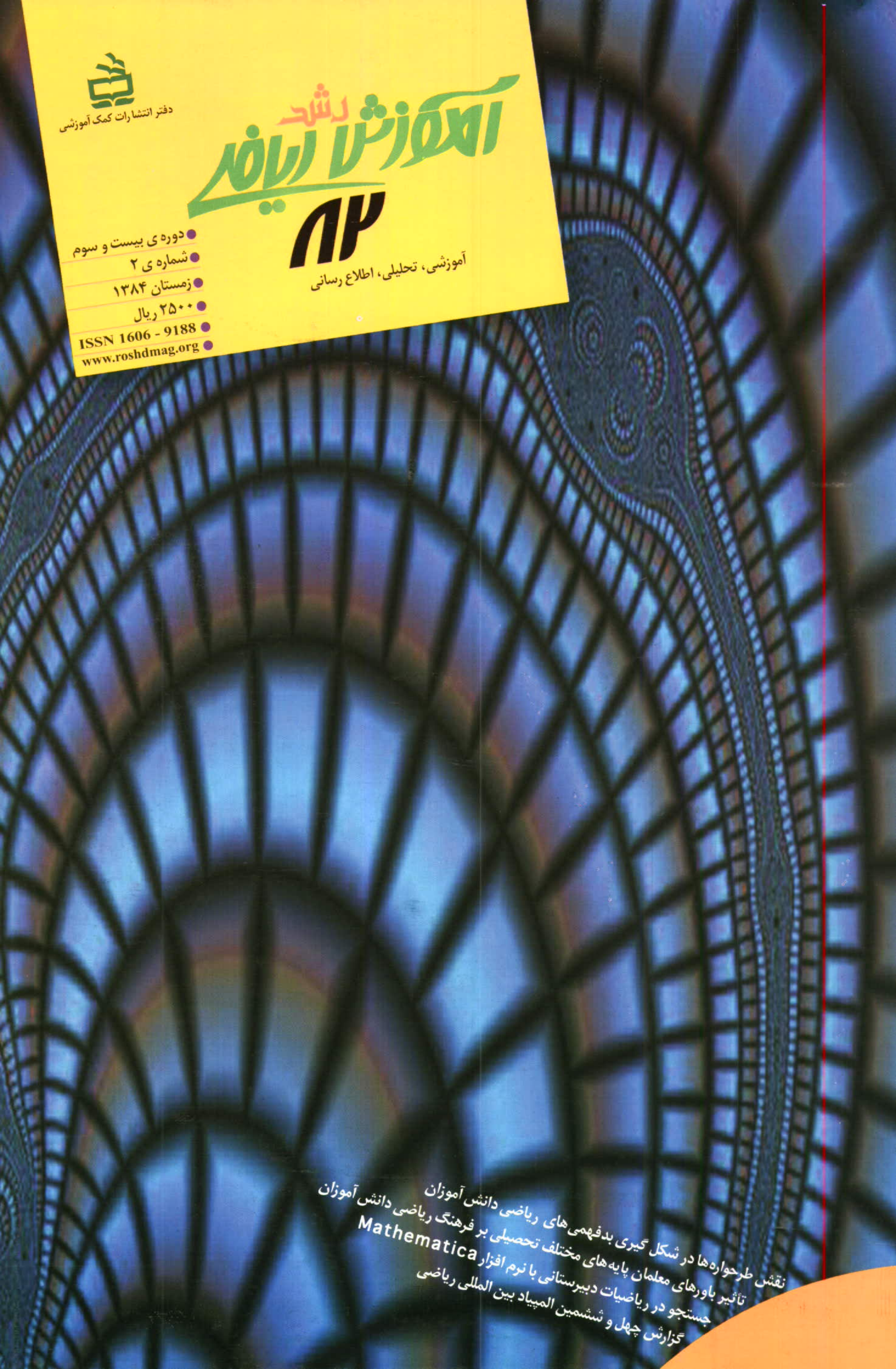


دفتر انتشارات کمک آموزشی

رشد آموزش ریاضی

۸۲

آموزشی، تحلیلی، اطلاع رسانی

دوره ی بیست و سوم
شماره ی ۲
زمستان ۱۳۸۴
۲۵۰۰ ریال
ISSN 1606 - 9188
www.roshdmag.org

نقش طرحواره‌ها در شکل گیری بدفهمی های ریاضی دانش آموزان
تأثیر باورهای معلمان پایه های مختلف تحصیلی بر فرهنگ ریاضی دانش آموزان
جستجو در ریاضیات دبیرستانی با نرم افزار Mathematica
گزارش چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی


گرامیداشت دهه ریاضیات
زمان : ۹ آبان ۱۳۸۴
ساعت ۱۷ الی ۲۲
مکان: خیابان استاد نجات‌الهی ، پارک ورشو
ساختمان جدید انجمن ریاضی ایران
با همکاری فرهنگسرای علوم

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۸۲

آموزشی ـ تحلیلی ـ اطلاع رسانی

● دوره‌ی بیست و سوم
● شماره‌ی ۲
● زمستان ۱۳۸۴
● ISSN 1606-9188
● www.roshdmag.org

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن دفتر مجله: ۹- ۸۸۸۳۱۱۶۱
(داخلی ۳۷۰ - ۳۷۴)
شماره‌ی پیام گیر مجلات تخصصی رشد: ۱۱۳- ۸۸۳۰۱۴۸۲
E-mail:info@roshdmag.org
roshd_riazi@yahoo.com

چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۳۰۰۰

مجله‌ی رشد آموزش ریاضی نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه ی مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه‌ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه‌ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیأت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه‌ی ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده‌ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه‌ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره ی صفحه ی مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.

هم چنین:

- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبین نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

به چه دلیل
یک سال «زندگی فراموش شد»؟!

چند روزی بود که به دنبال سوژه‌ای مناسب برای این شماره‌ی مجله بودم. سوژه‌های متعددی را انتخاب می‌کردم و پس از سبک سنگین کردن هر یک، به دلایلی، پرداختن به آن‌ها را به وقت دیگری موکول می‌کردم. به طور مثال، هفته‌ی گذشته یکی از دانشجویان عزیزم که معلم دوره‌ی راهنمایی است به ملاقاتم آمد و با آشفتگی گفت که یکی از دانش‌آموزان را تنبیه بدنی کرده و این کار، آن‌قدر جسم و روحش را آزار داده که باعث شده است به دیدارم بیاید و تقاضای کمک کند. این عزیز به من می‌گفت که طی دو سالی که با هم یاد گرفتیم، باورهای معلمی ما تغییر کرد و دیگر هیچ‌کدام از ما، نمی‌توانیم بدون بازتاب بر عمل معلمی خویش و بدون نقد آن، به تدریس خود ادامه دهیم. به گفته‌ی وی، شاید این اتفاق، قبلاً هم رخ داده بود، اما این بار، داستان فرق می‌کرد و او در پی یافتن راه‌های تازه برای مواجه شدن با دانش‌آموزان پرمسأله و بی‌علاقه به یاد گرفتن ریاضی بود و ادامه‌ی راه‌های قبل، برایش قابل تحمل نبود. به او گفتم که دانش مواجه شدن با این موارد، جزیی از دانش حرفه‌ای معلمان است که با دانش موضوعی و دانش روشی متفاوت است و.... دوست داشتم گفت‌وگوهایمان را به عنوان «یادداشت سردبیر» بنویسم، اما فکر کردم که این مقوله، جای وسیع‌تری را می‌طلبد و نیازمند شرح و بسط بیش‌تری است، پس این سوژه را رها کردم.

می‌خواستم راجع به روند اخیر در آموزش متوسطه بنویسم که در آن، مدارس دخترانه از دبیران مرد برای تدریس ریاضی کمک می‌گیرند و بدون دلیل قانع کننده‌ای، کم‌کم دارند این باور را در ذهن‌های مردم ایجاد می‌کنند که «معلم زن برای تدریس ریاضی دوره‌ی پیش دانشگاهی کافی نیست و لازم است که یک معلم مرد هم در کنار وی، فنون تست‌زنی را آموزش دهد و...» باز هم فکر کردم که موضوعی به این مهمی، در این مقال نمی‌گنجد و لازم است که نسبت به این خطر جدی که آینده‌ی حرفه‌ای معلمان ریاضی زن را تهدید می‌کند، مفصل‌تر، به نقد و بررسی پرداخت.

❊❊❊

در تب و تاب پیدا کردن سوژه، چشمم به صفحه‌ی روزنامه‌ای افتاد که در آن، با قلم درشت نوشته بود: «سالی که زندگی فراموش شد.» ناگهان کنجکاو شدم که بدانم چه چیزی باعث شده است که یک سال از زندگی یک انسان، فراموش شود. به‌خصوص آن که زیر این عنوان، تصویر یک دختر نوجوان بود. صفحه‌ی روزنامه را برداشتم و دیدم که متن مصاحبه با یکی از ۱۰ نفر اول رشته‌ی علوم تجربی در کنکور سراسری ۱۳۸۴ بود. شروع به مطالعه کردم و چندین نکته به نظرم آمد که تصمیم گرفتم در این یادداشت، درباره‌ی آن‌ها بنویسم[1].

مصاحبه‌گر از دختر خانم موفق پرسیده بود که «علاقه‌ی اصلی خود شما هم رشته‌ی پزشکی بود؟» و ایشان جواب داده بود که «همان‌طور که گفتم، از این رشته بدم نمی‌آید. پزشکی رشته‌ی خوبی است و خانواده‌ام صلاح دانستند که در این رشته تحصیل کنم. اما علاقه‌ی اصلی خود من، ریاضی‌فیزیک بود.» وی در ادامه، ضمن تأکید بر این که در همه‌ی کارها، تأیید خانواده برایش مهم بوده است و عمل کردن طبق نظر آن‌ها برایش ضرری نداشته است، مجدداً قید کرده بود که «اگر ریاضی فیزیک می‌خواندم، خوشحال‌تر بودم. اما بدون تأیید خانواده‌ام نمی‌توانستم...»

اما نکته‌هایی که به نظرم دراینجا حایز اهمیت آموزشی هستند، بدین قرارند: نخست آن‌که با انتخاب عنوان «سالی که زندگی فراموش شد»، خواننده دچار چنین القایی می‌شود که کنکور و قبولی در آن، با زندگی و شادی و نشاط مغایر است. چنین القایی، تبعات عمیقاً منفی برای جوانان عزیزمان دارد؛ زیرا ابهت این به ظاهر غول شکست‌ناپذیر را بیش‌تر می‌کند و به آن‌ها می‌باوراند که تنها، کسانی قادر به شکست این

غول شده یا می‌شوند که زندگی را فراموش کنند. آن‌وقت این سؤال مهم پیش می‌آید که در کدامین مکتب روان‌شناسی یادگیری، جامعه‌شناسی یا آموزشی، موفقیتی که به ازای فراموش کردن زندگی حاصل شود، قابل دفاع است؟ مگر درس نمی‌خوانیم که زندگی مادی و معنوی بهتری داشته باشیم؟ پس چگونه فراموش کردن زندگی برای رسیدن به زندگی بهتر، قابل توجیه است؟ چرا متوجه نیستیم که اثرات مخرب چنین القائات و تبلیغاتی بر فرزندان معصوممان چقدر عمیق است؟ و در واقع، از طرح چنین حرف‌هایی، چه منظوری داریم؟ آیا به خیال خودمان، می‌خواهیم بچه‌ها را به اصطلاح، «سر غیرت» بیاوریم و آن‌ها را وادار به سخت‌کوشی کنیم؟ تا کی فکر می‌کنیم که با این نوع تقویت‌کننده‌های نخ‌نما، می‌توانیم در بچه‌ها شوق یادگرفتن ایجاد کنیم؟ آیا هنوز فکر نمی‌کنیم که تغییر زاویه‌ی دیدمان نسبت به آموزش و یادگیری یک ضرورت است؟

نکته‌ی دوم، نوع انتخابگری این دانش‌آموز موفق و عزیز بود که نیازمند تأمل است. می‌توان پیش‌بینی کرد که تعداد کسانی که برخلاف میل باطنی خود، به پیشنهاد خانواده دست به انتخاب رشته می‌زنند قابل توجه باشد، پس این نمونه، منحصربه‌فرد نیست و همین امر است که جای تأمل فراوان دارد. زیرا تحصیلات مدرسه‌ای، حق و وظیفه است و همه باید از آن عبور کنند. اما تحصیلات دانشگاهی، یک انتخاب است و ادامه‌ی آن، سرمایه گذاری برای تمام عمر یک فرد است. به‌همین دلیل، نیازمند دقت و انعطاف است، به‌خصوص در رشته‌هایی که امکان تغییر در آن در آینده، محدود است و یکی از این رشته‌ها، پزشکی است. برای همین است که در بسیاری از کشورها، شرط ورود به رشته‌های پزشکی، داشتن مدرک علوم پایه است. زیرا فرض بر این است که کسی که می‌خواهد وارد چنین حرفه‌ی پرمسئولیتی بشود، باید به حداقلی از بلوغ رسیده باشد که نسبت به انتخابش، مطمئن باشد و عاشقانه برای آن وقت بگذارد.

این در حالی است که در ایران، یک نوجوان ۱۷ یا ۱۸ ساله، به تشخیص خانواده، وارد عرصه‌ای می‌شود که الزامات بسیاری می‌طلبد و با این نوع انتخابگری، اغلب سازگاری ندارد.

نکته‌ی سوم این که آموزش عمومی، باید توان انتخابگری، تصمیم‌گیری و مسئولیت‌پذیری را در قبال انتخاب و تصمیم فرد در وی ایجاد کند. در دنیای پرتلاطم فعلی، نمی‌توان منتظر نشست تا «بزرگان» برای نوجوانان تصمیم‌گیری کنند، زیرا بسیاری از ویژگی‌های دنیایی که بچه‌هایمان به آن وارد خواهند شد، با دنیایی که ما در آن بزرگ شدیم و رشد کردیم و یادگرفتیم، متفاوت است. پس نمی‌توان با معیارهای دنیای فعلی و قبلی، برای آینده‌ی پیچیده و غیرقطعی برنامه‌ریزی کرد و تصمیم‌گیری نمود.

آرزوی همه‌ی ما، موفقیت تمام این عزیزان و منطبق شدن خواسته‌هایشان با انتخاب‌های بزرگترانشان است. اما شواهد متعدد نشان می‌دهند که این آرزو، به‌راحتی تحقق‌یافتنی نیست. پس مسأله‌ی مهم در آموزش عمومی این است که چگونه مهارت‌های کیفی انتخابگری، تصمیم‌گیری و مسئولیت‌پذیری را در دانش‌آموزان ایجاد کنیم؟

دانش‌آموزی که ۱۲ سال برایش تصمیم گرفته می‌شود و مسئولیت انتخاب کردن از او سلب می‌شود، چگونه می‌تواند متکی به خود شود و در لحظات حساس زندگی که مجبور به تصمیم‌گیری فردی است، از عهده‌ی این کار برآید؟ هریک از درس‌های مدرسه‌ای بهانه‌هایی هستند که دانش‌آموزان را برای ورود به زندگی شهروندی آماده کنند، ولی انصافاً، از ظرفیت‌های متنوع این درس‌ها برای تربیت شهروندی، چه استفاده‌ای می‌کنیم؟ تا کی می‌توانیم فرصت‌سوزی کنیم و اسم آن را آموزش بگذاریم؟

دوره‌ی کارشناسی در دانشگاه، توقف‌گاه نیست، بلکه محل عبور است. دانشجویان در این دوره، با زندگی وسیع‌تر دانشگاهی آشنا می‌شوند و وارد عرصه‌ی جدیدی از حیات اجتماعی می‌گردند. در این دوره است که نسبت به انتخاب‌های آینده‌ی خود جدی‌تر فکر می‌کنند و علاقه‌های خود را بهتر محک می‌زنند.

خوشبختانه از چند سال گذشته نیز، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، محدودیت رشته‌ای را برای ورود به دوره‌های کارشناسی ارشد و دکتری برداشته است و هرکسی که مدرک کارشناسی در هر رشته‌ای داشته باشد، می‌تواند برای هر رشته‌ی دیگری کنکور بدهد و به دنبال علاقه‌ی خود برود. در چنین شرایطی، دوره‌ی کارشناسی به نوعی تداوم آموزش عمومی در فضای متنوع‌تر و منعطف‌تری است. ضروری است که دانش‌آموزان خود را به گونه‌ای آموزش دهیم که توان انتخابگری پیدا کنند و در صورتی که مسیری که در آن قرار گرفتند، مطلوبشان نبود، بتوانند تصمیم جدیدی بگیرند و مسئولیت آن تصمیم را بپذیرند. در چنین شرایطی، می‌توان امیدوار بود که جامعه، مملو از افراد توانمند و حرفه‌ای در زمینه‌های متنوع علمی باشد. زیرا آموزش بدون علاقه و انگیزه، بیش‌تر در سطح کسب دانش تولید شده توسط دیگران باقی می‌ماند و امکان خلاقیت و نوآوری را به شدت محدود می‌کند.

آموزش نسل آینده را جدی بگیریم تا کسی مجبور نشود به خاطر ورود به دانشگاه ـ آن هم رشته‌ای که دیگران برایش انتخاب کرده‌اند ـ زندگی را به مدت یک سال، فراموش کند!

زیرنویس

۱. منبع این خبر، در دفتر مجله موجود است.

نقش طرحواره‌ها
در شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان

زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

عبدالله حسام، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی اصفهان

چکیده

در این مقاله، به بررسی چیستی طرحواره‌ها و چگونگی ایجاد آن‌ها در ذهن یادگیرندگان ریاضی پرداخته می‌شود. در این بررسی، ابتدا به اصطلاح طرحواره در روان‌شناسی، توجه شده و پس از آن، نقش طرحواره در یادگیری ریاضی مورد توجه قرار می‌گیرد.

در این راستا، انواع فهم و درک ریاضی معرفی شده، و به طرحواره‌های خوب ساخته شده به دلیل تأثیر ویژه‌ای که در تعمیق یادگیری ریاضی دارند، اشاره می‌شود.

در ادامه، مقاله به بررسی نقش طرحواره‌ها در ایجاد بدفهمی‌های ریاضی پرداخته و به چند نمونه از بدفهمی‌های رایج ریاضی در دانش‌آموزان، اشاره می‌کند. بالاخره، چگونگی تأثیر طرحواره‌های ذهنی دانش‌آموزان در شکل‌گیری بدفهمی‌های آن‌ها به بحث گذاشته شده و چند یافته‌ی تحقیقی در این زمینه، معرفی می‌گردند.

طرحواره چیست و چگونه ایجاد می‌شود؟

اصطلاح «طرحواره[1]» که عبارت‌های انگاره، طرح و شِما نیز به عنوان معادل‌های فارسی آن آورده شده‌اند، در روان‌شناسی، ابتدا توسط بارتلت[2] (۱۹۳۲) استفاده شد. به گفته‌ی دیویس و تال[3] (۲۰۰۲)، مینسکی[4] در سال ۱۹۷۵، ایده‌ی «چارچوب‌ها» و شانک[5] در سال ۱۹۷۵ ایده‌ی «متن[6]» را نیز مشابه با طرحواره‌های بارتلت مطرح کرده‌اند. از این گذشته، پیاژه در تبیین نظریه‌ی رشد شناختی خود، از طرحواره به عنوان ساختار شناختی فرد که موجب انجام دادن یک عمل به طریقی معین توسط وی می‌شود، استفاده کرده است. به عنوان مثال، سیف (۱۳۷۹) از قول پیاژه، ابراز می‌دارد که به «چنگ گرفتن» اشیا توسط کودکان، ناشی از «طرحواره‌ی به چنگ گرفتن» است که کودک آن را دارد. این طرحواره، باعث می‌شود که کودک بتواند این کار را به صورتی معین انجام بدهد. بنابراین، طرحواره‌ی به چنگ گرفتن را می‌توان آن ساخت ذهنی دانست که تمامی اعمال مربوط به چنگ گرفتن را ممکن می‌سازد. علت آن‌که پیاژه اعمالی از این قبیل را طرحواره می‌نامد آن است که نشان دهد، پشت هرکدام از آن‌ها، چیزی بنیادین وجود دارد که باعث بروز آن عمل شده است.

هم‌چنین، چیناپان (۱۹۹۸) از قول روملهارت و اورتانی[7] (۱۹۹۷) اظهار می‌دارد که مفهوم طرحواره، به طور متنوعی در ادبیات پژوهشی این حوزه، تعریف شده است. سیف (۱۳۷۹) با اشاره به بایلر و اسنومن (۱۹۹۳)، معتقد است که طرحواره، یک ساختار انتزاعی است که معرف اطلاعات ذخیره شده در حافظه است؛ انتزاعی است از آن جهت که اطلاعات مربوط به موارد یا مثال‌های متعدد یک چیز را خلاصه می‌کند، و ساختارمند است از آن جهت که نشان می‌دهد چگونه اجزای اطلاعاتی، به هم مرتبط هستند. سیف (۱۳۷۹) در ادامه، بیان می‌دارد که اسلاوین (۱۹۹۱) طرحواره را به صورت «شبکه‌هایی از اندیشه‌ها یا روابط به هم مرتبط، یا شبکه‌هایی از مفاهیم که در حافظه‌ی

افراد وجود دارند و آنان را قادر می سازند تا اطلاعات تازه را درک و جذب نمایند» در نظر می گیرد (ص ۳۰۸).

علاوه بر این ها، چیناپان (۱۹۹۸) معتقد است که منظور از طرحواره، «انبوهه ای از دانش است که شامل اطلاعاتی درباره ی مفاهیم اصلی، رابطه ی بین این مفاهیم، و دانش چگونگی و زمان به کارگیری آن ها می باشد که به صورت **ساختارهای سازمان یافته ی دانش**[8] عمل می کنند. طبق این دیدگاه، وقتی دانش آموزان مفاهیم، اصول و رویه های ریاضی را می آموزند، آن ها را در قالب طرحواره هایی در ذهن خود سازمان دهی می کنند که پایه ی دانش را برای فعالیت های بعدی، تشکیل می دهند. به عنوان مثال، طرحواره ی یک دانش آموز از مثلث قائم الزاویه، به عنوان یک مفهوم اصلی و به گونه ای است که هر خاصیتی مانند رابطه ی فیثاغورس، میانه ی وارد بر وتر، حالت های تساوی و نظایر آن ها را حول این مفهوم، با آن مرتبط کرده باشد. اولیویر (۱۹۹۲) نیز به طور مشابه، طرحواره را به عنوان «واحدهایی از ایده ها و مفاهیم از درون مرتبط در ذهن فرد که از طریق سازمان دهی دانش توسط وی ایجاد شده اند»، معرفی نموده است.

طرحواره ها و یادگیری ریاضی

از نظر اسکمپ، روان شناس بزرگ آموزش ریاضی، که برای اولین بار در این حوزه، به طور جدی لزوم به کارگیری رویکرد طرحواره ها را در سال ۱۹۶۲ مطرح نمود، طرحواره «یک ساختار سازمان یافته ی دانش است که دانش یا تجربه ی فرد، امکان مطابقت با آن را دارد.» در واقع، به طور خلاصه می توان طرحواره ها را **ساختارهای سازمان یافته ی دانش** در نظر گرفت که با توجه به ماهیت ساختارمند ریاضی، اهمیت طرحواره ها در یادگیری و آموزش آن، مضاعف به نظر می رسد. برای نمونه، می توان تدریس نسبت های مثلثاتی را در نظر گرفت. برای این منظور، دانش آموز باید به عنوان پیش نیاز، دانش لازم و مربوط به مختصات، مثلث قائم الزاویه، دایره، نسبت، و مانند آن ها را در اختیار داشته باشد، که هر کدام از این ها، یک طرحواره یا جزئی از یک طرحواره هستند. به علاوه، فرد به توانایی استفاده از این طرحواره ها که به آن «بازخوانی (فراخوانی)[9] طرحواره» گفته می شود نیز، نیازمند است تا بتواند با بازتاب بر آن ها، مطلب جدید را درک نماید. در این جا نقش معلم به عنوان کسی که باید از طرحواره های پیش نیاز آگاه بوده و از وجود آن ها مطمئن باشد، و هم چنین، بتواند دانش آموزان را در بازخوانی آن طرحواره ها کمک نماید، حائز اهمیت است (علم الهدایی، ۱۳۸۱). علاوه بر این، کیفیت یادگیری دانش آموزان، به کیفیت ساختاری طرحواره های قبلی آن ها و توانایی مرتبط کردن مطالب جدید با آن طرحواره ها، در جهت ساختن طرحواره ی ذهنی مربوط به مفهوم جدید، بستگی خواهد داشت.

طرحواره ها و فهم و درک ریاضی

اسکمپ (۱۹۷۶)، فهم و درک ریاضی را به دو مؤلفه ی **ابزاری**[10] و **رابطه ای**[11] تقسیم می کند. از نظر وی، درک ابزاری به طور خلاصه، دریافت قوانین بدون دلیل، الگوریتم ها و رویه های رسیدن به هدف است. مثلاً، آن چه که دانش آموزان به عنوان «قرض گرفتن در تفریق»، «معکوس شدن کسر دوم و تبدیل تقسیم به ضرب»، «روش دلتا برای حل معادله درجه ی دوم» و نمونه های دیگری از این گونه قوانین در ذهن دارند، از مصادیق درک ابزاری هستند. در موارد یاد شده، دانش آموز اغلب بدون آگاهی از علت انجام عمل، به آن می پردازد و البته، عموماً به جواب هم می رسد. با این وجود، در این حالت، دانش آموز باید برای هر موقعیت جدید در حل مسأله که امکان مواجهه با آن را دارد، یک قانون مجزا دریافت نماید و مسأله را حل کند.

در مقابل فهم و درک ابزاری، فهم و درک رابطه ای است؛ یعنی حالتی که در آن، دانش آموز تا حد امکان، از علت آن چه که انجام می دهد، آگاه است. به علاوه، وی خود، قانون ساز است و قادر خواهد بود با توجه به شرایط موجود، دانش یا قانون مورد نیاز را برای غلبه بر هر موقعیتی منتزع کرده، و مسأله را حل کند. در واقع، تمرکز درک و فهم ابزاری بر «چگونگی انجام دادن» و تمرکز فهم و درک رابطه ای، بر «چرایی انجام دادن» است که این امر، باعث یک اختلاف اساسی در ماهیت و کیفیت فهم و درک می گردد (توماس، ۲۰۰۲).

هم چنین، اسکمپ (۱۹۹۳) ذکر می کند که بدون فهم و درک رابطه ای، دانش آموزان اغلب در مورد آن چه که در جریان حل مسأله انجام داده اند، شک دارند.

از این گذشته، اسکمپ (۱۹۸۹) در مورد انواع یادگیری که منجر به دو نوع فهم و درک مذکور می گردد، به **یادگیری عادتی**[12] و **یادگیری هوشمند**[13] اشاره می کند، و به عنوان مثالی ساده از این دو نوع یادگیری، به یاد گرفتن یک شماره تلفن که صرفاً بر اثر تکرار و به صورت عادتی فراگرفته می شود، و

یادگیری دنباله‌ای از اعداد که دارای یک نظم خاص هستند ـ مثلاً... و ۱۷ و ۱۳ و ۹ و ۵ ـ اشاره می‌نماید. طبق نظر اسکمپ، برخلاف یادگیری عادتی که تنها منجر به بروز پاسخی خاص به محرکی معین می‌شود، یادگیری هوشمند، آگاهانه و براساس بازتاب بر دانسته‌ها و اعمال صورت می‌پذیرد و منجر به فهم و درک رابطه‌ای می‌گردد.

این تفاوت در کیفیت یادگیری، به دفعات با به کارگیری عبارات مختلفی توسط افراد گوناگون، مورد توجه قرار گرفته است. برای مثال، رکورد[14] (۱۵۴۳) عبارات **یادگیری با دلیل** و **یادگیری طوطی‌وار**[15] را به کار برده است (نقل از دیویس و تال، ۲۰۰۲). آزوبل (۱۹۶۸) نیز از **یادگیری معنادار** و **یادگیری طوطی‌وار**[16] استفاده کرده است (سیف، ۱۳۷۹). علاوه بر این‌ها، ون دوویل (۲۰۰۱) و شونفیلد (۱۹۸۵) نیز، از اصطلاحات **دانش رویه‌ای** و **دانش مفهومی**[17] استفاده کرده‌اند، که اصطلاح «دانش مفهومی»، توسط شورای ملی معلمان ریاضی[18] (۲۰۰۰) جهت بیان یادگیری مطلوب ریاضی، به کار برده شده است.

در راستای تبیین بیش‌تر این تفاوت‌ها، می‌توان گفت که در یادگیری عادتی (طوطی‌وار ـ رویه‌ای)، اتکای دانش‌آموز، بیش‌تر به بیرون از خود است که این اتکا، می‌تواند معلم و جزوه باشد. حال آن‌که در یادگیری هوشمند (معنادار ـ مفهومی)، دانش‌آموز به خود اتکا می‌کند و لذا به جای وابسته بودن از نظر یادگیری، مستقل و متکی به خود می‌شود. در واقع، در یادگیری عادتی، دانش‌آموز دریافت‌کننده‌ی دانش و در یادگیری هوشمند، تولیدکننده‌ی دانش است. اسکمپ معتقد است که اگرچه در برخی موارد، ما به هر دو نوع این یادگیری‌ها نیازمندیم، با این حال تأکید اصلی بر وجه هوشمند آن است، به ویژه در مورد ریاضی که به گفته‌ی وی، حدود نود و پنج درصد، یادگیری هوشمند مورد نظر است (۱۹۸۹).

اسکمپ در ادامه، به نقش کلیدی طرحواره‌ها در یادگیری هوشمند اشاره کرده و فهمیدن یک چیز را، **«جذب آن در یک طرحواره‌ی مناسب»** می‌داند. به گفته‌ی وی، از آن‌جا که تجربه‌ی جدیدی که با یک طرحواره جفت‌وجور می‌شود، به‌خوبی به خاطر سپرده می‌شود، یک طرحواره تأثیر گزینشی[19] زیادی بر تجارب ما دارد؛ آن‌چه که با آن جفت‌وجور نشود، اکثراً یاد گرفته نخواهد شد و آن‌چه که یادگرفته نشود، به زودی فراموش می‌شود (تال، ۲۰۰۲؛ به نقل از اسکمپ، ۱۹۸۶).

بنابراین، طبق این دیدگاه، یادگیری زمانی یادگیری است که باعث اتصال، ارتباط و درآمیختن بین طرحواره‌های موجود در ذهن فرد و مطالب جدید وارد شده به ذهن باشد تا پیوندهای منسجم و درستی را ایجاد نماید و با جرح و تعدیل‌هایی که انجام می‌پذیرد، مفهوم یا رویه‌ی جدید، درک شود. از نظر اسکمپ، این نوع یادگیری، به دلیل پیوندهای بسیاری که دارد، اقتصادی‌تر است؛ با شرایط و موقعیت‌های مختلف سازگارتر است؛ مولد

جدول (۱)

نظریه‌ی طرحواره‌های اسکمپ	نظریه‌ی یادگیری معنادار آزوبل	نظریه‌ی تعادل شناختی پیاژه
بسط طرحواره: مطلب جدید در طرحواره‌ی موجود فرد، جفت و جور می‌شود.	**شمول اشتقاقی**: مطلب تازه، مورد به‌خصوصی از مطالب موجود در ساخت شناختی فرد است.	**جذب**: شخص، مطلب جدیدی را برحسب مطالب آشنا می‌بیند.
بازسازی طرحواره: طرحواره‌ی فرد برای قابلیت جفت‌وجور شدن بر مطلب جدید، جرح و تعدیل می‌شود.	**شمول همبستگی**: مطلب تازه، مورد به‌خصوصی از مطالب و مفاهیم موجود نیست و لذا، مطالب قبلی به این مطلب تازه، گسترش می‌یابند.	**انطباق**: شخص مجبور می‌شود شناخت ذهنی خود را برای برخورد با مطلب جدید، تغییر دهد.

است و با قدرت و اثربخش‌تر است. حال آن‌که نتیجه‌ی یادگیری عادتی، تنها بروز یک پاسخ عادتی یا غریزی به یک موقعیت یا محرک خاص و مشخص است. به علاوه، این دیدگاه تأکید می‌کند که در یادگیری طوطی‌وار، مطالب اساساً به چیزی مرتبط نیستند، یا ارتباط آن‌ها ضعیف می‌باشد. به عبارت دیگر، بنا بر آن‌چه که توماس (۲۰۰۲) از قول اسکمپ نقل می‌نماید، در یادگیری طوطی‌وار، پیوندهای بین مطالب و ایده‌ها ضعیف و سطحی[20] می‌باشند، در حالی که در یادگیری معنادار، پیوندهای عمیق و مفهومی[21] وجود دارند.

بر همین اساس، بنا بر آن‌چه فیش باین و موزیکانت (۲۰۰۲) ذکر نموده‌اند، «ما با تدریس قوانین و قواعد، به ریاضی دسترسی پیدا نخواهیم کرد. ما تدریس قوانین را به سادگی انجام می‌دهیم، ولی ریاضی دانستن، مستلزم در اختیار داشتن یک گروه از طرحواره‌های یکپارچه و سلسله مراتبی است» (ص ۶۵).

به همین ترتیب، مرکز شناخت شناسی ژنو نیز یادگیری را، «ساختن طرحواره‌های جدید در ذهن یا گسترش و تعمیم طرحواره‌های موجود»، دانسته است (بهین آیین، ۱۳۸۲). با پذیرش چنین تعبیری، یادگیری درگیر دو فرایند بسط[22] و بازسازی[23] طرحواره‌ها است که به اختصار، توضیح داده می‌شوند:

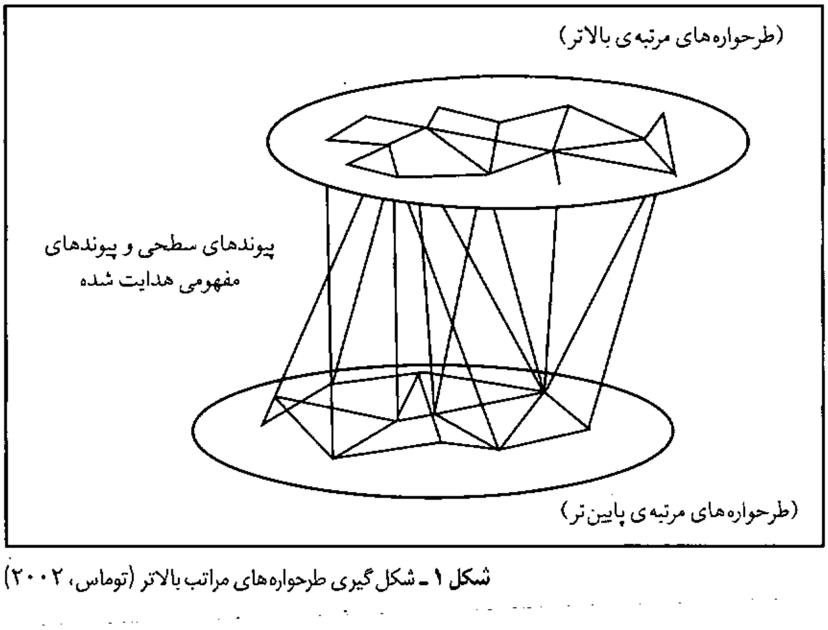
■ **بسط طرحواره**: در این حالت، مطالب و ایده‌های جدید با طرحواره‌های موجود، جفت و جور[24] و تشخیص داده می‌شوند و از این رو، یادگیرنده آن‌ها را در طرحواره‌های موجود جذب می‌کند که در نتیجه، آن طرحواره‌ها، توسعه و گسترش می‌یابند.

■ **بازسازی طرحواره**: زمانی که مطالب و ایده‌های جدید، با طرحواره‌های موجود جفت وجور نیست، این طرحواره‌ها با بازتاب بر ایده‌های جدید و درگیر شدن با آن‌ها، مورد جرح و تعدیل و بازسازی قرار می‌گیرند تا بتوانند با آن‌ها، منطبق شوند (تال، ۲۰۰۲).

این دو فرایند، به‌طور مشابه، توسط دانشمندان دیگر هم مورد بحث قرار گرفته‌اند که از آن جمله، می‌توان به پیاژه و آزوبل، اشاره کرد. جدول (۱) به‌طور خلاصه، این موضوع را نشان می‌دهد.

بنابراین، از یک دیدگاه ساخت و سازگرایانه و براساس نظریه‌ی طرحواره‌ها، یادگیری به منزله‌ی ارتباط و تعامل ایده‌ها و مفاهیم و تجربه‌های جدید فرد با طرحواره یا طرحواره‌های موجود وی، و در نتیجه، بسط و جرح و تعدیل طرحواره‌های موجود، و تشکیل طرحواره‌های مرتبه‌ی بالاتر[25] است. (شکل ۱)

برای این منظور، یادگیرنده باید توانایی ساختن مفهوم مورد نظر را توسط مواد اولیه‌ای که در اختیار دارد، داشته باشد، در حالی که صرفاً داشتن این مواد، برای یادگیری کافی نیست. به همین دلیل است که به گفته‌ی آنتونی (۱۹۹۶)، ونگ، هرتل و



شکل ۱ ـ شکل‌گیری طرحواره‌های مراتب بالاتر (توماس، ۲۰۰۲)

والبرگ[26] (۱۹۹۳)، دانش‌آموزان را «معماران دانش خویش» نامیده‌اند.

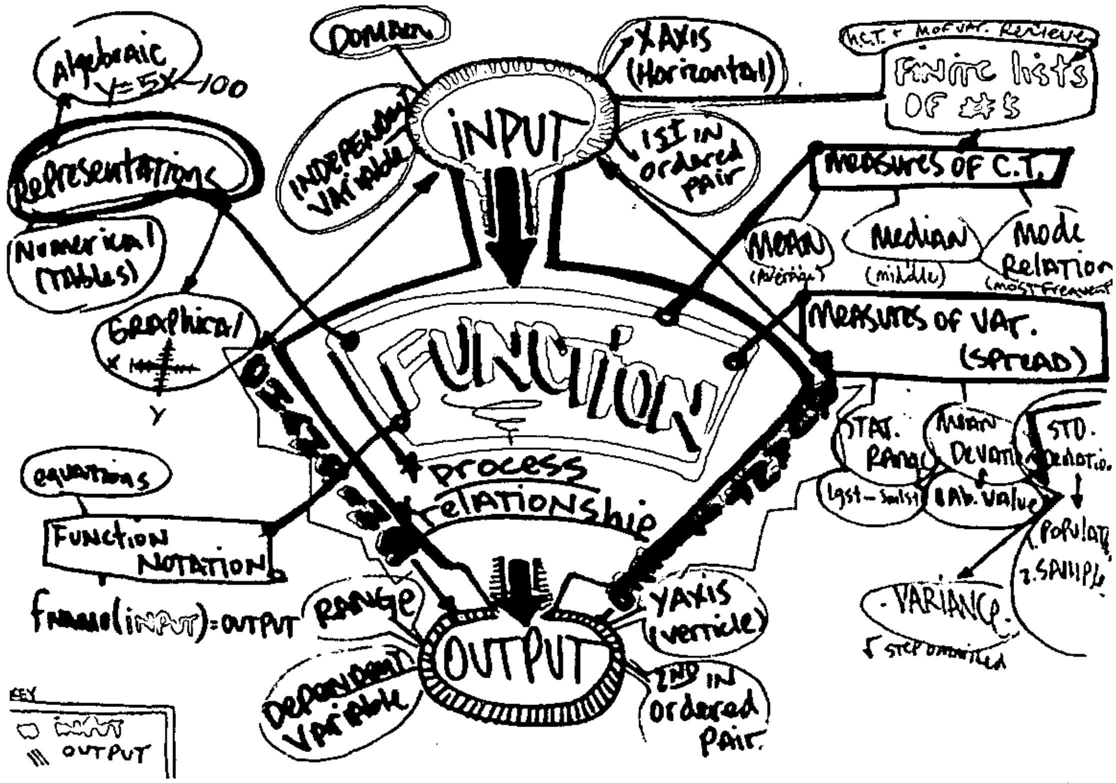
لازم به ذکر است که اسکمپ، اصطلاحات و واژگان دیگری را در رابطه با طرحواره‌ها مطرح کرده است که به گفته‌ی وی، با توجه به موارد استفاده‌ی آن‌ها، چنین استنباط می‌شود که همه‌ی آن‌ها، به نوعی معادل با معنای طرحواره هستند که از آن جمله، می‌توان به «نقشه‌های مفهومی»، «ساختارهای ذهنی»، «مدل‌های ذهنی»، «ساختارهای دانش»، «ساختارهای مفهومی» و «ساختارهای شناختی» اشاره کرد. در هر حال، با توجه به تفاوت‌های جزئی این اصطلاحات، در این مقاله، همه‌جا از واژه‌های عمومی‌تر طرحواره استفاده شده است. علاوه بر این، **طرحواره‌ی خوب ساخته شده** از ویژگی خاصی برخوردار است که نیازمند بررسی مستقل‌تر است.

طرحواره‌های خوب ساخته شده کدامند؟

همانند ساختمانی که خوب ساخته شده بودن آن، به مواد اولیه و چگونگی سازمان‌دهی، ارتباط و تعامل آن مواد با یکدیگر بستگی دارد، طرحواره‌ها نیز به مثابه یک ساخت ذهنی، می‌تواند ساختاری ضعیف‌تر یا خوب ساخته شده‌تر داشته باشد.

طرحواره‌ی خوب ساخته شده، علاوه بر داشتن اجزای فراوان، دارای ارتباطات و پیوندهای عمیق‌تر بین این اجزا است، و هرچه که این پیوندهای درونی، بیش‌تر و مستحکم‌تر باشند، طرحواره ساخت بهتر و کاراتری دارد و منجر به فهم و درک عمیق‌تری می‌گردد (بورگن و مانو، ۲۰۰۲؛ به نقل از مارشال، ۱۹۹۵). بورگن و مانو (۲۰۰۲) معتقدند که «منظور از این که فهم و درک رشد می‌کند این است که روابط بین سطوح فهم و درک و پیوندهای بین مؤلفه‌های دانش مرتبط، در حال تقویت شدن است» (بورگن و مانو، ص ۱۶۳، به نقل از لاسون و چیناپان، ۲۰۰۰).

هم‌چنین، چیناپان (۱۹۹۸)، اصطلاح «طرحواره‌ی عمیق و پیچیده»[27] را به کار می‌برد و معتقد است که چنین طرحواره‌ای باید درجه‌ی بالایی از سازمان‌یافتگی و گسترش را داشته باشند. وی در عین حال، از تحقیق خود درباره‌ی حل مسأله‌ی دانش‌آموزان، نتیجه گرفته است که نوع پیوندهایی که



شکل ۲ـ نمودار شکل گیری مفاهیم دانش‌آموز موفق [بعد از ۴ هفته]

دانش‌آموزان، قادر به برقراری آن‌ها بین مؤلفه‌های دانش ریاضی خود هستند، تأثیر چشم‌گیری بر فرایند حل مسأله‌ی آن‌ها دارد.

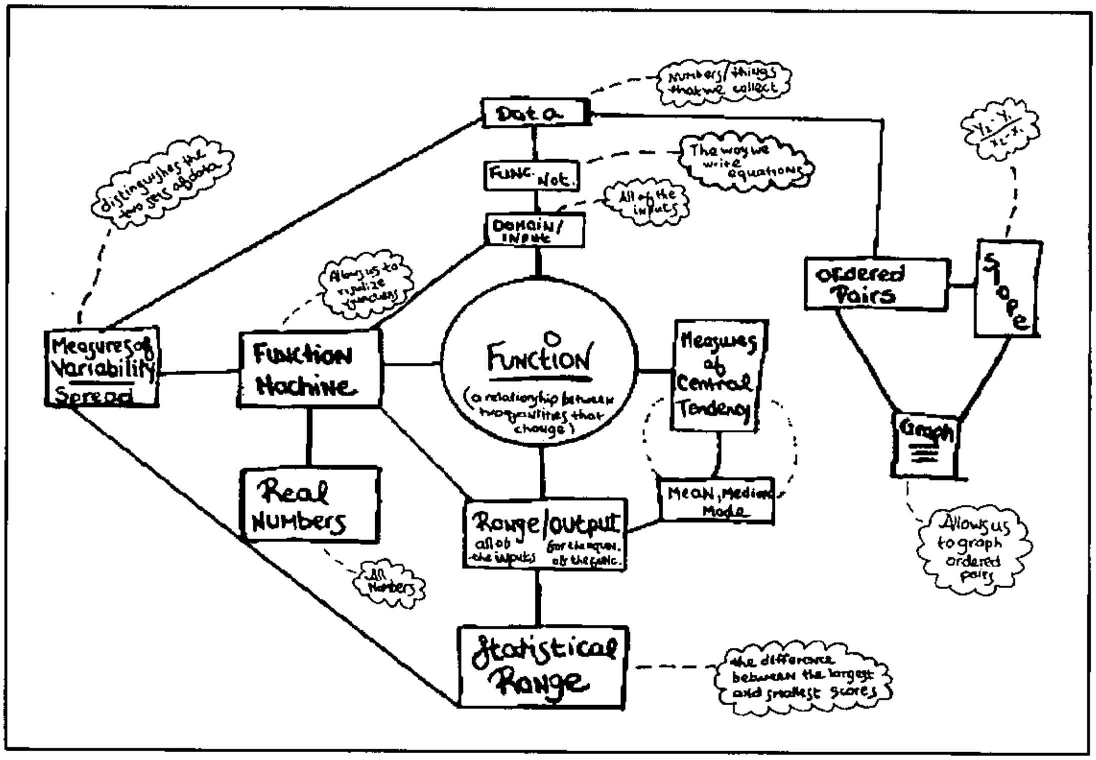
از نظر اسکمپ (۱۹۸۹)، طرحواره‌های خوب ساخته شده دارای ویژگی‌های زیر هستند:

- فهم و درک را ممکن ساخته و قابلیت سازگاری بالایی را در فرد به وجود می‌آورند.
- یک منبع غنی از طرح‌ها و نقشه‌های عمل[28] و تکنیک‌ها را فراهم می‌کنند؛
- به یادسپاری و یادآوری مفاهیم را تسهیل می‌کنند؛
- در ذات خویش، مولد و خودزا هستند؛
- هم خوب‌تر یاد گرفته می‌شوند، و هم شرایط را برای یادگیری‌های آتی، بهتر فراهم می‌کنند؛
- قدرت خلاقیت و توانایی حل مسأله را ارتقا می‌بخشند (اسکمپ، ۱۹۸۹).

به عنوان نمونه، برای درک بهتر نقش طرحواره‌های ذهنی، در ساختن، سازمان‌دهی، و بازسازی دانش، می‌توان به تحقیق مک‌گاون و تال (۱۹۹۹) اشاره نمود. آن‌ها در این تحقیق، رشد شناختی یک گروه از دانش‌آموزان را درباره‌ی مفهوم تابع در یک دوره‌ی آموزشی بررسی کرده و نمودارهای طرحواره‌ای یک دانش‌آموز موفق و یک دانش‌آموز کم‌توفیق را در هفته‌های چهارم، نهم و پانزدهم تدریس، ترسیم کردند. (شکل‌های ۲ و ۳)

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، پیوندهای درونی بین مطالب و ایده‌های موجود در طرحواره‌ی دانش‌آموز موفق‌تر، بسیار بیش‌تر و قوی‌تر از دانش‌آموز دیگر بوده است و اجزای موجود در طرحواره‌ی او، بهتر سازمان‌دهی شده‌اند.

به‌علاوه، بنابر اظهارات مک‌گاون و تال (۱۹۹۹)، در مراحل بعدی، دانش‌آموز موفق، عناصر جدید را به یک ساختار به تدریج توسعه‌یابنده، همراه با پیچیدگی و غنا می‌افزاید. از طرفی دانش‌آموز کم‌توفیق‌تر، رشد ساختاری کمی در ساختن نقشه‌های جدید در هر موقعیت داشته و نتوانسته است ارتباط معنادار مناسبی برای اجزای جدید و قبلی پیدا کند و ارتباطاتی که بین مفاهیم ایجاد کرده است، ضعیف و خطی‌اند. در نتیجه، بنا به گفته‌ی این محققان، زمانی که دانش‌آموز کم‌توفیق، با



شکل ۳ ـ نمودار طرحواره‌ای دانش‌آموز کم‌توفیق درباره‌ی «تابع» [بعد از ۴ هفته]

موقعیت ناآشنایی مواجه می‌شد، ابتدا بر مقادیر عددی داده شده‌ی مسأله تمرکز نموده و اگر طرحواره‌ی مناسبی برای آن پیدا نمی‌کرد، فقط می‌توانست رویه‌های معمولی (روتین) آموخته شده را بازیابی کند. برعکس، دانش‌آموز موفق‌تر توانایی این را داشت که در موقعیت جدید، استراتژی مناسبی را گزینش کرده و به‌طور منعطفی، از دانش خود بهره ببرد.

مطالعات در مورد دانش‌آموزان موفق و کم توفیق، بحث نسبتاً جدیدی را در حوزه‌ی یادگیری مطرح کرده است که برای انسانی که خود، سازنده‌ی دانش خویش است، طرحواره‌ها چه نقشی ایفا می‌کنند. هم‌چنین، اگر جریان ساخت‌وساز دانش به جای ایجاد فهم مناسب، به تولید فهم و درک ناقص یا نادرست منجر شود، چه باید کرد. از همه مهم‌تر آن که طرحواره‌ها، چه نقشی در ایجاد چنین فهم و درک‌هایی دارند؛ فهم و درک‌هایی که عموماً از آن‌ها، با عنوان بدفهمی نام برده می‌شود. بخش بعدی، به بررسی این مهم می‌پردازد.

نقش طرحواره‌ها در ایجاد بدفهمی‌ها

برای شناخت چیستی بدفهمی، به جا است که در ابتدا به این بحث پرداخته شود که یک «مفهوم» چیست و چگونه در ذهن بشر، شکل می‌گیرد.

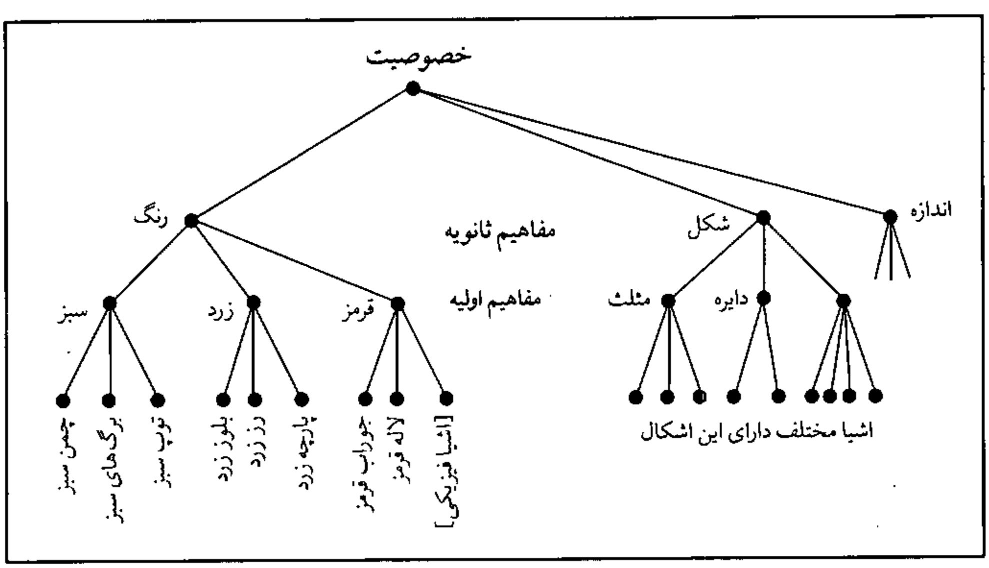
در این راستا، اسکمپ (۱۹۸۹) به بررسی و تشریح این مطلب پرداخته است که مفاهیم چگونه و طی چه فرایندی شکل می‌گیرند. برای مثال، وی معتقد است که هنگامی که انسان با اشیای مختلفی در دنیای فیزیکی که زرد هستند مواجه می‌شود، متوجه می‌گردد که این اشیا اگرچه دارای شکل‌های مختلفی هستند، ولی دارای یک ویژگی مشترک می‌باشند که همانا «زرد» بودن آن‌ها است. بدین‌ترتیب، انسان مفهوم زرد را از این اشیا، منتزع می‌کند. سپس، با بازتاب بر مفاهیم منتزع شده‌ی زرد، قرمز، سبز، و...، ویژگی مشترکشان را که همان «رنگ» است، از آن‌ها، منتزع می‌کند.

بنابراین، از دیدگاه اسکمپ (۱۹۸۹)، مفاهیم طی یک فرایند انتزاعی، در ذهن شکل می‌گیرند؛ فرایندی که توسط آن، فرد نسبت به نظم و تشابهات موجود در تجارب خود، آگاه می‌شود و می‌تواند این نظم و تشابه را بین تجربه‌ها، در موقعیت‌های آتی نیز تشخیص دهد (ص ۷۰). لذا از دیدگاه اسکمپ، تعریف هر مفهوم، توصیف واضحی از تشابهات عمده در موقعیت‌های مختلفی است که آن مفهوم، از آن‌ها منتزع می‌شود (وایت و میشل مور[۲۹]، ۲۰۰۲). اسکمپ (۱۹۸۹) مفاهیم را به دو دسته‌ی اولیه و ثانویه تقسیم می‌کند:

مفاهیم اولیه[۳۰] مستقیماً از تماس با اشیای فیزیکی و تجارب روزمره، منتزع می‌شوند.

مفاهیم ثانویه[۳۱] از مفاهیم دیگر، چه اولیه یا ثانویه، انتزاع می‌گردند.

برای مثال، در نمودار زیر، تشکیل چند مفهوم اولیه و ثانویه ملاحظه می‌شود: (شکل ۴)



شکل ۴ ـ نمودار شکل‌گیری مفاهیم

ما با تدریس قوانین و قواعد، به ریاضی دسترسی پیدا نخواهیم کرد. ما تدریس قوانین را به سادگی انجام می‌دهیم، ولی ریاضی دانستن، مستلزم در اختیار داشتن یک گروه از طرحواره‌های یکپارچه و سلسله مراتبی است

برهمین اساس، مفاهیم ریاضی چون متغیر، تابع، مساحت، نسبت‌های مثلثاتی و نظایر آن‌ها ایده‌هایی هستند که اغلب، دو یا چند مرحله تجرید برای شکل گیری آن‌ها ضروری است. پس این‌ها، جزو مفاهیم ثانویه بوده و شاید به همین دلیل است که ایجاد بدفهمی‌های گسترده در مورد آن‌ها، محتمل‌تر است. به عنوان مثال، وایت و میشل مور (۲۰۰۲) به نقل از کلوز (۱۹۸۲)، ذکر می‌کنند که در مورد مفهوم زاویه که یک مفهوم اساسی در هندسه است، بدفهمی عده‌ی بسیاری از دانش‌آموزان درباره‌ی آن، بلافاصله پس از طرح موضوع در کلاس درس شروع می‌شود و تحقیقات نشان داده است که بین ۳۰٪ تا ۶۰٪ دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی، درباره‌ی اندازه‌ی زاویه، براساس طول و جهت اضلاع و نیز شعاع علامت کمانی روی آن، قضاوت می‌کنند (ص ۲۴۳).

یافته‌های تحقیقی در مورد بدفهمی‌های ریاضی

آشنایی با بدفهمی‌های معرفی شده در ادبیات پژوهشی این حوزه باعث می‌شود تا بتوان ذهنیت روشن‌تری نسبت به این که بدفهمی ریاضی چیست، پیدا کرد. هم‌چنین، با توجه به این‌که در مواردی، یک بدفهمی واحد، در چند تحقیق مختلف آورده شده، تنها به یکی از آن موارد اشاره شده است:

به‌طور مثال، شانسی (۱۹۷۷) دریافته است که بسیاری از دانش‌آموزان، دارای این بدفهمی هستند که

- احتمال این‌که از بین شش فرزند، سه تای آن‌ها دختر باشند، $\frac{1}{2}$ است؛
- احتمال این که شش فرزند یک خانواده به ترتیب BGGBGB باشند، بیش‌تر از این است که به صورت BBBBGB باشند. (B: پسر؛ G: دختر)

از این گذشته، مستر (۱۹۸۹) به موارد زیر اشاره نموده است:

- پس از سه مرتبه پشت سرهم «رو» آمدن در پرتاب سکه، احتمال آمدن «پشت» در مرتبه‌ی چهارم بیش‌تر است؛
- ضرب دو عدد، عددی بزرگ‌تر می‌سازد.

اولیویر (۱۹۹۲) هم، چند مورد را بیان کرده است:

- اشتباهات معول در جمع و تفریق ستونی اعداد؛
- اشتباهات رایج در مقایسه‌ی اعداد اعشاری؛

$(x-2)(x-3)=4 \Rightarrow x-2=4$ یا $x-3=4$;

$4-6=6-4$;

$\frac{3x}{x}=2x$; $\quad x+x=x^2$; $\quad 2^3=2\times 3=6$.

بن زیو (۱۹۹۶) در تحقیق خود نشان داده است که بسیاری از دانش‌آموزان، فکر می‌کنند که «یک دنباله، هیچ وقت به حد خود نمی‌رسد.»

هم‌چنین، شونفیلد (۱۹۸۵)، اولیویر (۱۹۹۲) و بن زیو (۱۹۹۶) از قول ماتز (۱۹۸۲) به موارد زیر اشاره کرده‌اند که تجارب بسیاری از معلمان ریاضی نیز، آن‌ها را تأیید می‌کند:

$$\sqrt{A+B}=\sqrt{A}+\sqrt{B}$$
$$\sqrt{a^2+b^2}=a+b$$
$$\sin(a+b)=\sin a+\sin b$$
$$(a+b)^2=a^2+b^2$$
$$\log a+\log b=\log(a+b)$$
$$a(b\times c)=ab\times ac$$

از این‌ها گذشته، آرتیگ و دِی دیرم (۱۹۹۶) به بدفهمی‌های زیر اشاره کرده‌اند:

- ... ۰/۹۹۹ عددی درست قبل از یک است؛
- اگر به ازای هر $n>0$، $|A-B|<\frac{1}{n}$، A و B بسیار نزدیک به هم، و به یک معنا متوالی‌اند؛
- $f(x)=2$ تابعی از x نیست.

نیوتون (۱۹۹۷) هم از قول کراوفورد (۱۹۹۷)، به این بدفهمی اشاره کرده است که «در پرتاب تاس، آوردن ۶ سخت‌تر است»؛ و با استناد به بل (۱۹۸۵) بیان نموده است که:

- یک عدد نمی‌تواند بر عددی بزرگ‌تر از خود تقسیم شود؛

■ ضرب، همواره عددی بزرگ‌تر می‌سازد.

اخیراً هم دولین (۲۰۰۳)، موارد زیر را به عنوان بدفهمی‌هایی در مورد ریاضی، ذکر کرده است:

■ ریاضی، ارتباط اندکی به زندگی روزمره دارد؛

■ ریاضی، تنها شامل اعداد و حساب است؛

■ ریاضی، به‌طور عمده، درباره‌ی انجام محاسبات و دست‌ورزی با عبارات نمادین است.

در هر صورت، اشتباهات مفهومی یا بدفهمی‌ها، ناشی از عدم تمرکز، بی‌دقتی و امثال آن نیستند و ریشه در ساختارهای ذهنی یا طرحواره‌های ذهنی افراد دارند. به همین دلیل، شناخت چگونگی تأثیر طرحواره‌های ذهنی در ایجاد بدفهمی‌ها، نیازمند تحقیقات متعدد است. آن‌چه به دنبال می‌آید، اشاره به چند نوع از تأثیر طرحواره‌های ذهنی دانش‌آموزان، در شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی است.

مداخله‌ی طرحواره‌ی پیشین در یادگیری جدید

اولیویر (۱۹۹۲) در تحقیق خود، از دانش‌آموزان سؤال کرد که

■ کدام یک از اعداد زیر بزرگ‌ترند؟

(A)	۰/۶۲
(B)	۰/۲۳
(C)	۰/۴
(D)	۰/۳۱
(E)	۰/۵۳۲

بنابر یافته‌های وی، تنها ۲۵ درصد از دانش‌آموزان، گزینه‌ی (A) را انتخاب کرده بودند. تحقیقات اولیویر نشان داد که این خطاها، سهوی نبوده و بر پایه‌ی طرحواره‌های معتبر دانش‌آموزان از دانش قبلی آن‌ها بوده است. مثلاً، کسانی که ۰/۵۳۲ را به عنوان گزینه‌ی درست انتخاب کرده بودند، از دانش خود درباره‌ی ترتیب اعداد کامل [۶۲ < ۵۳۲] استفاده کرده و آن‌ها که ۰/۴ را برگزیده بودند، از دانش کسرهای متعارفی خود استفاده کرده بودند [۰٫۶۲ < ۰٫۴] زیرا دهم‌ها از صدم‌ها بزرگ‌تر هستند. نشر (۱۹۸۷) و رزنیک و همکاران (۱۹۸۹) نیز به نتایج مشابهی در این زمینه، دست یافتند.

در تبیین علت این پدیده، اولیویر معتقد است که دانش‌آموزان، به جای این که طرحواره‌های ذهنی خود را بازسازی کنند، عموماً تمایل دارند که ایده‌های جدید را در طرحواره‌های موجود خود جذب کرده و با آن‌ها منطبق سازند. به همین دلیل، آن‌ها، مفهوم اعشاری‌ها را به گونه‌ای جرح و تعدیل می‌کنند تا بتوانند به راحتی، در طرحواره‌ی موجود آن‌ها، جذب شود. به این دلیل است که در مورد اول، فرد به جای این که طرحواره‌ی ترتیب اعداد کامل را که در ذهن دارد به شکلی جرح و تعدیل کند تا درباره‌ی اعداد اعشاری قابل انطباق شود، برعکس، ترتیب اعداد اعشاری داده شده را در طرحواره‌ی مربوط به اعداد کامل جذب کرده و مرتکب این اشتباه مفهومی می‌گردد.

در همین ارتباط، استیسی و مک گریگور (۲۰۰۲) هم بیان کرده‌اند که اگر طرحواره‌ی موجود، بدون بسط یا بازسازی خویش، قادر به جذب ایده‌ی جدید نباشد، در ابتدا باید به دانش‌آموزان کمک کرد تا با بازتاب بر آن طرحواره، آن را که از مجموعه‌ی مثال‌هایی که هم‌اکنون نقش بازدارنده دارند جدا ساخته و به‌طور مناسب، آن را جرح و تعدیل نمایند. بالاخره، باید گفت که طرحواره‌ای که از ابتدا آموخته شده و خوب توسعه یافته، در مقابل تغییر مقاوم است.

مداخله‌ی یادگیری جدید در طرحواره‌ی قبلی

در این حالت، دانش‌آموز با یادگیری مطالب جدید، دچار بدفهمی‌ها و اشتباهاتی در مورد مطالب گذشته می‌گردد که قبل از آن، آن‌ها را نداشته است. پس در این حالت، طرحواره‌ی جدید است که طرحواره‌ی پیشین را تحت تأثیر قرار می‌دهد. برای مثال، به گفته‌ی اولیویر (۱۹۹۲) دانش‌آموزی که همواره می‌نوشته است: $x+x=2x$، پس از یادگیری ضرب عبارات جبری نیز محتمل است که بنویسد: $x+x=x^2$.

در هر صورت، اشتباهات مفهومی یا بدفهمی‌ها، ناشی از عدم تمرکز، بی‌دقتی و امثال آن نیستند و ریشه در ساختارهای ذهنی یا طرحواره‌های ذهنی افراد دارند. به همین دلیل، شناخت چگونگی تأثیر طرحواره‌های ذهنی در ایجاد بدفهمی‌ها، نیازمند تحقیقات متعدد است

بازخوانی یک طرحواره‌ی نامناسب

زمانی که دانش‌آموز در موقعیت حل مسأله قرار می‌گیرد، باید طرحواره‌هایی را در ذهن خود بازخوانی و فعال نماید تا با به کارگیری آن‌ها، به حل مسأله بپردازد. دانش‌آموزان مختلف برای حل یک مسأله‌ی واحد، ممکن است از طرحواره‌های متفاوتی استفاده کنند که در عین حال ممکن است همگی برای این منظور، درست باشند. برای مثال، شونفیلد (۱۹۸۵) به موردی اشاره می‌کند که دانش‌جویان برای محاسبه‌ی یک انتگرال، سه طرحواره‌ی متفاوت تغییر متغیر، تجزیه‌ی کسرها و جانشینی مثلثاتی را بازخوانی کرده و با استفاده از آن‌ها، به جواب رسیده‌اند. با این حال، ممکن است که دانش‌آموزی برای حل یک مسأله، از طرحواره‌ای نامناسب استفاده کند و باعث بروز یک اشتباه مفهومی گردد. برای نمونه، مسأله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

هواپیمایی با سرعت ۳۰۰ کیلومتر در ساعت، فاصله‌ی ۶۰۰ کیلومتری بین دو شهر A و B را پیموده و سپس، فاصله‌ی ۴۵۰ کیلومتری بین شهرهای B و C را با سرعت ۹۰۰ کیلومتر در ساعت، طی می‌کند. سرعت متوسط حرکت هواپیما از A به C، چقدر است؟

به گفته‌ی علم الهدایی (۱۳۸۱)، بازخوانی طرحواره‌ی نامناسب میانگین حسابی، می‌تواند باعث نوشتن جواب نادرست $\frac{۳۰۰+۹۰۰}{۲}=۶۰۰$ گردد.

مثالی که اولیویر (۱۹۹۲) از برونر نقل می‌کند، به صراحت، نقش بازخوانی یک طرحواره‌ی نامناسب را در بروز بدفهمی، بیان می‌کند: «وقتی کودکان اعداد را اشتباه جواب می‌دهند، اغلب به خاطر این نیست که آن‌ها اشتباه می‌کنند؛ بلکه آن‌ها دارند سؤال دیگری را پاسخ می‌دهند، و کار معلم این است که بفهمد آن‌ها در واقع دارند به چه سؤالی پاسخ می‌دهند.» هم‌چنین، فیش باین و موزیکانت (۲۰۰۲) دریافتند که ریشه‌ی بسیاری از اشتباهات مفهومی دانش‌آموزان در رابطه با معادلات درجه‌ی اول، استفاده از قوانین مربوط به این نوع معادلات، بدون توجه به وجود شرایط لازم بوده است.

بیش تعمیمی[۳۲] به عنوان نتیجه‌ی طبیعی گسترش طرحواره‌ها

دانش‌آموزان در تجربه‌ی ریاضی خود، اغلب به این نتیجه می‌رسند که موارد خاص مهم نبوده، و احکام برای حالت کلی برقرارند. مثلاً، در جمع ستونی اعداد، ابتدا با دو رقم شروع می‌کنند، ولی بعداً فکر می‌کنند که تعداد ارقام اهمیتی ندارند و همین روش را می‌توان در مورد اعدادی با هر تعداد رقم، تعمیم داد. به علاوه، بسیاری از طرحواره‌های مرتبه‌ی بالاتر، در اثر تجریدی که دانش‌آموزان از عمومیت داشتن ویژگی‌ها در موقعیت‌های مختلف استنباط می‌کنند، شکل می‌گیرند.

با این حال، اگرچه داشتن توانایی تعمیم برای یادگیری ریاضی لازم است، اما براساس تحقیقات متعدد (شونفیلد، ۱۹۸۵؛ نشر، ۱۹۸۷؛ اولیویر، ۱۹۹۲؛ بن زیو، ۱۹۹۶؛ و هاجی دمتریو و ویلیامز، ۲۰۰۰)، ریشه‌ی بسیاری از بدفهمی‌های دانش‌آموزان، «بیش تعمیمی» مفاهیم و قواعد ریاضی است. هاجی دمتریو و ویلیامز (۲۰۰۰) به نقل از ژانویر[۳۳] (۱۹۹۸)، ابراز می‌دارند که تمایل دانش‌آموزان در بیش تعمیمی، یک مانع معرفت‌شناسانه[۳۴] است؛ یعنی از بخش‌های «درستی» از دانش، به‌طور «نامناسب» استفاده می‌شود و به همین دلیل، آن بخش‌ها، به عنوان یک مانع، عمیقاً در ذهن دانش‌آموزان ریشه دوانیده و مانع یادگیری آن‌ها می‌شوند.

به عنوان نمونه، بن‌زیو (۱۹۹۶) دریافته است که گاهی دانش‌آموزان، ویژگی خاص عدد صفر را در حل معادله‌ی $(x-۲)(x-۳)=۰$، به همه‌ی اعداد تعمیم داده و می‌نویسند:

$$(x-۲)(x-۳)=۲ \Rightarrow (x-۲)=۲ \Rightarrow x=۴$$

یا

$$(x-۳)=۲ \Rightarrow x=۵$$

موارد زیر را نیز می‌توان به عنوان بیش تعمیمی از خاصیت توزیع‌پذیری که دانش‌آموزان در حساب و جبر به وفور با آن سروکار داشته‌اند، یا تعمیم خواص مربوط به جمع به ضرب یا برعکس، در نظر گرفت (شونفیلد، ۱۹۸۵؛ اولیویر ۱۹۹۲):

$$a(bc)=(ab)(ac)$$
$$(a+b)^۲=a^۲+b^۲$$
$$\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sin(a+b)=\sin a+\sin b$$
$$\log(a+b)=\log a+\log b$$

به طور کلی، شونفلید (۱۹۸۵) از قول ماتز (۱۹۸۲) اظهار می‌دارد که این بدفهمی‌ها یا اشتباه‌های مفهومی، در اثر بیش تعمیمی خاصیت $f(a*b) = f(a)*f(b)$ از توابع خطی به کلیه‌ی توابع و اعمال، به وجود آمده‌اند.

تشابه واژه‌ی مربوط به طرحواره‌ی ریاضی با واژه‌های عامیانه

بسیاری از تحقیقات نشان داده‌اند که تشابه واژه‌ی مربوط به یک مفهوم با واژه‌ی عامیانه‌ی متناظر با آن، می‌تواند ایجاد بدفهمی نماید (بلاسر، ۱۹۸۷؛ فیش‌باین و بالتسان، ۱۹۹۹؛ گیلبرت، ۲۰۰۳؛ علم الهدایی، ۱۳۸۱). برای نمونه، فیش‌باین و بالتسان (۱۹۹۹)، در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که بر اثر تشابه واژه‌ی ریاضی «مجموعه» با واژه‌ی عامیانه آن به عنوان گردایه (دسته)[۳۵] بدفهمی‌های زیر در مورد مفهوم مجموعه، شکل گرفته‌اند:

- یک مجموعه، باید بیش از یک عضو داشته باشد (ایده‌ی مجموعه‌ی تهی و مجموعه‌ی تک عضوی، رد می‌شود)؛
- عضوهای تکراری، به عنوان عنصرهای مجزا به حساب می‌آیند؛
- دو مجموعه مساویند، اگر و تنها اگر، تعداد اعضایشان یکسان باشند؛
- عضوی از یک مجموعه، نمی‌تواند عضوی از یک مجموعه‌ی دیگر باشد.

وقتی کودکان اعداد را اشتباه جواب می‌دهند، اغلب به خاطر این نیست که آن‌ها اشتباه می‌کنند؛ بلکه آن‌ها دارند سؤال دیگری را پاسخ می‌دهند، و کار معلم این است که بفهمد آن‌ها در واقع دارند به چه سؤالی پاسخ می‌دهند

به گفته‌ی این محققان، در مواردی که واژه‌ی ریاضی ریشه در زبان عامیانه دارد، سه نظریه محتمل است:

۱ـ معنای اصلی و معنای جدید، هر یک در متن خاص خود، ادامه‌ی حیات می‌دهند؛

۲ـ معنای عینی اصلی فراموش شده، و معنای علمی پایدار می‌ماند؛

۳ـ معنای عینی اصلی پایدار مانده و معنای علمی، حالت ضمنی پیدا می‌کند (فراموش می‌شود).

بنابر یافته‌های فیش باین و بالتسان (۱۹۹۹)، در بسیاری مواقع، نظریه‌ی سوم محتمل‌تر بوده و همین امر، باعث خدشه در طرحواره‌ی علمی و در نتیجه، ایجاد بدفهمی می‌گردد.

تأثیر ساختارهای شهودی

شهود و عقل سلیم، عوامل مهمی در ریاضی و در آموزش و یادگیری آن به حساب می‌آیند و رشد و به کارگیری صحیح آن‌ها، تأثیر مهمی در رشد و توسعه‌ی تفکر ریاضی دانش‌آموزان، دارد (حسام، ۱۳۸۳). پولیا (۱۹۶۹) از قول کانت، نقل می‌کند که «تمام شناخت انسان، با شهود آغاز می‌شود، سپس به فهم و درک منجر شده و بالاخره به ایده‌ها ختم می‌شود.» فیش باین هم ((۱۹۸۵) نقل شده در شنارک، ۱۹۹۹)، معتقد است که شهود، یک شناخت سریع است که به عنوان یک چیز بدیهی در ذهن، ایجاد می‌شود، با احساس اطمینان توأم است و کلی، فی‌البداهه و استنتاجی است. به گفته‌ی وی، مثلاً، این اصل که «کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه، خط راست واصل آن‌هاست» به‌طور شهودی پذیرفته می‌شود.

در زمینه‌ی ارتباط شهود با طرحواره‌ها، شنارک (۱۹۹۹) اظهار می‌دارد که شهود نیز مانند طرحواره، یک «ساختار شناختی» است که توسط ثبات و پایداری از یک طرف، و انعطاف‌پذیری در تطبیق با موقعیت‌ها از طرف دیگر، مشخص می‌شود. با این حال، یک تفاوت اساسی بین طرحواره و شهود وجود دارد که طرحواره‌ها، برنامه‌های تحلیلی تفسیری هستند، حال آن‌که شهودها، رویکردهایی کلی و سریع می‌باشند. از طرف دیگر، تحقیقات فیش باین (۱۹۸۵) نشان می‌دهد که ایده‌های شهودی نخستین، به قدری عمیق در ذهن کودک ریشه می‌دوانند که به اعمال یک کنترل ناآگاهانه بر رفتار ذهنی او می‌پردازد، که حتی بعد از این‌که کودک مفهوم ریاضی را از ایده‌های محکم و درست کسب کند، باز هم ادامه دارد. (نقل شده در اولیویر، ۱۹۹۲). یعنی در واقع، شهود را می‌توان مانند زمینی دانست که طرحواره‌ها در آن، رشد و توسعه پیدا می‌کنند. تحقیقات شنارک (۱۹۹۹) نشان می‌دهد که اگر شهود و عقل

سلیم دانش‌آموزان در زمینه‌ی ریاضی تقویت نگردد، می‌تواند منشأ بروز برخی از بدفهمی‌های آن‌ها به ویژه در زمینه‌ی احتمالات باشد. نمونه‌های زیر، تأثیر ساختارهای شهودی را بر ایجاد بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان نشان می‌دهند:

- احتمال آمدن یک ۵ و یک ۶ در دوبار پرتاب تاس، با احتمال آمدن دو ۶ برابر است (شنارک، ۱۹۹۹)؛
- هنگام ریختن تاس، آمدن عدد ۶ از هر عدد دیگر، مشکل‌تر است (نیوتن، ۱۹۹۷)؛
- پس از سه بار پرتاب سکه و آمدن «رو»، در مرتبه‌ی چهارم، احتمال آمدن «پشت»، بیش‌تر است (مستر، ۱۹۸۹)؛
- عددی که بزرگ‌تر است، تعداد عوامل اول بیش‌تری دارد (کیزر، ۲۰۰۴).

آن‌گونه که شنارک (۱۹۹۹) در تحقیق خود درباره‌ی بدفهمی‌های ناشی از شهود احتمالاتی نتیجه گرفته است، برخی از طرحواره‌ها با گذر زمان، بر فعالیت‌های ذهنی افراد مسلط‌تر شده و موجب تأثیر در شهود آن‌ها و در نتیجه، رشد و توسعه‌ی آن می‌گردند. از این‌رو، اگر با طی زمان و آموزش بیش‌تر، یک طرحواره‌ی بهتر به کار برده شده و انسجام و تسلط آن بر فعالیت‌های ذهنی افزون گردد، می‌تواند باعث تقویت شهود و عقل سلیم دانش‌آموزان شده و از میزان بدفهمی‌های آن‌ها بکاهد. برعکس، طرحواره‌های غیرکاربردی و دارای ساختار ضعیف، به پرورش شهود فرد، کمکی نکرده و بدفهمی‌های شهودی را به دنبال دارند که ممکن است با ازدیاد سن، میزان آن‌ها نیز افزایش یابند.

جمع‌بندی

طرحواره‌های ذهنی، نقشی اساسی در یادگیری ریاضی دارند. به‌خصوص با توجه به جهان‌بینی ساخت‌وسازگرایی که انسان را سازنده‌ی دانش خویش می‌داند، طرحواره‌ها در چنین ساخت‌وسازی، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار خواهند بود. هم‌چنین، طبیعی است که انسان، در جریان ساخت و ساز دانش خویش، به فهم‌ها یا بدفهمی‌های مختلفی می‌رسد که از نظر وی، همگی قابل احترام و قابل دفاع هستند. هدف این مقاله، اشاره به نقش طرحواره‌های ذهنی در شکل‌گیری بدفهمی‌های دانش‌آموزان، و توجه‌دادن جامعه‌ی آموزشی به این مهم است که این بدفهمی‌ها، اشتباهات سهوی نیستند که با تکرار و تمرین، قابل اصلاح باشند. بلکه این بدفهمی‌ها، ریشه در ساختارهای ذهنی یا طرحواره‌های دانش‌آموزان دارند و برای جایگزین کردن یا اصلاح آن‌ها، نیازمند تحقیقاتی هستیم تا هم بدفهمی‌ها را شناسایی کنند، و هم دلایل شکل‌گیری آن‌ها را روشن نمایند تا بتوان با استناد به یافته‌های پژوهشی برای رویارویی مناسب با بدفهمی‌های دانش‌آموزان، به برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، رهنمودهای اجرایی ارایه داد.

زیرنویس‌ها

1. Schema
2. Bartlet
3. Davis & Tall
4. Minskey
5. Schank
6. Scripts
7. Rumelhartand & Ortany
8. Organised Knowledge Structures
9. Retrival
10. Instrumental Understanding
11. Relational Understanding
12. Habit Learning
13. Intelligent Learning
14. Recorde, Robert
15. Learning by Reason & Learning by Rote
16. Meaningful Learning & Rote Learning
17. Procedural Knowledge & Conceptual Knowledge
18. National Council of Teachers of Mathematics
19. Selective
20. Associative Link
21. Conceptual Link
22. Expanding
23. Reconstruction
24. Fit
25. Higher Order Schemas
26. Wang & Heartel & Walberg
27. Sophisticated
28. Plans of Action
29. White & Mitchelmore
30. Primary Concepts
31. Secondly Concepts
32. Over Generalisation
33. Janvier
34. Epistemological Obstacle
35. Collection

منابع انگلیسی

1. Anthony, G. (1996). Active learning in a constructivist framework. Educational Studies in Mathematics, 31, 349-469.

2. Ben-zeev, T. (1996). When erroneous mathematical thinking is just as "correct": the oxymoron of rationsl errors. IN R.J. Sternberg & T. Ben-zeev (Eds). The Nature of Mathematical Thinking, 55-79. LEA Publishers.

3. Blosser, P.E. (1987). Science misconceptions research and some implications for the teaching of science to elementary school students. ERIC/SMEAC Science Educational Digest No.1, 1987. ED282776. www.ed. gov/databases/ERIC-Digest/ ed282776.html

4. Borgen, K.I. & Manu. S.S (2002). What do students really understand? Journal of Mathematics Behaviour, 21, 151-165.

5. Chinappan, M. (1998). Schemas and mental models in geometry problem solvig. Educationa Studies in Mathematics, 36, 201-217.

6. Davis, G.E.& Tall, D. (2002). What is Scheme? IND. Tall & M.O.J. Thomas (Eds). Intelligence, Learning and Understanding Mathematics, 131-150. Post Pressed Flaxton, Australia.

7. Devlin, K. (2003). The forgotten revolution. www. mma. org/devlin/devlin-03-03.html

8. Fischbein, E. & Baltsan, M. (1999). The mathematical concept of set and the 'collection' model. Educational Studies in Mathematics, 37, 1-22.

9. Fischbein, E & Muzicant, B. (2002). Richard Skemp and his conception of relational and instrumental understanding: open sentences and phrases. IND. Tall & M.O. J. Thomas (Eds). Inteligence, Learning and Understanding Mathematics, 49-78. Post Pressed Flaxton, Australial.

10. Gibert, K. (2003). Using action reseasch to uncover misconceptions about scale. 11th Annual Meeting of Minds Undergraduate Conference: a Celebration of Research Creative Endivors, Daerbor, MI. www. umd. umich. edu/sep/syudents/kjgilber/kjgilber-arrep.html

11. Hadjidemetriou, C. & Williams, J. (2000). Assessing graphical Literacy in year 10 mathematics pupils. British Educational Resaerch Assocciation Student Symposium, .

12. Keazer, A. (2004). Students' misconceptions in middle school mathemativs. B.S. Undergraduate Mathematics Exchange, Vol.2, No.1, Spring 2004.

13. McGowen, M. & Tall, D. (1999). Concept maps and schematic diagrams as devices for documenting the growthe of mathematics. Proceedings of the 23th Conference of PME, 3, 281-288. Haifa, Israil.

14. Mestre, J. (1989). Hispanic and Anglo students' misconceptions In mathematics. ERIC Digest Publications, ED313192. www. ericfacility. net/database/ERIC-Digest/ed313192.html

15. Nesher, P,& Hershkovitz, S. (1994). The role of schemes in two-step problems: analysis and rsearch findings. Educational Studies in Mathematics, 26. 1-23.

16. Newton, M. I(1997). A study into the effectiveness of conflict teaching and the implications for me as a teacher and for my pupils. http://S13a.math.aca. mmu.ac.uk/student sritings/ DMELE/Martin Newton.html.

17. Olivier, A. (1992). Handling pupils misconceptions. IN M. Moodley, R. Njisane & N. Presmeg (Eds). Mathematics Education for In - Service and Pre- Service Teachers, 193-209. Pruetmatitzburg. Shuter and Shooter,

18. Schnarch, D. (1999). Intuitive and schemata in probabilistic reasoning-the evolution with age of probabilistic misconceptions. www.tau.ac.il/education/toar3/archiveetakzir1999-7.html.

19. Schoenfeld, A.H. (1985). Mathematical problem solving. New York: Academic Press.

20. Shangunessy, M. (1977). Misconceptions on probability: an experiment with a small group, activity-based, model building appriach to introductory probability at the collego level. Education Studies in Mathematics, 8, 295-316.

21. Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics Teacher, 77, 20-26.

22. Skemp, R.R. (1989). Mathematics in the primary school. London: Routhledge.

23. Tall, D. (2002). Continuities and discontinuities in long-term learning schemas. IN D. Tall & M. O. J. Thomas (Eds). Intelligence, Learning and Understanding Mathematics, 15-177. Post Pressed Flaxton, Australia.

24. Thomas, (Eds). Intellingence, Learning and Understanding Mathematics, 179-204. Post Pressed Flaxton, Australia.

منابع فارسی

۱. آرتیگ، میشل؛ دی دیرم، اکوپ. (۱۹۹۶). آموزش و یادگیری آنالیز مقدماتی. ترجمه‌ی: علیرضا مدقالچی. (۸۰-۱۳۷۹). مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۵۷، صص ۲۳ تا ۳۱. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۲. بهین آیین، نورالدین. (۱۳۸۲)، ماهیت ریاضیات، چگونگی آموزش و نقش آن در فرایندهای تفکر. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره ۷۱، صص ۴۵ تا ۴۹. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۳. حسام، عبداله. (۱۳۸۳). شهود، ریاضیات و آموزش. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره ۷۸، صص ۱۳ تا ۲۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۴. سیف، علی‌اکبر. (۱۳۷۹). روانشناسی پرورشی (روانشناسی یادگیری و آموزش). تهران: مؤسسه انتشارات آگاه. ویرایش پنجم. چاپ سوم.

۵. علم الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۱). راهبردهای نوین در آموزش ریاضی. نشر شیوه، چاپ اول.

تغییر پارادایم آموزش ریاضی در زمینه‌ی جهانی شدن

ترجمه: اصغر سلطانی، کارشناس ارشد برنامه‌ریزی آموزشی، دانشگاه اصفهان

اشاره

انگاره‌ی جهانی شدن در سال‌های پایانی قرن بیستم و شروع هزاره‌ی جدید، جنبه‌های مختلف فرهنگی، اجتماعی، اقتصادی و آموزشی جوامع را تحت تأثیر قرار داده است. در این بین، تأثیر این مقوله بر «آموزش» به عنوان یکی از مهم‌ترین زمینه‌های زندگی بشر، همواره مورد توجه اندیشمندان حوزه‌ی برنامه‌ی درسی و تعلیم و تربیت قرار داشته است. مجله‌ی Connect، به عنوان نشریه‌ی بین‌المللی آموزش علوم، تکنولوژی و محیط زیست یونسکو، در شماره‌های ۱ و ۲ سال ۲۰۰۴ خود، با انتشار مقاله‌ای به بررسی تأثیر جهانی شدن بر آموزش ریاضی پرداخته است. این مقاله در ابتدا، مفهوم جهانی شدن و پرسش‌های برآمده از آن را درباره‌ی آموزش ریاضی، مورد بررسی قرار می‌دهد. در ادامه، به نمونه‌هایی از تغییرات ایجاد شده توسط این پدیده در کشورهای مختلف اشاره کرده و در پایان، رهنمودهایی کلی برای تغییر پارادایم آموزش ریاضی در قالب اصول راهنما، اهداف راهنما و ویژگی‌های راهنما بیان می‌کند. آن‌چه در ادامه می‌آید، ترجمه‌ی متن کامل این مقاله است.

طبق دکترین نیوتن، «زمان» مطلق، حقیقی و ریاضی‌وار است و بدون ارتباط با هرچیز خارجی، در جریان است. با این وجود، به نظر می‌رسد که نوک پیکان زمان در سال‌های اولیه‌ی هزاره‌ی سوم، به طرف پدیده‌ی نظام‌وار و چند بعدیِ جهانی شدن شناور است که زمان و فضا را به هم نزدیک کرده، و همه‌ی جهان را به سوی یک «دهکده‌ی جهانی» با پیشرفت‌های بی‌سابقه‌ی خود، انتقال داده است. این پدیده‌ی زمان ـ فضا، اغلبِ جنبه‌های زندگی فردی و اجتماعی را، تحت تأثیر قرار داده است. از این رو، ادبیات معاصر، کنفرانس‌ها و سمینارهای مختلف، نشان‌دهنده‌ی اشتیاق جهانی، برای ایجاد تغییرات اساسی در محتوا و اجرای آموزشی، به منظور رویارویی موفقیت‌آمیز عام شهروندان با پدیده‌ی جهانی شدن هستند [۱].

در این زمینه، در عکس‌العمل به چرخش تغییراتی که در دهه‌های آخر قرن بیستم در آموزش ریاضی اتفاق افتاده است، لازم است که به نیازهای تغییر در فرهنگ تدریس و یادگیری ریاضی برای متناسب کردن حالت‌های جدید توسعه و جنبه‌های اصلاحی جهانی شدن، پرداخته شود. این مهم، با تأکید بر چهار

جنبه‌ی زیر، شدنی است:

■ مفهوم جهانی شدن
■ پرسش‌های مطرح شده درباره‌ی آموزش ریاضی
■ مثال‌هایی از تغییرات در آموزش ریاضی
■ رهنمودهایی در جهت تغییر پارادایم.

جهانی شدن

جهانی شدن، به عنوان «افزایش حرکت در سراسر مرزها و حدود ـ اعم از ملی، اقتصادی، فرهنگی، فناوری یا مؤسسه‌ای ـ افراد، کالاها، خدمات، ایده‌ها، اطلاعات، تصورات و ارزش‌ها» تعریف شده است [۲]. این، یک مفهوم بزرگ با تعاریف آزاد، تعمیم نادقیق و اغلب با دقت کم است. برای هدف‌های حاضر به جای تعریف، جهانی شدن می‌تواند به عنوان مجموعه‌ای از روابط گسترده میان همه حوزه‌های اقتصادی، فرهنگی، سیاسی و جامعه‌ی مدرن توصیف شود [۳].

بین جهانی شدن و تعالی پژوهش و توسعه، تبادل و تأثیر دوطرفه‌ای وجود دارد. ملاک سنتی برای توسعه برحسب «تولید ناخالص داخلی GDP[1]» یا «تولید ناخالص ملی GNP[2]»، در حال تغییر یافتن، به «ذخیره اطلاعات ملی»[3] است. در نتیجه، در عصری که پیشرفت، با کیفیت افراد ـ و نه با میزان تولید آن‌ها ـ سنجیده می‌شود، تعلیم و تربیت، خرد و مهارت، جایگزین بت‌های قدیمی عصر صنعتی شده‌اند. آموزش ریاضی و علوم، همراهی با جهانی شدن، مستلزم پرکردن خلأ دانش و فناوری بین کشورهای صنعتی و کشورهای در حال توسعه، و پرداختن به تأثیر اصول بازار و تغییر نقش دولت در آموزش، و رابطه‌ی آن‌ها با برنامه‌ریزی و مدیریت آموزش است. این مسأله، بدون حفظ گوناگونی و غنای میراث جهانی در جهانی که بیش‌تر و بیش‌تر متجانس می‌شود، دست یافتنی نخواهد بود [۴].

در واقع، در بسیاری از جوامع صنعتی شده، تأکید بر اهمیت تکنولوژیکی شهروندان (منظور مهارت‌های کامپیوتری و توانایی استفاده از کامپیوتر و سایر وسایل فناوری اطلاعات (IT) برای بهبود یادگیری، خلاقیت و عملکرد است) به کاربرد اصطلاحات جدیدی مانند «مدارس هوشمند[4]» یا مدارس غنی از نظر تکنولوژی منجر شده است که اکنون، آن‌ها را در رأس مسایل نظام‌های آموزشی داریم. بنابراین، کوشش برای برتری در جایی است که ریاضی یک پیش نیاز است و عامل اصلی برای آماده کردن افراد «باهوش» است که به وسایل اصلی شناخت برای تحقیق و توسعه، مجهز شده‌اند. متعاقباً، از نظر اقتصادی و اجتماعی مهم است که شهروندانی «باسواد»[5] از نظر ریاضی، مسأله حل کن سطح بالا، دانشمند و مهندس تربیت کنیم. اگر، برای این مهارت‌ها و این دیسیپلین‌ها، در زمان مناسب و جایگاه مرتبط با یادگیرندگان، مبانی ریاضی ایجاد نشده باشد، ممکن است که همه‌ی این‌ها، یک خیال‌پردازی بیش نباشد.

یکی از تعهدات اصلی کنفرانس جهانی علوم (بوداپست، ۱۹۹۹)، توجه به فرایند جاری جهانی شدن و نقش راهبردی دانش علمی و فناوری در آن، هم‌چنین، روابط جدید بین ریاضی / علوم با جامعه برای رویارویی با مسائل مهم جهانی مانند فقر، نابودی محیط زیست، امنیت آب و غذا است. در نتیجه، شرایط تولید و ترویج علم نیز، به سبب افزایش شدید ارتباطات، ادغام فزاینده‌ی رشته‌های درسی با یکدیگر و تعامل محکم‌تر بین علم و فناوری، دانشگاه‌ها و صنعت، آزمایشگاه‌ها و کارخانجات، تغییر کرده است. علاوه بر این، روش‌های متنوع تدریس برای تکامل نظام‌های آموزشی حیاتی است و از این رو، به طور فزاینده‌ای، آموزش رسمی باید از طریق کانال‌های غیررسمی، تکمیل شود.

پرسش‌های مطرح شده

حوزه‌ی آموزش ریاضی به روی بسیاری از سؤال‌های پژوهشی از قبیل سؤال‌های زیر، باز بوده و هست:

۱ـ آیا ریاضیاتی که تدریس می‌کنیم، همان ریاضیاتی است که در زندگی روزمره مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

۲ـ آیا ریاضی یک موضوع در معرض خطر است؟ چه خطراتی، فرهنگ تدریس را در کلاس ریاضی، تهدید می‌کند؟

۳ـ آیا می‌توانیم و آیا مناسب است که به جای آن که ریاضی را به صورت یک زبان دقیق و متکی بر لفظ[7] تدریس کنیم، آن را به عنوان یک علم تجربی تدریس کنیم؟

۴ـ کدام مهارت‌های ریاضی، و «دانستن چه و چگونه»[8]، برای توسعه‌ی جدید جهانی شدن حیاتی هستند؟

۵ـ تبدیل اهداف آموزشی[9] به استانداردها و نتیجه / عملکرد[10] به معیارها، چگونه برنامه‌های درسی و ارزشیابی ریاضی را تحت تأثیر قرار می‌دهد؟ و چگونه باید، تدریس ریاضی با ساخت و سازگرایی و نوآوری‌های تعاملی، سازگار گردد؟ [۵]

ترجمه: اصغر سلطانی، کارشناس ارشد برنامه‌ریزی آموزشی، دانشگاه اصفهان

این پرسش‌ها و پرسش‌هایی نظایر آن‌ها از طریق پروژه‌های پژوهشی و پایان‌نامه‌های دکتری و تحقیقاتی در بعضی از جنبه‌های آموزش ریاضی در سطح جهانی و در بعضی از دانشگاه‌های خاص جهان، مطرح شده است. تغییرات پارادایمی برای اصلاح، باید پژوهش ـ محور بوده و به طور انتقادی هدایت گردند. در این زمینه، کشورها باید نهادهای علمی با کیفیت بالا را که توانایی انجام تحقیقات و پرورش استعدادها را در حوزه‌های ویژه داشته باشند، گسترش دهند. در چارچوب جدید جهانی شدن فزاینده و شبکه‌های بین المللی، دانشگاه‌ها مسئول آماده‌سازی و ظرفیت‌سازی در دانشجویان برای رویارویی با موضوعات جهانی و دانش انعطاف‌پذیر و به روز، می‌باشند. به منظور دست‌یابی به این مسأله، گفت‌وگوی نزدیک‌تر بین اهداکنندگان بودجه‌های علم و فناوری و دریافت‌کنندگان آن‌ها، ضروری است.

نمونه‌ای از تغییرات برای اصلاح

آن‌چه به دنبال می‌آمد، مثال‌هایی از تغییرات بومی به جای تغییرات صرف است. تغییرات صرفی که از طریق تجدید سازمان محتوای قبلی و در نتیجه‌ی اضافه کردن موضوع‌ها و تمرین‌های عملی سنتی، رخ می‌دهند:

چشم‌اندازی از چین [۶]

■ معرفی ریاضیات مفید برای یادگیری در سطح کارشناسی ارشد برای به دست آوردن مهارت‌های تحلیلی، تفسیر فرآیندهای کنترل شده توسط کامپیوتر، رویارویی با کاربردهای روزانه مانند هزینه، سود، پیش‌بینی وضع هوا، ارزشیابی ریسک، بهینه‌سازی، سیستم‌های اکولوژیک و غیره.

■ تأکید بر یادگیری فعال که در آن، یادگیرندگان، دانش جدید را از طریق ساختن معانی توسط خود، جذب می‌کنند و ساختار شناختی خویش را دوباره‌سازی می‌نمایند.

استانداردهای ایالات متحده [۷]

طبق اصول راهنما، ده استاندارد برای تفکر درباره‌ی ریاضی و ریاضی ورزیدن، مورد تاکید قرار گرفته است. پنج تا از استانداردها در رابطه با چیزی است که «دانستن چه[۸]» یا «مهارت‌های سخت»[۱۱] نامیده می‌شوند، و پنج استاندارد دیگر، در رابطه با «دانستن چگونه[۸]» یا چیزی است که «مهارت‌های نرم»[۱۲] نامیده می‌شوند.

■ مهارت‌های سخت، شامل اعداد و عملیات، الگوها، توابع و جبر، هندسه و درک فضایی، اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها، آمار و احتمال است.

■ مهارت‌های نرم شامل حل مسأله، نحوه‌ی استدلال کردن، ارتباطات، ارتباط و اتصال، و بازنمایی است.

چارچوب برنامه‌ی درسی و استانداردهای استرالیا [۸]

■ این چارچوب، از خط مشی ملی استرالیا در مورد آموزش ریاضی اقتباس شده است. این ساختار، خطوط کلی را ارایه کرده و مسئولیت جزییات توسعه و اجرا را به عهده‌ی مدارس گذاشته است. این برنامه، هم‌چنین تأکید روشنی بر استفاده‌ی معنی‌دار از فناوری کرده است که منبع با ارزشی برای یادگیری ریاضی محسوب می‌شود.

■ محتوای برنامه شامل شش شاخه‌ی فضا، عدد، اندازه‌گیری، شانس و داده‌ها، جبر، ابزارهای ریاضی و رویه‌های ریاضی است.

■ نتایج یادگیری و قابلیت‌ها در چارچوب‌های زمانی، برای هر سطح از تدریس ـ یادگیری و در هر یک از شش استاندارد محتوایی و زیر استاندارد آن‌ها، مشخص شده است.

رویکرد آفریقای جنوبی [۹]

رویکرد نتیجه مدار در آفریقای جنوبی، به عنوان محرکه‌ای[۱۴] برای تضمین این که یادگیرندگان باید برای زندگی در یک جامعه‌ی جهانی و درک جهانی که در آن زندگی می‌کنند، آماده شوند، مورد توجه قرار گرفته است. در این رویکرد، رسیدن به نتایج زیر از طریق این برنامه‌ی درسی، مشخص شده است:

■ مشخص کردن و حل مسایلی که حل و پاسخ به آن‌ها نشان می‌دهند که تصمیم‌گیری، مبتنی بر تفکر انتقادی خلاق انجام شده است.

■ کارکردن اثربخش با دیگران، ارتباط اثربخش، به کارگیری مهارت‌های زبانی و یا تصویری در ترغیب سازمان‌دهی‌های نوشتاری / شفاهی.

■ جمع‌آوری، تحلیل، سازمان‌دهی و ارزشیابی انتقادی اطلاعات و مدیریت خود و فعالیت‌های خویش به طور مسئولانه و اثربخش.

■ به کارگیری علوم و فناوری به طور انتقادی / اثربخش، نشان

دادن مسئولیت در قبال محیط زیست و نشان دادن فهمی از جهان به عنوان مجموعه‌ای از نظام‌های مرتبط با هم.

- استفاده از داده‌ها از موقعیت‌های گوناگون برای قضاوت‌های هوشمندانه و بدون سوگیری و دانستن چگونگی پردازش اطلاعات.
- تحلیل شکل‌های طبیعی، محصولات فرهنگی به عنوان بازنمایی‌های شکل، فضا و زمان و کسب تجربه با شکل و فضاهای یک، دو و سه بعدی.
- معناسازی از شکل‌ها، روابط و فرآیندهای زیبایی‌شناختی از موقعیت‌های گوناگون ریاضی، و استفاده از فرآیندهای منطقی برای صورت‌بندی، آزمایش و توجیه حدسیه‌ها.

دیدگاهی از شورای آموزش ریاضی مصر [۱۰]

شورای آموزش ریاضی مصر، یک سازمان غیردولتی با هدف بهبود تدریس و یادگیری ریاضی، پیشنهادات مناسبی بر مبنای مقالات پژوهشی و مطالعات ارایه شده در کنفرانس‌های خود، از جمله موارد زیر را، ارایه داده است:

- کمک به یادگیرندگان برای دیدن ریاضی به عنوان یک آرزوی انسانی و فعالیت مورد علاقه که در آن، فکر با نشانه‌های عدد، نماد، الگو، شکل و مدل تعامل برقرار می‌کند تا درک و فهم‌شناختی و مهارت‌های شایسته را تعمیق بخشد.
- بازسازی نظام‌مند برنامه‌های درسی با توجه به مفاهیم پایه‌ای ریاضی.
- کاهش هندسه‌ی سنتی، عملیات مکانیکی حسابی و جبری از قبیل عملیات با کسرهای معمولی، کسرهای جبری، جدول‌های لگاریتمی، دترمینان‌ها، ...، فرمول‌های مختلف معادله‌ی خط و دایره، حفظ کردن صورت قضیه‌ها، ارایه‌ی شبه اثبات‌ها[15] برای قضیه‌ها، نتیجه‌ها[16] و مسأله‌های هندسه‌ی مسطح و فضایی.
- ایجاد فضای مناسب برای مفاهیم جدید و معاصر (یعنی ریاضیات گسسته، احتمالات، توپولوژی، پدیده‌های آشوبی[17]، ...)
- اضافه کردن واحدهای کاربردی در پایان هر پایه‌ی تحصیلی در هر مرحله، که کاربرد آن‌چه را که در آن پایه یا مرحله تدریس شده است، در بربگیرد.
- عدم پافشاری بر اصطلاحات فنی در سال‌های اولیه‌ی تحصیل: شروع با زبان ساده‌ی کودکان.
- کارکردی کردن محتوای ریاضی در آموزش فنی و حرفه‌ای، استفاده از ریاضیات بصری و تجربی در زمینه‌های فنی و حرفه‌ای.
- به کارگیری روش‌های تدریس برای موقعیت‌های فردی، با استفاده از نظریه‌های یادگیری سازنده.
- افزایش سطح آرمان‌ها برای رسیدن به استانداردهای بین‌المللی و بلندپروازی‌های ملی.
- توجه بیش‌تر به نقش پژوهش به عنوان مسیری مطمئن برای رسیدن به اصلاحات واقعی و پایدار.

به سوی یک تغییر پارادایم

آن‌چه در زیر می‌آید، نشان دهنده‌ی دستورالعمل‌های دوبعدی است: [۱۱]

اصول راهنما

- هر کودک، مستعد یادگیری ریاضی است و هر یادگیرنده، شایسته‌ی رسیدن به یک سطح تسلط است. پس ریاضی، باید برای همه باشد.
- نظریه‌های جدید یادگیری، مسأله‌ی هوش‌های چندگانه را مشخص می‌کند که برخی از آن‌ها، نهفته هستند.

از این‌رو، تمایز در محتوا و نظام‌های اجرایی آموزشی ضروری است تا بتوان برای مسیرهای چندگانه برنامه‌ریزی کرد و قدرت‌های خلاق و توانایی‌های بالقوه‌ی مناسب را پیدا کرد و شعله‌ور ساخت.

- اصلاحات اصیل، یک تلاش نظام‌مند نهادین است. در نتیجه، تغییر پارادایم، نیازمند تلاش و تشریک مساعی آموزشگران ریاضی، ریاضی‌دان‌ها، معلمان و سایر شریکان مرتبط است. این کار، درون سیاست گزاری‌های برنامه‌ریزی شده و با معنا جواب می‌دهد، نه از طریق سیاست‌های لجبازانه.
- آزمایش تجربی، مقدم بر نشر و توسعه‌ی کار است. دادن پیش خورد و بازخورد[18]، تضمین کننده‌ی اصلاحات پایدار است.

اهداف راهنما

اهداف باید از هدف‌های کلی ناشی شده باشند و با استانداردهای ملی پذیرفته شده توسط نظام آموزشی که به نوبه‌ی خود، از اهداف متعالی کشور ناشی می‌شوند، هماهنگ و

سازگار شوند. دو مقوله‌ی اصلی باید در نظر گرفته شوند:

اهداف اجتماعی

■ قدرشناسی نسبت به استفاده‌ی عملی از ریاضی در حوزه‌های مختلف و فعالیت‌های اجتماعی که در خدمت ابزار و فناوری‌های تولید است.

■ آماده‌سازی شهروندان برای بازار کارهای جدید متکی به تکنولوژی.

■ توسعه‌ی مهارت‌های عمومی مانند توانایی مستقل بودن، کارکردن با مشارکت دیگران، بازبودن از نظر فکری، تصمیم‌گیری.

■ ترویج فرهنگ و روش‌های ریاضی در جامعه.

اهداف توسعه‌ای

■ ظرفیت‌سازی، توسعه‌ی فهم و درک عددی و فضایی.

■ ایجاد توانایی تخمین زدن، توضیح دادن، تقریب زدن، مقایسه کردن، تجزیه و تحلیل خطاها و رویارویی با موقعیت‌های احتمالی.

■ ایجاد تفکر کمّی و کیفی، مشاهده‌ی پدیده‌های فراسوی اعداد جدول‌ها و نمودارها و ارایه‌ی بازنمایی‌های مختلف برای موقعیت‌های ریاضی مورد نظر.

■ ایجاد توانایی استدلال منطقی، ساختن اثبات‌های منطقی، تجریدسازی، استقرا، استنتاج، درون‌یابی، برون‌یابی و...، در موقعیت‌های خاص و مفروضات مناسب.

■ ایجاد توانایی تصورکردن، کاوش کردن، آزمایش کردن و تصمیم‌گیری.

■ استفاده از زبان ریاضی در ارتباطات و پیوندها با سایر حوزه‌های دانش و استفاده از جنبه‌های ریاضی در تفریحات[19] و بازی‌های آموزشی.

■ تمایز قائل شدن بین اثبات ریاضی و صرفاً اثبات بعضی از فرمول‌ها یا تعمیم‌ها.

■ نشان دان فهم و درک نسبت به راه‌های کار با انواع مختلف اعداد و دیگر هستی‌های ریاضی، به علاوه، بررسی الگوها و پدیده‌های مرتبط با ریاضی در پدیده‌های اجتماعی و فیزیکی.

■ باورداشتن به این که ریاضی، یک تولید انسانی است که همه‌ی فرهنگ‌های باستانی، قرون وسطایی و معاصر، به شکل مهمی در این تولید، مشارکت داشته‌اند.

■ تحلیل روابط ریاضی برای توسعه‌ی تفکر انتقادی و ظرفیت‌سازی در یادگیرندگان به منظور کمک به آن‌ها تا بتوانند در تصمیم‌گیری‌هایی که زندگی و حرفه‌ی آن‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد، سهیم باشند.

جنبه‌های راهنما

■ در پرتو دسترسی به فناوری، عملیات قلم ـ کاغذی را به سمت عملیات متکی بر مهارت‌های پایه، سوق دهیم.

■ در تمام سطوح، محتوای ریاضی را به طور نظام‌مند به گونه‌ای سازمان‌دهی کنید که وحدت تفکر، روابط درونی بین ایده‌ها در میان موضوعات و شاخه‌ها، پیوندهای غیرخطی بین مفاهیم، تعمیم‌پذیری و مهارت‌ها را، تضمین نماید.

■ از تکرار و توالی خطی خودداری کنید تا به یادگیرنده، فرصت پیش‌بینی، کشف، ساختن و کسب مهارت‌های عمومی داده شود.

■ مفاهیم و روش‌های جدید ریاضی را در سطوح مرتبط بگنجانید. به عنوان مثال، می‌توان به تحلیل داده‌ها، تکنیک‌های نمونه‌گیری، احتمالات و عدم قطعیت، آشوب، پیچیدگی، الگوها و الگوهای فراکتالی، تاریخ و نقش فرهنگ‌های مختلف در توسعه‌ی ریاضی، فعالیت‌هایی که زیبایی‌شناسی را در ساخت و سازهای ریاضی منعکس می‌کند، الگوها، روش‌های استدلالی و حل خلاق مسأله‌ها، اشاره کرد.

■ از کاربردهای ریاضی در موقعیت‌های واقعی زندگی که نقش ریاضی را در رشته‌های مختلف عملی، پیشرفت‌های فناوری، کارآمدی حرفه‌ای، توسعه‌ی اجتماعی و عادت‌های شخصی نمایان می‌سازد، استفاده کنید.

■ معلمان ریاضی را برای کار در درون استانداردها و اهداف وسیع[20] آموزش دهید و آن‌ها را در درون طبقه‌بندی کلاسیک هدف‌های رفتاری بلوم، محصور نکنید.

نتیجه‌گیری

با تصمیم‌گیری برای این که پدیده‌ی جهانی شدن را به عنوان مجموعه‌ای از روابط از درون مرتبط و گسترده در حوزه‌های مختلف چون اقتصاد، فرهنگ، سیاست و جوامع مدنی در جهان شرح دهیم، باید به طور جدی به پرسش‌های مطرح شده در رابطه با آموزش ریاضی در آینده‌ی نزدیک، بپردازیم. شروع این کار مستلزم این است که از خود بپرسیم که چگونه ریاضی، می‌تواند

به طریقی تدریس شود که در حالی که به توسعه‌ی جهانی شدن کمک می‌کند، هم‌چنان نسبت به ماهیت خود وفادار باشد و توان رویارویی با تغییرات چالش‌ها را در جامعه و فناوری، داشته باشد. در آخر، ما باید بر سر صورت‌بندی یک دستورالعمل مورد نیاز برای سیر این تغییر پارادایمی و متعهد شدن به آن دستورالعمل توافق کنیم؛ تغییراتی چون ریاضیات برای همه، نظام‌های آموزشی واگرا، روش‌شناسی‌های جدید یاددهی - یادگیری به علاوه کوشش‌های مشارکتی از طرف تمام مشارکت‌کنندگان مرتبط تا بتواند بر تغییرات نهادین نظام‌وار، تأثیرگذار باشند.

زیرنویس‌ها

1. Gross Domestic Product (GDP)
2. Gross National Product (GNP)
3. National Information Reserve
4. Smart Schools
5. Numerate

۶. منظور از Growing Interface Between Disciplines در واقع، از بین رفتن مرز بین رشته‌ها و ادغام فزاینده‌ی آن‌هاست.

7. Rhetoric Verbatim

منظور از این اصطلاح، تأکید ویژه بر دقت و انتزاع زبان است نه الزاماً مفاهیم و مهارت‌ها.

8. Know-what, Know-how

این دو، اصطلاحاتی هستند که در ادبیات این حوزه، به کرات مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

9. Objectives
10. Outcome
11. Hard Skills
12. Soft Skills
13. Outcome - Based Approach
14. Vehicle
15. Pseudo Proofs
16. Corollaries
17. Chaotic Phenomena
18. Feed Forward and Feed Back
19. Recreation تفریح، سرگرمی
20. Open - Ended Objectives

اهدافی که انتهای آن‌ها باز است، در واقع اهداف وسیع، متعالی و منعطف هستند.

منبع اصلی

Connect, UNESCO International Science, Technology & Environmental Education Newsletter, VOL. XXIX, no. 1-2, 2004. Available: www.unesco.org/education/ste

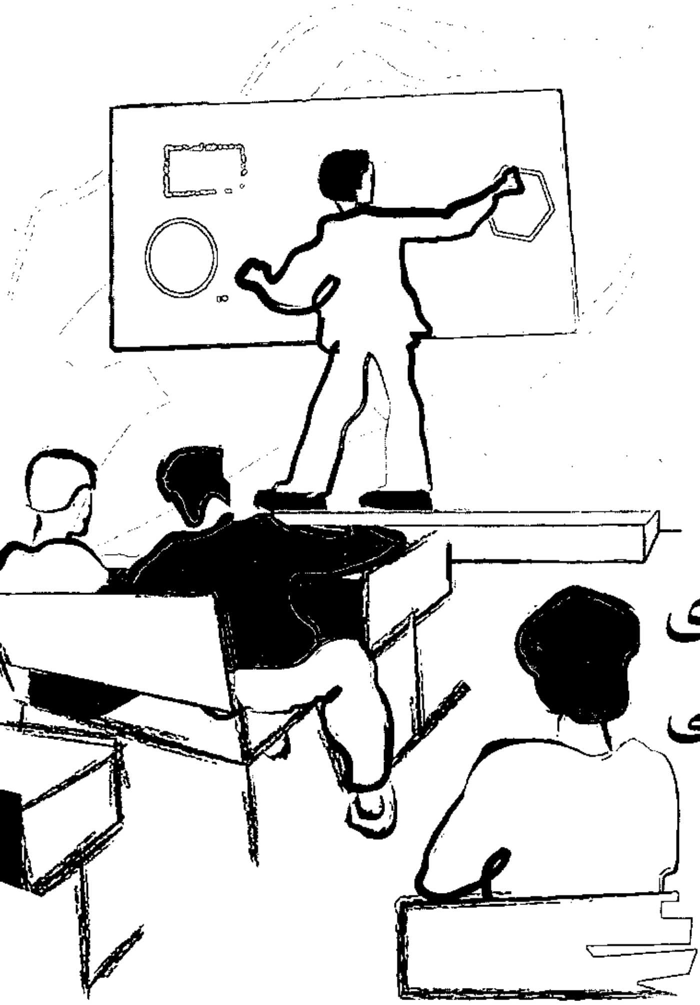
منابع

منابع متن اصلی

1. **Ebeid, William:** "Education in Egypt: A third Millennium Perspective". in, the Conference of Education in the 21st Century in the Countries of Balkans and Mediterranean, Athens, Greece (1999).
2. **UNESCO, Medium Term Plan 2002-2007,** International Institute for Educational Planning, Paris (2001).
3. **Michon, Louis.** "The Global Economy". World Bank Instiitute-Development Outreach WBI, Washington, DC (2002).
4. **UNESCO, Medium Term Plan 2002-2007,** op. cit.
5. **Ashour and Obada, A:** "Mathematics and the 21st Century", World Scientific: Singapore, London, Hong Kong (2001).
6. **Er-Shing, Ding:** "Mathematics Reform Facing the New Century in China", Presented at UCSMP 4th Conference: University of Chicago, Chicago, USA (1998).
7. **Standards 2000 Group:** Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, Virginia, USA (1998).
8. **Board of Studies:** "Curriculum and Standards Framework (CSF)- Mathematics", Department of Education, Victoria, Australia (1995, 1996).
9. **Volmik, John:** School Mathematics and Outcome-Based Education: A View from South Africa", in UCSMP Conference, op, cit (1999).
10. **Egyptian Council of Mathematics Education ECME,** Proceedings of Conference of Teaching and Learning Mathematics, Cairo, (2002).
11. **Ebied, William:** "Research in Mathematics Education: Perspectives and Prospects", in, short Presentation, ICME-9, Tokyo, Makuharti, Japan (2000).
12. **Erickson, Lynn** (2001),"Stirring the Head, Heart and Soul-Re-defining Crriculum and Instruction", Corwin Press Inc., Calif, USA (2001).
13. **Usiskin, Zalman (ed.):** "Development of Mathematics Around the World", UCSMP 4 th Conference, Chicago University, Chicago, USA (1999).

منابع انتخابی در متن اصلی

- **Davis, Prota and UHL:** " Is the Mathematics We Teach the Same as the Mathematics We Do?" A paper presented at the Roskilde University Conference (Justification and Enrolment in Math and Physics): Roskilde, Denmark (1998).
- **Ebeid, William:** "The Paradigm Shift... A scenario for Change", on, Math and the 21st Century, Op. cit. (2001).
- **London Mathematical Society:** "Tackling the Mathematics Problem". LM Society, Institue of M and A, RS Society, Burlington House, London (1995).
- **UNESCO,** World Conference of Science: Science for the 21st Century, Paris (2000).
- **Wilder, Sue et al (eds.):** "Learing to Teach Mathematics in the Secondary School". Routledge, London, New York (1999).
- **Wittman, Erich:** "Developing Mathematics Education in a Systemic Process". in ICME-9 Abstract of Plenary Lectures, Tokyo, Japan (2000).



تأثیر باورهای معلمان پایه‌های گوناگون تحصیلی بر فرهنگ ریاضی دانش‌آموزان

فرانگویس کالاواسیس و سونیا کافوسی
دانشگاه ایجین، یونان
ترجمه و تلخیص: یونس کریمی فردین‌پور
کارشناس ارشد آموزش ریاضی ـ مدرس دانشگاه آزاد واحد بستان آباد

از جمله راه‌کارهای پیشنهاد شده برای آشنا کردن معلمان ریاضی با یافته‌های پژوهشی، انتشار گزارش پژوهش‌های انجام شده به‌صورت مختصر و عاری از اصطلاحات تخصصی است.

به همین سبب، یک نمونه از تحقیقات انجام شده در سال‌های انتهایی قرن گذشته، با عنوان فوق است. هدف پژوهشگران از انجام این تحقیق‌ها، شناسایی باورهای معلمان ریاضی و آگاهی از فرهنگ‌های حاکم بر آموزش ریاضی یونان بوده است. توجه به این نکته حایز اهمیت است که، هدف این پژوهش‌ها، مچ‌گیری یا تفتیش باورهای معلمان ریاضی نیست، بلکه هدف، شناسایی باورهای معلمان و تأثیر این باورها بر فرهنگ ریاضی دانش‌آموزان بوده است.

اگر بپذیریم که عملکرد ما معلمان ریاضی، متأثر از باورهایمان است، آن‌گاه شناسایی باورهایمان به ما کمک خواهد کرد تا رفتار تدریس خود را بهتر ردیابی و ارزیابی کنیم و بهبود بخشیم.

کالاواسیس[1] و کافوسی[2] در سال ۲۰۰۰ میلادی، تحقیقی را در دانشگاه ایجین[3] با عنوان «تأثیر باورهای معلمان پایه‌های مختلف تحصیلی بر فرهنگ ریاضی دانش‌آموزان» انجام دادند. هدف آن‌ها از این تحقیق، بررسی وجود نوعی تداوم فرهنگی در آموزش ریاضی پایه‌های مختلف تحصیلی، و تمرکز اصلی تحقیق، بر باور معلمان ریاضی درباره‌ی ریاضی و تدریس و یادگیری آن بود.

آن‌ها به نقل از تامسون[4] (۱۹۸۴) و هویلز[5] (۱۹۹۲)، کیفیت فعالیت‌های کلاس درس را متأثر از باورهای معلمان دانسته‌اند، چرا که رفتار معلمان در کلاس درس متأثر از باورهای آن‌ها می‌باشد.

اهمیت این مطلب در این نکته است که تجربیات ریاضی دانش‌آموزان، تقریباً محدود به فعالیت‌های انجام شده در کلاس‌های درس ریاضی است و باورهای دانش‌آموزان درباره‌ی ریاضی، از تجربیات آن‌ها شکل می‌گیرد.

سؤال‌های اصلی این تحقیق، چنین عنوان شده بودند:

■ آیا در پایه‌های مختلف تحصیلی، ویژگی‌های فرهنگی

مشترکی درباره‌ی ریاضی وجود دارد؟ و اگر وجود دارند، این خصوصیات فرهنگی مرتبط با ریاضی که در پایه‌های مختلف تحصیلی مشترک‌اند، کدام‌ها هستند؟

■ آیا معلمان ریاضی، بدون این‌که فقط به فکر موضوعاتی که خودشان تدریس می‌کنند باشند، برای آموزش ریاضی تمام پایه‌های تحصیلی احساس مسئولیت می‌کنند؟ و این مسئولیت چگونه بیان می‌شود؟

لازم به توضیح است که در کشور یونان، نظام آموزشی دارای چهار دوره‌ی پیش دبستانی (۴ تا ۶ سالگی)، ابتدایی (۶ تا ۱۲ سالگی)، راهنمایی (۱۲ تا ۱۵ سالگی) و متوسطه (۱۵ تا ۱۸ سالگی) است.

در این تحقیق، پرسش‌نامه‌ای در بین معلمان ریاضی تمام دوره‌های تحصیلی، توزیع شده بود و از شرکت‌کنندگان در تحقیق خواسته شده بود به پرسش‌هایی درباره‌ی دانش ریاضی، کتاب‌های درسی، تدریس و یادگیری ریاضی، تاریخ ریاضی، رابطه‌ی بین ریاضی و دیگر درس‌ها و کاربرد ریاضی پاسخ دهند. در جدول صفحه‌ی بعد، درصد پاسخ‌های معلمان ریاضی هر یک از دوره‌ها به سؤال زیر نشان داده شده است.

وقتی دانش‌آموزان هر یک از دوره‌های تحصیلی را به پایان می‌رسانند، باید کدام قابلیت و دانش ریاضی را کسب کرده باشند؟ (جدول صفحه بعد)

پژوهشگران با تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از پرسش‌نامه به این نتیجه رسیدند که بیش‌تر معلمان ریاضی (در کشور یونان)، دانش ریاضی را تعدادی موضوع ریاضی می‌دانند که باید توسط دانش‌آموزان، یاد گرفته شود. در حالی که مطالب مهمی از قبیل «چرا ریاضی کارا است؟» و «ریاضی چگونه و چه موقع مورد استفاده قرار می‌گیرد؟»، چندان مورد توجه معلمان ریاضی قرار نگرفته‌اند. از نظر آن‌ها، حل مسأله محدود به دوره‌ی ابتدایی است. هم‌چنین، بیش‌تر معلمان ریاضی، دانش ریاضی دوره‌ی قبلی دانش‌آموزان را مورد توجه قرار می‌دهند، در حالی که نمی‌دانند در دوره‌ی بعدی چه اتفاقی خواهد افتاد. به‌طور مثال، دبیران ریاضی دوره‌ی متوسطه، نسبت به دانش ریاضی دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی حساس هستند، اما در مورد دانش ریاضی دانش‌آموزان در دانشگاه، اظهارنظری نمی‌کنند. شاید دلیل این امر، مشکلاتی است که معلمان به هنگام تدریس موضوعات خاص، با آن‌ها مواجه می‌شوند. مثلاً، دبیران ریاضی دوره‌ی راهنمایی، برای تدریس تناسب در دوره‌ی ابتدایی، پیشنهادهایی ارایه می‌کنند، زیرا با ضعف دانش‌آموزان نسبت به فهم و درک این موضوع در دوره‌ی راهنمایی، آشنا شده‌اند.

نتایج حاصل از بررسی پاسخ معلمان ریاضی به سؤال دیگر تحقیق، در ادامه می‌آید:

برای این‌که به عنوان یک معلم ریاضی، از تدریس خود نتیجه‌ی خوبی بگیریم، چه چیزی را باید بیش‌تر مورد توجه قرار دهیم؟

به نظر می‌رسد که معلمان ریاضی یونان، به انتقال دانش ریاضی به دانش‌آموزان از طریق رفتار پداگوژیکی[۶]، توجه خاصی دارند، و رفتارهای پداگوژیکی خود را با سه ویژگی، توضیح می‌دهند:

■ چگونگی روابط دوستانه بین معلم و دانش‌آموزان، و رفع نگرانی دانش‌آموزان از درس؛

■ سهولت بخشیدن به استفاده از زبان؛

■ شفاف کردن توضیحات.

معلمان ریاضی دوره‌ی راهنمایی و متوسطه، بیش‌تر توجه خود را معطوف به رفتارهای پداگوژیکی خویش دانسته‌اند، در حالی که معلمان دوره‌ی ابتدایی و پیش دبستانی، به طراحی درس بیش‌تر توجه کرده‌اند. به باور معلمان ریاضی، درس ریاضی نمی‌تواند در دوره‌ی پیش‌دبستانی تدریس شود، در حالی که معلمان دوره‌ی ابتدایی و پیش‌دبستانی، خلاف این نظر را دارند. یعنی معلمان ریاضی، دوره‌ی پیش‌دبستانی را به عنوان یک پیش‌نیاز برای آموزش ریاضی، باور ندارند. البته خود معلمان دوره‌ی پیش دبستانی نیز هیچ نظری درباره‌ی نقش این دوره در آموزش ریاضی، ابراز نداشتند.

پاسخ معلمان به سؤال «برای این‌که دانش‌آموزان در ریاضی موفق باشند، مشخصاً باید به چه چیزی بپردازند؟»، محققان را به این نتیجه رساند که، معلمان ریاضی تمام دوره‌های تحصیلی در پاسخ به این سؤال، اتفاق‌نظر دارند. از نظر همه‌ی پاسخ‌دهندگان به این سوال، دانش‌آموز یک دریافت کننده‌ی منفعل دانش ریاضی است، و برای یادگیری ریاضی، تنها یک راه‌حل وجود دارد: دانش‌آموز باید تمرینات زیادی را انجام دهد تا در ریاضی موفق باشد.

سه نتیجه‌ی نهایی پژوهش، به این صورت بیان شده است:

■ ریاضی، از قوانین عینی، رویه‌ها و الگوریتم‌ها تشکیل شده است؛

		معلمان پیش‌دبستانی	معلمان ابتدایی	معلمان ریاضی دوره‌ی راهنمایی	معلمان ریاضی دوره‌ی متوسطه
پیش دبستانی	مفاهیم پیش شمارشی	۴۰	۴۰	۱۰	-
	اعداد یک تا ده	۱۰۰	۵۰	۳۰	۸۰
	شکل‌های هندسی	۳۰	-	۱۰	۲۰
	جمع و تفریق	۵۰	-	۲۰	۳۰
	بدون پاسخ	-	۲۰	۶۰	-
دوره‌ی ابتدایی	چهار عمل اصلی	۳۰	۵۰	۶۰	۱۰۰
	تناسب	-	-	۱۰	۱۰
	هندسه	-	۱۰	۴۰	۵۰
	معادلات	-	۱۰	۱۰	۱۰
	حل مسأله	۱۰	۷۰	۲۰	۶۰
	استدلال ریاضی	-	۱۰	-	-
	بدون پاسخ	۷۰	-	۴۰	-
دوره‌ی راهنمایی	اعمال جبری	۱۰	۱۰	۹۰	۶۰
	توابع	۱۰	۱۰	۲۰	۲۰
	معادلات	۲۰	۱۰	۳۰	۱۰۰
	هندسه	-	-	۳۰	۹۰
	مثلثات	-	-	۳۰	۲۰
	حل مسأله	۱۰	-	-	-
	اثبات	-	-	۱۰	-
	استدلال ریاضی	-	۱۰	-	-
	بدون پاسخ	۸۰	۷۰	۱۰	۱۰
دوره‌ی متوسطه	اعداد طبیعی	۱۰	-	-	-
	جبر	-	۳۰	۳۰	۵۰
	توابع	-	-	۳۰	۴۰
	هندسه	۲۰	۳۰	۲۰	۶۰
	معادلات	۱۰	-	-	۴۰
	آمار و احتمال	-	-	۱۰	۳۰
	مثلثات	-	-	۱۰	-
	اثبات ریاضی	-	۱۰	۲۰	-
	استدلال	-	-	۲۰	-
	بدون پاسخ	۸۰	۶۰	۳۰	۲۰

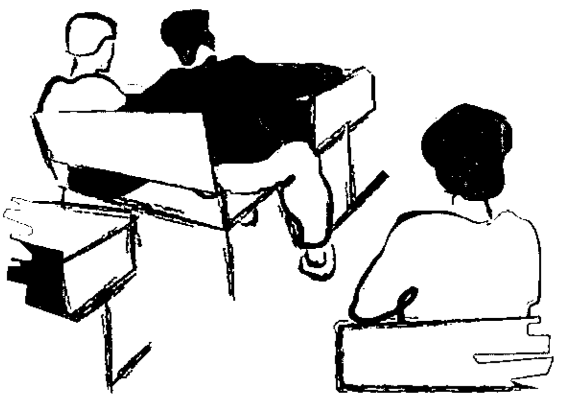
■ معلمان ریاضی، برای انتقال دانش ریاضی به دانش‌آموزان با استفاده از ارایه‌ی مثال‌های زیاد، احساس وظیفه می‌کنند؛
■ دانش‌آموزان مجبورند به معلمان گوش فرا دهند و زیاد تمرین حل کنند.

پژوهشگران این تحقیق ابراز کرده‌اند که چنین باورهایی، توسط برنامه‌ی درسی[۷] و نظام آموزشی و پرورشی کشورشان (یونان)، مورد حمایت واقع می‌شود.

■ به طور مثال، محتوای ریاضی کتاب‌های درسی، به جای این که براساس شناخت و فهم و درک سازمان‌دهی شده توسط خود دانش‌آموزان پایه‌ریزی شود، براساس نظم خاصی که در ریاضی حاکم است، مرتب شده است، مانند ترتیبی که در ارایه‌ی اعداد، مراعات می‌شود.
■ طراحی کتاب‌های درسی به صورت گام‌به‌گام، باعث حذف شدن یا نادیده گرفته شدن درک مفهومی است.

این مطلب باعث می‌شود که معلمان به ارایه‌ی مثال‌های مشابه و تکراری در کلاس روی آورند.

■ مشاهدات کلاس درس ریاضیات نشان می‌دهد که تضاد رفتاری دانش‌آموزان در انجام تمرینات، به ناتوانی ذهنی آن‌ها تعبیر می‌شود. که چنین تعبیری، باعث به‌وجود آمدن نوعی نقص شخصیتی در دانش‌آموزان می‌گردد.
■ با وجودی که به نظر می‌رسد معلمان ریاضی، در قبال اهداف کلی آموزش ریاضی، چندان احساس مسئولیت نمی‌کنند و بیش‌تر همان پایه‌ای را که تدریس می‌کنند یا حداکثر چند سال قبل از آن را مورد توجه قرار می‌دهند، اما «این معلمان نیستند که علایق فردی و انسانی دانش‌آموزان را در نظر نمی‌گیرند، بلکه این نظام حاکم بر آموزش ریاضی است که به این مسأله، بی‌توجه است.» (بیشاپ، ۱۹۸۸)
■ ریاضی به عنوان یک دانش یک‌پارچه دیده نمی‌شود، بلکه به صورت تکه اهدافی در نظر گرفته می‌شود که باید در هر مرحله، به قسمتی از آن دست یافته شود. این دیدگاه نشان از وجود نوعی هماهنگی بین باورهای تمام معلمان ریاضی دارد که در واقع، همان تداوم فرهنگی است، که به دلیل وجود نوعی انزوا در هر یک از دوره‌های تحصیلی، به وجود آمده است.
■ در کلاس‌های درسی سنتی، چندان فرصتی برای رشد معنی‌ها و مفهوم‌های ریاضی به دانش‌آموزان داده نمی‌شود. در مقابل، دانش‌آموزانی که در یادگیری ریاضی به مشکل برمی‌خورند، در واقع به طور ضمنی این مطلب را یاد می‌گیرند که آن‌ها، از دانش ریاضی بی‌بهره‌اند و احتمالاً، برای همیشه این گونه فکر می‌کنند که پاسخ سؤال‌های ریاضی، در جایی دور دست، و در غیر از وجود آن‌ها قرار دارد.



زیرنویس‌ها

1. Kalavassis
2. Kafoussi
3. Aegean
4. Thompson
5. Hoyles

۶. رفتارها، عملکردها و رویکردهای مربوط به عمل تدریس را با واژه‌ی پداگوژی بیان می‌کنند.
۷. نظام آموزشی ترکیه، متمرکز و برنامه‌ی درسی و کتاب درسی آن نیز، به صورت متمرکز تهیه می‌شود. مترجم

منابع

■ Bishop, A. J. (1988). *Mathematical Enculturation.* Kluwer Academic Publishers.
■ Cobb, P. (1986). Contexts, Goals, Beliefs and Learning Mathematics. *For the Learning of Mathematics, 6, 2-9.*
■ Hoyles, C. (1992). Mathematics Teaching and Mathematics Teachers: A Meta- Case Study For *the Learining of Mathematics 12, 3, 32-44.*
■ Thompson, A. G. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In Grouws, D. A. (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Lerning.* New York, Macmillan, pp. 127-146.
■ Chevallard, Y. (1991). La Transposition Didactique Ed. *La pensee sauvage.*
■ Taurisson, A. (1993). *Pensee Mathematique et Gestion Mentale* Bayard Editions.

معرفی چند الگو از مثلث خیام ـ پاسکال

علی‌اکبر جاویدمهر، دبیر ریاضی شهرستان ساوه

اشاره

جناب آقای علی‌اکبر جاویدمهر، دبیر ریاضی شهرستان ساوه، مطالب جالبی را راجع به مثلث خیام پاسکال، از یک سایت اینترنتی جمع‌آوری نموده و ترجمه کرده‌اند. هیأت تحریریه‌ی مجله، ضمن تشکر از نظر لطف ایشان نسبت به مجله‌ی خودشان، قسمت‌هایی از این مطالب را در این شماره، تقدیم خوانندگان می‌کند. در ضمن، بنا به پیشنهاد ایشان، خوانندگان می‌توانند برای کسب اطلاعات بیش‌تر درباره‌ی دنباله‌ی فیبوناتچی و مستطیل طلایی و مثلث خیام ـ پاسکال، به شماره‌های ۴، ۶ـ۵، ۱۸، ۲۵، ۳۱ و ۶۷ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی و کتاب تئوری اعداد دکتر غلامحسین مصاحب: جداول قسمت دوم صفحات ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۸ و ۱۳۹ مراجعه کنند.

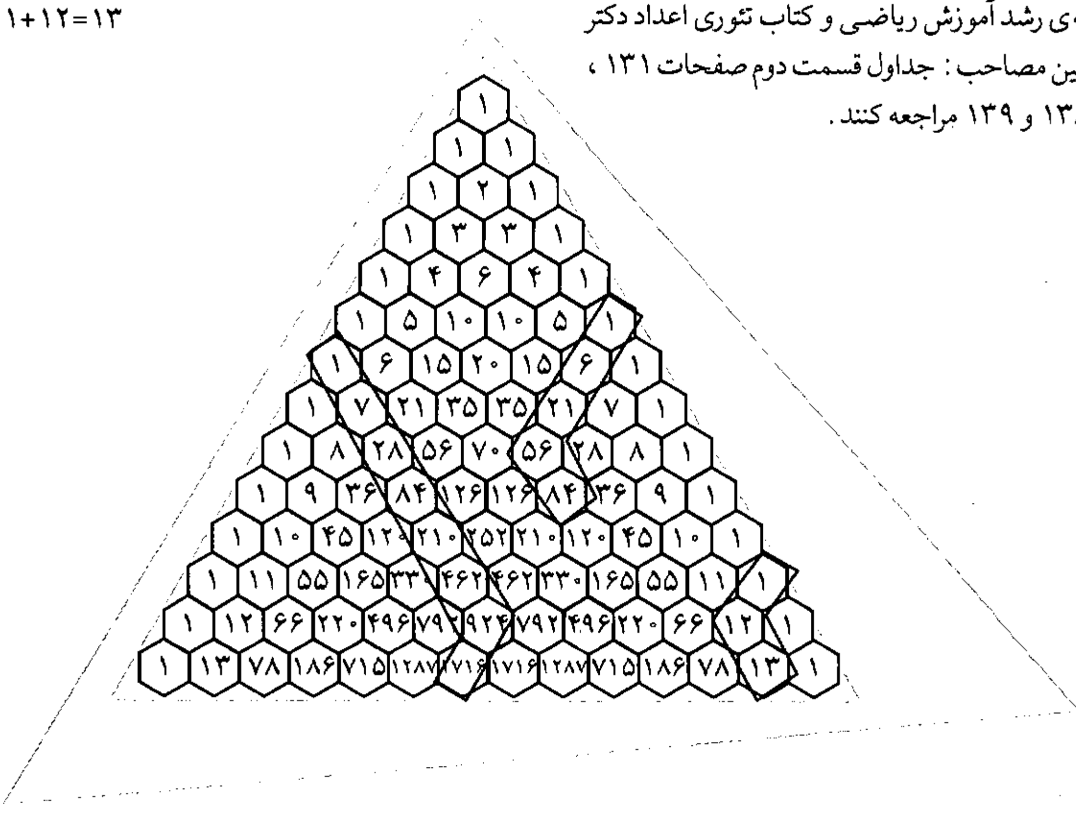
الگوی چوب هاکی[۱]

اگر قطری از اعداد به هر اندازه که آغازش هر یک از ۱ های حاشیه‌ی اضلاع و پایانش عددی واقع در داخل مثلث روی همان قطر باشد انتخاب شود، مجموع اعداد (انتخابی) با عدد پایین انتهای آن قطر که در امتداد بقیه نیست، برابر است. برای توضیح بیش‌تر، به شکل زیر نگاه کنید.

۱+۶+۲۱+۵۶=۸۴

۱+۷+۲۸+۸۴+۲۱۰+۴۶۲+۹۲۵=۱۷۱۶

۱+۱۲=۱۳



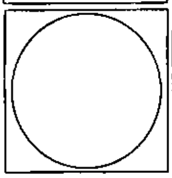
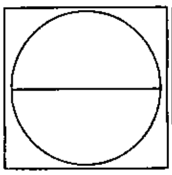
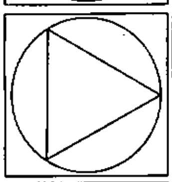
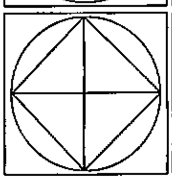
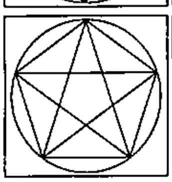
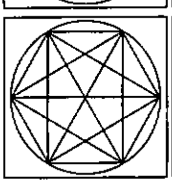
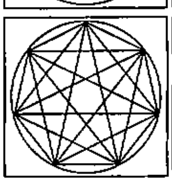
۱۱های جادویی

اگر هر یک از عددهای یک سطر مثلث به عنوان یک رقم منظور شود (حتی وقتی که آن عدد، بیش از یک رقم دارد)، و آن سطر، به یک عدد تبدیل شود، تعداد ارقام این عدد، مساوی توان n ام ۱۱ یا 11^n خواهد بود که در آن n، شماره‌ی سطری است که عدد چند رقمی از آن برداشته شده است.

نقاط روی دایره

همان‌طور که توجه کردید، اعداد واقع در جدول زیر، در حقیقت، شکل قائمه‌الزاویه‌ی مثلث خیام پاسکال هستند، با این تفاوت که یک‌های پیشین هر سطر، حذف شده‌اند.

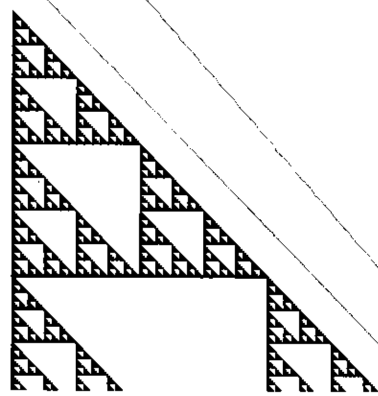
اَشکال دایره‌ای، به سادگی، با قرار دادن تعدادی نقطه بر روی یک دایره و سپس، ترسیم همه‌ی خطوط ممکن بین آن‌ها به دست می‌آیند.

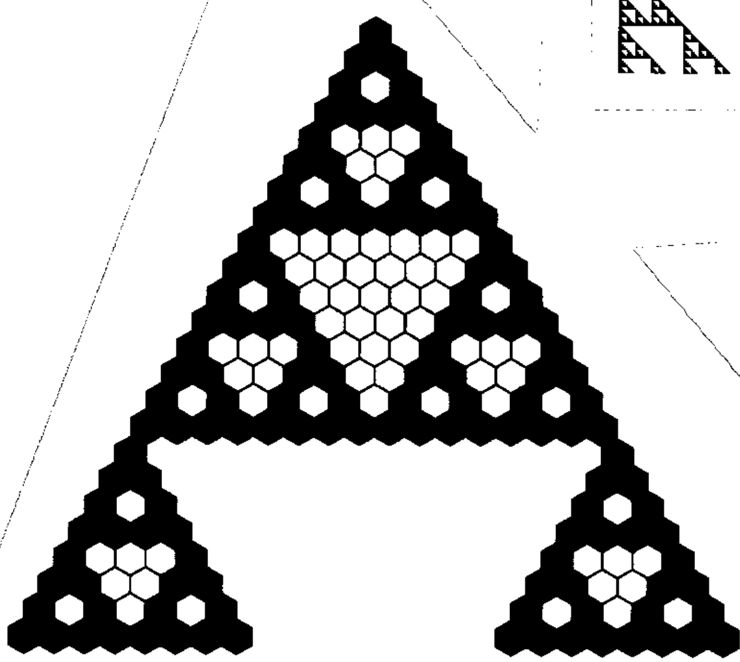
تصویر	نقاط	پاره‌خط‌ها	مثلث‌ها	چهار ضلعی‌ها	پنج ضلعی‌ها	شش ضلعی‌ها	هفت ضلعی‌ها
	۱						
	۲	۱					
	۳	۳	۱				
	۴	۶	۴	۱			
	۵	۱۰	۱۰	۵	۱		
	۶	۱۵	۲۰	۱۵	۶	۱	
	۷	۲۱	۳۵	۳۵	۲۱	۷	۱

این جدول نشان می‌دهد که در یک شکل n نقطه‌ای، کافی است برای یافتن تعداد نقاط، پاره‌خط‌ها، و چند ضلعی‌هایی که همه‌ی رئوسشان روی دایره می‌باشند، به n امین سطر مثلث توجه کنید.

ارتباط با مثلث سرپینسکی

اگر همـه‌ی اعداد فرد (اعداد غیرقـابل قسمت بـر ۲) مثـلث پاسـکال را با رنـگ سیاه پر کـنیم و بـقیه‌ی اعـداد (زوج‌ها) را سفید رنگ باقی بگذاریم، فراکتال بازگشتی مثـلث سرپیـنسکی آشـکار می‌شـود (شکل زیر ـ سـمت چپ) که نشان‌دهـنده‌ی الگوی دیگری در مثلث خیام ـ پاسکال است. اگر اعداد غیرقابل قسمت بر اعداد دیگر به ویژه آن‌هایـی که بر اعداد اول قابل قـسمت نیستـند پر شوند، طرح‌های جالب دیگری نیز تشکیل می‌شوند. با استخراج برنامه‌هایی که مثلث خیام ـ پاسکال را محاسبه می‌کنند، و استفاده از آن‌ها برای خلق الگوهای نو ـ مانند آن‌چه کـه بیـان شـد ـ می‌توان بـه مـثـلث قائم‌الزاویـه‌ی سرپینسکی (شکل زیر ـ سمت راست)، دست یافت.





زیرنویس

۱. هاکی یک نوع بازی است که هم روی چمن و هم روی یخ انجام می‌گیرد که حرکت توپ در آن، با عصایی که شکل آن، مانند آن‌چه در تصویر صفحه‌ی ۲۷ آمده است می‌باشد، انجام می‌شود.

ریاضیات داستانی

مژگان صدقی، دبیر ریاضی بجنورد

در دوران کودکی، مطالب زیادی از قصه‌های مادربزرگانمان آموختیم و بعدها که نوشتن و خواندن را یادگرفتیم، از خواندن داستان لذت بسیار برده و دانش خود را در دوران تحصیل، با علومی که فراگرفتیم، رفته‌رفته تکمیل‌تر کردیم. همان‌طور که خود واقفید، گاهی تأثیر یک قصه و داستان، از هر پند و اندرزی بیش‌تر است.

از این رو، بر آن شدم تا یک سری از مطالب و مباحث ریاضی را که می‌توان داستان‌وار بیان کرد، به زبان داستان آموزش دهم. فکر می‌کنم این شیوه‌ی جدید آموزشی که شاید بتوان آن را **ریاضیات داستانی** نامید، بتواند با طرح یک داستان و ایجاد شخصیت‌های ریاضی‌گونه، برای فراگیری بحث مورد نظر، در خواننده، ایجاد علاقه و انگیزه نماید.

آقای فاکتوریل!

روز تعطیل بود و آقای فاکتوریل، پس از شش روز کار و تلاش، جلوی تلویزیون لم داده بود و داشت استراحت می‌کرد.

در این هنگام، همسرش که فهرست بلندبالایی برای خرید اجناس ضروری تهیه کرده بود، تلویزیون را خاموش کرد و از او خواست که هرچه سریع‌تر، آن‌ها را خریداری کند.

آقای فاکتوریل، به سراغ کمد لباس‌هایش رفت. ۲ کت و ۳ پیراهنی را که آویزان بودند برداشت و جلوی آینه رفت. درحالی که یکی‌یکی پیراهن‌ها را عوض می‌کرد و آن‌ها را با کتش جفت و جور می‌کرد، صدای همسرش را شنید:

ـ چه خبره؟ چرا این قدر وسواس به خرج می‌دی؟ ۶ بار لباس‌هایت را عوض کردی!...

آقای ! (بخوانید آقای فاکتوریل) پاسخ داد: کمی صبر داشته باش. هنوز کفش‌هایم را انتخاب نکرده‌ام! سپس، خیلی خونسرد به سراغ کفش‌هایش رفت. یکی دو سه باری هم آن‌ها را این‌پا و اون‌پا کرد و بالاخره، با پوشیدن یکی از آن‌ها، از منزل خارج شد.

❊ ❊ ❊

آقای فاکتوریل، نزدیک فروشگاه، فهرست خرید را از جیب

مژگان صدقی، دبیر ریاضی بجنورد

کتش درآورد و وارد فروشگاه شد. با دیدن قفسه های رنگارنگ که خوراکی های متنوع و مواد غذایی باسلیقه ی خاصی روی آن ها چیده شده بودند، به یاد کتابخانه ی نامرتب خود افتاد و همان جا، تصمیم گرفت از همان روز، برای مرتب کردن آن ها، حداکثر تلاش را بکند ـ البته اگر اهل خانه اجازه دهند!

وی فهرست اقلام درخواستی خود را به فروشنده داد. فروشنده، همان طور که اجناس را از روی فهرست انتخاب می کرد، از آقای فاکتوریل در مورد نوع و مارک آن ها سؤال می کرد:

فروشنده: کدام نوع ماکارونی را می خواهید؟

آقای فاکتوریل: چه نوع ماکارونی دارید؟

فروشنده، ۵ نوع ماکارونی موجود را روی پیشخوان چید و آقای فاکتوریل یکی را انتخاب کرد.

فروشنده ادامه داد: ـ چه نوع ربی؟ کدام سس؟

او که اطلاعات زیادی درباره ی کیفیت کالاها نداشت، این مسئولیت را به خود فروشنده واگذار کرد و غرق در تفکرات فاکتوریلی خود شد.

ناگهان با صدای بلند گفت: ۳۰ حالت.

فروشنده با تعجب پرسید: بفرمایید. چیز دیگری هم باقی مانده؟ چیزی فرمودید؟

آقای فاکتوریل گفت: خیر. داشتم به این مطلب فکر می کردم که با داشتن ۵ نوع ماکارونی و ۲ نوع سس و ۳ نوع رب، شما می توانید به ۳۰ طریق این فهرست را تهیه کنید.

فروشنده که توجه زیادی به حرف های آقای فاکتوریل نکرده بود گفت: پس اگر ۴ نوع پنیر را نیز به آن اضافه کنیم می شود ۳۴ تا!

آقای فاکتوریل با لبخند پاسخ داد: اوه نه! ۱۲۰ حالت.

موضوع تازه برای فروشنده جالب شده بود، پرسید: چگونه؟

آقای فاکتوریل! پاسخ داد: کافی است، «**تعداد حالت های مختلف را در هم ضرب کنید.**»

فروشنده تشکر کرد و درحالی که فاکتور خرید را به آقای فاکتوریل می داد تا پول آن را پرداخت کند، گفت: فکر می کنم شما هم با توجه به ۳ صندوقی که در این فروشگاه وجود دارد و ۲ متصدی مخصوص برای هر کدام، به ۶ طریق می توانید این فاکتور را پرداخت کنید؟!...

آقای فاکتوریل (با لبخند): مطمئناً شما درستان را بسیار خوب یاد گرفتید.

آنچه از کلاس «حل مسأله» آموختم!

رضا حیدری قزلجه، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی قم

به دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ر یاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ر یاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آن گاه نظریه‌ها به عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۸۴ـ۸۳ درس «بنیادهای نظری حل مسأله (۱)» را با خانم دکتر گویا در دانشکده‌ی علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی انتخاب کرده بودم که منبع اصلی آن کتاب Mathematical Problem Solving اثر شونفیلد بود. هم‌زمان با آن، در یک دبیرستان خاص (نمونه دولتی) درس «آموزش هنر حل مسأله» را برای دانش‌آموزان کلاس اول دبیرستان ارایه می‌کردم و این تقارن مبارکی بود. چون سعی می‌کردم مطالبی را که به لحاظ نظری در دانشکده می‌آموختم، تا حد امکان در کلاس‌های درس دبیرستان پیاده کنم؛ و بالعکس تدریس چنین درسی در کلاس‌های درس دبیرستان باعث می‌شد تا مطالب مورد بحث در دانشکده را بهتر درک و لمس کنم.

شونفیلد در کتاب خود، یک چارچوب نظری برای حل مسأله ارایه کرده است که شامل چهار مقوله‌ی منابع، رهیافت‌ها، کنترل و نظام باورها می‌باشد. او در سراسر این کتاب، کار دانش‌آموزان را در تلاش برای حل مسایل مختلف، مورد تجزیه و تحلیل قرار داده است.

از نظر من این تجزیه و تحلیل در نگاه اول کاری ساده به نظر می‌رسید. امّا طی تدریس درس «حل مسأله»، خیلی زود به ساده‌انگاری خودم پی بردم. و شاید مهم‌ترین نتیجه‌ای که گذراندن این درس و مطالعه‌ی کتاب شونفیلد برایم داشت، این بود که فهمیدم من به عنوان یک معلم ریاضی چقدر نسبت به فرآیند حل مسأله‌ی دانش‌آموزان ناآگاه هستم؛ و برای کسب یک

پشتوانه‌ی نظری که قدرت تجزیه و تحلیل فرایند حلِ مسأله‌ی یک مسأله حل کن را در من ایجاد کند، راه زیادی در پیش دارم.

نوشته‌ی حاضر، روایتی از کلاس «حل مسأله» در دبیرستان مورد اشاره است و مربوط به یک جلسه تدریس می‌باشد. در واقع، برای هر جلسه‌ی آن کلاس، می‌توان روایت مشابهی نوشت.

در آغاز یکی از جلسات، تصمیم گرفتم مسأله‌ی ۱۵ . ۳ از صفحه‌ی ۸۲ کتاب شونفیلد را مطرح کنم (در یک شبکه‌ی ۱۷×۳۱ چند مستطیل وجود دارد؟). برای حل این مسأله، خود من، فرمولی از آنالیز ترکیبی در ذهن داشتم

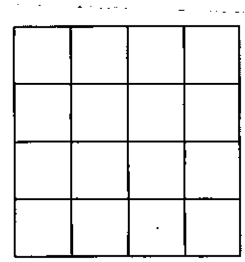
$$\binom{۱۷+۱}{۲}+\binom{۳۱+۱}{۲}=۷۵۸۸۸$$

امّا دانش‌آموزان این کلاس، هنوز با ترکیبات آشنا نشده بودند. علاوه بر این، برای تعداد مربع‌های موجود در یک شبکه‌ی مستطیل شکل نیز، فرمولی را از قبل می‌دانستم؛ ولی این فرمول را هیچ‌گاه در موقع لزوم، نمی‌توانستم به خاطر آورم و همیشه، باید آن‌را از اول اثبات می‌کردم. (در حال حاضر هم که این خطوط را می‌نویسم، باز هم آن فرمول در ذهنم نیست!) در هر صورت، بدون اشاره به راه‌حل‌های فوق، با دانش‌آموزان، حل این مسأله را در کلاس شروع کردیم.

لازم به توضیح است که مسیر بحث به سمتی پیش رفت که در آغاز، به هیچ وجه نمی‌توانستم آن‌را پیش بینی کنم.

برای شروع از آن‌ها پرسیدم:

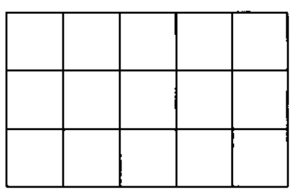
مسأله‌ی (۱) در شکل زیر چند مربع وجود دارد؟



من امیدوارم بودم در مدتی که دانش‌آموزان در گروه‌های ۵ نفری، روی این مسأله کار می‌کنند، خودم در فرصت کافی فرمول تعداد مربع‌ها را باز هم از اول (!) اثبات کنم (بخوانید: به دست آورم)! اما بعد از حدود ۲ دقیقه، عده‌ی زیادی از دانش‌آموزان گفتند که در این شکل، ۳۰ مربع وجود دارد. خیلی تعجب کردم. چون من هنوز فرمول را به دست نیاورده بودم!

زمانی که روش را از آن‌ها پرسیدم، گفتند: مربع‌ها را شمردیم. حتی یکی از آن‌ها پای تابلو آمد و مربع‌ها را شمرد و من مطمئن شدم که ۳۰ مربع در شکل وجود دارد؛ و بالاخره، از اثبات (!) فرمولِ منصرف شدم! پس از آن، مسأله‌ی زیر را مطرح کردم:

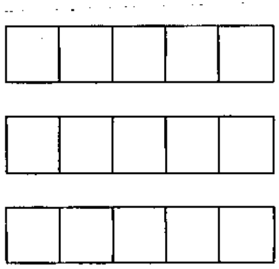
مسأله‌ی (۲) در شکل زیر، چند مستطیل متفاوت وجود دارد؟



این بار، از گروه‌ها خواستم تا با یک روش نظام‌مند، تعداد مستطیل‌ها را بشمارند، به‌طوری که بتوان آن روش را برای تعداد مستطیل‌های یک شبکه‌ی m×n نیز، تعمیم داد.

یکی از گروه‌ها کار خود را به این روش ارائه داد:

سطرهای این شبکه را مورد توجه قرار می‌دهیم. ابتدا تعداد مستطیل‌های سطر اول را می‌شماریم. سپس تعداد مستطیل‌های سطر دوم را و نیز تعداد مستطیل‌هایی که به کمک سطر اول و دوم ساخته می‌شوند، و بالاخره، تعداد مستطیل‌های سطر سوم به همراه تعدادی که به کمک سطر دوم و سوم یا به کمک هر سه سطر ایجاد می‌شود را شمارش می‌کنیم.



تعداد مستطیل‌های ۱×۱
تعداد مستطیل‌های ۱×۲
تعداد مستطیل‌های ۱×۳
تعداد مستطیل‌های ۱×۴
تعداد مستطیل‌های ۱×۵

تعداد مستطیل‌های با پهنای ۱ سطر اول $= 5+4+3+2+1 = \dfrac{5(5+1)}{2}$

تعداد مستطیل‌های با پهنای ۱ (مانند سطر اول)
تعداد مستطیل‌های با پهنای ۲ (سطر اول و دوم)

تعداد مستطیل‌های تا سطر دوم $= \dfrac{5(5+1)}{2} + \overbrace{5+4+3+2+1} = 2\times\dfrac{5(5+1)}{2}$

تعداد مستطیل‌های تا سطر سوم $= \dfrac{5(5+1)}{2} + \dfrac{5(5+1)}{2} + \underbrace{5+4+3+2+1} = 3\times\dfrac{5(5+1)}{2}$

تعداد مستطیل‌های با پهنای ۱ (مانند سطر اول)
تعداد مستطیل‌های با پهنای ۲ (سطرهای دوم و سوم)
تعداد مستطیل‌های با پهنای ۳ (هر سه سطر)

جمع

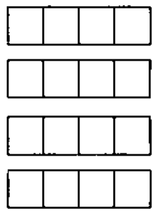
$(1+2+3)\times\dfrac{5(5+1)}{2}$

تعداد کل مستطیل‌ها $= \dfrac{3(3+1)}{2}\times\dfrac{5(5+1)}{2}$

تعداد مستطیل‌ها در یک شبکه‌ی $m\times n$ $= \dfrac{m(m+1)}{2}\times\dfrac{n(n+1)}{2}$.

این گروه در نهایت به همان فرمول خودم یعنی $\binom{m+1}{2}\binom{n+1}{2}$ رسیده بودند، اما مسیر رسیدن آن‌ها با مسیری که من طی کرده بودم، بسیار متفاوت بود. مزیت روش این گروه آن بود که با وجودی که هنوز ترکیبیات را نخوانده بودند به این حل رسیده بودند و برایشان کاملاً قابل فهم بود. البته در جلسات قبل، فرمول‌های مربوط به مجموع اعداد طبیعی و نیز مجموع توان‌های دوم اعداد طبیعی را به دست آورده بودند ـ هرچند در این جا خیلی هم به آن‌ها نیاز نداشتند.

پس از این راه حل، از آن‌ها خواستم مسأله‌ی ۱ را مجدداً حل کنند. اما این بار هدف آن بود که تعداد مربع‌ها را با روشی نظام‌دار بشمارند که قابلیت تعمیم داشته باشد. ضمن بحث، به راه حل (صفحه‌ی بعد) رسیدیم:



تعداد مربع‌های سطر اول $= 4$

تعداد مربع‌های تا سطر دوم $= 4 + 3$

تعداد مربع‌های تا سطر سوم $= 4 + 3 + 2$

تعداد مربع‌های تا سطر چهارم $= 4 + 3 + 2 + 1$

جمع

تعداد کل مربع‌ها $= 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1 = 30$

$$= \frac{4(4+1)(2(4)+1)}{6}$$

تعداد مربع‌ها در یک شبکه‌ی n×n $= n^2 + (n+1)^2 + \dots + 2^2 + 1 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

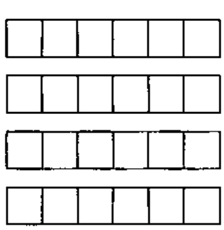
در این حین، یکی از دانش‌آموزان پرسید که اگر به جای این که شبکه‌ی داده شده مربعی (n×n) باشد، به صورت m×n بود، تعداد مربع‌ها چگونه به دست می‌آمد؟ و با این سوال، مسأله‌ی زیر برای کلاس مطرح شد:

مسأله‌ی (۳) تعداد مربع‌ها در یک شبکه‌ی m×n چند تاست؟

اکثر گروه‌ها به دنبال این بودند که مانند مثال‌های قبلی، ابتدا مسأله را در یک بُعد کوچک‌تر حل کنند و سپس آن را تعمیم دهند.

راه‌حل زیر، مربوط به یکی از گروه‌هاست:

نکته‌ی مورد توجه این بود که دانش‌آموزان قانون حاکم بر عبارت (۱) را خیلی راحت‌تر به صورت شفاهی بیان می‌کردند، تا این که آن‌را به عنوان یک فرمول نظیر (۲) در نظر بگیرند. در این حال، مسأله‌ی بعدی را به آن‌ها ارایه کردم:



تعداد مربع‌های سطر اول $= 6$

تعداد مربع‌های تا سطر دوم $= 6 + 5$

تعداد مربع‌های تا سطر سوم $= 6 + 5 + 4$

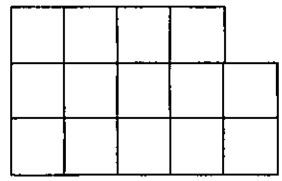
تعداد مربع‌های تا سطر چهارم $= 6 + 5 + 4 + 3$

جمع

(۱) $(1\times 3) + (2\times 4) + (3\times 5) + (4\times 6) =$ تعداد مربع‌ها در یک شبکه‌ی ۶ × ۴

(۲) تعداد مربع‌ها در یک شبکه‌ی $m\times n$ (که $m < n$) $= mn + (m-1)(n-1) + (m-2)(n-2) + \dots + (1)(n-m+1)$

مسأله‌ی (۴) در شکل زیر، چند مستطیل متفاوت وجود دارد؟



این مسأله، همان مسأله‌ی ۲ است که در آن، دو ضلع به طول واحد حذف شده‌اند. خود من، جواب این مسأله را از قبل، نمی‌دانستم؛ و اصلاً نمی‌دانستم که این مسأله، قابل حل است یا خیر. به این موضوع هم فکر نکرده بودم که با استفاده از ترکیبیات، چگونه می‌توان آن را حل کرد. با این حال، برای این مسأله، دو روش ارایه شد که روش دوم، قابلیت تعمیم بهتری داشت. به این دلیل فقط، این روش را شرح می‌دهم. (شکل زیر)

اساس کار این روش آن است که به جای شمارش مستقیم، تعداد مستطیل هایی را که با حذف این دو ضلع کم شده محاسبه کرده، از کل آن‌ها کم می‌کنیم.

قبل از این‌که به راه‌حل فوق برسیم، یکی از دانش‌آموزان گفت:

دانش‌آموز: با حذف یکی از مربع‌های واحد گوشه‌ای، به تعداد mn مربع کم می‌شود، درست است؟ (چند نفر دیگر نیز همین نظر را داشتند و از من می‌خواستند تا جواب آن‌ها را تصدیق کنم.)

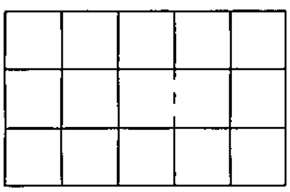
معلم: واقعیت این است که حدس خود من هم همین است؛ امّا مطمئن نیستم که درست باشد.

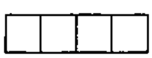
البته در نهایت، به این نتیجه رسیدیم که حدسمان درست بوده است. بعد از این نتیجه، یکی از دانش‌آموزان پرسید:

دانش‌آموز: اگر به‌جای حذف یکی از مربع‌های واحد گوشه‌ای، یکی از اضلاع واحد را حذف کنیم، چند مستطیل وجود خواهد داشت؟

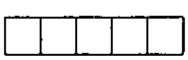
یعنی:

مسأله‌ی (۵) چند مستطیل در شکل زیر وجود دارد؟

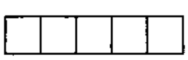




$$\text{تعداد مستطیل‌های تا سطر اول} = \frac{۵(۵+۱)}{۲} - ۵$$



$$\text{تعداد مستطیل‌های تا سطر دوم} = ۲ \times \frac{۵(۵+۱)}{۲} - ۵$$



$$\text{تعداد مستطیل‌های تا سطر سوم} = ۳ \times \frac{۵(۵+۱)}{۲} - ۵$$

جمع

$$(۱+۲+۳)\frac{۵(۵+۱)}{۲} - ۳(۵)$$

$$\text{تعداد مستطیل ها} = \frac{۳(۳+۱)}{۲} \times \frac{۵(۵+۱)}{۲} - ۳(۵) = ۷۵$$

$$\text{تعداد مستطیل‌ها در حالت کلی} = \frac{m(m+۱)}{۲} \times \frac{n(n+۱)}{۲} - mn$$

امّا در این لحظه، زنگ خورد و فرصت بحث روی این مسأله باقی نماند. از آن موقع تاکنون نیز، خود من هنوز به این مسأله فکر نکرده‌ام و نمی‌دانم که آیا با شمردن به روش‌های فوق، می‌توانیم تعداد مستطیل‌ها را در حالت کلی به دست آوریم یا خیر؟ در پایان کلاس، علاوه بر مسأله‌ی ۵، مسأله‌ی زیر را هم به عنوان تمرین، به دانش‌آموزان دادم و از آن‌ها خواستم که راجع به حل این دو مسأله، فکر کنند:

مسأله‌ی (۶) در مورد هر یک از مسأله‌های ۴ و ۵، تعداد مربع‌ها را نیز محاسبه کنید.

بحث

آشنایی با چارچوب نظری حل مسأله‌ی شونفیلد، به من کمک می‌کند تا بهتر بتوانم جریان یک جلسه تدریس خودم را تحلیل کنم.

۱ـ منابع: ماهیت مسایل این جلسه (و در واقع اکثر جلسات این درس) به گونه‌ای بود که دانش موضوعی کمی را طلب می‌کرد و اکثر دانش‌آموزان از این نظر، مشکلی نداشتند.

۲ـ رهیافت‌ها: شش مسأله‌ی مطرح شده در این جلسه، همگی به هم مربوط بودند، و فهم راه‌حل یکی از آن‌ها، می‌توانست برای حل مسایل بعدی نیز مفید باشد. هم‌چنین، گاهی از یک روش خاص، در چندین مسأله استفاده شد.

به‌طور نمونه، از زیر مسأله‌ها به عنوان یک راهبرد، استفاده شد؛ در اکثر مسأیل، برای شمارش مربع‌ها یا مستطیل‌ها، ابتدا مربع‌ها یا مستطیل‌های مربوط به هر یک از سطرها شمارش می‌شدند. هم‌چنین، به عنوان مثال، مسأله‌ی ۲ در حکم یک زیر مسأله برای مسأله‌ی ۴ بود؛ و اگر دانش‌آموزان، ابتدا با مسأله‌ی ۴ مواجه می‌شدند، طبیعی بود که اول ۲ را حل کنند. شاید هم اصلاً بهتر بود که در آغاز، مسأله‌ی ۴ را به آن‌ها ارایه می‌کردم تا دانش‌آموزان، خود مسأله‌ی ۲ را به عنوان یک زیرمسأله، طرح و حل کنند.

از این گذشته، در حل مجدد مسأله‌ی ۱ و نیز در حل مسأله‌ی ۳، از دوگونه شمردن به عنوان یک رهیافت، استفاده شد، یعنی دانش‌آموزان، اعداد را سطری نوشتند، امّا به صورت ستونی جمع کردند. لازم به ذکر است که آن‌ها، در اکثر مسایل، به تعمیم راه‌حل توجه داشتند.

۳ـ کنترل: در حل مسأله‌ی ۲، دانش‌آموزان متوجه شدند که شمردن، باید نظام‌وار باشد و هر نوع شمارشی، نمی‌تواند ثمربخش باشد.

حل مستقیم مسأله‌ی ۴، مستلزم محاسبات زیادی بود. بعد از حدود ۳۰ دقیقه، دو گروه از دانش‌آموزان این روش را رها کردند و از طریق متمم جواب، به جواب دست یافتند (از طریق تعداد مستطیل‌هایی که از کل کم می‌شد). امّا چهار گروه دیگر، به روش مستقیم که مشابه روش حل مسایل قبلی بود، ادامه دادند و سه گروه از آن‌ها نیز، به جواب درست رسیدند.

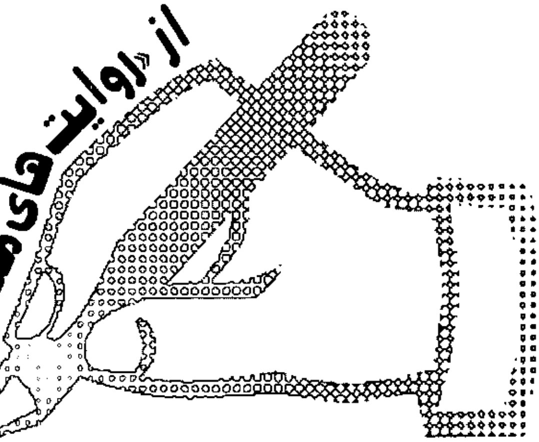
۴ـ نظام باورها: چون دانش‌آموزان، کار خود را در حل مسأله‌ی ۱، با شمارش آغاز کرده بودند، اکثراً به گفته‌های خود ایمان داشتند و با قاطعیت، جواب مسأله‌ی ۱ را عدد ۳۰ اعلام کردند و هیچ جواب دیگری را برای آن نمی‌پذیرفتند.

به‌طور کلی، چون مسأله‌ها به نوعی دیداری و همراه با شکل بودند، دانش‌آموزان در حل آن‌ها، خود را توانمند احساس می‌کردند و اعتماد به نفس بالایی داشتند. آن‌ها از درگیر شدن با مسایل جدید هراسی نداشتند و حتی خودشان، مسایل جدیدی را برای حل پیشنهاد می‌کردند.

سخن آخر

نتیجه‌ی (اخلاقی!) این‌که، این کلاس درس، فرصت‌های مغتنمی در اختیار من قرار می‌داد تا شناخت‌ام را نسبت به روند فکری دانش‌آموزان در حین حل مسأله، افزایش دهم. امّا لازمه‌ی این مطلب آن بود که برای هیچ مسأله‌ای، بلافاصله راه‌حل ارائه نکنم، به توانایی‌های دانش‌آموزان اعتقاد داشته باشم، و ترتیبی اتخاذ کنم که خودشان، راه‌حل‌های مناسب را پیدا کنند.

به خصوص، در مورد جلسه‌ی درسی که در بالا توصیف شد، نکته‌ی قابل توجه این بود که خود من هم، جواب برخی از مسایل را نمی‌دانستم و این، یک موهبت بزرگ بود. هم‌چنین، دانش‌آموزان نیز بر این امر واقف بودند و احساس نمی‌کردند که ابراز ندانستن من، تصنعی است. بلکه کل فعالیت کلاس را به عنوان یک کار جدّی و با هدف می‌نگریستند. در نتیجه، فکر می‌کردند که راه‌حل آن‌ها، واقعاً ممکن است به کلاس کمک کند و حل مسأله را یک مرحله به پیش ببرد. در نتیجه، به جای احساس انفعال، خودشان را عضوی فعال و تأثیرگذار در کلاس می‌پنداشتند؛ و این باعث می‌شد که گذشت زمان را احساس نکنند. در واقع خود من هم چنین بودم.



از «روایت‌های معلمان» چه آموختم؟

مهدی رحمانی، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی خراسان

۱ـ مطالبی که تدریس می‌کنم، بر ارتباط بین ریاضی و زندگی روزمره تأکید کند.

۲ـ به مفید بودن روش «کار در گروه‌های کوچک» و «بحث همگانی» در تدریسمان توجه کنم.

۳ـ به دانش‌آموزان برای فکر کردن و حدس‌زدن، فرصت دهم.

۴ـ به فرایند حل مسأله و نه صرفاً محصول نهایی آن، توجه کنم.

۵ـ برای تدریس ریاضی، مسایل چالش برانگیز انتخاب کنم.

۶ـ به نقش گفتمان در کلاس درس ریاضی توجه نمایم.

۷ـ به ارزشیابی گروهی به عنوان بخشی از ارزشیابی دانش‌آموزان، توجه کنم.

۸ـ راه‌حل‌ها را منحصر به حل معلم نکنم.

۹ـ بدانم که به‌کارگیری رویه‌ها قبل از ایجاد درک مفهومی، فرصت تفکر را از دانش‌آموزان سلب می‌کند.

۱۰ـ توجه کنم که برخورد مکانیکی و صوری با سؤال‌های مفهومی دانش‌آموزان، مانع ایجاد یادگیری عمیق در آن‌ها می‌شود.

۱۱ـ آگاه باشم که جواب‌های قطعی به دانش‌آموزانمان، فرصت تعمق و خلاقیت را از آن‌ها سلب می‌کند و به طور طبیعی، آن‌ها را نسبت به یادگیری مفهومی بی‌حوصله و بی‌انگیزه می‌کند.

۱۲ـ بدانم که یادگیری در صورتی پایدارتر است که طبق نظریه‌ی ساخت و سازگرایی، دانش‌آموزان، خودشان در ساختن دانش خویش دخیل باشند.

۱۳ـ به وجود آوردن تعادل بین دانش مفهومی و دانش رویه‌ای و ایجاد درک رابطه‌ای را جدی بگیریم.

۱۴ـ از تاریخچه‌ی موضوع ریاضی برای ایجاد انگیزه‌ی یادگیری در دانش‌آموزان بهره بگیرم.

۱۵ـ در شروع تدریس، از ارایه‌ی مفاهیم به صورت مجرد، خودداری کنم.

۱۶ـ بدفهمی‌های دانش‌آموزان را بشناسم و برای اصلاح آن‌ها، تلاش کنم.

۱۷ـ با دادن فعالیت‌های غنی به دانش‌آموزان، لذت کشف کردن را به آن‌ها، نشان دهم.

۱۸ـ از ماشین حساب در تدریس ریاضی، استفاده کنم.

۱۹ـ به جای جزوه گویی، فرصت نکته‌برداری را به دانش‌آموزان بدهم.

۲۰ـ فرصت طرح سؤالات جدید را به دانش‌آموزان بدهم.

کنکور سراسری و مسایل آن

دانش آموزی که در سال سوم شاگرد اول، ولی رتبه‌ی او در کنکور، ۲۴۶۰۰ شد!

میرزا جلیلی، عضو هیأت تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی

اینجانب بنابر علاقه‌ی ذاتی، همه ساله مسأله‌ی کنکور را دنبال می‌کنم و معمولاً با چند نفر از دانش‌آموزان پیش دانشگاهی که از خویشان یا از فرزندان دوستان هستند، ریاضی گسسته و جبر خطی کار می‌کنم و پس از برگزاری آزمون، سؤالات را مورد مطالعه و مداقه قرار می‌دهم و هر سال به نتایج جالب و قابل ملاحظه‌ای می‌رسم و برایم روشن می‌شود که مسأله‌ی کنکور، سال به سال حادتر و مشکل آفرین‌تر می‌شود.

یکی از منسوبان ما، سال تحصیلی گذشته را در یک مدرسه‌ی غیر انتفاعی در یکی از ناحیه‌های آموزشی شهر تهران، که یک عالم سر و صدا راه می‌اندازد و تبلیغ می‌کند که بهترین دبیر و استاد را در اختیار دارد، بهترین شیوه‌ی آموزشی را به کار می‌برد و قبولی در کنکور را تضمین می‌کند، درضمن شهریه کلان دریافت می‌کند، به پایان رساند.

در این مدرسه (و انواع مشابه آن) به جای توجه دقیق‌تر به برنامه‌های رسمی و کتاب‌های درسی، بیش‌تر به کلاس‌های جنبی، جزوات و تست‌زدن پرداخته می‌شد. این جلسات معمولاً صبح‌ها، قبل و بعدازظهرها، بعد از کلاس‌های روزانه تشکیل می‌گردید و برنامه‌ی کار شامل تست حسابان، تست حساب دیفرانسیل و انتگرال، تست ریاضیات گسسته، تست هندسه‌ی تحلیلی و جبر خطی، تست فیزیک، تست شیمی، و... بود که

برای هر درس، سالیانه مبلغ قابل ملاحظه‌ای دریافت می‌شود.

عطش قبولی در کنکور این دانش‌آموز، با این‌ها سیراب نشد و به موازات کارهای مدرسه، به فعالیت‌های زیر نیز پرداخت:

- خرید تمام کتاب‌های طبقه‌بندی شده‌ی کنکور و CDهای مربوط؛
- شرکت در بعضی از تک درس‌های آموزشگاه‌های پرطمطراق شبانه که در آن درس، ظاهراً استادی اسم و رسمی برای خود پیدا کرده است و در یاددهی معجزه می‌کند؛
- شرکت در آزمون‌های ماهانه‌ی یکی از مؤسسات آموزشی؛
- شرکت در آزمون‌های آزمایشی مؤسسات مختلف.

و خانواده برای هر کدام، کلی هزینه کرد. هر وقت، کسی جویای حال این دانش‌آموز از خانواده‌اش می‌شد، جواب می‌دادند: در مدرسه است، در کلاس تست است، در آموزشگاه شبانه است؛ در پی درس خصوصی حساب دیفرانسیل و انتگرال است، یا جمعه و مشغول آزمون آزمایشی است. این بچه، نه صبح در خانه بود، نه ظهر، نه عصر، نه شام و نه جمعه!

در منزل هم تا نیمه‌های شب، مونس چراغ مطالعه و کتاب‌های تست طبقه‌بندی شده و معجزه‌آفرین بود. این بنده‌ی خدا، نه تفریح داشت، نه می‌دانست عید چه وقت است؟ نه خبر از نوروز داشت و تنها به کنکور می‌اندیشید و شب‌ها مرتب خواب آزمون سراسری می‌دید!

این زحمات با پرداخت‌های کمرشکن و تحمیل بر اقتصاد و زندگی خانواده نیز همراه بود.[1]

اضافه بر همه‌ی این‌ها، روزهای این سال، برای بچه و خانواده‌ی او، شور و دلهره، ترس و لرز، اضطراب و ناراحتی خاصه برای دانش‌آموز خستگی، کم‌اشتهایی نیز یدک‌کش داشت، و به قول آن‌ها، هر روزِ این سال پیش‌دانشگاهی، خود به اندازه‌ی یک سال طول کشید و فشار آن بر اعصاب، روان و سلامتی بچه، هم‌چنین اقتصاد خانواده، سنگینی می‌کرد.

انتظار به پایان و روز موعود فرا رسید، دانش‌آموز خوشحال که ظاهراً در بهترین مدرسه‌ی شمال شهر ثبت‌نام کرده، پای درس بهترین استادها نشسته است، آن‌قدر دوره‌دیده و هزاران تست حل کرده است و حالا آماده و مجهز به صحنه‌ی پیکار می‌رود!

خانواده نیز، راضی و امیدوار به این که با این اقدامات و زحمات، فرزندشان به بهشت موعود راه پیدا خواهد کرد!

بعد از ۴ یا ۵ ساعت فشار و اضطراب درونی، بچه از جلسه‌ی امتحان خارج می‌شود. در بیرون از جلسه، خانواده در انتظار او دقیقه‌شماری می‌کند، به محض دیدن فرزند، بی‌اختیار زبانشان به حرکت می‌آید، امتحانت چطور شد؟!

دانش‌آموز نفسی می‌کشد، لحظه‌ای مکث می‌کند، مثل این که خواب می‌دیده که دچار کابوس وحشتناکی بوده و با غولی شکست‌ناپذیر دست و پنجه نرم می‌کرده است! و حالا از خواب بیدار شده است! می‌گوید: «چه عرض کنم! امسال سؤالات یک‌جوری بود! نامأنوس و ناآشنا بود، نمی‌دانم چطور بگویم؟ من با وجودی که همه‌ی سؤالات کنکور ۲۰ سال گذشته‌ی سراسری و آزاد را حل کرده بودم امّا سؤالات امسال در آن مایه نبود! مشکل بود، مجرد بود، مفهومی بود، بکر بود، بعضی هم المپیادی بود!»

- «ما را کُشتی! بگو ببینیم بالاخره تو چکار کردی!»

- «وقت کم آوردم. بعضی از سؤالات محاسبات و حل طولانی داشت. واقعاً ۵ دقیقه وقت لازم داشت و ما ۹۰ ثانیه فرصت داشتیم! من نرسیدم سؤالات را بخوانم!»

- «بعد از این حرف‌ها، اکنون نسبت به نتیجه‌ی کارت چه فکر می‌کنی؟!»

- «سر راهم که بیرون می‌آمدم از هر کس سؤال کردم، خراب کرده بود! سؤالات فیزیک امسال معرکه بود! المپیادی بود!»

بالاخره من‌من‌کنان ادامه می‌دهد، «من باید برنامه‌ریزی کنم و یک سال دیگر ریاضت کشی را تکرار کنم شاید به درک بهشت تحصیلات عالی نائل آیم!»

بیچاره خانواده! دهانشان باز می‌ماند! گلویشان خشک

می‌شود، چشمانشان سیاهی می‌رود، نفس‌شان بند می‌آید! نیمه‌جان می‌شوند! با زحمت فقط این جمله از دهانشان خارج می‌شود:

«پس این همه کلاس‌ها، جلسات تست، آموزشگاه شبانه، معلم خصوصی، آزمون‌های آزمایشی بی‌فایده بود! و پول‌هایی که ما خرج کردیم هیچ شد!»

دانش‌آموز پاسخ می‌دهد «فعلاً با من حرف نزنید، خودم در حال انفجار هستم؟ بر آن‌چه درس و مدرسه و کنکور است لعنت!»

خانواده‌اش می‌گویند: «تو که در امتحان نهایی سال سوم شاگرد اول شدی و جایزه گرفتی پس آن چه بود، این چیست؟»

ـ «گفتم با من حرف نزنید، دارم دیوانه می‌شوم!»

این دانش‌آموز به دو نفر دیگر از دوستان خود که با هم از جلسه بیرون آمده بودند تعارف کرد که سوار ماشین آن‌ها شوند. در طول راه، از یکی از آن‌ها سؤال شد «شما چه کار کردید؟»

او جواب داد: «من هم در مدرسه‌ای در شمال شهر تهران درس می‌خواندم، آن مدرسه هم پر طمطراق و با اسم و رسم بود و از نظر شهریه نیز گران! برنامه‌های ... عیناً در مدرسه‌ی ما هم اجرا می‌شود. ولی از نتیجه‌ی امتحانم راضی نیستم!»

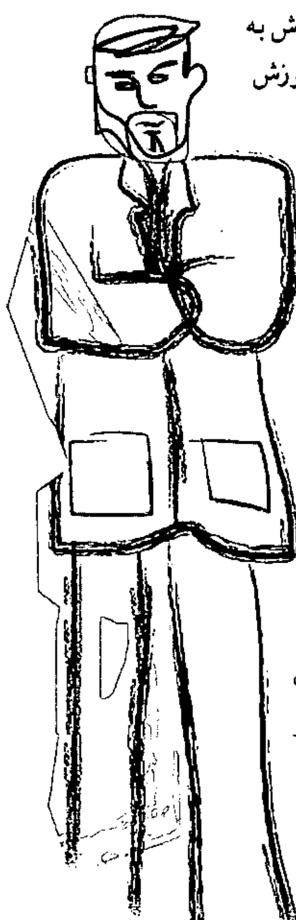
هم‌سفر دیگر، می‌گوید: «مدرسه‌ی ما کتاب‌های درسی را کنار گذاشته بودند و معلم جزوه می‌گفت که شامل مطالب مشکل و پیچیده بود. او می‌گفت هرکس این مطالب را یاد بگیرد، رتبه‌ی او در کنکور سه‌رقمی خواهد شد! من بهترین شاگرد کلاسش بودم، امّا رتبه‌ام معلوم نیست سه‌رقمی شود!»

مدت ۴۰ یا ۵۰ روز با این نگرانی، رنج و عذاب بر این دانش‌آموز و خانواده‌اش می‌گذرد تا بالاخره کارنامه‌ها می‌رسد! رتبه‌ی این بچه که در سال سوم شاگرد اول شده ۲۴۶۰۰، رتبه‌ی دوست او ۲۲۸۰۰ و رتبه‌ی سومی که می‌گفت بهترین دانش‌آموز کلاس بوده، ۷۰۰۰ شده است. رتبه‌های سایر هم‌کلاسان آن‌ها، به‌جز یکی دو نفر، بقیه بالاتر از ۲۵۰۰۰ بوده است!

اولیای بچه‌ها می‌گویند: آموزش و پرورش به راه خود می‌رود، سازمان سنجش کار خود را می‌کند، مدارس شهریه‌ی کلان می‌گیرند و برنامه‌ی خاص خود را اجرا می‌کنند، کلاس‌های کنکور، ساز خود را می‌زنند و کتاب‌های طبقه‌بندی‌شده و آزمون‌های آزمایشی نیز به کاسبی خود ادامه می‌دهند، کاری هم به کار یکدیگر ندارند! تنها کسی که به همه‌ی آن‌ها کار دارد دانش‌آموز و خانواده اوست که نمی‌دانند با آهنگ کدام باید برقصند و به حرف‌های کدام اعتماد نمایند!

شیوه‌ی تدریس در مدارس. در حال حاضر، در آموزش ما، کنکوربازی و تست‌زدن به اوج خود رسیده است. شنیده می‌شود در بعضی مدارس، حتی برای ثبت‌نام دانش‌آموز کلاس اول ابتدایی با کمک شکل، تصویر و نقاشی امتحان تستی هوش می‌گیرند!

بعد از آن‌که دانش‌آموز تحصیلات ابتدایی خود را تمام کرد و می‌خواهد در مدرسه‌ی راهنمایی مجاور مدرسه‌ی خود که ظاهراً شهرتی پیدا کرده است ثبت‌نام کند، باز باید در کنکور آن‌جا شرکت کند و امتحان تستی بدهد. بعد از دوره‌ی راهنمایی، به‌هنگام ثبت‌نام در یک دبیرستان که در منطقه اسم و رسمی دارد، چون تعداد داوطلب زیاد است باید از گذر کنکور بگذرد و تست‌ها را درست جواب بدهد. وقتی از دبیرستان فارغ‌التحصیل می‌شود و می‌خواهد وارد دانشگاه شود باز باید امتحان تستی بدهد!



این دانش‌آموز و خانواده‌اش به این نتیجه می‌رسند که کل آموزش جاری مملکت، تست، تست حل کردن، درست جواب تست را زدن، داشتن کتب طبقه‌بندی شده‌ی تست‌هاست!

البته در این رهگذر، عده‌ای نیز به مقتضای نیاز، استاد و متخصص آموزش تست می‌شوند و تکنیک تست‌زدن را، بدون اطلاعات لازم درس، یاد می‌دهند!

جوّ آموزشی کشور چنان محو این کار شده است که در دبیرستان وقتی دبیری هم بخواهد برخلاف جریان آب حرکت کند و قضیه ثابت کند، دانش‌آموزان می‌گویند آقا از آن صرف‌نظر کنید، اثبات در کنکور

نمی‌آید! برای ما تست حل کنید! دبیر دیگری با همین طرز فکر می‌خواهد استدلال کند، برهان ارایه دهد، ارتباط بین مفاهیم ریاضی را بیان کند، باز بچه‌ها می‌گویند آقا فکر نمی‌کنید اگر تست بزنید بهتر باشد!

خلاصه‌ی کلام آن که طرز تفکر غالب امروز جایگزین ساختن مفهوم، قضیه، برهان، استدلال، ... با نکته‌ها، تست‌ها و تکنیک‌های آن است.

■ در بیش‌تر مدارس، دبیر کاری به کتاب درسی ندارد و خود جزوه می‌گوید که بر طبق سلیقه و خواست دانش‌آموزان تنظیم شده است!

■ بعضی از این جزوه‌ها، شامل تمام مطالب هندسه یا ریاضی جدید نظام قدیم است!

■ در دسته‌ی دیگر، مطالب ثقیل، پیچیده و فرمول‌های خلاصه‌شده و حفظ کردنی است!

■ اما قسمت مشترک همه‌ی جزوه‌ها، **نکته‌هاست**. نکته‌ی ۱، نکته‌ی ۲، نکته‌ی ۳، ... که گاهی تعداد آن‌ها در یک جزوه به ۱۰۰۰ می‌رسد و دبیر اعتقاد دارد و به دانش‌آموزان می‌گوید هرکس جزوه‌ی او را خوب حاضر ذهن داشته باشد، قبولی او در کنکور حتمی است!

به وضوح دیده می‌شود که در آموزش ریاضی مدرسه‌ای، به جای تأکید بر مفاهیم، تفکر، اندیشه و درک، کار به حفظ کردن نکته‌ها، فرمول‌های خلاصه شده، و تکنیک‌های تست‌زدن کشیده شده است.

این شیوه‌ی آموزش در مدارس است و آن هم سؤالات کنکور و آن هم بی‌توجهی نسبت به کتب درسی!

یکی از نویسندگان کتاب‌های تازه‌تألیف فنی و حرفه‌ای اظهار می‌داشت که ما در کتاب‌ها، صورت چند قضیه را آورده‌ایم، در یک کلاس بازآموزی که برای تشریح این کتاب‌ها تشکیل شده بود، دبیران پیشنهاد می‌کردند که به جای واژه‌ی قضیه بنویسید: نکته‌ی ۱، نکته‌ی ۲، ...

متأسفانه بعضی از دستگاه‌ها نیز به طور ناخودآگاه، به این شیوه‌ی آموزشی دامن می‌زنند. به طور نمونه، یکی از کانال‌های سیما در آماده‌سازی بچه‌ها برای کنکور، مرتب نکته‌ها را ردیف و برجسته می‌سازد!

گفتنی است که در مدارس انگشت شماری، هنوز توجه و تأکید روی مفاهیم، استدلال، تفکر و اندیشه وجود دارد و آن‌ها از همان سال‌های اول دبیرستان، ریاضی را با شیوه‌ی صحیح آموزش شروع می‌کنند و دانش‌آموز را به تفکر و اندیشه وامی‌دارند و رتبه‌های دورقمی و سه‌رقمی کنکور متعلق به همین مدارس است. رتبه‌ی یکی از خویشان ما که به این نوع مدارس می‌رفت، ۲۲۰ شد. به **این دانش‌آموزان، علاوه بر تأکید بر مفاهیم و استدلال و تفکر یاد می‌دهند که:**

الف) در انتقال مطالب سرعت پیدا کنند.

ب) در محاسبات و حل‌ها نیز سرعت‌عمل داشته باشند.

رتبه‌های بالاتر از ۲۰۰۰۰ در کنکور، متعلق به دانش‌آموزانی است که فقط با **حافظه کار می‌کنند و مطالب جزئی و کلی را از بر می‌کنند:**

ترسم نرسی به کعبه ای اعرابی
این ره که تو می‌روی به ترکستان است

یک مطلب مهم دیگر. نتایج کنکور ۸۴ نشان داد که با همه‌ی بوق‌های تبلیغاتیِ بعضی از مدارس و آموزشگاه‌های شبانه و کلاس‌های کنکور در تهران:

۱ـ دانش‌آموزان ممتاز قبولی کنکور ۸۴، بیش‌تر از شهرستان‌ها بودند که در آن‌جا تبلیغات رنگ کمتری دارد.

۲ـ و هم‌چنین، دانش‌آموزان ممتاز قبولی، بیش‌تر دختر بوده‌اند که معمولاً کمتر از پسران در کلاس‌های جنجال‌آفرین شرکت می‌کنند.

پیشنهادها. در نظام قدیم، خاصه قبل از انقلاب، در دوره‌ی ۴ ساله‌ی دبیرستان، معلمان انرژی زیادی روی آموزش مفاهیم، قضایا و حل مسایل صرف می‌کردند و هر دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی، اقلاً ۱۰۰۰ مسأله‌ی هندسه، ۱۰۰۰ تمرین مثلثات و ۱۰۰۰ مسأله‌ی آنالیز حل می‌کرد. درحقیقت به این آسانی به کسی دیپلم داده نمی‌شد و جان بچه‌ها به لب می‌رسید تا به اخذ پایان‌نامه‌ی دبیرستان نائل شوند. هم‌چنین، در انتخاب دانش‌آموز برای رشته‌های ریاضی و تجربی دقت کافی به‌عمل می‌آمد و کسانی که در این رشته‌ها پذیرفته می‌شدند واقعاً مایه و استعداد آن را داشتند.

اکنون نیز اگر امتحان نهایی دبیرستان، به جای آخر سال سوم به پایان نیم‌سال اول پیش‌دانشگاهی انتقال یابد و این نیم‌سال، قدری طولانی‌تر شده به دوره‌ی متوسطه افزوده شود و شیوه‌ی تدریس در دوره‌ی متوسطه باز به روش تأکید روی مفاهیم، قضیه، استدلال و برهان برگردد و دانش‌آموز طوری تربیت شود که در یادگیری، بیش‌تر به تفکر و اندیشه و درک توجه داشته باشد تا استفاده از حافظه‌ی محض؛ درضمن، دبیر نیز در دوره‌ی دبیرستان، اجازه‌ی ورود به قلمرو تست نداشته باشد و امتحان نهایی با همان کیفیت سابق برگزار شود، شاید سنّت آموزش ریاضی در کشور دوباره احیا گردد.

درضمن، برای نیم‌سال دوم پیش‌دانشگاهی برنامه‌ریزی شود که دبیر و دانش‌آموز، مفاهیم درک شده‌ی ریاضی را در قالب تست، مجدداً مطالعه و بررسی کنند و شاید لازم باشد دبیران در این زمینه، دوره‌ای زیر نظر سازمان سنجش ببینند تا نحوه‌ی طرح تست، تفکر پشت هر تست، و هدف از هر تست، بررسی گردد.

■ در سال ۱۳۵۳، از وزارت علوم و آموزش کشور فرانسه نامه‌ای به دست مسئولان آموزشی کشور رسید که در آن گله شده بود که بیش‌تر دانشجویان ایرانی که در دانشگاه‌های آن‌جا مشغول تحصیل می‌باشند، در ریاضی و فیزیک ضعیف هستند و پیشنهاد شده بود که در این مورد تحقیق و بررسی شود.

بعد از مدتی، گروهی از متخصصان آن‌ها وارد تهران شدند و با کارشناسان تشکیل جلسه داده به رای‌زنی و مشورت پرداختند. یکی از توصیه‌های آن هیئت علمی این بود که **برای رفع مشکل ضعف علمی دانشجویان لازم است که بهترین دبیران به تدریس در سال‌های اوّل و دوم دبیرستان بپردازند تا آن‌ها پایه‌ی ریاضی قوی برای دانش‌آموزان بنیان گذارند.**

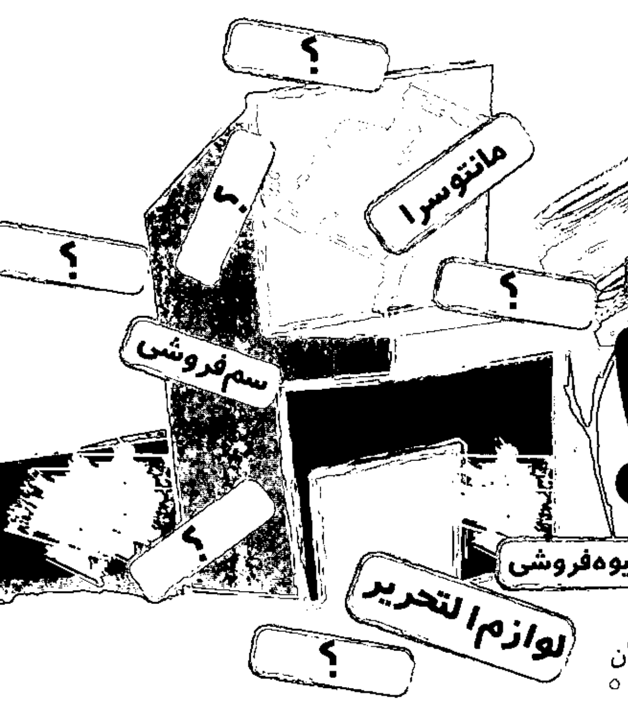
اکنون نیز پیشنهاد می‌شود که خوب است دبیرستان‌های غیر انتفاعی، دبیران سال‌های آخر خود را به سال‌های اول و دوم بفرستند و به همان اندازه حق‌التدریس پرداخت نمایند. به عبارت دیگر، لازم است برای تحصیلات پایه که اساس کار است قدری بیش‌تر اهمیت قائل شوند.

■ عده‌ای کارشناس به کشورهای آسیایی، مثل، هند، پاکستان، ژاپن، ترکیه، اندونزی، چین و گروهی دیگر به کشورهای اروپایی و آمریکا و کانادا اعزام شوند تا در نحوه‌ی ورود دانشجو به دانشگاه به تحقیق و مطالعه پردازند و بعداً این نتایج جمع‌بندی شود، شاید راه تازه‌ای در انتخاب دانشجو در مملکت باز شود و این غول شکست‌ناپذیر، تسلیم شود!

■

زیرنویس

۱. همکاری تعریف می‌کرد بیوه‌زنی تمام طلا و جواهراتش را فروخت و پول کلاس و درس خصوصی داد، به این امید که فرزند یتیم او وارد دانشگاه شود، متأسفانه توفیق ورود پیدا نکرد.



آموزش یا تجارت ؟!..

مریم گویا، دبیر ریاضی آموزش و پرورش منطقه‌ی ۲ تهران

روزمرگی، فرصت‌طلبی و کسب درآمد به هر قیمتی، مد روز شده است. در این بازار مکاره، هرکس در پی منفعت، متاعی عرضه می‌کند و در صدد بازاریابی و فروش برمی‌آید. معمولاً ورود افراد به هر شغل و تجارتی با زمینه‌ی فکری و کاری و توانایی آن‌ها، تا حدودی مطابقت دارد و اگر کسی توانایی‌های (علمی، اقتصادی، ...) خود را بسنجد و دست به تولید و عرضه بزند، به احتمال زیاد، موفق خواهد شد. اما کسانی که تحت تأثیر شرایط حاکم بر جامعه و بازار، بدون امکان سنجی دست به اقدام می‌زنند، محکوم به شکست هستند. شاید در مسیر حرکت خود دیده باشید مغازه‌هایی را که هر از چندی، تغییر وضعیت می‌دهند، یک روز لوازم ورزشی می فروشند، وقتی دیگر مواد غذایی، چند صباحی بعد عتیقه‌فروش می‌شوند و... آخر هم برای همیشه دکانشان تخته می‌شود و پی کار خود می‌روند تا فرد دیگری با درک درست از اوضاع و شرایط و امکانات و محیط و سلیقه و علاقه‌ی مصرف‌کنندگان و...، بتواند کاری کند. این افت و خیزها و تغییر کاربری‌ها، صرف‌نظر از هزینه‌های اجتماعی و... بیش‌تر متوجه فرد می‌شود. اما مصیبت وقتی است که علاوه بر فرد، شعاع وسیعی از جامعه هم متضرر شود و دامنه‌ی فاجعه گسترش یابد. یکی از این زمینه‌ها که امروزه هرکس به خود اجازه‌ی ورود به آن را می‌دهد، تجارت در زمینه‌ی آموزش می‌باشد. متأسفانه چنین وانمود شده که سرمایه گذاری در این مورد، بسیار سودآور است و هر تازه از راه رسیده‌ای به صِرف داشتن یک مدرکِ حداقلی، می‌تواند از این بازار آشفته بهره‌مند شود. بی‌آن‌که کم‌ترین آشنایی با مسایلی که آموزش و پرورش به آن‌ها مبتلا است، داشته باشد. در این حالت، نه تنها مشتریانِ این مؤسسات متضرر می‌شوند، که کل جامعه آسیب می‌بینند، زیرا اثرات آموزش ـ چه خوب و چه بد ـ در درازمدت مشهود می‌شود و معلوم نیست خسارت مُلک و ملت را چه کسی یا کسانی باید پرداخت کنند، و آیا اصلاً قابل پرداخت هست؟ آیا می‌توان این خسارت را به کمیت تبدیل کرد و به رقم درآورد؟

آن چه که باعث شد به نوشتن این مطلب بپردازم، ابلاغی است که از یک ناحیه‌ی آموزشی، برای بازدید و بررسی امور آموزشگاه‌های زبان و علمی آزاد دریافت کردم. پیرو چنین ابلاغی به اتفاق یکی از همکاران، به تعدادی از این آموزشگاه‌ها مراجعه کردیم. هنگام بازگشت، هم‌چون کسی که در خلاء گام برمی‌دارد، احساس پوچی، بی‌هویتی و تلخی می‌کردم. احساسی تلخ که تا عمق جانم نفوذ می‌کرد، احساس این‌که چرا «هیچ‌کس به فکر سرمایه‌های گران‌بهای این مملکت نیست؟ چرا مقدرات فرزندان ما باید به دست کسانی سپرده شود که فکر می‌کنند وارد شدن به این وادی، برایشان منافع زیادی دارد؟ به آموزشگاه‌ها که می‌روی، قبل از هر چیز، با حجم وسیعی از تبلیغات و بروشورها و... مواجه می‌شوی که گیجت می‌کنند.[1] «تست‌های IQ و تقویت حافظه»، «طرح ویژه»، «طرح تکمیلی»؛ «هر کدام از شما برنامه ی ویژه‌ی مطالعاتی دارید»، «مرکز تخصصی کنکور... قبولی شما را تضمین می‌کنیم»، با حضور قطعی گروه مشاوره و برنامه‌ریزی دکتر... (مؤلف کتاب شیوه‌ی مطالعه و آزمون دادن...)»، «کنکوری‌ها! مقایسه کنید.» «اولی‌ها! دومی‌ها! سومی‌ها... بشتابید»، «هنوز فرصت باقیست». «دستانتان را به ما بدهید»، «این همه اضطراب چرا؟»... با «همکاری مؤلفین کتاب‌های درسی» «مدرسان... دوره‌های فراگیر پیام نور، کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکتری»...

به آموزشگاه ... وارد می‌شوم. سراغ مدیر و مسئول و مؤسس آموزشگاه را می‌گیرم. البته مثل اکثر آموزشگاه‌ها حضور ندارند. اما چند خانم و آقای جوان که به عنوان مسئول و منشی و برنامه‌ریز مشغولند، سعی می‌کنند توضیحاتی بدهند. بروشورها و تبلیغاتی را که به در و دیوار نصب شده است، نگاه می‌کنم. توجهم جلب می‌شود: «نخستین طرح بازاریابی برای آموزش»، «آموزش، اشتغال، اجر معنوی، درآمدزایی»، «پایگاه مشاوره»، «ادامه‌ی تحصیل، آموزش‌های ضمن تحصیل، آموزش‌های ضمن خدمت، وکیل آموزشی»، «مؤسسه‌ی آموزشی... ارائه کننده‌ی اولین جعبه‌ی ابزار موفقیت (ویژه عمومی) ابزار موفقیت در روابط خانوادگی و اجتماعی!» «فن بیان ـ ارتباطات مؤثر با محیط ـ هوش هیجانی ـ مدیریت مؤثر دقت ـ پرورش خلاقیت ـ مدیریت خانواده».

ابزار موفقیت تحصیلی:

فنون یادگیری مؤثر ـ روش برنامه‌ریزی درسی، مدیریت آموزشی، چگونگی استفاده‌ی بهینه از رایانه در امر تحصیل...

ابزار موفقیت در مدیریت:

اصول برنامه‌ریزی در مدیریت ـ مدیریت زمان ـ مدیریت بحران ـ مدیریت دانش ـ مدیریت ارتباطات ـ تکنیک‌های مذاکره در مدیریت ـ فن اداره‌ی جلسات ـ شیوه‌ی بازاریابی ـ تیم‌سازی و شیوهٔ کار گروهی ـ کاربرد فناوری اطلاعات در مدیریت، ...

سرم به دوران می‌افتد. فکر می‌کنم چگونه این آموزشگاه ۶۰ ـ ۷۰ متری در طبقه‌ی دوم یک ساختمان، بیش از بزرگ‌ترین دانشگاه‌های ما در همه‌ی زمینه‌ها، فعالیت می‌کند و فارغ‌التحصیل بیرون می‌دهد! از خانم جوانی که زحمت توضیح دادن به ما را تقبل می‌کند، مسئولیتش را می‌پرسم، می‌فهمم مشاور است؛ مشاور تحصیلی و برنامه‌ریزی درسی و انتخاب رشته، هم‌چنان که ارزیاب سؤالات کنکور آزمایشی هفتگی نیز است! کنجکاو می‌شوم و می‌پرسم: «چگونه سؤالات را بررسی می‌کنید و صحت و سقم آن‌ها را تشخیص می‌دهید؟» «آیا در همه‌ی زمینه‌های درسی تخصص دارید؟» «رشته‌ی تحصیلی شما چیست؟» پاسخ ایشان چنین است: «همه‌ی سؤالات را که نه، تعدادی از آن‌ها را نگاه می‌کنم تا استاندارد باشند!» تازه فهمیدم سؤال‌های استاندارد چگونه تعیین می‌شوند! جالب توجه این که وی فارغ‌التحصیل رشته‌ی ادبیات فارسی از دانشگاه آزاد اسلامی یکی از شهرهای جنوبی ایران بود. حال چگونه مشاوره می‌کنند در حالی که مشاور نیستند و سؤالات فیزیکی و شیمی و ریاضی و زیست و غیره را بررسی می‌نمایند، لابد از معجزه‌های آموزشگاهی است!

و آموزشگاه دیگری که قید شده «استفاده از متخصصین برتر»، «مؤلفین کتاب‌های درسی» و... به انتظار مسئول یا مدیر آموزشگاه که در اطاق در بسته‌ای سرگرم مشاوره و ارایه‌ی راه‌حل به داوطلبی است، نشسته‌ایم. آقای جوانی که خود را دکتر ... و مسئول این آموزشگاه معرفی می‌کند، آماده‌ی همکاری و پاسخ دادن به سؤالات ما است. ابتدا از ایشان، مجوز آموزشگاه و ابلاغ مدیر را می‌خواهیم و سراغ مؤسس یا مدیر را می‌گیریم. پاسخ می‌شنویم که «مدیر و مؤسس حضور ندارند و همه‌ی امور را ما انجام می‌دهیم.» [در واقع در بیش‌تر آموزشگاه‌ها، امتیاز تأسیس و مجوز راه‌اندازی متعلق به کسی است که به صورت اجاره، یا گرفتن امتیاز یا شراکت به افراد دیگری واگذار می‌شود] از ایشان می‌پرسم «شما پزشک هستید؟» پاسخ مثبت است، پزشک جوانی که تازه دوره‌ی عمومی را تمام کرده، امتحان تخصصی قبول نشده، رفتن به شهرهای کوچک و دور افتاده را هم برای گذراندن طرح برنتابیده و چون کار در درمانگاه‌ها و بیمارستان‌ها و نظایر آن‌ها درآمدش اندک است، بهترین زمینه‌ی کاری را در آموزش و پرورش دیده و به خیل عظیم دکتر و مهندس‌هایی پیوسته که هیچ دیواری را کوتاه‌تر از دیوار آموزش و پرورش و خانواده‌ها ندیده‌اند و با یدک کشیدن عنوان دکتر و مهندس، به تحمیق جوانان و خانواده‌هایشان می‌پردازند و منّتی بر سر جامعه؛ که دارند کاری خدایی می‌کنند و انتظار اجر معنوی هم دارند!

در آموزشگاه دیگری که تحت عنوان ... فعالیت می‌کند، و اسم دانشگاه معتبری را هم ضمیمه‌ی نام خود کرده است، اصلاً خبری از مدرسین آن دانشگاه نیست و مسئول این آموزشگاه هم، مهندس مکانیک یکی از واحدهای دانشگاه آزاد در تهران است و... «تو خود حدیث مفصل بخوان از این مجمل»؟!

در جای دیگری، دختر خانم بسیار جوانی که بیش‌تر به فروشنده‌ی لوازم آرایش شباهت دارد تا فروشنده‌ی مواد آموزشی!، بدون داشتن مجوز قانونی، اقدام به ایجاد آموزشگاه علمی آزاد کرده است. سه پسر جوان در آموزشگاه هستند که خانم مدیر توضیح می‌دهند که آن‌ها، مشغول خواندن درس جبر

و احتمال هستند. پسرها که فهمیده اند از آموزش و پرورش هستم، به محض بیرون آمدن از آموزشگاه، خودشان را به من می‌رسانند و تقاضای کمک می‌کنند. می‌گویند: «هر یک از ما، ۱/۵ میلیون تومان بابت کلاس های کنکور پرداخت کرده‌ایم و هنوز معلمی نداریم، پول ما را هم به هیچ‌وجه پس نمی‌دهند و حالا که فهمیده‌ایم این آموزشگاه، بدون مجوز رسمی فعالیت می‌کند، از شما می‌خواهیم کمکمان کنید و به دادمان برسید.» تنها چیزی که می‌توانستم به آن‌ها بگویم این بود که: «چرا قبل از ثبت‌نام، به اداره‌ی آموزش و پرورش مراجعه نمی‌کنید و حداقل، از اسامی آموزشگاه‌های رسمی مطلع نمی‌شوید؟ به هر حال، همه‌ی شما نامه‌ای بنویسید و خواستار پی‌گیری شوید.» با سرگیجه از آن‌جا هم بیرون می‌آیم. در طول و عرض یک خیابان، در یک تقاطع، بیش از ۲۰ آموزشگاه زبان و علمی آزاد می‌بینم که تابلوهایشان بیش‌تر از مغازه‌های دیگر نمود دارد. به یک آموزشگاه دیگر وارد می‌شوم. کانون زبان ... جهت مهاجرت، تافل و... انگلیسی، فرانسه، آلمانی، ایتالیایی، روسی و...، در طبقه‌ی چهارم یک پاساژ تجاری مشغول فعالیت است. از آقای جوانی که مسئول آن‌جاست، می‌خواهیم تا مجوز آموزشگاه را نشانمان دهد. می‌گوید: «مجوز ندارم! به من گفته‌اند باید ابتدا محلی اجاره کنی، بعد مجوز بگیری.» می‌گویم: «این درست، اما تا قبل از گرفتن مجوز، شما حق دایر کردن کلاس و ثبت‌نام ندارید!» جواب می‌دهد که «کلی هزینه کرده‌ام! مگر می‌توانم بدون ثبت‌نام اجاره بپردازم؟» به ایشان توضیح می‌دهم که «در هر صورت، کار شما غیرقانونی است. اول باید مجوز داشته باشید، بعد تبلیغ کنید و به ثبت‌نام بپردازید.» قانع نمی‌شود و هم‌چنان، حرف‌های خود را تکرار می‌کند. برگه‌ای را به ایشان می‌دهم و امضاء می‌گیرم که ظرف پانزده روز، یا باید مجوز کسب کند یا کارش را تعطیل نماید. بیرون می‌آیم. احساس بدی دارم. نمی‌دانم باید بر سر چه کسی یا کسانی فریاد بزنم. آیا مقصر خانواده‌ها و جوانان هستند که تحت تأثیر تبلیغات دروغین، و بدون تحقیق و تفکر، سرنوشت خود و فرزندانشان را به دست عده‌ای بی‌کار و مستأصل و سودجو و طالب نام می‌سپارند؟ یا مسئولان آموزش و پرورش که بدون بررسی های اصولی، مجوز صادر می‌کنند و هر روز، آموزشگاه‌هایی مثل قارچ از زمین می‌رویند؟ یا جامعه‌ی آموزشی و دست‌اندرکاران و دلسوختگان امر آموزش که پس از گفتن‌ها و گفتن‌ها و نتیجه نگرفتن‌ها، راه انفعال پیش گرفته و دیگر حرفی هم نمی‌زنند و سکوت پیشه کرده‌اند؟ به چه کسی یا کسانی باید ایراد گرفت؟ دلم می‌سوزد، به قول فروغ، دلم برای باغچه که در زیر آفتاب ورم کرده است، می‌سوزد. دلم به حال تمام گل‌ها و غنچه‌های نوشکفته‌ای که پژمرده و پرپر می‌شوند، می‌سوزد. دلم به حال تمام درختان تناور و تنومندی که عمری استخوان در گلو و زخم در سینه دارند، و با ضربه‌های تیشه‌ی از خدا بی‌خبران و غافلان به زمین می‌افتند و به سرنوشت همان درختانی دچار می‌شوند که گرمابخش شومینه‌های محافل هستند و از صدای سوختن و جزجز کردن و جرقه زدن و رقص شعله‌هایشان، دیگران محظوظ می‌شوند، می‌سوزد. دلم برای ریشه‌ها هم می‌سوزد که با بی‌درایتی و آبیاری بیش از اندازه، پوسیده و گندیده می‌شوند و از نظر می‌افتند. ریشه‌هایی که اکثراً، به آن‌ها برچسب بالندگی و باروری خورده است ـ نگاه کنید به برجسته کردن زندگی بعضی اندیشمندان و بزرگان علم و فرهنگ و هنر که با تعریف و تمجید بی‌جا و تکرار اسم و کار آن‌ها، به جای شناساندن آن‌ها به نسل جوان و مردم، متأسفانه منفورشان می‌کنند. آیا گوش شنوا و چشم بینایی هست که در صورت فریاد زدن و نوشتن، ببیند و بشنود و ترتیب اثر دهد؟

دیر است، دیر، دیر...

نسلی فنا شده و گه گُداری مصیبت‌ها و ناکامی‌هایش به گوش جان می‌رسد و معانی جهل و بی‌عدالتی و بی‌توجهی را تداعی می‌کند.

روی سخنم با مسئولان آموزش و پرورش است. به خاطر خدا هم که شده، لحظه‌ای قلم‌هایتان را زمین بگذارید. اندکی تأمّل کنید. در دادن مجوزها و صدور بخش‌نامه‌ها و آئین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌ها دقت کنید و سرنوشت فرزندان این مرز و بوم را به دست ناواردان و ناکامان نسپارید. بگذارید هرکس به همان کاری بپردازد که توانش را دارد. تعجیل نکنید! کم‌کاری‌ها و تعطیلی‌های بی‌شمار را با قلم زدن‌ها و تصمیم‌گیری‌های عجولانه جبران نکنید! در این زمان، ما بیش از هر چیز به تفکر نیاز داریم. فکر کنیم، مشورت کنیم و تصمیم‌های اصولی و عقلایی بگیریم، شاید بتوان اندکی جبران مافات کرد.

زیرنویس

۱. تمام اسناد این نوشته، در دفتر مجله و نزد هیأت تحریریه، به امانت گذاشته شده است.

جستجو در ریاضیات دبیرستانی با نرم‌افزار

Mathematica

قاسم حسین قنبری، مدرس آموزشکده فنی نرجس سمنان

اشاره

یکی از سؤالاتی که در بین برخی از دبیران ریاضی مطرح است این است که چگونه از کامپیوتر در آموزش ریاضی استفاده کنیم؟ آیا نرم‌افزارهای ریاضی می‌توانند در دبیرستان مورد استفاده قرار بگیرند؟ در این مقاله، سعی کرده‌ایم که برخی کاربردهای نرم‌افزار Mathematica را در درس ریاضی (۱) نشان دهیم. خاطرنشان می‌کنیم که در هر صورت، کامپیوتر ابزاری است که هرچند قوی است ولی قدرت فکر کردن ندارد. به هر حال، به ما کمک می‌کند تا با دقت بیش‌تر و بهتر فکر کنیم. هم‌چنین با این امکانات جدید، توانایی طرح سؤالات جدید و پاسخ به آن‌ها را پیدا می‌کنیم. هدف این مقاله، طرح سؤال و جستجوی جواب آن با کمک نرم‌افزار است و جواب سؤالات، هدف نیست.

در فصل اول کتاب ریاضی (۱)، به اعداد گویا و قسمت اعشاری آن‌ها پرداخته می‌شود و توضیح داده می‌شود که اعداد اعشاری سه نوع هستند:

۱) مختوم، **۲)** متناوب ساده، **۳)** متناوب مرکب.

و از دانش‌آموزان خواسته می‌شود که دوره‌ی گردش اعداد اعشاری متناوب ساده را پیدا کنند.

حال در اینجا این سؤال وجود دارد که دوره‌ی گردش اعداد گویا، حداکثر چند رقم می‌تواند داشته باشد؟ یا این‌که آیا در دوره‌ی گردش، رقم‌های متوالی مساوی می‌تواند وجود داشته باشد؟

اولین جوابی که در ابتدا به ذهن می‌رسد این است که دوره‌ی گردش، حداکثر ۱۰ رقم می‌تواند داشته باشد. به وضوح این پاسخ، نادرست است؛ چراکه در این صورت تعداد اعداد اعشاری متناهی می‌شود. اما اگر بخواهیم با آزمون و خطا، جواب را پیدا کنیم کافی است که اعداد به شکل 1/n را در نظر بگیریم که n عددی اول باشد. به این منظور، تقسیم دستی کار بسیار دشواری است و اکثر ماشین‌حساب‌ها هم مشکل تعداد ارقام را دارند. بنابراین به سراغ نرم‌افزار Mathematica می‌رویم.

دوره‌ی گردش

در این نرم‌افزار، دستور ساده‌ای وجود دارد که اعداد را به

شکل اعشاری نمایش می‌دهد. این دستور به صورت

N[x,n]

می‌باشد که x، عدد موردنظر و n، تعداد اعشار آن می‌باشد. هم‌چنین دستور دیگری داریم که عدد اول nام را مشخص می‌کند که به صورت

Prime[n]

می‌باشد.

حال به عنوان مثال، عدد اول شماره ۱۲۵ را در نظر گرفته و نمایش اعشاری معکوس آن را به دست می‌آوریم (تصویر ۱).

در این جا، سؤالاتی مطرح می‌شود:

۱) اگر نمایش اعشاری معکوس اعداد اول را در نظر بگیریم با افزایش مخرج کسر، تعداد ارقام دوره‌ی تناوب چگونه تغییر می‌کند؟

۲) آیا می‌توان رابطه‌ای بین یک عدد اول و تعداد ارقام دوره‌ی تناوب آن پیدا کرد؟

۳) یک رقم حداکثر چند بار می‌تواند به صورت متوالی در نمایش اعشاری تکرار شود؟

در مثال اول، ۲ رقم تکرار شده‌اند و در مثال دوم ۳ رقم که ۰۰۰ و ۵۵۵ می‌باشد.

برای یافتن پاسخ این سؤالات و سؤالاتی نظیر آن‌ها،

```
Prime[125]
691
N[1/691, 460]
0.00144717800289435600578871201157742402315484804630969609261939218523878437047756874095513748l9\
102749638205499276410998552821997105643994211287988422575976845151953690303907380607814761215 62\
952243125904486251808972503617945007235890014471780028943560057887120115774240231548480463 09696\
0926193921852387843704775687409551374819102749638205499276410998552821997105643994211287988422 5\
75976845151953690303907380607814761215629522431259044862518089725036179450072358900
```

تصویر ۱

همان‌طور که می‌بینید تعداد ارقام دوره‌ی گردش این عدد، ۲۲۷ رقم است.

به همین ترتیب، عدد اول ۵۷۵ام را در نظر گرفته و معکوس آن را به صورت اعشاری نمایش می‌دهیم (تصویر ۲).

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، دوره‌ی گردش این عدد، شامل ۷۲ رقم است.

می‌توانیم از نرم‌افزار Mathematica به عنوان یک ابزار قوی استفاده کنیم.

اعداد اول

مفهوم دیگری که در کتاب‌های ریاضی راهنمایی و دبیرستان معرفی می‌شود، اعداد اول است. باید توجه کرد

```
Prime[575]
4201
N[1/575, 160]
0.0017391304347826086956521739130434782608695652173913043478260869565217391304347826086956521739·
130434782608695652173913043478260869565217391304347826086956521739l3
```

تصویر ۲

که دسترسی آسان به اعداد اول خیلی بزرگ از طریق Mathematica، میسر می باشد. برای بررسی اعداد اول، نیاز داریم که این اعداد را از نزدیک مشاهده کنیم و در مورد آن ها به تفکر بپردازیم. خوشبختانه در این نرم‌افزار، علاوه بر دستور Prime، دستور دیگری وجود دارد که کار غربال اراتُستن را انجام می دهد:

Prime[Range[m,n]]

این دستور اعداد اول m ـ ام تا n ـ ام را فهرست می کند. به عنوان مثال، اعداد اول از شماره ی ۱۰۰۰ تا شماره‌ی ۱۱۰۰ را در تصویر ۳ می بینید:

گشتن در کتابخانه ها، از رایانه استفاده می کنیم. به عنوان مثال، در فهرست بالا، ۸۳۸۷ و ۸۳۸۹، دو عدد اول دوقلو هستند. اما راه ساده تری هم برای فهرست کردن اعداد اول دوقلو وجود دارد! برنامه ی زیر، این کار را انجام می دهد. در واقع این برنامه، کار جستجو در فهرست بالا را ساده تر می کند: (تصویر ۴)

در ادامه ی بحث اعداد اول، می توان این سؤال را مطرح کرد که آیا دو عدد اول متوالی وجود دارند که رقم یکان آنها مساوی باشد؟ اگر جواب مثبت است، سه عدد چطور؟ به همین ترتیب چهار عدد یا پنج عدد و... چطور؟

برای یافتن پاسخ این سؤال ها، برنامه ی ساده زیر را اجرا می کنیم: (تصویر ۵)

```
Prime[Range[1000, 1100]]

{7919, 7927, 7933, 7937, 7949, 7951, 7963, 7993, 8009, 8011, 8017, 8039, 8053, 8059,
 8069, 8081, 8087, 8089, 8093, 8101, 8111, 8117, 8123, 8147, 8161, 8167, 8171, 8179,
 8191, 8209, 8219, 8221, 8231, 8233, 8237, 8243, 8263, 8269, 8273, 8287, 8291, 8293,
 8297, 8311, 8317, 8329, 8353, 8363, 8369, 8377, 8387, 8389, 8419, 8423, 8429, 8431,
 8443, 8447, 8461, 8467, 8501, 8513, 8521, 8527, 8537, 8539, 8543, 8563, 8573, 8581, 8597,
 8599, 8609, 8623, 8627, 8629, 8641, 8647, 8663, 8669, 8677, 8681, 8689, 8693, 8699, 8707,
 8713, 8719, 8731, 8737, 8741, 8747, 8753, 8761, 8779, 8783, 8803, 8807, 8819, 8821, 8831}
```

تصویر ۳

همان طور که می دانیم، یکی از مسأله های باز، یافتن اعداد اول دوقلو است و با این دستور می توانیم اعداد اول دوقلو را مشاهده کنیم. در واقع به جای محاسبات طولانی و

اگر ۴ عدد اول با رقم یکان مساوی وجود داشته باشند، برنامه ی بالا، بین اعداد اول ۱۰۰۰ام تا ۳۰۰۰ام، آن ها را مشخص می کند و شماره ی این اعداد را در سمت چپ آن ها

```
Do[If[(Prime[n + 1] - Prime[n] == 2), Print["(", Prime[n], "  ,    ", Prime[n + 1], ")"]],
 {n, 200, 220}]

(1229 ,    1231)

(1277 ,    1279)

(1289 ,    1291)

(1301 ,    1303)

(1319 ,    1321)
```

تصویر ۴

```
Do[If[(Mod[Prime[n], 10] == Mod[Prime[n + 1], 10] == Mod[Prime[n + 2], 10] == Mod[Prime[n + 3], 10]),
  Print[n, "    -->    ", Prime[n], "         ", n + 1, "    -->  ", Prime[n + 1], "         ", n + 2,
   "  -->    ", Prime[n + 2], "         ", n + 3, "    -->  ", Prime[n + 3]]], {n, 1000, 3000}]

2147   -->   18839     2148   -->  18859     2149  -->   18869     2150   -->  18899
2516   -->   22501     2517   -->  22511     2518  -->   22531     2519   -->  22541
2562   -->   22963     2563   -->  22973     2564  -->   22993     2565   -->  23003
2906   -->   26449     2907   -->  26459     2908  -->   26479     2909   -->  26489
```

تصویر ۵

می‌نویسد. به عنوان مثال، در سطر آخر، ۲۶۴۸۹، عدد اول ۲۹۰۹ام است که رقم یکان آن ۹ است و با اعداد اول شماره‌ی ۲۹۰۸ و ۲۹۰۷ و ۲۹۰۶ دارای رقم یکان یکسان می‌باشد. به همین ترتیب می‌توانیم اعداد اول بیش‌تری پیدا کنیم که رقم یکان مساوی داشته باشند و ضمناً متوالی هم باشند. نمونه‌ای از آن را می‌بینید: (تصویر ۶)

```
Do[
 If[(Mod[Prime[n], 10] == Mod[Prime[n + 1], 10] == Mod[Prime[n + 2], 10] == Mod[Prime[n + 3], 10] ==
    Mod[Prime[n + 4], 10] == Mod[Prime[n + 5], 10] == Mod[Prime[n + 6], 10]),
  Print[n, "    -->    ", Prime[n], "         ", n + 1, "    -->  ", Prime[n + 1], "         ", n + 2,
   "  -->    ", Prime[n + 2], "         ", n + 3, "    -->  ", Prime[n + 3], "        ", n + 4,
   "    -->  ", Prime[n + 4], "        ", n + 5, "    -->  ", Prime[n + 5], "        ", n + 6,
   "    -->  ", Prime[n + 6]]], {n, 490000, 790000}]

534741    -->    7919701      534742    -->  7919711       534743   -->    7919731       534744
   -->  7919741534745    -->    7919801       534746    -->  7919851       534747    -->   7919861
```

تصویر ۶

در برنامه‌های بالا، Do یک حلقه‌ی تکرار است. If دستور شرطی بوده و Mod[m,n] باقیمانده‌ی تقسیم m بر n را تعیین می‌کند.

تجزیه

مفهوم دیگری که در دوره‌ی متوسطه، خصوصاً سال اول به آن پرداخته می‌شود و معمولاً دانش‌آموزان با آن به سختی کنار می‌آیند و اهمیت آن را کمتر درک می‌کنند، تجزیه‌ی چند جمله‌ای‌ها است. یکی از مشکلات این است که روشی سر راست برای تشخیص این‌که یک عبارت تجزیه می‌شود یا خیر، وجود ندارد. در نرم‌افزار Mathematica، دستور

Factor[p(x)]

چند جمله‌ای‌ها را تجزیه می‌کند، این چند جمله‌ای‌ها می‌توانند شامل یک یا چند متغیر باشند. (تصویر ۷)

```
Factor[x^4 - 13 x^2 + 36]
(-3 + x) (-2 + x) (2 + x) (3 + x)
Factor[x^2 - 14 xy + 45 y^2]
x^2 - 14 xy + 45 y^2
```

تصویر ۷

قاسم حسین‌قنبری، مدرس آموزشکده فنی نرجس سمنان

```
Do[Print[n, "--->", Factor[x^(2n) + x^n + 1]], {n, 1, 28}]
1--->1 + x + x^2
2--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2)
3--->1 + x^3 + x^6
4--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4)
5--->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^5 - x^7 + x^8)
6--->(1 - x^3 + x^6) (1 + x^3 + x^6)
7--->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^8 + x^9 - x^11 + x^12)
8--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4) (1 - x^4 + x^8)
9--->1 + x^9 + x^18
10--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^5 - x^7 + x^8) (1 + x - x^3 - x^4 - x^5 + x^7 + x^8)
11--->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^7 + x^9 - x^10 + x^11 - x^13 + x^14 - x^16 + x^17 - x^19 + x^20)
12--->(1 - x^3 + x^6) (1 + x^3 + x^6) (1 - x^6 + x^12)
13--->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^7 + x^9 - x^10 + x^12 - x^14 + x^15 - x^17 + x^18 - x^20 + x^21 - x^23 + x^24)
14--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^8 + x^9 - x^11 + x^12) (1 + x - x^3 - x^4 + x^6 - x^8 - x^9 + x^11 + x^12)
15--->(1 + x^3 + x^6) (1 - x^3 + x^9 - x^12 + x^15 - x^21 + x^24)
16--->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4) (1 - x^4 + x^8) (1 - x^8 + x^16)
```

تصویر ۸

با کمک این دستور، می‌توانیم به مسایل کلی‌تر هم بپردازیم. به عنوان مثال، فرض کنید می‌خواهید عبارت $x^{10}+x^5+1$ را تجزیه کنید و در ضمن می‌خواهید شکل کلی آن را نیز که به صورت $x^{2n}+x^n+1$ است، بررسی کنید و تعیین کنید که این عبارت، به ازای کدام مقادیر n تجزیه نمی‌شود. ابتدا این عبارات را برای تعدادی از nهای کوچک تجزیه می‌کنیم، سپس سعی می‌کنیم که جواب را حدس بزنیم: (تصویر ۸)

```
Do[Print[n, "--->", FactorInteger[n], "---->", Factor[x^(2n) + x^n + 1]], {n, 1, 28}]
1--->{}---->1 + x + x^2
2--->{{2, 1}}---->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2)
3--->{{3, 1}}---->1 + x^3 + x^6
4--->{{2, 2}}---->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4)
5--->{{5, 1}}---->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^5 - x^7 + x^8)
6--->{{2, 1}, {3, 1}}---->(1 - x^3 + x^6) (1 + x^3 + x^6)
7--->{{7, 1}}---->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^8 + x^9 - x^11 + x^12)
8--->{{2, 3}}---->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4) (1 - x^4 + x^8)
9--->{{3, 2}}---->1 + x^9 + x^18
10--->{{2, 1}, {5, 1}}---->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^5 - x^7 + x^8) (1 + x - x^3 - x^4 - x^5 + x^7 + x^8)
11--->{{11, 1}}---->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^7 + x^9 - x^10 + x^11 - x^13 + x^14 - x^16 + x^17 - x^19 + x^20)
12--->{{2, 2}, {3, 1}}---->(1 - x^3 + x^6) (1 + x^3 + x^6) (1 - x^6 + x^12)
13--->{{13, 1}}---->(1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^7 + x^9 - x^10 + x^12 - x^14 + x^15 - x^17 + x^18 - x^20 + x^21 - x^23 + x^24)
14--->{{2, 1}, {7, 1}}---->
 (1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^8 + x^9 - x^11 + x^12) (1 + x - x^3 - x^4 + x^6 - x^8 - x^9 + x^11 + x^12)
15--->{{3, 1}, {5, 1}}---->(1 + x^3 + x^6) (1 - x^3 + x^9 - x^12 + x^15 - x^21 + x^24)
16--->{{2, 4}}---->(1 - x + x^2) (1 + x + x^2) (1 - x^2 + x^4) (1 - x^4 + x^8) (1 - x^8 + x^16)
```

تصویر ۹

```
Do[Print[n, "--->", FactorInteger[n], "---->", Factor[x^(2n) + x^n + 1]], {n, 200, 201}]

200--->{{2, 3}, {5, 2}}---->
 (1-x+x^2) (1+x+x^2) (1-x^2+x^4) (1-x^4+x^8) (1-x+x^3-x^4+x^5-x^7+x^8) (1+x-x^3-x^4-x^5+x^7+x^8)
  (1+x^2-x^6-x^8-x^10+x^14+x^16) (1+x^4-x^12-x^16-x^20+x^28+x^32) (1-x^5+x^15-x^20+x^25-x^35+x^40)
  (1+x^5-x^15-x^20-x^25+x^35+x^40) (1+x^10-x^30-x^40-x^50+x^70+x^80) (1+x^20-x^60-x^80-x^100+x^140+x^160)

201--->{{3, 1}, {67, 1}}---->
 (1+x^3+x^6) (1-x^3+x^9-x^12+x^18-x^21+x^27-x^30+x^36-x^39+x^45-x^48+x^54-x^57+x^63-x^66+x^72-x^75+x^81-x^84+
    x^90-x^93+x^99-x^102+x^108-x^111+x^117-x^120+x^126-x^129+x^135-x^138+x^144-x^147+x^153-x^156+x^162-x^165+
    x^171-x^174+x^180-x^183+x^189-x^192+x^198-x^204+x^207-x^213+x^216-x^222+x^225-x^231+x^234-x^240+x^243-
    x^249+x^252-x^258+x^261-x^267+x^270-x^276+x^279-x^285+x^288-x^294+x^297-x^303+x^306-x^312+x^315-x^321+
    x^324-x^330+x^333-x^339+x^342-x^348+x^351-x^357+x^360-x^366+x^369-x^375+x^378-x^384+x^387-x^393+x^396)
```

تصویر ۱۰

با مشاهده‌ی فهرست بالا می‌توان چند حدس جالب زد:

۱) اگر n توانی از ۳ باشد، عبارت تجزیه نمی‌شود؛

۲) اگر n عددی اول و مخالف ۳ باشد، فقط دو عامل در تجزیه وجود دارد.

بنابراین حدس می‌زنیم که بین توان‌های عامل‌های اول یک عدد و تعداد عامل‌های اول در تجزیه‌ی چند جمله‌ای، رابطه‌ای وجود دارد. برنامه‌ی بعدی، n را نیز تجزیه می‌کند و کنار چند جمله‌ای می‌نویسد: (تصویر ۹)

با مشاهده‌ی تصویر ۹ می‌توانیم رابطه‌ی زیر را حدس بزنیم:

اگر n عددی به شکل $۲^{n_۱}۳^{n_۲}۵^{n_۳}\cdots P_k^{n_k}$ باشد، آن‌گاه تعداد عامل‌های چند جمله‌ای برابر است با

$$(n_۱+۱)(n_۲+۱)(n_۳+۱)\cdots(n_k+۱)$$

یعنی توان‌های ۳، تأثیری در تعداد عامل‌ها ندارند. حال حدس خود را برای یک عدد بزرگ امتحان می‌کنیم. ما عددهای ۲۰۰ و ۲۰۱ را انتخاب کرده‌ایم: (تصویر ۱۰)

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، تعداد عامل‌های چندجمله‌ای، برای عدد ۲۰۰، ۱۲ است یعنی (۱+۲) (۱+۳). هم‌چنین برای ۲۰۱ نیز این رابطه برقرار است.

در اینجا قصد اثبات رابطه‌ی بالا را نداریم. فقط هدفمان این بود که نشان دهیم چگونه می‌توان از این نرم‌افزار، برای بررسی درستی حدس‌های دانش‌آموزان، استفاده کرد.

■

منابع

۱. ریاضیات سال اول دبیرستان، اسماعیل بابلیان و دیگران، شرکت چاپ و نشر کتب درسی، ۱۳۸۰.

۲. ریاضیات هنری و انیمیشن‌سازی همراه با نرم‌افزار Mathematica، قاسم حسین قنبری، انتشارات یکان، زمستان ۱۳۸۳.

IMO
2005

گزارش چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی

۸ تا ۱۹ ژولای ۲۰۰۵، مریدا ـ مکزیک

گزارش از امید نقشینه ارجمند، دانشگاه صنعتی شریف

از راست: امیر نقشینه ارجمند (سرپرست)، کسری علیشاهی (سرپرست)، نیما احمدی‌پور، مرتضی ثقفیان، علی‌اکبر دائمی، علی خزلی، امید حاتمی و مصطفی عین‌الله‌زاده.

تابستان امسال، چهل و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی از ۸ تا ۱۹ ژولای ۲۰۰۵ در مریدا، یکی از شهرهای شرقی مکزیک، برگزار شد و تیم شش نفره‌ی جمهوری اسلامی ایران با کسب دو مدال طلا و چهار مدال نقره در بین ۹۱ کشور در رتبه‌ی چهارم قرار گرفت.

مکزیک، نه آن طور که در فیلم‌های وسترن دیده‌اید!

تصور اکثر ما از کشور مکزیک، شاید به دلیل دور بودنش از ایران، برگرفته از فیلم‌های وسترن آمریکایی است؛ گانگستر فراری، مرز تگزاس، تابلویی چوبی که به سمت مکزیک نشانه رفته است، بیابانی گرم و کاکتوس‌ها! مکزیک کشوری گرم و

بی‌آب و علف است!

ولی واقعیت چیز دیگری است. مکزیک کشوری با مساحت ۱۹۵۸۲۰۱ کیلومتر مربع، عوارض طبیعی متنوعی دارد. رشته کوه‌های بی‌پایان، آتش‌فشان‌هایی با قله‌های برفی، سواحل استوایی و بیابان‌های وسیع.

هرنان کورتس اسپانیایی، مکزیک را طی سال‌های ۱۵۱۹ تا ۱۵۲۱ فتح کرد و تا ۳۰۰ سال این کشور مستعمره‌ی اسپانیا بود. پس از چندین سال جنگ بین استقلال‌طلبان و استعمارگران، سرانجام در سال ۱۸۲۱ استقلال مکزیک به رسمیت شناخته شد.

فرهنگ‌ها و امپراطوری‌های بزرگ مانند المک‌ها، مایاها و آزتک‌ها در این سرزمین قرن‌ها رشد و نمو کرده‌اند و امروزه فرزندان آن‌ها در قالب بیش از ۵۰ قبیله‌ی بومی مختلف، زبان و هویت خود را در کنار دورگه‌ها حفظ کرده‌اند. زبان رسمی مکزیک، مانند اکثر کشورهای آمریکای لاتین، اسپانیولی است. طبق آمار سال ۲۰۰۴، جمعیت مکزیک یک‌صد و شش میلیون نفر است که ۲۴ میلیون آن در مکزیکوسیتی، پایتخت مکزیک، زندگی می‌کنند.

المپیاد ریاضی در ایران: افزایش تعداد طلاهای کشوری

از سال گذشته تصویب شد که تعداد دریافت کنندگان مدال طلای هر المپیاد، که از کنکور سراسری معافند، به دو برابر تعداد اعضای تیم افزایش یابد. در نتیجه در المپیاد ریاضی، با اضافه شدن دانش‌آموزی که سال گذشته نیز موفق به کسب مدال طلا شده بود، به سیزده نفر مدال طلا داده شد: نیما احمدی‌پور اناری (تهران)، محمد باوریان (تهران)، مرتضی ثقفیان (تهران)، امید حاتمی ورزنه (اصفهان)، علی خزلی (کرمانشاه)، محمد خسروی (بیرجند)، علی اکبر دائمی (تهران)، ناصر طالبی‌زاده (کرمان)، میثم عقیقی (تهران)، مصطفی عین‌ا... زاده (تهران)، جلیل کاظمی‌تبار (امیر کلا، بابل)، جواد مقدم‌زاده (تهران)، آزالیا میرحسینی (تهران).

پس از چند ماه کلاس آموزشی و برگزاری چند آزمون، تیم ملی المپیاد ریاضی انتخاب شد: آقایان نیما احمدپور اناری، مرتضی ثقفیان، امید حاتمی ورزنه، علی خزلی، علی اکبر دائمی و مصطفی عین‌الله زاده.

این تیم همراه با چهار سرپرست متشکل از آقایان دکتر رستگار، اصلاح پذیر، نقشینه و علیشاهی به چهل و ششمین المپیاد ریاضی اعزام شد.

تهران، فرانکفورت، مکزیکوسیتی، مریدا

تیم ایران پس از توقفی چند ساعته در فرودگاه شهر فرانکفورت، و پس از حدود سی ساعت مسافرت خسته کننده، در شامگاه ۱۶ تیر (۷ ژولای) به شهر مکزیکوسیتی رسید و مورد استقبال نمایندگانی از سفارت ایران قرار گرفت.

ده و نیم ساعت اختلاف زمان می‌توانست بر کیفیت امتحان اعضای تیم تأثیر منفی بگذارد. سه روز توقف در مکزیکوسیتی این فرصت را به وجود آورد که اعضای تیم تا حدی به ساعت جدید عادت کنند تا بتوانند چند روز بعد با مسایل سنگین ریاضی از شش و نیم عصر تا یازده شب به وقت تهران دست و پنجه نرم کنند!

مریدا، شهری گرم و مرطوب در ساحل خلیج مکزیک، از ۱۱ تا ۱۹ ژولای، میزبان ۹۱ تیم دانش‌آموزی و سرپرستانشان بود. ۱۲ ژولای افتتاحیه. ۱۳ و ۱۴ ژولای دو امتحان شش سؤاله که مدت هر کدام چهار ساعت و نیم بود، صبح ۱۵ ژولای تا شامگاه ۱۶ ژولای تصحیح برگه‌ها و....

امیلی، مهمان ناخوانده‌ای که نیامد!

در آخرین ساعات تصحیح برگه‌ها، اخبار رسانه‌ها حاکی از نزدیک شدن توفانی به نام امیلی به سواحل خلیج مکزیک بود. جلسه‌ی فوق‌العاده‌ی هیأت ژوری تشکیل شد و خبر رسماً اعلام شد. با توجه به توصیه‌های دولتی در ساعاتی که احتمال وزیدن توفان وجود داشت، مردم باید در خانه‌های خود و دور از پنجره می‌ماندند. به شرکت کنندگان المپیاد اطمینان داده شد که هتل‌ها در مقابل توفان امیلی مقاومند ولی قرار شد که تا ساعت ۸ شب، همگی وسایل خود را در حمام اتاق‌ها، که پنجره ندارند، مستقر کنند و شب را جایی امن‌تر سپری کنند: سه سالن بزرگ بدون پنجره در طبقه‌ی هم کف هتل. با توجه به مشکل پیش آمده، این احتمال وجود داشت که شرایط برای برگزاری مراسم اختتامیه مهیا نشود و مدال‌ها بعداً برای دانش‌آموزان پست شود. در زمان مقرر، دانش‌آموزان و سرپرستان با پتو و بالشت همه در کنار هم در گوشه گوشه جا گرفته بودند و جغرافیای جدیدی را شکل داده بودند: ایران از شمال با تایلند، از شرق با قزاقستان و از جنوب با کره‌ی جنوبی همسایه شد و در غرب رو به سوی در خروجی سالن داشت!

نیمه‌های شب، در حالی که جمعی خواب بودند و گروهی انتظار توفان را می‌کشیدند، باد نه چندان شدیدی وزید، بارانی بارید، ولی از امیلی خبری نشد! در عوض اختتامیه از حالت تعلیق درآمد و در بعدازظهر ۱۸ ژولای برگزار شد.

نتایج مسابقه

طبق روال همیشگی امتحان المپیاد ریاضی شامل ۶ مسأله‌ی ۷ نمره‌ای است. تیم ایران که سال گذشته با مجموع ۱۷۸ امتیاز از ۲۵۲ امتیاز ممکن، در مکان نهم قرار گرفته بود، امسال با کسب ۲۰۱ امتیاز به رتبه‌ی چهارم دست یافت. تیم ایران در سال ۱۹۹۷ مقام سوم و در سال ۱۹۹۸ مقام اول المپیاد جهانی ریاضی را کسب کرده بود و رتبه‌ی اخیر بعد از آن دو، بهترین نتیجه‌ی تیمی ایران محسوب می‌شود. (جدول ۱)

جدول ۱

ده تیم اول چهل و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی											
رتبه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	
کشور	چین	آمریکا	روسیه	ایران	کره‌جنوبی	رومانی	تایوان	ژاپن	اوکراین	مجارستان
امتیاز	۲۳۵	۲۱۳	۲۱۲	۲۰۱	۲۰۰	۱۹۱	۱۹۰	۱۸۸	۱۸۱	۱۸۱

در این دوره، دانش‌آموزان ایرانی موفق به کسب ۲ مدال طلا و ۴ مدال نقره شدند. به علاوه آقای علی اکبر دائمی، که سال گذشته مدال نقره‌ی المپیاد جهانی ریاضی را گرفته بود، با حل هر ۶ سؤال، موفق به کسب نمره‌ی کامل شد. پیش از این، مریم میرزاخانی در ۱۹۹۵، ایمان افتخاری در ۱۹۹۷ و امید امینی در ۱۹۹۸ موفق به کسب نمره‌ی کامل شده بودند. (جدول ۲)

کننده، چهل و دو کشور، ۱۲۷ مسأله ارسال کرده بودند که از بین این مسایل، بیست و هفت مسأله انتخاب شده بود. سه مسأله از شش مسأله‌ی ارسالی ایران نیز در این مجموعه آمده بود. لازم به ذکر است که هیأت ژوری، بدون در نظر گرفتن طراحان، شش مسأله‌ی امتحان را انتخاب می‌کند. کشورهای شرکت‌کننده هم اخلاقاً ملزمند مسأله‌های پیشنهادی را مخفی نگهدارند. (جدول ۳)

جدول ۲

نتایج تیم ایران در چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی							
	مسأله‌ی یک	مسأله‌ی دو	مسأله‌ی سه	مسأله‌ی چهار	مسأله‌ی پنج	مسأله‌ی شش	مجموع و مدال
نیما احمدی‌پور	۷	۷	۱	۷	۳	۷	۳۲ (نقره)
علی اکبر دائمی	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۴۲ (طلا)
مصطفی عین‌ا...زاده	۷	۷	۰	۷	۶	۷	۳۴ (نقره)
امید حاتمی	۱	۷	۶	۷	۷	۱	۲۹ (نقره)
علی خزلی	۷	۷	۱	۷	۷	۰	۲۹ (نقره)
مرتضی ثقفیان	۷	۷	۷	۷	۷	۰	۳۵ (طلا)
مجموع	۳۶	۴۲	۲۲	۴۲	۳۷	۲۲	۲۰۱

سه مسأله از بیست و هفت مسأله

هیأت ژوری، متشکل از سرپرستان اول کشورهای شرکت‌کننده، هر ساله از بین مجموعه‌ای متشکل از حدود سی مسأله، شش مسأله‌ی امتحان را انتخاب می‌کند. این مجموعه چند ماه قبل توسط کشورهای شرکت‌کننده ارسال می‌شود. البته تمام کشورها در این زمینه فعال نیستند و امسال، طبق گزارش هیأت برگزار

مسایل چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی

همان طور که پیش از این اشاره شد، مسابقه در دو نوبت چهار و نیم ساعته برگزار می‌شود و در هر نوبت سه مسأله به دانش‌آموزان داده می‌شود. مسایل چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی را در صفحه‌ی بعد، می‌خوانید.

جدول ۳

پیشنهاد دهندگان سؤالات چهل و ششمین المپیاد بین المللی ریاضی					
مسأله‌ی یک	مسأله‌ی دو	مسأله‌ی سه	مسأله‌ی چهار	مسأله‌ی پنج	مسأله‌ی شش
رومانی	هلند	کره جنوبی	لهستان	لهستان	رومانی

چهل و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی / مریدا، مکزیک

روز اول .... زبان: **فارسی**

IMO 2005

چهارشنبه ۱۳ ژولای ۲۰۰۵
زمان امتحان: ۴ ساعت و نیم
هر مسأله: ۷ امتیاز دارد

مسأله‌ی ۱ . شش نقطه روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع، انتخاب شده‌اند: A_1 و A_2 روی BC، B_1 و B_2 روی CA و C_1 و C_2 روی AB. این نقاط، رئوس شش ضلعی محدب $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ هستند که اضلاع آن با هم مساویند. ثابت کنید خطوط A_1B_2 و B_1C_2 و C_1A_2، همرسند.

مسأله‌ی ۲ . فرض کنید ...و a_2 و a_1 دنباله‌ای از اعداد صحیح باشد که بی‌نهایت جمله‌ی مثبت و بی‌نهایت جمله‌ی منفی دارد. فرض کنید به ازای هر عدد طبیعی n، اعداد a_1 و a_2 و... و a_n، n تا باقی مانده‌ی مختلف در تقسیم بر n دارند. ثابت کنید هر عدد صحیح دقیقاً یک بار در این دنباله ظاهر شده است.

مسأله‌ی ۳ . فرض کنید x، y و z، اعداد حقیقی مثبت باشند به طوری که $xyz \geq 1$. ثابت کنید

$$\frac{x^5 - x^2}{x^5 + y^2 + z^2} + \frac{y^5 - y^2}{y^5 + z^2 + x^2} + \frac{z^5 - z^2}{z^5 + x^2 + y^2} \geq 0$$

چهل و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی / مریدا، مکزیک

روز دوم .... زبان: **فارسی**

IMO 2005

پنج شنبه ۱۴ ژولای ۲۰۰۵
زمان امتحان: ۴ ساعت و نیم
هر مسأله: ۷ امتیاز دارد

مسأله‌ی ۴ . دنباله‌ی ...و a_2 و a_1 را که به صورت

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1 \quad (n = 1, 2, \ldots)$$

تعریف شده است، در نظر بگیرید. تمام عددهای صحیح مثبتی را بیابید که نسبت به همه‌ی جملات این دنباله، اول هستند.

مسأله‌ی ۵ . فرض کنید $ABCD$، یک چهار ضلعی محدب باشد که اضلاع BC و AD آن، مساویند ولی موازی نیستند. فرض کنید E و F، (به ترتیب) نقاط درونی اضلاع BC و AD باشند به‌طوری که $BE=DF$. خطوط AC و BD، یکدیگر را در نقطه‌ی P، خطوط BD و EF، در نقطه‌ی Q و خطوط EF و AC یکدیگر را در نقطه‌ی R قطع می‌کنند. تمام مثلث‌های PQR را که در اثر تغییر E و F حاصل می‌شوند، در نظر بگیرید. نشان دهید دوایر محیطی این مثلث‌ها، نقطه‌ی مشترک دیگری به جز P دارد.

مسأله‌ی ۶ . در یک گردهمایی ریاضی، ۶ مسأله به شرکت کنندگان داده شد. هر جفت از مسایل، توسط بیش از $\frac{2}{5}$ حاضرین حل شد. هیچ‌کس هر ۶ مسأله را حل نکرد. نشان دهید لااقل ۲ شرکت کننده بودند که هر یک، دقیقاً ۵ مسأله را حل کردند.

اعطای جایزه‌ی ویژه پس از ۱۰ سال

هر ساله هیأت ژوری می‌تواند به دانش‌آموزی که راه‌حلی برجسته برای مسأله‌ای ارایه کرده است، جایزه‌ی ویژه بدهد. امسال دانش‌آموزی از کشور مولداوی با ارایه‌ی راه‌حلی استثنایی برای مسأله‌ی ۳، با رأی هیأت ژوری، موفق به دریافت این جایزه شد. جایزه‌ی ویژه‌ی قبلی، سال ۱۹۹۵ اعطاء شده بود.

انجمن معلمان ریاضی استان کردستان، روز ریاضیات را برگزار کرد.*

انجمن معلمان ریاضی استان کردستان، در راستای اهداف **روز ریاضیات** که به طور مشخص، عمومی کردن ریاضی، ایجاد انگیزه و رغبت بیش‌تر در بین دانش‌آموزان نسبت به یادگیری ریاضی و ایجاد ارتباط علمی بین معلمان ریاضی و تبادل تجارب آن‌ها است، برنامه‌هایی را تدارک دید. این برنامه‌ها شامل برگزاری نمایشگاه، همایش یک روزه‌ی معلمان، باغ بازی و ریاضی، و جشنواره‌ی ریاضی، در میدان اصلی شهر سنندج بود.

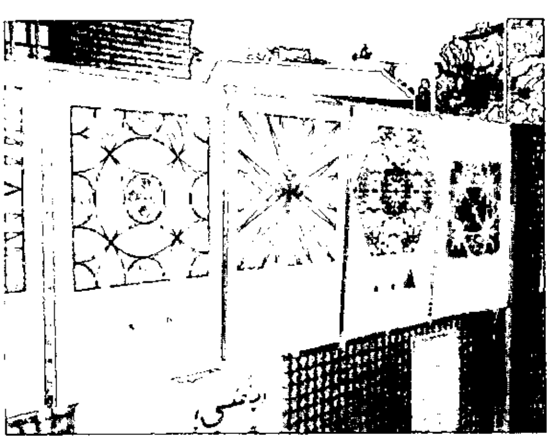
جشنواره‌ی ریاضی

اعضای شورای اجرایی انجمن ریاضی استان کردستان با دعوت از اعضای کمیته‌ی علمی هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، و تشکیل جلسات متعدد، به دنبال راهی بودند تا ریاضی را به صورت غیرکلاسیک و غیرآموزشگاهی، به جامعه معرفی نمایند تا به تبع آن، رغبت خانواده‌ها را به ریاضی بیش‌تر نموده و قدمی اساسی در جهت عمومی کردن ریاضی بردارند. پس از مشورت با همکاران و امکان‌سنجی مناطق داخل شهر سنندج، مصوب شد تا جشنواره‌ی ریاضی در میدان اصلی شهر سنندج (میدان آزادی) و در محل پمپ بنزین سابق شهر که به محل برگزاری نمایشگاه‌ها و برنامه‌های فرهنگی تبدیل شده است، برگزار شود.

برنامه‌های جشنواره

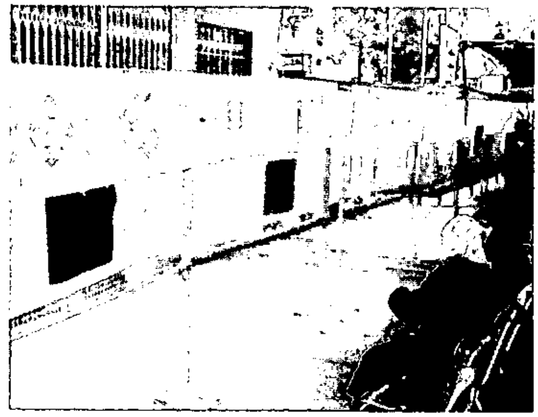
❖نمایشگاه کارهای آقای غربی

با هماهنگی به عمل آمده با آقای مظفر غربی، نمایشگاهی از کارهای ارزشمند ایشان در محل جشنواره در روز ۲۸ و ۲۹ اردیبهشت جهت بازدید عموم برپا شد و با نظارت آقای غربی مسابقه‌ی نقاشی از کارهای ایشان در طول دو روز برگزاری جشنواره برای استقبال کنندگان از نمایشگاه خصوصاً کودکان، برگزار گردید.



کار انجام شده توسط شرکت‌کنندگان در مسابقه، به آن‌ها اهدا گردید.

قابل ذکر است که در قسمت نقاشی آزاد جشنواره نیز، با نظارت خانم توکلی (عضو شورای اجرایی انجمن) و هماهنگی با یک مؤسسه‌ی هنری و گرافیک و همکاری معلمان هنر مدارس سنندج، کودکان به کشیدن نقاشی و رنگ‌آمیزی صفحات و



❖نقاشی با موضوع‌های ریاضی

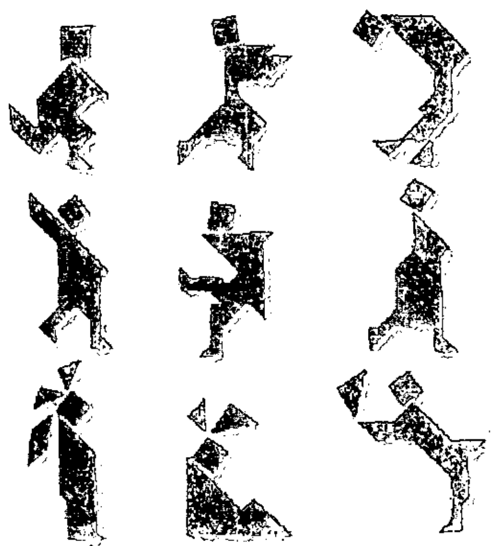
برگزاری مسابقه‌ی نقاشی با موضوع‌های مختلف از جمله، معلم ریاضی، کلاس ریاضی، کتاب ریاضی، اشکال هندسی مسطح و فضایی و کارهای آقای غربی، از برنامه‌های جشنواره بود که استقبال کودکان در این قسمت، چشم‌گیر بود.

هم‌چنین، با هماهنگی به عمل آمده با سازمان آموزش و پرورش استان کردستان، سرپرستی بانک ملی استان و سرپرستی بانک صادرات استان، جوایزی تهیه شده بود که به تناسب سن و

اشکال هندسی مشغول شدند که همراهی والدین در این امر، قابل تأمل و دقت بود.

❖ کارگاه هوش

یکی دیگر از برنامه‌های جشنواره که مورد استقبال شرکت‌کنندگان قرار گرفت، یک بازی قدیمی چینی به نام تانگرام بود. در این بازی، با قطعات یک مربع که به هفت قسمت



مشخص برش داده شده است، می‌توان شکل‌های مختلفی درست کرد.

لازم به توضیح است که در محل برگزاری جشنواره، به کمک دانشجویان مراکز تربیت‌معلم سنندج، روش برش مربع به

بازدیدکنندگان آموزش داده شد. سپس الگوهایی از بازی که قبلاً تکثیر شده بود، در اختیار آن‌ها قرار گرفت تا هوش خود را بیازمایند. البته به کودکانی که موفق به ساختن الگوها یا طرح‌های دیگری می‌شدند، هدایایی تعلق می‌گرفت.

دعوت از مسئولین

انجمن به جهت جلب حمایت ادارات و نهادهای مختلف و انعکاس استقبال و اشتیاق مردم در بازدید از نمایشگاه، به طور رسمی با ارسال دعوت‌نامه به تمام ادارات سطح شهر سنندج، از مسئولان شهر برای بازدید از جشنواره، دعوت به عمل آورد. حضور مسئولان در این جشنواره، موجب خرسندی دست‌اندرکاران جشنواره گردید.

حضور پیشکسوتان و معلمان ریاضی

حضور همکاران فرهنگی و معلمان ریاضی در محل برپایی جشنواره، و حمایت آن‌ها، یکی از پشتوانه‌های برگزاری جشنواره بود که باعث قوت قلب شورای اجرایی انجمن، در برنامه‌ریزی‌های آینده‌ی انجمن خواهد بود که از جمله، لازم است که به حضور آقایان توشیح، پرنیانی، برزگر، ابراهیمی،

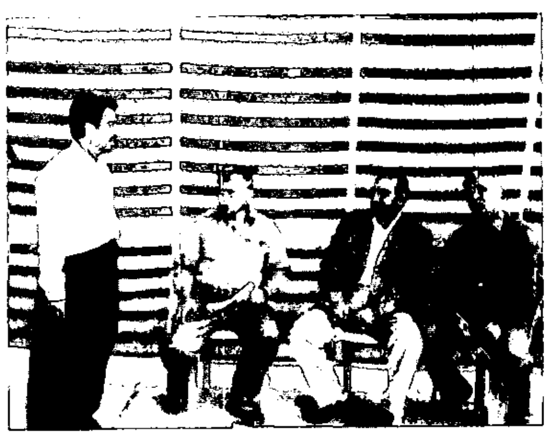
نوذری، حسامی، غربی، حسینی، ایوبیان، ارکیان، و مسعودی اشاره کرد.

باغ بازی ریاضی

برگزاری نمایشگاه و کارگاه باغ بازی و ریاضی در مقطع ابتدایی، برای بازدید دانش‌آموزان و معلمان، به همت خانم نسترن اسدی و دانشجویان مرکز تربیت معلم بنت‌الهدی صدر سنندج، یکی دیگر از برنامه‌های انجمن در بزرگداشت روز ریاضی بود.°°

همایش هم‌اندیشی

انجمن ریاضی استان کردستان، ضمن دعوت از همکاران و معلمان ریاضی نواحی آموزشی شهر سنندج در دوره‌های ابتدایی، راهنمایی، متوسطه و پیش‌دانشگاهی، و استفاده از توانایی معلمان پیشکسوت و با تجربه برای ایجاد زمینه‌های مناسب برای ایجاد تعامل و هم‌فکری بین معلمان ریاضی، همایش هم‌اندیشی معلمان ریاضی را در روز ۲۹ اردیبهشت، به بهانه‌ی روز ریاضیات و با حضور ۵۰ نفر از معلمان ریاضی سنندج و نواحی آن، برگزار نمود. در این همایش، پس از ارایه‌ی گزارشی از برنامه‌های انجمن و اهداف برگزاری همایش توسط آقای برزگر، سه گروه کاری ابتدایی، راهنمایی و متوسطه تشکیل شد تا هر گروه، جایگاه انجمن، فعالیت‌های آتی انجمن و انتظارات معلمان دوره‌های مختلف را از انجمن، به بحث گذاشته و نتیجه‌ی آن را به شورای اجرایی انجمن اعلام نمایند تا در برنامه‌ریزی‌های بعدی، مورد استفاده قرار گیرد.



زیرنویس‌ها

° منبع خبر: خبرنامه‌ی انجمن معلمان ریاضی استان کردستان: ویژه‌نامه‌ی روز ریاضیات (بزرگداشت حکیم عمر خیام)، ۲۸ و ۲۹ اردیبهشت ۱۳۸۴.

°° گزارش باغ بازی ریاضی، توسط خانم نسترن اسدی، به انجمن ریاضی ایران و اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی ارسال شده است.

نامه‌های رسیده

خوشحالیم که نامه‌ها و مطالب فراوانی از مخاطبان و خوانندگان مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، دریافت می‌کنیم. مطالب و نامه‌های دوستان زیر به دستمان رسیده است:

- آقای قربانعلی نصیری بروجنی، از چهارمحال و بختیاری؛
- خانم مهناز گیلک، از زنجان؛
- خانم فریده کوجان سامانی، از تهران؛
- خانم رضوان پورهادی، از اصفهان؛
- آقای رحمان شمگانی، از اصفهان؛
- آقای یوسف شفیعی، از پاکدشت؛
- آقای علی‌اکبر بناگر، از بابلسر؛
- آقای قاسم‌حسین قنبری، از سمنان؛
- آقای علی‌اکبر جاویدمهر، از ساوه.

استاد گرامی، آقای دکتر امید علی شهنی کرم‌زاده؛

انتخاب شما به عنوان چهره‌ی ماندگار این سرزمین را صمیمانه تبریک می گوییم و برایتان آرزوی سلامت و موفقیت داریم.

هیأت تحریریه‌ی رشد آموزش ریاضی

استاد گرامی، جناب آقای پرویز شهریاری؛

انتخاب شما به عنوان چهره‌ی ماندگار این سرزمین را صمیمانه تبریک گفته و برای شما آرزوی سلامتی و موفقیت بیش‌تر داریم.

هیأت تحریریه‌ی رشد آموزش ریاضی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

آشنایی با مجله‌های رشد

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش، با این عناوین تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی (به صورت ماهنامه ـ ۹ شماره در هر سال تحصیلی، منتشر می‌شوند):

- **رشد کودک** (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه‌ی اول دوره‌ی ابتدایی)
- **رشد نوآموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره‌ی ابتدایی)
- **رشد دانش‌آموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره‌ی ابتدایی)
- **رشد نوجوان** (برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی)
- **رشد جوان** (برای دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه)

مجله‌های عمومی (به صورت ماهنامه ـ ۹ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- **رشد مدیریت مدرسه، رشد معلم، رشد آموزش ابتدایی، رشد آموزش راهنمایی تحصیلی، رشد تکنولوژی آموزشی، رشد مدرسه فردا**

مجله‌های تخصصی (به صورت فصلنامه و ۴ شماره در سال منتشر می‌شوند):

- **رشد برهان راهنمایی** (مجله‌ی ریاضی، ویژه‌دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی)، **رشد برهان متوسطه** (مجله‌ی ریاضی، ویژه‌ی دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه)، **رشد آموزش معارف اسلامی، رشد آموزش جغرافیا، رشد آموزش تاریخ، رشد آموزش زبان و ادب فارسی، رشد آموزش زبان، رشد آموزش زیست‌شناسی، رشد آموزش تربیت‌بدنی، رشد آموزش فیزیک، رشد آموزش شیمی، رشد آموزش ریاضی، رشدآموزش هنر، رشد آموزش قرآن، رشد آموزش علوم اجتماعی، رشد آموزش زمین‌شناسی، رشد آموزش فنی و حرفه ای و رشد مشاوره.**

مجلات عمومی و تخصصی برای معلمان، آموزگاران، مدیران و کادر اجرایی مدارس دانشجویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

نشانی

تهران، خیابان ایرانشهرشمالی، ساختمان شماره‌۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۸، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸

In the Name of God

Mathematics Education Journal 82

Vol. 23
No. 2
2006
ISSN: 1608 - 9168

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585
E-mail: info@roshdmag.org
roshd_riazi@yahoo.com

انجمن برنامه ریزی درسی ایران

پنجمین همایش سالانه
انجمن برنامه ریزی درسی ایران

تمرکز و عدم تمرکز در فرایند برنامه ریزی درسی
۱۰ و ۱۱ اسفند ۱۳۸۴ - کرمان

دانشگاه شهید با هنر - تالار وحدت

دبیر خانه همایش : تهران ، خ ایرانشهر شمالی ، کوچه خسرو ، پلاک ۴ ، طبقه اول

تلفن : ۸۸۳۲۳۸۲۸ فکس : ۸۸۳۲۳۸۲۹

نشانی سایت : http://www.icda.org.ir