد.

از زبان یکی از مریدان بشنویم که

«در درس ایشان ما سراپا گوش می شدیم و غرق در کلمات معجزه آسای استاد می گردیدیم؛ با ورود آن کلمات به گوشمان، ذوق و شوق یادگیری در ما نضج می گرفت و زنده می شد و آهنگ صدایش تمام سلول های بدن ما را به حرکت درمی آورد و ما را فریفته و عاشق ریاضی می ساخت.»

آوازه‌ی استاد از چهار دیواری کلاس‌ها و سالن‌های سخنرانی فراتر رفته، زینت‌بخش تابلوها و سردر مدارس تهران و شهرستان‌ها شده بود؛ به عبارت دیگر نام «دبیرستان دکتر هشترودی» به عنوان بهترین مدرسه‌ی هر شهر، زبان‌زد مردم آن دیار بود.

این شهرت استاد و علاقه‌ی دانشجویانش به وی نمی‌توانست بدون انگیزه و هیچ باشد؛ صاحب‌امتیازان این مدارس معتقد بودند که ایشان مروج و مشوق علم و دانش در بین جوانان است و جا دارد که از او به احترام یاد گردد و نام او به مردم معرفی شود. آن‌ها بر این اعتقاد بودند:

کسانی که شمع اول را برافروختند و تاریکی زمان را شکستند و راه را نشان دادند؛ درحقیقت زمینه را برای رشد آیندگان فراهم کردند تا بعدی‌ها به جای شمع، مشعل برافروزند و این روشنایی به وجود آمده را بیش‌تر رونق و وسعت ببخشند و از آن حراست کنند.

نتیجه‌ی آن تلاش‌ها این است که امروز شاهد و ناظر دانشکده‌های ریاضی یا گروه‌های ریاضی و آمار در بیش‌تر شهرستان‌ها باشیم و از این که کشورمان صدها دکتر ریاضی و علوم را در دامن خود پرورش داده است به خود ببالیم و افتخار کنیم.

و اما خاطرات و مسموعات...

دکتر هشترودی به ما «حساب و هندسه‌ی عالی» درس می‌داد؛ او در اول سال، صورت ده‌ها مسأله‌ی حساب و هندسه را از بر روی تخته‌سیاه می‌نوشت تا دانشجویان یادداشت کنند و در طول سال روی آن‌ها فکر کنند و حل نمایند؛ که گاهی در میان آن‌ها مسایل جهانی حل نشده نیز وجود داشت.

در امتحان نیز، چند تا از این مسایل را می‌داد و خود جلسه‌ی امتحان را ترک می‌کرد تا دانشجویان، هم‌فکری کنند و راه‌حل را بیابند! در نمره دادن نیز امساک و سخت‌گیری نداشت و معتقد بود در کشوری که هنوز در آن بیش‌تر کلاس‌های ریاضی دبیرستان به‌وسیله‌ی غیرلیسانسیه‌ها اداره می‌شود لازم است که این دانشجویان هرچه زودتر به شهرستان‌های خود برگردند و مشغول کار و خدمت شوند.

اگر از من سؤال شود: «به طور روشن و مختصر بگویید که از استاد چی آموختید که از علاقه‌مندان و دوستداران او شدید؟» جواب من این است که:

می‌گویند «ریاضی وحدت در کثرت است» یعنی در عین حالی که به شاخه‌های حساب، هندسه، جبر، آنالیز، گراف، آموزش ریاضی، ...، تقسیم می‌شود اما در نهایت همگی به یک ریشه می‌رسند و آن «حقیقت ریاضی» یا «جوهر ریاضی» یا «خود ریاضی» است.

دکتر هشرودی ما را با «خود ریاضی» آشنا ساخت و در درس او همیشه «جوهر ریاضی» تبلور می‌یافت و «حقیقت ریاضی» متجلی می‌شد، جرقه می‌زد و به مغزها منتقل می‌گردید. همین.

***

نظر استاد در بیان حقیقت و سواد افراد به صورت زیر خلاصه می‌شد:

$$\text{سواد یا حقیقت هر کس} = \frac{\text{۱}}{\text{ادعایش}}$$

یعنی «ادعای بیش‌تر، سواد یا حقیقت کمتر».

***

در مورد دریافت و درک استاد شنیده می‌شد که هشترودی یکی از چند دانشجوی به نام و ممتاز «ایلی کارتان»، ریاضی‌دان معروف بود که بعدها دوستانش در محیط و شرایط خود رشد پیدا کردند و در سطح بین‌المللی درخشیدند؛ اما دکتر هشترودی در محیط و شرایط موجود آن روز آن شد که شنیده یا خوانده‌اید!

اما جملگی بر این باورند که ضریب هوشی استاد بسیار بالا و درک او از ریاضی قوی بوده است.

***

استاد از نظر منش و رفتار، شخصی بسیار خاضع و اُفتاده بود. در آن زمان، او ریاست دانشکده‌ی علوم دانشگاه تهران را برعهده داشت. وقتی مستخدم در کلاس را می‌زد و برایش سیگار می‌آورد؛ او پاکت را می‌گرفت، باز می‌کرد و دو نخ را با هم روشن می‌کرد؛ یکی را به آن شخص تعارف می‌کرد و دیگری را خود استفاده می‌کرد. در این فکرها نبود که این فروشنده است و او رئیسش است یا دانشجویان در این جا نشسته‌اند.

***

در آن زمان‌ها، در سال آخر دانشکده، درسی به نام «مکانیک» ارایه می‌شد که شامل دو قسمت بود:

الف ـ مکانیک استدلالی با ضریب ۲؛ که پرفسور فاطمی آن را می‌گفت؛ (جا دارد که از ایشان هم در فرصت مناسب تجلیل شود)،

ب ـ مکانیک سیالات با ضریب یک؛ که استاد هشترودی ارایه می‌داد.

نقل می‌کردند: دانشجویی از درس مکانیک استدلالی نمره‌ی ۴ گرفت. هرچه به پرفسور مراجعه کرد و چانه زد که شرایط زندگیش طوری است که باید زودتر به شهرستان خود برگردد و متکفل یک خانواده‌ی بی‌سرپرست باشد؛ اما پرفسور فاطمی که در نمره دادن خیلی سخت‌گیر بود؛ در پاسخ به آن دانشجو فرموده بود: «من آمادگی برای دادن هر نوع مساعدت و کمک مالی را به شما دارم اما نمره چیزی است که تو خودت باید بگیری نه من به تو بدهم!»

این دانشجو به دکتر هشترودی مراجعه می‌کند تا او واسطه شود شاید در نمره‌ی مکانیک استدلالی او تغییری داده شود. استاد می‌گوید: من خودم نمره را درست می‌کنم شما کاری به نمره‌ی پرفسور نداشته باشید. دانشجو پاسخ می‌دهد: «جناب استاد کار از دست شما خارج است؟» او می‌گوید: «چرا؟» شاگرد جواب می‌دهد: استاد باید نمره‌ی ۲۲ به من بدهد تا نظرم تأمین شود و این نشدنی است!

هشترودی فاطمی

$$\frac{2\times 4+1\times 22}{3}=10 \quad \text{نمره‌ی قبولی}$$

دکتر هشترودی می‌گوید: «عیب ندارد من نمره‌ی ۲۲ می‌دهم»؛ سپس ریز نمرات را بیرون می‌آورد و مقابل اسم این دانشجو نمره‌ی ۲۲ می‌نویسد و امضا می‌کند.

منشی دفتر دانشکده‌ی علوم که دکتر هشترودی رئیسش بوده است پیش او می‌رود و می‌گوید: «استاد! مثل این‌که در ریز نمرات جنابعالی اشتباه شده است؟ نمره‌ی دانشجویی، سهواً ۲۲ نوشته شده است.» دکتر هشترودی می‌گوید: «نه! اشتباه نشده است؟ نمره‌ی ۲۲ درست است!» منشی جواب می‌دهد: «آخر استاد...» «آخر ندارد! چه کسی گفته است نمره‌ی ۲۰ بدهید ما خودمان گفتیم و قرارداد کردیم؛ حالا هم می‌گوییم ۲۲ بدهید!»

***

بعد از تشکیل انجمن ریاضی دبیران، معاون اول وقت دبیرستان البرز به ریاست آن انتخاب می‌شود و از استاد هشترودی دعوت به عمل می‌آید تا برای اعضای انجمن و دانش‌آموزان سال آخر دبیرستان سخنرانی نماید. ایام مصادف با بحث‌های «پرواز یوری گاگارین به فضا» و به دنبال آن پیاده شدن «آرمسترانگ» آمریکایی در ماه بود.

استاد ضمن سخنرانی، خاطرات خود را از یک کنفرانس بین‌المللی ریاضی که در یکی از دانشگاه‌های معروف اروپا تشکیل شده بود مطرح می‌کند:

«مدتی بود من در جهت حرکت پرتاب موشک به فضا می‌اندیشیدم و فکر می‌کردم که اگر پرتاب درخلاف جهتی که صورت می‌گیرد انجام شود، شاید کار آسان‌تر گردد.

در این کنفرانس فرصتی پیش آمد تا من پای صحبت رئیس آن دانشگاه بنشینم. ضمن گفتگو از ایشان خواستم تا اگر کسی در مسایل فضا و پرتاب موشک تخصص دارد و در دسترس بوده با من جلسه‌ای داشته باشد. پاسخ مثبت بود؛ قرار شد که مثلاً در ساعت و روز معینی من در اتاق شماره‌ی ... حاضر باشم تا استاد فضاشناس بیاید و بحث را شروع کنیم.

در وقت مقرر، در آن‌جا حاضر شدم؛ دقایقی بعد جوانی شاد و سرحال در را باز کرد و سلام و تعارف کرد. من پس از پاسخ، اظهار داشتم: «قرار بود من با یک استاد فضاشناس صحبتی داشته باشم»؛ آن جوان به داخل اتاق آمد و کنار دستم نشست و خودش را معرفی کرد و گفت: «آن استاد ممکن است قدری دیر بیاید. ممکن است خواهش کنم شما مسأله‌ی خودتان را مطرح کنید تا من هم در جریان قرار گیرم و بحث‌های مقدماتی را آغاز کنیم تا ایشان حاضر شود.» من موضوع را مطرح کردم و نظرم را در آن زمینه بیان داشتم، جوان درنهایت متانت گوش داد و بعد بحث را شروع کرد و موضوع را با دقت بررسی و موشکافی نمود، طوری که مطلب برای من روشن شد و متقاعد گردیدم که نظر ایشان صائب و صحیح است. در آخر، جوان افزود: «من همان استاد معرفی شده از طرف رئیس دانشگاه هستم.»

آن وقت من متوجه شدم که دیگر نوبت ما پیر و پاتال‌ها تمام شده است (با اشاره‌ی دست به جوانان حاضر) و حالا نوبت جوانان است؛ ما تجارب خود را در اختیارتان قرار می‌دهیم و راهنمایی لازم را می‌کنیم، اما این شما هستید که با انرژی جوانی و شیارهای مغزی برجسته‌ی خود باید به دنبال نوآوری، تحقیق و اکتشاف بروید.»

در این موقع قریب به ربع ساعت برای استاد دست زدند و ابراز احساسات کردند.

***

در سخنرانی دیگری در گروه فرهنگی هدف به مناسبت بازگشت استاد بیرشک از بازدید از مؤسسات یک کشور همسایه

که قصد داشت دست‌آوردهای سفر خود را ارایه دهد (یا به مناسبت بیست و چندمین سال تأسیس گروه فرهنگی هدف؛ درست یادم نیست)، دکتر هشترودی هم در جلسه حضور داشت. عده‌ی زیادی از مقامات آموزش و پرورش، فرهنگیان، دبیران و دانش‌آموزان سال آخر گروه نیز حاضر بودند. هوا گرم بود و مراسم در حیاط مدرسه برگزار می‌شد. استاد هشترودی معرف بیرشک بود و ایشان را به حضار معرفی می‌کرد. بعد از پایان سخنرانی آقای بیرشک، دکتر هشترودی نیز بیانات کوتاهی ایراد نمود که در قسمتی از آن با اشاره به جوانان فرمود: «شما فرزندان بوعلی سیناها، خوارزمی‌ها، غیاث‌الدین جمشیدها، خواجه نصیر طوسی‌ها، ... هستید که روزی مشعل‌دار علم در جهان بودند و دانش روز را به دنیا عرضه داشتند.» سپس افزود: «هم‌اکنون در کتب علمی اروپا، خاصه ریاضی، وقتی می‌خواهند بگویند این معادله کاملاً درست یا «استاندارد» است می‌گویند «این معادله‌ی کانونیک... است» که کلمه‌ی «کانونیک» از واژه‌ی کتاب «قانون» ابوعلی سینا گرفته شده است. چون در آن کتاب همه‌چیز روشن و استاندارد بوده است. هم‌چنین کلمه‌ی «الگوریتم» از کلمه‌ی «خوارزمی» گرفته شده است که مراحل و فرایند محاسبات را نشان می‌دهد و این انتخاب به خاطر احترام و حفظ نام خوارزمی در ریاضیات دنیا انجام گرفته است.»

استاد در ادامه بیان کرد که «ضریب هوش جوانان ایرانی بالا بوده و اراده و همتشان، والا است و زمینه برای تحقیق و اکتشاف را از نیاکان خود به ارث برده‌اند. ما راه را نشان می‌دهیم و شما را به مطالعه و تحقیق تشویق می‌کنیم. اگر از خود پشتکار نشان دهید حتماً موفق خواهید شد.» که باز هم استاد مورد ابراز احساسات شدید حضار قرار گرفتند.

❊ ❊ ❊

در یک سخنرانی برای دبیران جوان، ایشان توجه آنان را به اهمیت حل مسایل هندسه در کلاس جلب نمود و گفت: «حل مسایل حساب و هندسه دانش‌آموز را به تفکر وامی‌دارد و روح تحقیق و اکتشاف را در وی تقویت می‌کند.» ایشان توصیه فرمودند که در پایان تدریس هر بخش از کتاب هندسه لازم است چند مسأله‌ی متنوع در رابطه با قضایا و مطالب بخش حل شود و بعد چند مسأله به عنوان تکلیف شب داده شود تا دانش‌آموزان به مرور، با حل مسأله‌ی هندسه آشنا شوند. گه‌گاهی هم یکی دو مسأله‌ی مشکل مطرح شده و به آن‌ها فرصت داده شود تا روی مسایل فکر کنند.

در سخنرانی‌های استاد، عموماً روی سخن با جوانان بود که آن‌ها را ارشاد کرده و به فراگیری علوم پایه و نوآوری و تحقیق تشویق می‌نمود.

❊ ❊ ❊

شادروان حسین مجذوب، مؤلف کتاب هندسه‌ی ترسیمی رقومی دبیرستان در سال ۱۳۱۲، که مدت ۲۰ سال در سال آخر ریاضی متوسطه تدریس می‌شد، از هم‌کلاسان مرحوم دکتر هشترودی بود که همیشه ذکر خیر استاد را می‌گفت.

از مریدان او مرحوم حسین غیور، هندسه‌دان و مؤلف کتاب‌های هندسه‌ی دبیرستان بود که بارها متذکر می‌شد که سطح فکر هندسه‌ی استاد بسیار بالا است.

خلاصه‌ی کلام، «سه حسین» هندسه‌دان معروف کشور، حسین مجذوب، حسین هورفر، و حسین غیور، از مریدان پر و پا قرص استاد بودند.

❊ ❊ ❊

همکار محترم آقای علی‌اکبر واحدی آملی که در دهه‌ی پنجاه در دانشگاه تهران و دبیرستان البرز درس می‌گفت؛ در دفتر مدرسه‌ی البرز برایم تعریف کرد:

در اوایل مهرماه ۵۳، روزی از در اصلی دانشگاه تهران بیرون آمدم و در کنار خیابان منتظر تاکسی بودم که استاد هشترودی با ماشینش از دانشگاه بیرون آمد. تا چشمش به من افتاد، به راننده گفت: «نگه دارید آقای واحدی را هم سوار کنید.» ایشان توضیح داد که پس از سوار شدن، کتاب ریاضی جدید سال اول دبیرستان را، که چند روزی بود که از چاپ خارج شده بود، از کیفم بیرون آوردم و به استاد نشان دادم. ایشان نظری افکند، ورقی زد و تعمقی کرد و در وقت پیاده شدن کتاب را به من برگرداند و گفت: «در این اولین ارایه‌ی مطالب جدید، مؤلفین زحمت کشیده‌اند. کتاب خوب تنظیم شده و مناسب است و فکر کنم بچه‌ها استفاده کنند.»

به نظرم می‌رسد که اگر کتاب‌های ریاضی جدید موفقیتی در دبیرستان داشته است شاید ناشی از همین نفس گرم استاد بوده است.

❊ ❊ ❊

این مطالب مطابق ظرفیت و گنجایش حافظه‌ام در این سن و سال بوده است که کمبودهای آن را انشاءالله مطالب دوستان دیگر خواهد پوشانید و حق مطلب را به طور کامل ادا خواهند کرد.

دکتر علیرضا مدقالچی

یار دیرین و همیشگی مجله ی رشد آموزش ریاضی

اسماعیل بابلیان
عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم

دکتر علیرضا مدقالچی از شماره ی دوم مجله ی رشد آموزش ریاضی، به عنوان یاری صدیق و سخت‌کوش، در تهیه و انتشار آن تا شماره ی ۸۲ شرکت فعال و مؤثر داشت. گاه به عنوان عضو هیأت تحریریه (از سال ۱۳۶۳ تا سال ۱۳۶۵)، مدتی طولانی به عنوان سردبیر (از سال ۱۳۶۵ تا سال ۱۳۷۵) و مجدداً به عنوان عضو هیأت تحریریه (از سال ۱۳۷۵ تا سال ۱۳۸۵).

دکتر مدقالچی از استادان مبرز، به نام و نمونه ی کشور در زمینه ی آنالیز است. شاگردیِ بزرگانی چون دکتر محسن هشترودی، دکتر غلامحسین مصاحب و پروفسور پیم (استاد راهنمایِ دوره ی دکتری ایشان در دانشگاه شفیلد انگلستان)، از او معلمی توانا و چندبُعدی ساخته است. مقاله‌ها، سرمقاله‌ها و سخنرانی‌های ایشان در زمینه‌های مختلف، گواه تسلط او بر مفاهیم عمیق آنالیز، چالش‌های پیش روی آموزش آنالیز و احاطه بر مطالب مرتبط با ریاضیات مدرسه‌ای است. صداقت در گفتار و نگارش مطالب بر اساس واقعیات موجود، از ویژگی‌های بارز دکتر مدقالچی است. دکتر مدقالچی برای ارتقای دانش معلمان و دانش‌آموزان قلم می‌زد و خواهد زد. زحمات او در تدوین مقاله‌های برگزیده از نشریات و مجلات ریاضی کشور، که تا سال ۱۳۸۰ منتشر شده بودند (و توسط انجمن ریاضی ایران به چاپ رسید) قابل تقدیر و تشکر است. دکتر مدقالچی، آموزشگر ریاضی تجربی، ولی آگاه از چندوچون آموزش ریاضی و تاریخ ریاضیات است. متأسفانه باخبر شدم که ایشان از اردیبهشت ۸۵ به بعد، قصد شرکت در جلسات هیأت تحریریه ی مجله رشد آموزش ریاضی را ندارند. علت آن را کم‌وبیش می‌دانم؛ ولی مطمئن هستم که دکتر مدقالچی به عنوان یکی از مشاوران علمی مجله، هم‌چنان با هیأت تحریریه ی آن همکاری خود را ادامه خواهند داد و هرکجا که فعالیت کنند، خیر و برکت کارشان نصیب جامعه ی آموزشی ایران خواهد شد.

جای خالی مطالعه‌ی تدریسی

مرتضی ایوبیان، کارشناس ارشد آموزش ریاضی
و مدرس مراکز تربیت معلم سنندج

امروزه نتایج حاصل از داده‌های بین‌المللی‌ای نظیر تیمز[1] و پیزا[2]، فرصت مناسبی را برای مقایسه‌ی کیفیت آموزش در کشورهای مختلف فراهم آورده است و در این راستا، بالا بردن کیفیت تدریس معلمان مورد توجه آموزشگران و سیاست‌گذاران آموزشی در کشورهای مختلف قرار گرفته است. همبستگی زیاد بین نتایج حاصل از داده‌های تیمز و پیزا، محققان آموزشی را بر آن داشت تا نحوه‌ی آموزش معلمان را در کشورهای صدر جدول مانند ژاپن، مورد مطالعه‌ی بیش‌تر قرار دهند. از آن‌جا که مطالعه‌ی تدریسی[3]، یک استراتژی برای حرفه‌ای‌تر شدن نحوه‌ی آموزش معلمان در کشور ژاپن می‌باشد، مقاله‌ی حاضر علاوه بر معرفی جنبه‌های مختلف مطالعه‌ی تدریسی، سعی خواهد کرد تا مدلی بومی برای آن نیز ارایه نماید.

تاریخچه‌ی مطالعه‌ی تدریسی در ژاپن

اگر بخواهیم از مطالعه‌ی تدریسی نام ببریم، نام کشور ژاپن بیش‌تر از نام هر کشور دیگری در این زمینه به چشم می‌خورد. درواقع، می‌توان گفت که نام این کشور با مطالعه‌ی تدریسی به خوبی گره خورده است. اصطلاح ژاپنی مطالعه‌ی تدریسی، Jugyokenkyu است. ایزودا[4] (۲۰۰۰) که در مرکز همکاری‌های بین‌المللی در توسعه‌ی آموزشی دانشگاه سکوبا[5] کار می‌کند، تاریخچه مطالعه‌ی تدریسی را در ژاپن، به اواسط سده‌ی ۱۸۰۰ میلادی برمی‌گرداند. ایزودا در این رابطه می‌نویسد که «معلمان از طریق مطالعه‌ی تدریسی، سبک تدریسی ژاپنی خود را بهبود می‌بخشیدند. چنین مطالعه‌ی تدریسی که شامل مشاهده‌ی تدریس یکدیگر است، در حدود سال‌های ۱۸۷۰ یعنی در شروع دوران سلطنت می‌جی[6]، به معلمان ابتدایی ژاپنی در دانشگاه سکوبا ارایه گردید و در آن، معلمان را با روش تدریس به سبک سخنرانی آشنا می‌کردند. چرا که در دوران قبل از می‌جی یعنی در دوران توکوگاوا[7]، تنها روش تدریس موجود در ژاپن، روش تدریس خصوصی (معلم سرخانه‌ای) بود و دولتمردان ژاپنی تلاش می‌کردند تا هرچه سریع‌تر، روش‌های جدیدی را برای بهبود سبک غربی تدریس، به معلمان خود معرفی کنند. این تلاش‌ها پس از گذشت بیش‌تر از یک صد سال، به یک شیوه‌ی ژاپنی برای تحقیق تدریسی و به کارگیری برنامه‌ی درسی جدید و توسعه‌ی حرفه‌ای منجر شد. در واقع از معلمان ژاپنی این انتظار می‌رفته و می‌رود که بیش‌تر، یک محقق آموزشی باشند» [۷]. ایزودا در ادامه به این نکته اشاره می‌کند که بیش‌تر از بیست سال است که ژاپن خود را به عنوان کشوری صاحب سبک در حوزه‌ی تدریس معرفی کرده و امروزه روش تدریس ژاپنی مورد توجه سایر کشورها قرار گرفته است. وی نتایج اولین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضی (FIMS) درسال ۱۹۶۴ و دومین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضی (SIMS) در سال‌های ۱۹۸۰ تا ۱۹۸۲ را از عواملی می‌داند که باعث شده تا تدریس ژاپنی مورد توجه همگان قرار بگیرد. علاوه بر این، ایزودا با اشاره به نهمین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی[8] (که در سال ۲۰۰۰ در ژاپن برگزار شد) و استقبال آموزشگران ریاضی سایر کشورها از روش تدریس ژاپنی، از مطالعه‌ی تدریسی به عنوان رمز موفقیت این کشور در بهبود کیفیت تدریس نام می‌برد.

اما درباره‌ی گرایش‌های تازه‌ی ایالات متحده به مطالعه‌ی تدریسی، فریدکین[9] (۲۰۰۵) از گروه مطالعه‌ی تدریسی مایلز اظهار می‌داد که «از سال ۱۹۹۹، مطالعه‌ی تدریسی به سرعت در سراسر ایالات متحده مورد توجه قرار گرفته است» [۵]. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مطالعه‌ی تدریسی در آمریکا به تازگی مورد توجه قرار گرفته و خوب است که آموزشگران کشور ما نیز، با دقت این روش را مورد بررسی قرار دهند تا در صورت لزوم، به بومی‌سازی آن بپردازند.

مطالعه‌ی تدریسی

لوکس هورسلی و همکاران[10] (۲۰۰۳) در کتاب «طراحی توسعه‌ی حرفه‌ای برای معلمان علوم و ریاضی»[11] از مطالعه‌ی تدریسی به عنوان یکی از هیجده استراتژی برای حرفه‌ای کردن آموزش و یادگیری معلمان نام می‌برند و در این‌باره می‌نویسند:

«بعضی از این استراتژی‌ها برای خلق و تولید دانش بسیار مناسب‌تر هستند (مانند کارگاه‌ها، انجمن‌ها و...). اما استراتژی‌های دیگری از قبیل تحقیق عمل[12]، بررسی کارهای دانش‌آموزان و مطالعه‌ی تدریسی برای بازتاب معلمان بر تدریس و یادگیری مناسب‌تر هستند» ([۱۱]، صفحه ۱۱۴).

فینکن و همکاران[13] (۲۰۰۴) نیز از مطالعه‌ی تدریسی به عنوان هسته‌ی آموزش معلمان ژاپنی نام برده‌اند که به معلمان کمک می‌کند تا آموزشگرانی موفق‌تر باشند [۴]. علاوه بر این، ایزودا و همکاران[14] (۲۰۰۴)، هسته‌ی اصلی مطالعه‌ی تدریسی را اصل «نقشه ـ عمل ـ مشاهده» می‌خوانند [۸]. درواقع سه بخش اصلی مطالعه‌ی تدریسی از دیدگاه آنان طراحی تدریس، انجام تدریس و مشاهده و بازنگری تدریس می‌باشد. به همین دلیل، مونرو[15] (۲۰۰۰) خاطرنشان می‌سازد که ممکن است یکی از بدفهمی‌ها درباره‌ی مطالعه‌ی تدریسی، اشتباه گرفتن آن با طرح درس[16] باشد. درصورتی که با توجه به مدل‌های مختلف مطالعه‌ی تدریسی که بعداً به آن اشاره خواهیم کرد، تفاوت آشکار بین طرح درس و مطالعه‌ی تدریسی به خوبی مشخص می‌شود [۱۲].

درواقع، می‌توان گفت که هدف اصلی مطالعه‌ی تدریسی، بهبود کارایی و تدریس معلمان است که در آن، تیم معلمان با تشریک مساعی، به طراحی نقشه پیرامون مسایل آموزشی پرداخته و پس از جمع‌آوری داده‌های حاصل از مشاهده، با بازتاب بر این داده‌ها و بحث‌های موجود، برای جلسات آینده هدف‌هایی را در نظر می‌گیرند. لازم به توضیح است که در حین مشاهدات، رفتار و اعمال یادگیرندگان به دقت

مورد ملاحظه قرار می‌گیرد.

چرا مطالعه‌ی تدریسی؟

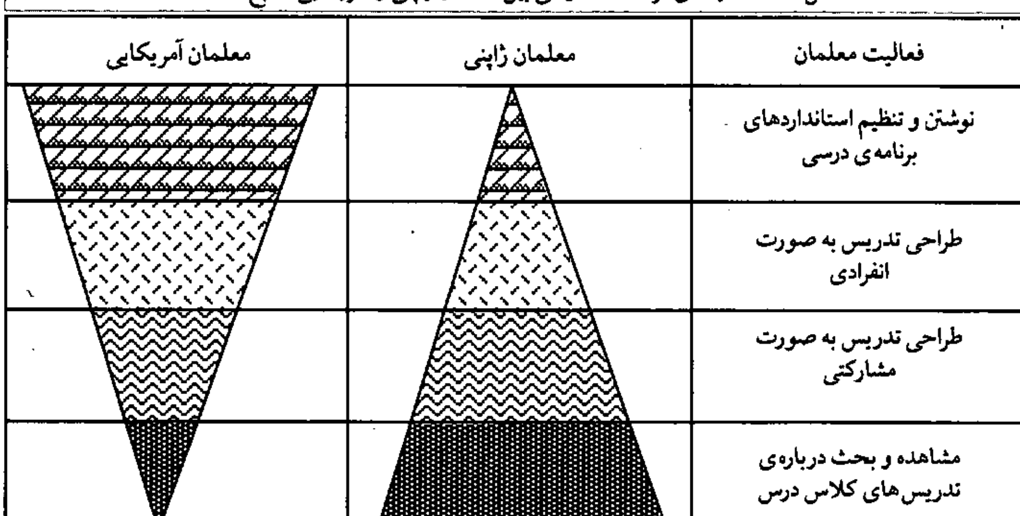
نکته‌ای که اینجا باید بدان اشاره کرد این است که در حال حاضر، معلمان در مرکز اصلی تغییرات آموزشی قرار گرفته‌اند. در ادبیات مربوط به آموزش معلمان، از معلم به عنوان کارورز بازتابی[۱۷] نام برده می‌شود و مطالعه‌ی تدریسی نیز با دادن چنین نقش محوری به معلمان، سعی در ایجاد تغییر و بهبود کیفیت تدریس دارد. در این رابطه، استیگلر و همکاران[۱۸] (۱۹۹۹) معتقدند که «بهبود چیزی هم‌چون تدریس که ذاتاً پیچیده و وابسته به فرهنگ است، مستلزم کوشش تمام دست‌اندرکاران آموزش از جمله دانش‌آموزان، والدین و سیاست‌گذاران است. اما معلمان باید به عنوان اولین نیروهای پیش‌برنده در پشت این تغییرات قرار بگیرند. چرا که آن‌ها در بهترین موقعیتی قرار گرفته‌اند که می‌توانند مشکلاتی که دانش‌آموزان با آن برخورد می‌کنند را بفهمند و راه‌حل‌های ممکن را پیدا کنند[۱۵]. در همین راستا، گویا (۱۳۸۰) اظهار می‌دارد که «معلمان باید به عنوان کارورزان بازتابی دیده شوند که دانش خود را ایجاد کرده و راه‌حل‌هایی پیدا می‌نمایند تا در زمینه‌ای که کار می‌کنند، معنادار باشند. ما باید راه‌حل‌های جدیدی را برای تلفیق نظریه و عمل و برای تشریک مساعی با معلمان در سطوح مختلف پیدا کنیم که در آن‌ها، فرهنگی که معلمان در آن کار و زندگی می‌کنند، لحاظ شده باشد. ما باید باورهای خود را نسبت به آموزش معلمان دوباره‌سازی کنیم و هم‌زمان، آن‌ها را به طور همه‌جانبه، مورد سؤال قرار دهیم و باید برای تغییر معلم و آموزش ضمن خدمت، تعریف دوباره‌ای داشته باشیم» [۱].

توجه به این نکته ضروری است که در مطالعه‌ی تدریسی نیز، این معلم است که با بازتاب بر تدریس خود و همکارانش، به بهبود کیفیت تدریس خود می‌اندیشد و به عنوان کارورزی بازتابی، در هسته‌ی اصلی این تغییرات جای می‌گیرد. درباره‌ی این تعریف جدید از نقش معلم و کلاس درس، ونگ ـ اورسون[۱۹] (۲۰۰۲) از مطالعه‌ی تدریسی با این عنوان که دو فکر بهتر از یک فکر عمل می‌کند، نام برده و خاطرنشان می‌سازد که در مطالعه‌ی تدریسی، کلاس‌ها دیگر جزایر جدا از هم نیستند که در آن‌ها، فقط دانش‌آموزان جابه‌جا می‌شوند. بلکه در این مدل، معلم هم با دانش‌آموزان و هم با سایر معلمان و متخصصان در ارتباط بوده و با بازتاب بر عمل خود، تمام انرژی خود را بر ارتقای یادگیری دانش‌آموزان معطوف می‌سازد [۱۹].

سادگی گول‌زننده‌ی مطالعه‌ی تدریسی

ظاهر ساده‌ی مدل‌های مختلف مطالعه‌ی تدریسی، ممکن است پیچیدگی‌های ضمنی آن را پنهان سازد. در این رابطه، ریچاردسون[۲۰] (۲۰۰۴) ابراز می‌دارد که مطالعه‌ی تدریسی، جزو آن دسته از استراتژی‌های توسعه‌ی حرفه‌ای به شمار می‌آید که ظاهر ساده و گول‌زننده‌ای دارد اما در حقیقت، زمانی که فرد شروع به جستجو و بررسی این ظاهر ساده می‌کند، در عمل

شکل (۱) ـ مقایسه‌ی فرهنگ مشارکتی بین معلمان ژاپنی و آمریکایی (منبع [۱۴])



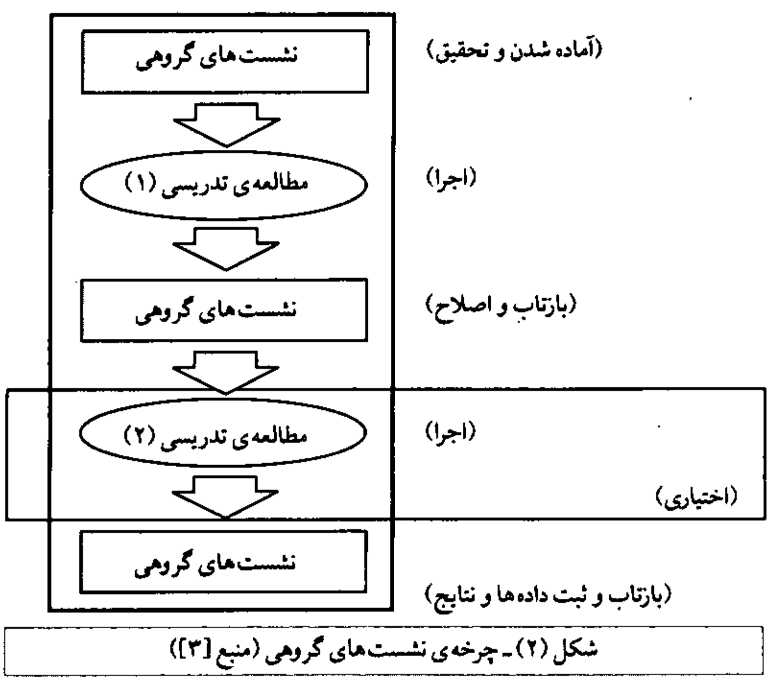
بسیار پیچیده می‌شود» [۱۳]. یکی از پیچیدگی‌های مستتر در این روش، وابستگی زیاد آن به فرهنگ و میزان تشریک مساعی معلمان با یکدیگر است. میزان موفقیت مطالعه‌ی تدریسی در فرهنگی که در آن، معلمان به راحتی بتوانند مشکلات تدریسی خود را با هم در میان گذاشته و روابط انسانی حاکم در این فرهنگ چنان است که افراد از مشورت با همدیگر نمی‌هراسند، نسبت به فرهنگی که در آن معلمان احساس نیاز بیرونی نداشته و بیان مشکلات تدریس را نوعی ضعف معلمی تلقی کنند، متفاوت خواهد بود. ریچاردسون (۲۰۰۴) در ادامه می‌افزاید که «موفقیت‌آمیز بودن مطالعه‌ی تدریسی نیازمند این است که معلمان احساس راحتی نسبت به در میان گذاشتن مشکلات تدریسی خود با سایر همکاران معلم خود داشته و نسبت به مشاهده‌ی تدریس همدیگر راغب باشند» [۱۳]. درواقع، ریچاردسون، داشتن فرهنگ مشارکتی را شرط اولیه در برپا داشتن مطالعه‌ی تدریسی می‌داند. رابی[۲۱] (۲۰۰۴) نیز در شکل (۱)، به مقایسه‌ی فرهنگ مشارکتی بین معلمان ژاپنی و آمریکایی اشاره می‌کند که این میزان، می‌تواند بر نحوه‌ی عملکرد تیم مطالعه‌ی تدریسی تأثیرگذار باشد. آن‌چه که از شکل (۱) به خوبی نمایان است، این است که تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین میزان تشریک مساعی معلمان در دو کشور آمریکا و ژاپن وجود دارد که درنتیجه، می‌تواند بر اثربخشی مطالعه‌ی تدریسی در ایالات متحده که این میزان ناچیز است، تأثیرگذار باشد. اینجاست که چارچوب و نظام فرهنگی معلمان ایرانی نیز باید مورد مطالعه‌ی بیش‌تری قرار گیرد و به نحوه‌ی بومی‌سازی مطالعه‌ی تدریسی در ایران پرداخته شود.

مدل‌های مختلف مطالعه‌ی تدریسی

اولین مدل، مدل پنج مرحله‌ای فرناندز و همکاران[۲۲] (۲۰۰۱) از گروه تحقیقاتی مطالعه‌ی تدریسی[۲۳] است که در آن، فرآیند مطالعه‌ی تدریسی، در چرخه‌ای از نشست‌های گروهی حول تدریس، و سپس اجرا و بازتاب بر آن، خلاصه می‌شود (شکل (۲)). هم‌چنان که در این نمودار دیده می‌شود، فرآیند و چرخه‌ی تدریس به طور منظم، پس از هر اجرا مورد بازنگری و اصلاح قرار می‌گیرد. به عنوان مثال، اگر دانش‌آموزان مدرسه‌ای در مفهوم اعداد صحیح مشکل داشته باشند، معلمان این مدرسه، در مدت ۱۰ تا ۱۵ ساعت در طول سه هفته، مرتباً در یک سری از نشست‌های گروهی، به تحلیل این موضوع پرداخته و پس از اجرای تدریس اصلاح شده، به بازنگری و تجدید نظر در عملکرد خود می‌پردازند.

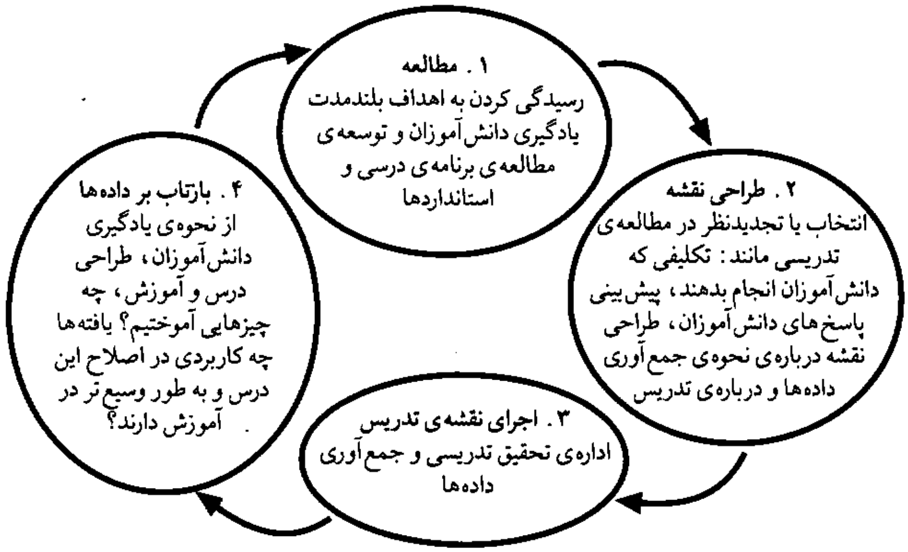
اما مدل بعدی از لویس و همکاران[۲۴] (۲۰۰۵) از گروه تحقیقاتی مایلز[۲۵] است که چرخه‌ی آن در شکل (۳) آمده است.

هم‌چنان که دیده می‌شود، این مدل به مدل پولیا در حل مسأله‌ی ریاضی شباهت زیادی دارد. اما نکته‌ی مهم در این مدل این است که نقش مدرسه درخصوص نوشتن برنامه‌ی درسی و انتخاب محتوا، اهداف بلندمدت یادگیری و حتی استانداردها در نظر گرفته شده است. بنابراین، در کشورهایی که برنامه‌ی درسی متمرکز دارند، چنین مدلی باید مورد اصلاح و ویرایش قرار گیرد: هر چند که مدرسه هم می‌تواند به نوشتن اهداف بلندمدت یادگیری در راستای برنامه‌ی درسی قصد شده بپردازد، به طوری که با برنامه‌های درسی متمرکز نیز در تناقض نباشد. در شکل (۴)، لویس و همکاران (۲۰۰۵) تقابل و تعامل بین اعضای تیم مطالعه‌ی تدریسی و اعضای بیرون تیم را نشان داده‌اند. آن‌ها، توسعه‌ی ظرفیت یادگیری را از طریق مطالعه‌ی

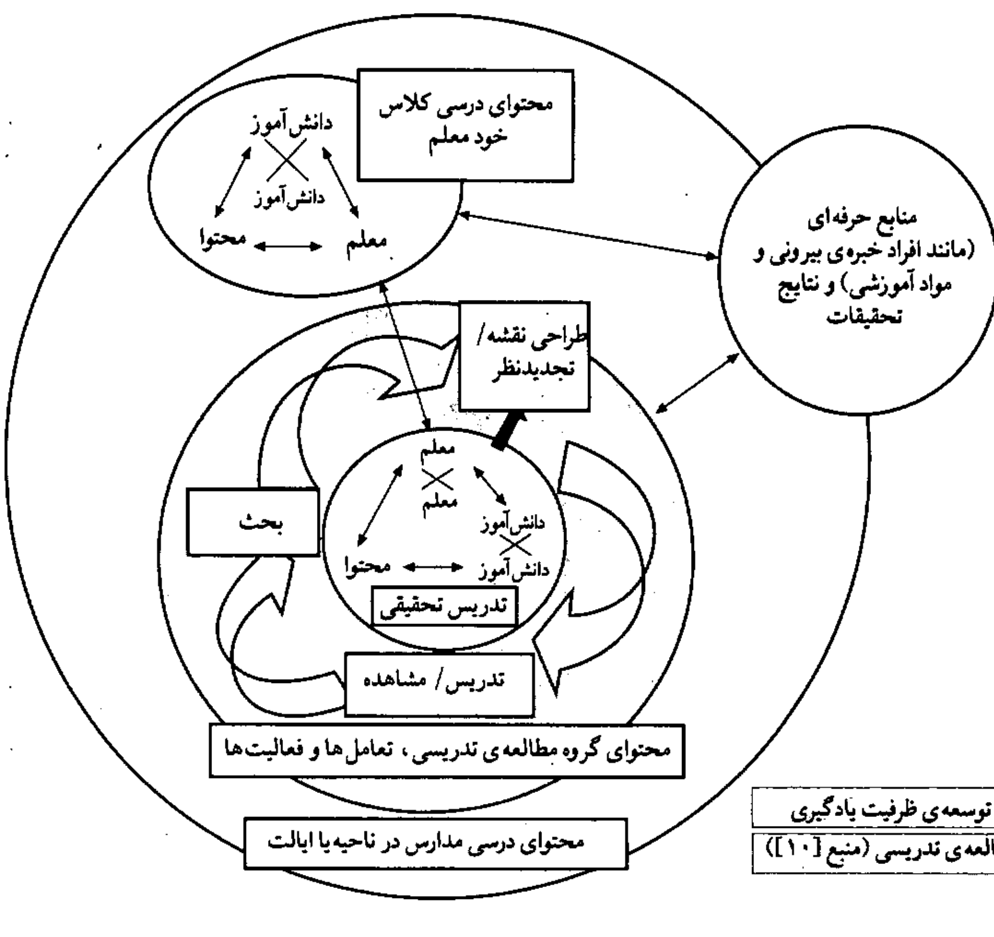


شکل (۲) ـ چرخه‌ی نشست‌های گروهی (منبع [۳])

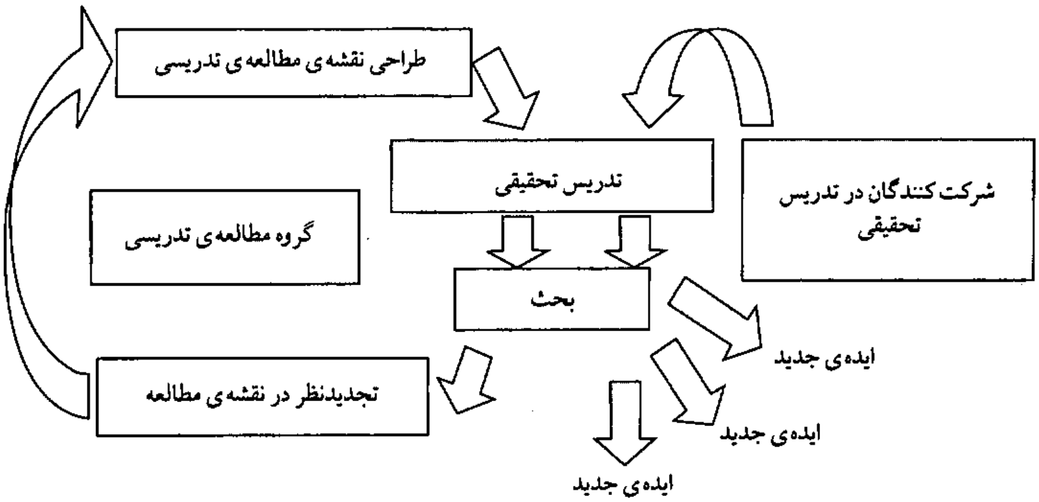
تدریسی، علاوه بر نحوه‌ی عملکرد تیم مطالعه‌ی تدریسی، به مواردی از قبیل جو کلاس درس معلم، محتوای درسی ایالتی و محتوای درسی جرح و تعدیل شده توسط معلم، منابع حرفه‌ای بیرونی از قبیل متخصصان آموزشی خارج از مدرسه و تحقیق‌های علمی صورت گرفته، ربط می‌دهند. از نظر آن‌ها، همکاری این ساختارها و ترکیب کلی آن‌ها است که هویت اصلی تیم مطالعه‌ی تدریسی را تشکیل می‌دهد و موفقیت آن‌ها را تضمین می‌کند.



شکل (۳) ـ مدل لویس و همکاران از گروه تحقیقاتی مایلز (منبع [۱۰])



شکل (۴) ـ توسعه‌ی ظرفیت یادگیری از طریق مطالعه‌ی تدریسی (منبع [۱۰])



شکل (۵) ـ چرخه‌ی مطالعه‌ی تدریسی از دیدگاه تاکاهاشی (۲۰۰۱) (منبع [۱۶])

اما در چرخه‌ی مطالعه‌ی تدریسی از دیدگاه تاکاهاشی[۲۶] (۲۰۰۱)، ظهور اندیشه‌های نو و ایده‌های جدید است که هویت اصلی مطالعه‌ی تدریسی را شکل می‌دهد. هم‌چنان که در شکل (۵) دیده می‌شود، خروجی اصلی در مطالعه‌ی تدریسی، ایده‌های خلاقانه جدیدی هستند که در جای خود می‌توانند مشکلات جدید یادگیری دانش‌آموزان را به خوبی حل کنند. باید توجه داشت که در کشوری مانند ژاپن که مطالعه‌ی تدریسی سابقه‌ای طولانی دارد، معلمان مدارس در نشست‌های هفتگی، مشکلات جدید یادگیری دانش‌آموزان و نحوه‌ی تدریس بهتر را بررسی کرده و گزارش کار خود را در دفترچه‌هایی ثبت می‌کنند. علاوه بر این، معلمان از نوشته‌ها و تجارب معلمان سال‌های قبل کمک گرفته و این ایده‌های جدید هستند که می‌توانند هویت خاصی به یک مطالعه‌ی تدریسی جدید ببخشند و موجب طراوت تدریس شوند.

سرانجام، به مدل هفت مرحله‌ای ریچاردسون (۲۰۰۴) می‌رسیم که تقریباً کامل‌تر از مدل‌های قبلی است. در این مدل، فرآیند تسهیل یادگیری و تدریس در هفت مرحله‌ی زیر صورت می‌گیرد:

۱ـ تشکیل یک تیم مطالعه‌ی تدریسی؛
۲ـ تمرکز بر مطالعه‌ی تدریسی؛
۳ـ طراحی نقشه برای مطالعه‌ی تدریسی؛
۴ـ آماده شدن برای مشاهده؛
۵ـ تدریس و مشاهده‌ی تدریس؛
۶ـ کسب اطلاعات از تدریس؛
۷ـ بازتاب و طراحی نقشه برای گام‌های بعدی ([۱۳]).

می‌توان به مدل‌های دیگری هم‌چون مدل هشت مرحله‌ای تنیامی و همکاران[۲۷] (۲۰۰۴) [۷] یا به مدل مطالعه‌ی تدریسی در «سالنامه‌ی آماری آسیا و اقیانوسیه در سال ۲۰۰۱ از انتشارات سازمان ملل»[۲۸] اشاره کرد([۱۸]، صفحه ۱۵۱). اما از آن‌جا که این مدل‌ها و مدل‌های دیگری از این نوع، تفاوت خاصی با هم نداشته و مطلب جدیدی را اضافه نمی‌کنند، لذا نویسنده تصمیم گرفت از ذکر نام آن‌ها در این مقاله خودداری نماید. به طور خلاصه، مدل‌های فوق در تلاشند تا با کنترل نسبتاً کامل بر فرآیند تدریس و با بازنگری بر آن، به بهبود کیفیت تدریس دست یابند. اما سؤالی که پیش می‌آید این است که برای بازتاب بر باورها و نگرش‌های تک‌تک دانش‌آموزان پیرامون اهداف انتخاب شده‌ی مطالعه‌ی تدریسی، چه اقدامی صورت گرفته و در ارزشیابی و مقایسه‌ی مطالعه‌های تدریسی قبلی با مطالعه‌ی تدریسی جدید، نظرهای دانش‌آموزان چقدر تأثیرگذار بوده است؟ آیا اهداف تعیین شده از طرف تیم مطالعه‌ی تدریسی، نقاط ضعف یادگیری دانش‌آموزان را به خوبی پوشش داده است؟

نویسنده برای برطرف کردن این نقطه ضعف، استفاده از نقطه‌نظرها، باورها و مشکلات تازه‌ی یادگیرندگان را در بازنگری مطالعه‌ی تدریسی، راهکار مناسبی تشخیص داده و آن را به عنوان یک مرحله‌ی اساسی در مطالعه‌ی تدریسی در نظر گرفته است. سؤال دیگر این است که آیا اول باید به تشکیل تیم پرداخت

یا در ابتدا باید به تعیین اهداف مطالعه ی تدریسی پرداخت؟ در بعضی از مدل‌ها مانند مدل ریچاردسون (۲۰۰۴)، می‌بینیم که ابتدا به تشکیل تیم و سپس تعیین اهداف توجه می‌شود، اما در سایر مدل‌ها، اشاره ی خاصی به تشکیل تیم نشده است. بنابراین، محقق این مطالعه، در ارایه ی مدل پیشنهادی برای ایران، ضمن توجه به این نکته، قصد دارد تا مدل پیشنهادی او هم‌خوانی بیش‌تری با فضای بومی ایران داشته و در عمل، از قابلیت اجرای بهتری برخوردار باشد. مراحل اجرای این مدل به قرار زیر است:

مرحله ی ۱: تصمیم‌گیری پژوهشکده‌ها، مسؤولان، مدیران، معلمان و سایر نفع‌بران

قبل از هر اقدامی، حامیان اصلی مطالعه ی تدریسی یعنی افراد یا نهادها، مشخص می‌شوند. در مطالعه ی تدریسی به نقل از لوکس هورسلی و همکاران (۲۰۰۳)، فرایند بهبود یاددهی- یادگیری از چند ماه تا چند سال به طول می‌انجامد ([۱۱]، صفحه ۱۸۵). بنابراین، تنها با کمک و تعیین یک حامی اصلی می‌توان به دوام و استمرار چنین مطالعه‌ای امید داشت. سپس، هدف‌های مطالعه ی تدریسی با توجه به نیازمندی‌ها و استانداردهای برنامه ی درسی و مشکلات یادگیری دانش‌آموزان، و با مطالعه ی ادبیات موجود این حوزه، تعریف می‌شوند و بنابر ضرورت، از متخصصان بیرونی یا معلمان سایر مدارس برای شرکت در مطالعه ی تدریسی نیز دعوت به عمل می‌آید. هم‌چنان که فرناندز و همکاران (۲۰۰۱) از مطالعه ی تدریسی به عنوان فعالیتی براساس یک سری اهداف از قبل تعیین شده نام می‌برند، مدارس با انتخاب یک سری اهداف می‌توانند برای تحقق آن‌ها، به مدت سه تا چهار سال کار کرده و هر سال نیز براساس نتایج حاصل از مطالعه ی تدریسی انجام شده، این هدف‌ها را مورد تجدیدنظر و اصلاح قرار دهند. در رابطه با چگونگی انتخاب این اهداف، می‌توان به ذکر مثالی از مدرسه ی ابتدایی تسوتا[۲۹] از هیروشیمای ژاپن به نقل از ارتل و همکاران[۳۰] (۲۰۰۲) بسنده کرد. معلم این مدرسه می‌نویسد:

«دانش‌آموزان این مدرسه بسیار خوش‌برخورد، حرف‌شنو و مشتاق یادگیری هستند. اگرچه به نظر می‌رسد که آن‌ها هنوز مهارت تفکر عمیق روی مسایل را کسب ننموده‌اند و به توضیحات هم‌کلاسی‌های خود توجه نکرده و آن‌طور که باید به نظرات سایر دانش‌آموزان احترام نمی‌گذارند. علاوه بر این‌ها، زمانی که دانش‌آموزان به پایه‌های تحصیلی بالاتر (پایه ی پنجم و ششم) می‌رسند، از اشتباه کردن در مقابل هم‌کلاسی‌های خود، می‌ترسند و درنتیجه ی این ترس، علاقه ی کمتری به شرکت در فرآیند یادگیری از خود نشان می‌دهند. به خاطر همین مشکلات، هدف مطالعه ی تدریسی مدرسه ی ما «ارتقای توانایی دانش‌آموزان برای تفکر درباره ی خود، نوآوری‌ها و یادگیری از یکدیگر» می‌باشد» [۲].

مرحله ی ۲: انتخاب تیم مطالعه‌ای و استخدام[۳۱] اعضای جدید و تنظیم برنامه ی زمانی

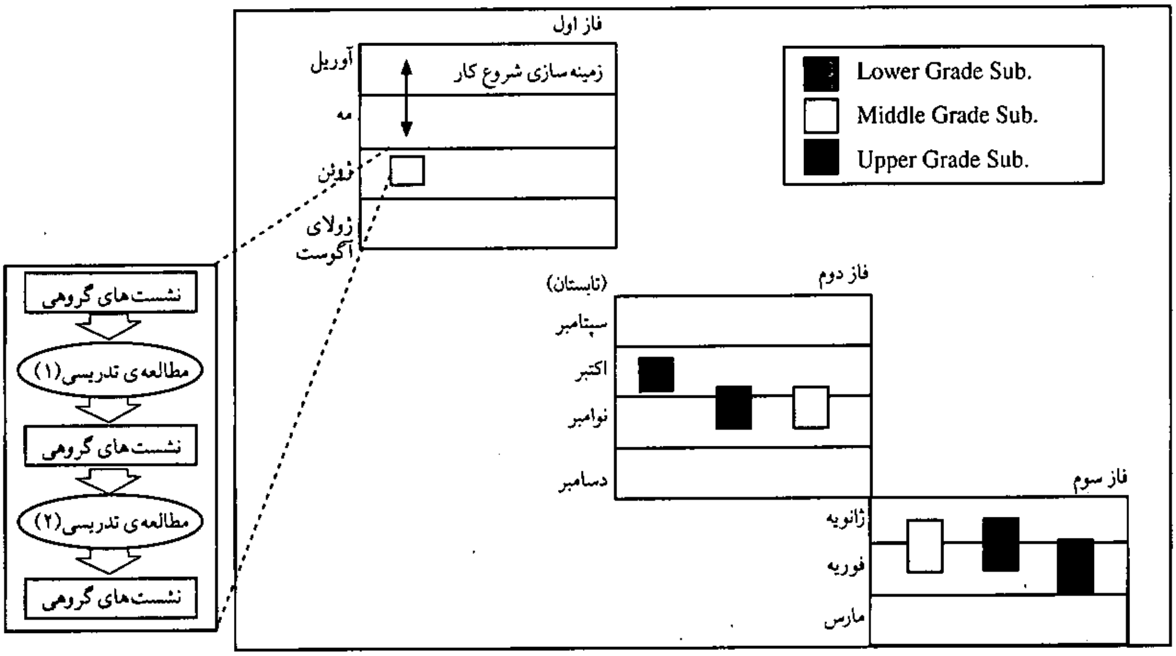
تیم اصلی مطالعه ی تدریسی از معلمان مدارس، استادان دانشگاه و مفسران خبره تشکیل می‌شود. در واقع، تشکیل این تیم و تنظیم یک برنامه ی زمانی سالانه، از اولویت‌های این مرحله می‌باشد و تیم، برنامه ی زمانی سالانه و هفتگی نشست‌های خود را تعیین می‌کند. تنظیم چنین برنامه‌ای به برنامه‌ریزی و دقت زیادی احتیاج داشته و همین امر، به نظم جلسات مطالعه ی تدریسی در جلسه‌های آینده کمک می‌کند. به عنوان مثالی از این مرحله، برنامه ی سالانه برای مطالعه ی تدریسی به نقل از فرناندز و همکاران (۲۰۰۱)، در شکل (۶) آورده شده است.

مرحله ی ۳: تعیین اهداف ریزتر

در این مرحله، براساس هدف‌های کلی مطالعه ی تدریسی، اهداف جزیی تعیین می‌شود و با موافقت اعضای تیم، درباره ی این‌که در این مطالعه به دنبال چه چیزی هستند، سعی می‌شود تا با انتخاب یک محتوای درسی یا انتخاب یک بخش یا واحد درسی خاص، بر این هدف‌ها تمرکز کنند. مدت زمان پیشنهادی در این مرحله، معمولاً بین ۱ تا ۴ جلسه است. در همین رابطه، فرناندز و همکاران (۲۰۰۱) با ذکر مثالی، نحوه ی ریز کردن اهداف اصلی مطالعه ی تدریسی را بیان کرده‌اند:

گام اول (تعیین هدف اصلی مطالعه ی تدریسی):
دانش‌آموزان، مسأله حل کن مستقل خواهند شد.
گام دوم (تعیین هدف مرتبط با محتوای درسی):
چگونه مساحت یک مثلث را پیدا کنیم.
گام سوم (مرتبط کردن هدف اصلی مطالعه ی تدریسی با هدف محتوای درسی):
دانش‌آموزان مستقلاً فرآیند پیدا کردن مساحت یک مثلث را

شکل(۶)- برنامه‌ی زمانی سالانه‌ی مطالعه‌ی تدریسی به نقل از فرناندز و همکاران (۲۰۰۱) (منبع [۳])



کشف خواهند کرد.

گام چهارم (تشخیص هدف مرتبط با محتوای درسی برای تمرکز بر آن‌ها):

مطالعه در مورد این که چگونه دست‌ورزی‌ها می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا به طور مستقل، فرمول‌های محاسبه‌ی مساحت مثلث را درک کنند [۳].

نکته‌ی مهمی که در این جا می‌توان به آن اشاره کرد این است که هدف‌های مطالعه‌ی تدریسی به شکل رفتاری بیان نمی‌شوند، بلکه آن‌چه که اهمیت دارد این است که با چگونه تدریس و چگونه تعاملی در کلاس، می‌توان به یادگیری دانش‌آموزان کمک کرد.

مرحله‌ی ۴: طراحی نقشه

با توجه به نتایج مطالعه‌های تدریسی قبلی و هدف‌های این مطالعه، به طراحی نقشه و راهنمای کار پرداخته می‌شود. در این مرحله، ساختار تدریس، نحوه‌ی تعامل دانش‌آموزان با یک‌دیگر و با معلم، فعالیت‌های گروهی کلاس درس و انتخاب مسایلی که باید در کلاس ارایه شوند، سازمان‌دهی می‌شوند و شرکت‌کنندگان، با توجه به هدف‌های مطالعه‌ی تدریسی و تجارب معلمی و حرفه‌ای خود، به تعیین چنین مواردی می‌پردازند. درنهایت، نسخه‌هایی از طرح، تکثیر شده و در اختیار اعضا و مشاهده‌گران قرار می‌گیرد. سؤالی که در این مرحله، شرکت‌کنندگان با آن مواجه هستند این است که برای این که تدریس موفقیت‌آمیز باشد، چه کار باید کرد. هم‌چنین، معلمی که نقش رهبری را دارد، بر تمرکز بحث نظارت می‌کند. ناظر مطلع بیرونی نیز نقش مهمی در راهنمایی تیم بر عهده داشته و نباید فراموش کند که مخاطبان او، بزرگ‌سالانی با تجارب کلاسی هستند. درنتیجه، در صورت بروز اشتباه از طرف معلمان، با آن‌ها برخورد مناسبی داشته و به معلمان کمک می‌کند تا ابهامات پیش‌آمده برطرف شوند. زمان پیشنهادی برای این مرحله، بین ۳ تا ۶ نشست حضوری یا چند ماه بحث‌های اینترنتی پیش‌بینی شده است.

مرحله‌ی ۵: آماده شدن برای مشاهده

در این مرحله، ممکن است تیم بخواهد از ناظران دیگری مانند مدیر مدرسه، رییس اتحادیه یا انجمن حرفه‌ای معلمان، و رییس گروه درسی یا معلمانی از مدارس دیگر، دعوت کند. در این صورت، اعضای مدعو نیز باید از اهداف مطالعه به خوبی آگاه باشند و تنها در این صورت است که به آن‌ها اجازه‌ی مشاهده داده می‌شود، مگر این که این کار عمداً انجام شود و هدف این باشد که مدعوین، بدون آشنایی با اهداف مطالعه، به مشاهده

بپردازند و برداشت‌های خود را به تیم ارایه دهند. در این مرحله، برگه‌های مخصوصی برای مشاهده‌گران طراحی می‌شود به طوری که این برگه‌ها در راستای مطالعه‌ی تدریسی، به جمع‌آوری داده‌هایی از قبیل توضیح‌های دانش‌آموزان، کارهای آن‌ها و ثبت رفتارهایی از این قبیل کمک کند. علاوه بر این، در این مرحله به سؤال‌های زیر پرداخته می‌شود:

آیا دانش‌آموز خاصی به ناظر ویژه‌ای نیاز دارد؟

هر ناظر باید در کجا به مشاهده‌ی تدریس بپردازد؟

آیا فرد خاصی باید به ثبت زمان تدریس بپردازد؟

آیا دانش‌آموزان پس از پایان کلاس باید جمع شوند؟

آیا هر انقطاعی در جریان تدریس باید ثبت شود؟

چه افرادی باید به فیلم‌برداری بپردازند؟

از چه زاویه‌هایی و با چه کسانی این کار انجام شود؟

طراحی فضای کلاس درس چگونه باشد تا ناظران به راحتی بتوانند در بین دانش‌آموزان حرکت کنند و باعث اختلال یادگیری دانش‌آموزان نشوند؟

آیا ضرورتی برای گرفتن رضایت‌نامه از دانش‌آموزان و والدین آن‌ها یا معلم کلاس برای فیلم‌برداری وجود دارد؟ و اگر ضرورت وجود داشت، آیا این کار را به موقع انجام داده‌اند؟

مرحله‌ی ۶: اجرای مطالعه

در این مرحله، معلم به تدریس مطالعه‌ای می‌پردازد و ناظران سعی می‌کنند تا در جریان تدریس مداخله‌ای نکرده و فقط به ثبت مشاهده‌های خود بپردازند. توصیه می‌شود که مشاهده‌گران قبل از شروع تدریس و حتی بعد از تدریس در کلاس حاضر شده و به ثبت داده‌ها بپردازند. هم‌چنین با دانش‌آموزان کمترین صحبت و تعامل را داشته باشند و جلوی دید دانش‌آموزان و دوربین قرار نگیرند و در جاهایی مستقر شوند که فضای کلاسی، شلوغ به نظر نیاید.

مرحله‌ی ۷: بازتاب بر باورها و نیازهای جدید یادگیرندگان

در این مرحله و در پایان تدریس مطالعه‌ای، برگه‌ی نظرخواهی متناسب با اهداف مطالعه توزیع می‌شود و در صورت ضرورت، با دانش‌آموزان مصاحبه می‌شود و داده‌های حاصل از آن نیز جمع‌آوری می‌گردد. از آن‌جا که در مرحله‌ی اجرای نقشه، تدریس نباید حالت غیرطبیعی و کلینیکی داشته باشد، پس این برگه‌ها یا مصاحبه‌ها باید در پایان جلسه و قبل از ترک کلاس، در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد.

مرحله‌ی ۸: بازتاب بر تدریس

در این مرحله، ضمن بازتاب بر کارهای صورت گرفته، به تخمین مدت زمان لازم برای جمع‌بندی اطلاعات از مطالعه‌ی تدریسی پرداخته می‌شود و در مدت زمان تعیین شده، با بازتاب بر کل جریان تدریس، اعم از صحبت‌ها، اشاره‌ها، تعامل‌های کلاسی، یادداشت‌های ناظران و دانش‌آموزان، فیلم‌های مربوطه و برگه‌های نظرخواهی و بحث پیرامون مطالعه‌ی تدریسی توسط تیم مطالعه‌ی تدریسی، چکیده و نتایج مطالعه‌ی تدریسی نوشته می‌شود.

مرحله‌ی ۹: تصمیم‌گیری درباره‌ی تدریس

در این مرحله، درباره‌ی تکرار و تداوم تدریس با بازنگری در تدریس و جرح و تعدیل مجدد آن، تصمیم‌گیری می‌شود.

مرحله‌ی ۱۰: تدریس درس بازنگری‌شده

در این مرحله، درباره‌ی این که چه کسی کار بازنگری و جرح و تعدیل تدریس را انجام دهد یا این که چه تغییراتی درنظر گرفته شود، تصمیم‌گیری می‌شود. برای ایجاد تغییرات جدید، بازنگری تدریس‌های قبلی می‌تواند کمک مهمی به اعضای تیم بکند.

مرحله‌ی ۱۱: بازتاب بر تدریس جدید جرح و تعدیل شده

در این مرحله نیز مانند هر مرحله‌ی تدریس، معلمان و اعضای تیم، بر تدریس جدید جرح و تعدیل شده بازتاب خواهند داشت و نتایج آن‌را با سایر اعضای تیم در میان خواهند گذاشت.

مرحله‌ی ۱۲: نتیجه‌گیری و تهیه‌ی کتابچه‌ی مطالعه‌ی تدریسی

هرگاه تیم به این نتیجه برسد که به راهکار مناسبی برای رسیدن به هدف‌های مطالعه‌ی تدریسی دست یافته و تدریس صورت گرفته از این نظر، دست‌آوردی نو محسوب می‌شود، در این صورت خلاصه‌ی مطالعه، به همراه چارچوب تدریس به صورت گزارشی نوشته و منتشر می‌شود. در این گزارش، برای مطالعه‌های تدریسی دیگر، سؤال‌ها و پرسش‌هایی مطرح می‌شود. در کشور ژاپن، تیم‌های مطالعه‌ی تدریسی، یافته‌ها

و ایده‌های خود را به اشکال زیر در اختیار هم قرار می‌دهند که این شیوه، می‌تواند الگوی مناسبی برای کشورهای دیگر نیز باشد.

الف: نوشتن گزارش‌ها و کتابچه‌های مطالعه‌ی تدریسی: کتابچه‌ها و دست‌نوشته‌های معلمان در کتاب‌فروشی‌های ژاپن به فروش می‌رسد و معلمان مدارس نه‌تنها از سوابق گذشته‌ی مطالعه‌های تدریسی مدرسه‌ی خود کمک می‌گیرند، بلکه به این وسیله، از تجارب سایر مدارس نیز بهره می‌برند.

ب: **ناظران مطلع بیرونی**[32]: ناظران مطلع بیرونی نیز که بین تیم‌های مدارس حضور دارند، این تجارب را با سایر مدارس مبادله می‌کنند و به این کار کمک می‌نمایند.

ج: **بازدید عمومی**[33]: در بعضی از مدارس ژاپن، جلساتی تحت عنوان بازدید عمومی برگزار می‌شود که در آن، از معلمان سایر مدارس دعوت می‌شود تا نتیجه‌ی مطالعه‌ی تدریسی مدرسه‌ی آن‌ها را ببینند. در پایان تدریس نیز یک کنفرانس تدریسی برگزار می‌شود که در آن، تدریس انجام گرفته مورد نقد قرار می‌گیرد.

تدریس خُرد در مقابل مطالعه‌ی تدریسی

فری و همکاران[35] (۲۰۰۳)، از تدریس خرد[34] به عنوان فعالیتی متمرکز بر مشاهده نام می‌برند که در آن، معمولاً از تدریس دانشجو ـ معلمان، فیلم‌برداری شده و سپس همراه یک مربی مورد بررسی قرار می‌گیرد. این فیلم‌برداری ممکن است در فضای کلاس درس واقعی یا در حالت تمرین معلمی مصنوعی انجام گیرد و دانشجو ـ معلمان با بازتاب بر تدریس خود، از نظرات مربی درباره‌ی رفتارهای تدریسی خود، آگاه می‌شوند ([۶]، صفحه۱۳۸). اما نکته‌ی مهم این است که با توجه به مدل‌های مطرح شده برای مطالعه‌ی تدریسی، نظام‌وار بودن چرخه‌های مطالعه‌ی تدریسی در تدریس خرد دیده نمی‌شود. لویز[36] (۲۰۰۲) از مطالعه‌ی تدریسی به عنوان یک روش مداوم برای اصلاح تدریس بر پایه‌ی مشاهده‌ی دقیق کارها و رفتار دانش‌آموزان نام می‌برد و در جایی دیگر، تمرکز اصلی مطالعه‌ی تدریسی را آشنایی با چگونگی تفکر و یادگیری دانش‌آموزان عنوان کرده است [۹]. بنابراین، می‌توان به این نکته‌ی ظریف اشاره کرد که هدف مطالعه‌ی تدریسی، توجه به بهبود فرآیند تدریس با توجه به نحوه‌ی یادگیری دانش‌آموزان است که در آن، موضوع درسی کلاس درس واقعی به شدت مورد توجه قرار می‌گیرد. در حالی که در تدریس خرد، بیش‌تر اعمال و تدریس معلم یا دانشجو ـ معلم، توسط مربی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مطالعه‌ی تدریسی کار گروهی است یا کار تیمی؟

در ادبیات مربوط به مطالعه‌ی تدریسی، سعی می‌شود تا به جای کلمه‌ی گروه، از تیم استفاده شود. زیرا اگرچه گروه‌ها می‌توانند به موفقیت‌هایی دست یابند، ولی از کارایی افراد یک تیم برخوردار نیستند. در واقع در یک تیم، رسیدن به هدف موردنظر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در حالی که در گروه‌ها، تک‌تک اعضا ارزشمندتر از هدف موردنظر می‌باشند. به همین دلیل در مطالعه‌ی تدریسی، با نگاهی حرفه‌ای به شغل معلمی، از تک‌تک معلم‌ها این انتظار می‌رود تا در کار تیمی به خوبی به ایفای نقش بپردازند.

در حال حاضر و با توجه به آموزش‌های قبل از خدمت معلمان ایرانی و گواهینامه‌ی تدریس در ایران و مقایسه‌ی آن با بعضی از کشورهای جهان، جای خالی مطالعه‌ی تدریسی در ایران نیز به چشم می‌خورد. چرا که در مراکز تربیت‌معلم در ایران، دانشجو ـ معلمان پس از گذراندن یک دوره‌ی دو ساله که فقط ۲۰ درصد آن صرف آموزش پداگوژیکی می‌شود، به کلاس‌های درسی مجزای خود رفته و در سایر دوره‌های تحصیلی نیز همین داستان ادامه دارد. امید است که نوع نگاه معلمان و دست‌اندرکاران آموزشی کشور و به خصوص سیاستگذاران آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان به تدریس، حرفه‌ای‌تر شود.

زیرنویس‌ها

1. TIMSS (Third International Mathematics and Science Study)
2. PISA (Program for International Student Assessment)
3. Lesson Study
4. ISODA, Masami
5. University of Tsukuba
6. Meiji
7. Tokugawa
8. ICME9
9. Shelley Friedkin
10. Susan Loucks-Horsley, Nancy Love, Katherine Styles, Susan Mundry, Peter W. Hewson, Katherine E. Stiles
11. Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics
12. Action Research

13. Teresan M. Finken, Michael Matthews, Chris Hlas, and Jennie Schmidt
14. Masami ISODA, Yutaka OHATA, Takeshi MIYAKAWA
15. Brandon Monroe
16. Lesson Plan
17. Reflective Practitioner
18. Stigler, J. W. and Hiebert, J.
19. Wang-Iverson, Patsy
20. Joan Richardson
21. Tom Roby
22. Clea Fernandez, Makoto Yoshida, Sonal Chokshi, Joanna Cannon
23. Lesson Study Research Group (LSRG)
24. Catherine C. Lewis, Rebecca R. Perry, Aki Murata
25. Mills College, Oakland, California
26. Akihiko Takahashi
27. Tezniami Pod, Ciechocinek
28. Statistical Yearbook for Asia and the Pacific 2001, United Nations Publications
29. Tsuta Elementary School, Hiroshima, Japan
30. Ertle Barbrina, Sonal Chokshi, & Clea Fernandez
31. Recruit Members
32. Knowledgeable Others
33. Open Houses

نویسنده، معادل بازدید عمومی را مناسب‌ترین واژه برای Open House نمی‌داند اما در حال حاضر، معادل مناسب‌تری را نیافته است.

34. Micro Teaching
35. Heather Fry, Steve Ketteridge, Stephanie Marshall
36. Catherine C. Lewis

منابع

[۱] گویا، زهرا (۱۳۸۰)، توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی: یک ضرورت، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۶۴، سال هفدهم. وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، صص ۴ تا ۸.

[2] Ertle Barbrina, Sonal Chokshi, & Clea Fernandez (2002): **Example Description for Study Lesson Plans**, www.tc.columbia.edu/lessonstudy/tools.html, Lesson Study Research Group, lsrg@columbia.edu

[3] Fernandez Clea, Makoto Yoshida, Sonal Chokshi, Joanna Cannon (2001): **Lesson Study: Lesson Study Research Group** (LSRG), Teachers College, Columbia University, lsrg@columbia.edu, www.tc.edu/lessonstudy

[4] Finken Teresa M., Michael Matthews, Chris Hlas, and Jennie Schmidt (2004): **Integrating Lesson Study for Pre-service and Inservice Teachers**, The University of Iowa, National Council of Teachers of Mathematics Annual Conference: Defining Mathematics for All, Philadelphia, PA, April 22, 2004, Session 34 in URL link: http://myweb.uiowa.edu/chlas/nctm04_session34/LS_handout_4-22-04.pdf

[5] Friedkin, Shelley (2005): **Lesson Study Group at Mills College**, in URL link: http://www.lessonresearch.net or http://www.mills.edu. (friedkin@mills.edu)

[6] Fry Heather, Steve Ketteridge, Stephanie Marshall (2003): **A Handbook for Teaching & Learning in Higher Education**, Routledge (UK), Publication Date Mar 1, 2003.

[7] ISODA, Masami, (2000): **Japan Models in Mathematics Education from the World Perspective. CRICED**, Center for Research on International Cooperation in educational Development University of Tsukuba In URL link: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/pdf/13_Japan_Isoda.pdf

[8] ISODA, Masami, OHARA, Yutaka, MIYAKAWA, Takeshi (2004): **The System, Trend and Task of Mathematics Education in Japan**, **CRICED**, International Educational Cooperation Symposium, Problematic and Perspective of International Cooperation in Mathematics Education, University of Tsukuba.

[9] Lewis, Catherine C. (2002): **Brief Guide to Lesson Study**, Education department, Mills College, Oakland CA, Clewis@mills.edu, www.lessonresearch.net

[10] Lewis Catherine C., Rebecca R. Perry, Aki Murata (2005): **Lesson Study**, Mills College, Oakland, California, Clewis@mills.edu, www.lessonresearch.net

[11] Loucks-Horsley Susan, Nancy Love, Katherine Styles, Susan Mundry, Peter W. Hewson, Katherine E. Stiles (2003): **Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics**, Corwin Press, Publication Date: Feb 14, 2003.

[12] Monroe, Brandon (2000): **Lesson Study**, Doctoral Candidate, Special Education University of Washington, 22 August 2000, http://depts.washington,edu/edspe599/LessonSTUDY.ppt

[13] Richardson, Joan (2004): **Lesson Study, Teachers Learn How to Improve Instruction**, NATIONAL STAFF DEVELOPMENT COUNCIL, February/march 2004, http://www.nsdc.org

[14] Roby, Tom (2004): **Japanese Lesson Study: Teaching Cultures in Japan and California**, Dept. of Math & Comp. Sci, California State University Hayward, CA, (near San Francisco), in URL: http://seki.csuhayward.edu

[15] Stigler, J. W. and Hiebert, J. (1999): **The Teaching Gap: Best Ideas From the Word's Teachers for Improving Education in the Classroom**. New York: Free Press. P. 135

[16] Takahashi Akihiko (2001): **Lesson Study as a Medium for Professional Development, An Overview of District-Lesson Study in Japan**, University of Illinois at Urbana-Champaign, http://students.ed.uiuc.edu/takahash/LessonStudy_SIU/LessonStudy_Prof.htm

[17] Tezniami Pod, Ciechocinek, Poland (2004): **The Mathematics Education into the 21st Century Project**, June 26th – July 1 st, 2004 http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_ciechocinek

[18] United Nations Publications (2001): **Statistical Yearbook for Asia and the Pacific 2001**, Jan 1, 2001, ISBN: 9210191102

[19] Wang-Iverson, Patsy (2002): **Lesson Study**, published in: RBS Currents (Research for Better Schools), published: Spring/Summer 2002, posted to site: 04/25/2002 in URL link: http://www.rbs.org/currents/0502/index.shtml

قسمت دوم

آموزش حسابان: مشکلات موجود و نقش تکنولوژی

زهرا گویا
دانشگاه شهید بهشتی
حمیده سرشتی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

در بخش نخست این مقاله، به بررسی مشکلات موجود در آموزش حسابان پرداختیم. اینک بررسی نقش تکنولوژی در آموزش حسابان:

تکنولوژی و آموزش حسابان

در دو دهه‌ی اخیر، تحقیقات بسیاری برای ایجاد بستری مناسب برای دانش‌آموزان به منظور تواناتر کردن آن‌ها در فهم و درک مفاهیم حسابان صورت گرفته است. از جمله رویکردهایی که به طور چشم‌گیری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، استفاده از تکنولوژی و رویکردهای کامپیوتری به آموزش و یادگیری حسابان در سطح وسیع بوده‌اند.

به عقیده‌ی تال (۱۹۹۲)، کامپیوتر منبع جدیدی است که به انواع مختلف ارتباطات غیرزبانی از طریق فرآیندها و تجسم‌های پویا، فرصت بروز و ظهور می‌دهد. مثلاً، کامپیوتر می‌تواند دانش‌آموز را قادر کند تا آزادانه، مفاهیم را برای دست‌یابی به بصیرت‌های بیش‌تر، مورد بررسی قرار دهد. یا این که نرم‌افزار کامپیوتر، می‌تواند زمینه‌های غنی برای نشان دادن مفاهیم ریاضی، ایجاد کند. تکنولوژی می‌تواند محیطی ایجاد کند که در آن به کاربر اجازه داده می‌شود تا مثال‌ها و ضد مثال‌ها (مثال‌های نقض) را جستجو کند تا به این ترتیب کاربر بتواند به تجرید خواص عمومی که در مثال‌ها مجسم شده‌اند، بپردازد. تال (۱۹۹۲) در ادامه توضیح می‌دهد که یک محیط نرم‌افزاری قوی که به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد ایده‌های ذهنی خود را آزمایش کنند، ممکن است دارای این منفعت باشد که بتواند بعضی از اعمال غیرضروری مثل برخی از دست‌ورزی‌های نمادین را حذف کند. البته کامپیوتر نمی‌تواند تمام مفاهیم پیچیده را برای دانش‌آموزان ساده‌تر کند، ولی می‌تواند به آن‌ها فرصت دهد تا تجارب غنی‌تری کسب کنند و قادر شوند که ریاضی را در یک زمینه‌ی وسیع‌تر و قدرتمندتر ببینند.

در ادامه، بحث تکنولوژی و آموزش حسابان را از طریق پرداختن به مباحث تکنولوژی و آموزش ریاضی، سیر تاریخی ورود تکنولوژی به آموزش ریاضی، نقش کامپیوتر در اثبات ریاضی، استفاده از محیط‌های کامپیوتری برای رشد و توسعه‌ی شناختی و سیستم‌های جبر کامپیوتری ادامه می‌دهیم.

تکنولوژی و آموزش ریاضی

در قرن اخیر، کمتر پدیده‌ی مصنوع بشر مانند فناوری اطلاعات، بشریت را تحت تأثیر قرار داده و شئون زندگی وی را متحول کرده است. یادگیری و آموزش، اوقات فراغت، تجارت، روابط انسانی، نهاد مدرسه، خانواده و بسیاری دیگر از ارکان حیات فردی و اجتماعی انسان، تحت تأثیر فناوری اطلاعات قرار گرفته و در حال تحولات اساسی است. به طور کلی، تکنولوژی بر تمام سطوح تدریس و یادگیری در جهان مدرن، تأثیر گذاشته است. جهت‌گیری‌های جدید آموزشی، با شتاب هرچه بیش‌تری بر تغییر از شیوه‌های یادگیری سنتی مداد و کاغذی، به یادگیری با کمک تکنولوژی، متمرکز شده است. ایوبیان (۱۳۸۲) به نقل از رامبرگ[1] (۱۹۹۸) ابراز می‌دارد که «امروزه هیچ‌کس با محاسبات کاغذ و مدادی، امرار معاش

نمی‌کند. ماشین حساب و کامپیوترها، جایگزین محاسبه‌های خرید و فروش در کار و صنعت شده‌اند. به علاوه ابزارهای الکترونیکی جدید، قادر به انجام محاسبات در حجم زیاد و سرعت بالا، نمایش اطلاعات به راه‌های مختلف و بسیاری قابلیت‌های دیگر هستند». در نتیجه، تکنولوژی، مهارت‌های مورد تأکید در درس‌های ریاضی را تغییر داده است. به طور نمونه، کامپیوترها وسیله‌ای کارا و سریع هستند که می‌توانند محاسبات طاقت‌فرسا را به راحتی انجام دهند و این در حالی است که علوم کامپیوتر، رشد شگفت‌آور خود را مدیون ریاضی است. در واقع، اثر بی‌نظیر ریاضی بر تمدن جدید، مشابه اثر ماشین چاپ بر خواندن و نوشتن در قرون گذشته است (رامبرگ، ۱۹۹۸). هم‌چنان که ماشین چاپ مهارت خاصی مانند کتابت را منسوخ کرد، کتاب‌ها را در دسترس همگان قرار داد و نیاز افراد را به خواندن و نوشتن به طور وسیعی افزایش داد، شاید تکنولوژی نیز بتواند ریاضیات بیش‌تری را در دسترس همگان قرار دهد و ابزاری مفید در عمومی کردن ریاضی باشد.

در رابطه با نقش تکنولوژی جدید در آموزش ریاضی، کلمنتس[2] و الرتون[3] (۱۹۹۶) معتقدند که انقلاب تکنولوژیکی-اطلاعاتی نیمه‌ی دوم قرن بیستم، باعث شد تا آموزشگران ریاضی، در برنامه‌ریزی درسی، پداگوژی و ارزیابی موفقیت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان، راجع به دسترسی روزافزون به ماشین حساب‌های گرافیکی، لوح‌های فشرده، اینترنت و انوع نرم‌افزارهای آموزشی ریاضی مانند لوگو و متمتیکا، به طور جدی به تعمق و ژرف‌اندیشی بپردازند (ص ۱۹۶).

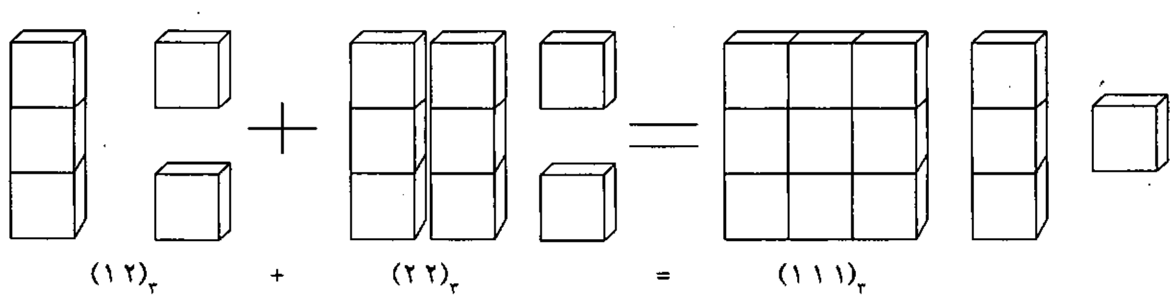
با این وجود، با توسعه‌ی تکنولوژی جدید به خصوص کامپیوتر در جهان هنوز در مورد استفاده از آن‌ها در آموزش ریاضی، بحث‌های زیادی وجود داشته و دارد. دیوید تال (۱۹۹۶) در خصوص استفاده از تکنولوژی اطلاعات در آموزش و یادگیری ریاضی می‌گوید:

باید از تحولات و امکانات تکنولوژی آگاه باشیم، به شرطی که ببینیم این تحولات و امکانات چگونه با ماهیت یادگیری انسان در تعامل هستند. ما به عنوان آموزشگران ریاضی، نیازمند دانستن واقعیت‌ها و امکان‌ها برای یادگیری انسان در عصر تکنولوژی اطلاعات هستیم (ص ۱۳).

هم‌چنین به گفته‌ی اسمیت[4] (۲۰۰۰)، تکنولوژی راه‌حلی برای مسایل پداگوژیکی در ریاضی نیست، بلکه بیش‌تر، فرصتی برای تفکر در مورد مسایل ریاضی و حل آن‌ها در یک محیط یادگیری جدید است.

سیر تاریخی ورود تکنولوژی به آموزش ریاضی

استفاده از ابزارهای فیزیکی و ذهنی برای آموزش و یادگیری ریاضی، همواره مورد بحث بوده‌اند. تال (۲۰۰۲) به نقل از برونر (۱۹۶۶) اظهار می‌دارد که «استفاده‌ی انسان‌ها از ذهن، وابسته به توانایی آن‌ها در توسعه و استفاده از ابزارها، وسایل یا تکنولوژی است که این امکان را برای آن‌ها فراهم می‌سازد تا قدرت خود را نمایش دهند، یا آن را تقویت کنند». در طول قرن‌ها از ابزارهای متفاوتی برای ارایه‌ی مفاهیم ریاضی استفاده شده‌اند. به طور مثال، چرتکه می‌تواند محاسبات ریاضی حجیم را انجام دهد و هم‌چنین، به عنوان ابزاری برای آموزش جمع و تفریق و ارزش مکانی در حساب، مورد استفاده قرار گیرد. خط‌کش‌های محاسبه و جدول‌ها نیز، زمانی ابزار مؤثری در ارتقای یادگیری بوده‌اند. از ابزارهای فیزیکی دیگر که در این سال‌ها برای توسعه‌ی مفاهیم ریاضی استفاده شده‌اند، می‌توان به بلوک‌های دینز اشاره کرد. دینز برای ایجاد فهم و درک عمیق‌تر در مورد مفهوم ارزش مکانی در پایه‌های مختلف، این بلوک‌ها را طراحی کرد که به نام خود وی معروف شده است. شکل ۱، استفاده از



شکل۱. بلوک‌های دینز (برگرفته از تال، ۲۰۰۲)

بلوک‌های دینز را برای جمع ۲۲+۱۲ در مبنای ۳ نشان می‌دهد.

تال (۲۰۰۲) اظهار می‌دارد که چگونه در این مورد، دانش‌آموزان با بلوک‌های دینز دست‌ورزی نموده و بلوک‌ها را برای به دست آوردن نتیجه، دسته‌بندی می‌کنند و بالاخره، در مورد صحت کارشان داوری می‌نمایند.

بعد از این، نوبت به ماشین‌حساب‌هایی رسید که قادر به انجام چهار عمل اصلی بودند و به اصطلاح به آن‌ها ماشین‌حساب دستی[5] گفته می‌شد. بررسی تاریخ آموزش ریاضی نشان می‌دهد که در مورد استفاده از ماشین‌حساب در کلاس‌های درس به منظور آموزش و یادگیری ریاضی، سال‌ها جدال بوده است و با وجود تحقیقات زیادی که در این زمینه انجام شده، این جدال، مدت‌های طولانی ادامه داشته است. این‌ها در حالی است که انبوه تحقیقات گوناگون نشان داده است «درکلاس‌هایی که از ماشین حساب استفاده می‌شود، دانش‌آموزان دید بهتری نسبت به ریاضی دارند و در مقایسه با

«امروزه هیچ کس با محاسبات کاغذ و مدادی، امرار معاش نمی‌کند. ماشین حساب و کامپیوترها، جایگزین محاسبه‌های خرید و فروش در کار و صنعت شده‌اند. به علاوه ابزارهای الکترونیکی جدید، قادر به انجام محاسبات در حجم زیاد و سرعت بالا، نمایش اطلاعات به راه‌های مختلف و بسیاری قابلیت‌های دیگر هستند.» (رامبرگ، ۱۹۹۸)

کلاس‌هایی که از ماشین‌حساب استفاده نمی‌کنند، علاقه‌ی بیش‌تری به ریاضی نشان داده و در حل مسأله‌ی ریاضی، جدی‌تر و مطمئن‌تر عمل می‌کنند» (گویا و گویا، ۱۳۷۸، ص ۵۲). ماشین‌حساب می‌تواند وقت فرسایشی فراوانی را که در مدارس صرف انجام محاسبات می‌شود، پس‌انداز کند و از آن، برای کمک به توسعه‌ی مفاهیم و ایجاد مهارت‌های مختلف ریاضی استفاده کند. به طور مثال، می‌توان به تحقیقاتی که در مورد درک عددی و جنبه‌های مختلف این درک و ارتقای آن در محیط‌هایی که از ماشین‌حساب (ماشین‌حساب‌هایی با چهار عمل اصلی) استفاده می‌کنند، اشاره کرد. بسیاری از این تحقیقات از جمله پژوهش ریز و ریز[6] (۱۹۹۲)، نشان داده‌اند که در صورت استفاده‌ی مناسب از ماشین‌حساب، مهارت‌های درک عددی، از جمله تخمین و غیره، ارتقا می‌یابند.

به همراه گسترش استفاده از ماشین‌حساب‌ها و ظهور تکنولوژی کامپیوتر و دسترسی نسبتاً آسان به آن‌ها، نوبت به استفاده از این وسیله در آموزش ریاضی رسید و تحقیقات در مورد استفاده از کامپیوتر در یادگیری ریاضی، آغاز شد. این در حالی است که با وجود تردید در مورد نقش کامپیوتر در تدریس و یادگیری ریاضی، هرچه زمان جلوتر می‌رود و این تکنولوژی فراگیرتر می‌شود این تردیدها نیز کم‌رنگ‌تر و کم‌رنگ‌تر می‌شوند. به طور خلاصه، تال (۱۹۹۶)، پیشرفت تکنولوژی کامپیوتر را برای استفاده در آموزش ریاضی به مراحل زیر خلاصه کرده است:

۱ـ الگوریتم‌های عددی (۱۹۷۶؛ زبان برنامه‌نویسی بیسیک)؛

۲ـ تجسم‌های گرافیکی (اوایل دهه‌ی هشتاد؛ معرفی لوگو)؛

۳ـ کنترل مجسم (۱۹۸۴؛ معرفی موش)؛

۴ـ سیستم‌های جبر کامپیوتری (۱۹۸۴؛ ورود ماکسیما)؛

۵ـ تکنولوژی شخصی قابل حمل[7] (ماشین حساب‌ها و کامپیوترهای شخصی)؛

۶ـ چند رسانه‌ای‌ها (پدید آمدن نرم‌افزارهای چند رسانه‌ای تعاملی برای استفاده در مطالعات فردی)؛

۷ـ شبکه‌ی سراسری اینترنت.

فواید استفاده از تکنولوژی در آموزش ریاضی، بسیار متنوع و گوناگون است. با این وجود، اکثر تحقیقات انجام شده در حوزه‌ی تکنولوژی و آموزش ریاضی به طور خاص، به موارد زیر اشاره می‌کنند:

۱ـ تسهیل تدریس مفاهیم ریاضی به دانش‌آموزان: چون با استفاده از تکنولوژی، به خصوص کامپیوتر و ماشین حساب‌های گرافیکی، دانش‌آموزان می‌توانند به موقعیت‌های گرافیکی و عددی نزدیک شوند و از این طریق، مفاهیم ریاضی را عمیق‌تر یاد بگیرند.

۲ـ تقویت تجسم: فراهم آوردن امکانی برای دانش‌آموزان تا موقعیت‌های مختلف را جستجو کنند و به کمک آن‌ها، برای به کارگیری ریاضی در سطحی بالاتر، آمادگی پیدا کنند.

۳ـ ذخیره‌ی زمان لازم برای محاسبات معمولی[8] و اختصاص

این زمان به مطالعات مؤثرتر برای بهتر فهمیدن ریاضی، حل مسأله، توسعه و ارتقای توانایی‌های استدلالی و حل مسایل واقعی و پیچیده.

۴ ـ ارتقای درک و فهم دانش‌آموزان از ریاضی.

۵ ـ تغییر باور دانش‌آموزان و دانشجویان نسبت به ریاضی که نتیجه‌ی آن، افزایش لذت و انگیزه برای یادگیری ریاضی است. دانش‌آموزانی که از تکنولوژی استفاده می‌کنند، نسبت به دانش‌آموزانی که از آن استفاده نمی‌کنند، دارای نگرش مثبت‌تری نسبت به ریاضی به خصوص نسبت به توانایی خود در حل مسأله‌ی ریاضی هستند.

هم‌چنین، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا[9] (NCTM) (۲۰۰۰) استفاده از تکنولوژی الکترونیکی به خصوص ماشین حساب و کامپیوتر را به همه‌ی دانش‌آموزان توصیه کرده و یادآور شده است که تکنولوژی، یادگیری ریاضی را تسهیل می‌کند، به تدریس ریاضی واقعی و کارا کمک می‌نماید و بر ریاضیاتی که تدریس می‌شود، تأثیر می‌گذارد. علاوه بر این، به گفته‌ی تال (۱۹۹۶)، «هم‌زمان باید بکوشیم که نسبت به بعضی از فرآیندهای دخیل در آموزش ریاضی، فهم بیش‌تری پیدا کنیم تا قادر باشیم در مورد بهترین نوع استفاده از امکانات جدید، به طور منسجم و هماهنگ، قضاوت کنیم» (ص ۱۳).

کامپیوتر و اثبات ریاضی

کامپیوتر می‌تواند به عنوان ابزاری برای تکمیل یا ارتقای تفکر پیشرفته‌ی ریاضی، به روش‌های گوناگون مورد استفاده قرار بگیرد. به گفته‌ی دوبینسکی و تال (۱۹۹۱)، در تحقیقات ریاضی، کامپیوتر به منظور تهیه‌ی داده‌ها برای پیشنهاد قضیه‌های ممکن، جستجو و یافتن مثال‌های نقض، انجام محاسبات پرزحمت و حجیم برای اثبات قضیه‌هایی که درگیر تعداد متناهی موارد الگوریتمی هستند و نظایر آن‌ها به کار برده می‌شود. به اعتقاد آن‌ها، در آموزش ریاضی، کامپیوتر هم برای اهداف فوق و هم موارد مهم دیگری می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. به طور مثال، برای کمک به دانش‌آموزان در مفهوم‌پردازی و ساخت و سازهای شخصی از ریاضیاتی که قبلاً توسط دیگران صورت‌بندی شده است، کامپیوتر می‌تواند نقش کلیدی ایفا کند.

از این گذشته، کامپیوتر در تحقیقات ریاضی که در حین رشد و توسعه‌ی خود، از چند مرحله‌ی متمایز ـ از جرقه زدن یک ایده تا اثبات صوری ـ عبور می‌کنند نیز، نقش ویژه‌ای می‌تواند بازی کند. دوبینسکی (۱۹۹۱) به نقل از عطیه[10] (۱۹۸۴) بیان می‌کند که «در ریاضی مانند علوم طبیعی، مراحل متعددی در فرآیند کشف درگیرند و اثبات‌های صوری، تنها در مرحله‌ی آخر قرار دارند». به اعتقاد عطیه، مرحله‌ی اول شامل مشخص کردن و شناسایی حقایق[11] با معنی است. پس از آن، چینش آن‌ها در الگوهای معنی‌دار، بسط‌های موجه و قابل قبول بعضی فرمول‌ها یا قوانین و سپس فرآیند آزمایش فرمول‌های پیشنهاد شده، قرار دارند و اثبات، در آخرین مرحله قرار می‌گیرد.

دوبینسکی و تال (۱۹۹۱)، برای روشن‌تر شدن نقش تکنولوژی در سه مرحله‌ی بالا، مثال‌های زیر را ارایه می‌دهند:

مثال مرحله‌ی اول: در اکتشافات اولیه، کامپیوتر داده‌هایی تولید می‌کند که می‌تواند منجر به ایجاد شواهد جدیدی برای نظریه‌های جدید در ریاضی شود. به عنوان مثال، کارهای لورنز (۱۹۶۳) که بر مطالعه‌ی نتایج معادلات دیفرانسیل برای پیش‌بینی آب و هوا متمرکز بود، منجر به تولید نظریه‌ی آشوب[12] شد. از آن زمان به بعد، از محیط‌های برنامه‌نویسی حساس[13] برای تولید داده‌هایی به منظور پیشنهاد حدسیه‌های ممکن استفاده می‌شوند و این محیط‌ها ارزش والایی یافته‌اند. مثلاً، پیشرفت‌های اخیر در مورد نظریه‌ی تکرار توابع، منجر به ایجاد تصاویر فراکتالی زیبایی شده است که حتی در اذهان عمومی نیز، شناخته شده‌اند. اما این نظریه، تا اوایل قرن گذشته مهجور مانده بود، زیرا نیازمند حجم عظیمی از محاسبات بود که بدون تکنولوژی، امکان پرداختن به آن وجود نداشت، علاوه بر این که تنها کامپیوتر بود که می‌توانست نتایج این محاسبات را به صورت گرافیکی، نمایش دهد. در واقع، کامپیوتر منجر به ایجاد تصاویر هیجان‌انگیز و نظریه‌های جدیدی در ریاضی شد که ابتدا، باید توسط شکل امتحان می‌شدند و یافتن اثبات صوری برای آن‌ها، در مرحله‌ی بعدی قرار داشت. مثال‌هایی از این نوع در شاخه‌های دیگر ریاضی از جمله سیستم‌های دینامیکی، به وفور دیده می‌شوند.

مثال مرحله‌ی دوم: در مرحله‌ی دوم تفکر ریاضی، هنگامی که حدسیه و فرضیه‌ای ساخته شد، تلاش‌های جدی و دقیق برای آزمودن آن صورت می‌گیرد. در این مرحله، گاهی اوقات کامپیوتر برای تولید مثال‌ها و ضد مثال‌های مناسب، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. مثلاً، حدود دو قرن پیش بود که اویلر، پس از یک سری محاسبات پیچیده و شگفت‌انگیز، حدسیه‌ی

خود را به این صورت تدوین کرد:

جمع حداقل n تا از توان‌های n ـ اُم اعداد صحیح مثبت، عددی با توان n تولید می‌کند.

تا مدت‌ها، غیرممکن بودن محاسباتی که برای بررسی این حدسیه لازم بود، برهان یا رد آن را مسکوت گذاشت. اما لندر[14] و پرکین[15] در سال ۱۹۶۹ به کمک یک کامپیوتر، مثال نقض زیر را تولید کردند.

$$27^5+84^5+110^5+133^5=144^5$$

در این مورد، پیدا کردن این مثال نقض نشان داد که حدسیه اویلر غلط بوده است. با این حال، باید توجه داشت که عدم دست یابی به مثالی که ناقض درستی یک حدس باشد، دلیلی بر درستی آن حدس نیست که در این مورد، به طور مشخص می‌توان به انگاره‌ی گلدباخ[16] اشاره کرد که می‌گوید «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲، حاصل جمع دوعدد اول است». در مورد این انگاره، با این‌که کامپیوتر تجزیه‌ی مناسبی از تمام اعداد زوج کوچک‌تر از یک عدد بسیار بزرگ را به دو عدد اول تولید کرده است، اما هنوز این حدس، بدون اثبات باقی مانده است. نمونه‌هایی از این قبیل، در تحقیقات ریاضی، فراوان هستند.

مثال مرحله‌ی سوم: در مرحله‌ی آخر تفکر ریاضی که مرحله‌ی اثبات صوری یا برهان است، کامپیوتر به طور قطع می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، به شرط آن‌که مسأله بتواند به موارد متناهی از حالت‌های بدیل[17] کاهش پیدا کند و هر کدام از این حالت‌ها نیز بتوانند به طور الگوریتمی، مورد بررسی قرار گیرند. مشهورترین نمونه‌ی این اثبات‌ها، مسأله‌ی معروف چهار رنگ در نظریه‌ی گراف است که اپل[18] و هکن[19] (۱۹۷۶) آن را به تعداد متناهی ولی بسیار زیادی از موارد بدیل کاهش دادند و در نهایت، این مسأله توسط کامپیوتر حل شد.

اثبات این مسأله باعث شد که در حال حاضر، کامپیوتر به طور فراوان، در مسایل ترکیبیاتی، نظریه‌ی گروه‌ها، هندسه‌ی جبری و دیگر حوزه‌های ریاضی که محتوای الگوریتمی دارند، مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین، استفاده از کامپیوتر برای توسعه و تعمیق فرآیند تفکر خلاق بشری، هم در آماده کردن محیط‌هایی برای کشف و جستجوی قضیه‌های جدید، و هم برای انجام محاسبات الگوریتمی و آماده‌سازی برای اثبات ریاضی، دارای ارزش خاصی شده است. با این حال، این روش‌های اثبات به نسبت قوتشان، ضعف‌هایی هم دارند که موضوع این بحث نیستند.

استفاده از محیط‌های کامپیوتری برای رشد و توسعه‌ی شناختی

در دهه‌ی ۹۰ میلادی، دیوید تال، دو مفهوم سازمان‌دهنده‌ی تولیدکننده[20] و ریشه‌ی شناختی[21] را برای ایجاد یک رویکرد مجسم نسبت به ریاضی، معرفی کرد.

ـ سازمان‌دهنده‌ی تولیدکننده، محیطی است که یادگیرنده را قادر می‌سازد تا مثال‌ها و در صورت امکان ضد مثال‌های یک مفهوم ریاضی خاص یا یک نظام مرتبط از مفاهیم را مورد دست‌ورزی قرار دهد. در واقع، این محیط توانایی جستجوی مثال‌ها و ضد مثال‌های یک فرآیند یا مفهوم ریاضی را ایجاد می‌کند.

ـ ریشه‌ی شناختی، یک مفهوم مجسم است که برای دانش‌آموزان، در زمان حال معنی‌دار است و دارای دو ویژگی اساسی است:

۱. برای رشد و توسعه‌ی شناختی دانش‌آموزان معنی‌دار است.

۲. یک ایده‌ی قدرتمند ریاضی است که می‌تواند نقطه‌ی شروع مناسبی برای یک نظریه‌ی ریاضی باشد.

به عقیده‌ی تال (۲۰۰۲)، ریشه‌ی شناختی ایده‌ای است که در ذهن بشر کاشته می‌شود تا اتصالات پرثمری را که می‌تواند داخل یک نظریه‌ی صوری رشد کند، به وجود آورد؛ و از طریق ریشه‌ی شناختی است که یک نظریه‌ی رفته‌رفته پیچیده، امکان رویش می‌یابد. البته تال (۲۰۰۲) هشدار می‌دهد که ریشه‌ی شناختی با یک پایه وبنیاد منطقی، تفاوت بسیاری دارد، چون یک پایه‌ی منطقی تنها در ویژگی دوم صدق می‌کند به این معنا که می‌تواند نقطه‌ی شروع مناسبی برای توسعه و رشد صوری یک ایده‌ی ریاضی باشد. تال در ادامه می‌افزاید که تجارب دوران ریاضی جدید[22] نشان داد که پایه‌ها و بنیادهای منطقی، ممکن است که ریشه‌های شناختی نباشند و به این دلیل دوران ریاضی جدید شکست خورد. زیرا که ریشه‌ها را در ذهن یادگیرنده به حساب نیاورد.

مثال‌هایی از سازمان‌دهنده‌های تولیدکننده و ریشه‌های شناختی

تال (۲۰۰۲) برای درک بهتر سازمان دهنده‌های تولیدکننده و ریشه‌های شناختی، به مثال‌های زیر اشاره می‌کند:

ارزش مکانی، یک ریشه‌ی شناختی برای انجام عملیات با اعداد است و بلوک‌های دینز، مثالی از یک سازمان‌دهنده‌ی تولیدکننده برای مفهوم ارزش مکانی در حساب است. اما این

سازمان‌دهنده، یک سازمان‌دهنده‌ی منفعل است، زیرا کاربر، هم عمل بر بلوک‌ها را انجام می‌دهد و هم بر اساس نظریه‌ای که اساس دست‌ورزی بلوک‌هاست، در مورد عمل انجام شده قضاوت می‌کند.

هم‌چنین ایده‌ی مستقیم بودن موضعی[۲۳]، یک ریشه‌ی شناختی برای مشتق است. تال به عنوان یک سازمان‌دهنده‌ی تولیدکننده برای این ریشه‌ی شناختی، برنامه‌ی بزرگ‌نمایی را ابداع کرده است. برنامه‌ی بزرگ‌نمایی به این صورت عمل می‌کند که مفهوم صوری مشتق را با یک روش دیداری ابتدایی، به عنوان گرادیان نمودار در نظر می‌گیرد و در مراحل اولیه، از مماس‌ها یا تقریب‌های خطی موضوعی یا هر مفهوم صوری دیگری سخنی به میان نمی‌آید، بلکه فقط با بزرگ کردن نمودار، می‌توان مشاهده کرد که نمودار، موضعاً مستقیم است. با بزرگ‌نمایی بیش‌تر، می‌توان ملاحظه کرد که نمودار به شکل خط مستقیم درمی‌آید و این مستقیم بودن به طور نافذتری درک می‌شود. سپس این مطلب را می‌توان با رویکردهای نمادین و عددی مربوط ساخت و ایده‌ی قابل محاسبه بودن مشتق را ایجاد کرد. هم‌چنین، ریشه‌ی ایده‌ی مستقیم بودن موضعی می‌تواند برای حل معکوس این مسأله مورد استفاده قرار گیرد ـ یعنی ساختن نموداری که گرادیان آن داده شده است.

به گفته‌ی تال (۱۹۹۶)، کامپیوتر می‌تواند روش مجسمی برای دست‌ورزی با اشیای نیمه‌مجسم ریاضی ارایه کند که این روش با قدرتمندی، امکان معنا دادن به مفهوم‌های دقیق را در یک مرحله‌ی ابتدایی مجسم، ایجاد می‌کند. به اعتقاد تال، در این شیوه، «کامپیوتر محیطی را فراهم می‌کند که در آن، یادگیرنده می‌تواند در یک سطح انسانی، ایده‌های ریاضی را به طور فیزیکی تجربه کند. این کار، امکان دیدن و حرکت فیزیکی را بدون نیاز هم‌زمان به تمرکز بر زبان نمادین و محاسباتی که برای ارایه‌ی یک جواب لازم است، فراهم می‌کند» (ص ۱۸).

سیستم‌های جبر کامپیوتری

سیستم‌های جبر کامپیوتری[۲۴] به نرم‌افزارهایی گفته می‌شود که محاسبات و دست‌ورزی‌های[۲۵] جبری را انجام می‌دهند. به طور مثال، عبارت‌ها را ساده می‌کنند یا از توابع مشتق می‌گیرند. امروزه این نرم‌افزارها قابلیت اجرا بر روی کامپیوترهای شخصی را دارند و بعضی از آن‌ها در ماشین حساب‌های گرافیکی ـ نمادین نیز موجود می‌باشند. بسته‌های نرم‌افزاری میپل[۲۶]، متکد[۲۷]، درایو[۲۸] و متمتیکا[۲۹] از این نوع هستند. در حال حاضر، بسیاری از این نرم‌افزارها، دارای قابلیت واژه‌پردازی و ایجاد ارتباطات اینترنتی نیز هستند.

از حدود سه دهه‌ی پیش، سیستم‌های جبر کامپیوتری پا به عرصه‌ی وجود گذاشتند و هم‌زمان با پیشرفت کامپیوتر و صنعت نرم‌افزار، پیشرفت چشم‌گیری کردند. از اولین سیستم‌های ارایه شده از این نوع که در تحقیقات آموزش ریاضی هم از آن استفاده شده است، می‌توان به نرم‌افزار ماکسیما[۳۰] اشاره کرد. در سال ۱۹۸۴، ماهنامه‌ی ریاضی آمریکا[۳۱]، یک آگهی تمام صفحه برای سیستم جبر کامپیوتری ماکسیما چاپ کرده بود. در آن آگهی ادعا شده بود که نرم‌افزار ماکسیما می‌تواند عبارت‌ها را ساده کند، از آن‌ها عامل مشترک بگیرد، آن‌ها را بسط دهد، معادلات را به طور تحلیلی حل کند، مشتق‌گیری نماید، انتگرال‌های معین یا نامعین را محاسبه کند و بسط لورن یا تیلور توابع را انجام دهد. این نرم‌افزارها در ابتدا، تنها محدود به پردازش عبارت‌های جبری و انجام دست‌ورزی‌های نمادین بودند و تدریجاً قابلیت‌های گرافیکی و عددی و امثال آن‌ها، به این نرم‌افزارها افزوده شدند.

«کامپیوتر محیطی را فراهم می‌کند که در آن، یادگیرنده می‌تواند در یک سطح انسانی، ایده‌های ریاضی را به طور فیزیکی تجربه کند. این کار، امکان دیدن و حرکت فیزیکی را بدون نیاز هم‌زمان به تمرکز بر زبان نمادین و محاسباتی که برای ارایه‌ی یک جواب لازم است، فراهم می‌کند.» (تال، ۱۹۹۶)

به هر حال، به همراه پیشرفت این نرم‌افزارها، تحقیقات گوناگونی نیز در مورد استفاده از آن‌ها در آموزش و یادگیری ریاضی شروع شد. تال (۱۹۹۶) اظهار می‌دارد که به دنبال معرفی ماکسیما، در کمتر از یک دهه، کامپیوترها به طور متوالی امکانات عددی، گرافیکی و نمادین را گسترش دادند که هر یک از آن‌ها روش‌های جدیدی را برای مفهوم‌سازی ایده‌های ریاضی، ابداع کردند و این روش‌ها، به عنوان سه روش اصلی ارائه‌ی حسابان در دانشگاه‌ها موردنظر قرار گرفتند.

او در ادامه به نقل از هافز هالت (۱۹۹۱) می‌نویسد: «یکی از اصول راهنما، قانون سه شیوه است که طبق آن، سعی می‌شود

تا جایی که ممکن است، هر مبحث همان‌طور که به طور تحلیلی تدریس می‌شود، به طور گرافیکی و عددی نیز نمایش داده شود. هدف، طراحی و ارائه‌ی درسی است که در آن، این سه دیدگاه با یکدیگر در تعامل باشند و یادگیرندگان ریاضی، ایده‌های اصلی را از زاویه‌های متعددی، مشاهده کنند» (ص ۱۶). با این حال، خود تال (۱۹۹۳)، دیدگاه متفاوتی نسبت به قانون سه شیوه دارد. به گفته‌ی وی «این رویکرد بیشتر بر پایه‌ی باورهای ریاضی قرار دارد تا رشد شناختی. احساس من این است که ریاضی‌دان‌ها به طور انتخابی، بر روی مهم‌ترین بازنمایی‌ها متمرکز می‌شوند؛ چون حرکت متنوع[32] قابل انجام بین بازنمایی‌ها مهم‌تر، و از نظر شناختی طبیعی‌تر از تمرکز یک‌باره بر هر سه بازنمایی است.» به هر حال، صرف‌نظر از تشابه یا تقابل دیدگاه‌های مختلف در رابطه با چگونگی استفاده از نرم‌افزارهای ریاضی در کلاس درس، همان‌طور که تال (۱۹۹۶) به نقل از دیویس و همکاران[33] (۱۹۹۲) اشاره کرده است، تغییرات نسبت به چگونگی تدریس حسابان در آمریکا، بر پایه‌ی رده‌ی وسیعی از نرم‌افزارهاست که از بازنمایی‌های متنوعی برای مفاهیم ریاضی استفاده می‌کنند. مثلاً، شواهدی وجود دارد که نشان می‌دهند، دانش‌آموزان، هم‌زمان با صورت‌بندی راه‌حل مسأله‌ها به طریقی که بتوان توسط الگوریتم‌های کامپیوتری آن‌ها را به دست آورد، یاد می‌گیرند که چگونه با کمک سیستم‌های جبر کامپیوتری فکر کنند و بدین‌گونه، در یادگیری مفاهیم حسابان از آن‌ها استفاده نمایند (ص ۱۶).

ادامه‌ی مطلب در شماره‌ی آینده

زیرنویس‌ها

1. Romberg
2. Clements
3. Ellerton
4. Smith
5. Hand-Held
6. Reys & Reys
7. PortableTechnology
8. Routine
9. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
10. Atiyah
11. Facts
12. Chaos Theory
13. Sensible
14. Lander
15. Parkin
16. Goldbach
17. Alternative
18. Appel
19. Haken
20. Generic Organizer
21. Cognitive Root
22. New Math
23. Local Straightness
24. Camputer Algebra System (CAS)
25. Manipulation
26. Maple
27. Mathcad
28. Drive
29. Mathematica
30. Macsima
31. American Mathematical Monthly (AMM)
32. Versatile
33. Davis et al

منابع

[1] Clements, M. & Elerton, F. N. (1996); **Mathematics Education Research: Past, Present and Future.** UNESCO, Principal Regional Office for Asia and the Pacific.

[2] Dubinsky, E. & Tall, D. (1991); Advanced Mathematical Thinking And the Computer, in Tall, D. (ed.) **Advanced Mathematical Thinking**, Kluwer, Dordrecht, pp. 231-248.

[3] Smith, D. (2000); Technology in Mathematics Education.

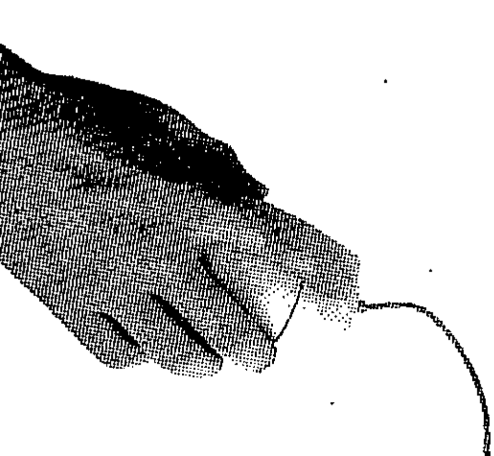
[4] Tall, D. (1992); Students Difficulties in Calculus. Proceedings of Working Group 3 on Student's Difficulties in Calculus, ICME7, 1992, Quebec,Canada, (1993), pp. 13-28, www.warwick.ac.uk/staff/David.tall/pdfs.

[5] Tall, D. (2003); Using Technology to Support an Embodied Approach to Learning Concepts In Mathematics, www.warwick.ac.uk/staff/David.tall/pdfs.

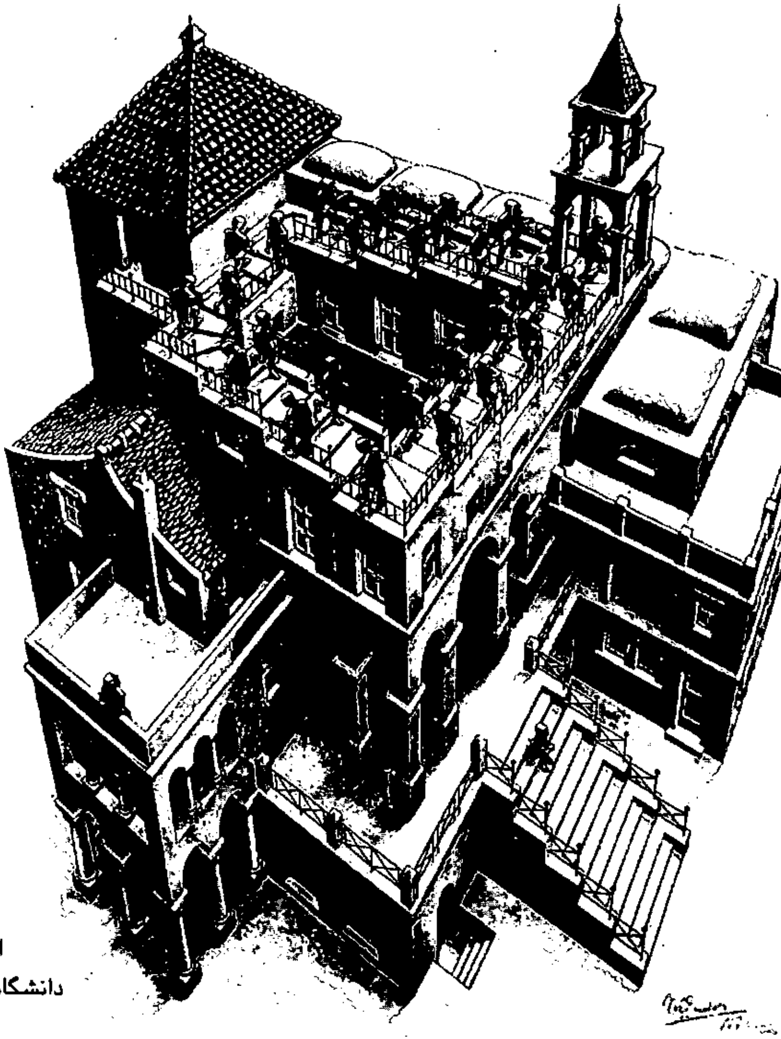
[۶] ابوبیان، مرتضی. (۱۳۸۲). نقش هوش مصنوعی و نرم‌افزارهای آموزشی در یادگیری ریاضی، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره ی ۷۲، صص ۴۲ تا ۵۱، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[۷] تال، دیوید. (۱۳۷۵). تکنولوژی اطلاعات و آموزش ریاضی: اشتیاق‌ها، امکان‌ها و واقعیت‌ها. ترجمه‌ی شیوا زمانی. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۴۷، صص ۱۱ تا ۲۳، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

[۸] گویا، مریم؛ گویا، زهرا (۱۳۸۰). استفاده از ماشین حساب در کلاس ریاضی. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره ی ۶۵، صص ۵۲ تا ۵۵، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.



چیستی توانایی فضایی



اقتباس: ابراهیم ریحانی
دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

چکیده

یکی از مهم‌ترین اهداف آموزش هندسه، رشد توانایی فضایی[1] دانش‌آموزان است. در این مقاله، با استفاده از نظرات چند روان‌شناس و آموزشگر ریاضی، به اختصار، توصیفی از توانایی فضایی از چند منظر متفاوت ارایه خواهد شد. تأکید اصلی در این مقاله، تشریح برخی وجوه مرتبط توانایی فضایی با آموزش ریاضی به ویژه آموزش هندسه است و هدف این مقاله، آشنایی معلمان و دانشجویان و آموزشگران ریاضی با دیدگاه‌های نظری و تحقیقی در رابطه با چگونگی رشد توانایی فضایی در دانش‌آموزان است.

مقدمه

اگرچه تعاریف متفاوتی برای توانایی فضایی ذکر شده است، اما اشتراک همه ی آن‌ها در این است که از واژه ی توانایی فضایی، برای توصیف توانایی‌های مرتبط با استفاده از فضا، توانایی تعامل با فضای پیرامون و کار با اشکال فضایی استفاده می‌شود. تاریخ شروع به مطالعه ی توانایی فضایی توسط روان‌شناسان، به حدود یک قرن می‌رسد و در چند دهه ی گذشته، آموزشگران ریاضی نیز به مطالعه ی جدی توانایی فضایی و نقش آن در فرآیند آموزش ریاضی و به ویژه ارتباط آن با توسعه ی مفاهیم هندسی پرداخته‌اند. علاوه بر این، در سال‌های اخیر، آموزشگران علوم تجربی و علوم مهندسی نیز، به مطالعه ی دقیق‌تر این موضوع پرداخته‌اند و تعریف‌های متعدد و متفاوتی برای توانایی فضایی ارائه داده‌اند (هافر[۲]، ۱۹۷۷؛ بیشاب، ۱۹۸۳؛ کلمنتس[۳] و باتیستا[۴]، ۱۹۹۲؛ گروتسکی[۵]، ۱۹۷۶؛ یاکیمانسکایا[۶]، ۱۹۷۱ و ۱۹۹۱ و ۲۰۰۴).

جالب اینجاست که حتی در استفاده از واژه ی «توانایی فضایی»، چه بین روان‌شناسان و چه بین آموزشگران ریاضی، یک توافق کلی وجود ندارد و مروری بر ادبیات این حوزه، این عدم توافق را نشان می‌دهد. برای مثال، واژه‌هایی مانند حس فضایی[۷]، تفکر فضایی[۸]، استدلال فضایی[۹]، بصیرت فضایی[۱۰]، شهود فضایی[۱۱] و نظایر آن، توسط محققان مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، از واژه ی «توانایی فضایی» استفاده شده است، زیرا بیانگر یکی از توانایی‌های ریاضی است (رک به [۱۱]). علاوه بر این، بررسی پیشینه ی این حوزه نشان می‌دهد که استفاده از این واژه، رایج‌تر از سایر واژه‌های ذکر شده است.

اکثر آموزشگران ریاضی بر اهمیت توانایی فضایی در فرآیند آموزش ریاضی تأکید می‌ورزند و بسیاری از آن‌ها، این توانایی را مبنای توفیق فرد در «حل مسأله» هم در زندگی عادی و هم در ریاضی و حوزه‌های دیگر مانند شیمی، فیزیک، زیست‌شناسی، پزشکی، هنر و علوم مهندسی می‌دانند

از همه مهم‌تر این‌که، با وجود این عدم توافق برای تعریف توانایی فضایی، اکثر آموزشگران ریاضی بر اهمیت توانایی فضایی در فرآیند آموزش ریاضی تأکید می‌ورزند و بسیاری از آن‌ها، این توانایی را مبنای توفیق فرد در «حل مسأله» هم در زندگی عادی و هم در ریاضی و حوزه‌های دیگر مانند شیمی، فیزیک، زیست‌شناسی، پزشکی، هنر و علوم مهندسی می‌دانند ([۳] و [۷]). به گفته ی کلمنتس و باتیستا (۱۹۹۲)، هادامار عمده تفکر مورد نیاز را در ریاضیات پیشرفته، تفکر فضایی می‌داند. هم‌چنان که انیشتین نیز عناصر تفکر خود را واژه‌ها نمی‌داند، بلکه نمادها و تصاویر کم و بیش واضحی می‌داند که می‌توانند آزادانه تولید یا ترکیب شوند [۳]. بنابراین با توجه به نقش پراهمیتی که توانایی فضایی در آموزش ریاضی و به خصوص آموزش هندسه دارد، امروزه در بعضی کشورها، توسعه ی توانایی فضایی یک هدف اصلی در آموزش هندسه محسوب می‌شود (مایر ۱۹۹۶، به نقل از کلمنتس و باتیستا، ۱۹۹۲). به همین دلیل در ادامه، به چیستی توانایی فضایی پرداخته می‌شود.

توانایی فضایی چیست؟

تعداد زیادی از آموزشگران ریاضی و روان‌شناسان، به دو دسته ی کلی از تفکر مورد استفاده در ریاضی اعتقاد دارند. به طور مثال، کروتتسکی (۱۹۷۶)، درباره ی دو نوع تفکر کلامی-منطقی[۱۲] و بصری-تصویری[۱۳] بحث می‌کند. (نقل شده در کلمنتس و باتیستا، ۱۹۹۲). بیشاب (۱۹۸۳) معتقد است که با این که عده‌ای توانایی فضایی را یک موهبت ذاتی می‌دانند، اما مطالعات زیادی نشان داده است که توانایی فضایی از طریق آموزش، قابل رشد و توسعه است [۱]. با این وجود، به دلیل عدم توافق عمومی در مورد واژگان به کار رفته در حوزه ی «توانایی فضایی»، ممکن است که دو مؤلف، دو عبارت متفاوت را به یک منظور واحد به کار برند یا مثلاً، عبارتی مشترک از دو نویسنده ی متفاوت، به منظور بیان مفاهیم متفاوتی به کار برده شود. چنین عدم توافق ظاهری، هم بازتاب تنوع حوزه‌هایی است که توانایی فضایی، مرتبط با آن‌ها در نظر گرفته می‌شود و هم، نشانگر تنوع دانشمندانی است که به این حوزه علاقه‌مند هستند. این مقاله نیز، چند توصیف مختلف از توانایی فضایی را با استفاده از نظرات تورستون[۱۴]، بیشاب، یاکیمانسکایا، هافر و دل گراند[15] ارایه می‌کند.

تورستون

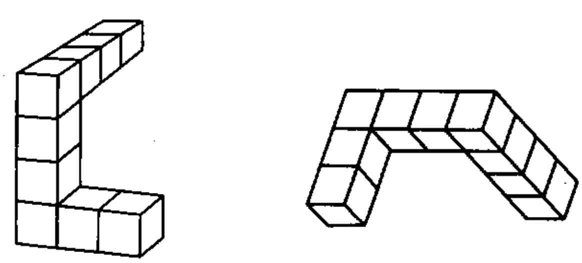
آیزینرگ (۱۹۹۹ ، به نقل از گاردنر ، ۱۹۸۳) اظهار می‌دارد که تورستون هم درباره‌ی وجود و هم درباره‌ی استقلال هوش فضایی بحث کرده است و آن را به عنوان یکی از هفت عامل هوش انسانی مشخص نموده است و معتقد است که توانایی فضایی ، شامل سه مهارت زیر است :

۱ . توانایی تشخیص یک شیء از جهات (زوایای) مختلف ؛

۲ . تصور کردن حرکت یا جابه‌جایی قسمت‌های داخلی یک شکل فضایی ؛

۳ . تعیین روابط فضایی نسبت به خود فرد .

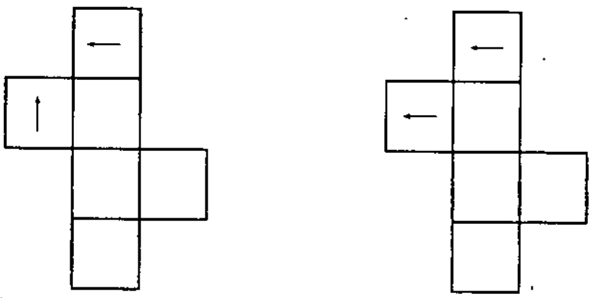
در شکل (۱) ، یک مثال کلاسیک از تشخیص اشیا از زوایای مختلف نشان داده شده است . این شکل ، یک نمودار الگو گرفته از آزمایشی است که شپارد[16] و متزلر[17] (۱۹۷۱) در مورد دوران ذهنی انجام دادند و در آن ، از شرکت کنندگان خواستند که تعیین کنند در میان زوج‌های داده شده از مربع‌های بلوکی سه‌بعدی ، آیا یکی دوران دیگری هست یا خیر؟ درحقیقت ، در شکل (۱) دو تصویر یکسان نمایش داده شده است (شکل سمت راست دوران یافته‌ی شکل سمت چپ به اندازه‌ی °۹۰ در جهت عقربه‌های ساعت است) . دیگر زوج‌ها در آزمایش شپارد و متزلر مجزا بودند [۵] .



شکل۱

آزمون‌های متنوع و زیاد دیگری نیز در مورد توانایی تشخیص یک شکل از زوایای مختلف انجام شده است ([۵] و [۱۰]) .

در مورد تصور کردن حرکت یا جابه‌جایی قسمت‌های داخلی یک شکل فضایی ، مثال مناسبی در شکل(۲) ارایه شده است (آیزنبرگ ، ۱۹۹۹ ، به نقل از شپارد و فنگ[18] ، ۱۹۷۲) . شکل(۲) ، نشان دهنده‌ی آزمایشی در رابطه با تا کردن ذهنی کاغذ بود . پرسش شونده‌ها باید معین می‌کردند که آیا پیکان‌ها به هنگام تا کردن شبکه‌ها وقتی که مکعب ساخته می‌شود ، یکدیگر را قطع می‌کنند یا خیر؟ در شکل (A-۲) ، پیکان‌ها یکدیگر را قطع می‌کنند ، در صورتی که در شکل (B-۲) ، پیکان‌ها یکدیگر را قطع نمی‌کنند .



A　　شکل۲　　B

در مورد تعیین روابط فضایی نسبت به خود شخص ، گیلفورد[19] و زیمرمن[20] یک آزمایش جهت‌یابی فضایی ترتیب دادند که در آن ، لازم بود فرد (آزمودنی) پنج تصویر را که عرشه‌ی یک کشتی را نشان می‌داد بررسی کند . سپس تصویری را انتخاب کند که با یک طرح ذهنی از یک خط و یک نقطه ، که نمایش دهنده‌ی افق و محل عرشه بود ، مطابقت داشته باشد[۵] .

بیشاب

بیشاب (۱۹۸۳) ، توانایی فضایی را متشکل از دو توانایی مهم زیر می‌داند :

۱ . توانایی برای تفسیر اطلاعات به دست آمده از طریق شکل‌ها (IFI[21]) ؛

۲ . توانایی برای پردازش تصویری (VP[22]) .

تفسیر اطلاعات تفسیری (IFI) شامل دانش قراردادهای بصری و واژگان فضایی به کار رفته در کارهای هندسی ، گراف‌ها ، چارت‌ها و انواع نمودارهاست . ریاضیات انباشته از چنین شکل‌هایی است و IFI شامل خواندن و تفسیر آن‌هاست[۱] .

از طرف دیگر ، پردازش تصویری (VP) شامل ایده‌های تصور(تجسم) ، تبدیل روابط مجرد و داده‌های غیرشکلی به اطلاعات بصری ، دست‌ورزی و برون یابی تصورات بصری و

تبدیل یک شکل (تصویر) بصری به دیگری است[۱]. در مورد آموزش و توسعه‌ی این توانایی‌ها، بیشاب (۱۹۸۳) معتقد است که هرچند در مورد IFI مشکل بزرگی نداریم زیرا ماهیت این توانایی، بیشتر کلامی و تسلسلی و روش آن منطقی ـ تحلیلی[۲۳] است؛ با این حال با توجه به یافته‌های موجود از مشاهدات و تجربیات کلاس‌های مختلف، در می‌یابیم که تفسیر اطلاعات به دست آمده از طریق شکل‌ها (IFI) گونه‌ای از توانایی است که باید از نقطه‌نظر دامنه و تنوع شکل‌های تصویری مورد کاربرد جدی‌تر، در نظر گرفته شود. اما در مورد پردازش بصری (VP)، بیشاب (۱۹۸۳) اظهار می‌دارد که چون پردازش بصری، بیش‌تر به استعداد فرد بستگی دارد، لذا در مرتبه‌ای کاملاً متفاوت نسبت

با فهم و درک رابطه‌ی بین توانایی فضایی و یادگیری هندسه، معلمان می‌توانند با چگونگی یادگیری هندسه توسط کودکان آشنا شوند و مشکلات آن‌ها را در فرآیند یادگیری هندسه تشخیص دهند. مستندات تجربی زیادی توسط معلمان تهیه شده است که نشان می‌دهند دانش‌آموزان، هنگامی می‌توانند تکالیف هندسی را خوب انجام دهند که آن تکالیف، مرتبط با توانایی فضایی آن‌ها باشد

به IFI قرار دارد در نتیجه، آموزش آن دشوارتر است. به طور خلاصه، بیشاب اظهار می‌دارد الگوهای شکلی (تصویری) به همان میزان الگوهای عددی و جبری در جامعه استفاده می‌شوند و تفسیر این الگوها، به همان میزان اهمیت دارد که خواندن جملات اهمیت دارد.

یاکیمانسکایا

از نظر یاکیمانسکایا (۲۰۰۴)، فراگیری دانش امروزی و کار موفقیت‌آمیز در بسیاری از فعالیت‌های نظری و عملی، به صورتی تفکیک‌ناپذیر در رابطه با اشکال فضایی است. وی، تفکر فضایی را به صورت زیر تعریف می‌کند:

«تفکر فضایی نوع خاصی از فعالیت فکری انسان به شمار می‌رود که در حین حل مسایلی که نیازمند وقوف به فضای مجرد (نظری) و فضای واقعی است، اتفاق می‌افتد. در توسعه‌یافته‌ترین شکل خود، تفکر فضایی، تفکر در مورد شکل‌هایی است که در آن‌ها، خواص و روابط فضایی تثبیت شده است. این تفکر، همراه با تعامل با تصاویر اولیه‌ای که بر پایه‌های مختلف بصری ساخته شده‌اند و اصلاح و پیرایش آن‌ها، تبدیل و تشکیل شکل‌های جدید و متفاوت از شکل‌های اولیه را فراهم می‌سازد.» [۱۰].

در ادامه، یاکیمانسکایا دو سطح از فعالیت را در تفکر فضایی توصیف می‌کند که اولی، تشکیل (ساختن) شکل فضایی و دیگری، تعامل از طریق به کار بستن این شکل‌هاست که از نظر یاکیمانسکایا، این دو سطح فعالیت، به طور تنگاتنگ به یکدیگر وابسته‌اند. یاکیمانسکایا همه‌ی حالات متفاوت تعامل از طریق به کار بستن شکل‌های فضایی را به سه دسته‌ی اصلی تقسیم می‌کند:

۱. تغییر موقعیت شیء تصور شده؛
۲. تغییر ساختار آن؛
۳. ترکیب این تبدیلات.

آن‌گاه، به توصیف هریک از این سه دسته می‌پردازد:

◆ اولین نوع تعامل بدین صورت تمیز داده می‌شود که شکل اولیه‌ی ساخته شده در فرآیند حل مسأله، مطابق با شرایط مسأله، به طور ذهنی تغییر می‌کند که این تغییرات، اساساً مرتبط با موقعیت فضایی است و ساختار شکل را تغییر نمی‌دهد. دوران‌های ذهنی مختلف و تغییر مکان شکل اولیه که به تغییرات اساسی در آن، بدون تغییر در ساختار آن منجر می‌شوند، مثال‌هایی از تعامل نوع اول است. یاکیمانسکایا (۲۰۰۴) از قول کاپلونویچ[۲۵] (۱۹۹۶)، برای تعامل نوع اول، مثال زیر را ارائه می‌کند:

مربع به دست آمده از دوران مربع اولیه حول نقطه‌ی تقاطع قطرهای آن به اندازه‌ی ۹۰ درجه، در چه موقعیتی نسبت به مربع اولیه، قرار می‌گیرد؟

◆ منظور از تعامل نوع دوم این است که شکل اولیه تحت تأثیر مسأله، به طور اساسی از نظر ساختاری تغییر می‌کند. این تعامل، در سایه‌ی تبدیلات مختلف شکل اولیه ـ از طریق

طبقه‌بندی مجدد ذهنی عناصر تشکیل دهنده‌ی آن به کمک استفاده از کاربردهای مختلف پوشش[۲۶] (برهم نهی)، ترکیب[۲۷]، برش[۲۸] و نظایر آن، به‌دست می‌آید[۱۰]. درجه‌ی نو بودن شکل ساخته شده در این حالت، خیلی بیش‌تر از آنی است که در حالت اول تعامل مشاهده می‌شود و فعالیت ذهنی در این حالت خیلی بیش‌تر است، زیرا همه‌ی تبدیلات شکل، معمولاً بدون تکیه بر تصویر تحقق می‌یابند. آن‌گاه، همه‌ی تبدیلات تولید شده و نتایج آن‌ها، باید در حافظه نگه داشته شوند به طوری‌که انگار، همه‌ی آن تصاویر در ذهن دیده می‌شوند. یاکیمانسکایا (۲۰۰۴) در ارتباط با تعامل نوع دوم، مسأله‌ی زیر را مطرح می‌کند:

از دو مثلث متساوی‌الساقین با قاعده‌های همنهشت، شکلی بسازید که در هر یک از دو حالت زیر، دارای محور تقارن باشد:

الف) مثلث‌ها همنهشت باشند؛

ب) مثلث‌ها همنهشت نباشند.

◆ سومین نوع تعامل با شکل‌های فضایی چنین تمیز داده می‌شود که تبدیل شکل اولیه به صورت ممتد و متوالی انجام می‌پذیرد. این تبدیلات، یک‌سری کامل از فعالیت‌های ذهنی به شمار می‌روند که پی‌درپی یکدیگر را تغییر می‌دهند و معطوف به تغییر در شکل اولیه، به‌طور هم‌زمان، بر موقعیت و ساختار شکل اولیه هستند. کاپلونوبچ (۱۹۹۶)، مثال زیر را برای تعامل نوع سوم ارائه می‌کند:

«مار، دُم خودش را می‌بلعد و شروع به فشار دادن آن به داخل می‌کند. این فرآیند چگونه پایان می‌پذیرد؟»[۱۱] و متناظر با این سه نوع تعامل، سه سطح پایین، متوسط و عالی رشد تفکر فضایی را از هم تمیز داده و آن‌ها را حرکت[۲۹]، بازسازی[۳۰] و تلفیق[۳۱] می‌نامد و معتقد است که با دادن مسایل مناسب، می‌توان سطح رشد تفکر فضایی را سنجید.

هافر

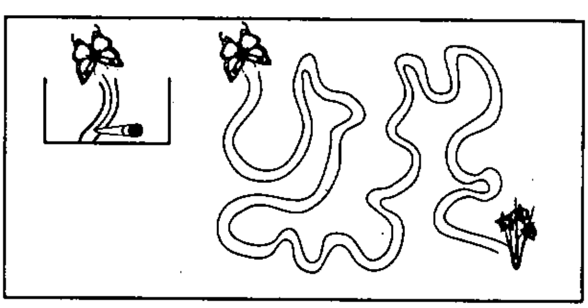
دل گراند (۱۹۹۰) در مقاله‌ی خود با عنوان حس فضایی، از قول هافر (۱۹۹۷)، به هفت ادراک بصری اشاره کرده است که آن‌چه به‌دنبال می‌آید، ترجمه‌ی تلخیص شده‌ی آن مقاله است:

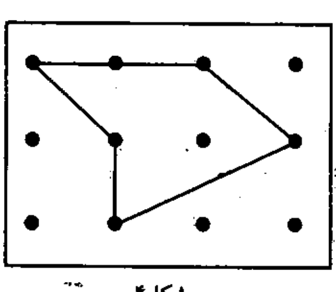
هافر (۱۹۷۷) هفت توانایی ادراک بصری[۳۲] را که قبلاً پنج تای اول آن، توسط فروستیگ[۳۳] و هُرن[۳۴] تعریف شده بود، پیشنهاد کرد. این توانایی‌ها همراه با ذکر فعالیت‌های هندسی مرتبط با آن‌ها، به شرح زیرند:

۱. هماهنگی چشمی ـ حرکتی[۳۵]

منظور از این توانایی، هماهنگی نگاه با حرکت جسم است. هماهنگی چشمی-حرکتی، شامل فعالیت‌های روزانه‌ای چون لباس پوشیدن، نشستن پشت میز، بریدن، چسباندن و نظایر آن می‌شود. پدرسون[۳۶] (۱۹۸۳، نقل شده در دل گراند، ۱۹۹۰)، هندسه و مهارت‌های حرکتی را با جمله‌ی زیر به هم مربوط می‌کند: «هندسه به همان میزان که مهارت فکر است، مهارت دست‌ها و چشم‌هاست»[۲]. فعالیت‌های هندسی که می‌توانند باعث ایجاد هماهنگی چشمی-حرکتی شوند، شامل موارد زیرند:

- ترسیم در امتداد مسیر جهت‌دار شده مانند رسم خط در امتداد مسیری که می‌تواند باریک شود، به‌طور مستقیم امتداد یابد، بپیچد یا زاویه‌دار شود. در هنگام رسم مازها توسط کودکان، چنین مهارتی توسط آن‌ها تجربه می‌شود (شکل (۳))؛
- ردیابی شکل‌ها یا رنگ‌آمیزی نواحی؛
- رسم کردن در امتداد مسیری بدون راهنمایی هدایتگر؛ مانند وصل کردن نقاط با خطوطی که ممکن است مستقیم، افقی، مایل یا منحنی باشند (شکل (۴)).


شکل۳


شکل۴

کودکان هنگام رسم شکل‌ها روی کاغذ، چنین تکالیفی را تجربه می‌کنند و وصل کردن نقاطی که به خطوط افقی یا عمودی نیازمندند، نسبت به آن‌هایی که به خطوط مایل و اُریب نیازمندند، ساده‌تر است.

۲. ادراک شکل-مدار[۳۷]

ادراک شکل-مدار، عمل بصری تشخیص یک مؤلفه‌ی خاص در یک موقعیت خاص است و شامل تغییرات در ادراک شکل‌ها در پس زمینه‌های ترکیبی و جاهایی است که در آن‌ها، شکل‌های پنهان و دارای اشتراک، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این توانایی، گاهی به عنوان تمایز شکل اصلی از پس‌زمینه توصیف می‌شود. مثلاً وقتی که کودکی در یک سالن ورزشی، از روی توپ می‌پرد، توجهش به جهت توپ معطوف می‌شود و به ویژگی‌های سالن ورزشی مانند کف سالن و کودکان دیگر، کمتر توجه می‌کند - چیزهایی که پس‌زمینه‌ی مبهم (غیرواضح) درک شده را تشکیل می‌دهند. مثال دیگری در این مورد، پنهان شدن بعضی جانوران از درندگان به وسیله‌ی یک پوشش، و مخفی شدن در یک پس‌زمینه است.

فعالیت‌های هندسی که در برگیرنده‌ی ادراک شکل-مدار هستند، شامل موارد زیرند:

- تشخیص یک شکل از میان شکل‌های روی هم افتاده (دارای اشتراک)؛
- تکمیل یک شکل؛
- تجزیه‌ی یک شکل به اجزایش مانند فعالیتی از نوع معمای چینی (تنگرام).

۳. ثبات ادراکی[۳۸]

ثبات ادراکی، شامل تشخیص اشکال هندسی معین نمایش داده شده در اندازه‌های مختلف، هاشور زدن‌های مختلف، زمینه‌ها و موقعیت‌های مختلف در فضا و تمیز دادن آن‌ها از شکل‌های هندسی مشابه است. ثبات ادراکی عبارتی بود که اولین بار، توسط پیاژه و اینهلدر[۳۹] (۱۹۵۶)، در ارتباط با شکل و اندازه‌ی اشیا به کار رفت.

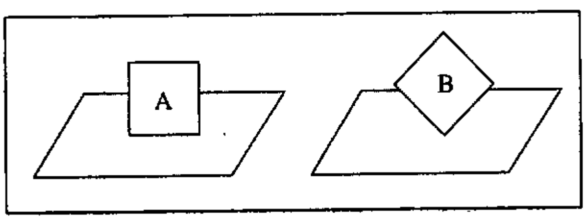
وورپیلوت[۴۰] (۱۹۷۶)، ثبات ادراکی را با مثال‌های زیر به تصویر می‌کشد:

یک کارت مربع شکل روی میز و روی یکی از ضلع‌هایش قرار دارد (شکل (۵-A)). هم‌زمان، وقتی که دانش‌آموزان مشغول نگاه کردن هستند، مربع ۴۵° دوران داده می‌شود، به قسمتی که روی یک رأس می‌ایستد (شکل (۵-B)).

وورپیلوت با استفاده از این مثال، یک مطالعه انجام داد و نتایج زیر را گزارش کرد:

کودکان ۴ و ۵ ساله (و نیمی از ۶ساله‌ها) ابراز داشتند که B، یک مربع نیست.

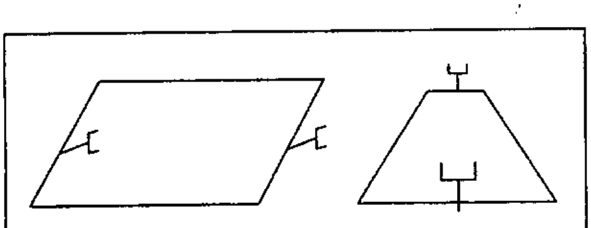
دانش‌آموزان ۶ و ۷ساله، B را همان تکه کارت می‌دانستند که دیگر یک مربع نیست.



شکل ۵

دانش‌آموزان ۸ و ۹ ساله اظهار داشتند که B یک مربع است.

ثبات ادراکی، به سازگاری فرد با محیط کمک می‌کند. برای مثال، وقتی که یک زمین فوتبال را تصور می‌کنیم، می‌دانیم که این زمین مستطیل شکل است. در حالی که به ندرت می‌توانیم آن را مانند یک مستطیل ببینیم. در شکل (۶)، دو نما از یک زمین فوتبال نشان داده شده است که یکی از آن‌ها متوازی‌الاضلاع و دیگری، یک ذوزنقه است. ولی در هر دو مورد، ما یک زمین فوتبال مستطیلی را تصور می‌کنیم.



شکل ۶

فعالیت‌های هندسی دربرگیرنده‌ی ثبات ادراکی شامل موارد زیر هستند:

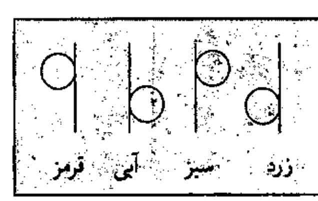
- تشخیص اندازه‌های مختلف یک تصویر؛

● مرتب کردن اشیا بر حسب اندازه (مثلاً از بزرگ‌ترین به کوچک‌ترین)؛

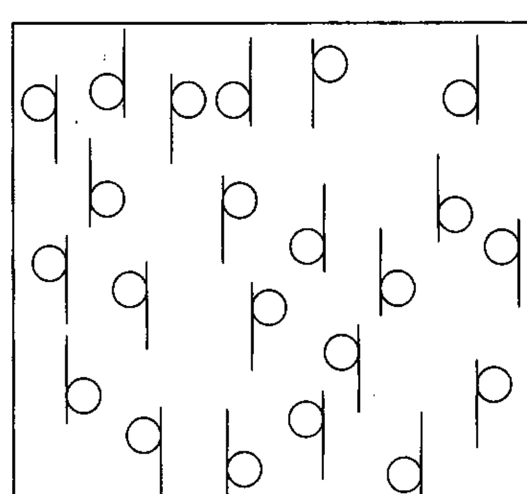
● تشخیص تصویرهایی که هم‌اندازه و یک‌شکل هستند.

۴. ادراک وضعیت در فضا[۴۱]

ادراک وضعیت در فضا، توانایی نسبت دادن (ارتباط دادن) یک شیء در فضا به خودش است. کودکان از نظر فضایی خودمحور هستند و اشیا را با توجه به وضعیتی که نسبت به خودشان دارد، تصور می‌کنند و آن‌ها را پشت، قبل، بالا، زیر یا کنار خود حس می‌کنند. فعالیت‌های دربرگیرنده‌ی «ادراک وضعیت در فضا» شامل تمیز دادن دوران‌ها و وارونه‌های اشکال است. به عنوان مثال، در شکل (A-۷)، از کودکان خواسته می‌شود که شکل‌ها را با رنگ‌های سبز، آبی، زرد و قرمز، رنگ‌آمیزی کنند. سپس در شکل (B-۷)، همه‌ی شکل‌هایی که دقیقاً مانند شکل سبزرنگ هستند، به همان رنگ سبز رنگ‌آمیزی کنند و این کار را در مورد بقیه‌ی شکل‌های (B-۷) (برای رنگ‌های دیگر)، تکرار نمایند.



A



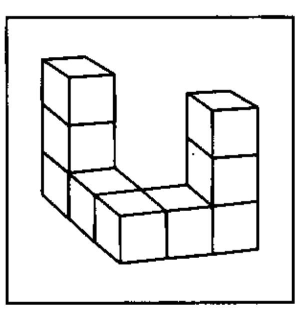
B

شکل ۷

در هندسه، توانایی بازشناسی تصاویر دورانی، انتقالی و لغزشی، به کودکان کمک می‌کند که شکل‌های هم‌نهشت را در رسم‌های پیچیده تشخیص دهند. این توانایی، در بسیاری از فعالیت‌هایی که در هنگام مطالعه‌ی هندسه انجام می‌شوند، ضروری است.

۵. ادراک روابط فضایی[۴۲]

ادراک روابط فضایی، به معنای دیدن دو یا تعداد بیش‌تری از اشیا نسبت به خود یا نسبت به یکدیگر است. به‌طور مثال، از کودکان خواسته می‌شود که یک ساختمان مکعبی شکل مانند آن‌چه که در شکل (۸) نمایش داده شده است، بسازند. انتظار می‌رود که کودکان، هنگام ساختن این ساختمان، وضعیت مکعب‌ها را نسبت به خود به همان میزان وضعیت مکعب‌ها نسبت به خودشان، درک کنند. همان مهارتی که روزانه، برای فعالیت‌هایی مانند بازی بیسبال یا دوچرخه‌سواری به آن نیاز دارند. [۲]

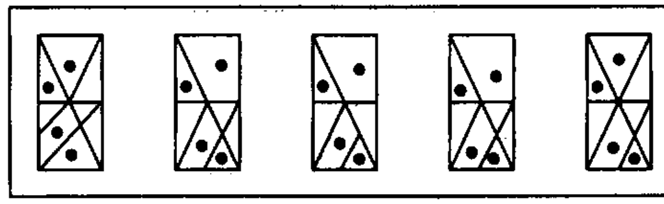


شکل ۸

۶. تمایز بصری[۴۳]

تمایز بصری، توانایی تشخیص شباهت‌ها و تفاوت‌ها بین دو یا تعدادی از اشیاست. در حالی که «ادراک وضعیت در فضا» و «ادراک روابط فضایی»، به طور جدی به وضعیت یک شیء در فضا مربوطند، تمایز بصری مستقل از وضعیت است. فعالیت‌هایی از قبیل مرتب کردن و طبقه‌بندی کردن اشیا و شکل‌های هندسی ـ مثلاً یک مجموعه از بلوک‌ها که در رنگ، ضخامت، شکل و اندازه متفاوتند ـ به دانش‌آموزان در توسعه‌ی توانایی تمایز بصری، کمک می‌کند. به طور مثال، در شکل (۹) از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که شکل‌ها را دو به دو مقایسه کنند و همه‌ی حالات ممکن را بررسی نمایند و دو شکلی را که

دقیقاً مانند یکدیگر هستند، معلوم کنند.



شکل ۹

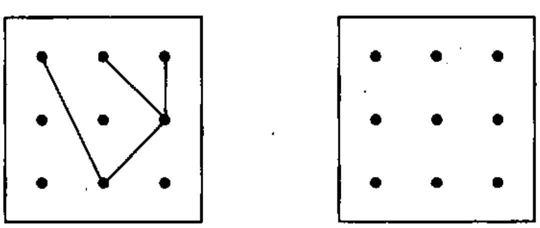
۷. حافظه‌ی تصویری[۴۴]

حافظه‌ی تصویری، یعنی به یادآوردن دقیق اشیایی که در معرض دید نیستند، و مرتبط کردن آن‌ها با دیگر اشیایی که در معرض دید هستند یا نیستند. اکثریت افراد، اندکی از اطلاعات را برای یک دوره‌ی کوتاه زمانی در حافظه‌ی خود نگهداری می‌کنند. برای به یادآوری مقدار بیش‌تری از اطلاعات، افراد باید آن‌ها را در حافظه‌ی بلندمدت خود و از طریق مجردسازی و تفکر نمادین، ذخیره کنند. کپی کردن یک شکل روی یک برگ کاغذ، فعالیتی هندسی مرتبط با این توانایی به حساب می‌آید. در شکل (۱۰)، ابتدا شکل سمت چپ برای مدت کوتاهی به کودکان نشان داده می‌شود و بلافاصله، از دید آن‌ها پنهان می‌شود. در ادامه، از کودکان خواسته می‌شود که روی کاغذ نقطه‌دار سمت راست، همان شکل را رسم کنند. تکالیف دشوارتری در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده‌اند که در آن‌ها، بعضی از نقاط حذف شده‌اند.

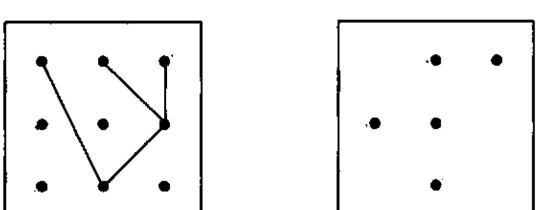
توانایی فضایی و هندسه

به گفته‌ی دل گراند(۱۹۹۰)، درس هندسه به واسطه‌ی تأکید بیش از حد بر جنبه‌های استنتاجی و غفلت از جنبه‌های فضایی زیربنایی، برای دانش آموزان دشوار شده است ـ فعالیت‌هایی که پیش‌نیاز لازم برای فهم و درک مفاهیم هندسی هستند[۲]. با فهم و درک رابطه‌ی بین توانایی فضایی و یادگیری هندسه، معلمان می‌توانند با چگونگی یادگیری هندسه توسط کودکان آشنا شوند و مشکلات آن‌ها را در فرآیند یادگیری هندسه تشخیص دهند. مستندات تجربی زیادی توسط معلمان تهیه شده است که نشان می‌دهند دانش‌آموزان، هنگامی می‌توانند تکالیف هندسی را خوب انجام دهند که آن تکالیف، مرتبط با توانایی فضایی آن‌ها باشد.

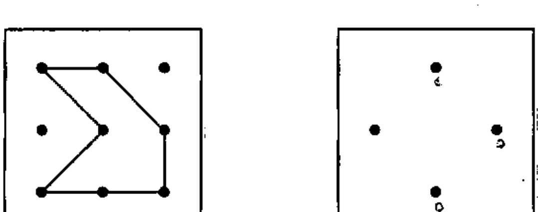
دل گراند (۱۹۹۰) معتقد است که رشد توانایی‌های فضایی و یادگیری هندسه، به هم وابسته‌اند و بنابراین، پیشرفت در یکی، به پیشرفت در دیگری منتهی می‌شود. به اعتقاد وی، طراحی فعالیت‌های مناسب هندسی برای کودکان سنین پایین‌تر، باید از طریق حس و فعالیت‌های تجربی حرکت اشیا در فضا انجام شود. آزمون‌های متنوعی هم که برای ارزیابی توانایی فضایی دانش‌آموزان تهیه شده‌اند ([۱۰] و [۱۲]) به این رابطه توجه کرده‌اند. علاوه بر این، مطالعاتی در مورد تفاوت جنسیتی و تفاوت در توانایی فضایی و یادگیری ریاضی، رابطه‌ی بین سطوح فن هیلی یادگیری هندسی دانش‌آموزان، و بالاخره، رابطه‌ی بین توانایی فضایی و نیز رشد توانایی فضایی و ارتباط آن‌ها با علوم مهندسی و علوم پایه، انجام شده است. هم‌چنین، با ظهور و توسعه‌ی شاخه‌های جدیدی از هندسه، ابزارهای مناسب دیگری برای رشد و توسعه‌ی توانایی فضایی با تکیه بر فعالیت‌های عملی، پدید آمده است که به عنوان مثال، کار با گره‌ها[۴۵]، یکی از این ابزارهاست. از یک طرف، نظریه‌ی گره‌ها یکی از جدیدترین و پیشرفته‌ترین شاخه‌های ریاضی به حساب می‌آید و از طرف دیگر، گره‌ها گوشه‌ای از تمدن و فرهنگ و



شکل ۱۰



شکل ۱۱



شکل ۱۲

تاریخ انسانی را تشکیل می‌دهند که دارای کاربردهای روزانه و کاربردهایی در امور حرفه‌ای و فنی هستند. با استفاده از گره‌ها و طراحی فعالیت‌های مناسب برای آن‌ها، امکان گذر از یک فضای حقیقی (گره‌های معمولی) به یک فضای مجرد (گره‌های ریاضی) و درک نسبی رابطه‌ی بین این دو فضا برای دانش‌آموزان فراهم می‌شود. مطالعه‌ی جدی پیرامون ابعاد مختلف توانایی فضایی می‌تواند به عنوان یکی از موضوعات تحقیقی مناسب در حوزه‌ی آموزش ریاضی در ایران در نظر گرفته شود و شاید نتایج قابل استفاده‌ای برای طراحی برنامه‌های آموزشی و درسی هندسه به همراه داشته باشد.

زیرنویس‌ها

1. Spatial Ability
2. Hoffer
3. Clements
4. Battista
5. Krutetskii
6. Yakimanskaya
7. Spatial Sense
8. Spatial Thinking
9. Spatial Reasoning
10. Spatial Insight
11. Spatial Intuition
12. Verbal-logical
13. Visual-pictorial
14. Thurstone
15. Del Grande
16. Shepard
17. Metzler
18. Feng
19. Guilford
20. Zimmerman
21. Interpreting Figural Information (IFI)
22. Visual Processing (VP)
23. Logico-analytic

۲۴. در هندسه و در این بحث، معادل وضعیت در فضا پاسخ‌گوتر از موقعیت در فضاست.

25. Kaplonovich
26. Covering
27. Combination
28. Truncation
29. Movement
30. Reconstruction
31. Composition
32. Visual Perception
33. Frostig
34. Horne
35. Eye-motor Coordination
36. Pederson
37. Figure-ground Perception
38. Perceptual Constancy
39. Inhelder
40. Vurpillot
41. Position-in-space Perception
42. Perception of Spatial Relationships
43. Visual Discrimination
44. Visual Memory
45. Knots

منابع انگلیسی

[1] Bishop, AJ. (1983). Spatial Abilities and Mathematical Thinking, in Zweng, M. et al. (eds.) **Proceedings of the IV I.C.M.E.** (Birkhauser: Boston, USA), pp. 176-178.

[2] Del Grande, J. (1990). Spatial Sense, **Arithmetic Teacher**, vol. 37.6, pp. 14-20.

[3] Clements, Douglas H., and Michael T. Battista(1992). Geometry and Spatial Reasoning. **In Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,** edited by Douglas A. Grouws, pp. 420-464. New York: Macmillan and Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

[4] Guttierez, A. (1996). Vizualization in 3-Dimensional Geometry, In Search of a Framework. In L. Puig and A. Guttierez (Eds.) **Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, vol 1, pp. 3-19. Valencia: Universidad de Valencia.

[5] Eisenberg, Ann Naomi, An Educational Program for Paper Sculpture: A Case Study in the Design of Software to Enhance Children's Spatial Cognition www.cs.colorado.edu/~eisenbea/thesis/final/thesis-overview.html

[6] Presmeg, N.C. (1986). Visualization in High School Mathematics, **For the Learning of Mathematics**, 6.3, pp. 42-46.

[7] Maier, Peter Herbert(1996). Spatial Geometry and Spatial Ability - How to Make Solid Geometry Solid? Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics. www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/gdm/annual.html

[8] Silvia Saads & Gary Davis. Visual Perception and Image Formation In Three Dimensional Geometry. www.crme.soton.ac.uk/publications/gdpubs/Saads&Davis.html

[9] Shawn Strong and Roger Smith. Spatial Visualization: Fundamentals and Trends in Engineering Graphics. **Journal of Industrial Technology**, Volume 18-1, November 2001 to January 2002, http://www.nait.org/jit/current.html

منابع روسی

[10] Якиманская И. С. Психологические основы математического образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / Ираида Сергеевна Якиманская. — М.: Издательский центр «Академия», 2004. — 320 с.

[11] Каплунович И.Я. Развитие пространственного мышления школьников в процессе обучения математике. Новгород. 1996. 100 с.

[12] Ткачева М.В. Вращающиеся кубики: Альбом заданий для развития пространственного воображения. – М.: Дрофа, 2002. – 168с.

شش روش مختلف برای اثبات قضیه‌ی فیثاغورث

جشن فیثاغورث

فیلیندا اِشترن دِنسون
مترجم: پگاه پیروانی نیا، کارشناس ارشد ریاضی

به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل در می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

ارتباط بین این روایت و مقاله‌ی «اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای»، که تاکنون ۲ قسمت از آن در این مجله به چاپ رسیده است و عمدتاً به بررسی استاندارد گفتمان می‌پردازد، ما را بر آن داشت تا روایت معلمان این شماره را به ترجمه‌ی این روایت که از نشریه‌ی Mathematics Teacher انتخاب شده است، اختصاص دهیم.

هیأت تحریریه‌ی رشد آموزش ریاضی

استاندارد برنامه‌ی درسی و ارزشیابی برای ریاضیات مدرسه‌ای (NCTM، ۱۹۸۹)، توصیه می‌کند برنامه‌ی درسی ریاضی شامل فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان باشد که آشنایی با زبان ریاضی و نمادهای آن را توسعه دهند تا بهتر بتوانند گفتمان ریاضی‌وار داشته باشند. ایده‌ای که من به این منظور از آن برای دانش‌آموزانم استفاده کرده‌ام، جشن ریاضی بود که شامل سرگرمی‌های ریاضی بوده و توسط دانش‌آموزان، ارایه شد.

اخیراً کلاس هندسه‌ی من، یک جشن ریاضی داشت که در آن میزبان دو کلاس دیگر ریاضی، سرپرست گروه و مشاور مدرسه بودیم. این کار در مدت زمان کلاس درس انجام شد که در آن، دو کلاس دیگر نیز حضور داشتند.

سرگرمی شامل شش اثبات مختلف از قضیه‌ی فیثاغورث بود که هر کدام توسط یک گروه سه نفره از دانش‌آموزان ارایه شد. هریک از دانش‌آموزان در گروه، نقشی اساسی در توضیح اثبات داشت ـ یک موقعیت یادگیری که در آن، کار گروهی به‌صورت طبیعی و در تلفیق با پروژه، صورت می‌گرفت.

دانش‌آموزان، شش اثبات که در صفحه‌های بعد آمده است را نمایش دادند: اثبات هندسی خود فیثاغورث (شکل ۱)؛ اثبات

جبری فیثاغورث (شکل ۲)؛ اثبات به‌وسیله‌ی دو مثلث مشابه (شکل ۳)؛ اثبات پرزیدنت گارفیلد براساس دو روش محاسبه‌ی مساحت ذوزنقه (شکل ۴)؛ اثبات هندسی-پازلی قابل استفاده برای هر مثلث قائم‌الزاویه (شکل ۵)؛ اثبات اقلیدس - پیچیده‌ترین اثبات - براساس استفاده‌های متوالی از مثلث‌های هم‌نهشت و فرمول‌های مساحت (شکل ۶).

برای این اثبات‌ها، از منگنه و ژلاتین در رنگ‌های مختلف برای ساختن منشورهای قائم مثلثی استفاده کردیم. زمانی که دانش‌آموزان تلاش می‌کردند یک مسأله را ارایه کرده و توضیح دهند به طوری که همه‌ی مخاطبین آن را درک کرده و تعقیب کنند، مهارت‌های ریاضی و گفتمانی عالی آن‌ها، توسعه می‌یافت. دعوت از کلاس‌های دیگر، باعث شد تا دانش‌آموزان من تلاش کنند تا کنفرانس آن‌ها، واضح و جالب باشد. برای مثال؛ همه‌ی گروه‌ها به این نتیجه رسیدند که پوسترهای رنگی و قابل فهم، به تعقیب مراحل اثبات آن‌ها کمک کرده و اثبات را مؤثرتر می‌سازد. دانش‌آموزان یاد می‌گیرند تا بر مفاهیم ریاضی موردنظر تمرکز داشته باشند به طوری که هم‌کلاس‌های آن‌ها، توضیحاتشان را بفهمند.

دانش‌آموزان، در همه‌ی سطوح از چالش در گفتمان درباره‌ی ایده‌های ریاضی با هم‌کلاس‌هایشان، نفع می‌برند. زمینه‌های دیگر در جشن عبارت بود از ریاضی‌دانان مشهور و مطالبشان، الگوهای مختلف در مثلث پاسکال، روش‌های مختلف برای حل معادله‌ی درجه دوم؛ و موزائیک‌کاری‌ها.

هر موضوعی که برای جشن انتخاب می‌شد، به دانش‌آموزان بیش‌تری این امکان را می‌داد در آن شرکت کنند و شناختی کافی از اصول ریاضی مرتبط با آن کسب نمایند. دانش‌آموزان، فهم و درک خود از ریاضیات نهفته در آن موضوع را اصلاح کرده، مهارت‌های گفتمانی خود را توسعه داده و از این فرآیند، لذت می‌برند.

کتاب‌شناسی

Diggins, Julia. *String, Straight-edge and Shadow: The Story of Geometry*. New York: Viking Press. 1965.

Gustafson, R. David, and Peter D. Frisk. *Elementary Plane Geometry*. 2d ed. Somerset, N. J.: John Wiley & Sons, 1985.

Loonis, Elisha. *The Pythagorean Proposition*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1968.

Moise, Edwin, and Floyd Downs, *Geometry*. Menlo Park, Calif.: Addison-Wesley Publishing Co., 1982.

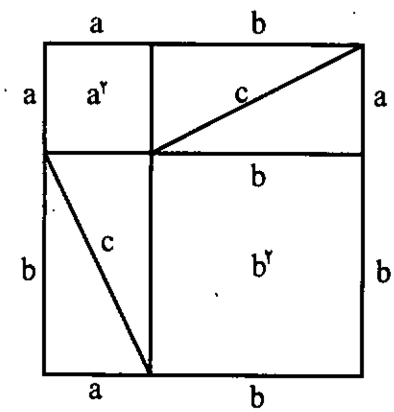
National Council of Teachers of Mathematics, Commission on Standards for School Mathematics. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: The Council, 1989.

World Book Encyclopedia, 1978 ed., s.v. "Pythagorean theorem, Educlid's proof."

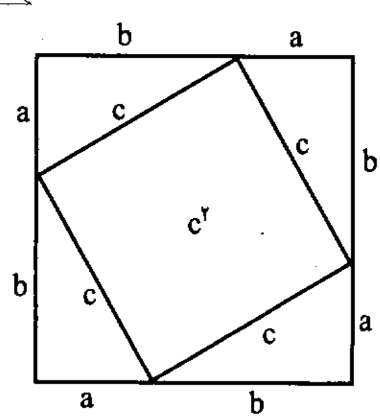
پوسترهای دانش‌آموزان

پوستر۱: اثبات فیثاغورث

او از دو مربع با اندازه‌های یکسان شروع کرد. سپس آن دو را به صورت‌های زیر، تقسیم‌بندی کرد و بنابراین نتیجه گرفت که $a^2 + b^2 = c^2$



شکل۱



پوستر۲

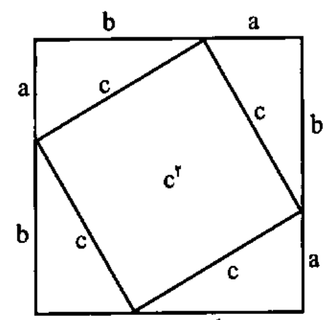
در ابتدا یک مربع با اضلاع a+b رسم می‌کنیم. در درون آن چهار مثلث قائم‌الزاویه با طول اضلاع a و b رسم می‌کنیم. هریک از این چهار مثلث، با مثلث داده شده برابر هستند. پس هرکدام دارای وترهایی به طول c می‌باشند. شکل به‌وجود آمده از چهار وتر، یک مربع است. مساحت مربع بزرگ برابر است با مجموع مساحت‌های چهار مثلث و مربع کوچک‌تر. بنابراین

$$(a+b)^2 = c^2 + 4\times\frac{1}{2}ab$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$$

شکل۲



پوستر۳

تمام مثلث‌های این شکل با هم مشابه هستند، بنابراین هر ارتفاع در مثلث اصلی برابر است با میانگین هندسی وتر و پای عمود مجاور با وتر. بنابراین

$$a^2 + b^2 \overset{?}{=} c^2$$

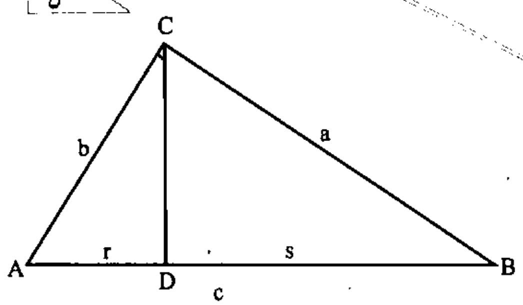
$$(\sqrt{cs})^2 + (\sqrt{cr})^2 \overset{?}{=} c^2$$

$$cs + cr \overset{?}{=} c^2$$

$$c(s+r) \overset{?}{=} c^2$$

$$c^2 \overset{\surd}{=} c^2$$

شکل۳



پوستر۴: اثبات پرزیدنت گارفیلد از قضیه‌ی فیثاغورث

پرزیدنت گارفیلد اثبات ساده‌تری از قضیه‌ی فیثاغورث را یافت. ما می‌توانیم مساحت ذوزنقه را برابر با مجموع مساحت سه مثلث قرار دهیم که عبارت جبری سطر اول را تشکیل می‌دهد. توسط عملیات جبری، به نتیجه‌ی دلخواه می‌رسیم.

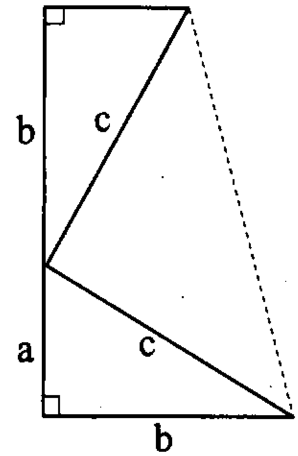
$$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 = \frac{(a+b)}{2}.(a+b),$$

$$ab + \frac{1}{2}c^2 = \frac{(a+b)}{2}.(a+b),$$

$$ab + \frac{1}{2}c^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2},$$

$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

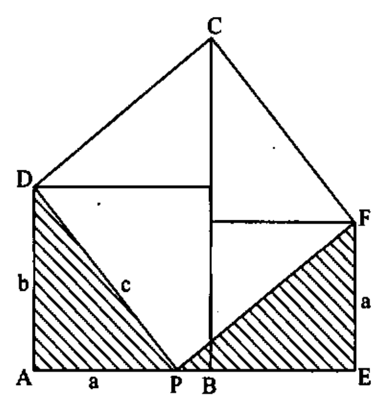


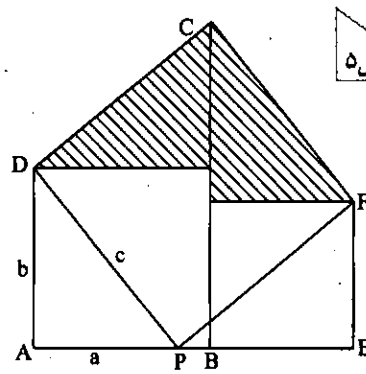
شکل۴

پوستر۵

در ابتدا مربعی با اضلاع b رسم می‌کنیم. سپس مماس با آن مربعی با اضلاع a رسم می‌کنیم. آن‌گاه نقطه‌ی P را طوری انتخاب می‌کنیم تا AP=a باشد. آن‌گاه نقطه‌ی P را به F و D وصل می‌کنیم تا به دو خط به طول های c برسیم. سپس مربعی با اضلاع c رسم می‌کنیم. نهایتاً با توجه به شکل می بینیم که:

$$a^2 + b^2 = c^2$$





شکل۵

پوستر۶

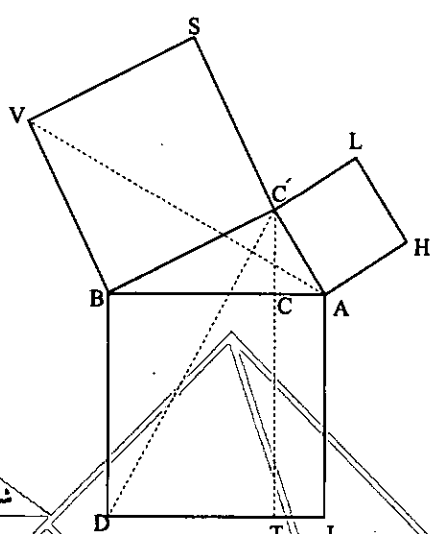
ابتدا نشان می دهیم که $S_{\Delta ABV} = \frac{1}{2} S_{\square VBC'S}$. سپس اثبات می‌کنیم که $\Delta ABV \cong \Delta DBC'$. سپس ثابت می‌کنیم که $S_{\Delta DBC'} = \frac{1}{2} S_{\square DBCT}$، که نتیجه می دهد

$$S_{\square VBC'S} = S_{\square DBCT}$$

به طور مشابه نشان می دهیم که

$$S_{\square AC'LH} = S_{\square ACTJ}$$

بنابراین مساحت مربع بزرگ‌تر برابر است با مجموع مساحت دو مربع کوچک‌تر. (مساحت مربع، برابر است با یک ضلع به توان ۲).



شکل۶

آدرس اصل مقاله

Philinda Stern Denson, (1992). A Pythagorean Party, **Mathematics Teacher**, Vol. 85, No. 2, February 1992.

اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای
قسمت دوم

مترجمان: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی
یونس کریمی فردین پور،
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و مدرس دانشگاه آزاد واحد بستان آباد

در قسمت اول از این مقاله، به بررسی کلّی سند اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای (NCTM-2000)، پرداختیم و با محتوای آن آشنا شدیم. این قسمت، به بررسی استاندارد گفتمان در این سند اختصاص یافته است و با ترجمه‌ی بخش‌های مرتبط با این استاندارد در سند مذکور، به مرور آن پرداخته شده است.

● اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای NCTM - ۲۰۰۰، استاندارد گفتمان* را این گونه توصیف می‌کند:

گفتمان، یک بخش ضروری از ریاضی و بخش مهمی از جریان یاددهی و یادگیری آن است. گفتمان وسیله‌ای است برای در میان گذاشتن اندیشه‌ها و عقیده‌ها وشفاف شدن آن‌چه می‌دانیم. وقتی ایده‌ای یا پنداشتی بیان می‌شود، تبدیل به موضوعی برای بحث کردن شده، در مورد آن تأمل و موشکافی می‌شود تا در نهایت آن پنداشت اصلاح شود. چنین فرآیندی، به ساخته شدن مفاهیم، شکل گیری معانی، و تداوم اندیشه‌ها کمک می‌کند و به آن‌ها عمومیت می‌بخشد. دانش‌آموزان، زمانی که در چالشی برای انتقال یافته‌های فکری خودشان به دیگران قرار دارند، درباره‌ی ریاضی و استدلال ریاضی فکر می‌کنند و این، کمکی برای منطقی‌تر شدن آن‌ها خواهد بود. گوش دادن یا خواندن توضیحات دیگران، فرصتی برای دانش‌آموزان است تا دانسته‌های خودشان را بسط دهند و درست استدلال کردن و چگونه متقاعد کردن دیگران را بیاموزند. گفتگو درباره‌ی چگونگی پیدا شدن اندیشه‌ها و ایده‌های ریاضی، موجب جلب توجه دانش‌آموزان به مبحث مورد نظر خواهد شد.

استاندارد گفتمان، از چهار زیراستاندارد تشکیل شده است:

● دانش‌آموزان افکار ریاضی شان را در ضمن گفتمان، سازمان‌دهی کنند و آن‌ها را تثبیت کنند؛

● دانش‌آموزان افکار ریاضی شان را مرتبط و یک‌پارچه و به طور شفاف و واضح به هم کلاسی‌ها، معلم‌ها و دیگران انتقال دهند؛

● دانش‌آموزان قادر باشند افکار و استراتژی‌های دیگران را تجزیه و تحلیل و ارزشیابی کنند؛

● دانش‌آموزان قادر باشند زبان ریاضی را به طور روشن و آشکار برای بیان ایده‌های ریاضی، به کار ببرند.

در ادامه، تحقیقات انجام شده در حوزه‌ی آموزش ریاضی که مرتبط با موضوع اصلی تحقیق می‌باشند، به نقل از سند بیان می‌شود.

● (هاتانو[1] و ایناگاکی[2]، ۱۹۹۱) معتقدند، دانش‌آموزی که درگیر بحث کردن برای توجیه یک راه حل است ـ به خصوص وقتی با نظر مخالفی مواجه باشد ـ در تلاش برای متقاعد کردن هم‌کلاسی هایش که احتمالاً نقطه نظرات متفاوتی دارند، به درک و فهم بهتری از ریاضی نایل خواهد شد. ([۲۹]، نقل شده از [۴۴].

وجود این گونه فعالیت‌ها، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا برای بیان اندیشه‌های ریاضی، زبان ریاضی خود را توسعه داده و نسبت به دقت و صراحت این زبان، احساس نیاز کنند. دانش‌آموزانی که تشویق و حمایت می‌شوند تا در کلاس‌های ریاضی صحبت کنند، بنویسند، بخوانند و گوش کنند، بهره‌ای دو چندان می‌برند. زیرا آن‌ها، هم یاد می‌گیرند تا ریاضی وار ارتباط برقرار کنند، و هم خود ریاضی را در سایه‌ی گفتمان ریاضی یاد می‌گیرند.

● (کاب[3]، وود[4] و یاکل[5]، ۱۹۹۴) معتقدند، چون ریاضی، اغلب به صورت نمادها بیان می‌شود تبادل اندیشه‌ها و ایده‌های ریاضی به عنوان بخش مهمی از آموزش ریاضی، مورد توجه قرار نگرفته است.

دانش‌آموزان به طور عادی، الزامی در صحبت کردن درباره‌ی احساس نمی‌کنند، لازم است که در این مورد، معلمان به آن‌ها کمک کنند. ([۲۴]، نقل شده از [۴۴]).

همین طور که دانش‌آموزان به سطوح بالاتر می‌روند، ریاضیاتی که درباره‌اش صحبت می‌کنند نیز، پیچیده‌تر و مجردتر می‌شود. در نتیجه، طبیعی است که زبان ریاضی که به کمک آن ارتباط برقرار می‌کنند، خلاصه‌تر و دقیق‌تر شود. پس مجموعه روش‌ها و ابزارهای ارتباطی، و همین طور استدلال ریاضی که به ارتباط ریاضی‌وار برقرار کردن آن‌ها کمک می‌کند، باید به طور آگاهانه‌ای افزایش یابد. حمایت و پشتیبانی از دانش‌آموزان برای ریاضی‌وار صحبت کردن و درباره‌ی ریاضی صحبت کردن، یک امر حیاتی در آموزش ویادگیری ریاضی است. البته دانش‌آموزان دو زبانه، حتماً نیاز به حمایت مضاعف در جهت سود بردن از گفتمان در کلاس درس دارند. در یک

کلاس درس ریاضی باارزش، اگر فعالیت‌های کلامی به طور مناسب طراحی شده باشند، همه‌ی دانش‌آموزان کلاس در همه‌ی چیزهایی که یاد گرفته می‌شود، شریک خواهند بود.

● (سیلور[6]، اسمیت[7] و نلسون[8]، ۱۹۹۵) مشکلات دانش‌آموزان دو زبانه را مورد توجه قرار دادند و متوجه شدند که دانش‌آموزانی که زبان اصلی‌شان انگلیسی نیست، احتمالاً برای سود جستن از کلاس‌های غنی از گفتمان ریاضی، نیازمند حمایت بیش‌تری هستند. البته اگر فعالیت‌های کلاس درس به طور مناسب شکل گرفته شده باشند، آن‌ها می‌توانند کاملاً در فعالیت‌های کلاس درس مشارکت داشته باشند. ([۴۹]، نقل شده از [۴۴]).

سازمان دهی تفکرات ریاضی

● (سیلور[9]، کیل پاتریک[10] و شلسینگر[11]، ۱۹۹۰) معتقدند، وقتی دانش‌آموزی روش حل مسأله‌ای را ارایه می‌دهد و از استدلال خود در مقابل هم‌کلاسی‌ها و معلم خود دفاع می‌کند، یا هنگامی که به چیزی که در ذهن او یک معما شده است، صورتی سؤالی می‌بخشد، بصیرتی عمیق درباره‌ی افکارش به دست می‌آورد. گفتمان ریاضی می‌تواند به دانش‌آموزان در یادگیری مفاهیم جدید ریاضی کمک کند، چون در این حالت، آن‌ها در یک موقعیت واقعی حرکت می‌کنند، رسم می‌کنند، موضوعات را به کار می‌برند، به طور شفاهی توضیح و تشریح و بیان علت می‌کنند، نمودار و شکل را به خدمت می‌گیرند، می‌نویسند و نمادهای ریاضی را به کار می‌گیرند تا به هدفی که دارند برسند. یعنی، آن‌ها برای دفاع از عقیده‌ی خود و متقاعد کردن دیگران، همه‌ی ابزارهای ریاضی را که می‌شناسند، به کار می‌گیرند. در این میان، بدفهمی‌های[12] آن‌ها قابل شناسایی می‌شود. بازدهی دیگر این رویدادها این است که دانش‌آموزان به یاد می‌آورند که در مسؤولیت یادگیری که در کلاس درس اتفاق می‌افتد، با معلم خود شریک هستند. ([۴۵]، نقل شده از [۴۴]).

بازتاب و گفتمان در یادگیری ریاضی، دو فرآیند به هم گره خورده می‌باشد. توجه ویژه و طرح‌ریزی‌هایی که معلمان برای گفتمان ریاضی انجام می‌دهند تا به دانش‌آموزان کمک کند که بر یادگیری خویش بازتاب داشته باشند، می‌تواند تبدیل به یک بخش طبیعی از یادگیری ریاضی شود. حتی دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی نیز می‌توانند توضیح دادن جواب یک مسأله و شرح دادن استراتژی‌هایی را که به کار می‌برند، یاد بگیرند. می‌توان به دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی کمک کرد، تا یاد بگیرند با صدای بلند فکر کنند[13] و در تلاش برای پاسخ گویی به سؤال‌های معلم و هم کلاسی‌های خود، استدلال‌های خود را بازنگری کنند. با چنین تجربیاتی، دانش‌آموزان مهارت سازمان‌دهی و ثبت افکار ریاضی‌شان را به دست خواهند آورد.

نوشتن می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا به افکارشان انسجام بخشند، چون نوشتن نیازمند بازتاب بر کارهایی است که انجام داده‌اند و به اندیشه‌ها و تصوراتی که در کلاس درس برای آن‌ها ایجاد شده است، شفافیت می‌بخشد.

حتی بعدها این نوشته‌ها برای دانش‌آموزان مفید خواهد بود، زیرا می‌توانند دوباره به آن‌ها مراجعه کنند و سیر تحول فکری ریاضی خود را دوباره مرور کنند.

انتقال شفاف تفکرات ریاضی

برای این که یک نتیجه‌ی ریاضی، قابل قبول و درست باشد، اثباتی که برای آن ارایه می‌شود باید توسط ریاضی دانان حرفه‌ای پذیرفته شود. دانش‌آموزان، نیازمند فرصت هایی هستند تا تصورات و اندیشه‌هایشان را در کلاس درس ـ به عنوان ابتدایی‌ترین جامعه‌ی ریاضی دانان ـ وارسی کنند و ببینند که تا چه اندازه، قادرند با استدلالی که می‌کنند، دیگران را متقاعد کنند.

● (لَمپِت[14]، ۱۹۹۰) معتقد است، زمانی که تصورات و اندیشه‌ها درباره‌ی ریاضی در جمعی مطرح می‌شود، هم برای دانش‌آموزان مفید است، زیرا بخشی از بحث را به عهده دارند، و هم برای معلم مفید است زیرا می‌تواند با فرآیند یادگیری دانش‌آموزان بیش‌تر آشنا شود. ([۳۶]، نقل شده از [۴۴]).

معلمان باید محیطی در کلاس درس ایجاد کنند که دانش‌آموزان بتوانند آزادانه، تصورات و اندیشه‌های خود را بیان کنند. دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی برای این که تصورات، پنداشت‌ها و اندیشه‌های خود را با یکدیگر در میان بگذارند، به کمک معلم نیاز دارند تا این کار، به روشی انجام شود که به اندازه‌ی کافی برای سایر دانش‌آموزان، واضح و شفاف باشد.

دانش‌آموزان سال‌های آخر دوره‌ی ابتدایی، باید به تدریج، مسؤولیت شرکت در بحث‌های کلاسی را بپذیرند و در مقابل یکدیگر، مسؤولیت پذیر باشند، و توانایی‌های آن‌ها در گوش کردن، فهمیدن و به زبان ساده‌تر بیان کردن، سؤال پرسیدن و

نظر دیگران را تفسیر کردن، ارتقا یابد. برای بعضی از دانش‌آموزان، شرکت کردن در بحث‌های کلاسی چالش برانگیز و تا حدودی مشکل آفرین است. مثلاً، برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی، به چشم آمدن در فعالیت‌های گروهی اکراه‌آمیز است. دانش‌آموزان در این سن، دوست ندارند معلم بداند که آن‌ها چیزی را بلد نیستند. بنابراین، سعی می‌کنند از پرسیدن، سؤال کردن یا قرار گرفتن در موقعیتی که آن‌ها فکر می‌کنند می‌تواند به بلد نبودن آن‌ها تعبیر شود، اجتناب کنند. با این حال، معلم می‌تواند در ایجاد یک محیط خوب کلاسی برای بحث کردن، موفق شود. زمانی که دانش‌آموزان از دبیرستان فارغ التحصیل می‌شوند، باید از قابلیت‌های درونی صحبت کردن و بحث کردن برخوردار باشند. آن‌ها آرزو دارند بحث‌های کامل و شفاهی را ارایه کنند تا بتوانند در جامعه، از خود دفاع کنند. سؤال هایی که به دقت طرح ریزی و مطرح می‌شوند، می‌توانند انتظارات متناسب با سن دانش‌آموز را از کاری که انجام داده است، به طور شفاف مشخص کنند.

برقرار کردن ارتباط نوشتاری نیز باید پرورش داده شود. دانش‌آموزان، مدرسه را زمانی شروع می‌کنند که مهارت‌های کمی در نوشتن دارند. به همین دلیل، ممکن است برای ارتباط برقرار کردن، در ابتدا بیش‌تر به نقاشی کشیدن تکیه کنند تا به تدریج به کلمه و جمله روی بیاورند. در سال‌های آخر دوره‌ی ابتدایی، آن‌ها می‌توانند با طیفی از تصورات و اندیشه‌ها کار کنند و جزئیات را اضافه کنند و نوشته هایشان را بهتر کنند. در دوره‌ی راهنمایی، آن‌ها می‌توانند بر پایه‌ی این هدف که درک دیگران از نوشته هایشان مهم است، با شفافیت بیش‌تری بنویسند. شرحی که دانش‌آموزان از افکارشان به زبان ساده، غیر رسمی و عادی بیان می‌کنند، مفید است، اما آن‌ها باید یاد بگیرند که روش و زبان رسمی ریاضی را نیز برای برقرار کردن ارتباط ریاضی‌وار، به کار گیرند، و اصطلاحات و واژگان رایج در زبان ریاضی را به کار ببرند. البته این کار، باید به تدریج، و در دوره‌های راهنمایی و متوسطه اتفاق بیفتد. و بالاخره در سال‌های آخر دبیرستان، دانش‌آموزان باید قادر به نوشتن ریاضی با به کارگیری واژگان رسمی ریاضی باشند.

هم چنین، برای ارایه‌ی مثال‌های خوب، و برای بخش‌های مشکل ساز ریاضی نوشتاری، بحث و امتحان در تمام پایه‌ها می‌تواند مفید باشد، و چون ارزیابی هایی که به صورت کتبی از دانش‌آموزان انجام می‌شود در حال گسترش است، دانش‌آموزان نیازمند تمرین برای پاسخ دادن به چنین ارزیابی هایی هستند. در حقیقت، یادگیری نوشتن ریاضی‌وار، شبیه یادگیری هر سبک نوشتاری دیگری است، و تمرین کردن با یک راهنما، مهم است. بنابراین، باید ویژگی‌های بحث‌های ریاضی مانند به کار بردن معانی مخصوص در زبان ریاضی، بازنمایی‌ها و استانداردهای مثال آوردن و اثبات کردن، مورد توجه قرار گیرند.

همان طور که دانش‌آموزان، گفتمان ریاضی‌وار را تمرین می‌کنند، به تدریج شفاف‌تر و منسجم‌تر، مطالب ریاضی را بیان خواهند کرد. آن‌ها هم چنین، باید به یاد داشته باشند که سبک‌های عادی و مرسوم ریاضی که موقع صحبت کردن و بحث کردن از آن‌ها استفاده می‌شود، مهم بوده و باید مورد توجه قرار گیرند و ضروری است که مهارت‌های لازم را برای این کار کسب کنند. دانش‌آموزان باید آگاه باشند و به کسانی که به آن‌ها گوش می‌دهند، حساسیت داشته باشند ـ آیا شنوندگان حرف‌های آن‌ها را می‌فهمند و استدلال آن‌ها را می‌پذیرند؟ ـ آن‌ها باید به این نکته آگاه باشند که آیا شنوندگان، متقاعد و مجاب می‌شوند و آیا دیگران، حرف‌های آن‌ها را می‌فهمند. زمانی که دانش‌آموزان از مدرسه فارغ التحصیل می‌شوند، گفتمان ریاضی‌وار آن‌ها، باید بازتاب یک بسط منظم از روش‌های توجیه کردن یا متقاعد کردن دیگران برای مراحلی که طی می‌کنند، و نتایجی که به دست می‌آورند، باشد. به طور مثال، در دوره‌ی ابتدایی، برای متقاعد کردن دانش‌آموزان، ارایه‌ی چند مثال و فراهم کردن شواهد تجربی و قابل مشاهده، کافی به نظر می‌رسد. در سال‌های آخر دوره‌ی ابتدایی، زنجیره‌ی کوتاه استقرایی از استدلال کردن که بر پایه‌ی حقایق[15] پذیرفته شده‌ی قبلی بیان می‌شوند، بایستی مورد انتظار باشد. در دوره‌های راهنمایی و متوسطه، انتظار می‌رود توضیحات ارایه شده توسط دانش‌آموزان، به صورت ریاضیات رسمی و دقیق باشد. آن‌ها باید بیان و ارایه‌ی مطلب خود را به هنگام بحث کردن، با ویژگی‌های ریاضی همراه کنند.

تحلیل و ارزشیابی تفکرات ریاضی

دانش‌آموزان در جریان حل مسأله با سایر دانش‌آموزان، فواید چندی به دست می‌آورند. اغلب دانش‌آموزی که فقط یک راه حل برای مسأله‌ای در نظر گرفته است، می‌تواند از روش‌های حل دیگر دانش‌آموزان و نوع نگاه آن‌ها به مسأله، سود جوید، و از این طریق، ممکن است جنبه‌های مختلفی از مسأله، برای او آشکار شود. به عنوان مثال، دانش آموزانی که سعی در حل

مسأله‌ی جبری زیر را دارند و اغلب در تنظیم معادلات مربوط به آن مشکل دارند، می‌توانند از رویکرد حل مسأله‌ی دانش آموزی که بازنمایی مسأله را به کمک شکل و نمودار انجام می‌دهد، سود ببرند:

تعدادی خرگوش وتعدادی قفس وجود دارد. اگر در هر قفس یک خرگوش قرار دهیم، یک خرگوش بیرون باقی می‌ماند. اگر دو خرگوش در هر قفس قرار دهیم، یک قفس خالی خواهد ماند. چند قفس و چند خرگوش وجود دارد؟ ([۳۴]، نقل شده از [۴۴]).

البته یاد گرفتن تمرکز، ارزشیابی واستفاده از افکار دیگران برای ساختن پنداشتی جدید، مشکل است، به خصوص زمانی که هم کلاسی‌ها، هنوز در حال بسط فهم ریاضی خودشان از مسأله هستند. اما جایی که استراتژی‌های اختراع شده توسط دانش‌آموزان موضوع بحث و انتقاد باشد، زمینه‌ای است که در آن همه‌ی دانش‌آموزان می‌توانند مشارکت کنند و استراتژی‌های یکدیگر را در حل مسایل محاسباتی، تجزیه و تحلیل کنند. دانش‌آموزان باید سؤال پرسیدن و بررسی کردن افکار یکدیگر را در جهت شفاف کردن تصورات و اندیشه‌های در حال رشد، یاد بگیرند. علاوه بر این، چون تمام راه حل‌ها به یک اندازه ارزشمند نیستند، دانش‌آموزان باید یاد بگیرند روش‌ها و پنداشت‌ها و اندیشه‌های دیگران را در جهت معلوم کردن محدوده‌ها و گستره‌ها، وارسی کنند. با گوش کردن با دقت، و فکر کردن درباره ادعاهایی که دیگران می‌کنند، دانش‌آموزان تفکر انتقادی را در ریاضی، یاد می‌گیرند.

زبان ریاضی

کودکان، ریاضی‌وار صحبت کردن را با زبان روزمره آغاز می‌کنند و به تدریج، دانسته‌هایشان را از ریاضی، واضح‌تر بیان می‌کنند. این زبان محاوره‌ای و روزمره، پایه‌ای فراهم می‌کند تا زبان رسمی ریاضی ساخته شود. معلمان می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا ببینند که بعضی از لغاتی که در زبان روزمره به کار می‌برند، مانند **تشابه**، **عامل**، **مساحت** و **تابع** در ریاضی نیز گاهی با کمی تغییر و گاهی دقیقاً به همان معنی به‌کار برده می‌شود. این درک زبانی غیر رسمی، زیر بنای فهمیدن بسیاری مفاهیم مستتر در تعریف‌های ریاضی است. مهم است به دانش‌آموزان کمک شود تا این اشتراک زبانی بین ریاضی و زندگی واقعی را تجربه کنند و قدرت و دقت زبان ریاضی را ارج نهند. از ابتدای دوره‌ی راهنمایی، دانش‌آموزان باید به نقش تعریف‌های ریاضی واقف شوند، آن‌ها را در کارهای ریاضی، به کار ببرند. این کار باید در دوره‌ی متوسطه نیز ادامه یابد. در هر حال، مهم است که از عجله‌ی نابهنگام و زودرس در تحمیل زبان رسمی ریاضی اجتناب شود، زیرا لازم است دانش‌آموزان به تعریف‌های دقیق ریاضی، احساس نیاز کنند. ([۴۴] ص ۶۳).

اجازه دادن به این که دانش‌آموزان درگیر تصورات و اندیشه‌هایشان شوند و از ابزارهای غیر رسمی برای بیان ایده هایشان کمک بگیرند، روشی مؤثر در پیش برد افزایش تعهد و احساس مالکیت نسبت به یافته هایشان و تهییج کننده برای تداوم یادگیری است.

از این گذشته، تکنولوژی، فرصت و چالش دیگری را برای توسعه و تجزیه و تحلیل زبان ریاضی فراهم می‌کند. نمادهایی که در برنامه‌های کامپیوتری صفحات گسترده[16] به کار می‌رود، با زبان ریاضی مرتبط است، اما دقیقاً به همان شکل نمادهای جبری که توسط ریاضی‌دانان به کار می‌رود، نیست. دانش‌آموزان از تجربه‌هایی سود خواهند برد که کار با آن‌ها، نیازمند مقایسه‌ی اصطلاحات استاندارد ریاضی و

نمادهایی است که در انواع تکنولوژی متداول شبیه ماشین حساب و کامپیوتر، به کار می‌رود.

هم چنین سند، با اشاره به اصطلاح «صحبت درباره‌ی صحبت کردن درباره‌ی ریاضی»[17] که کاب، وود و یاکل، (۱۹۹۴) مطرح کرده‌اند، می‌افزاید؛ معلمان می‌توانند دانش‌آموزان را به بازتاب بر مکالمات کلاس درس ترغیب کنند تا آن‌ها درباره‌ی چگونه حرف زدن به گفتگو بپردازند. ([۴۴] ص ۱۲۸).

علاوه بر این، سند در تلاش برای پاسخ به این سؤال که گفتمان در پایه‌های پیش دبستانی تا دوم ابتدایی باید چگونه باشد، بیان کرده است که معمولاً، توانایی دانش‌آموزان در حرف زدن و گوش کردن بیش‌تر از توانایی آن‌ها در خواندن و نوشتن است. بنابراین معلمان باید با پشتکار، سعی کنند امکان گفتمان به اشکال مختلف را فراهم کنند تا دانش‌آموزان، ساختار طبیعی از گفت و شنود ریاضی را در کلاس، تجربه کنند. ([۴۴] ص ۱۳۰).

به این مسأله توجه کنید.

معلم، داستانی درباره خانواده‌ای که در داخل کشور مسافرت می‌کنند، می‌خواند. او از دانش‌آموزان می‌خواهد برای مسیر حرکت آن‌ها، نقشه طراحی کنند. دانش‌آموزان شروع به کار گروهی می‌کنند. بعضی از آن‌ها حروف یا نمادها را در حین کارشان ترکیب می‌کنند. یکی از گروه‌ها، همه‌ی نشانه‌های ویژه را رسم می‌کند. یکی دیگر از گروه‌ها از معلم می‌خواهد به آن‌ها در نام‌گذاری و تعیین فاصله کمک کند. زمانی که گروه‌ها حاصل کارشان را در کلاس مطرح می‌کنند، معلم از آن‌ها می‌پرسد دفعه‌ی بعد چه تغییراتی برای بهتر شدن کارشان انجام خواهند داد. نقشه‌ها به دیوار نصب می‌شوند و این امکان را برای معلم فراهم می‌کند تا درباره‌ی پنداشت‌های ریاضی دانش‌آموزان از فضا، مکان و تعیین موقعیتی که در تهیه‌ی نقشه شان استفاده کرده بودند، سؤال بپرسد.

سؤالی که این جا مطرح می‌شود، هدف دار و با ارزش است. سؤال هایی به این شکل، می‌توانند توانایی‌های فراشناختی و کنترلی دانش‌آموزان را تقویت می‌کنند. معلمان نیاز به آگاهی از این مطلب دارند که الگوهای ارتباطی بین دانش‌آموزان و مربیان، لزوماً با الگوهای ارتباطی که دانش‌آموزان در خانه دارند، یکسان نیست. به عنوان نمونه، الگوی سؤال پرسیدن ممکن است بسیار متفاوت باشد. در بعضی فرهنگ‌ها، بزرگ‌ترها معمولاً سؤالی را که جوابش معلوم باشد، نمی‌پرسند. اما در مدرسه، معلم‌ها سؤال هایی را که پاسخ آن‌ها معلوم است، به طور مکرر می‌پرسند، و دانش‌آموزانی که عادت به چنین سؤال‌هایی ندارند، ممکن است سردرگم شوند، چون واضح است که معلم پاسخ را از قبل می‌داند. همین طور در بعضی فرهنگ‌ها، مردم به طور عادی مکالمه‌ی دیگری را قطع می‌کنند، در صورتی که در فرهنگ دیگری، قطع کردن صحبت، بی‌ادبی بزرگی محسوب می‌شود. یا در فرهنگ دیگری ممکن است از کودکان انتظار داشته باشند سؤال نپرسند، بلکه ببینند و یاد بگیرند. [۴۴].

● برنس فورد[18]، براون[19] و کاکینگ[20]، (۱۹۹۹) به مطالب فوق اشاره داشته‌اند که دانش آموزانی با چنین فرهنگ هایی، ممکن است نتوانند در کلاس به راحتی سؤالی مطرح کنند، یا ممکن است در بحث‌های کلاسی، فقط به طور ظاهری شرکت کنند ([۲۳]، نقل شده از [۴۴]). پس به نظر می‌رسد، لازم است معلمان ریاضی به زمینه‌های فرهنگی دانش‌آموزان حساس بوده و برای خلق هنجارهای فرهنگی لازم برای گفتمان ریاضی، تلاش کنند.

● در تازه‌ترین تحقیقات درباره‌ی سند، لمپت[21] و کاب اظهار کرده‌اند که خود بحث و گفتگو نباید تبدیل به هدف شود، بلکه باید تمرکز بیش‌تر بر معقول بودن پنداشت‌های ریاضی و استفاده‌ی مؤثر از آن در مدل سازی و حل مسأله باشد. ارزش بحث و گفتگو باید نسبت به این مطلب بیان شود که آیا دانش‌آموزان، از مشارکت در گفتمان کلاسی، ریاضی یاد می‌گیرند یا خیر.

مثال زیر، تلاش شیفتر[22]، بستبل[23] و راسل[24] (۱۹۹۹) برای پاسخ به این سؤال است که گفتمان در پایه‌های سوم تا پنجم ابتدایی باید چگونه باشد.

فرض کنید کار زرگری می‌کنید. بعضی وقت‌ها مردم به شما مراجعه می‌کنند تا حلقه‌های طلای بزرگ‌تر را با بریدن تکه‌ای از آن و جوش دادن دوباره، به اندازه‌ی مناسب در آورید و شما در عوض کاری که می‌کنید، آن تکه را بر می‌دارید. به تازگی شما ۰/۳ و ۸۹٪ و ۰/۱۴ گرم طلا دریافت کرده‌اید. یک نفر مراجعه کرده و می‌خواهد جواهراتش را تعمیر کند. شما نمی‌دانید که طلای موجود برای این تعمیر کافی است یا نه. به صورت گروهی روی مسأله کار کنید و تعیین کنید چقدر طلا دارید. خودتان را آماده کنید برای این که روشی را که به کار

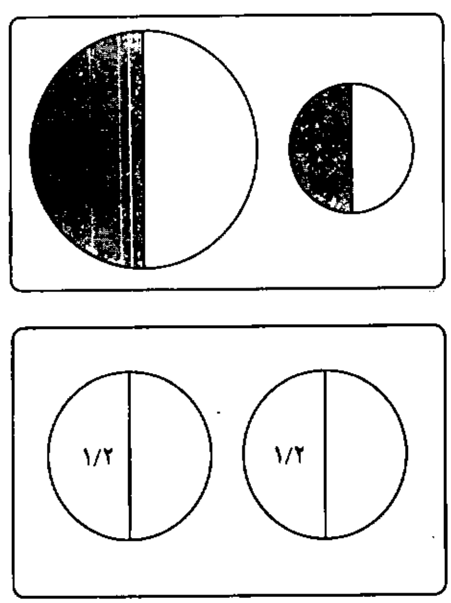
می‌برید برای کلاس توضیح دهید. ([۵۰]، نقل شده از [۴۴]).

● علاوه بر این، هیبرت[۲۵] و همکاران (۱۹۹۷)، به استفاده از مدل‌ها و تصویرها، اشاره دارند و معتقدند که به این طریق، فرصت بیش‌تری برای مکالمه و درک ریاضی فراهم می‌شود. ارایه‌ی مصداق‌های واقعی و عینی به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا درک و فهم خود را از ریاضی توسعه داده، و آسان‌تر و راحت‌تر تبادل اطلاعات کنند.

مثال زیر، تلاش کوبا[۲۶]، زاویفسکی[۲۷] و استراچنز[۲۸] (۱۹۹۷) برای پاسخ به این سؤال است که نقش معلم در توسعه‌ی گفتمان در پایه‌های سوم تا پنجم ابتدایی، چگونه باید باشد. ([۳۳]، نقل شده از [۴۴]).

دو دوست، هر کدام یک پیتزا می‌خرند و هر کدام نصف پیتزای خودش را می‌خورد. بعد یکی از آن‌ها ادعا می‌کند که دوستش پیتزای بیش‌تری خورده است. آیا این ادعا می‌تواند درست باشد؟ با استفاده از شکلی که می‌کشید و توضیحی که می‌نویسید، نظر خودتان را اعلام کنید.

ممکن است هر یک از دانش‌آموزان، در توجیه نظر خود، یکی از شکل‌های زیر را بکشد.



شکل۳: شکل ارایه شده از طرف دانش‌آموزان برای متقاعد کردن دیگران

● یاکل و کاب (۱۹۹۶) اظهار داشته‌اند که از تمام دانش‌آموزان، انتظار می‌رود نه تنها استراتژی را که برای حل مسأله‌ای به کار برده‌اند ارایه کرده و توضیح دهند، بلکه به تجزیه و تحلیل، مقایسه، مخالفت با بی‌معنایی و کارایی و ظرافت استراتژی‌های گوناگون، توجه کنند. توضیحات دانش‌آموزان، باید شامل بحث‌های ریاضی‌وار و معقول و منطقی باشد، و فقط خلاصه و توصیفی از فرآیندها نباشد.

● بُراسی[۲۹] (۱۹۹۲) نیز به عمل صورت‌بندی پنداشت‌ها برای در میان گذاشتن اطلاعات اشاره داشته و بحث کردن برای متقاعد کردن دیگران را، یک بخش مهم از یادگیری ریاضی دانسته است.

● مسکویچ[۳۰] (۱۹۹۸) معتقد است، زمانی که پنداشت‌ها رد وبدل می‌شوند و مورد انتقادهای متفکرانه قرار می‌گیرند، پالایش شده و توسعه می‌یابند.

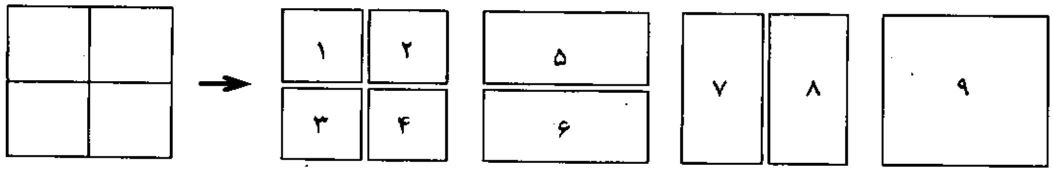
در حال حاضر تغییرات در محل کار، به طور فزاینده‌ای نیازمند کار گروهی، همکاری و گفتمان است. ریاضی در دانشگاه‌ها به طور روز افزونی بر توانایی انتقال شفاف پنداشت‌های زبانی و نوشتاری، تأکید دارد. درجهت آماده شدن برای آینده، دانش‌آموزان دبیرستانی، باید توانایی دادوستد، جرح وتعدیل وتعریض مؤثر پنداشت‌های ریاضی خود را با دیگران، داشته باشند.

تعامل با دیگران، در واقع فرصتی برای دادو ستد پنداشت‌ها و بازتاب بر آن‌ها است. بنابراین، گفتمان یک عنصر اساسی و پایه‌ای در یادگیری ریاضی است؛ و به همین دلیل است که گفتمان، نقش مرکزیت را در تمام بخش‌های این سند دارا می‌باشد. در میان گذاشتن پنداشت‌ها و بنا نهادن پنداشتی جدید بر پایه‌ی کار دیگران، از عوامل مهم یادگیری است که اهمیت گفتمان را در کلاس درس ریاضی، بیان می‌کند.

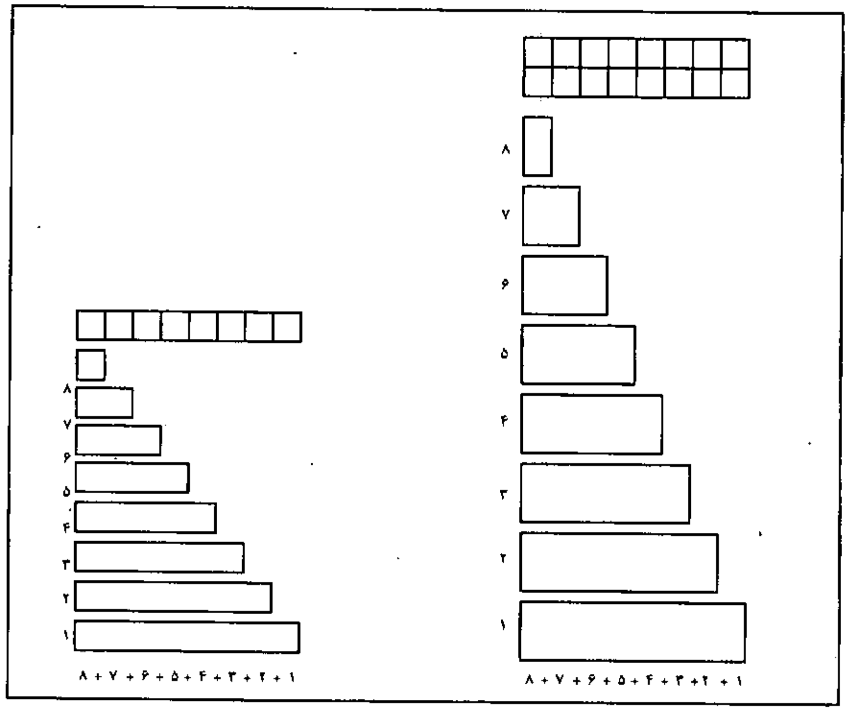
مسأله‌ای که در ادامه می‌آید، چندین هدف را دنبال می‌کند: به دانش‌آموزان این فرصت را می‌دهد که دانش محتوایی شان را در فرآیند حل مسأله بسازند، تعدادی استراتژی راهبردی یادبگیرند یا تمرین کنند و بین روش‌های متنوعی که می‌توان درباره‌ی ریاضی فکر کرد، رابطه برقرار کنند.

در یک صفحه‌ی شطرنج معمولی هشت در هشت، چند مستطیل وجود دارد؟ مستطیل هایی (شامل مربع‌ها) را بشمارید که در شبکه‌ی شطرنجی وجود دارند. مثلاً در یک شبکه‌ی دو در دو، مانند آن‌چه در شکل۴ نشان داده می‌شود، ۹ مستطیل وجود دارد.

روش‌های متعددی برای رو به رو شدن با این مسأله و حل



شکل ۴: در یک شبکه دو در دو، نه مستطیل وجود دارد.



شکل ۵: شمارش مستطیل‌ها

آن وجود دارد. دانش‌آموزان باید آزادی عمل زیادی برای اکتشاف داشته باشند، قبل از این که روش حل در اختیارشان گذاشته شود یا روش حلی که معلم در ذهن دارد، ارایه گردد. معلم می‌تواند از چنین مکاشفه‌هایی، برای علاقه‌مند کردن و نشان دادن اتصال‌های ریاضی به دانش‌آموزان استفاده کند.

تجربه نشان داده است که برای حل این مسأله، اغلب دانش‌آموزان ابتدا شروع به شمردن مستطیل‌ها می‌کنند، اما این کار سختی است که خیلی زود به آن پی می‌برند. چنین موقعیتی، فرصتی برای بحث بر لزوم نظام‌مند بودن (سیستماتیک کار کردن) را پیش روی می‌گذارد. یعنی پیدا کردن روشی منظم که همه‌ی مستطیل‌ها را فقط یک بار بشمارد.

ممکن است دانش‌آموزی به شمردن ادامه دهد، در حالی که دوستانش به روش جایگزین می‌اندیشند. برای مسایلی از این شکل، در نظر گرفتن استراتژی «به مسأله‌ی مرتبط ساده‌تری فکر کن» مفید واقع می‌شود. اما این کدام مسأله‌ی مرتبط است که باید درباره‌اش فکر کرد و چه چیزی باید از آن یاد گرفت؟ احتمالاً بعضی از دانش‌آموزان، تعداد مستطیل‌ها را در شبکه‌ی شطرنجی ۳×۳ و ۴×۴، برای یافتن الگویی می‌شمارند. نتیجه‌ی چنین شمارشی برای شبکه‌های ۱×۱، ۲×۲، ۳×۳ و ۴×۴، به ترتیب برابر ۱، ۹، ۳۶ و ۱۰۰ می‌باشد. این الگو نشان می‌دهد که تعداد مستطیل‌ها در یک شبکه‌ی $n \times n$، برابر $(1+2+\dots+n)^2$ است. این یافته‌ی جالبی است که سؤال مهم «چرا مجموع باید به این شکل باشد؟» را بی‌پاسخ می‌گذارد. این سؤالی است که در یک فضای گفتمانی مطرح خواهد شد و تلاش برای یافتن پاسخ آن، خیلی‌ها را به تفکر وامی‌خواهد داشت.

استراتژی **به مسأله‌ی مرتبط ساده‌تری فکر کن**، می‌تواند با

روش دیگری در حل این مسأله به کار گرفته شود، پاسخ دانش آموزی برای سؤال مهم بالا است. به جای کار کردن با شبکه‌های $n \times n$، می‌توان به روش شمردن مستطیل‌ها در شبکه‌های ۸×۱ اندیشید. شبکه‌ی ۸×۱ تعداد ۸ + ... + ۳ + ۲ + ۱ زیر مستطیل دارد. (شکل۵)

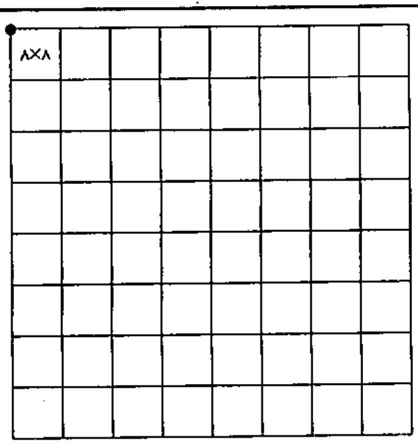
هنگامی که آن‌ها روی شبکه‌ی ۸×۲ کار می‌کنند (شکل۵) متوجه این نکته خواهند شد که الگوی پیدا شده برای شبکه‌ی ۸×۱ یک بار برای سطر بالایی، یک بار برای سطر پایینی و یک بار هم برای اشتراک آن‌ها به کار برده می‌شود و این روند، برای شبکه‌ی ۸×۳ و بقیه نیز برقرار است. به این طریق، دانش‌آموزان به ارزش استراتژی‌هایی که به آسانی در مثال‌های دیگر کار می‌کنند، پی خواهند برد. معلم می‌تواند از دانش‌آموزان بخواهد درباره‌ی چگونگی بیان استراتژی به کار رفته صحبت کنند و دیگران را با استدلالی که می‌کنند، قانع نمایند. زمانی که دانش‌آموزان به چنین گفتمانی مشغول‌اند، در واقع استراتژی نظام یافته‌ی خود را بررسی کرده و الگوی آن را اثبات می‌کنند.

سؤال ساده‌ای مانند «چه چیزی بیانگر یک مستطیل است؟» که پولیا در سال ۱۹۵۷ به عنوان یک سؤال راهبردی از آن یاد می‌کند، می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا برای حل مسأله، سازمان‌دهی جدیدی خلق کنند. ممکن است دانش‌آموزی به خاطر داشته باشد که می‌تواند مستطیل‌های روی یک شبکه‌ی شطرنجی را با دو نقطه‌ی مقابل روی گوشه‌های آن شناسایی کند. از این طریق می‌توان تعداد مستطیل هایی را که یک نقطه‌ی ثابت در گوشه‌ی بالایی سمت چپ یک شبکه‌ی ۸×۸ دارند، شمرد. اگر تعداد m خط در پایین نقطه‌ی مورد نظر و تعداد n خط در سمت راست آن نقطه وجود داشته باشد، آن‌گاه تعداد مستطیل‌های متناظر آن نقطه برابر $m \times n$ خواهند بود. (شکل ۶)

وقتی تعداد مستطیل‌های متناظر در هر مربع نوشته شد، کافیست این ۶۴ عدد با هم جمع بسته شوند.

ستون اول در واقع به صورت (۱+...+۷+۸)۸ و سطر دوم به صورت (۱+...+۷+۸)۷ و به همین ترتیب، می‌تواند به شکل (۱+...+۷+۸)(۱+...+۷+۸)=^{۲}(۱+...+۷+۸) نوشته شود که این نتیجه، همان حدس اولیه‌ی دانش‌آموزان را که شبکه‌های ۱×۱ ، ۲×۲ ، ۳×۳ و ۴×۴ را مورد بررسی قرار داده بودند، تأیید می‌کند. مقایسه‌ی رویکردهای مختلف برای حل یک مسأله، تجربه‌ی با ارزشی است که نشان می‌دهد چگونه استراتژی‌های به ظاهر متفاوت، با هم در ارتباط هستند.

استراتژی مفید دیگری نیز وجود دارد. ممکن است دانش‌آموزی به این نکته توجه کند که در هر شبکه‌ی شطرنجی، بین تعداد خطوط موازی و تعداد مستطیل‌ها، رابطه وجوددارد. برای رسم هر مستطیل، دو جفت خط موازی لازم است. مثلاً در یک شبکه‌ی شطرنجی ۸×۸، به تعداد $\binom{۹}{۲}$ حالت انتخاب بین دو خط افقی و $\binom{۹}{۲}$ حالت انتخاب بین دو خط عمودی، وجود دارد. بنابراین، به تعداد $\binom{۹}{۲}\binom{۹}{۲}$ مستطیل در یک شبکه‌ی شطرنجی ۸×۸ وجود خواهد داشت و در حالت کلی، در هر شبکه‌ی $m \times n$ تعداد مستطیل‌ها برابر $\binom{n+1}{۲}\binom{m+1}{۲}$ است.



۸×۸	۷×۸	۶×۸	۵×۸	۴×۸	۳×۸	۲×۸	۱×۸
۸×۷	۷×۷	۶×۷	۵×۷	۴×۷	۳×۷	۲×۷	۱×۷
۸×۶	۷×۶	۶×۶	۵×۶	۴×۶	۳×۶	۲×۶	۱×۶
۸×۵	۷×۵	۶×۵	۵×۵	۴×۵	۳×۵	۲×۵	۱×۵
۸×۴	۷×۴	۶×۴	۵×۴	۴×۴	۳×۴	۲×۴	۱×۴
۸×۳	۷×۳	۶×۳	۵×۳	۴×۳	۳×۳	۲×۳	۱×۳
۸×۲	۷×۲	۶×۲	۵×۲	۴×۲	۳×۲	۲×۲	۱×۲
۸×۱	۷×۱	۶×۱	۵×۱	۴×۱	۳×۱	۲×۱	۱×۱

شکل ۶: شمارش مستطیل‌ها

پس تعداد آن‌ها از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود

$$\binom{n+1}{2}\binom{m+1}{2}=\frac{(n+1)!}{2!(n-1)!}\times\frac{(m+1)!}{2!(m-1)!}=\frac{(n+1)n}{2}\times\frac{(m+1)m}{2}$$

حال اگر قرار دهیم $m=n$، داریم

$$\binom{n+1}{2}\binom{n+1}{2}=\frac{(n+1)^2n^2}{4}$$

یعنی تعداد مستطیل‌ها در یک شبکه‌ی $n\times n$ برابر $\frac{(n+1)^2n^2}{4}$ می‌باشد. نباید چندان عجیب به نظر برسد اگر دانش‌آموزی که به دقت، راه‌حل‌های ارایه شده برای این مسأله راگوش کرده است، ادعاکند اتحاد زیر را کشف کرده است و می‌تواند آن را اثبات کند

$$(1+2+\cdots+n)^2=\frac{(n+1)^2n^2}{4}$$

دانش‌آموز دیگری که می‌تواند این تساوی را بدون توان دوم ببیند، کنجکاو خواهد شد که آیا این تساوی را قبلاً دیده است؟ آیا اثبات ساده‌تری برای آن وجود دارد؟

متنوع بودن راه‌حل‌هایی که دانش‌آموزان ارایه می‌کنند، بسیار با ارزش است، اما کار به اینجا ختم نمی‌شود. بحث بر سر این که کدام راه‌حل مناسب‌تر است انگیزه‌ای برای به اجرا درآمدن گفتمان ریاضی در کلاس است و درک و فهم دانش‌آموزان را در انجام دادن ریاضی و بازتاب داشتن بر آن‌چه انجام می‌شود، به دنبال خواهد داشت.

یکی از معیارهای انتخاب استراتژی مناسب‌تر، می‌تواند توانایی و قابلیت کارکرد آن استراتژی در تعمیم مسأله‌ی موردنظر باشد. مثلاً، مطرح شدن سؤالی که تعمیم یافته‌ی مسأله را در حالت سه بعدی مورد پرسش قرار می‌دهد، توانایی تصمیم گیری دانش‌آموزان را در انتخاب استراتژی مناسب‌تر تقویت می‌کند.

گفتمان می‌تواند مشاهدات غیر رسمی را به سوی بحث‌هایی بکشد که موارد خاص در مورد راه‌حل مسأله را به نتایج عمومی و مجرد رهنمون شود. نقش گفتمان در استاندارد مربوط به اثبات و استدلال با مثال زیر توضیح داده شده است. معلم سؤال زیر را در کلاس مطرح می‌کند:

چهار عدد صحیح مثبت متوالی پیداکنید که مجموع آن‌ها برابر ۴۴ باشد.

دانش‌آموزان بعد از کمی تلاش متوجه می‌شوند که احتمالاً این اتفاق غیرممکن است. بنابراین آن‌ها ادعا می‌کنند چهار عدد صحیح مثبت متوالی که مجموع‌شان ۴۴ باشد وجودندارند. در این هنگام، معلم با طرح پرسشی مانند، «شما نتوانستید چنین اعدادی را پیدا کنید. چگونه مطمئن شویم که دیگران نیز نمی‌توانند چنین اعدادی را پیدا کنند؟» تفکر ریاضی آن‌ها را به چالش می‌گیرد. چنین گفتمان ریاضی به وضوح، اهمیت و لزوم اثبات و استدلال در ریاضی را برای دانش‌آموزان معلوم خواهد کرد.

هنگامی که دانش‌آموزان، اتصال‌ها و پیوندهای بین مباحث مختلف ریاضی را می‌بینند، می‌توانند این دید را که به ریاضی به عنوان یک کل نگاه کنند، تقویت نمایند. همان‌طور که دانش‌آموزان، دانسته‌های قبلی خودشان را از ریاضی، به هنگام یادگیری مفاهیم جدید، سازمان‌دهی مجدد می‌کنند، در واقع از رابطه‌های بین موضوعات متنوع ریاضی آگاهی بیش‌تری می‌یابند. وقتی دانش ریاضی، قابلیت استفاده از گستره‌ی وسیع بازنمایی‌ها را ایجاد می‌کند و دسترسی به تکنولوژی و نرم‌افزارهای پیچیده را برای دانش‌آموزان افزایش می‌دهد، پیوندها و اتصال‌های بین علوم پایه و علوم اجتماعی، بیش‌تر نمایان شده و در نهایت، توانایی ریاضی بیش‌تری نصیب دانش‌آموزان می‌شود. بهترین مکان برای اطلاع یافتن از چنین ارتباط‌هایی بین علوم مختلف، کلاس درس، و بهترین وسیله برای درک اهمیت علوم ریاضی و آگاهی از نقش آن در بین سایر علوم، گفتمان ریاضی است.

مثال زیر، نقش گفتمان را در استاندارد اتصال‌ها بیان می‌کند.

وقتی آقای رابینسون داستان زیر را مطرح کرد، دانش‌آموزان با مسأله‌ی جانبی روبه‌رو شدند:

همان‌طور که اغلب شما احتمالاً می‌دانید، من یک حیاط به شکل مثلث قائم‌الزاویه و یک سگ باوفا به‌نام فیدو دارم. می‌خواهم وقتی مدت کوتاهی جایی می‌روم، فیدو از حیاط مراقبت کند. می‌خواهم با کوتاه‌ترین طول طناب، فیدو را در نقطه‌ای از حیاط محکم ببندم به طوری که به هر نقطه از حیاط برسد. مشکل این است که نمی‌دانم باید سرطناب را در کجای حیاط به زمین بکوبم ([۴۴]، ص ۳۵۵).

جنیفر بلافاصله با گفتن جمله‌ی زیر دست به کار شد؛ «می‌توانیم با استفاده از کامپیوتر یک شکل طراحی کنیم.» آقای

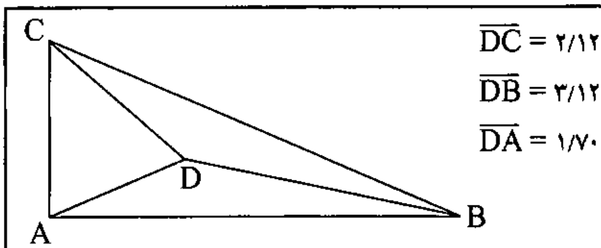
رابینسون همین‌طور که در کلاس می‌گشت، فعالیت‌های گروه‌ها و پیشرفت کارشان را زیر نظر داشت. در اولین نگاه به نظر می‌رسید که گروه جنیفر به طور تصادفی نقطه‌ها را امتحان می‌کردند. بعد از مدتی به نظر رسید که نظمی در کارشان به وجود آمده است. معلم برای ارزیابی کار اعضای گروه از آن‌ها درباره‌ی پیشرفت کارشان پرسید.

معلم: جو پیشرفت کار چطور است؟

جو: سعی می‌کنیم محل نقطه را پیدا کنیم.

جف: نقطه را نباید نزدیک گوشه‌ها انتخاب کنیم.

جنیفر: پیداش کردم. می‌خواهم طول این‌ها با هم برابر باشه.



شکل ۷

آقای رابینسون قبل از این که به گروه‌های دیگر سر بزنند، کمی بیش‌تر با آن‌ها کار کرد تا پنداشت‌هایشان روشن‌تر شوند. آن‌ها پیشنهاد جنیفر را که به نظر منطقی می‌رسید، قبول کردند. هدف تبدیل شده بود به پیدا کردن موقعیت نقطه‌ی D به طوری که طول DA، DB و DC به یک اندازه باشد. زمانی که آقای رابینسون برگشت، گروه به این نتیجه رسیده بود که نقطه‌ی D باید در وسط وتر باشد وگرنه نمی‌تواند از B و C به یک فاصله باشد. آقای رابینسون با این که می‌دانست استدلال ارایه شده از طرف گروه به اندازه‌ی کافی صحیح نیست، اما تصمیم گرفت مداخله نکند. در عوض سؤال زیر را مطرح کرد:

معلم: چه چیز دیگری لازم است بدانید؟

جف: ما هنوز مطمئن نیستیم که آیا D از همه‌ی رأس‌ها به یک فاصله است؟

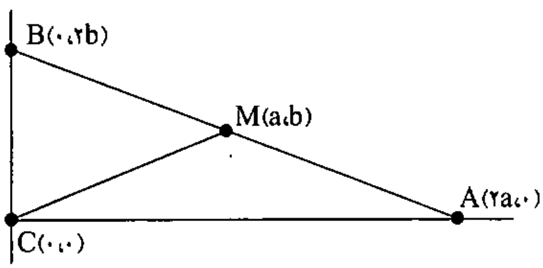
جنیفر: باید باشد. حداقل من این‌طور فکر می‌کنم. به نظر می‌رسد آن وسط یک دایره است.

مکالمات داخلی گروهی ادامه داشت تا چندین گروه مورد مشاهده قرار گرفت که حدس‌های مشابه گروه جنیفر را داشتند.

آقای رابینسون تمام کلاس را جمع کرد تا در مورد مسأله بحث کنند. هنگامی که دانش‌آموزان در پیشنهادی هم‌نوا بودند، او آن را روی تخته می‌نوشت.

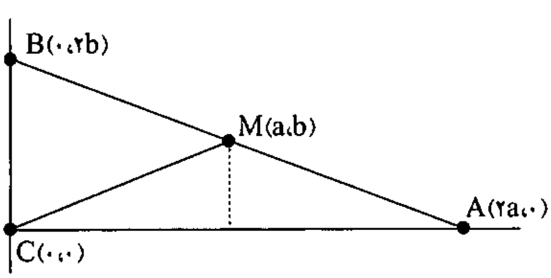
حدسیه: وسط وتر در مثلث قائم‌الزاویه از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

او سپس از دانش‌آموزان خواست که به گروه‌هایشان برگردند و در جهت ارایه‌ی اثبات یا مثال نقض، تلاش کنند. گروه‌ها به کارشان ادامه دادند تا اثباتی را ترتیب بدهند و بالاخره، یک گروه، اعضایی را برای ارایه در پای تخته انتخاب کرد. مثل همیشه، معلم بر این مطلب تأکید داشت که احتمالاً چندین روش متفاوت برای اثبات یا رد این حدسیه وجود دارد. آلفونس به نمایندگی یکی از گروه‌ها، با ارایه‌ی شکل زیر، با افتخار گفت که ایده‌اش را از قضیه‌ی فیثاغورس گرفته است.



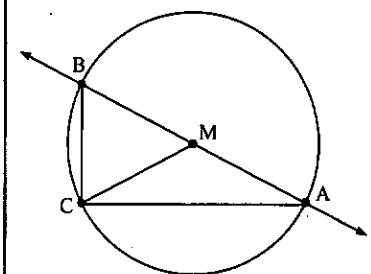
شکل ۸

آقای رابینسون بعد از این که به راه‌حل ارایه شده به دقت گوش داد، به کلاس خاطر نشان کرد که اگر عمودی را از نقطه‌ی M به AC رسم کنند، هر یک از دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی حاصل، طول و عرضی به اندازه‌ی a و b خواهند داشت. بنابراین، طول وتر آن‌ها یعنی MC و MA مساوی و برابر $\sqrt{a^۲ + b^۲}$ خواهند بود.



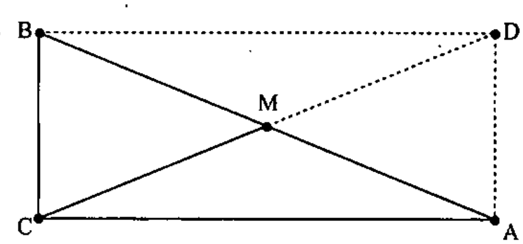
شکل ۹

گروه جنیفر از همان روش سه نقطه‌ی A، B و C که روی یک دایره هستند، استفاده کرد. بعد از گفتگوهای زیاد و سؤال‌هایی که آقای رابینسون مطرح کرد، بالاخره با استفاده از ویژگی‌های زاویه‌های محاطی، راه‌حل زیر ارایه شد.



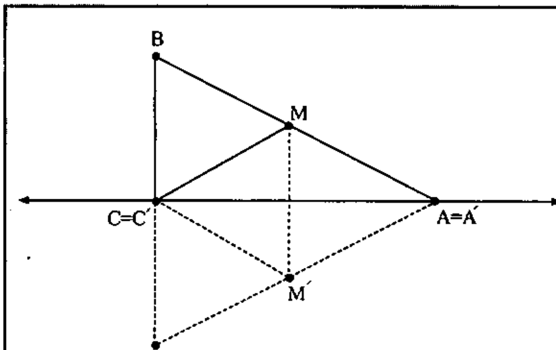
شکل ۱۰

پدرو راه‌حل گروه‌اش را که مستطیلی بر روی سه رأس مثلث ساخته بودند، مطابق شکل زیر ارایه کرد. استدلالشان بر پایه‌ی ویژگی‌های قطرها در مستطیل بود.



شکل ۱۱

آنا با استفاده از تقارن هندسی از روی شکل زیر، راه‌حل دیگری ارایه کرد.

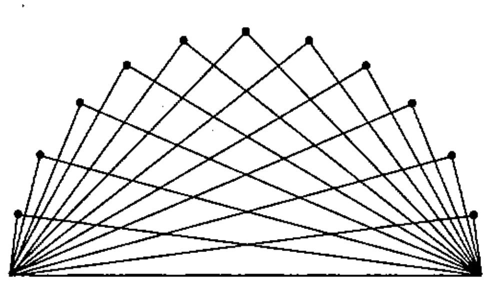


شکل ۱۲

چون M و M′ در وسط $\overline{AB}$ و $\overline{A'B'}$ قرار دارند، مثلث MAM′ متشابه با مثلث BAB′ خواهد بود که هر یک از ساق‌های مثلث کوچک‌تر نصف ساق‌های متناظرش در مثلث بزرگ‌تر است. همین رابطه، بین دو مثلث BMC و BAB′ نیز برقرار است. با توجه به این مطلب که مثلث BAB′ متساوی‌الساقین است (یعنی $\overline{BA} = \overline{B'A}$) می‌توان نتیجه گرفت که مثلث MAM′ هم‌نهشت مثلث CMB است و از آن‌جا نتیجه می‌شود که CM=MA.

آقای رابینسون به دانش‌آموزانش به خاطر راه‌حل‌های مختلفی که ارایه کرده بودند، تبریک گفت. او سپس بعضی از پنداشت‌های ریاضی مانند هم‌نهشتی و قضیه‌ی فیثاغورس را که عملاً به کار رفته بودند، دوباره یادآوری کرد و چگونگی پیوند و اتصال بین آن‌ها را مورد تأکید قرار داد. با این بازگشت به عقب و مرور مجدد، دانش‌آموزان ارتباط و اتصال بین مختصات هندسی، هندسه‌ی اقلیدسی، انتقال هندسی و رویکردهای متفاوت در استفاده از آن‌ها را دیدند. آقای رابینسون همیشه به دانش‌آموزانش یادآوری می‌کند که دم دست داشتن تمام این ابزارهای ریاضی در «جعبه ابزاری» به نام دانش ریاضی، مفید خواهد بود. زیرا هر یک از آن‌ها، احتمالاً کلید حل مسأله‌ی بعدی است که با آن مواجه خواهند شد.

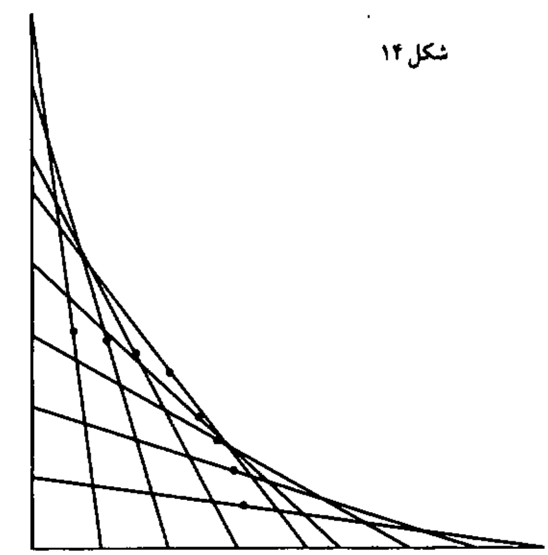
مثال‌هایی از قبیل آن‌چه گذشت، پرسش‌های زیادی را در ذهن دانش‌آموزان مطرح می‌کند که آن‌ها را علاقه‌مند به تحقیق در مورد ندانسته‌هایشان می‌کند. یکی از گروه‌ها در ادامه تصمیم گرفت مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای را که وتر ثابتی دارند، پیداکنند. آن‌ها شکل زیر را خلق کردند.



شکل ۱۳

گروه دیگری تصمیم گرفت که زاویه‌ی قائمه را در یک نقطه

ثابت گرفته و آن دسته مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای را که دارای طول وتر یکسان هستند، پیداکنند. آن‌ها شکل ۱۴ را به دست آوردند.


شکل ۱۴

آن‌ها مشاهده کردند که نقاط وسط وترهای چنین مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای، کمانی از دایره است.

با این که ظاهراً دانش‌آموزان، مسأله و حل آن را فهمیده بودند، آقای رابینسون چالش جدیدی پیش روی آن‌ها گذاشت. آیا می‌توان این مطلب را دردنیای واقعی به صورت مسأله‌ی متفاوتی مطرح کرد؟ اغلب دانش‌آموزان مسایلی شبیه به مسأله‌ی اولی را با تغییرات جزئی مطرح کردند. در نهایت یکی از گروه‌ها، آزمایشی را ترتیب داد. آن‌ها روی صفحه‌ی سفیدی یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کردند و در هر گوشه‌ی آن شمعی (با ارتفاع مساوی) روشن کردند و قطعه چوبی را که ارتفاعش از ارتفاع شمع‌ها کوچک‌تر بود در صفحه حرکت دادند. اندازه‌ی سایه‌های آن تکه چوب به نسبت دوری و نزدیکی از شمع‌ها، کم وزیاد می‌شد. تنها زمانی که شمع در وسط وتر مثلث قائم‌الزاویه قرار گرفت هر سه سایه‌ی آن با هم برابر شد. مشاهده‌ی این تجربه هم آقای رابینسون و هم دانش‌آموزان به وجد آورد.

مثال‌هایی که در بخش مربوط به استاندارد اتصال‌ها آمده‌اند برای حل شدن، شدیداً به تبادل اطلاعات وابسته‌اند، و تبادل اطلاعات، جنبه‌ای از گفتمان ریاضی است.

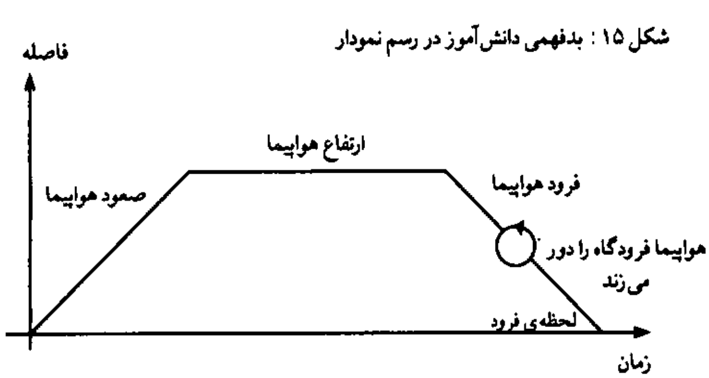
● کانفری[۳۱] (۱۹۹۰) و اسمیت، دی سیبسا[۳۲] و راشل[۳۳] (۱۹۹۳) در تحقیقات خود، دریافتند که اغلب دانش‌آموزان، آن‌چه را که معلمان به طور شگفت‌آوری روشن و واضح تصور می‌کنند، به چیزی متفاوت از آن‌چه معلمان آن‌ها در نظر داشته‌اند، تعبیر می‌کنند.

● هم‌چنین هال[۳۴] و همکاران (۱۹۸۹) و کانفری (۱۹۹۱)، به این مطلب اشاره داشته‌اند که دانش‌آموزان، ممکن است بازنمایی برای محتوای ریاضی اختراع کنند که وابسته به خصوصیات فردی آن‌ها باشد و برای خودشان معنی‌دار باشد، در حالی که شبیه بازنمایی‌های ریاضی معمول و متقاعدکننده، نباشد.

مثال زیر، از کتاب حسابان هافز- هالت[۳۵] (۱۹۹۴) در بخش مربوط به استاندارد بازنمایی نقل شده است. دراین مثال که بُعد دیگری از گفتمان را بیان می‌کند، بیان شفاهی و نوشتاری تصورات و پنداشت‌های دانش‌آموزان، امکان ارزیابی آن‌ها را برای معلم مهیا کرده است. در واقع، نمودار نادرست یکی از دانش‌آموزان به معلم این فرصت را می‌دهد که درباره‌ی بدفهمی دانش‌آموزان، بصیرت بیش‌تری پیداکنند. ([۳۱]، نقل شده از [۴۴]).

هواپیمایی از فرودگاهی نزدیک سیاتل[۳۶] در واشینگتن به فرودگاهی در لوس آنجلس در حال پرواز است و مجبور است قبل از اجازه‌ی فرود، چندین بار فرودگاه مقصد را دور بزند. نمودار فاصله‌ی هواپیما از مبدأ تا مقصد بر حسب زمان، از لحظه‌ی حرکت تا فرود را رسم کنید.

شکل ۱۵ : بدفهمی دانش‌آموز در رسم نمودار

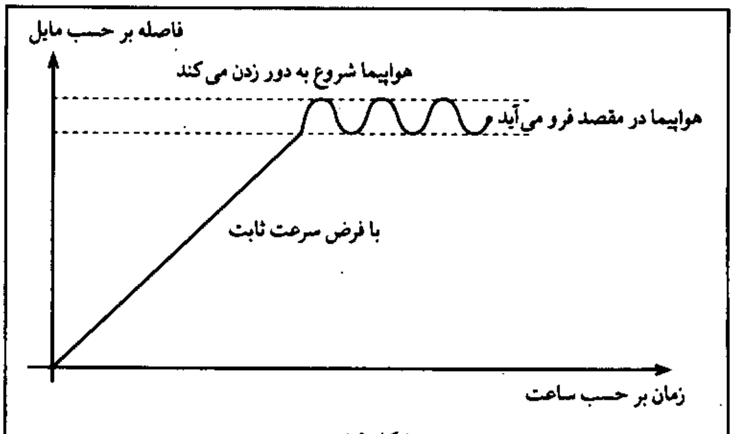


دانش‌آموزان می‌توانند به طور گروهی یا فردی کار کنند اما معلم از آن‌ها می‌خواهد در هر صورت، کارشان را به هم‌کلاسی‌های خود ارایه دهند. به این دلیل که وقتی انتقاد کردن به جریان می‌افتد، دانش‌آموزان به طور قابل توجهی، گفتمان ریاضی را تمرین و تجربه می‌کنند.

یکی از دانش‌آموزان، نمودار ۱۵ را رسم کرد.

داگدل[۳۷] (۱۹۹۳) و لینهارد[۳۸]، زس لاوسکی[۳۹] و استین[۴۰] (۱۹۹۰)، بر این عقیده‌اند که این نمودار یکی از بدفهمی‌های غیرعادی را نشان می‌دهد که زبان به کار رفته در مسأله به طور نامناسبی به نمودار انتقال داده شده است.

بازنمایی‌هایی به این شکل، می‌تواند به مکالمات جالبی در کلاس دامن بزند، و این که دانش‌آموزان چه مفاهیمی از نمودار را درک کرده‌اند، آشکار کند. این آشکارسازی، به معلم این موقعیت برتر را می‌بخشد که کلاس را به سمت بازنمایی درستی مانند آن‌چه در ادامه آمده است، رهنمون شود.



شکل ۱۶

در تمام این مثال‌ها، عمل صورت‌بندی پنداشت‌ها برای در میان گذاشتن اطلاعات یا بحث برای متقاعد کردن دیگران، به عنوان یک بخش مهم از یادگیری ریاضی مطرح است.

● موسکوویچ (۱۹۹۸) و بوراسی (۱۹۹۲)، معتقد هستند زمانی که پنداشت‌ها مبادله می‌شوند و مورد انتقادات متفکرانه قرار می‌گیرند، پالایش می‌شوند و ارتقا می‌یابند. و به هنگام گفتمان، دانش‌آموزان مهارت‌هایشان را در انتقاد کردن و دنبال کردن منطق دیگران، بهبود می‌بخشند. در واقع، همان طور که دانش‌آموزان شفاف‌تر و منسجم‌تر به گفتمان ریاضی می‌پردازند، یعنی توصیف‌های زبانی درست از مفاهیم و بازنمایی‌های ریاضی مناسب در حل مسأله ارایه می‌کنند، تبدیل به متفکران ریاضی بهتری می‌شوند.

ادامه‌ی مقاله و منابع آن، در شماره‌ی آینده به چاپ می‌رسد.

● گفتمان، معادلی برای واژه‌ی Communication انتخاب شده است.

زیرنویس‌ها

1. Hatano
2. Inagaki
3. Cobb
4. Wood
5. Yakel
6. Silver
7. Smith
8. Nelson
9. Silver
10. Kilpatrick
11. Schlesinger
12. Misconceptions
13. Think Aloud
14. Lampert
15. Facts
16. Spreadsheets (such as Access, Excel)
17. Talk About Talking About Mathematics
18. Bransford
19. Brown
20. Cocking
21. Lampert
22. Schifter
23. Bastable
24. Russell
25. Hiebert
26. Kouba
27. Zawojewsk
38. Strutchens
29. Borasi
30. Moschkovich
31. Confrey
32. diSessa
33. Roschelle
34. Hall
35. Hughes - Hallett
36. Seattle
37. Dugdale
38. Leinhardt
39. Zaslavsky
40. Stein

ظرفیت‌های ایجاد شده برای تولید مقاله

زهرا گویا
دانشگاه شهید بهشتی

طی چند ماه گذشته، به عنوان عضو کمیته‌ی علمی هشتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، مشاهداتی داشته‌ام که فکر می‌کنم در میان گذاشتن آن‌ها با اعضای محترم جامعه‌ی ریاضی به خصوص معلمان عزیز ریاضی، مفید باشد. به‌ویژه، در حین داوری چکیده‌های مقالات ارسالی به کنفرانس، به مواردی برخوردم که طرح آن‌ها را در مجله، مغتنم می‌دانم.

۱. تعداد چکیده‌های قابل قبول زیاد بودند و این امر، نشان‌دهنده‌ی ظرفیت‌های جدیدی است که در سطح جامعه‌ی آموزش ریاضی ایران ایجاد شده است.

۲. در بعضی موارد، نویسندگان سعی کرده بودند که با استفاده از زیرمحورهای معرفی شده در اولین فراخوان، مطلب خود را شکل دهند و این امر ـ یعنی معرفی زیرمحورها ـ بیش‌تر باعث مشکل شده بود تا این که مشکل‌گشا باشد. یک نمونه‌ی مشخص این امر، زیرمحور «آموزش ریاضی و علوم شناختی» بود که تعداد زیادی، فقط با استفاده از عنوان، به سراغ کتاب‌های درسی حوزه‌ی روان‌شناسی و علوم شناختی رفته و بخشی از آن منابع را رونویسی کرده بودند؛ که استفاده از کتاب «هوش‌های چندگانه» گاردنر در این زمینه، قابل توجه بود.

۳. بعضی از معلمان، پروژه‌هایی را که برای طرح «اقدام‌پژوهی» تهیه کرده بودند و به نظر می‌رسید که قبلاً، امتیاز آن‌ها را گرفته بودند ـ مجدداً برای کنفرانس فرستاده بودند.

۴. بسیاری از ارسال‌کنندگان چکیده‌ها، با وجودی که ایده‌های جالبی داشتند و حرف‌های زیادی برای گفتن؛ نتوانسته بودند که ایده‌ها و حرف‌های خود را در قالب یک متن علمی بگنجانند.

۵. حضور دانش‌آموختگان جدید و معلمان جوان‌تر، چشم‌گیرتر از معلمان قدیمی‌تر بود و مشخصات ارسال‌کنندگان چکیده‌ها، مؤید این امر بود.

۶. بعضی از پژوهشگران حوزه‌ی روان‌شناسی و علوم تربیتی، گزارش پژوهش‌های خود را که قبلاً انجام داده بودند ـ و محتمل است که مشابه همین گزارش‌ها را قبلاً در کنفرانس‌ها یا مجلات دیگری مربوط به حوزه‌ی تخصصی خودشان ارایه یا چاپ کرده باشند ـ به این کنفرانس ارسال نموده بودند.

۷. بعضی از چکیده‌های ارسالی، ارتباطی با چکیده نداشتند و نوشته‌هایی با حجم بسیار زیاد بودند که بیش‌تر به جزوه‌های درسی شبیه بودند تا به کارهای پژوهشی.

چند پیشنهاد با توجه به موارد بالا

هفت پیشنهاد زیر، با توجه به هفت مورد بالا ارایه می‌شوند. لازم به توضیح است که این پیشنهادها، ایده‌های خامی هستند که اجرایی شدن آن‌ها، نیازمند دقت‌نظر و بررسی‌های عمیق است؛ برای هر مورد، یک پیشنهاد ارایه شده است.

پیشنهاد می‌شود که:

۱. ظرفیت ایجاد شده در سطح کشور محترم شمرده شود و حتماً در منابع خبری، نسبت به آن، اطلاع‌رسانی گردد. همت حدود ۹۰۰ نفر که اقدام به ارسال بیش از ۷۴۰ چکیده کرده بودند (بعضی چکیده‌ها مشترک بودند)، قابل تقدیر است.

۲. برای کنفرانس‌های آتی، در انتخاب محورها و زیرمحورها دقت بیش‌تری به عمل آید. پیشنهاد مشخص این است که محورها کلی‌تر انتخاب شوند و تأکید زیادی بر ارایه‌ی زیرمحورها نشود.

۳. برای کنفرانس‌های آتی، فرایند داوری تشریح شود و به صراحت، به اطلاع جامعه‌ی علمی برسد که استفاده از اثر قبلاً ارایه شده یا چاپ شده، هم از نظر علمی و هم از نظر اخلاق علمی، کاری ناشایست است و در بسیاری کشورها، جرم محسوب می‌شود.

۴. یک کارگاه مقاله‌نویسی در کنفرانس برگزار شود و در آن، به مشتاقان فعالیت‌های علمی ـ پژوهشی در حوزه‌ی آموزش ریاضی، چگونگی تبدیل یک ایده‌ی جالب به یک مقاله‌ی علمی ـ پژوهشی، آموزش داده شود. هم‌چنین، مجموعه‌ای به صورت کارگاه، میزگرد یا سخنرانی پیش‌بینی شود و در آن، راجع به چیستی تحقیقات

آموزش ریاضی بحث و گفت‌وگو شود و حاصل این مجموعه به صورت مکتوب، در اختیار علاقه‌مندان قرار گیرد.

۵. با نشان دادن نقاط قوت دانش‌آموختگان جدید و معلمان جوان‌تر، و با تأکید بر ضرورت نظریه‌پردازی نسبت به تجارب عملی تدریس، هم پلی بین دو نسل معلمان زده شود و هم، سازوکارهای حمایتی از معلمان ریاضی جوان‌تر و با توانایی پژوهشی بالقوه، ایجاد گردد.

۶. با انتشار مطالب تحلیلی و دقیق، مرز بین روان‌شناسی تربیتی و نوع استفاده از ریاضی در آن با روان‌شناسی آموزش ریاضی و ویژگی‌های آن روشن‌تر شود. این امر به این مهم کمک می‌کند که هر پژوهشگر حوزه‌ی روان‌شناسی تربیتی که به نوعی از ابزارهای ریاضی استفاده کرده است و انواع آزمون‌های آماری را برای بررسی تأثیر این ابزارها بر توانایی ریاضی اجرا کرده است ـ بدون ارتباط مستقیم اثر خود با آموزش ریاضی ـ آن را برای کنفرانس آموزش ریاضی ارسال نکند. تأکید بر این نکته بسیار مهم است که آموزش ریاضی چیست و ارتباط هر اثر با آن کدام است.

۷. به ارسال‌کنندگان مقاله‌ها تذکر داده شود که حداکثر تعداد صفحات و حداقل تعداد صفحات چند است تا با کتابچه‌ها، جزوه‌ها، پیش‌نویس کتاب‌ها، گزارش‌های تفصیلی پژوهش‌های انجام شده، طرح‌های اقدام‌پژوهی و نظایر آن‌ها به عنوان مقاله مواجه نشویم. هم‌چنین، تأکید بر چارچوب علمی و تحریری مقاله از طرف کنفرانس به علاقه‌مندان تهیه‌ی مقاله، ضروری است.

بالاخره، به پژوهشگران بالقوه این نکته‌ی مهم تذکر داده شود که مقاله‌نویسی، بیش از هر چیز نیازمند بنیه‌ی علمی، دقت‌نظر و توانایی استدلال، اصالت و نوآوری است. لازم است که پژوهشگران جوان، با علم، هنر و فرهنگ مقاله‌نویسی آشنا شوند و مراقب باشند که در تولید هر اثر، حتماً رعایت انصاف و اخلاق علمی را بکنند.

از لابه‌لای خاطرات پیشکسوتان

استدلال و آموزش

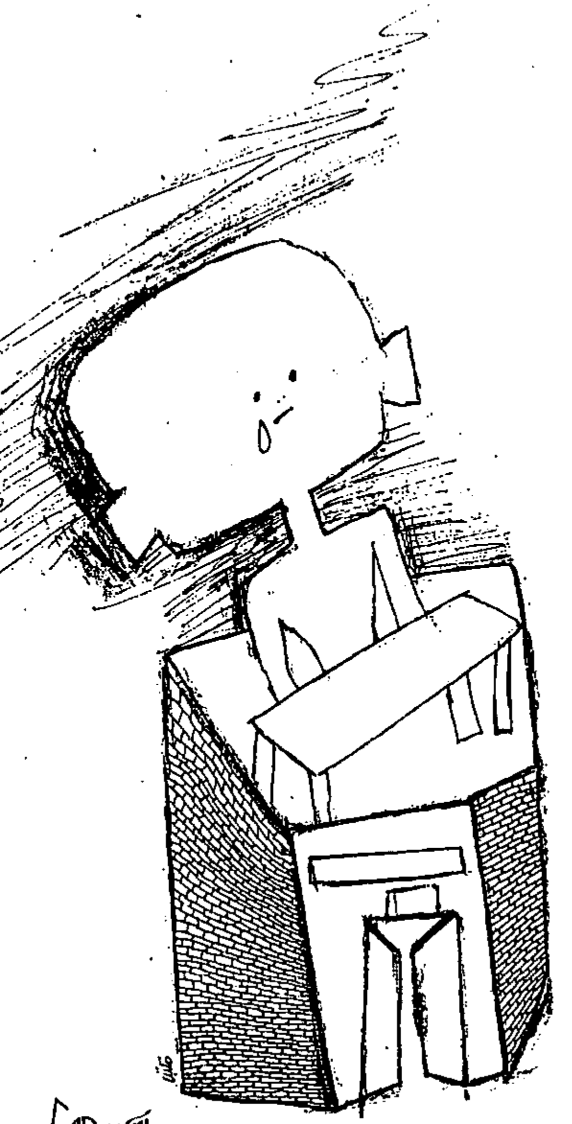
میرزا جلیلی
عضو هیأت تحریریه‌ی رشد آموزش ریاضی

وقتی کتاب‌های دوره ابتدایی تغییر کرده بود، ما در تهران و شهرستان‌ها، معلمین را با شیوه‌ی تدریس کتاب‌ها آشنا می‌ساختیم. در یکی از این کلاس‌ها، مسؤول ضمن خدمت منطقه، نامه‌ی مدیر یک مدرسه را به دست من داد که در آن خواسته شده بود برای حل دعوای یک معلم و اولیای بچه‌ها، به او کمک کنیم. به آن مدرسه رفتم.

معلمی در آخرین لحظات قبل از امتحان تصمیم می‌گیرد برای هم‌آهنگی با سایر کلاس‌ها از قسمت جمع هم یک مسأله بدهد. آن مسأله چنین بود:

۵ گل در باغچه بودند. پروین ۴ گل کاشت. پروین چند تا گل کاشت؟

دانش‌آموزانی که مطلب را کلیشه‌ای یاد گرفته بودند، نوشته بودند: ۹=۴+۵. اما چند نفر از بچه‌ها هم جواب داده بودند. ۴ تا. معلم به دسته‌ی اول نمره‌ی کامل داده بود، اما پاسخ دسته‌ی دوم را اشتباه تشخیص داده بود. وقتی برگه‌ها به خانه برده می‌شود، اولیای بعضی از دانش‌آموزان که جواب ۴ داده بودند، به مدرسه مراجعه کرده و نسبت به نمره‌ی فرزند خود، اعتراض می‌کنند. من با معلم صحبت کردم. او گفت در کتاب هم همین طور حل شده و جواب ۹ است! کتاب را باز کردیم. نوشته بود:



در گلدان ۴ گل بود. زهرا هم ۵ گل کاشت. چند تا گل در گلدان است؟

متوجه شدم که در ذهن معلم مسأله این طور شکل گرفته بود که پروین دیروز ۵ گل در باغچه کاشت و امروز ۴ گل. پروین چند تا گل در باغچه کاشت؟ **لذا توجه و دقت در ارایه‌ی صورت مسأله، از واجبات است.**

***

در تابستان ۱۳۵۴، یکی مقامات کشوری، نامه‌ای به عنوان وزیر آموزش و پرورش نوشته مدعی شده بود سؤالات ریاضی دبیر کلاس اول فلان مدرسه، در سطح توان دانش‌آموزان نبوده، در نتیجه نمره‌ی فرزند او به حد نصاب قبولی نرسیده است و او نسبت به این موضوع، اعتراض و تقاضای رسیدگی داشت.

این نامه از طرف وزارتخانه به شادروان احمد بیرشک، ارجاع شده بود و آن مرحوم در حاشیه‌ی آن نوشته بود «در این مورد فلانی اولی است» و نامه را پیش من فرستادند.

با مدرسه تماس گرفتم و گفتم من در فلان روز به دبیرستان می‌آیم. لطفاً دبیر مربوط را هم خبر کنید. در آن‌جا سؤالات را بررسی کردم در میان آن‌ها، سؤال زیر دیده می‌شد:

ثابت کنید مجموعه‌ی اعداد حقیقی، با بازه‌ی [۱ و ۰] هم‌ارز است.

دختری شاکی در برگه‌ی خود زیر این سؤال نوشته بود: «این سئوال از توان ما خارج است.»

برگه‌های دیگر را نگاه کردم، بعضی‌ها نوشته بودند این مسأله غلط است و نمی‌تواند درست باشد. با دبیر صحبت کردم. متوجه شدم که دانشجو است. از او خواستم خودش درستی مطلب را ثابت کند. اما خود او هم حق مطلب را ادا نکرد، چرا که او باید ثابت می‌کرد دو تابع زیر، یک به یک و پوشا هستند

$$f:[0,1]\to[a,b]$$
$$x\to(b-a)x+a$$

و

$$g:[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]\to\mathbb{R}$$
$$x\to\tan x$$

و از آن‌جا نتیجه می‌گرفت $\mathbb{R}\simeq[0,1]$.

***

مدتی با زنده‌یاد حسین غیور، در یک مدرسه تدریس می‌کردیم. یک روز بعد از زنگ تفریح دیدم مدادی در دست دارد و سرش روی کاغذ است. گفتم: فلانی مثل این‌که سخت مشغولید؟ گفت: دبیری، صبح در امتحان یک سؤال هندسه داده است که من از اول ساعت مشغول فکر کردن روی آن هستم و هنوز حل نشده است. آخر بگو مرد حسابی این چه طرز سؤال دادن است؟! ایشان اضافه می‌کرد بعضی از همکاران سؤال مشکل دادن را جزو امتیازات خود می‌دانند!

توان فکری دانش‌آموزان محدود، لذا استدلال سنگین و زودرس نه تنها مفید واقع نمی‌شود بلکه بچه‌ها را از آن‌چه استدلال است بیزار می‌کند.

***

مطلب دیگر، نقل روایتی از زنده‌یاد حسین مجذوب است که می‌گفت معلم هندسه‌ی ما در دبیرستان رازی، یک فرانسوی بود و همیشه بچه‌ها را تشویق می‌کرد که روی مسایل مطرح شده فکر کنند و به آسانی آن را رها نسازند.

حتی اصرار داشت که بچه‌ها روی برهان قضایای خوانده شده نیز تعمق نمایند و سعی کنند راه‌حل جدیدی، غیر از آن چه در جزوه آمده است، پیدا کنند. او اضافه می‌کرد که برای قضیه‌ی فیثاغورث تاکنون ده‌ها راه‌حل ارایه شده است. هم‌چنین برای قضیه‌ی «مجموعه‌ی اعداد اول نامتناهی است» استدلال‌های متنوعی وجود دارد.

اگر بعضی از مسایلی که داده بود، بچه‌ها حل نکرده بودند، خود اوهم حل نمی‌کرد و باز به بچه‌ها فرصت می‌داد تا فکر کنند و راه‌حل را پیدا کنند و به حل کننده امتیاز می‌داد. در آخر ترم (یا ثلث)، اگر مسایلی حل نشده باقی مانده بود، آن‌گاه آن‌ها را حل می‌کرد. تکیه کلام او این بود که من به جای حل مسأله، باید نحوه‌ی فکر کردن روی مسأله را به شما یاد بدهم. از کلاس انتظار دارم که وقتی مسأله‌ای داده می‌شود، ۱۴ راه‌حل به من ارایه دهید (تعداد دانش‌آموزان کلاس، ۱۴ نفر بود).

یک روز وقتی کلاس ما تعطیل شد، برف سنگینی حیاط مدرسه را سفیدپوش کرده بود. با هم از سالن بیرون آمدیم که به طرف در خروجی برویم. او با صدای بلند گفت: بچه‌ها صبر کنید. من ابتدا می‌روم بعد شما سعی کنید درست پا جای پای من بگذارید و به طرف در حیاط حرکت کنید. او رفت. ما یکی یکی به گفته‌ی او عمل کردیم. کار بسیار مشکل بود و اغلب بچه‌ها قادر به انجام آن نشدند.

در آخر گفت: بچه‌ها، حل مسأله‌ی هندسه هم همین طور است. هرکس باید برای خود، راه‌حل پیدا کند. استفاده از راه‌حل دیگران، یعنی پا در جای پای دیگران گذاشتن؛ و دیدید که چقدر این کار مشکل است. ولی مستقل عمل کردن، چقدر ساده‌تر است.

اینک خاطره‌ی دیگری، شما مقایسه کنید! روزی در دبیرستان البرز، امتحان داشتیم. قبل از شروع، کلاس دیگری در سالن، امتحان هندسه می‌داد و من ناگزیر تا پایان آن امتحان، در سالن قدم زدم. از چند نفر سئوال کردم: مسایل چطور است؟

دانش‌آموزی گفت: مسأله‌ی اولی از حل‌المسایل صفاری و قربانی است، مسأله‌ی دومی از حل‌المسایل شهریاری ـ ازگمی است و مسأله‌ی سومی از حل‌المسایل... دیدم این بنده‌ی خدا، مسایل تمام حل‌المسایل‌ها را حفظ کرده و حاضر در ذهن دارد!

آموزش ریاضی یا آموزش مهارت‌های محاسباتی؟

عباس قیاسی فتح‌آباد
دبیر ریاضی ناحیه‌ی ۱ شهر ری

بارها سؤالی ذهنم را به‌خود مشغول کرده، نظیر این‌که چرا ریاضی می‌آموزیم و در دنیای امروز ریاضی‌دان به چه کسی اطلاق می‌شود؟ آیا کسی که تعداد زیادی ابزارهای ریاضی را در اختیار داشته باشد یک ریاضی‌دان است؟

به نظر می‌رسد روند آموزشی کشور ما به گونه‌ای پیش می‌رود که جواب سؤال دوم را مثبت می‌دهد. البته داشتن ابزارهای ریاضی یک نیاز مهم و غیرقابل انکار است. اما سؤال اینجاست که یک دانش‌آموز چگونه باید از این ابزارها برای حل مسایل خود، چه در کلاس و امتحان و چه در بیرون از کلاس، استفاده کند.

متأسفانه طی این سال‌ها، چنین وانمود شده (خصوصاً برای اولیای دانش‌آموزان) که اگر مثلاً دو دانش‌آموز، اولی a مقدار و دومی a+b مقدار ریاضی بدانند، دومی ریاضی‌دان‌تر است و چه هزینه‌ها که صرف نکرده‌اند تا با هر زحمتی بوده فرزندان خود را به مدارسی بفرستند که a+b مقدار ریاضی تدریس می‌کنند.

در حالی که برنامه‌های اکثر این مدارس در زمینه‌ی ریاضی این بوده که ذهن دانش‌آموزان خود را انباشته از انواع و اقسام تکنیک‌های محاسباتی کنند، بدون این‌که به رسالت بزرگ ریاضی که شفاف کردن ذهن و توسعه‌ی آن است، توجه خاصی مبذول دارند. در این راستا، مناسب دیدم تجربه‌ای را که چندی پیش در برخورد با یکی از دانش‌آموزان به‌دست آوردم، با سایر همکارانم در میان بگذارم.

این دانش‌آموز در کلاس سوم راهنمایی تحصیل می‌کرد. او در یک مدرسه‌ی غیرانتفاعی درس می‌خواهد و برخلاف مدارس دولتی که دانش‌آموزان در هفته ۴ ساعت ریاضی دارند، هفته‌ای ۱۰ ساعت ریاضی داشت. معدل این دانش‌آموز بالای ۱۸ بود، تکنیک‌های محاسباتی را خیلی خوب می‌دانست و در این زمینه حتی از کتاب درسی هم جلوتر بود. قرار بود این دانش‌آموز، در امتحان ورودی دبیرستان‌های خاصی شرکت کند و از من خواسته بود تا او را در این زمینه کمک کنم. اما همین دانش‌آموز، از پاسخ دادن به سؤال زیر ناتوان بود.

گنجایش هر اتوبوس ۳۲ مسافر است. برای جابه‌جا کردن ۳۶۰ مسافر، به چند اتوبوس نیاز است؟

این دانش‌آموز، برای حل این مسأله، از راه‌های مختلف استفاده کرد؛ تقسیم می‌کرد، تناسب می‌بست و... اما نتیجه یکسان بود و بعد از هر اقدام، اظهار می‌داشت: «آقا نمی‌شود!»

به او گفتم فرض کن مدیر کاروان ۳۶۰ نفری هستی و می‌خواهی آن‌ها را با اتوبوس‌هایی که هر کدام ۳۲ مسافر گنجایش دارند، به مسافرت ببری. آیا امکان ندارد؟

جالب این بود که جواب می‌داد چرا آقا، آن‌جا می‌شود، ولی این‌جا نمی‌شود! خلاصه این دانش‌آموز نتوانست به این سؤال پاسخ بدهد و حداکثر کاری که کرد این بود که تعداد اتوبوس‌ها را ۱۱/۲۵ به‌دست آورد!؟

به راستی چرا دانش‌آموزی که ۲/۵ برابر مدارس عادی با او ریاضی کار شده است، از پاسخ دادن به چنین سؤالی ناتوان است؟

قضاوت در این باره را به عهده‌ی شما معلمان، آموزشگران، دست‌اندرکاران نظام آموزشی و خلاصه تمام عزیزانی که به گونه‌ای دستی در آموزش دارند می‌گذارم. به امید روزی که ریاضیات در جامعه‌ی ما، جایگاه واقعی خود را پیدا کند.

والسلام

امروزه درهم‌تنیدگی علوم مختلف، رشته‌های متنوع و جالبی را ایجاد کرده است. وجود این رشته‌ها، لزوم ارتباط بین علوم مختلف را نشان می‌دهد. ارتباطی که بهتر است از کلاس درس و مدرسه شروع شود.

لازمه‌ی تربیت انسان‌هایی لایق و خشنود که آمادگی لازم برای زندگی در دنیای امروز و آینده را داشته باشند، آشنا کردن آن‌ها با شمایی از دنیای واقعی خارج از مدرسه است.

از این‌رو به نظر می‌رسد که متخصص بودن معلمان تنها در رشته‌ای خاصی، امروزه به تنهایی پاسخ‌گوی این نیاز دانش‌آموزان نمی‌باشد و نیاز به مطالعات بین‌رشته‌ای برای معلمان، ضروری است.

کتاب معرفی شده در زیر، کاربرد ریاضیات را در علم زیست‌شناسی مورد بررسی قرار داده است. سرآغاز خود کتاب جهت معرفی آن، مناسب به نظر می‌رسد که امیدوارم مورد توجه شما قرار گیرد.

زیست‌شناسی نوین

(کاربرد ریاضی در علم حیات)

نویسنده:

رابرت کک، ریچارد پترسون

مترجمان:

ابوالفضل عرب جوشقانی،

حسین رجائی شورچه،

فرید سمسارها

انتشارات: اندیشه‌سرا

سال نشر: ۱۳۸۴

بهاء: ۲۹۵۰ تومان

معرفی: آناهیتا اصلاح پذیر

دبیر ریاضی منطقه‌ی ۲ تهران

کتابی که پیش رو دارید، سرآغاز نگرشی جدید در علم بالنده‌ی زیست‌شناسی است. علمی که در زندگی پر فراز و نشیبش، دوره‌های تکاملی متعددی را طی کرده است و امروز زمان آن است که حوزه‌ی وسیع کیفیت و توصیف، قدم در وادی عمیق کیفیت و مقدار بگذارد. زمان آن است که علم پرعظمت حیات، ستون‌های نامریی هفت آسمان زیبایش را هر چه بیش‌تر بشناسد و بنمایاند. زمان آن‌که ابزار مقدار را در دست بگیرد و سایر علوم را در رشد خود سهیم بدارد.

موجود زنده، به عنوان کارآترین و اقتصادی‌ترین نمونه، در تمامی علوم (پایه و کاربردی) شناخته شده است و مدل‌سازی رفتارش، غایت آرزوهای هر علمی به شمار می‌رود. از این‌رو، شناخت هرچه بیش‌تر قوانین و روابط حاکم بر آن، راه‌کاری ضروری محسوب می‌شود. ارتباط بین گونه‌ها، تغییر و تحول گونه‌ها، رشد و مرگ جوامع سلولی، حرکت و پویایی ساختاری و عملکردی مولکول‌های زیستی و تغییر و تحول آن‌ها، روشن و خاموش شدن ژن‌ها در فرایند تمایز و هزاران هزار مفهوم بنیادین حاکم بر جامعه‌ی زیستی، همه و همه تابع الگوها و ضوابط گویای علم ریاضیات هستند و درک واقعی آن‌ها، تنها از این طریق ممکن می‌شود.

آری، در این میان، علم پرقدمت ریاضیات، به میدان آمده و نقش پرعظمت حیات را رنگی دوباره می‌زند. زبان گویای علم جهان، دریای پر وسعت علوم را ژرفایی دیگرگون می‌بخشد و در تبیین قوانین جهان‌شمول نقشی عظیم ایفا می‌نماید.

البته باید دانست، ارتباط بین ریاضیات و زیست‌شناسی، یک طرفه نبوده و علم محاسبات نیز، مفاهیم انتزاعی و اغلب دور از ذهن خود را، در نمونه‌های زیست‌شناختی، چهره‌ای ملموس و قابل درک می‌بخشد. ارتباط هم‌افزای این دو علم در کنار ارتباط با سایر علوم، شاهدی بر نظریه‌ی پر عظمت سیستمی، ذهن بشر را بیش از پیش، در یافتن ناپیداها یاری می‌کند و او را توانی دوچندان می‌بخشد. این کتاب ترجمه‌ای است از اثر قابل تحسین:

BIOMATH: Problem Solving For BIOLOGY Students
BY: Robert W. Kech & Richard R. Patterson (2000)

تجلیل از پروفسور مهدی رجبعلی‌پور در شصتمین سال تولدش

بیستم اسفندماه ۱۳۸۴

منبع خبر: دکتر اکبر نظری
رئیس گروه (بخش) ریاضی
دانشکده‌ی ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهیدباهنر کرمان

در مراسم گرامی‌داشت سی‌امین سال تأسیس گروه ریاضی و دهمین سال تأسیس دانشکده‌ی ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید باهنر کرمان، از خدمات ارزنده‌ی آموزشی، پژوهشی و اجرایی دکتر مهدی رجبعلی‌پور، استاد ریاضی دانشگاه و عضو پیوسته‌ی فرهنگستان علوم جمهوری اسلامی ایران و عضو هیأت تحریریه‌ی مجله رشد آموزش ریاضی، تجلیل به‌عمل آمد. در این مراسم که با حضور آقای دکتر محمدمهدی زاهدی، وزیر محترم علوم، تحقیقات و فناوری؛ رؤسای سابق دانشگاه؛ رییس انجمن ریاضی کشور؛ تنی چند از اساتید ریاضی دانشگاه‌های شهید بهشتی، صنعتی شریف، شیراز، اصفهان و رییس و معاونین دانشگاه و رییس، معاونین، اعضای هیأت علمی، رؤسای گروه‌های آموزشی، دانشجویان و کارکنان دانشکده‌ی ریاضی و کامپیوتر و تنی چند از مسئولین استان، در تالار وحدت دانشگاه شهیدباهنر کرمان برگزار شد، پس از خیرمقدم رییس محترم دانشکده، رییس محترم دانشگاه و رییس محترم دفتر نهاد نمایندگی مقام معظم رهبری در دانشگاه، ضمن تبریک سی‌امین سال تأسیس گروه ریاضی و دهمین سال تأسیس دانشکده‌ی ریاضی و کامپیوتر، از مقام علمی و انسانی استاد رجبعلی‌پور تجلیل کردند و سپس وزیر محترم علوم، تحقیقات و فناوری، در سخنانی از دکتر رجبعلی‌پور به‌عنوان استادی مبرز و دانشمندی متخلق به اخلاق حسنه و انسانی والا که چهره‌ی علمی او در ایران و جهان شناخته شده است، یاد کرد. پس از آن آقایان دکتر جواد بهبودیان، دکتر مهدی بهزاد، دکتر بیژن ظهوری زنگنه، دکتر جعفر زعفرانی، به معرفی شخصیت علمی، اجتماعی و اخلاقی استاد پرداختند و یکی از دانشجویان کارشناسی ارشد ریاضی، مقاله‌ای در رسای استاد قرائت نمود و اولین رییس گروه ریاضی، به ذکر چند خاطره پرداخت.

در خاتمه؛ لوح تقدیر و تبریک شصتمین سال تولد استاد از سوی مقام عالی وزارت و هم‌چنین لوح‌هایی که به همین عنوان توسط رییس محترم دانشگاه (آقای دکتر احمد امیری‌خراسانی) و رییس دانشکده (آقای دکتر محمدرضا فدائی) تهیه شده بود، توسط آقای دکتر محمدمهدی زاهدی به ایشان تقدیم شد و بعد از آن، دسته‌گل‌ها و هدایایی از سوی دانشجویان و تنی چند از مسؤولین، به وی اهدا شد.

اولین گردهمایی ریاضی خانه‌ی ریاضیات شهرستان ساوه

ارسال خبر: علی‌اکبر جاویدمهر
دبیر ریاضی ساوه

اولین گردهمایی ریاضی با حضور اساتید، دبیران، فارغ‌التحصیلان، دانشجویان و علاقه‌مندان ریاضی، در چهارم آذرماه ۸۴، با ابتکار و زحمات فراوان دست‌اندرکاران خانه‌ی ریاضیات و با همکاری شورای شهر، شهرداری و آموزش و پرورش، در سالن سلمان ساوجی اداره‌ی ارشاد اسلامی ساوه، با حضور حدود ۴۰۰ نفر علاقه‌مند، برگزار شد.

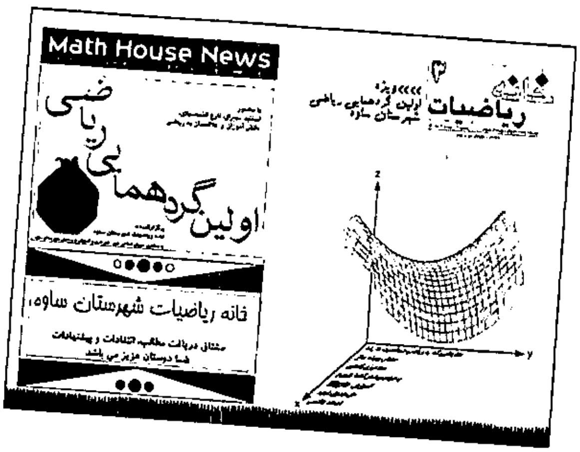
این گردهمایی، رأس ساعت ۹ صبح، با تلاوت کلام‌الله مجید و اجرای سرود جمهوری اسلامی آغاز شد.

ابتدا آقای مهندس ابطحی، ریاست محترم شورای اسلامی شهر، به شرکت‌کنندگان خیرمقدم گفت و سؤالی در رابطه با تعداد دانه‌های انار و تعداد شاخک‌های تاج انار مطرح کرد.

سپس، آقای علی سروش، ریاست محترم آموزش و پرورش، ضمن خیرمقدم، متن کاملی از چگونگی تشکیل خانه‌های ریاضی و اهداف آن‌ها قرائت کرد.

اولین سخنران همایش، دکتر علی پارسیان، عضو هیأت علمی دانشگاه امیرکبیر بود که در زمینه‌ی چگونگی پیدایش علم هندسه سخنرانی نمود.

از مدعوین دیگر، دکتر خردپژوه، استاد دانشگاه اصفهان و



مؤلف کتب درسی ریاضی و رئیس هیأت مدیره‌ی شورای خانه‌های ریاضیات و مدیر خانه‌ی ریاضیات اصفهان بود. وی نیز ضمن ابراز خرسندی از برگزاری گردهمایی و استقبال علاقه‌مندان، به‌خصوص فرهنگیان، آمادگی کامل خود را برای همکاری و تجهیز خانه‌ی ریاضیات ساوه اعلام داشت و بسیاری از تجربیات مفید خود را در این خصوص، صادقانه و صمیمانه بیان کرد و یادآور شد که مسئولین شهر نیز قول‌های مساعدی در این زمینه به وی داده‌اند.

پس از اجرای موسیقی، آقای علی بیات موحد، با ارایه‌ی زمینه‌ی محاسبات سریع ذهنی، موجب شگفتی حضار شده و بارها مورد تشویق و تحسین قرار گرفت.

خانم سعیده ممتازی، دانشجوی کارشناسی ارشد کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف نیز با توضیحات مفید، نرم‌افزار ریاضی Matlab را برای حضار معرفی و کاربرد آن را در زمینه‌های مختلف ریاضی بیان کرد.

هم‌چنین دکتر مجید گندمکار، عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی ساوه و سرپرست تیم رباتیک دانشگاه آزاد در مسابقات کانادا و حائز مقام‌های برتر، به بیان کاربردهای ریاضی در علم رباتیک پرداخت.

سپس آقای رضا عبادی، کارشناس ارشد شیمی و دبیر شیمی شهرستان ساوه، درباره‌ی اهمیت و کاربرد ریاضیات در شیمی، به سخنرانی پرداخت.

در این محفل علمی، ضمن تجلیل از خدمات صادقانه و ارزشمند دبیران بازنشسته‌ی ریاضی شهرستان، هدایایی به رسم یادبود، اهدا شد.

در پایان، آقای قریشی، دبیر ریاضی شهرستان، به نمایندگی از خانه‌ی ریاضیات ساوه، ضمن تشکر از حضور مدعوین، مطالبی درخصوص خانه‌ی ریاضیات ساوه و

فعالیت‌های اخیر آن بیان نمود که شامل ارایه‌ی سمینارهای هفتگی ریاضی در سطح دبیرستان و دانشگاه، انتشار خبرنامه‌ی خانه ریاضیات (که شماره‌ی سوم آن، ویژه‌ی گردهمایی، بین حضار توزیع شده بود)، می‌شد و از مسئولین محترم جهت همکاری، دعوت به عمل آورد.

آن‌چه بیش از همه چشم‌گیر بود، استقبال و حضور گرم شرکت‌کنندگان بود که بر مسئولیت خانه‌ی ریاضیات افزوده و مسئولان شهر را به مسایل این خانه و بر تداوم گردهمایی ترغیب می‌کرد.

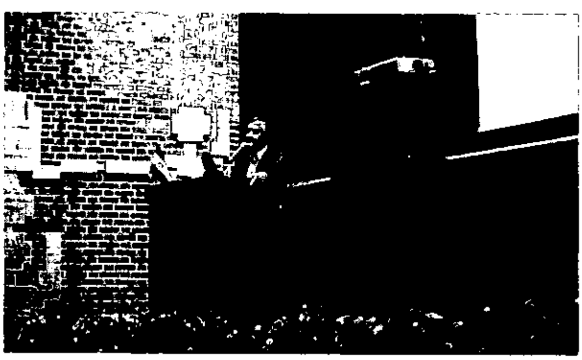
این گردهمایی با تشکیل جلسات پیاپی از ماه‌ها قبل و بودجه‌ی اندک، با همت مجریان، در محیطی صمیمی و دوستانه برگزار شد که مرهون زحمات آقایان علی ندیری، محمدمهدی مرتجی، قریشی، مهدی ناصری، علیرضا بابایی، مهدی مهریزی و خانم‌ها ویدا سلیمی، اکرم علی محمدی، منصوره نیرومند و آزاده نیک‌نژاد می‌باشد.

جا دارد از همکاری ریاست محترم دانشگاه آزاد اسلامی ساوه و اداره‌ی ارشاد اسلامی، پژوهش‌سرای جوان و اداره‌ی بازرگانی نیز تقدیر و تشکر شود.

امیدواریم در آینده با حمایت هرچه بیش‌تر مسئولین شهرها، شاهد شکوفایی بیش‌تر خانه‌های ریاضیات در سراسر ایران باشیم و افق‌های روشن علمی را در آسمان کشورمان با افتخار ببینیم. این گردهمایی در ساعت ۱۴ به پایان رسید.

برگزاری مجمع عمومی انجمن دبیران ریاضی استان کرمان

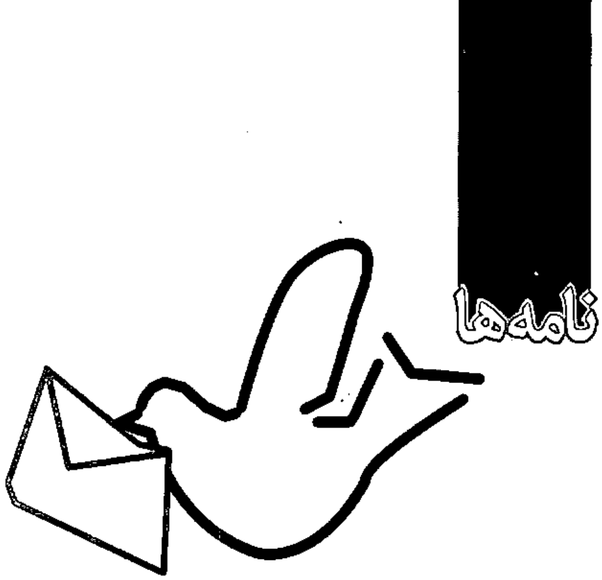
ارسال خبر: احمد سیف‌الدینی
عضو هیئت مؤسس
و دبیر انجمن دبیران ریاضی استان کرمان



انجمن دبیران ریاضی استان کرمان، از سال ۱۳۷۵، به‌طور رسمی فعالیت خود را آغاز کرده است و تقریباً تمام دبیران ریاضی مقطع متوسطه‌ی استان، عضو انجمن هستند و طبق اساس‌نامه، در خردادماه هرسال، مجمع عمومی برگزار می‌شود و انتخاب بازرس انجمن نیز هر ساله صورت می‌گیرد و هر دو سال یک‌بار، انتخابات برای تعیین اعضای شورای اجرایی نیز انجام می‌گیرد.

روز پنج‌شنبه ۴ خردادماه ۱۳۸۵، یازدهمین مجمع عمومی انجمن دبیران ریاضی استان کرمان، با حضور حدود ۲۰۰ نفر از دبیران ریاضی استان و عده‌ای از دانشگاهیان هم‌چون آقای دکتر رجبعلی‌پور و خانم دکتر تاتا و میهمانان انجمن برگزار شد.

مهمانان ویژه‌ی این دوره، خانم سپیده چمن‌آرا و آقای مانی رضایی بودند و هر کدام به مدت شصت دقیقه راجع به آموزش ریاضی سخنرانی کردند. هم‌چنین آقای دکتر جوادپور، از اساتید بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان سخنانی ایراد فرمودند. شش نفر از دبیران ریاضی استان کرمان نیز راجع به موضوعات درسی دوره‌ی متوسطه سخنرانی داشتند. در پایان، مراسم انتخابات برای تعیین ششمین دوره‌ی شورای اجرایی و بازرس انجمن برگزار شد. این مراسم در ساعت ۱۳ خاتمه یافت.



از میان نامه‌های شما

در خصوص مطلب «۱۱های جادویی» که در شماره‌ی ۸۲ این مجله به چاپ رسیده است، نامه‌ای از آقای علی‌اکبر جاویدمهر ـ مترجم این مطلب ـ دریافت داشتیم که ضمن تشکر از توجه ایشان، آن را برای خوانندگان به چاپ می‌رسانیم:

سلام علیکم. خسته نباشید.

احتراماً در رابطه با ۱۱های جادویی در انتهای صفحه‌ی ۲۱ رشد ۸۳ که تحت عنوان اصلاح یک مطلب آمده است، عرض می‌کنم که ۱۱های جادویی عنوان شده در بالای صفحه‌ی ۲۸ رشد ۸۲ اشتباه نیست و نیازی به اصلاح نداشت، من فکر می‌کنم خواننده‌ی عزیزی که اشتباه آن را عنوان کرده است مطلب ۱۱های جادویی رشد ۸۲ را درست متوجه نشده است و متأسفانه مجله رشد هم اشتباه کرده است حال اینجانب دلایل صحیح بودن آن را برای شما و خوانندگان مجله بیان می‌کنم.

در سطر اول ۱۱های جادویی در رشد ۸۲ می‌خوانیم که اگر **هریک از عددهای یک سطر مثلث به عنوان یک رقم منظور شود (حتی وقتی که آن عدد، بیش از یک رقم دارد)** پس بیان شده به‌عنوان **یک رقم** منظور شود، کاری به این نداریم که چه رقمی منظور شود، حتی وقتی که آن عدد بیش از یک رقم دارد مثلاً در سطرهای پنجم ششم یا هفتم اعدادی نظیر ۱۰، ۲۰، ۳۵ آمده‌اند این اعداد را هم که بیش از یک رقم دارند به‌عنوان **یک رقم** منظور می‌کنیم و باز هم کاری به این نداریم که چه رقمی منظور شود و سپس در ۱۱های جادویی رشد ۸۲ می‌خوانیم و **آن سطر به یک عدد تبدیل شود**، یعنی وقتی که عددهای یک سطر مثلث (عددهای چندرقمی نیز) به عنوان **یک رقم** منظور شد و آن رقم را درنظر بگیریم آن‌وقت **تعداد** ارقام این عدد مساوی توان nام ۱۱ یا 11^n خواهد بود پس ما در این جا به **تعداد ارقام** پس از منظور شدن یک رقم کار داریم نه به خود عدد برای مثال اعداد سطر ششم را (که شما هم درنظر گرفته‌اید) درنظر می‌گیریم.

اعداد سطر ششم   ۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱

برای هریک از اعداد بین ۱های ابتدا و انتهای سطر ششم یک‌رقم منظور می‌کنیم مثلاً می‌نویسیم $\boxed{1xyztu1}$ که x، y، z، t، u اعداد یک رقمی‌اند که منظور شده‌اند. حال یک عدد هفت‌رقمی داریم که **تعداد ارقامش** برابر **تعداد ارقام** عدد $1771561=11^6$ است. اگر قرار بود در سطر هفتم به جای عدد هفت، رقمی نظیر ۹ و به جای عدد ۲۱، رقمی نظیر ۴ و یا به جای عدد ۳۵، رقمی نظیر ۸ (طبق قاعده‌ای) منظور شود تا عدد $19487171=11^7$ حاصل شود در اصل مقاله که از اینترنت گرفته شده به این مطلب اشاره می‌شد و یا حداقل گفته می‌شد که رقم‌های عدد 11^7 منظور شود.

این جاست که باید بگوییم که مجله‌ی رشد هم اشتباه کرده است زیرا اگر سطر ششم مثلث که در انتهای صفحه ۲۱ رشد ۸۳ به صورت زیر نوشته شده است:

۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱

+ + +

۱ ۷ ۷ ۱ ۵ ۶ ۱

آن‌وقت سطر هفتم یا هشتم و... را مطابق چه قانونی باید نوشت. بنابراین بزرگ‌ترین اشتباه خواننده‌ی عزیز ما این بوده است که تنها به سطرهای صفر و یک و دو و سه و چهار توجه کرده است که استثنایی است زیرا

$11^4=14641$ و $11^3=1331$ و $11^2=121$ و $11^1=11$ و $11^0=1$

و خواننده فکر کرده که سطرهای بعدی هم باید از این قانون پیروی کنند یعنی اعداد سطرهای پنجم به بعد باید همان ارقام

توان‌های ۱۱ باشند و توجهی به کلمه‌ی **تعداد ارقام** نداشته است. بنابراین بنده اصل مقاله را ترجمه کرده‌ام که نمی‌توان چیزی از آن کم یا چیزی به آن نظیر آنچه را که در انتهای صفحه ۲۱ رشد ۸۳ آمده اضافه کرد و اگر چنین نمایشی لازم بود در اصل مقاله به آن اشاره می‌شد و یک نمونه از آن را می‌نوشت. لذا اصل ترجمه مطلب را دقیقاً می‌رساند و هیچ نقصی ندارد.

نامه‌های رسیده

از آغاز سال جاری تا پایان خردادماه، مطالب و نامه‌های فراوانی به دستمان رسیده است. خوشحالیم که مورد لطف و توجه خوانندگان عزیز مجله هستیم و امیدواریم از دیگر دوستان نیز مطالب و نامه‌هایی دریافت کنیم.

آقای امین کشاورز، از تهران؛
آقای حمیدرضا ارجمندی، از اصفهان؛
خانم یا آقای شفیعی، از تبریز؛
خانم توران قلمزن، از اصفهان؛
خانم زهره هاشمی، از تهران؛
آقای حمیدرضا اداوی، از درود؛
آقای غلامرضا نعیمی، از خراسان رضوی؛
آقای اسماعیل بوداغی، از مشکین‌شهر؛
خانم مهوش ندائی، از کرج؛
خانم مژگان صدقی، از جاجرم؛
خانم پگاه پیروانی‌نیا، از شیراز؛
خانم نرگس عصارزادگان، از اصفهان؛
خانم لیلا موفق‌آزاد، از همدان؛
آقایان پیمان علی‌اف، محمد جهانشاهی و حمیدرضا خاتمی، از تبریز؛
خانم فرحناز حیاتی، از ایلام؛
آقای محمود کلاته‌عربی، از جاجرم؛
آقای قاسم حسین‌قنبری، از سمنان؛
خانم افسانه حیدری ارجلو، از اهواز؛
خانم عظیمه سادات خاکباز، از کرمان؛
خانم فاطمه ملکی جبلی، از پیشوای ورامین؛
آقای امین مؤید، از خراسان رضوی؛
خانم مریم عالی، از کرمان؛
آقای مهدی باقری، از بروجرد.

In the name of God

Ministry of Education
Organization of Research& Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

Roshd
Mathematics Education Journal 85

Vol.24 No.1 2006 ISSN: 1606 - 9188

P.O.Box : Tehran 15875 - 6585
E-mail: info@roshdmag.org
roshd_riazi@yahoo.com

برگ اشتراک مجله های رشد

شرایط

۱ـ واریز مبلغ ۲۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله درخواستی، به صورت علی‌الحساب به حساب شمارهٔ ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه سه راه آزمایش (سرخه حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.

۲ـ ارسال اصل رسید بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک.

- **نام مجله :** ....
- **نام و نام خانوادگی:** ....
- **تاریخ تولد:** ....
- **میزان تحصیلات:** ....
- **تلفن:** ....
- **نشانی کامل پستی:**

استان: .... شهرستان: ....

خیابان: ....

....

پلاک: .... کدپستی: ....

- **مبلغ واریز شده:** ....
- **شماره و تاریخ رسید بانکی:** ....

امضا:

نشانی: تهران ـ صندوق پستی مشترکین ۱۶۵۹۵/۱۱۱
نشانی اینترنتی: www.roshdmag.org
پست الکترونیک: Email:info@roshdmag.org
امور مشترکین: ۷۷۳۳۵۱۱۰ـ۷۷۳۳۶۶۵۶
پیام‌گیر مجلات رشد: ۸۸۸۳۹۲۳۲ـ۸۸۳۰۱۴۸۲

یادآوری:

- هزینه برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی، بر عهده مشترک است.
- مبنای شروع اشتراک مجله از زمان وصول برگ اشتراک است.
- برای هر عنوان مجله برگ اشتراک جداگانه تکمیل و ارسال کنید (تصویر برگ اشتراک نیز مورد قبول است).

دومین کارگاه
تاریخ ریاضیات
۱۷-۱۹ آبان ماه ۱۳۸۵
دانشگاه تربیت معلم
پردیس کرج
مهلت ثبت نام تا ۸۵/۶/۱ و ارسال مقاله ی پیشنهادی تا تاریخ ۸۵/۷/۱ می باشد.
hismath@tmu.ac.ir

مجموعه
کتاب‌های دوستت دارم ایران
زیرنظرِ دفتر انتشارات کمک‌آموزشی
(کتاب رشد)

دوستت دارم، ایران!
ای سرزمین زیبایی‌ها و شگفتی‌ها!
تاریخ و تمدن کهن و فرهنگ غنی تو را و
مردمان کوشا و مهربانت را دوست دارم!
مجموعه‌ی «دوستت دارم ایران» کوششی
است برای نشان دادن جلوه‌های هر استان،
تا دانش آموزان شاد و امیدوار این سرزمین،
با میهن خود بیش‌تر آشنا شوند.